



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

**ANÁLISIS DE SISTEMAS ROTOR-COJINETE ASIMÉTRICO TIPO
JEFFCOTT CON ANSYS WORKBENCH**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO AUTOMOTRIZ

PRESENTA:

JESÚS ELEAZAR BRAVO HERNÁNDEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ GABRIEL MENDOZA LARIOS

CODIRECTOR DE TESIS

DR. LUIS VÁZQUEZ SÁNCHEZ

HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA.

JULIO DE 2025

DEDICATORIA

A Dios, por guiar cada paso en este camino.

A mis padres, Gloria Angela Hernández Lima y Eleazar Bravo Fuentes, cuyo esfuerzo, amor y apoyo incondicional han sido la base y la inspiración constante que me han permitido avanzar y cumplir cada uno de mis propósitos.

A mis hermanas, Itzamar Bravo Hernández y Karen Bravo Hernández, por estar siempre presentes, por sus consejos sinceros y por su apoyo en cada etapa de este proceso.

A mi abuela, Emma Bertha Lima Martínez, por su cariño, sus palabras de aliento y por ser un pilar de amor que supo iluminar los días más difíciles.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco profundamente a mi director de tesis, el Dr. José Gabriel Mendoza Larios, por su paciencia, motivación, apoyo constante y por compartir conmigo su valioso conocimiento, elementos que fueron fundamentales para la culminación de este trabajo.

A mi codirector de tesis, el Dr. Luis Vázquez Sánchez, por sus observaciones, sugerencias y la guía brindada a lo largo del desarrollo del presente estudio.

Al Dr. Galdino Cardenal Santos Reyes, por su participación como sinodal, así como por el apoyo, la motivación y el conocimiento brindado durante esta etapa de mi formación académica. Su ejemplo de esfuerzo, dedicación y humildad ha sido una fuente constante de inspiración para mí.

A los doctores Miguel Alberto Domínguez Gurría y Víctor Manuel Cruz Martínez, por su tiempo, disposición y valiosas aportaciones durante la revisión de este trabajo.

Finalmente, a la Universidad Tecnológica de la Mixteca, por proporcionarme las herramientas, experiencias y conocimientos que hicieron posible mi desarrollo académico y personal.

Resumen

En la actualidad, los sistemas rotodinámicos tienen una amplia aplicación en diversos sectores industriales, donde operan bajo condiciones que los someten a fenómenos como el desbalance y el desalineamiento. Estas condiciones pueden inducir vibraciones que afectan negativamente su desempeño, comprometiendo su estabilidad, eficiencia y vida útil. Históricamente, los sistemas rotodinámicos han sido objeto de numerosos estudios, la mayoría de los cuales se han centrado en configuraciones simétricas. Si bien este enfoque ha permitido importantes avances en la comprensión de su comportamiento dinámico, también ha limitado la representación precisa de sistemas reales, los cuales suelen presentar asimetrías en masa, geometría, rigidez y amortiguamiento.

El presente trabajo de investigación aborda el análisis de estudios previos relacionados con sistemas rotodinámicos, poniendo especial énfasis en aquellos que consideran configuraciones asimétricas. Asimismo, se revisan los fundamentos teóricos clave en la dinámica de rotores, con el fin de establecer un marco de referencia sólido.

Como parte del estudio, se realiza un análisis modal y armónico de tres configuraciones distintas de un sistema rotor-cojinete asimétrico tipo Jeffcott, las cuales fueron propuestas con base en la literatura. Los análisis se llevan a cabo mediante la implementación del método del elemento finito utilizando el software ANSYS Workbench. Finalmente, los resultados obtenidos se comparan con datos reportados en la literatura especializada con el propósito de validar la metodología empleada y evaluar la precisión del modelo desarrollado.

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	2
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	3
1.3 HIPÓTESIS	3
1.4 OBJETIVOS	4
1.4.1 OBJETIVO GENERAL.....	4
1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	4
1.5 METAS	4
1.6 ALCANCES Y LIMITANTES.....	5
1.6.1 ALCANCES	5
1.6.2 LIMITANTES.....	5
1.7 METODOLOGÍA.....	5
2. ESTADO DEL ARTE.....	7
2.1 PRECURSORES DE LOS SISTEMAS ROTODINÁMICOS.	7
2.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	8
2.2.1 PRIMEROS DESCUBRIMIENTOS Y BASES CONCEPTUALES (SIGLO XIX)	8
2.2.2 DESARROLLO DE MODELOS Y MÉTODOS DINÁMICOS DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS.	9
2.2.3 SISTEMAS ROTODINÁMICOS ASIMÉTRICOS.	10
2.3 MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO (MEF)	12
2.3.1 MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO PARA SISTEMAS ESTACIONARIOS.....	12
2.3.2 MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO PARA LA DINÁMICA DE ROTORES	12
3. MARCO TEÓRICO.....	15
3.1 INTRODUCCIÓN	15
3.2 SISTEMAS ROTODINÁMICOS	15

3.2.1 DEFINICIÓN DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS.....	15
3.2.2 ELEMENTOS DE LOS SISTEMAS ROTODINÁMICOS	16
3.3 MODELOS DE ROTORES.....	16
3.3.1 ROTOR JEFFCOTT	16
3.3.2 ROTOR DE MÚLTIPLES DISCOS.....	17
3.4 CONCEPTOS Y FACTORES IMPORTANTES EN LA DINÁMICA DE ROTORES	18
3.4.1 VELOCIDAD CRÍTICA	18
3.4.2 VIBRACIONES.....	19
3.4.3 EFECTO GIROSCÓPICO	21
3.4.4 RIGIDEZ EN SISTEMAS ROTODINÁMICOS	22
3.4.5 AMORTIGUAMIENTO EN SISTEMAS ROTODINÁMICOS.....	23
3.5 PROBLEMAS COMUNES EN SISTEMAS ROTODINÁMICOS	24
3.5.1 DESBALANCE	24
3.5.2 DESALINEAMIENTO.....	27
3.6 SISTEMAS ROTODINÁMICOS ASIMÉTRICOS.....	28
3.6.1 CAUSAS DE LAS ASIMETRÍAS EN LOS SISTEMAS ROTODINÁMICOS	28
3.6.2 EFECTOS DE LA ASIMETRÍA EN EL ANÁLISIS Y COMPORTAMIENTO DINÁMICO.....	28
3.6.3 PROBLEMAS ASOCIADOS A LA ASIMETRÍA EN SISTEMAS ROTODINÁMICOS.....	28
3.7 ANÁLISIS DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS CON ANSYS.....	29
3.7.1 ANÁLISIS MODAL.....	29
3.7.2 DIAGRAMA DE CAMPBELL.....	30
3.7.3 DIAGRAMA DE BODE	31
3.7.4 MALLADO	31
4. ANÁLISIS DE SISTEMAS ROTOR-COJINETE ASIMÉTRICO UTILIZANDO ANSYS WORKBENCH..	37
4.1 MODELADO DEL SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON COJINETES ASIMÉTRICOS.	38
4.1.1 INICIALIZACIÓN DEL ANÁLISIS Y CREACIÓN DE UN NUEVO MATERIAL.	40
4.1.2 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS VIGA EN SPACECLAIM.....	42
4.1.3 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.	45

4.1.4 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.....	48
4.1.5 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.	50
4.1.6 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.	52
4.1.7 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS 3D EN SPACECLAIM.	54
4.1.8 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	56
4.1.9 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	59
4.1.10 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTO 3D.	60
4.1.11 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	62
 4.2 MODELADO DEL SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON DISCO ASIMÉTRICO. ..	66
4.2.1 INICIALIZACIÓN DEL ANÁLISIS Y CREACIÓN DE UN NUEVO MATERIAL.	68
4.2.2 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS TIPO VIGA EN SPACECLAIM.	69
4.2.3 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.	72
4.2.4 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTO VIGA.	76
4.2.5 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTO VIGA.	78
4.2.6 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTO VIGA.	80
4.2.7 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS 3D EN SPACECLAIM.	82
4.2.8 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	85
4.2.9 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	87
4.2.10 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	88
4.2.11 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	90
 4.3 MODELADO DEL SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON EJE ASIMÉTRICO.	94
4.3.1 INICIALIZACIÓN DEL ANÁLISIS Y CREACIÓN DE UN NUEVO MATERIAL.	96
4.3.2 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS 3D EN SPACECLAIM.	98
4.3.3 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	100
4.3.4 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	103
4.3.5 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	105
4.3.6 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	107
 5 RESULTADOS.....	111
 5.1 SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON COJINETES ASIMÉTRICOS.....	112
5.1.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DEL SISTEMA MODELADO CON ELEMENTOS VIGA.	112

5.1.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D	115
5.2 SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON DISCO ASIMÉTRICO.....	119
5.2.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.	119
5.2.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D	122
5.3 SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON EJE ASIMÉTRICO.....	126
5.3.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.	126
6. CONCLUSIONES	131
6.1 TRABAJOS FUTUROS.....	132
7. REFERENCIAS	133

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Metodología de investigación implementada en este trabajo de tesis [4].	5
Figura 2. Rotor Jeffcott [58]	17
Figura 3. Modelo de rotor de múltiples discos.	17
Figura 4. Intersecciones en el diagrama de Campbell para localizar las velocidades críticas. [51]	18
Figura 5. Modos de vibración del rotor como efectos secundarios.	20
Figura 6. Momento giroscópico.	21
Figura 7. Desbalance en un sistema rotodinámico [62].	24
Figura 8. Desbalance estático [57].	25
Figura 9. Desbalance par [57].	25
Figura 10. Desbalance cuasi-estático [57].	26
Figura 11. Desbalance dinámico [57].	26
Figura 12. Desalineamiento en máquinas rotativas.	27
Figura 13. Diagrama de Campbell.	30
<i>Figura 14. Elemento tetraédrico de segundo orden.</i>	32
<i>Figura 15. Elemento hexaédrico de segundo orden.</i>	33
<i>Figura 16. Método de barrido (Sweep method).</i>	33
<i>Figura 17. Método Hexa-dominant.</i>	34
<i>Figura 18. Método Multizone.</i>	34
<i>Figura 19. a) Gradiente de tensión alto, b) Gradiente de tensión bajo.</i>	35
Figura 20. a) Tensión promediada. b) Tensión no promediada.	36
Figura 21. Sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con cojinetes asimétricos.	38
Figura 22. Proceso para insertar el módulo de análisis modal al esquema de proyecto.	40
Figura 23. Editar datos de ingeniería.	41
Figura 24. a) Asignación de un nombre al nuevo material, b) Propiedades a agregar, c) Asignación de valores a las propiedades especificadas.	41
Figura 25. Nueva geometría en SpaceClaim.	42
Figura 26. a) Herramienta Select New Sketch Plane, b) Herramienta Plan View, c) Plano normal a la pantalla.	42
Figura 27. Boceto de geometría en SpaceClaim.	43

Figura 28. Elección de perfil de viga.....	43
Figura 29. a) Editar perfil de viga, b) Asignar dimensión al perfil de viga, c) Perfil de viga especificado.	44
Figura 30. a) Herramienta End Sketch Editing, b) Compartir geometría.....	44
Figura 31. Verificación de geometría compartida.	44
Figura 32. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Cross Section, b) Geometría del sistema.	45
Figura 33. Insertar punto de masa.	45
Figura 34. a) Herramienta de selección de vértices, b) Configuración del punto de masa, c) Modelo con punto de masa.	46
Figura 35. Insertar carpeta de conexiones.	46
Figura 36. Insertar rodamientos.....	47
Figura 37. a) Configuración rodamiento 1, b) Configuración rodamiento 2.....	47
Figura 38. a) Carpeta de conexiones, b) Modelo con cojinetes.....	48
Figura 39. a) Sección Geometry, b) Asignación del nuevo material a la geometría.	48
Figura 40. Insertar control de malla Sizing.	49
Figura 41. a) Herramienta de selección de bordes, b) Configuración de mallado por número de divisiones del segmento 1, c) Configuración de mallado por número de divisiones del segmento 2.	49
Figura 42. a) Opción para generar malla, b) Mallado del modelo tipo viga.	50
Figura 43. a) Sección de análisis modal, b) Configuración de análisis modal.	50
Figura 44. Insertar velocidad de rotación.	51
Figura 45. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.	51
Figura 46. a) Insertar desplazamiento remoto, b) Configuración desplazamiento remoto 1, c) Configuración desplazamiento remoto 2.....	52
Figura 47. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.	52
Figura 48. Insertar análisis armónico.	52
Figura 49. a) Sección de análisis armónico, b) Configuración del análisis armónico.....	53
Figura 50. a) Opción Rotating Force, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.	53

Figura 51. a) Herramientas de respuesta en frecuencia, b) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje X, c) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje Z.	54
Figura 52. Herramienta Solve.....	54
Figura 53. Nueva geometría en SpaceClaim.	54
Figura 54. a) Herramienta Select New Sketch Plane, b) Herramienta Plan View, c) Plano normal a la pantalla.....	55
Figura 55. a) Herramienta Cylinder, b) Geometría acotada en SpaceClaim.	55
Figura 56. a) Herramienta End Sketch Editing, b) Compartir geometría.....	56
Figura 57. Verificación de geometría compartida.	56
Figura 58. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Display, b) Geometría del sistema.	56
Figura 59. Insertar carpeta de conexiones.	57
Figura 60. Insertar rodamientos.....	57
Figura 61. a) Herramienta de selección de caras. b) Configuración rodamiento 1, c) Configuración rodamiento 2.	58
Figura 62. a) Carpeta de conexiones, b) Modelo con cojinetes.....	58
Figura 63. a) Sección Geometry, b) Asignación del nuevo material a la geometría.	59
Figura 64. a) Opción Mesh, b) Configuración del tamaño de elementos de la malla.	59
Figura 65. a) Opción generar malla, b) Modelo mallado.	60
Figura 66. a) Sección de análisis modal, b) Configuración de análisis modal.	60
Figura 67. Insertar velocidad de rotación.	61
Figura 68. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.	61
Figura 69. a) Insertar desplazamiento remoto, b) Configuración desplazamiento remoto 1, c) Configuración desplazamiento remoto 2.....	62
Figura 70. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.	62
Figura 71. Insertar análisis armónico.	62
Figura 72. Insertar punto remoto.	63
Figura 73. a) Configuración de punto remoto, b) Punto remoto en el sistema.....	63
Figura 74. a) Sección de análisis armónico, b) Configuración del análisis armónico.....	64
Figura 75. a) Opción Rotating Force, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de	

la fuerza de rotación.	64
Figura 76. Herramienta Frequency Response.....	65
Figura 77. a) Herramienta Body, b) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje X, c) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje Z.	65
Figura 78. Herramienta Solve.....	65
Figura 79. Geometría rotor Jeffcott con disco asimétrico.	66
Figura 80. Proceso para insertar el módulo de análisis modal al esquema de proyecto.....	68
Figura 81. Editar datos de ingeniería.....	68
Figura 82. a) Asignación de un nombre al nuevo material, b) Propiedades a agregar, c) Asignación de valores a las propiedades especificadas.	69
Figura 83. Nueva geometría en SpaceClaim.	70
Figura 84. Herramientas para la elección del plano de boceto.	70
Figura 85. Boceto de geometría en SpaceClaim.....	70
Figura 86. Elección de perfil de viga.....	71
Figura 87. a) Opción para editar el perfil de viga, b) Edición del perfil de viga, c) Perfil de viga. .	71
Figura 88. Finalizar boceto y compartir geometría.	72
Figura 89. Verificación de geometría compartida correctamente.	72
Figura 90. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Cross Section, b) Geometría del sistema.	72
Figura 91. Insertar un punto de masa.	73
Figura 92. a) Herramienta de selección de vértices, b) Configuración del punto de masa, c) Modelo con punto de masa.	73
Figura 93. Insertar carpeta de conexiones.	74
Figura 94. Insertar rodamientos.....	74
Figura 95. a) Configuración rodamiento 1, b) Configuración rodamiento 2.....	75
Figura 96. Verificación de rodamientos.	75
Figura 97. a) Sección Geometry, b) Asignación del nuevo material a la geometría.	76
Figura 98. Insertar control de malla Sizing.	76
Figura 99. Configuración del mallado del sistema con elemento viga.....	77
Figura 100. a) Opción para generar malla, b) Mallado del modelo tipo viga.	77

Figura 101. a) Sección de análisis modal, b) Configuración de análisis modal.	78
Figura 102. Insertar velocidad de rotación.	78
Figura 103. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.	79
Figura 104. a) Insertar desplazamiento remoto, b) Configuración desplazamiento remoto 1, c) Configuración desplazamiento remoto 2.	79
Figura 105. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.	80
Figura 106. Insertar análisis armónico.	80
Figura 107. a) Sección de análisis armónico, b) Configuración del análisis armónico.	80
Figura 108. a) Opción Rotating Force, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.	81
Figura 109. a) Herramientas de respuesta en frecuencia, b) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje X, c) Configuración de las herramientas Frequency Response con referencia al eje Z.	81
Figura 110. Herramienta Solve.	82
Figura 111. Nueva geometría en SpaceClaim.	82
Figura 112. a) Herramienta Select New Sketch Plane, b) Herramienta Plan View, c) Plano normal a la pantalla.	82
Figura 113. Boceto de geometría en SpaceClaim.	83
Figura 114. Boceto disco asimétrico.	83
Figura 115. a) Herramienta Pull, b) Primer corte en el disco.	84
Figura 116. Opción para compartir geometría.	84
Figura 117. Verificación de geometría compartida.	84
Figura 118. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Display, b) Geometría del sistema.	85
Figura 119. Insertar carpeta de conexiones.	85
Figura 120. Insertar rodamientos.	86
Figura 121. a) Herramienta de selección de caras. b) Configuración rodamiento 1, c) Configuración rodamiento 2.	86
Figura 122. a) Carpeta de conexiones, b) Modelo con cojinetes.	87
Figura 123. a) Opción Mesh, b) Configuración del tamaño de elementos de la malla.	87
Figura 124. a) Opción generar malla, b) Modelo mallado.	88

Figura 125. a) Sección de análisis modal, b) Configuración de análisis modal.	88
Figura 126. Insertar velocidad de rotación.	89
Figura 127. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.	89
Figura 128. a) Insertar desplazamiento remoto, b) Configuración desplazamiento remoto 1, c) Configuración desplazamiento remoto 2.	90
Figura 129. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.	90
Figura 130. Insertar análisis armónico.	90
Figura 131. Insertar punto remoto.	91
Figura 132. a) Configuración de punto remoto, b) Punto remoto en el sistema.	91
Figura 133. Configuración del análisis armónico.	92
Figura 134. a) Opción Rotating Force, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.	92
Figura 135. Herramientas Frequency Response	93
Figura 136. a) Herramienta Body, b) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje X, c) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje Z.	93
Figura 137. Herramienta Solve.	93
Figura 138. Geometría rotor Jeffcott con disco asimétrico.	94
Figura 139. Proceso para insertar el módulo de análisis modal al esquema de proyecto.	96
Figura 140. Editar datos de ingeniería.	97
Figura 141. a) Asignación de un nombre al nuevo material, b) Propiedades a agregar, c) Asignación de valores a las propiedades especificadas.	97
Figura 142. Nueva geometría en SpaceClaim.	98
Figura 143. a) Herramienta Select New Sketch Plane, b) Herramienta Plan View, c) Plano normal a la pantalla.	98
Figura 144. Boceto de geometría en SpaceClaim.	99
Figura 145. Boceto disco asimétrico.	99
Figura 146. Cortes en el eje del sistema.	99
Figura 147. Compartir geometría.	100
Figura 148. Verificación de geometría compartida correctamente.	100

Figura 149. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Display, b) Geometría del sistema. ...	101
Figura 150. Insertar carpeta de conexiones.	101
Figura 151. Insertar rodamientos.	101
Figura 152. a) Herramienta de selección de caras. b) Configuración rodamiento 1, c) Configuración rodamiento 2.	102
Figura 153. a) Carpeta de conexiones, b) Modelo con cojinetes.	102
Figura 154. Velocidades críticas por modos en función del tamaño de elemento de malla.	104
Figura 155. Configuración de la malla.	104
Figura 156. a) Opción generar malla, b) Modelo mallado.	105
Figura 157. a) Opción Analysis Settings, b) Configuración de análisis modal.	105
Figura 158. Insertar velocidad de rotación.	106
Figura 159. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.	106
Figura 160. Configuración de desplazamientos remotos.	107
Figura 161. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.	107
Figura 162. Insertar análisis armónico.	107
Figura 163. Insertar punto remoto.	108
Figura 164. Configuración de punto remoto	108
Figura 165. Configuración del análisis armónico.	109
Figura 166. a) Opción Rotating Force, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.	109
Figura 167. Herramientas Frequency Response	110
Figura 168. Configuración de las herramientas Frequency Response.	110
Figura 169. Herramienta Solve.	110
Figura 170. Diagrama de Campbell del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos tipo viga.	112
Figura 171. Diagrama de Campbell de referencia para sistema rotor-cojinete con cojinetes asimétricos.	113
Figura 172. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.	114
Figura 173. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.	114
Figura 174. Diagrama de Bode, referencia vs simulación en ANSYS.	115

Figura 175. Diagrama de Campbell del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos tipo 3D.	116
Figura 176. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.....	117
Figura 177. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.	118
Figura 178. Diagrama de Bode, referencia vs simulación en ANSYS.....	118
Figura 179. Diagrama de Campbell del sistema rotor-cojinete con disco asimétrico y elementos viga.	119
Figura 180. Diagrama de Campbell de referencia para sistema rotor-cojinete con disco asimétrico.	120
Figura 181. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.....	121
Figura 182. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.	121
Figura 183. Diagrama de Bode, referencia vs simulación en ANSYS.....	122
Figura 184. Diagrama de Campbell del sistema rotor-cojinete con disco asimétrico y elementos 3D.	123
Figura 185. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.....	124
Figura 186. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.	125
Figura 187. Diagrama de Bode, referencia vs simulación en ANSYS.....	125
Figura 188. Diagrama de Campbell del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos tipo 3D.	126
Figura 189. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.....	127
Figura 190. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.	128
Figura 191. Diagrama de Bode resultante.	128

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Dimensiones del sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con cojinetes asimétricos.	38
Tabla 2. Propiedades mecánicas del material.	39
Tabla 3. Masa y momentos de inercia del disco.	39
Tabla 4. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los cojinetes 1 y 2.	39
Tabla 5. Datos de la masa de desbalance.	40
Tabla 6. Divisiones por segmento de viga para el mallado.	48
Tabla 7. Dimensiones del sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con disco asimétrico.	66
Tabla 8. Propiedades mecánicas del material.	67
Tabla 9. Masa y momentos de inercia del disco asimétrico.	67
Tabla 10. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los cojinetes 1 y 2.	67
Tabla 11. Datos de la masa de desbalance.	67
Tabla 12. Divisiones por segmento de viga para el mallado.	76
Tabla 13. Dimensiones del sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con disco asimétrico.	94
Tabla 14. Propiedades mecánicas del material.	95
Tabla 15. Masa y momentos de inercia del disco.	95
Tabla 16. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los cojinetes 1 y 2.	95
Tabla 17. Datos de la masa de desbalance.	96
Tabla 18 Velocidades críticas del sistema.	103
Tabla 19. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos viga.	113
Tabla 20. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos 3D.	117
Tabla 21. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos viga.	120
Tabla 22. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos 3D.	124
Tabla 23. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos 3D.	127

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas rotodinámicos son sistemas mecánicos trascendentes en aplicaciones industriales, desde turbinas y compresores hasta generadores y motores eléctricos. Su importancia radica en la capacidad que poseen para transmitir energía de manera eficiente y continua, lo que los convierte en componentes esenciales en sectores de generación de energía, aeroespacial y manufactura.

Estos sistemas están diseñados para operar a altas velocidades y bajo condiciones de carga variables, lo que los hace vulnerables a fenómenos dinámicos complejos como vibraciones, inestabilidad y desgaste prematuro de sus elementos. El análisis y estudio de los sistemas rotodinámicos es de gran importancia, ya que un comportamiento dinámico inadecuado puede provocar fallas catastróficas, pérdidas económicas y riesgos para la seguridad. Comprender la respuesta dinámica de estos sistemas permite optimizar su diseño, mejorar su eficiencia y extender su vida útil.

En los sistemas rotodinámicos, las asimetrías son factores importantes a considerar pues afectan directamente el comportamiento dinámico del sistema. Un sistema rotodinámico asimétrico se caracteriza por una distribución no uniforme de masa, rigidez y/o amortiguamiento. Las asimetrías pueden deberse a factores como el desgaste desigual, variaciones en las propiedades de los materiales, desbalances o simplemente por razones de diseño. Estas irregularidades provocan modos de vibración lateral, torsional y axial que pueden excitar frecuencias naturales y generar inestabilidad en el sistema, además de que hacen considerablemente más complicado el análisis dinámico del sistema.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Durante su funcionamiento, los sistemas rotodinámicos enfrentan diversos desafíos, como vibraciones excesivas, inestabilidad, desgaste de componentes, desbalanceo, resonancia y fallas por fatiga. Factores como la velocidad de rotación, la lubricación y la carga dinámica pueden afectar significativamente su desempeño y durabilidad.

El estudio y análisis de los sistemas rotodinámicos es trascendente para mejorar su eficiencia, fiabilidad y seguridad. La mayoría de los estudios en este campo están orientados a sistemas rotodinámicos simétricos, es decir, que poseen propiedades homogéneas y distribuciones uniformes de masa y rigidez en torno a su eje de rotación. Sin embargo, en muchas situaciones prácticas, los sistemas presentan características asimétricas debido a desbalances, desgaste en los elementos del sistema o diseños específicos. La presencia de asimetrías introduce comportamientos dinámicos complejos, como vibraciones laterales y respuestas no lineales. Estos efectos pueden comprometer el rendimiento, la eficiencia y la vida útil del sistema, además de incrementar el riesgo de fallos catastróficos. A pesar de la importancia de este fenómeno, el análisis detallado y la caracterización dinámica de sistemas rotodinámicos asimétricos siguen siendo desafíos en la investigación científica y tecnológica. Las herramientas clásicas de análisis dinámico suelen ser poco prácticas para describir las respuestas complejas de estos sistemas, lo que subraya la necesidad de enfoques avanzados para su modelado, simulación y diagnóstico.

En este trabajo de tesis se lleva a cabo el análisis dinámico de sistemas rotor-cojinete asimétrico tipo Jeffcott, considerando tres configuraciones distintas fundamentadas en la literatura, mediante la aplicación del método del elemento finito utilizando el software ANSYS Workbench. Los casos estudiados incluyen: cojinetes con diferentes coeficientes de rigidez y amortiguamiento, un disco asimétrico y un eje asimétrico. Este enfoque busca facilitar la evaluación del comportamiento dinámico de sistemas reales, considerando las complejidades asociadas a la asimetría en términos de masa, rigidez y amortiguamiento.

1.2 JUSTIFICACIÓN

El análisis de sistemas rotodinámicos es fundamental en la ingeniería debido a su amplia aplicación en la industria, incluyendo turbinas, generadores, compresores y maquinaria de alta precisión. Aunque los estudios clásicos suelen asumir la simetría en estos sistemas, en la práctica las asimetrías son comunes debido a factores como desbalances, irregularidades geométricas, condiciones operativas adversas o simplemente diseños específicos. Estas asimetrías generan comportamientos dinámicos complejos que pueden derivar en problemas durante su funcionamiento.

Dado el impacto negativo de estos fenómenos, es de gran relevancia contar con herramientas avanzadas para analizar, predecir y mitigar sus efectos.

El Método del Elemento Finito (FEM) es considerado como una técnica eficaz para el modelado y simulación de sistemas mecánicos complejos, permitiendo obtener soluciones precisas en problemas dinámicos, incluyendo aquellos asociados a estructuras asimétricas.

El software ANSYS ofrece capacidades robustas para la implementación del FEM en el análisis rotodinámico, brindando herramientas para modelar sistemas con geometrías complejas, evaluar modos de vibración, identificar frecuencias críticas y analizar el comportamiento dinámico bajo distintas condiciones operativas. Esto facilita la toma de decisiones informadas para mejorar el diseño, reducir vibraciones y aumentar la vida útil del sistema.

Este estudio es relevante tanto desde el punto de vista académico como industrial, ya que propone una metodología para el análisis dinámico de sistemas rotodinámicos asimétricos tipo Jeffcott, considerando distribuciones no uniformes de masa, amortiguamiento y rigidez. La metodología se aplica a tres casos de estudio basados en la literatura, y los resultados obtenidos se validan mediante su comparación con estudios previos, en los cuales también se especifica un margen de error inferior al 5 % para la validación de los resultados [1-3].

1.3 HIPÓTESIS

La implementación del método del elemento finito mediante el software ANSYS Workbench en el análisis de sistemas rotodinámicos asimétricos permitirá determinar su comportamiento dinámico a través de la obtención de resultados como el diagrama de Campbell y el diagrama de Bode.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 OBJETIVO GENERAL

1. Modelar y analizar sistemas rotor-cojinete asimétrico tipo Jeffcott mediante el método del elemento finito utilizando el software ANSYS Workbench.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Desarrollar modelos virtuales de rotores asimétricos utilizando la herramienta SpaceClaim de ANSYS Workbench.
2. Configurar y ejecutar el análisis modal de rotores asimétricos mediante la herramienta Mechanical de ANSYS Workbench.
3. Configurar y realizar el análisis armónico de rotores asimétricos mediante la herramienta Mechanical de ANSYS Workbench.
4. Generar los diagramas de Campbell y de Bode a partir de los resultados obtenidos en ANSYS Workbench.
5. Obtener las frecuencias naturales y velocidades críticas a partir de los resultados obtenidos en ANSYS Workbench.
6. Comparar los resultados obtenidos en las simulaciones con los datos reportados en la literatura especializada.

1.5 METAS

1. Determinar el comportamiento dinámico de tres configuraciones de sistemas rotor-cojinete asimétrico tipo Jeffcott, considerando distribuciones no uniformes de masa, amortiguamiento y rigidez, mediante el análisis por el método del elemento finito utilizando el software ANSYS Workbench.
2. Desarrollar y documentar una metodología para el análisis de sistemas rotodinámicos asimétricos utilizando ANSYS Workbench, con el propósito de transmitir el conocimiento adquirido y facilitar su aplicación en estudios futuros.

1.6 ALCANCES Y LIMITANTES

1.6.1 ALCANCES

- El presente estudio se enfoca en simular tres configuraciones de sistemas rotor-cojinete tipo Jeffcott implementando el método del elemento finito por medio del software ANSYS Workbench.
- Los análisis se limitan a obtener y comparar diagramas de Campbell y Bode con resultados de estudios previos para validar el método empleado.

1.6.2 LIMITANTES

- En las simulaciones propuestas, la versión académica de ANSYS limita el número de nodos permitidos, lo que impide un refinamiento de malla detallado. Por ello, se empleará una técnica de refinamiento basado en indicadores como la diferencia máxima de tensión y la diferencia nodal, buscando que los resultados sean independientes de la densidad del mallado.

1.7 METODOLOGÍA

En este trabajo de tesis se empleará el método de investigación para ingenierías basado en la metodología de la investigación científica, presentado por Canales et al. [4], el cual consta de siete etapas, como se muestra en la Figura 1.

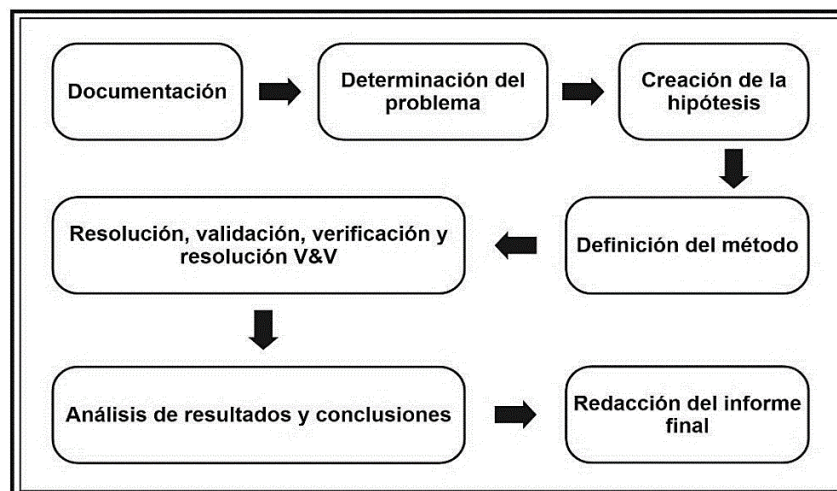


Figura 1. Metodología de investigación implementada en este trabajo de tesis [4].

1. Documentación: Esta etapa consiste en realizar una investigación exhaustiva y recopilar información relevante relacionada con el tema de tesis. Se abordan aspectos teóricos y estudios previos sobre máquinas rotativas y sistemas rotodinámicos simétricos y asimétricos. Asimismo, se recaba información sobre la aplicación del método del elemento finito mediante el uso del software ANSYS Workbench. Esta información es fundamental para conformar el estado del arte, desarrollar el marco teórico y establecer las bases metodológicas del trabajo de tesis.

2. Determinación del problema: En esta etapa se delimita la problemática que será abordada en la investigación. El presente trabajo de tesis busca desarrollar un método, mediante el uso del software ANSYS Workbench, que permita describir la dinámica de sistemas rotodinámicos asimétricos.

3. Creación de la hipótesis: Se formula una suposición o predicción sobre los resultados esperados en la investigación. En este caso, la hipótesis planteada es la siguiente:

"La implementación del método del elemento finito mediante el software ANSYS Workbench en el análisis de sistemas rotodinámicos asimétricos permitirá determinar su comportamiento dinámico a través de la obtención de resultados como el diagrama de Campbell y el diagrama de Bode."

4. Definición del método: El análisis de sistemas rotodinámicos asimétricos se realizará mediante el método del elemento finito, que consiste en discretizar un dominio continuo en elementos conectados por nodos. Esto permite aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema. El método se implementará con el software ANSYS Workbench.

5. Resolución, validación y verificación: Los sistemas rotodinámicos asimétricos serán analizados mediante el método del elemento finito, configurando los análisis modal y armónico para obtener resultados clave sobre su comportamiento dinámico.

6. Análisis de resultados y conclusiones: Una vez obtenidos los resultados, se compararán con datos de la literatura para verificar el cumplimiento de objetivos, hipótesis y metas. Si los resultados no son los esperados, se argumentarán posibles causas y propondrán soluciones alternativas.

7. Redacción del informe final: Tras finalizar la investigación y obtener los resultados, se procede a realizar la redacción del documento de tesis, el cual deberá presentar de manera clara, estructurada y precisa la base teórica, el proceso metodológico y los hallazgos obtenidos.

CAPÍTULO 2

2. ESTADO DEL ARTE

La evolución de los sistemas rotodinámicos ha sido fundamental en el desarrollo de la ingeniería mecánica y de la maquinaria rotativa utilizada en diversas industrias. Desde la invención de la máquina de vapor por Thomas Newcomen en 1712 y su posterior mejora por James Watt en 1769, los estudios sobre el comportamiento dinámico de los rotores han permitido incrementar la eficiencia y estabilidad de estos sistemas. Durante el siglo XIX se realizaron los primeros descubrimientos y se establecieron las bases conceptuales que darían origen al desarrollo de la dinámica de rotores. A finales de este siglo comenzaron a desarrollarse los primeros modelos y métodos dinámicos para el análisis de rotores, y ya en el siglo XX esta disciplina se consolidó como un área formal de la ingeniería. Posteriormente, con la introducción del método del elemento finito en los años 50, fue posible un análisis más preciso del comportamiento dinámico de los rotores [5]. En la actualidad, el estudio de los sistemas rotodinámicos sigue siendo esencial para optimizar el diseño, la seguridad y la eficiencia de turbinas, motores y compresores en diversas aplicaciones industriales.

2.1 PRECURSORES DE LOS SISTEMAS ROTODINÁMICOS.

En 1675, el matemático e inventor francés Denis Papin visitó Londres, donde presentó su importante invención del digestor de vapor [6]. Tiempo después, en 1690, durante su estancia en Leipzig, Papin construyó la primera máquina de vapor de émbolo.

Por su parte, el ingeniero militar e inventor inglés Thomas Savery, basado en el digestor de Denis Papin, patentó en 1698 la primera máquina de vapor rudimentaria. El 2 de julio de ese año, Savery también obtuvo la patente de otra máquina de vapor diseñada para bombear agua de las minas [7].

James Watt, ingeniero mecánico escocés, analizó el alto consumo de vapor de la máquina de Newcomen, causado por el ciclo continuo de calentamiento y enfriamiento del cilindro. Determinó que este ciclo limitaba la eficiencia de la máquina, impidiendo un funcionamiento rápido y continuo. Convencido de que la solución estaba en mejorar el diseño, desarrolló un motor alternativo con movimiento rotatorio, cuya eficiencia marcó el inicio de la Revolución Industrial [8].

En 1750, el matemático y naturalista alemán Johann Andreas Von Segner construyó uno de los primeros prototipos de turbina de reacción [9]. Este sistema funcionaba gracias a un flujo de agua que, al caer sobre los álabes, generaba movimiento rotativo.

A pesar del impacto de los motores alternativos, la industria continuó en la búsqueda de sistemas puramente rotativos, con el objetivo de desarrollar motores más eficientes y “libres de vibraciones”.

2.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.2.1 PRIMEROS DESCUBRIMIENTOS Y BASES CONCEPTUALES (SIGLO XIX)

En 1869, William John Macquorn Rankine formuló la hipótesis de que un rotor posee una velocidad crítica, definida como el umbral a partir del cual su movimiento centrífugo se ve afectado. Según Rankine, un rotor no podría superar dicha velocidad sin experimentar un estado de inestabilidad [10].

En 1883, el ingeniero sueco Karl Gustaf Patrik de Laval diseñó la primera turbina de impulso de su época [11], en la cual el vapor a alta presión era conducido a través de toberas hacia un disco de paletas montado sobre un eje. Dicho eje, de estructura delgada y flexible, se encontraba soportado por cojinetes dispuestos en segmentos esféricos, lo que le confería la capacidad de ajustarse a las vibraciones de resonancia. Además, De Laval formuló la relación entre el radio del torbellino y parámetros como la excentricidad, la rigidez y el peso del eje. Asimismo, logró demostrar que el rotor podía superar la velocidad crítica y continuar su giro de manera estable, contradiciendo así la hipótesis propuesta por Rankine.

En ese mismo año, Beauchamp Tower descubrió de manera fortuita el fenómeno conocido como “Acción de la cuña” mientras realizaba ensayos para la empresa British Rail, con el propósito de determinar la ubicación óptima de un orificio de lubricación en un cojinete [12]. Dicho fenómeno se basa en la generación de una película de aceite que induce una presión hidrodinámica, lo que permite la separación del eje y el cojinete, reduciendo de manera significativa tanto el desgaste como la fricción. Este hallazgo resultó fundamental para el desarrollo de los cojinetes hidrodinámicos, los cuales posibilitaron el funcionamiento eficiente de los rotores a altas velocidades.

2.2.2 DESARROLLO DE MODELOS Y MÉTODOS DINÁMICOS DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS.

En 1877, Lord Rayleigh desarrolló un método aproximado para estimar la primera velocidad crítica de un rotor, basado en el principio de conservación de la energía aplicado a sistemas vibratorios con movimiento armónico simple [13]. Rayleigh propuso que las frecuencias naturales podían determinarse mediante un método tabular, lo que permitió simplificar los cálculos y evitar el uso de los métodos matemáticos de Euler y Lagrange, facilitando así su implementación en la industria.

A principios del siglo XX, Aurel Stodola desarrolló un método gráfico para determinar las velocidades críticas de los rotores y su frecuencia natural correspondiente [14]. Este método permitió un análisis más eficiente de sistemas rotativos complejos en el entorno industrial, razón por la cual se utilizó durante más de cinco décadas.

Uno de los acontecimientos más relevantes en la evolución de la rotodinámica en este periodo fue el estudio realizado por H.H. Jeffcott, en el cual planteó el problema del rotor como un caso de vibración forzada [15]. En su investigación, Jeffcott evidenció que un rotor no gira en torno a su posición de reposo, sino alrededor de su propio eje central. Asimismo, incorporó una constante de amortiguación en el análisis previamente desarrollado por Foepl, con el propósito de justificar la amplitud finita de la vibración en la velocidad crítica. Los rotores modelados con un único disco montado sobre un eje flexible sin masa se denominan rotores Jeffcott.

En 1922, Holzer desarrolló un método numérico tabular para determinar las frecuencias naturales y los modos de vibración en sistemas torsionales [16]. Posteriormente, Myklestad amplió este método al aumentar de dos a cuatro las magnitudes de estado consideradas, incorporando la deflexión, la pendiente, el esfuerzo cortante y los momentos flectores, lo que proporcionó una base más completa para el análisis de sistemas vibratorios [17]. Más adelante, Prohl extendió este trabajo al incluir la inercia rotatoria de los discos, lo que permitió considerar también los efectos giroscópicos [18], aspecto fundamental para el estudio de turbinas de vapor y rotores de alta velocidad.

En 1925, Newkirk y Taylor observaron por primera vez el fenómeno de la inestabilidad de un rotor como una vibración auto excitada causada por las fuerzas de la película de fluido en los cojinetes [19]. Este fenómeno, conocido como torbellino de aceite y látigo de aceite, fue posteriormente estudiado por Lund [20].

En 1929, Dunkerley introdujo una fórmula semi-empírica para estimar el valor límite inferior de la velocidad crítica y la frecuencia natural de vibración en sistemas rotodinámicos [21]. Este método se convirtió en una herramienta estándar en el análisis industrial de maquinaria rotativa.

2.2.3 SISTEMAS ROTODINÁMICOS ASIMÉTRICOS.

Uno de los primeros avances significativos en el estudio de rotores asimétricos fue presentado por Matsukura et al. [22], quienes exploraron el problema del equilibrado de rotores flexibles asimétricos e introdujeron el concepto de índice de convergencia, el cual permitió reducir eficazmente los residuos de desequilibrio mediante el análisis de un proceso iterativo de equilibrado. Este trabajo marcó el inicio del desarrollo de técnicas especializadas para rotores asimétricos, estableciendo las bases para investigaciones posteriores sobre estabilidad y respuesta dinámica. El método de equilibrado modal propuesto por Bishop y Parkinson [23] ya había sido desarrollado para rotores flexibles, lo que representó una mejora significativa en las capacidades de equilibrado de los turbogeneradores en su aplicación práctica. Sin embargo, por diversos factores, incluida la asimetría, estos métodos aún presentaban desequilibrios residuales, tanto convergentes como divergentes.

En 1985, Parszewski et al. abordaron el problema de la inestabilidad paramétrica en sistemas rotor-soporte con matrices de rigidez y amortiguación asimétricas [24]. En esta investigación, los autores desarrollaron una metodología basada en el método del elemento finito empleando elementos rígidos para calcular la matriz de receptancias del rotor, expresada en un sistema rotativo de coordenadas. Asimismo, obtuvieron una ecuación que define las regiones de inestabilidad mediante la composición de la respuesta armónica del eje giratorio y la respuesta armónica de la estructura de soporte.

A principios de los años 90, Jei y Lee llevaron a cabo un análisis detallado de las características modales asociadas a la rotación de un rotor asimétrico [25]. Este enfoque permitió identificar las directividades de los modos hacia adelante y hacia atrás, además de explicar los cambios bruscos pero continuos en las formas modales cuando se producen desviaciones en la curva del problema de valores propios. Asimismo, analizaron las variaciones en la amplitud y dirección del torbellino en las respuestas forzadas a una velocidad de rotación determinada, en función de los cambios en la dirección de excitación de los modos de avance y retroceso.

Otro avance significativo en la modelización de rotores asimétricos fue propuesto por Nelson y McVaugh, quienes desarrollaron un modelo de elementos finitos para un sistema rotor-cojinete con rodamientos asimétricos y un eje simétrico [26]. Posteriormente, Kang et al. [27] aplicaron el método del elemento finito a rotores completamente asimétricos, analizando la respuesta desequilibrada mediante el método del equilibrio armónico, aunque sin incluir los elementos de las matrices asociadas a la asimetría del eje, al igual que en el estudio de McVaugh. Dos años después, Oncescu et al. [28] ampliaron los métodos previos para considerar la asimetría del eje y, además, analizaron la estabilidad del movimiento y la respuesta inestable.

En la década de 2000, Lee et al. desarrollaron una teoría avanzada de pruebas modales para sistemas de rotores asimétricos, basada en sus ecuaciones de movimiento formuladas en un sistema de coordenadas estacionarias [29]. Esta teoría permite la aplicación de una técnica de excitación unidireccional para estimar de manera eficiente las funciones de respuesta de frecuencia direccional, lo que reduce significativamente el esfuerzo requerido en las pruebas y mejora la aplicabilidad del método. Años más tarde, Lee et al. [30] introdujeron un análisis modal complejo basado en coordenadas estacionarias moduladas, lo que permitió obtener una solución modal completa para sistemas de rotores asimétricos con estatores isotrópicos.

El problema de la incertidumbre en las propiedades dinámicas de los rotores asimétricos fue abordado por Sinou y Jacquelin [31], quienes desarrollaron un método estocástico de balance armónico para analizar la respuesta en estado estacionario de un sistema rotor con rigidez incierta y acoplamiento asimétrico, incluyendo términos dependientes del tiempo. Este enfoque permitió calcular con precisión la respuesta estocástica de grandes sistemas mecánicos y resaltar la importancia de considerar órdenes elevados de PC para obtener soluciones precisas. Esta investigación proporcionó un marco teórico sólido para el análisis de sistemas de rotor en condiciones de operación inciertas.

En 2010, el comportamiento dinámico de rotores con vibraciones torsionales y laterales acopladas fue estudiado por Hsieh et al. mediante un método de matriz de transferencia modificado [32]. Este enfoque permitió identificar la división del modo lateral síncrono en sistemas rotodinámicos asimétricos, diferenciándose así de los sistemas rotodinámicos simétricos.

En 2023, el problema de la estabilidad en rotores asimétricos fue abordado desde la perspectiva del control activo por Fan et al. [33]. Mediante el modelo matemático de un sistema rotor expresado en coordenadas de rotación, se presentó un regulador óptimo capaz de estabilizar un sistema rotor-rodamiento inherentemente inestable. Este trabajo tuvo un impacto significativo en el desarrollo de tecnologías para el control y la operación segura de máquinas rotativas en condiciones de asimetría.

2.3 MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO (MEF)

2.3.1 MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO PARA SISTEMAS ESTACIONARIOS

El método del elemento finito fue introducido por primera vez en 1941 por el ingeniero ruso-canadiense Alexander Hrennikoff, considerado por muchos como el fundador de esta técnica. Ese mismo año, el matemático e ingeniero germano-estadounidense Richard Courant también realizó contribuciones fundamentales a esta técnica [34] [35].

El desarrollo del método del elemento finito se consolidó entre mediados y finales de la década de 1950, cuando comenzó a aplicarse en el análisis estructural de fuselajes. Años después Weaver y Gere realizaron importantes contribuciones en este campo [36], proporcionando las primeras formulaciones prácticas para problemas estructurales complejos. El método ganó un impulso adicional gracias a los trabajos de Argyris en la Universidad de Stuttgart y de Clough en la Universidad de Berkeley.

Posteriormente, Strang y Fix proporcionaron al método del elemento finito un fundamento matemático sólido [37], consolidándolo como una herramienta aplicada al modelado numérico de sistemas físicos en diversas disciplinas de la ingeniería. Sin embargo, su adopción definitiva se produjo con la disponibilidad de programas informáticos comerciales y computadoras en la industria, lo que facilitó su implementación y llevó a la progresiva sustitución de las prácticas tradicionales de análisis estructural.

2.3.2 MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO PARA LA DINÁMICA DE ROTORES

El método del elemento finito aplicado a sistemas rotodinámicos fue desarrollado en 1972 por primera vez por Ruhl y Booker [38]. Este trabajo constituyó la primera formulación matemática basada en el método del elemento finito para el análisis de sistemas de rotores.

Posteriormente, Nelson y McVaugh ampliaron este modelo para incluir los efectos giroscópicos [39], lo que permitía una mejor comprensión del comportamiento dinámico de los rotores sometidos a altas velocidades angulares y fuerzas centrífugas. Más adelante, Zorzi y Nelson [40] incorporaron los efectos del par axial en la formulación del método de elementos finitos para sistemas rotativos, mientras que Nelson [41] introdujo la aplicación de la teoría de vigas de Timoshenko para el análisis de rotores flexibles.

En la década de 1980, Lund incorporó el acoplamiento entre los movimientos lateral y torsional en el análisis de sistemas de engranajes [42]. Por su parte, Iida et al. investigaron un sistema de engranajes simples, considerando la interacción entre las vibraciones de torsión y flexión [43]. Posteriormente, David y Park [44] propusieron un modelo basado en una serie de Fourier para describir la rigidez de la malla de engranajes y examinaron la respuesta no lineal del disco ante el desequilibrio.

En 1988, Schwibinger et al. llevaron a cabo estudios sobre tres modelos distintos de ejes: ejes sin rotación, ejes rotativos soportados por rodamientos de bolas y ejes montados sobre muñones [45]. Más adelante, Schwibinger y Nordmann [46] ampliaron esta investigación para incluir el análisis de la estabilidad de los sistemas rotativos bajo diversas condiciones de carga y rigidez. En la misma línea, Kahraman et al. [47] desarrollaron un modelo basado en el método del elemento finito para un sistema de rotor con engranajes montado sobre cojinetes flexibles.

La integración de modelos sólidos y de cáscara en el análisis de estructuras estacionarias se consolidó cuando las carcasas y los cimientos comenzaron a considerarse elementos fundamentales en el estudio de las máquinas rotativas. En 1993, Stephenson y Rouch [48] emplearon elementos finitos sólidos axisimétricos con reducción matricial para llevar a cabo un análisis estructural de rotores. Durante el mismo período, Yu et al. [49] desarrollaron un modelo de ejes en órbita utilizando elementos finitos tridimensionales, aunque sin considerar los efectos de rotación, rigidización y ablandamiento.

En 2002, el primer estudio detallado sobre la dinámica de rotores sólidos fue presentado por Rao [50]. En años más recientes, Surial y Kaushal [51] propusieron un modelo de rotor para un motor de turbina de gas industrial, cuya validez fue confirmada mediante pruebas realizadas en Rolls Royce

Canadá, representando un avance significativo en la aplicación industrial del método del elemento finito para el análisis de la dinámica de rotores.

En 2020, Mendoza-Larios et al. [52] desarrollaron una plataforma computacional para el análisis y simulación de sistemas rotor-cojinete con múltiples grados de libertad. Dicha plataforma fue programada utilizando el software comercial MATLAB y está respaldada por una formulación matemática basada en el método del elemento finito para el modelado de sistemas rotodinámicos. La validación de la plataforma se realizó mediante la comparación de los resultados obtenidos con aquellos reportados en la literatura, así como con datos experimentales. Posteriormente, López [53] presentó una metodología para el modelado y análisis de sistemas rotodinámicos simétricos mediante el método del elemento finito, utilizando el software ANSYS Workbench.

CAPÍTULO 3

3. MARCO TEÓRICO

3.1 INTRODUCCIÓN

La rotodinámica es el campo de estudio que analiza el comportamiento de componentes giratorios sometidos a fuerzas dinámicas. A lo largo de más de 160 años de evolución, esta disciplina ha adquirido relevancia fundamental en diversas aplicaciones. Los sistemas rotodinámicos están conformados por rotores, elementos giratorios sostenidos mediante cojinetes, y estatores, que representan las partes fijas de la máquina. Durante su funcionamiento, los rotores concentran una elevada energía rotacional, mientras que la energía vibratoria es comparativamente menor [54].

El propósito de la rotodinámica radica en mejorar el desempeño de las máquinas a través de la minimización de vibraciones, la mitigación de fallas derivadas de la operación en velocidades críticas, el incremento de la eficiencia y extensión de la vida útil de los componentes. Para alcanzar estos objetivos, se estudian aspectos importantes como la determinación de velocidades críticas, la evaluación de funciones de respuesta en frecuencia, el análisis de cargas dinámicas y propiedades estructurales, tales como la rigidez y el amortiguamiento. Asimismo, se examinan factores determinantes en el comportamiento de los sistemas rotodinámicos, entre ellos, el desequilibrio y los efectos giroscópicos [55].

3.2 SISTEMAS ROTODINÁMICOS

3.2.1 DEFINICIÓN DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS

La rotodinámica es una especialización dentro de la dinámica de sistemas que se encarga del análisis de dispositivos mecánicos en los cuales al menos uno de sus componentes, comúnmente denominado rotor, experimenta un movimiento de rotación con un momento angular considerable [56]. De acuerdo con la definición establecida por la ISO, un rotor es un elemento estructural que se encuentra suspendido a través de un sistema de articulaciones o cojinetes cilíndricos, permitiéndole girar libremente en torno a un eje fijo en el espacio.

3.2.2 ELEMENTOS DE LOS SISTEMAS ROTODINÁMICOS

Los elementos básicos de un rotor son el disco, el eje, los cojinetes y los sellos [57].

- **Disco:** Es una masa montada sobre el eje, generalmente considerada como un elemento rígido. Su principal contribución al análisis dinámico radica en su energía cinética, la cual influye en la respuesta vibratoria del sistema.
- **Eje:** Es el componente encargado de soportar y transmitir el torque y la potencia de rotación. Se modela como una viga de sección transversal circular y se caracteriza por su deformación bajo carga y su influencia en las energías cinética y potencial del sistema.
- **Cojinetes:** Son elementos de soporte que permiten el giro del eje y reducen la fricción mediante lubricación o rodadura, proporcionando rigidez y amortiguación al sistema.
- **Sellos:** Se utilizan en máquinas rotativas para evitar fugas de fluido, mejorar la eficiencia del sistema y, en algunos casos, afectar la estabilidad dinámica del rotor debido a las fuerzas fluidodinámicas que generan.

3.3 MODELOS DE ROTORES

3.3.1 ROTOR JEFFCOTT

El modelo de rotor Jeffcott constituye una representación simplificada y ampliamente reconocida en el estudio de la dinámica de rotores, utilizada para examinar el comportamiento de sistemas rotativos. Este modelo fue analizado en detalle por H.H. Jeffcott en 1919 y se emplea como herramienta fundamental para evaluar la respuesta dinámica de un rotor sometido a condiciones de desequilibrio y otros fenómenos dinámicos asociados.

La Fig. 2 muestra el rotor Jeffcott, el cual consiste principalmente de un eje elástico con rigidez $k = 48EJ/l^3$ (EJ es el producto de rigidez elástica, l es la longitud del eje) y un disco rígido. El disco rígido tiene masa m y momento polar de inercia $I_p = mi_p^2$ (i_p es el radio polar de inercia). Este disco está localizado en el centro del eje y debido a algunas imperfecciones el centro geométrico del disco C no coincide con el centro de gravedad S . La distancia entre los dos puntos es la excentricidad de masa e . El eje está girando a una velocidad angular y los soportes son considerados rígidos como primera aproximación. El amortiguamiento es ignorado en el modelo preliminar [58].

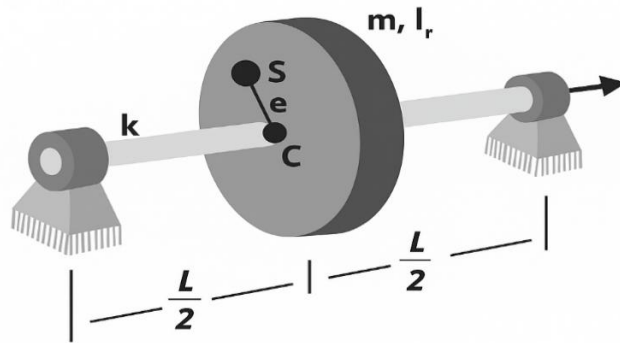


Figura 2. Rotor Jeffcott [58]

3.3.2 ROTOR DE MÚLTIPLES DISCOS

El rotor de múltiples discos, similar al rotor Jeffcott, es un modelo empleado en la dinámica de rotores que extiende el concepto del rotor Jeffcott al incluir varios discos distribuidos a lo largo de un eje flexible. Mientras que el rotor Jeffcott representa el caso más simple con un solo disco montado sobre un eje de masa despreciable, un rotor de múltiples discos introduce complejidades adicionales, como modos de vibración más complejos.

Este tipo de modelo es particularmente útil para analizar sistemas rotativos más realistas, como los presentes en turbinas, generadores y compresores, donde los discos representan componentes como álabes, impulsores o engranajes. A través del análisis de estos sistemas, es posible evaluar las frecuencias naturales, velocidades críticas, modos de vibración y la respuesta ante desequilibrios y fuerzas dinámicas externas.

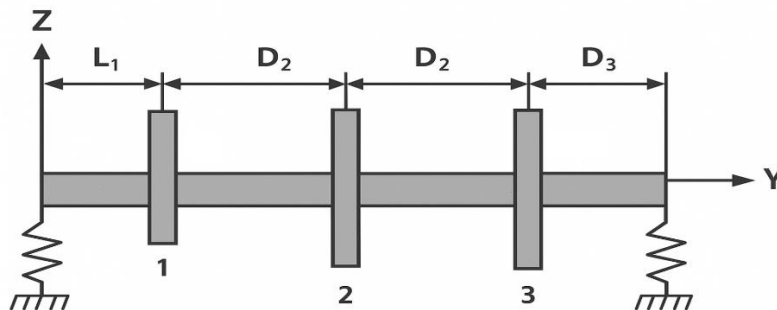


Figura 3. Modelo de rotor de múltiples discos.

3.4 CONCEPTOS Y FACTORES IMPORTANTES EN LA DINÁMICA DE ROTORES

3.4.1 VELOCIDAD CRÍTICA

La velocidad crítica es aquella a la que la frecuencia de excitación de un sistema rotativo coincide con una de sus frecuencias naturales, generando un fenómeno de resonancia. En esta condición, las vibraciones del rotor pueden incrementarse significativamente debido a la amplificación de la respuesta del sistema, lo que podría causar daños estructurales o incluso fallos catastróficos si la resonancia es intensa y no está debidamente amortiguada.

En un diagrama de Campbell, las velocidades críticas se identifican en los puntos donde las curvas de las frecuencias naturales del sistema se cruzan con las líneas que representan las frecuencias de forzamiento asociadas a la velocidad de rotación. Estas intersecciones indican que la frecuencia de una excitación externa coincide con una de las frecuencias naturales del sistema.

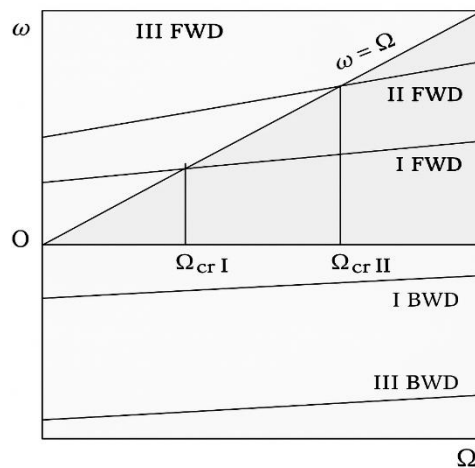


Figura 4. Intersecciones en el diagrama de Campbell para localizar las velocidades críticas. [51]

En los sistemas rotodinámicos, pueden presentarse dos tipos de velocidades críticas:

- **Velocidad crítica de flexión:** Se producen cuando las fuerzas centrífugas generadas por la flexión del rotor se equilibran con las fuerzas elásticas de recuperación. Son las más frecuentes y peligrosas, ya que pueden provocar vibraciones intensas y fallos estructurales. En el diagrama de Campbell, se identifican en los puntos donde las curvas de frecuencias naturales se cruzan con la línea que representa la velocidad de rotación.

- **Velocidad crítica de torsión:** Las velocidades críticas de torsión se presentan cuando la frecuencia de una excitación torsional coincide con una de las frecuencias naturales de torsión del sistema. Sin embargo, si los movimientos de torsión y flexión están desacoplados, la resonancia resultante puede no ser significativa.

3.4.2 VIBRACIONES

Los rotores cumplen la función principal de transmitir potencia y ofrecen ventajas significativas en términos de eficiencia, menor desgaste y facilidad de ajuste. Sin embargo, como en todas las máquinas rotativas, no toda la energía rotacional acumulada puede aprovecharse completamente para el propósito del diseño, ya que una parte se disipa y se transforma en otras formas, lo que puede generar efectos no deseados.

Además de la pérdida de energía en forma de calor, existen otras fugas energéticas en los rotores que pueden convertir la energía rotacional en vibraciones mecánicas.

Las vibraciones en los sistemas rotodinámicos o máquinas rotativas son oscilaciones o movimientos repetitivos que ocurren en el rotor y en sus componentes asociados durante el funcionamiento. Estas vibraciones representan una transformación de la energía del rotor, ya que parte de la energía de rotación se convierte en energía vibratoria, lo que puede afectar el rendimiento y la vida útil de la máquina [59].

Las vibraciones pueden originarse por diversas razones, entre ellas:

- Desequilibrio del rotor o desbalance del rotor.
- Excitaciones periódicas.
- Fricción en los elementos del sistema.

Existen tres modos principales de vibración del rotor: lateral, torsional y axial, los cuales pueden estar presentes durante su funcionamiento. Entre estos, el modo lateral es el más crítico, ya que suele generar los mayores problemas en la operación de la máquina.

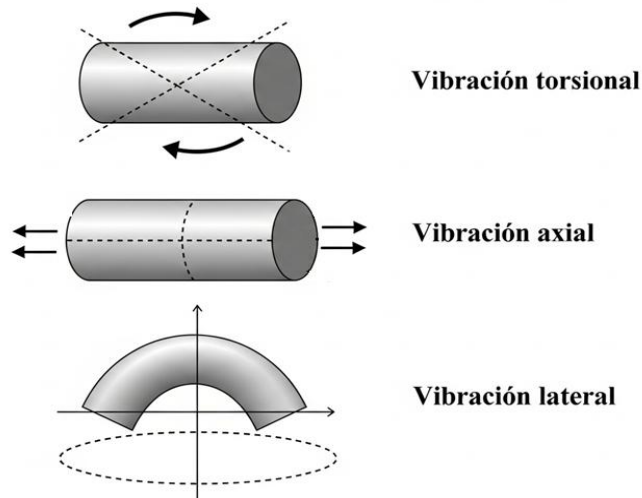


Figura 5. Modos de vibración del rotor como efectos secundarios.

Las vibraciones en los sistemas rotodinámicos pueden clasificarse en tres categorías principales:

- **Vibraciones forzadas o excitadas:** Estas vibraciones son causadas por una fuerza periódica externa, como el desequilibrio del rotor o las excitaciones generadas por el paso de las palas. Ocurren porque las fuerzas de inercia relacionadas con el desbalance del rotor giran junto con él y actúan como una fuerza centrífuga excitante externa. La frecuencia de las vibraciones forzadas está sincronizada con la velocidad de rotación del rotor o con la frecuencia de otra fuente externa. Es crucial controlar la amplitud de estas vibraciones para evitar daños en la máquina.
- **Vibraciones libres o transitorias:** Este tipo de vibraciones ocurre cuando el sistema recibe un impacto de corta duración, provocando cambios instantáneos en la aceleración, velocidad o posición. Tras el impacto, el sistema responde con oscilaciones a sus frecuencias naturales, determinadas por sus características estructurales. Estas vibraciones tienden a disiparse con el tiempo, ya que la energía vibratoria es absorbida por el sistema a través de mecanismos de amortiguación.
- **Vibraciones autoexcitadas:** Las vibraciones autoexcitadas son sostenidas por una fuente constante de energía, que puede provenir del propio sistema o de una influencia externa. Su frecuencia suele estar cercana a una de las frecuencias naturales del sistema y son mantenidas por mecanismos de retroalimentación interna.

3.4.3 EFECTO GIROSCÓPICO

Los sistemas rotodinámicos están sujetos a diversas fuerzas que afectan su comportamiento, entre ellas las fuerzas giroscópicas. Aunque en algunos análisis dinámicos suelen considerarse insignificantes frente a otras influencias, en sistemas con alta velocidad de rotación pueden ser determinantes para la estabilidad y la respuesta dinámica del rotor.

Las fuerzas giroscópicas se originan cuando el eje de giro de un rotor cambia de orientación, lo que genera un momento giroscópico. Este momento induce una rotación adicional del rotor en un eje perpendicular tanto a su eje de rotación como al del momento aplicado. Como consecuencia, se generan fuerzas extra en los soportes del rotor, lo que influye en su comportamiento dinámico [60].

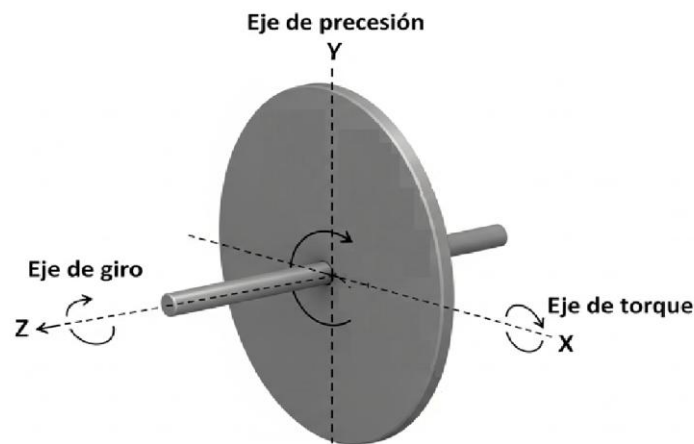


Figura 6. Momento giroscópico.

Los momentos giroscópicos afectan significativamente la dinámica del rotor. En primer lugar, modifican las ecuaciones de movimiento al introducir asimetría en las matrices que describen el comportamiento del sistema rotatorio. Además, influyen en la rigidez del rotor, aumentando en el caso de cabeceo positivo (Forward whirl) y disminuyendo en cabeceo negativo (Backward whirl). Como resultado de estos cambios en la rigidez, las velocidades críticas del rotor también se ven alteradas, lo que puede afectar su estabilidad y rendimiento si no se tiene en cuenta en el diseño y análisis del sistema.

La presencia de momentos giroscópicos tiene varias consecuencias en la dinámica del rotor:

- Asimetría en las ecuaciones de movimiento.

- Cambio en la rigidez del rotor.
 - En cabeceo positivo (Forward whirl), la rigidez del rotor aumenta.
 - En cabeceo negativo (Backward whirl), la rigidez disminuye.
- Variación de las velocidades críticas.

3.4.4 RIGIDEZ EN SISTEMAS ROTODINÁMICOS

La rigidez en un sistema rotodinámico se refiere a la resistencia del sistema a las deformaciones o desplazamientos bajo la acción de fuerzas externas, tales como las cargas dinámicas generadas durante la operación. En estos sistemas, la rigidez depende de varios factores, como el material, la geometría y las características de soporte.

La rigidez en sistemas rotodinámicos es importante para determinar su comportamiento dinámico, incluyendo su frecuencia natural, la forma de las vibraciones y la amplitud de las respuestas vibracionales. Un rotor rígido tiende a tener frecuencias naturales más altas, lo que puede alejar el riesgo de resonancia, mientras que un rotor más flexible tendrá frecuencias naturales más bajas, aumentando las probabilidades de que estas frecuencias coincidan con las de excitación.

En un sistema rotodinámico, la rigidez constituye una propiedad fundamental que influye de manera significativa en su comportamiento dinámico. Esta se encuentra presente en los principales componentes del sistema.

1. **Suspensiones y soportes:** En los componentes como los rodamientos, resortes y amortiguadores, la rigidez es un factor de gran relevancia. Estos elementos actúan como mecanismos para controlar las deformaciones inducidas por fuerzas externas. La rigidez en dichos componentes está directamente relacionada con su capacidad para resistir desplazamientos o deformaciones bajo cargas aplicadas, lo cual tiene un impacto directo sobre la dinámica del sistema en su conjunto.
2. **Ejes y componentes rotatorios:** En los sistemas que involucran elementos rotatorios, como los ejes y otros componentes móviles, la rigidez torsional se presenta como una propiedad trascendente. Esta describe la resistencia de un eje a las deformaciones angulares cuando se encuentra sometido a un momento torsional, lo que afecta significativamente su comportamiento dinámico durante la rotación.

3. **Estructuras de soporte:** Las estructuras encargadas de sostener los componentes principales de un sistema rotodinámico, tales como las bases de motores, turbinas y compresores, también poseen un nivel de rigidez. La rigidez estructural de estas bases es determinante, ya que cualquier deformación en ellas puede alterar el comportamiento vibratorio del sistema, comprometiendo su rendimiento y estabilidad.

3.4.5 AMORTIGUAMIENTO EN SISTEMAS ROTODINÁMICOS

El amortiguamiento en los sistemas rotodinámicos es un factor de gran relevancia, ya que influye positivamente en la estabilidad del sistema al disipar la energía vibratoria generada por diversos fenómenos, como el desbalance y las fuerzas giroscópicas. Un adecuado amortiguamiento en un sistema rotor-cojinete contribuye a reducir la amplitud de las vibraciones, previniendo así la aparición de resonancias y posibles fallos estructurales.

El amortiguamiento en sistemas rotodinámicos está presente en diversos elementos del sistema, entre los cuales destacan:

- **Amortiguamiento en la estructura:** Se origina por la disipación de energía en los elementos de soporte del sistema. En términos generales, su magnitud es relativamente baja en comparación con otras fuentes de amortiguamiento, aunque puede influir considerablemente en la respuesta dinámica del conjunto.
- **Amortiguamiento en los cojinetes:** En sistemas rotodinámicos, los cojinetes constituyen el principal mecanismo para la implementación de amortiguamiento, ya que actúan como el medio de transmisión de las fuerzas de reacción entre el rotor y la carcasa de la máquina. Los tipos de cojinetes más utilizados con este propósito incluyen los hidrodinámicos, hidrostáticos y magnéticos, cada uno con características específicas que influyen en la disipación de energía y en la estabilidad del sistema.

El amortiguamiento en sistemas rotodinámicos ofrece múltiples beneficios, entre los que se destacan:

- **Optimización de la estabilidad del sistema:** Contribuye a mejorar la respuesta dinámica del rotor evitando inestabilidades.
- **Reducción de la amplitud de vibraciones:** Disminuye la vibración del sistema, mejorando la confiabilidad operativa y reduciendo el riesgo de fallos.

- **Prevención de daños estructurales por resonancia:** Limita la amplificación de las vibraciones en condiciones de resonancia.
- **Aumento de la vida útil de los componentes:** Al disipar la energía vibratoria, se minimiza el desgaste de los elementos mecánicos, prolongando su tiempo de funcionamiento eficiente.

3.5 PROBLEMAS COMUNES EN SISTEMAS ROTODINÁMICOS

El desbalanceo y el desalineamiento constituyen las principales fuentes de vibraciones en las máquinas rotativas. Estos fenómenos afectan negativamente el desempeño del equipo, generando esfuerzos adicionales en los rodamientos, acoplamientos y demás componentes mecánicos, lo que acelera su desgaste y reduce su vida útil [61].

3.5.1 DESBALANCE

El desbalance es la causa más frecuente de vibración y suele definirse como una distribución desigual de masa en un rotor en relación con su centro de rotación. En otras palabras, ocurre cuando el centro de masa del rotor no coincide con su eje de rotación [62].

Según la Organización Internacional de Normalización, el desbalance se presenta cuando un rotor genera una fuerza o movimiento vibratorio en sus rodamientos debido a las fuerzas centrífugas.

La magnitud de la fuerza producida por el desbalance depende tanto de la velocidad de rotación como de la cantidad de desbalance presente. En la figura 7, se ilustra un sistema rotodinámico con desbalance, representado por un punto de mayor peso (W) situado a una distancia radial (R) con respecto a la línea central.

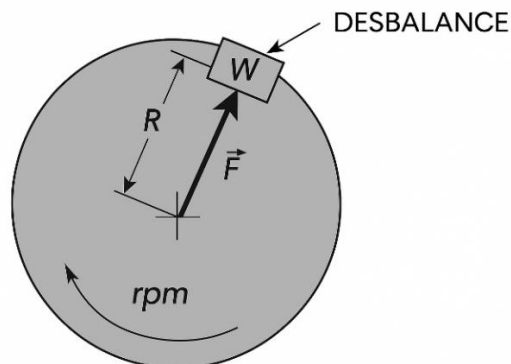


Figura 7. Desbalance en un sistema rotodinámico [62].

La norma ISO 1925 clasifica el desbalance según la distribución de masas en:

a) Desbalance estático: En este caso, el eje principal de inercia es paralelo al eje de rotación. La vibración causada por el desbalanceo estático se caracteriza por una fuerte componente $1 \times \text{RPM}$ en dirección radial en los cojinetes terminales, cuyo crecimiento es proporcional al cuadrado de la velocidad y se mantiene en fase en ambos cojinetes.

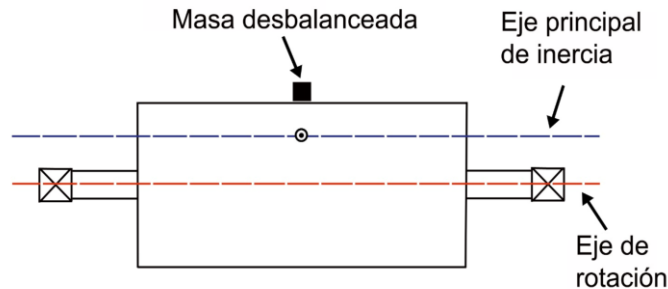


Figura 8. Desbalance estático [57].

b) Desbalance de par: Este tipo de desbalance ocurre cuando la línea de los centros de masa es oblicua al eje de simetría axial, interceptándolo en su punto central y permaneciendo en un plano de simetría axial del rotor. Los desbalances son simétricos y opuestos 180° , con momentos iguales y contrarios respecto al centro de gravedad. Este fenómeno es casi teórico y suele presentarse en rotores diseñados para vibrar, ya que sus puntos pesados están ubicados en direcciones opuestas en planos extremos del rotor. No es fácil de detectar con un giro manual, pues, a diferencia del desbalance estático, no muestra puntos pesados evidentes, lo que puede generar la falsa impresión de que el rotor está equilibrado.

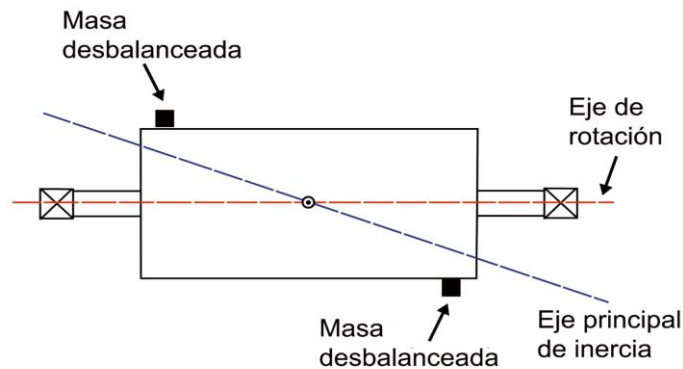


Figura 9. Desbalance par [57].

La vibración resultante se caracteriza por una fuerte componente en sentido radial y axial en los cojinetes extremos. Estas componentes aumentan con el cuadrado de la velocidad de rotación y con la magnitud del desbalance.

c) Desbalance Cuasi-estático: En esta situación, el eje principal de inercia del rotor cruza el eje de rotación en un punto diferente al centro de gravedad del rotor. Esta condición indica que la distribución de masa del rotor no es completamente simétrica con respecto a su eje de giro, lo que puede generar efectos dinámicos no deseados, como vibraciones o inestabilidad durante el funcionamiento.

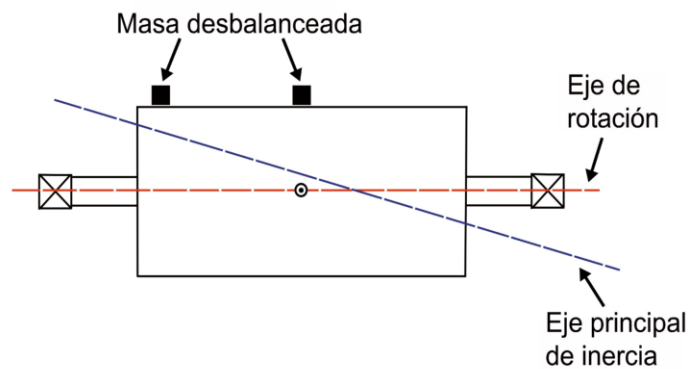


Figura 10. Desbalance cuasi-estático [57].

d) Desbalance dinámico: El desbalance dinámico es la forma más frecuente de desbalance y ocurre cuando el eje central principal y el árbol no están alineados ni se interceptan, generando una distribución desigual de masa en el sistema.

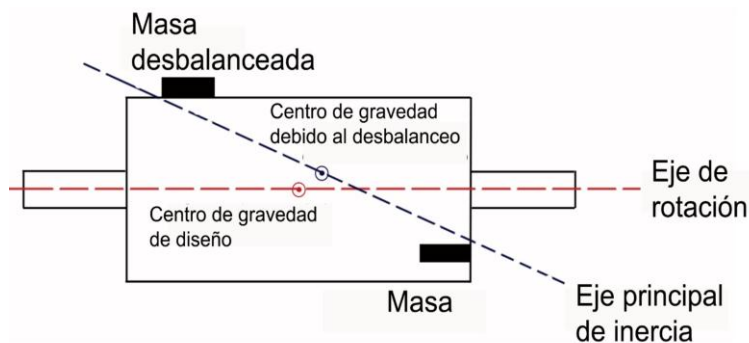


Figura 11. Desbalance dinámico [57].

La vibración generada por este desbalance no es tan distintiva como en los casos previamente mostrados. Presenta componentes radiales y axiales significativos, junto con armónicos adicionales. La vibración general se incrementa notablemente con la velocidad, y los componentes muestran un desfase constante.

3.5.2 DESALINEAMIENTO

El desalineamiento entre ejes es una de las principales causas de vibración en las máquinas rotativas, solo superado por el desbalance. Este problema surge debido a la dificultad de mantener la colinealidad entre los ejes durante la operación. Su origen puede estar asociado a diversos factores, como la excesiva confianza en el uso de acoplamientos, así como a deformaciones estructurales que generan desplazamientos en los sistemas de transmisión y recepción de potencia.

El desalineamiento se define como la desviación de un eje físico respecto a la posición de un eje colineal de rotación, medida en los puntos de transmisión de potencia cuando la máquina opera en condiciones normales [63].

Este fenómeno puede clasificarse en función de la angularidad y el paralelismo, tanto en el plano vertical como en el horizontal. Estos pueden presentarse de forma independiente o combinada, afectando el desempeño y la estabilidad de la maquinaria.

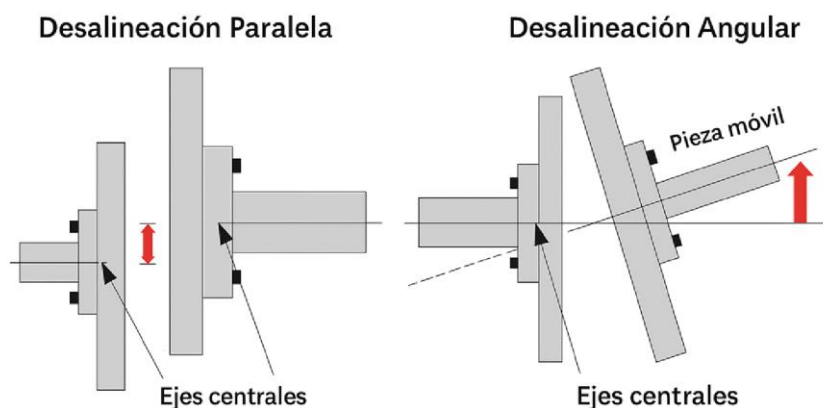


Figura 12. Desalineamiento en máquinas rotativas.

3.6 SISTEMAS ROTODINÁMICOS ASIMÉTRICOS

3.6.1 CAUSAS DE LAS ASIMETRÍAS EN LOS SISTEMAS ROTODINÁMICOS

Las asimetrías en los sistemas rotodinámicos pueden originarse por diversas razones, tanto intencionadas como involuntarias. En algunos casos, el diseño de la maquinaria implica una distribución no uniforme de la masa o rigidez, como ocurre en los generadores bipolares o en los rotores diseñados para aplicaciones específicas. Por otro lado, factores como el desgaste de componentes, la desalineación de ejes y la presencia de grietas estructurales pueden inducir asimetrías no deseadas en el sistema.

3.6.2 EFECTOS DE LA ASIMETRÍA EN EL ANÁLISIS Y COMPORTAMIENTO DINÁMICO

La asimetría en los sistemas rotodinámicos tiene un impacto significativo en su comportamiento vibratorio y en la estabilidad del sistema. Entre los efectos más relevantes se incluyen:

- **Alteración de las frecuencias naturales y modos de vibración:** La presencia de asimetría puede modificar las formas modales y generar inestabilidades paramétricas.
- **Variaciones en la estabilidad del sistema:** La estabilidad de los rotores asimétricos se ve comprometida debido a la alteración de las condiciones dinámicas del sistema. Se han observado regiones de inestabilidad crítica en las cercanías de velocidades críticas vecinas.

3.6.3 PROBLEMAS ASOCIADOS A LA ASIMETRÍA EN SISTEMAS ROTODINÁMICOS.

La presencia de asimetría en un sistema rotodinámico puede derivar en diversos problemas operativos y estructurales:

- **Mayor susceptibilidad a inestabilidades:** Las máquinas rotativas con asimetría pueden experimentar condiciones de resonancia más severas, lo que compromete su desempeño y durabilidad.
- **Dificultades en el equilibrado del rotor:** Las técnicas de balanceo convencionales no siempre resultan efectivas cuando se trata de sistemas con alta asimetría, lo que puede generar dificultades en la reducción de vibraciones y el mantenimiento de la estabilidad.

- **Incremento en el desgaste de componentes:** La presencia de cargas dinámicas irregulares debido a la asimetría puede acelerar el deterioro de rodamientos y cojinetes, reduciendo la vida útil del sistema.

3.7 ANÁLISIS DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS CON ANSYS.

En los últimos años, el software ANSYS se ha consolidado como una de las herramientas más utilizadas en el ámbito de la ingeniería debido a sus diversas ventajas, entre las que destacan su capacidad para modelar, simular y analizar sistemas mecánicos complejos en una amplia variedad de escenarios operativos. En el caso específico de los sistemas rotodinámicos, el programa permite evaluar con precisión el comportamiento dinámico de rotores, considerando fenómenos como vibraciones, inestabilidades y la interacción entre elementos del sistema.

Una de las principales fortalezas de ANSYS radica en su capacidad de implementar el método del elemento finito (MEF) en sistemas rotodinámicos, mediante el cual los sistemas rotodinámicos se descomponen en elementos discretos interconectados, lo que permite analizar detalladamente su respuesta ante diferentes condiciones de operación.

Además, el software en cuestión cuenta con herramientas especializadas para la optimización del diseño y el análisis dinámico de rotores. Estas capacidades no solo facilitan la predicción del comportamiento del sistema en distintas condiciones de carga y velocidad, sino que también ayudan a identificar configuraciones óptimas que minimicen vibraciones y mejoren la eficiencia operativa.

3.7.1 ANÁLISIS MODAL

El análisis modal es una de las herramientas fundamentales de ANSYS para el estudio de sistemas rotodinámicos, ya que permite caracterizar su comportamiento dinámico a través de parámetros como las frecuencias naturales, el amortiguamiento y los modos de vibración. Estos factores dependen de la masa y la rigidez del sistema, y su correcta identificación es clave para evaluar la respuesta del rotor ante diversas condiciones de operación y evitar fenómenos de resonancia que puedan comprometer su funcionamiento.

En sistemas rotodinámicos, el análisis modal descompone la respuesta vibratoria en modos individuales, proporcionando un modelo matemático preciso que facilita la identificación de zonas

críticas donde pueden presentar problemas de estabilidad, como desequilibrio y efectos giroscópicos. Su aplicación es de gran importancia en el diseño, diagnóstico y optimización del sistema, ya que permite mejorar modelos analíticos, evaluar vibraciones, prevenir cambios dinámicos no deseados y optimizar el funcionamiento del rotor.

3.7.2 DIAGRAMA DE CAMPBELL

El diagrama de Campbell es una representación gráfica utilizada en el análisis de vibraciones de máquinas rotativas. Su principal función es identificar las condiciones en las que pueden ocurrir resonancias entre las frecuencias naturales del sistema y las frecuencias de excitación generadas por la velocidad de giro del rotor.

Este diagrama está compuesto por dos ejes principales: el eje X, que representa la velocidad de giro del rotor, y el eje Y, que corresponde a la frecuencia de vibración. Además, incluye los siguientes elementos clave:

- **Curvas de frecuencias naturales:** muestran la variación de las frecuencias propias del sistema en función de la velocidad de rotación.
- **Líneas de excitación armónica:** representadas por líneas diagonales, indican los múltiplos de la velocidad de giro del rotor.

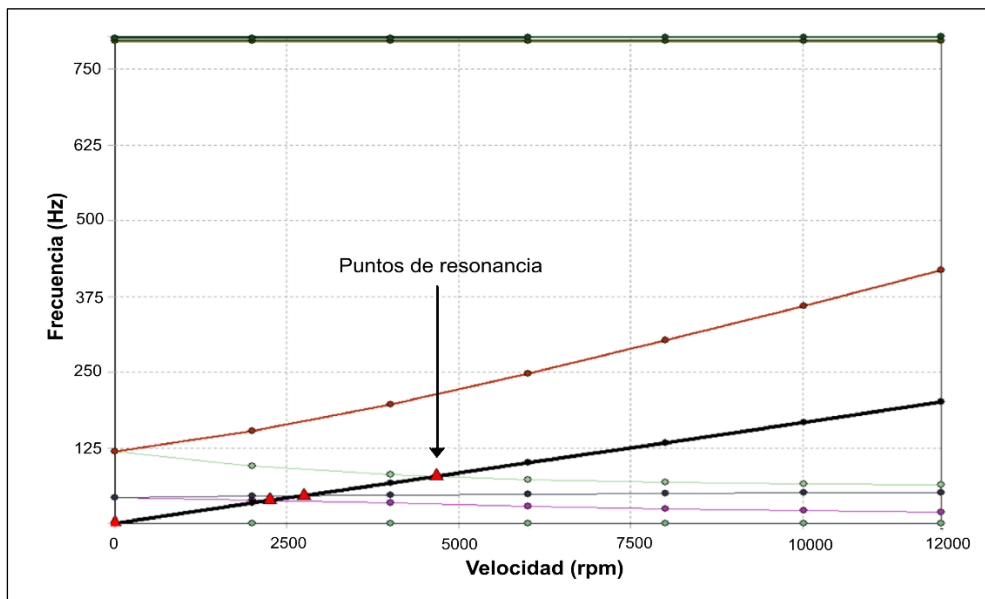


Figura 13. Diagrama de Campbell.

Cuando una curva de frecuencia natural interseca una línea de excitación armónica, se genera un punto de intersección, lo que señala una posible resonancia en esa velocidad de operación. La identificación de estos puntos es fundamental para el diseño y mantenimiento de máquinas rotativas, ya que permite prevenir fallos estructurales y optimizar la estabilidad del sistema.

3.7.3 DIAGRAMA DE BODE

El diagrama de Bode es una representación gráfica utilizada en el análisis de sistemas dinámicos para evaluar su respuesta en frecuencia. Consiste en dos gráficos:

- **Magnitud vs. Frecuencia:** Muestra cómo varía la amplitud de la respuesta del sistema ante una excitación armónica.
- **Fase vs. Frecuencia:** Indica el desfase entre la entrada y la salida en función de la frecuencia de excitación.

En el análisis de dinámica de rotores, el diagrama de Bode es una herramienta importante para evaluar la estabilidad y el comportamiento vibratorio del sistema bajo excitaciones periódicas. Su aplicación permite identificar resonancias, determinando las frecuencias en las que la amplitud de vibración se incrementa significativamente debido a la proximidad entre las frecuencias naturales del sistema y las excitaciones externas. Además, el diagrama de Bode facilita el análisis de estabilidad, ya que permite evaluar la respuesta del rotor ante diferentes frecuencias de excitación y determinar si el sistema mantiene un comportamiento estable frente a variaciones en la velocidad de giro.

3.7.4 MALLADO

El proceso de mallado representa una etapa fundamental en el análisis por el método del elemento finito (MEF) con el software ANSYS Workbench. Este proceso consiste en subdividir la geometría del modelo, que generalmente no puede resolverse de forma analítica debido a su complejidad, en un conjunto de elementos finitos más pequeños. Los nodos de cada uno de estos elementos interactúan con los nodos de los elementos vecinos para aproximar numéricamente las ecuaciones que gobiernan el comportamiento físico del sistema. De esta manera, el mallado permite transformar un problema continuo en uno discreto, facilitando su resolución mediante recursos computacionales y proporcionando una solución aproximada al análisis estructural, dinámico, térmico, entre otros.

El mallado en ANSYS cuenta con diversas características y componentes que influyen directamente en la calidad, precisión y confiabilidad de los resultados obtenidos. Entre ellos, se destacan los siguientes:

- a) **Nodos:** Son puntos ubicados en los vértices y, en algunos casos, en la mitad de las aristas de los elementos. Estos puntos permiten la conexión entre elementos y constituyen las ubicaciones desde las cuales se calculan las variables del análisis, como los desplazamientos, la temperatura, la presión, entre otras.
- b) **Elementos del mallado:** Se definen como las unidades básicas en las que se divide la geometría. Estas unidades pueden variar en forma y orden, dependiendo tanto de la complejidad geométrica como del tipo de análisis a realizar. En el caso de análisis de geometrías sólidas, volumétricas o tridimensionales (3D), ANSYS suele generar elementos tetraédricos y/o hexaédricos de segundo orden durante el proceso de mallado.

Un elemento tetraédrico de segundo orden se caracteriza por tener cuatro caras triangulares, seis aristas y cuatro vértices. A diferencia de los elementos tetraédricos de primer orden, que solo cuentan con nodos en sus vértices, estos incorporan un nodo adicional en la mitad de cada arista, sumando un total de diez nodos. Además, poseen cuatro puntos de integración, lo que implica que las tensiones y deformaciones se evalúan en cuatro ubicaciones internas del elemento.

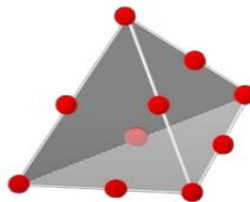


Figura 14. Elemento tetraédrico de segundo orden.

De manera similar, los elementos hexaédricos de segundo orden presentan seis caras cuadradas, doce aristas y ocho vértices. A diferencia de los elementos de primer orden, que solo incluyen un nodo en cada vértice, estos también incorporan un nodo en la mitad de cada

arista, alcanzando un total de veinte nodos. Además, cuentan con ocho puntos de integración, por lo que las tensiones y deformaciones se evalúan en ocho ubicaciones internas del elemento.

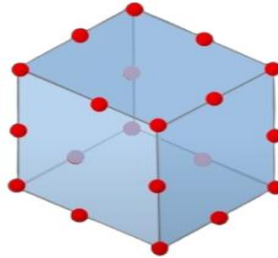


Figura 15. Elemento hexaédrico de segundo orden.

Adicionalmente, ANSYS puede emplear, dentro de una malla mixta, elementos tipo cuña y tipo pirámide. Su uso es aceptable siempre que su cantidad sea significativamente menor en comparación con los elementos tetraédricos y hexaédricos.

- c) **Métodos de mallado:** Se refieren a las técnicas o algoritmos utilizados para generar la malla en la geometría de un modelo o sistema. Estos métodos determinan cómo se subdivide la geometría en elementos finitos, influyendo en el tipo, el orden y el tamaño de los elementos generados.

Entre los principales métodos utilizados en ANSYS se encuentran:

Método por barrido (Sweep method): Este método de mallado se aplica en geometrías simétricas o con formas regulares, y consiste en utilizar una sección fuente junto con una trayectoria para generar elementos a lo largo del cuerpo.

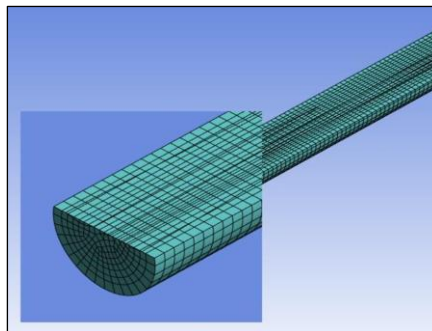


Figura 16. Método de barrido (Sweep method).

Método Hexa-dominant: Se basa en generar elementos hexaédricos en la mayor parte de la geometría. No obstante, en las zonas de mayor complejidad, donde no es posible generar elementos hexaédricos, se emplean elementos tetraédricos.

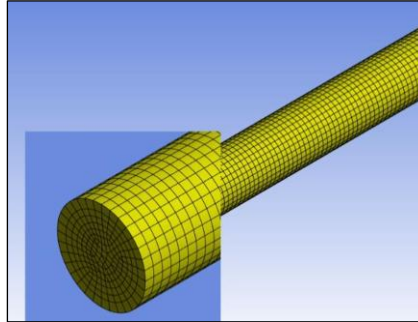


Figura 17. Método Hexa-dominant.

Método Multizone: Consiste en dividir la geometría en zonas y aplicar el método de mallado más adecuado en cada una de ellas, combinando distintos tipos de elementos según la región.

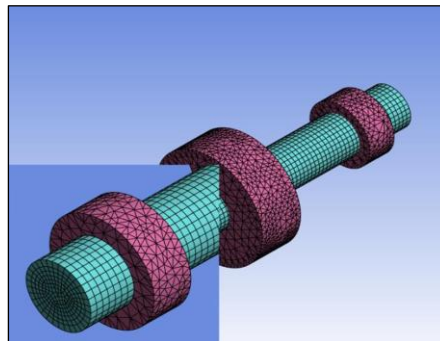


Figura 18. Método Multizone.

Método automático (Automatic): En este método, ANSYS genera la malla de forma automática en función de la geometría y de criterios predefinidos, combinando distintos tipos de elementos. Su principal ventaja es el bajo costo computacional, lo que lo hace adecuado para geometrías complejas.

Otro aspecto relevante del mallado es su influencia tanto en la precisión de los resultados obtenidos en los análisis como en el costo computacional asociado. Alcanzar una solución independiente de la malla es fundamental, ya que permite evitar que la precisión de los resultados dependa excesivamente de la densidad del mallado. Esto se traduce en mantener un equilibrio entre la

exactitud de los resultados y los recursos computacionales empleados, evitando así un incremento innecesario en el tiempo de procesamiento.

Una de las técnicas empleadas para favorecer la independencia de los resultados respecto a la densidad de la malla consiste en evaluar ciertos aspectos o indicadores relacionados con los nodos compartidos y las tensiones en los elementos del mallado. Entre estos indicadores se encuentran:

- 1) **Gradiente de tensión:** Se refiere a la variación de la tensión dentro de un cuerpo o estructura a lo largo de una región o dirección específica. Un indicador clave para lograr una solución independiente de la malla es que el gradiente de tensión entre elementos sea bajo. Esto puede evaluarse visualmente mediante la banda de colores, como se muestra en la Figura 19.

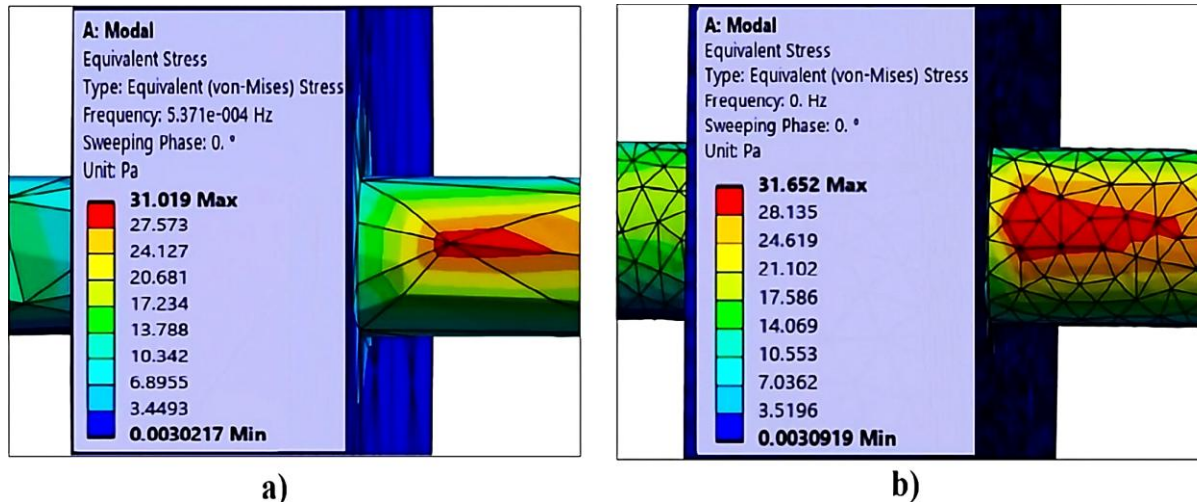


Figura 19. a) Gradiente de tensión alto, b) Gradiente de tensión bajo.

En la primera imagen, correspondiente al análisis inicial, se observan variaciones significativas de tensión dentro de un mismo elemento, representadas por hasta seis colores distintos, lo que indica una malla inadecuada. En cambio, en la segunda imagen, con un refinamiento de malla más detallado, las variaciones dentro de cada elemento son menores, lo que sugiere una mejor adecuación de la malla al problema analizado.

- 2) **Diferencia en las tensiones máximas de los modos promediado y no promediado:** Cuando se alcanza una solución independiente de la malla, los resultados no varían apreciablemente al reducir el tamaño de los elementos. En este caso, también debería

observarse poca o ninguna diferencia entre los valores máximos de tensión obtenidos mediante los modos promediado y no promediado, ya que una malla adecuada minimiza las diferencias nodales entre los elementos que comparten nodos.

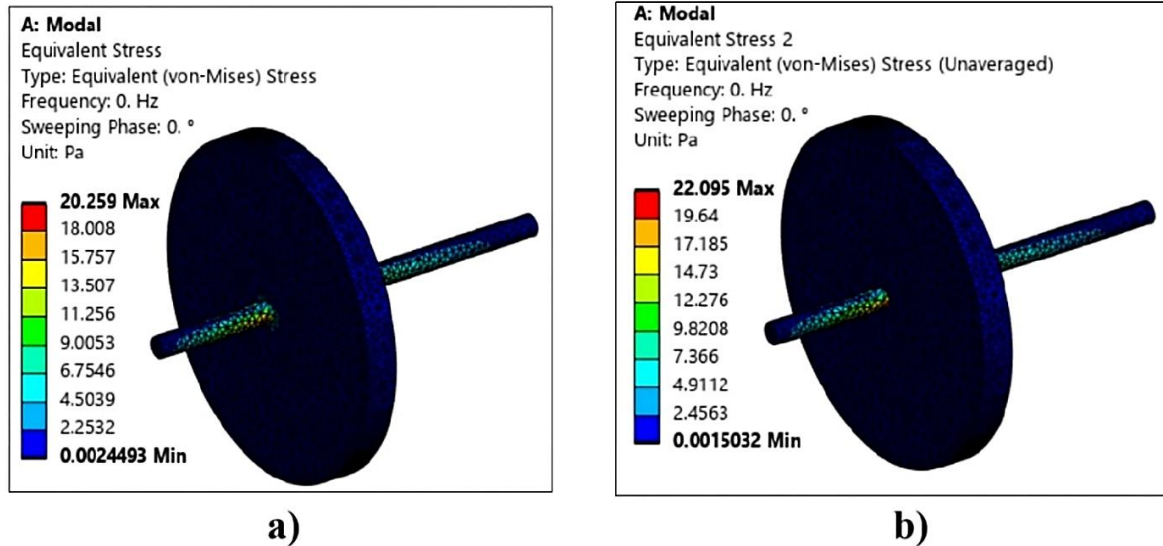


Figura 20. a) Tensión promediada. b) Tensión no promediada.

- 3) **Diferencia nodal:** Se refiere a la discontinuidad o variación entre los nodos que comparten una misma ubicación espacial; es decir, nodos pertenecientes a distintos elementos que ocupan el mismo punto geométrico y que se utilizan para calcular la tensión y la deformación en la geometría. Un mallado con una configuración apropiada reduce al mínimo estas diferencias nodales, evitando que alcancen magnitudes significativas.

CAPÍTULO 4

4. ANÁLISIS DE SISTEMAS ROTOR-COJINETE ASIMÉTRICO UTILIZANDO ANSYS WORKBENCH

En el presente capítulo se llevará a cabo el análisis dinámico de tres configuraciones distintas de sistemas rotodinámicos asimétricos basados en el modelo tipo Jeffcott:

1. **Sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con cojinetes asimétricos.**
2. **Sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con disco asimétrico.**
3. **Sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con eje asimétrico.**

Estas configuraciones serán modeladas y analizadas mediante el método del elemento finito, utilizando el software ANSYS Workbench, el cual ofrece herramientas especializadas para el estudio del comportamiento dinámico de sistemas rotatorios.

Inicialmente, se presentarán las especificaciones necesarias para el modelado de cada sistema, incluyendo propiedades del material, dimensiones geométricas, coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los cojinetes, así como propiedades de masa e inercia del disco requeridas para la simulación con elementos tipo viga. También se indicarán los datos para la implementación del desbalance de masa. Luego, se describirá el proceso de incorporación del nuevo material en ANSYS y el modelado geométrico de cada configuración en ANSYS SpaceClaim. Posteriormente, se configurarán los parámetros esenciales en ANSYS Mechanical, como la definición de apoyos (cojinetes), la asignación de puntos de masa y la aplicación del material correspondiente. A continuación, se establecerán las condiciones para realizar el análisis modal y el análisis armónico, los cuales permiten identificar frecuencias naturales, modos de vibración y posibles resonancias bajo operación rotacional.

Finalmente, los resultados obtenidos se compararán con los reportados en la literatura especializada, con el fin de validar la precisión del modelado y la confiabilidad de los análisis numéricos.

4.1 MODELADO DEL SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON COJINETES ASIMÉTRICOS.

Este sistema corresponde a un modelo rotor-cojinete compuesto por un disco y un eje que giran alrededor de un eje central. Además, incorpora dos cojinetes ubicados en los extremos del modelo, con diferentes coeficientes de rigidez y amortiguamiento, los cuales proporcionan soporte al eje rotatorio y permiten analizar su comportamiento dinámico bajo condiciones de rotación. La Figura 21 presenta el modelo geométrico del sistema, acompañado de las variables necesarias para la identificación de sus dimensiones.

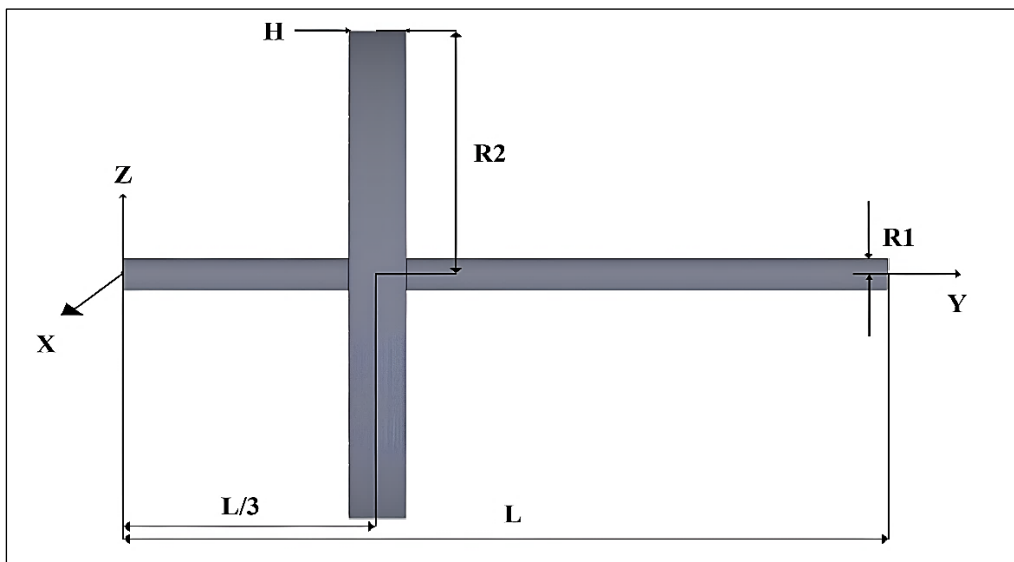


Figura 21. Sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con cojinetes asimétricos.

En la Tabla 1 se presentan las dimensiones correspondientes a la geometría propuesta del modelo, mientras que en la Tabla 2 se detallan las propiedades mecánicas del material seleccionado. Estos datos son fundamentales para la correcta definición del modelo y para asegurar la coherencia con las condiciones físicas del sistema de la literatura.

Tabla 1. Dimensiones del sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con cojinetes asimétricos.

Disco	Eje
Radio interno ($R1$) = 0.01 m	$L = 0.4$ m
Radio externo ($R2$) = 0.15 m	Radio transversal ($R1$) = 0.01 m
Espesor (H) = 0.03 m	Ubicación del disco: $L/3 = 0.13333$ m

Tabla 2. Propiedades mecánicas del material.

Densidad (ρ)	Módulo de Young (E)	Coefficiente de Poisson (ν)
7800 kg/m ³	2x10 ¹¹ N/m ²	0.3

Con los datos previamente presentados y utilizando las ecuaciones 1, 2 y 3, donde M_D corresponde a la masa del disco, R_2 es el radio exterior, R_1 representa el radio interior y H es el espesor del disco, se calculan la masa y los momentos de inercia necesarios para llevar a cabo el análisis, los cuales se muestran en la Tabla 3.

$$M_D = \pi(R_2^2 - R_1^2)h * \rho \quad (1)$$

$$I_{DX} = I_{DZ} = \frac{M_D}{12} (3R_1^2 + 3R_2^2 + h^2) \quad (2)$$

$$I_{Dy} = \frac{M_D}{2} (R_1^2 + R_2^2) \quad (3)$$

Tabla 3. Masa y momentos de inercia del disco.

Propiedad	Valor
Masa del disco (M_D)	16.47 kg
I_{DX}	9.47x10 ⁻² kg*m ²
I_{DY}	0.1861 kg*m ²
I_{DZ}	9.47x10 ⁻² kg*m ²

Los valores de rigidez y amortiguamiento correspondientes a los cojinetes de este sistema se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los cojinetes 1 y 2.

Cojinete	K_{XX}	K_{ZZ}	C_{XX}	C_{ZZ}	K_{XZ}	K_{ZX}	C_{XZ}	C_{ZX}
1	10 ⁸ N/m	10 ⁷ N/m	1000 N/m/s	800 N/m/s	0 N/m	0 N/m	0 N/m/s	0 N/m/s
Cojinete	K_{XX}	K_{ZZ}	C_{XX}	C_{ZZ}	K_{XZ}	K_{ZX}	C_{XZ}	C_{ZX}
2	10 ⁶ N/m	10 ⁵ N/m	600 N/m/s	400 N/m/s	0 N/m	0 N/m	0 N/m/s	0 N/m/s

Por último, la Tabla 5 presenta los valores correspondientes para la introducción de una masa de desbalance, la cual estará ubicada en el disco del sistema.

Tabla 5. Datos de la masa de desbalance.

Variable	Valor
Ubicación	0.13333 m
Masa	0.001 kg
Radio	0.15 m
Masa de desbalance	0.00015 kg*m

4.1.1 INICIALIZACIÓN DEL ANÁLISIS Y CREACIÓN DE UN NUEVO MATERIAL.

En este apartado se configura el nuevo material propuesto para el modelado del sistema en el software ANSYS Workbench. Dicho material será el mismo que el implementado en el modelo de la literatura, con el fin de permitir una comparación directa entre los resultados obtenidos y los previamente reportados.

Paso 1: Acceder al software ANSYS Workbench y, a continuación, hacer doble clic o arrastrar la opción de análisis modal desde el árbol de herramientas hacia el área de esquema del proyecto (Figura 22).

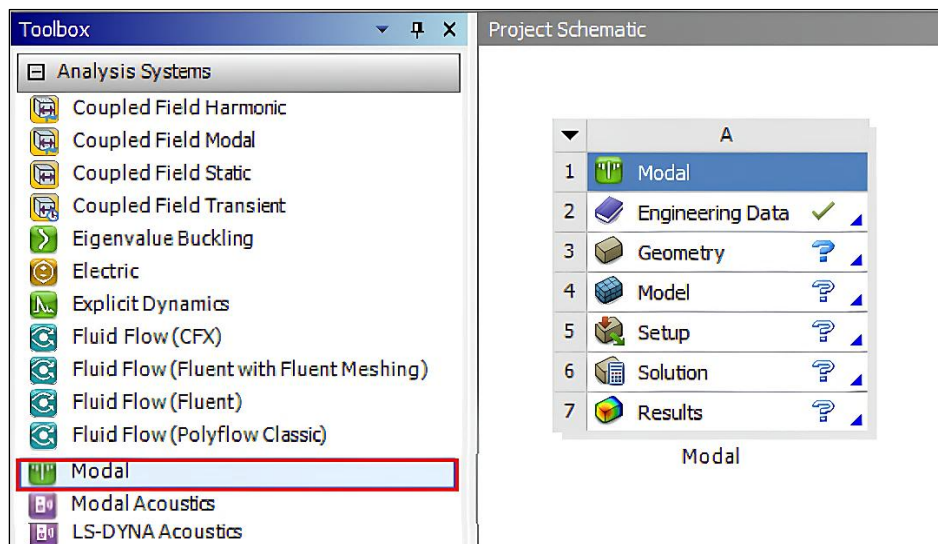


Figura 22. Proceso para insertar el módulo de análisis modal al esquema de proyecto.

Paso 2: Ubicarse en el módulo de análisis modal y hacer clic derecho sobre la opción *Engineering Data* (Datos de ingeniería), para posteriormente seleccionar la opción *Edit* (Figura 23), la cual desplegará un nuevo apartado.

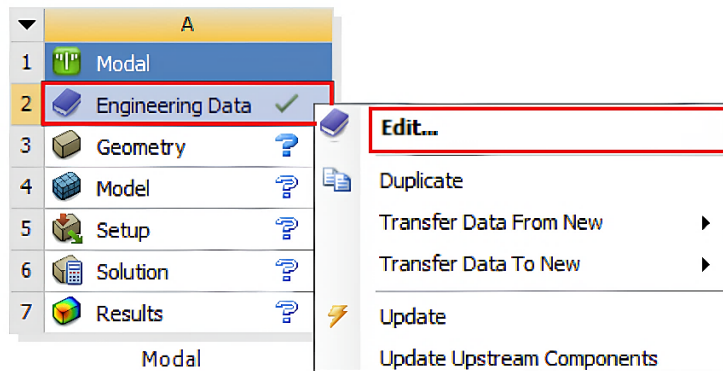


Figura 23. Editar datos de ingeniería.

Paso 3: Una vez dentro del apartado *Engineering Data*, hacer clic en la pestaña para añadir un nuevo material, asignarle el nombre “Nuevo material” y presionar *Enter* para registrarlo (Figura 24 a). A continuación, hacer doble clic en las opciones *Density* e *Isotropic Elasticity*, ubicadas en el árbol de herramientas (Figura 24 b), y posteriormente ingresar los valores correspondientes a la densidad, el módulo de Young y el coeficiente de Poisson, según lo indicado en la Tabla 2 (Figura 24 c).

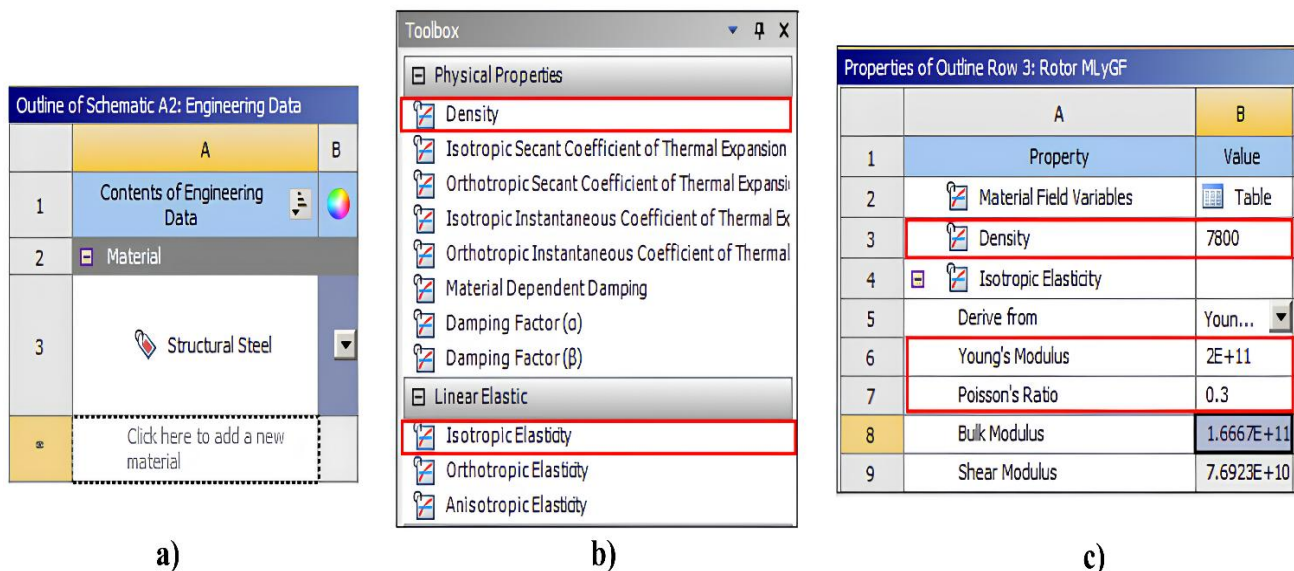


Figura 24. a) Asignación de un nombre al nuevo material, b) Propiedades a agregar, c) Asignación de valores a las propiedades especificadas.

Una vez completados estos pasos, el nuevo material habrá sido incorporado correctamente al entorno de trabajo. A continuación, se debe regresar a la pestaña *Project* (Proyecto) para continuar con el proceso de modelado del sistema, asignar el material a la geometría correspondiente y proceder con las siguientes etapas del análisis.

4.1.2 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS VIGA EN SPACECLAIM.

Paso 1: Dirigirse nuevamente al área de esquema del proyecto y hacer clic derecho sobre la opción *Geometry*, ubicada dentro del módulo de análisis modal. A continuación, seleccionar la opción *New SpaceClaim Geometry* (Figura 25).

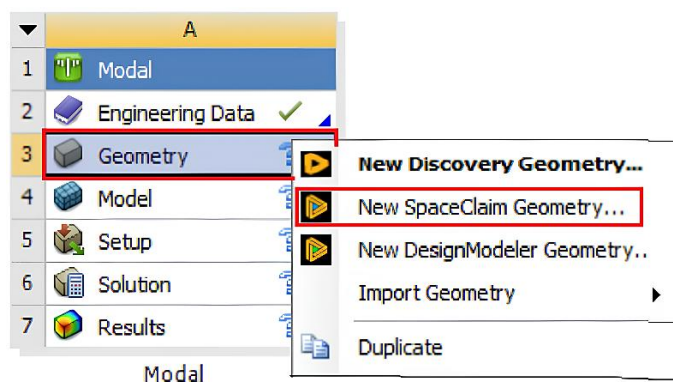


Figura 25. Nueva geometría en SpaceClaim.

Paso 2: Una vez abierto SpaceClaim, se debe seleccionar el plano Y-Z utilizando la herramienta *Select New Sketch Plane* (Figura 26 a). Luego, con ayuda de la herramienta *Plan View* (Figura 26 b), se ajusta la vista para que el plano seleccionado se visualice de forma paralela a la pantalla (Figura 26 c).

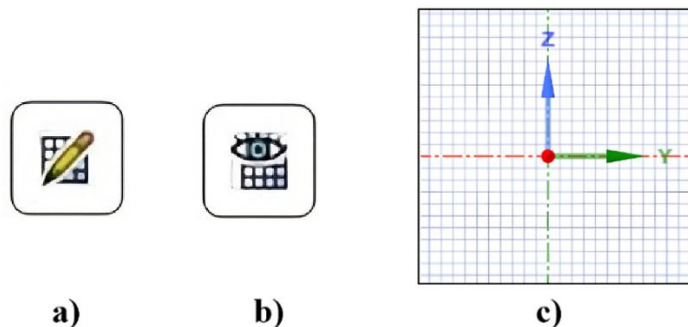


Figura 26. a) Herramienta *Select New Sketch Plane*, b) Herramienta *Plan View*, c) Plano normal a la pantalla.

Paso 3: Después de definir el plano del boceto con ayuda de las herramientas *Line* y *Dimension*, ubicadas en el árbol de herramientas de boceto, se procede a trazar dos líneas sobre el eje Y y a acotarlas de acuerdo con las dimensiones requeridas por las características geométricas del modelo definido previamente (Figura 27).

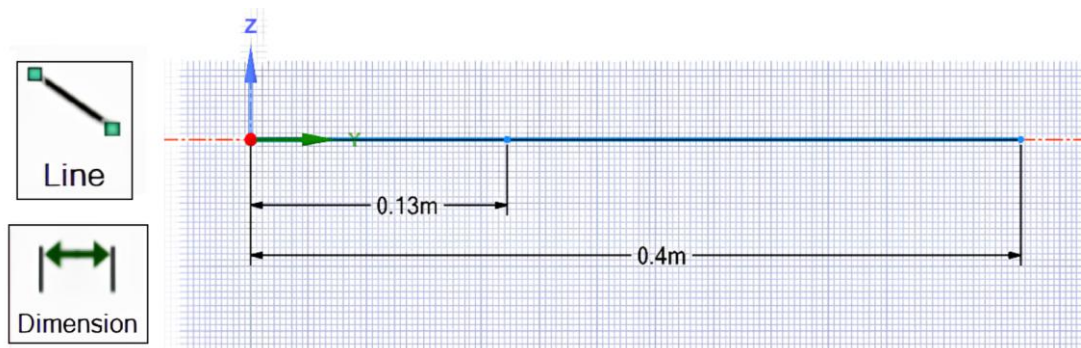


Figura 27. Boceto de geometría en SpaceClaim.

Paso 4: Una vez trazadas y acotadas las líneas correspondientes a la geometría del eje, se procede a asignarles el perfil de viga adecuado de acuerdo a las dimensiones establecidas. Para ello, se deben seleccionar ambas líneas utilizando la tecla Control. A continuación, se accede a la sección *Prepare* (Preparación), posteriormente se hace clic en la opción *Profiles* (Perfiles), y finalmente se elige un perfil de tipo circular (Figura 28).

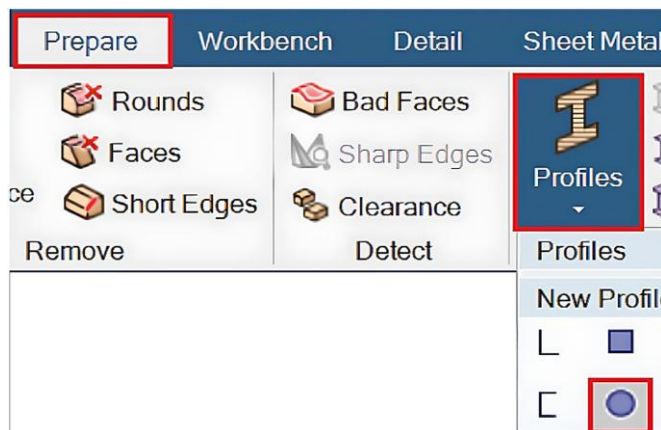


Figura 28. Elección de perfil de viga.

Paso 5: Una vez seleccionado el nuevo perfil, se generará una carpeta denominada *Beam Profiles* en el árbol de trabajo, la cual deberá desplegarse. A continuación, se debe hacer clic derecho sobre el perfil seleccionado y elegir la opción *Edit Beam Profile* (Figura 29 a). Esto abrirá una nueva

pestaña en la que se debe seleccionar la opción *Ruler Dimension* para editar el radio del perfil y asignar la dimensión correspondiente (Figura 29 b), conforme a los valores indicados en la Tabla 1.

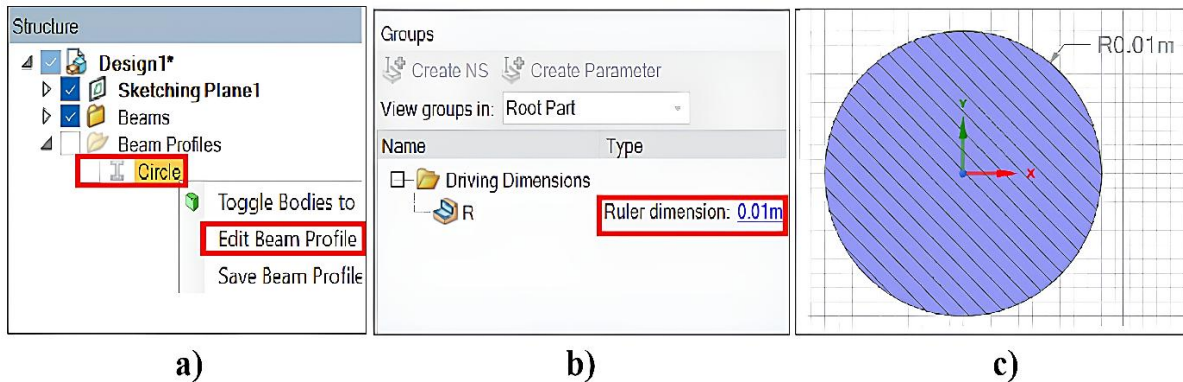


Figura 29. a) Editar perfil de viga, b) Asignar dimensión al perfil de viga, c) Perfil de viga especificado.

Paso 6: Después de editar el perfil de la viga, regresar al apartado de diseño y hacer clic en *End Sketch Editing* para finalizar el boceto (Figura 30 a). A continuación, dirigirse a la pestaña *Workbench* y hacer clic en la opción *Share* para compartir el diseño con el módulo de análisis modal, lo que permitirá continuar con el análisis de la geometría (Figura 30 b).

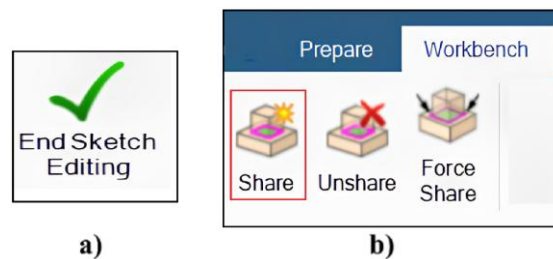


Figura 30. a) Herramienta End Sketch Editing, b) Compartir geometría.

Paso 7: Finalmente, en el módulo de análisis modal se verificará que la geometría se haya compartido correctamente (Figura 31).

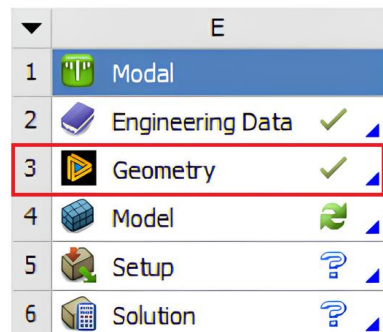


Figura 31. Verificación de geometría compartida.

4.1.3 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.

Paso 1: Ubicarse nuevamente en el área de esquema del proyecto y hacer doble clic sobre la opción *Model* ubicada dentro del módulo de análisis modal para abrir ANSYS Mechanical (Figura 32 a). A continuación, seleccionar la opción *Cross Section* (Figura 32 b) ubicada en la sección de *Display* para poder tener una mejor visualización de la geometría (Figura 32 c).

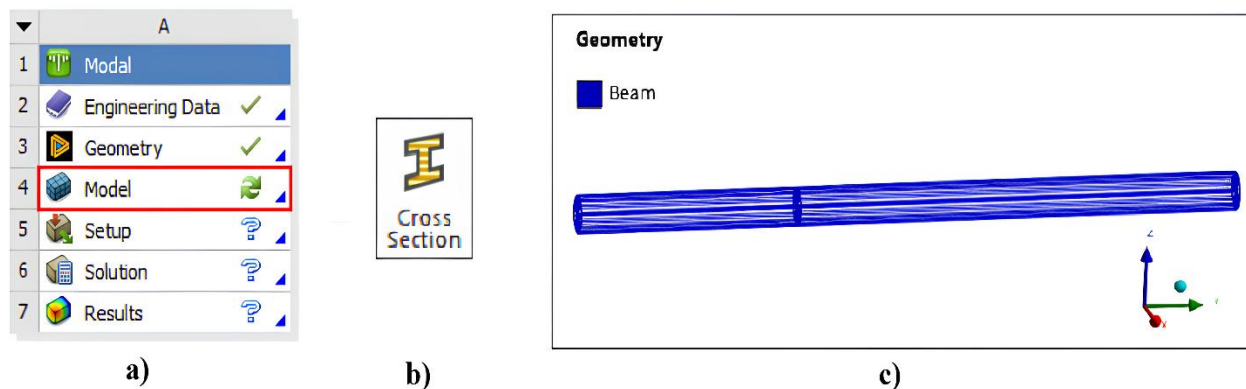


Figura 32. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Cross Section, c) Geometría del sistema.

Paso 2: Una vez visualizado el modelo, se procede a insertar un punto de masa, el cual contendrá los datos de la masa del disco y los momentos de inercia previamente calculados y mostrados en la Tabla 3. Para ello, se debe hacer clic derecho en la opción *Geometry*, ubicada en el árbol del proyecto; posteriormente, seleccionar *Insert* y luego *Point Mass* (Figura 33).

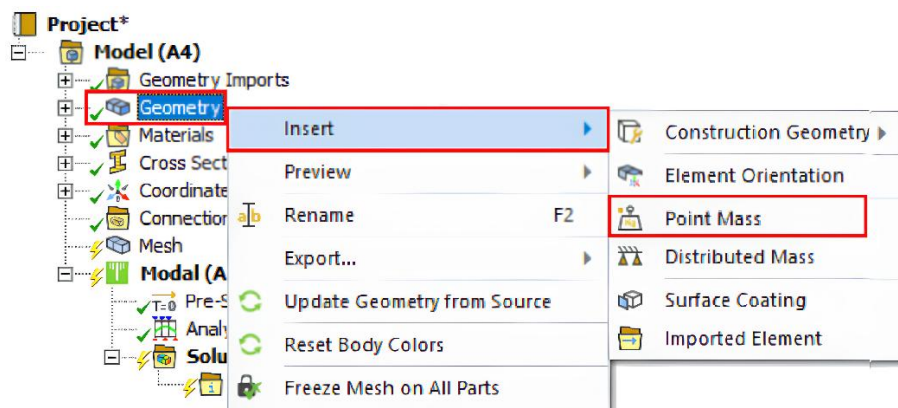


Figura 33. Insertar punto de masa.

Paso 3: Después de insertar el punto de masa, se desplegará la pestaña *Details of Point Mass* (Detalles del punto de masa). En esta sección, se debe seleccionar la ubicación del punto utilizando

la herramienta de selección de vértices (Figura 34 a), posteriormente se debe seleccionar el vértice ubicado sobre el eje Y, a una distancia de 0.13333 m desde el origen (Figura 34 b). A continuación, se deben ingresar los valores correspondientes a la masa y a los momentos de inercia del disco, además de especificar un comportamiento rígido *Behavior*.

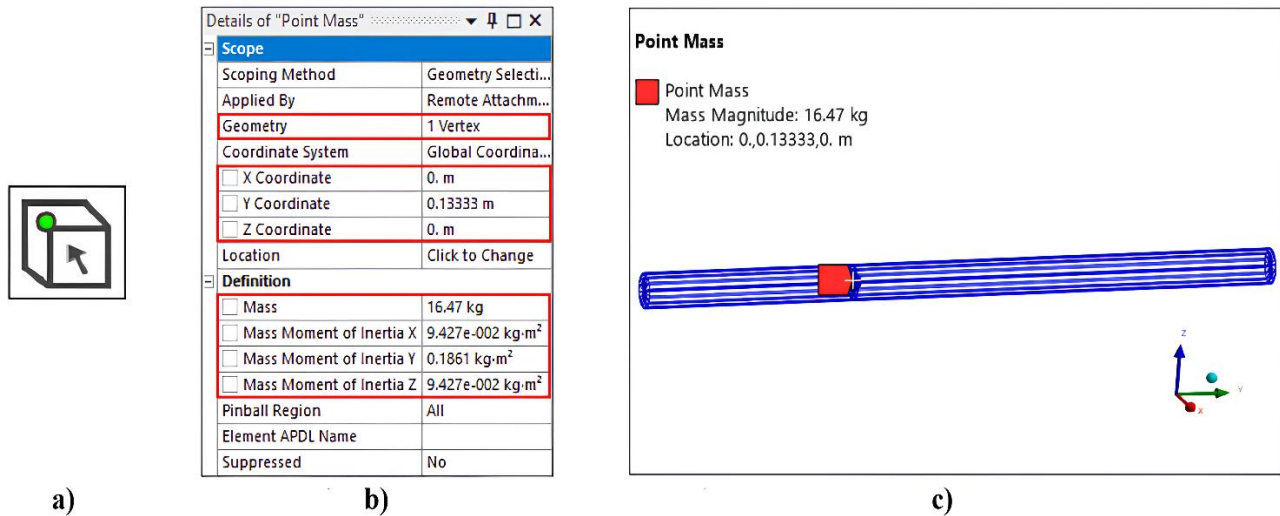


Figura 34. a) Herramienta de selección de vértices, b) Configuración del punto de masa, c) Modelo con punto de masa.

Paso 4: Posteriormente, se deben insertar los cojinetes del sistema. Para ello, primero se hace clic derecho sobre la carpeta *Model*, ubicada en el árbol del proyecto; luego se selecciona la opción *Insert* y después la opción *Connections*. Esto creará una carpeta de conexiones en el árbol del proyecto.

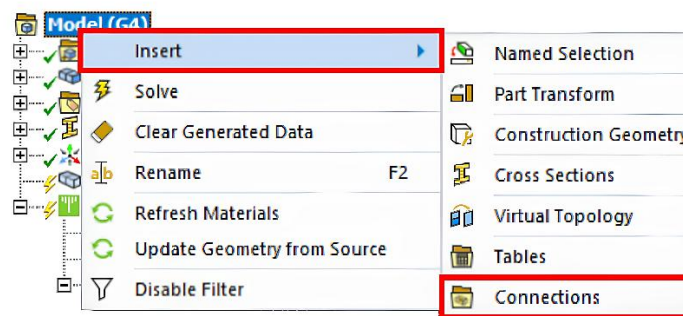


Figura 35. Insertar carpeta de conexiones.

Paso 5: Después de insertar la carpeta de conexiones, se agregan dos rodamientos haciendo clic derecho sobre la carpeta *Connections*; luego, se seleccionará la opción *Insert* y posteriormente la opción *Bearing* (Figura 36).

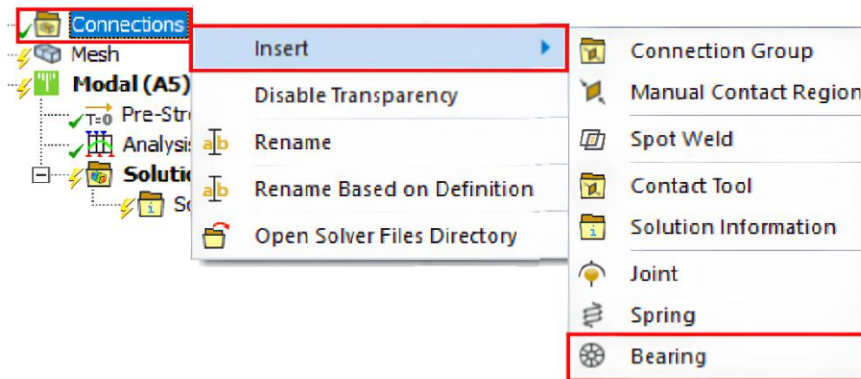


Figura 36. Insertar rodamientos.

Paso 6: Cada uno de los rodamientos debe ubicarse en los vértices extremos de la viga, en el plano X-Z, y sus coeficientes de rigidez y amortiguamiento deben configurarse de acuerdo con la Tabla 4, además de seleccionar un comportamiento rígido (*Behavior*) en la configuración (Figura 37).

Details of "Ground To SYS\Beam (Circle) ▾ □ ×	
Definition	
Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+008 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	1000. N-s/m
<input checked="" type="checkbox"/> Damping C22	800. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N-s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Vertex
Body	SYS\Beam (Circle)
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0. m
Mobile Z Coordinate	0. m

a)

Details of "Ground To SYS\Beam (Circle) ▾ □ ×	
Definition	
Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+006 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+005 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	600. N-s/m
<input checked="" type="checkbox"/> Damping C22	400. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N-s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Vertex
Body	SYS\Beam (Circle)
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0.4 m
Mobile Z Coordinate	0. m

b)

Figura 37. a) Configuración rodamiento 1, b) Configuración rodamiento 2.

Paso 7: Una vez configurados los dos rodamientos se verifica en el árbol de proyecto y en el modelo que estos se hayan agregado correctamente (Figura 38 a y 38 b). Esta revisión asegura que se pueda continuar adecuadamente con el análisis.

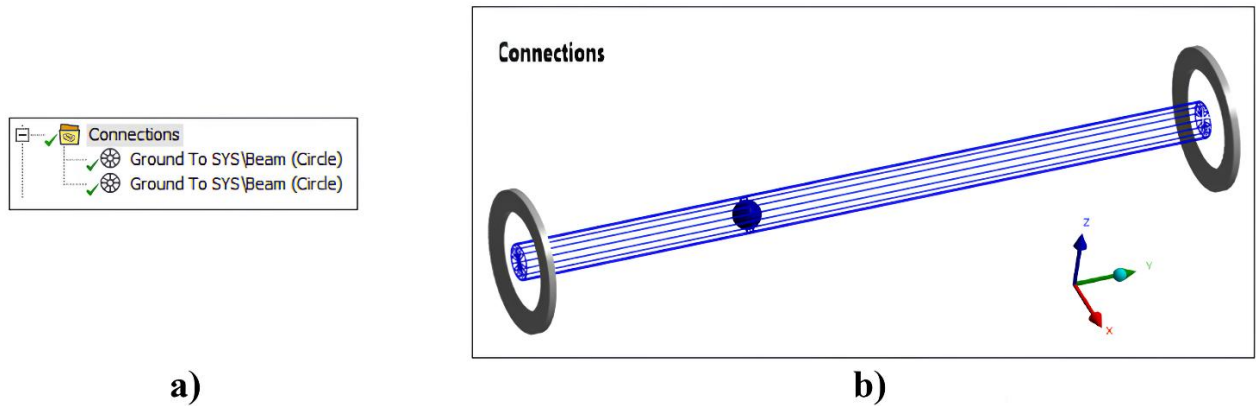


Figura 38. a) Carpeta de conexiones, b) Modelo con cojinetes.

Paso 8: Finalmente, se asignará el material previamente creado a la geometría. Para ello, se debe seleccionar la opción *Beam*, ubicada en la sección *Geometry* (Figura 39 a). Esto desplegará una nueva pestaña denominada *Details of Beam*, en la cual se debe acceder a la opción *Material* y hacer clic en *Assignment* para, posteriormente, seleccionar el nuevo material creado (Figura 39 b).

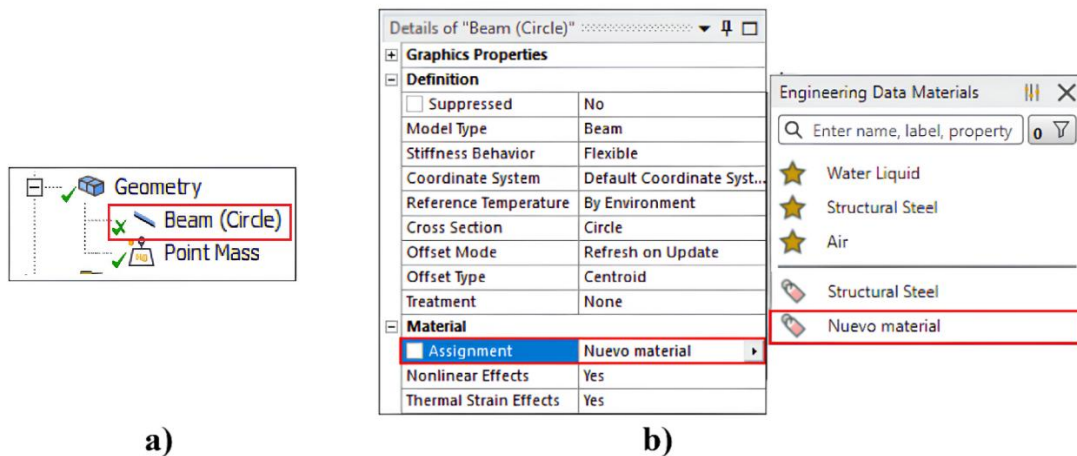


Figura 39. a) Sección Geometry, b) Asignación del nuevo material a la geometría.

4.1.4 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.

En esta sección, el mallado se realizará dividiendo los dos segmentos de la viga con base en la Tabla 6 para tener al final un total de 10 nodos a lo largo del eje.

Tabla 6. Divisiones por segmento de viga para el mallado.

Segmento	1	2
No. De divisiones	3	6

Paso 1: Se inserta la herramienta de control de malla *Sizing* por segmento de la viga. En este caso, se insertará dos veces la herramienta *Sizing*, ya que el modelo cuenta con dos segmentos de viga. Para insertarla, se debe hacer clic derecho sobre la herramienta *Mesh*, luego seleccionar *Insert* y, a continuación, *Sizing* (Figura 40).

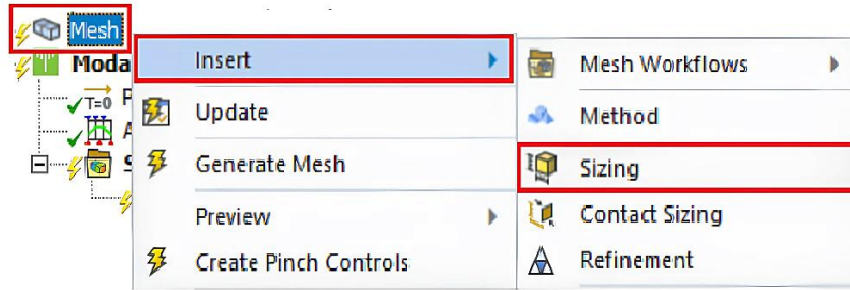
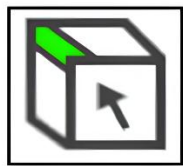
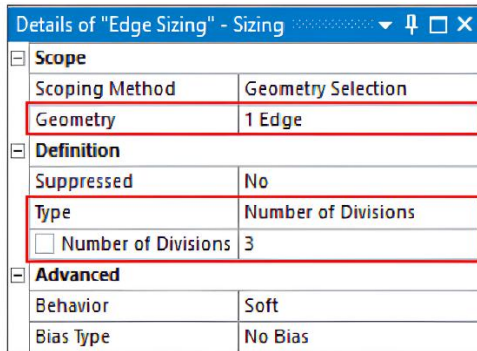


Figura 40. Insertar control de malla *Sizing*.

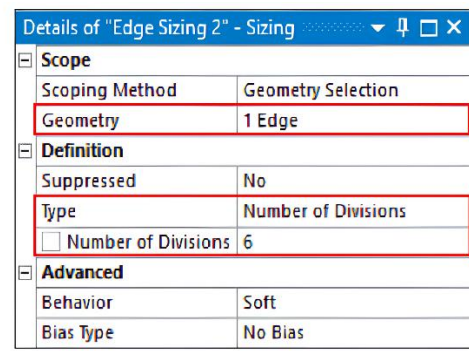
Paso 2: Una vez insertadas las dos herramientas de control de malla *Sizing*, se procede a configurarlas según lo indicado en la Tabla 6. Para ello, utilizando la herramienta de selección de bordes (Figura 41 a), se selecciona el segmento correspondiente, se establece el tipo como *Number of Divisions* y se define el número de divisiones por segmento (Figura 41 a y 41 c).



a)



b)



c)

Figura 41. a) Herramienta de selección de bordes, b) Configuración de mallado por número de divisiones del segmento 1, c) Configuración de mallado por número de divisiones del segmento 2.

Paso 3: Por último, se genera la malla de acuerdo con la configuración especificada. Para ello, se hace clic derecho sobre *Mesh* y se selecciona la opción *Generate Mesh* (Figura 42 a). Luego, se verifica que el mallado se haya generado correctamente, comprobando que haya un total de 10 nodos en el modelo (Figura 42 b).

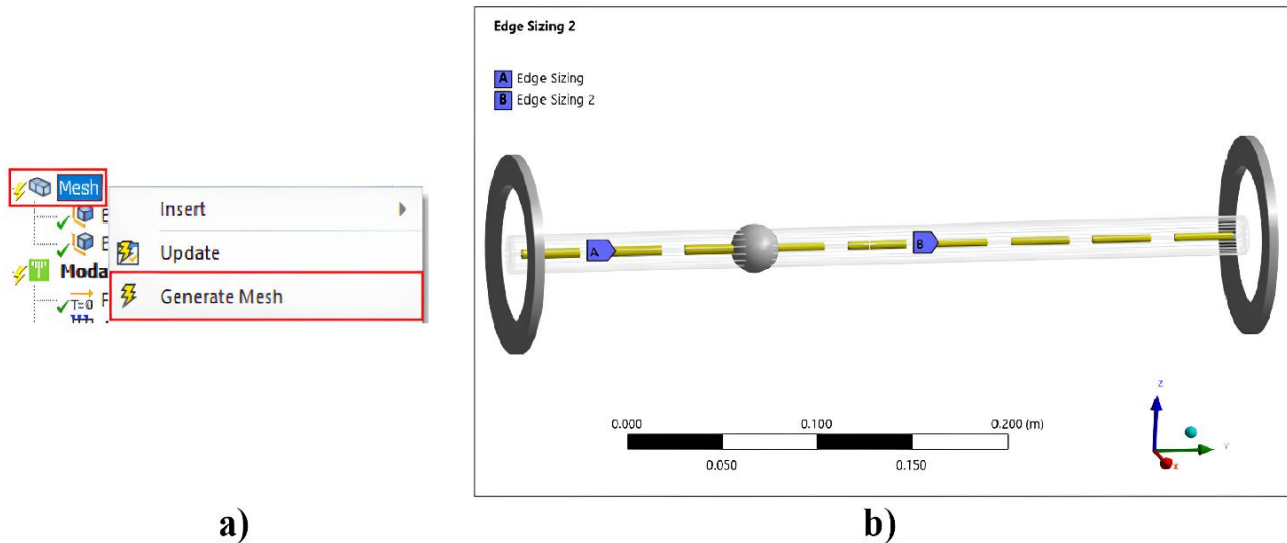


Figura 42. a) Opción para generar malla, b) Mallado del modelo tipo viga.

4.1.5 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.

Paso 1: Hacer clic en la pestaña de configuración de análisis *Analysis Settings*, ubicada en el árbol del proyecto dentro de la sección de análisis modal (Figura 43 a). Esto desplegará una nueva ventana llamada *Details of Analysis Settings*, donde se debe especificar el número máximo de modos de vibración a identificar; en este caso, se desea analizar 7 modos. A continuación, se debe activar la opción de amortiguamiento. En la sección *Rotordynamics Controls*, se deben habilitar tanto la opción *Coriolis Effect* y la opción *Campbell Diagram*. En esta última, se debe establecer que se desea un total de 7 puntos de referencia para el diagrama de Campbell (Figura 43 b).

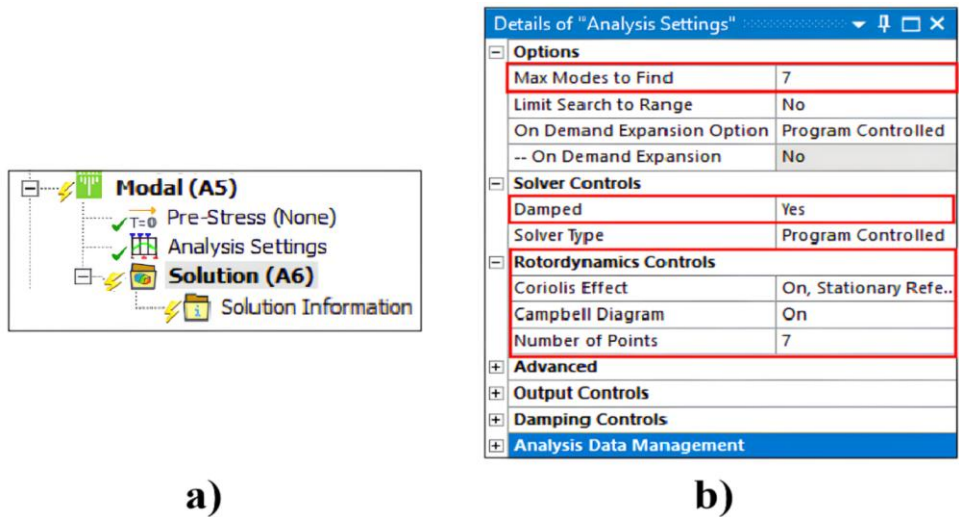


Figura 43. a) Sección de análisis modal, b) Configuración de análisis modal.

Paso 2: Una vez completado el Paso 1, se procede a insertar la velocidad de rotación (*Rotational Velocity*). Para ello, se hace clic derecho sobre la pestaña *Modal* ubicada en el árbol de proyecto, después se selecciona la opción *Insert* y, posteriormente se hace clic en la opción *Rotational Velocity* (Figura 44).

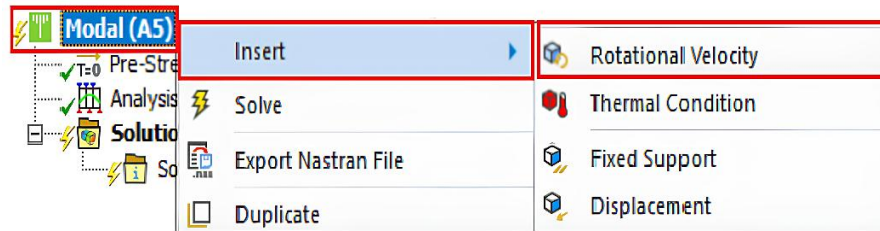
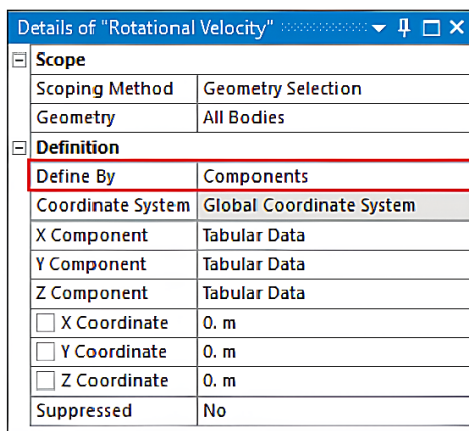


Figura 44. Insertar velocidad de rotación.

Paso 3: Después de insertar la velocidad de rotación, se desplegará la ventana *Details of Rotational Velocity*, en la cual se debe configurar una definición por componentes (Figura 45 a). Además, se debe configurar la tabla *Tabular Data*, donde se ingresarán los intervalos de velocidad por puntos (Figura 45 b).



a)

Tabular Data				
	Points	<input checked="" type="checkbox"/> X [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Y [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Z [rpm]
1	1	0.	0.	0.
2	2	0.	2000.	0.
3	3	0.	4000.	0.
4	4	0.	6000.	0.
5	5	0.	8000.	0.
6	6	0.	10000.	0.
7	7	0.	12000.	0.
*				

b)

Figura 45. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.

Paso 4: A continuación, se insertan desplazamientos remotos en los vértices extremos de la geometría para mantenerla fija a lo largo del eje de rotación, en este caso, el eje Y. Para ello, se hace clic derecho sobre la pestaña *Modal*, se selecciona *Insert* y luego *Remote Displacement*. Se deben agregar dos desplazamientos, uno en cada vértice extremo, y configurarlos adecuadamente (Figura 46 b y 46 c). En ambos casos, debe seleccionarse un comportamiento rígido (*Behavior*).

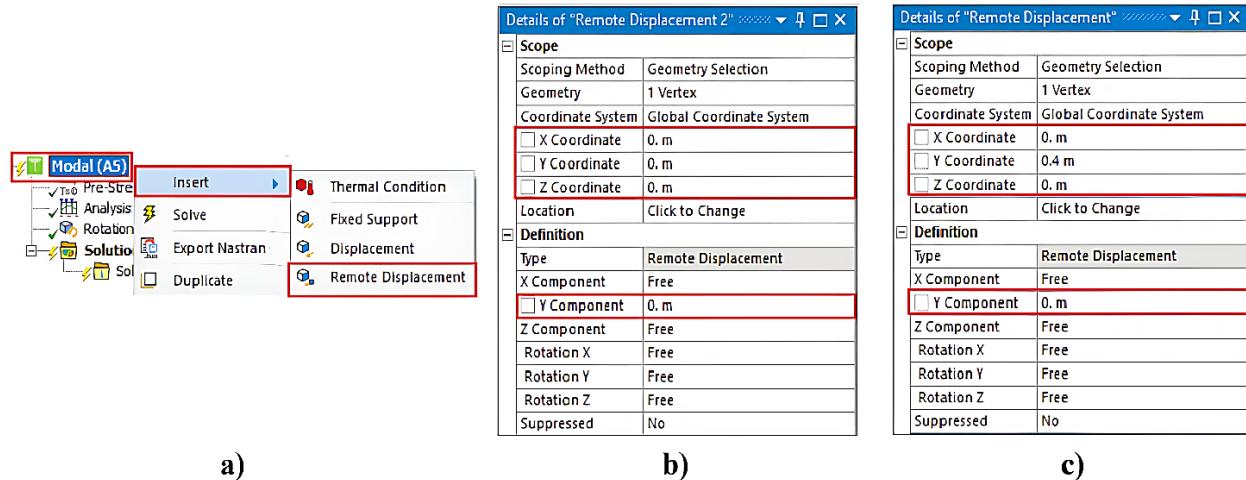


Figura 46. a) Insertar desplazamiento remoto, b) Configuración desplazamiento remoto 1, c) Configuración desplazamiento remoto 2.

Paso 5: Por último, para obtener el diagrama de Campbell correspondiente al sistema, se debe hacer clic derecho en *Solution*, seleccionar *Insert* y luego elegir *Campbell Diagram* (Figura 47 a). A continuación, se debe hacer clic en *Solve* para ejecutar la solución (Figura 47 b).

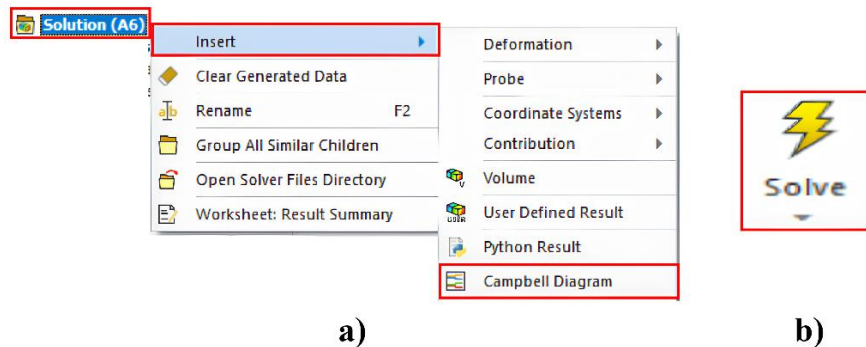


Figura 47. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.

4.1.6 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.

Paso 1: Ubicarse en la barra de herramientas de ANSYS Mechanical y hacer clic en la opción *Analysis* (Figura 48 a), para luego seleccionar *Harmonic Response* (Figura 48 b).

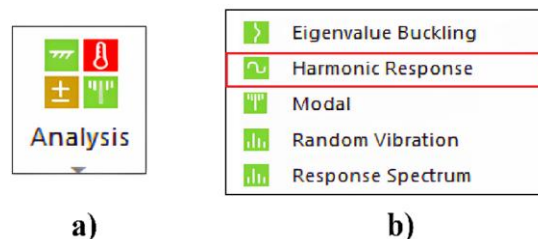


Figura 48. Insertar análisis armónico.

Paso 2: Una vez insertado el módulo de análisis armónico en el árbol del proyecto, se debe hacer clic en *Analysis Settings* (Figura 49 a) y configurar las variables adecuadamente (Figura 49 b).

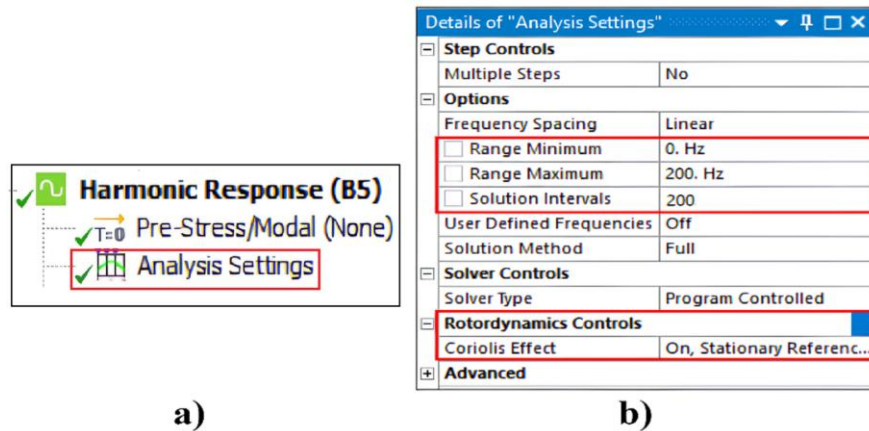


Figura 49. a) Sección de análisis armónico, b) Configuración del análisis armónico.

Paso 3: A continuación, se inserta la fuerza de rotación. Para ello, se hace clic derecho sobre la opción *Harmonic Response*, luego en *Insert* y, posteriormente, en *Rotating Force* (Figura 50 a). Una vez insertada, se despliega automáticamente la ventana *Details of Rotating Force*, en la cual se configura la ubicación y propiedades de la masa de desbalance (Figura 50 b y 50 c).

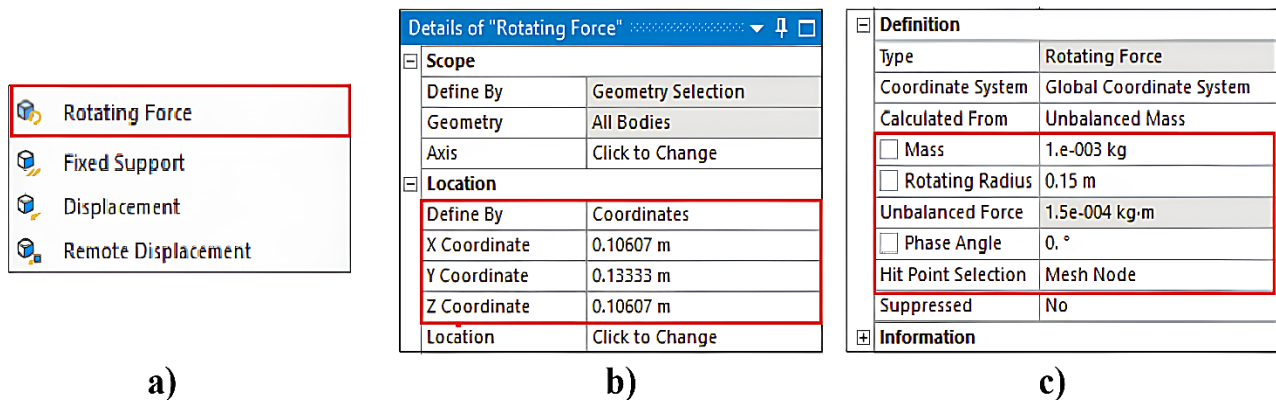


Figura 50. a) Opción Rotating Force, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.

Paso 4: En este paso se insertan las herramientas necesarias para evaluar la respuesta en frecuencia del desplazamiento del sistema en los ejes X y Z, y así visualizar los diagramas de Bode correspondientes. Para ello, se hace clic derecho sobre la opción *Solution*, ubicada en el módulo de análisis armónico (*Harmonic Response*), luego en *Insert* y, posteriormente, en *Frequency Response* (Figura 51 a). Esto desplegará la ventana *Details of Frequency Response*. En la opción *Geometry*,

se seleccionará el vértice ubicado sobre el eje Y a 0.13333 m del origen para ambas herramientas insertadas. Además, en la opción de orientación se asignará el eje X a la primera herramienta y el eje Z a la segunda (Figura 51 b y 51 c).

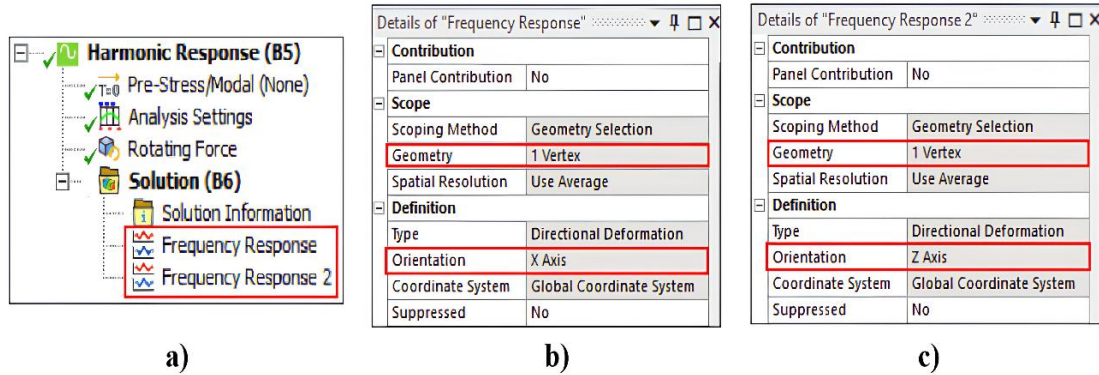


Figura 51. a) Herramientas de respuesta en frecuencia, b) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje X, c) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje Z.

Paso 5: Por último, se ejecuta la solución del análisis haciendo clic en la herramienta *Solve* (Figura 52), ubicada en la barra de herramientas de ANSYS Mechanical.

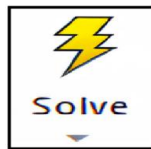


Figura 52. Herramienta Solve.

4.1.7 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS 3D EN SPACECLAIM.

Paso 1: Repetir los pasos de la sección 4.1.1 (*Inicialización del análisis y creación de un nuevo material*). Después de insertar el nuevo módulo y crear el nuevo material, hacer clic derecho sobre la opción *Geometry* y luego seleccionar *New SpaceClaim Geometry* (Figura 53).

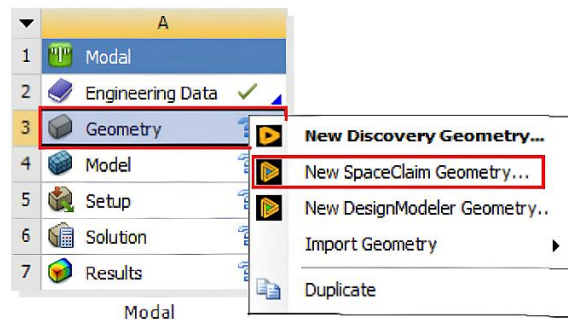


Figura 53. Nueva geometría en SpaceClaim.

Paso 2: Al iniciar *SpaceClaim*, se debe seleccionar el plano Y-Z mediante la herramienta *Select New Sketch Plane* ubicada en la parte inferior del área de proyecto (Figura 54 a). Posteriormente, utilizando la herramienta *Plan View* (Figura 54 b), se ajusta la orientación de la vista para visualizar el plano de manera paralela a la pantalla (Figura 54 c)

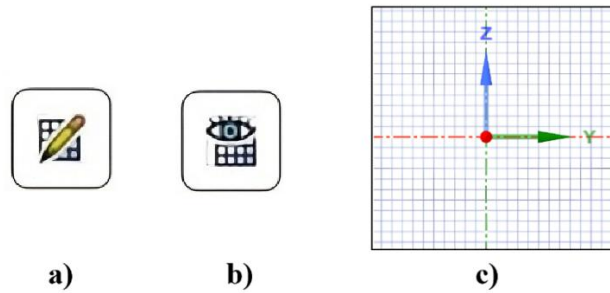


Figura 54. a) Herramienta *Select New Sketch Plane*, b) Herramienta *Plan View*, c) Plano normal a la pantalla.

Paso 3: Después de definir el plano del boceto, se utiliza la herramienta *Cylinder* (Figura 55 a), ubicada en la pestaña *Design*, para trazar dos cilindros, uno correspondiente al eje y otro al disco, con las dimensiones indicadas en el modelo propuesto (Figura 21, sección 4.1). Después, con la herramienta *Dimension*, ubicada en la pestaña *Detail* del árbol de trabajo, se verifican las dimensiones establecidas (Figura 55 b).

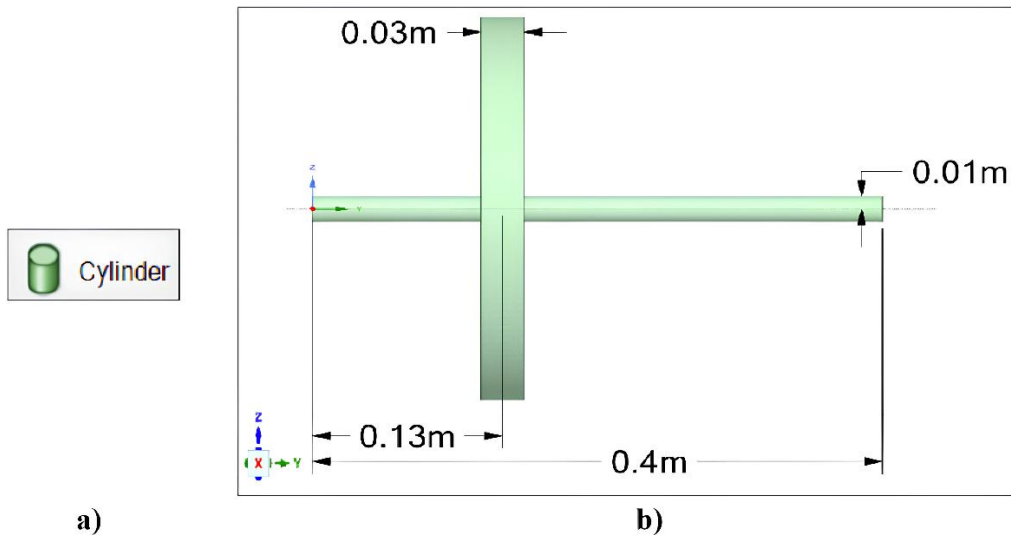


Figura 55. a) Herramienta *Cylinder*, b) Geometría acotada en *SpaceClaim*.

Paso 4: Una vez corroboradas las dimensiones del modelo, regresar al apartado *Design* y hacer clic en *End Sketch Editing* (Figura 56 a) para finalizar el boceto. A continuación, dirigirse a la pestaña

Workbench y hacer clic en la opción *Share* para compartir el diseño con el módulo de análisis modal (Figura 56 b), lo que permitirá continuar con el análisis de la geometría.

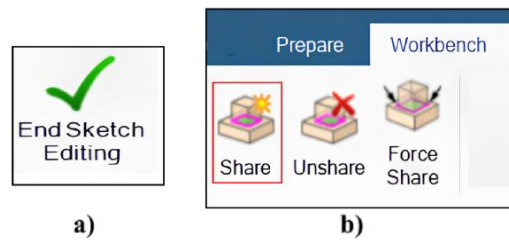


Figura 56. a) Herramienta *End Sketch Editing*, b) Compartir geometría.

Paso 5: Finalmente, en el módulo de análisis modal se verifica que la geometría se haya compartido correctamente (Figura 57).

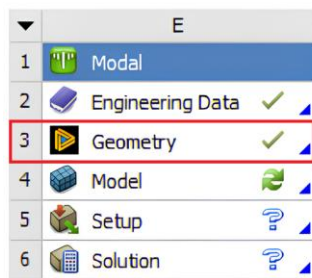


Figura 57. Verificación de geometría compartida.

4.1.8 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Paso 1: Para iniciar esta sección, es necesario inicializar ANSYS Mechanical. Para ello, debe dirigirse nuevamente al área de esquema del proyecto y hacer doble clic en la opción *Model* (Figura 58 a). A continuación, seleccionar la opción *Display* (Figura 58 b) con el fin de optimizar la visualización de la geometría (Figura 58 c).

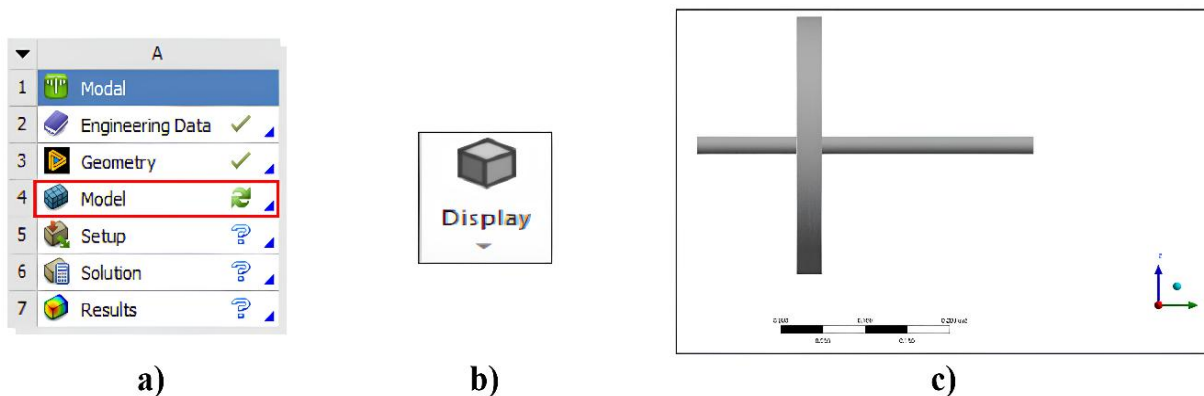


Figura 58. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta *Display*, c) Geometría del sistema.

Paso 2: Concluido el paso anterior, se debe hacer clic derecho sobre la carpeta *Model*, ubicada en el árbol del proyecto; luego, seleccionar la opción *Insert* y, a continuación, *Connections*. Esto creará una nueva carpeta en el árbol del proyecto, necesaria para continuar con la configuración básica de los parámetros del sistema (Figura 59).

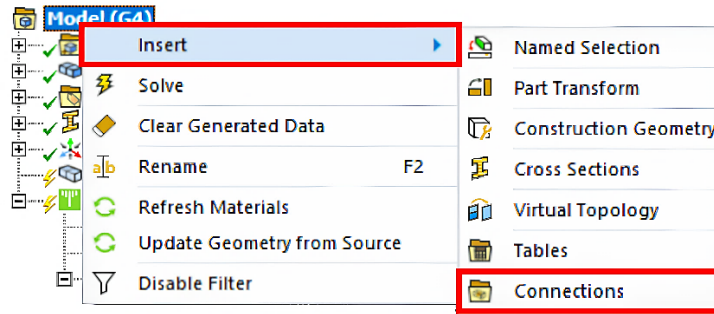


Figura 59. Insertar carpeta de conexiones.

Paso 3: Una vez insertada la carpeta de conexiones en el paso anterior, se deben agregar los rodamientos correspondientes al sistema. Para ello, hacer clic derecho sobre la carpeta *Connections*; luego, seleccionar la opción *Insert* y, posteriormente, *Bearing* (Figura 60). Cabe destacar que este paso debe realizarse dos veces para contar con el número de elementos previamente establecidos.

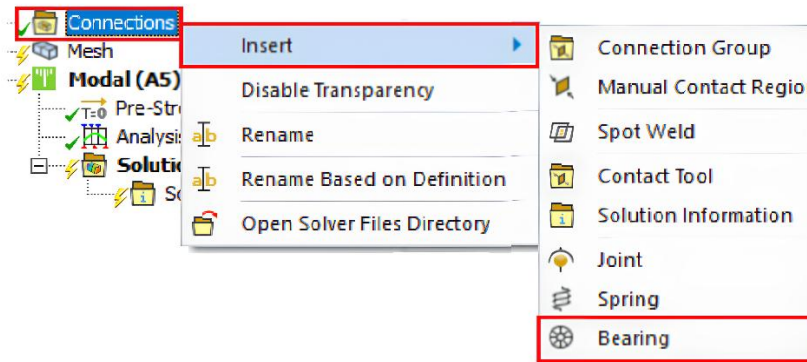
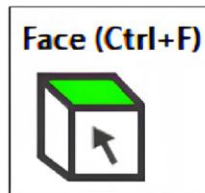


Figura 60. Insertar rodamientos.

Paso 4: Una vez insertados ambos rodamientos, estos deben ubicarse en las caras extremas del eje con ayuda de la herramienta de selección de caras (Figura 61 a). Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento se configuran conforme a los valores establecidos en la Tabla 4. Además, debe definirse un comportamiento rígido (*Behavior*) en la configuración correspondiente de ambos elementos (Figuras 61 b y 61 c).



Details of "Ground To SYS\Solid"

Graphics Properties	
Visible	Yes
Definition	
Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+008 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	1000. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C22	800. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N-s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Face
Body	SYS\Solid
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0. m
Mobile Z Coordinate	0. m

Details of "Ground To SYS\Solid"

Graphics Properties	
Visible	Yes
Definition	
Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+006 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+005 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	600. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C22	400. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N-s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Face
Body	SYS\Solid
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0.4 m
Mobile Z Coordinate	0. m

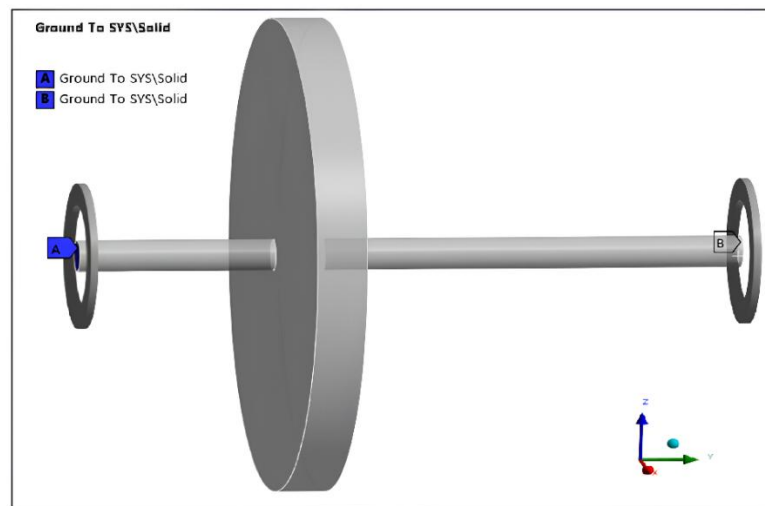
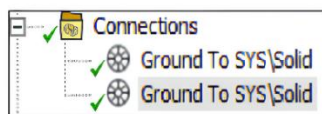
a)

b)

c)

Figura 61. a) Herramienta de selección de caras. b) Configuración rodamiento 1, c) Configuración rodamiento 2.

Paso 5: Completados los pasos anteriores, se debe verificar que los rodamientos se hayan agregado y configurado correctamente en la geometría del sistema (Figura 62 a y 62 b).



a)

b)

Figura 62. a) Carpeta de conexiones, b) Modelo con cojinetes.

Paso 6: Por último, se procede a asignar el material previamente definido a la geometría del modelo. Con este propósito, se debe seleccionar la opción *SYS\Solid* en la sección *Geometry* (Figura 63 a),

lo que desplegará la pestaña *Details of SYS\Solid*. En esta, se debe acceder al apartado *Material*, hacer clic en *Assignment* y elegir el material creado previamente (Figura 63 b).

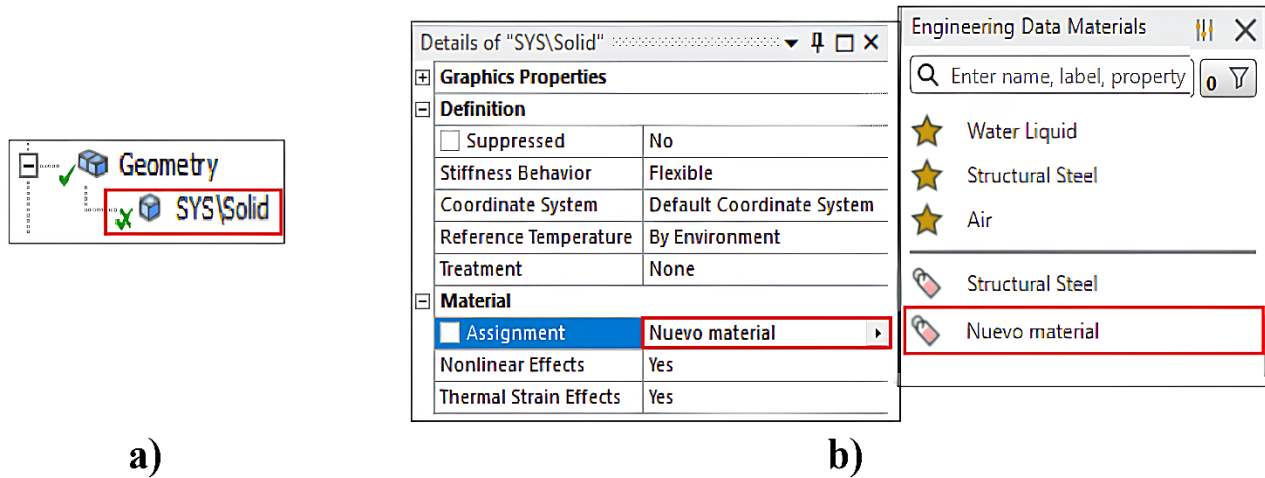


Figura 63. a) Sección Geometry, b) Asignación del nuevo material a la geometría.

4.1.9 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

En este apartado se generará una malla con un tamaño de elemento de 0.009 m, el cual cumple con los indicadores establecidos en la Sección 3.7.4 para contribuir a la obtención de una solución independiente de la densidad del mallado y, de este modo, evitar un tiempo de procesamiento excesivo.

Paso 1: Hacer clic en la opción *Mesh* (Figura 64 a), lo que desplegará la ventana *Details of Mesh*, la cual debe configurarse de acuerdo al tamaño de elemento previamente establecido (Figura 64 b).

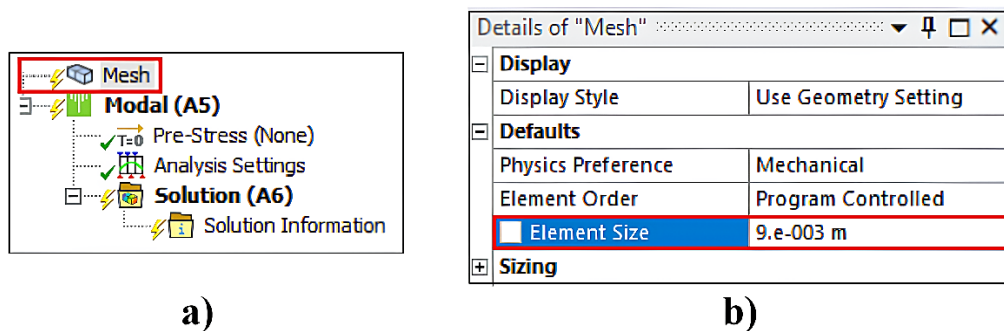
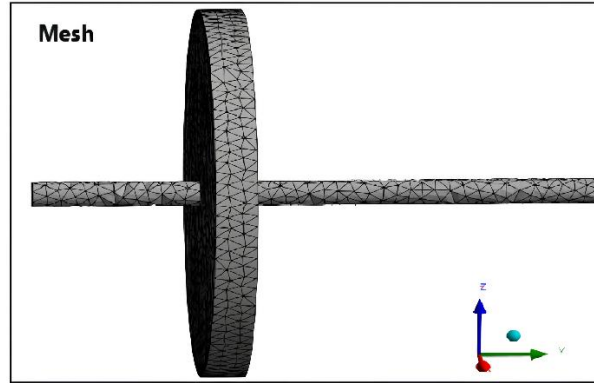


Figura 64. a) Opción Mesh, b) Configuración del tamaño de elementos de la malla.

Paso 2: Una vez especificado el tamaño de los elementos de la malla se procede a generar la malla haciendo clic derecho en la opción *Mesh* y después dando clic en *Generate mesh* (Figura 65 a).



a)

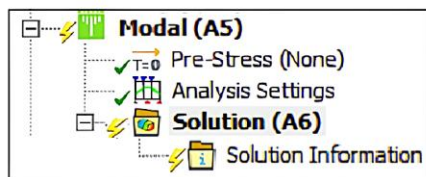


b)

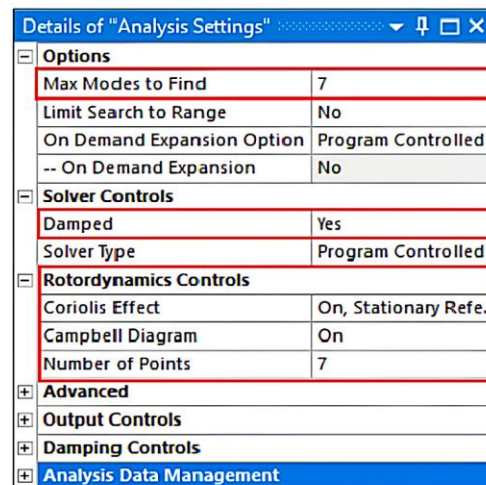
Figura 65. a) Opción generar malla, b) Modelo mallado.

4.1.10 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTO 3D.

Paso 1: Ubicarse en el árbol del proyecto dentro del módulo de análisis modal y acceder a la pestaña *Analysis Settings* (Figura 66 a). Al hacerlo, se desplegará la ventana *Details of Analysis Settings*, en la cual se debe especificar el número máximo de modos de vibración a analizar; en este caso, se establecerán 7 modos. Seguidamente, se debe habilitar la opción de amortiguamiento para indicar que el sistema es amortiguado. En la sección *Rotordynamics Controls*, se deben activar tanto la opción *Coriolis Effect* como *Campbell Diagram*. En esta última, se debe definir un total de 7 puntos de referencia para la construcción del diagrama de Campbell (Figura 66 b).



a)



b)

Figura 66. a) Sección de análisis modal, b) Configuración de análisis modal.

Paso 2: A continuación, se procede a definir la velocidad de rotación (*Rotational Velocity*) en el modelo. Para ello, hacer clic derecho sobre la pestaña *Modal*, seleccionar la opción *Insert* y, luego, elegir la opción *Rotational Velocity* para incorporarla al análisis correspondiente (Figura 67)..

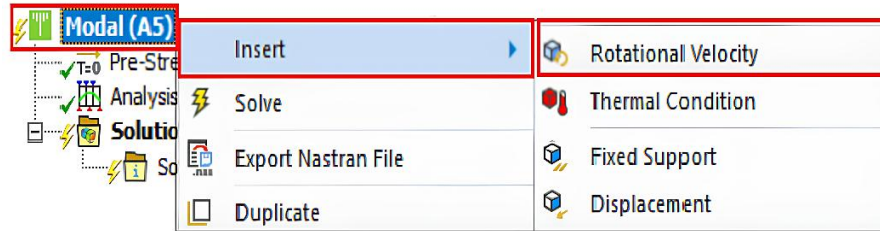
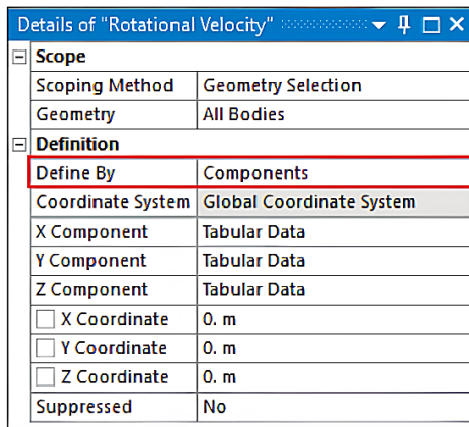


Figura 67. Insertar velocidad de rotación.

Paso 3: Una vez insertada la velocidad de rotación, se abrirá la ventana *Details of Rotational Velocity*, la cual debe configurarse conforme a lo mostrado en la Figura 68 a. Adicionalmente, se debe ajustar la tabla *Tabular Data*, en donde se especificarán los intervalos de velocidad mediante puntos definidos (Figura 68 b).



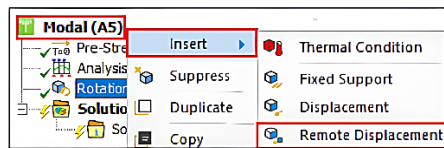
a)

Tabular Data				
	Points	<input checked="" type="checkbox"/> X [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Y [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Z [rpm]
1	1	0.	0.	0.
2	2	0.	2000.	0.
3	3	0.	4000.	0.
4	4	0.	6000.	0.
5	5	0.	8000.	0.
6	6	0.	10000.	0.
7	7	0.	12000.	0.
*				

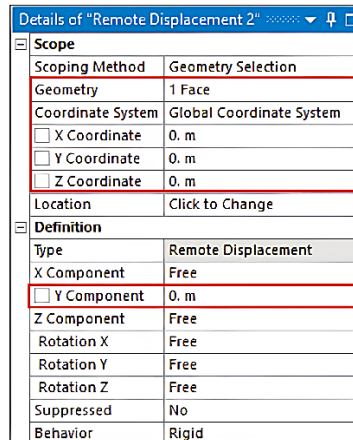
b)

Figura 68. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.

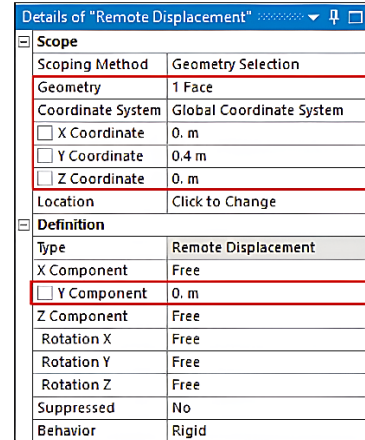
Paso 4: En este paso, se deben aplicar desplazamientos remotos en las caras extremas del eje, con el objetivo de restringir la geometría a lo largo del eje de rotación, que en este caso corresponde al eje Y. Para ello, hacer clic derecho sobre la pestaña *Modal*, seleccionar *Insert* y luego *Remote Displacement* (Figura 69 a). Es necesario añadir dos condiciones de desplazamiento, una en cada extremo del eje, y configurarlas adecuadamente (Figuras 69 b y 69 c). En ambos casos, debe establecerse un comportamiento rígido (*Behavior*).



a)



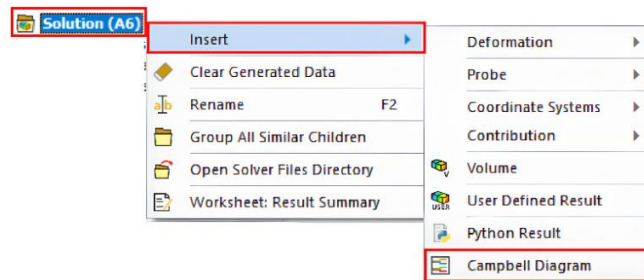
b)



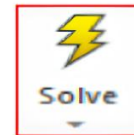
c)

Figura 69. a) Insertar desplazamiento remoto, b) Configuración desplazamiento remoto 1, c) Configuración desplazamiento remoto 2.

Paso 5: Por último, se inserta la opción *Campbell Diagram* haciendo clic derecho en *Solution*, luego seleccionando *Insert* y eligiendo *Campbell Diagram* (Figura 70 a). A continuación, se hace clic en *Solve* para ejecutar la solución (Figura 70 b).



a)

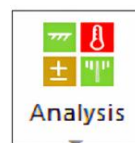


b)

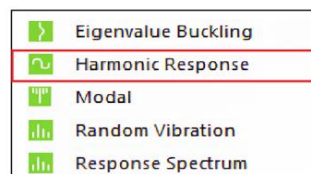
Figura 70. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.

4.1.11 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Paso 1: Dirigirse a la barra de herramientas de ANSYS Mechanical y seleccionar la opción *Analysis* (Figura 71 a); posteriormente, elegir *Harmonic Response* en el menú desplegable (Figura 71 b).



a)



b)

Figura 71. Insertar análisis armónico.

Paso 2: En este paso se debe insertar un punto remoto en la geometría, el cual servirá posteriormente para ubicar la masa de desbalance en la configuración de la fuerza de rotación. Para ello, se hace clic derecho sobre la opción *Model*, ubicada en el árbol del proyecto, luego en *Insert* y, finalmente, en *Remote Point* (Figura 72).

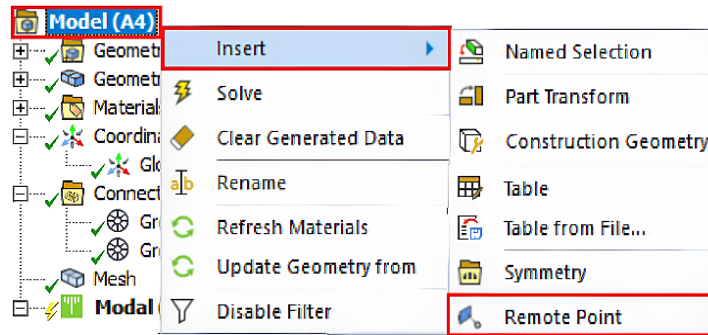


Figura 72. Insertar punto remoto.

Paso 3: Una vez insertado el punto remoto, se despliega la ventana *Details of Remote Point*, donde se procede a configurarlo según lo mostrado en la Figura 73 a. Primero, se debe seleccionar una de las caras del disco, asignar las coordenadas correctas y establecer un comportamiento rígido (*Rigid Behavior*).

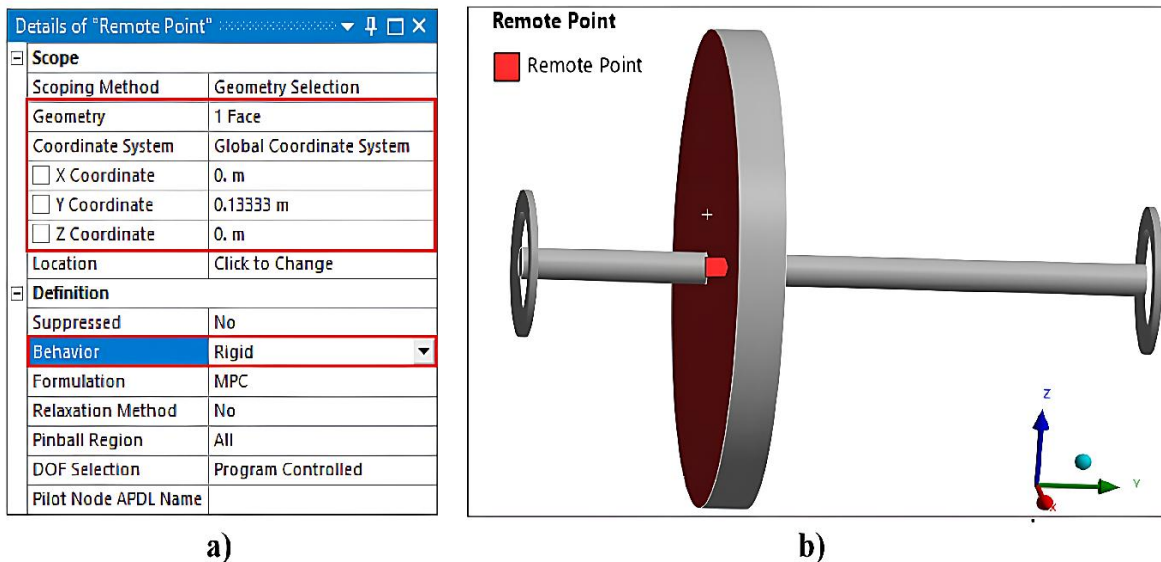


Figura 73. a) Configuración de punto remoto, b) Punto remoto en el sistema.

Paso 4: Posteriormente se debe hacer clic en *Analysis Settings* (Figura 74 a) e ingresar los valores de las variables correspondientes (Figura 74 b).

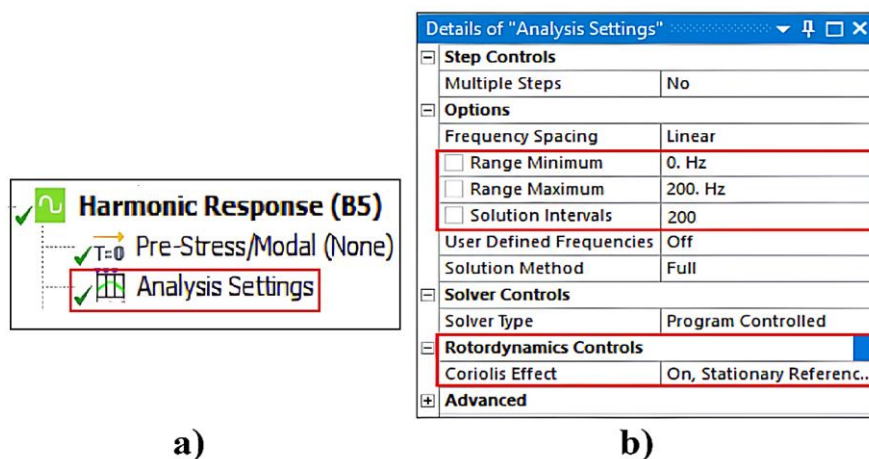


Figura 74. a) Sección de análisis armónico, b) Configuración del análisis armónico

Paso 5: Seguidamente, se procede a insertar la fuerza de rotación. Para ello, se debe hacer clic derecho sobre la opción *Harmonic Response*, seleccionar *Insert* y luego *Rotating Force* (Figura 75 a). Al insertarla, se abrirá automáticamente la ventana *Details of Rotating Force*, donde deberá definirse el eje Y como eje de rotación, además de especificar los datos de ubicación y los parámetros de la masa de desbalance (Figuras 75 b y 75 c).

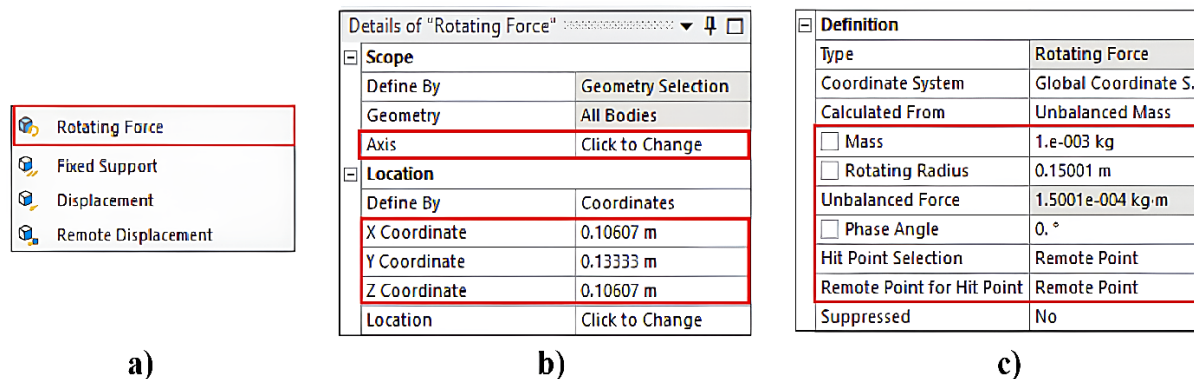


Figura 75. a) Opción *Rotating Force*, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.

Paso 6: Después de concluir los pasos anteriores se deben añadir las herramientas requeridas para analizar la respuesta en frecuencia del desplazamiento del sistema en los ejes X y Z, lo que permitirá generar los diagramas de Bode respectivos. Para realizar esto, se debe hacer clic derecho sobre la opción *Solution* dentro del módulo de análisis armónico (*Harmonic Response*), luego seleccionar *Insert* y después *Frequency Response* (Figura 76).

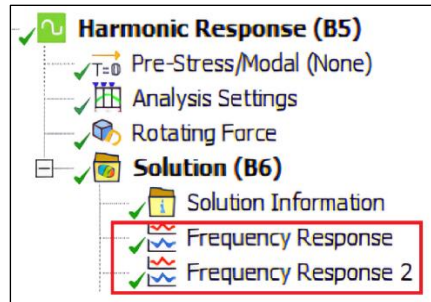


Figura 76. Herramienta Frequency Response

Paso 7: Una vez insertadas las herramientas *Frequency Response*, se deberá seleccionar cada una de ellas para desplegar la ventana *Details of Frequency Response* y proceder con su configuración. En dicha ventana, dentro de la opción *Geometry*, se seleccionará la geometría completa utilizando la herramienta *Body* para ambas configuraciones (Figura 77 a). Además, en la opción *Orientation*, se asignará el eje X a la primera herramienta y el eje Z a la segunda (Figuras 77 b y 77 c).

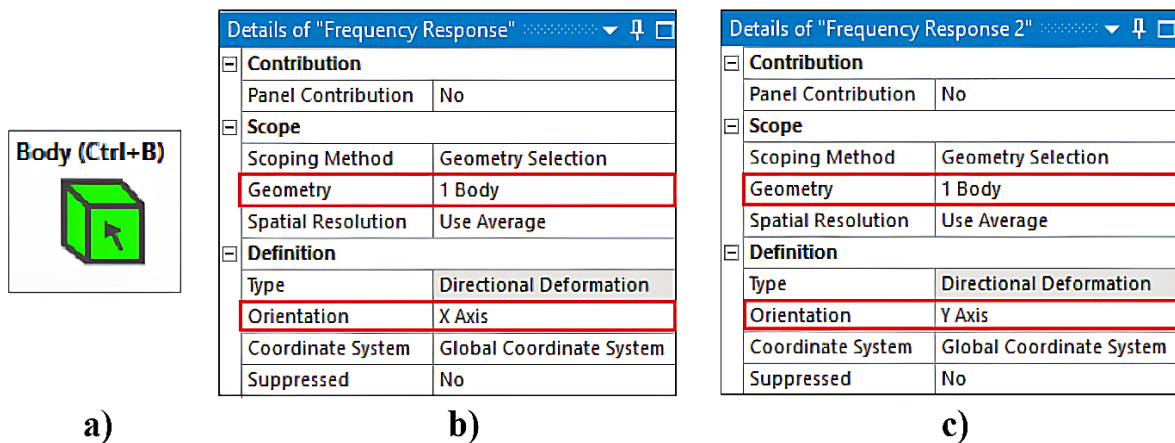


Figura 77. a) Herramienta Body, b) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje X, c) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje Z.

Paso 8: Para concluir esta sección, se debe ejecutar la solución del análisis haciendo clic en la herramienta *Solve* (Figura 78), situada en la barra de herramientas de ANSYS Mechanical.

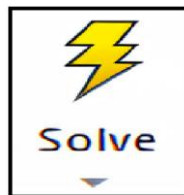


Figura 78. Herramienta Solve.

4.2 MODELADO DEL SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON DISCO ASIMÉTRICO.

El sistema presentado en la Figura 79 representa un conjunto rotor-cojinete conformado por un disco asimétrico y un eje que giran en torno a un eje central. Este sistema también incluye dos cojinetes situados en los extremos del modelo, los cuales brindan soporte al eje en rotación y permiten evaluar su comportamiento dinámico durante el giro.

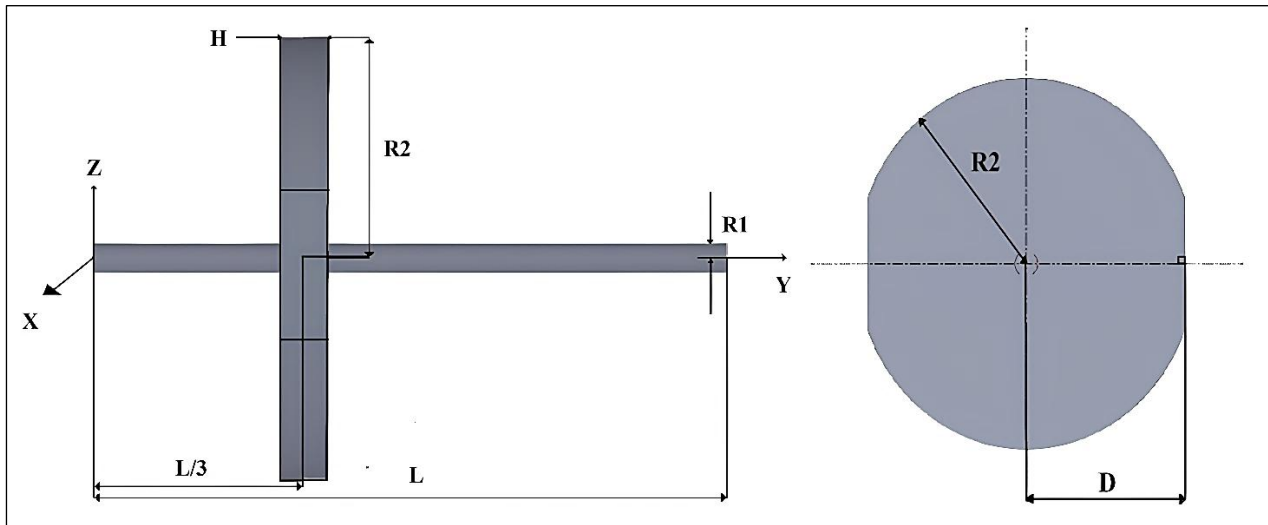


Figura 79. Geometría rotor Jeffcott con disco asimétrico.

La Tabla 7 muestra las dimensiones asociadas a la geometría propuesta, mientras que la Tabla 8 especifica las propiedades mecánicas del material elegido. Esta información es esencial para definir adecuadamente el modelo y garantizar su consistencia con las condiciones físicas del sistema reportado en la literatura.

Tabla 7. Dimensiones del sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con disco asimétrico.

Disco	Eje
Radio interno ($R1$) = 0.01 m	$L = 0.4$ m
Radio externo ($R2$) = 0.15 m	Radio transversal ($R1$) = 0.01 m
Espesor (H) = 0.03 m	Ubicación del disco: $L/3 = 0.13333$ m
Segmento $D = 0.14$ m	

Tabla 8. Propiedades mecánicas del material.

Densidad (ρ)	Módulo de Young (E)	Coeficiente de Poisson (ν)
7800 kg/m ³	2x10 ¹¹ N/m ²	0.3

Con base en los datos presentados previamente en las Tablas 7 y 8, y utilizando el software SOLIDWORKS, se modeló el disco asimétrico del sistema con el objetivo de determinar su masa y los momentos de inercia correspondientes, necesarios para llevar a cabo el análisis. Los resultados se presentan en la Tabla 9.

Tabla 9. Masa y momentos de inercia del disco asimétrico.

Propiedad	Valor
Masa del disco (M_D)	16.129 kg
I_{DX}	8.7229 x10 ⁻² kg*m ²
I_{DY}	9.405 x10 ⁻² kg*m ²
I_{DZ}	0.17886 kg*m ²

Los datos de rigidez y amortiguamiento correspondientes a los dos cojinetes del sistema se presentan en la Tabla 10. En este caso ambos elementos comparten los mismos coeficientes.

Tabla 10. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los cojinetes 1 y 2.

K_{XX}	K_{ZZ}	C_{XX}	C_{ZZ}	K_{XZ}	K_{ZX}	C_{XZ}	C_{ZX}
10 ⁷ N/m	10 ⁷ N/m	10 ³ N/m/s	10 ³ N/m/s	0 N/m	0 N/m	0 N/m/s	0 N/m/s

La Tabla 11 muestra los valores correspondientes a la masa de desbalance ubicada en el disco asimétrico del sistema.

Tabla 11. Datos de la masa de desbalance.

Variable	Valor
Ubicación	0.13333 m
Masa	0.001 kg
Radio	0.15 m
Masa de desbalance	0.00015 kg*m

4.2.1 INICIALIZACIÓN DEL ANÁLISIS Y CREACIÓN DE UN NUEVO MATERIAL.

En esta sección se llevará a cabo la configuración del material propuesto para el modelado del sistema dentro del entorno de ANSYS Workbench. Este material corresponde al utilizado en el modelo referenciado en la literatura, con el propósito de facilitar una comparación directa entre los resultados obtenidos y los ya documentados.

Paso 1: Como primer paso, se debe iniciar o abrir el software ANSYS Workbench. A continuación, se debe integrar el módulo de análisis modal, ya sea haciendo doble clic o arrastrando la opción *Modal* desde el árbol de herramientas hasta el área de proyecto (Figura 80).

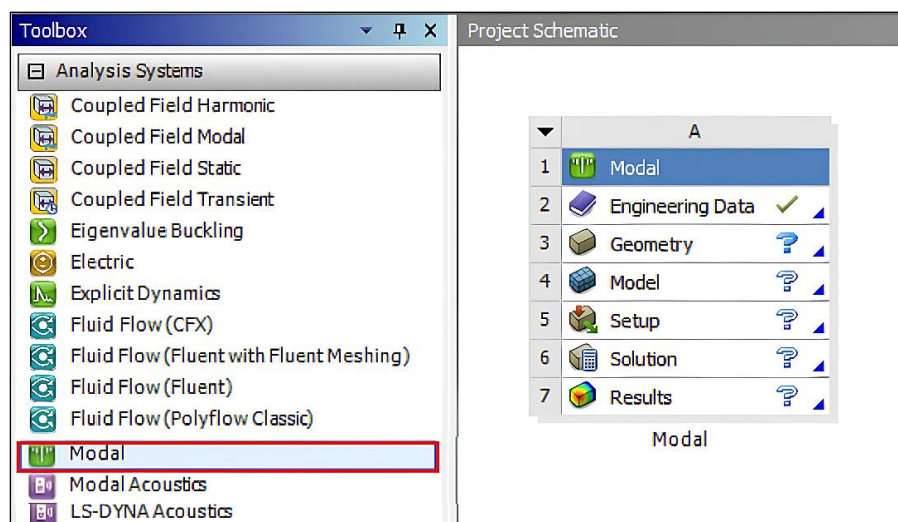


Figura 80. Proceso para insertar el módulo de análisis modal al esquema de proyecto.

Paso 2: Dirigirse al módulo de análisis modal y hacer clic derecho sobre la opción *Engineering Data* (Datos de ingeniería), para luego seleccionar la opción *Edit* (Figura 81).

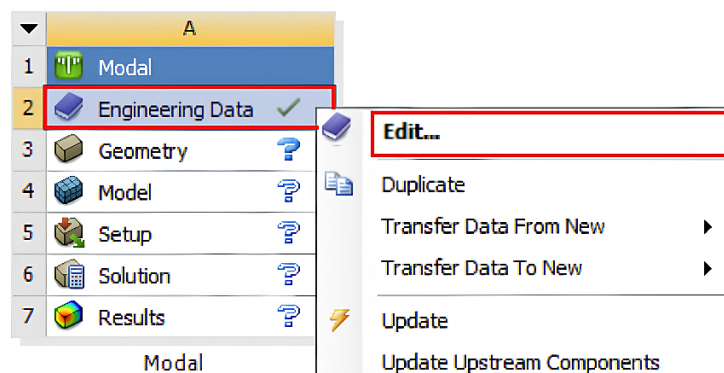


Figura 81. Editar datos de ingeniería.

Paso 3: En la sección *Engineering Data*, seleccionar la pestaña correspondiente para agregar un nuevo material, asignarle el nombre “Nuevo material” y presionar la tecla *Enter* para guardarlo correctamente (Figura 82 a). Luego, hacer doble clic en las opciones *Density* e *Isotropic Elasticity*, ubicadas en el árbol de herramientas (Figura 82 b), y posteriormente introducir los valores correspondientes a la densidad, el módulo de Young y el coeficiente de Poisson, tal como se especifica en la Tabla 8, (Figura 82 c).

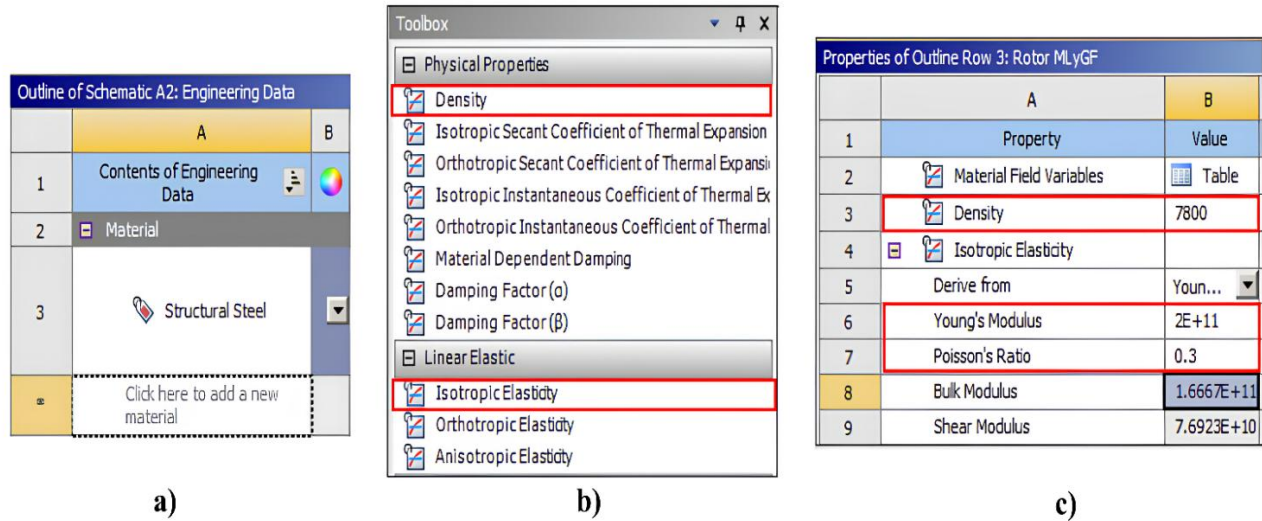


Figura 82. a) Asignación de un nombre al nuevo material, b) Propiedades a agregar, c) Asignación de valores a las propiedades especificadas.

Una vez finalizados estos pasos, el nuevo material habrá sido ingresado correctamente al entorno de trabajo. A continuación, se debe regresar a la pestaña de proyecto (*Project*) para continuar con el proceso de modelado del sistema, la asignación del material a la geometría correspondiente y, posteriormente, continuar con los análisis modal y armónico.

4.2.2 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS TIPO VIGA EN SPACECLAIM.

Paso 1: Con el fin de iniciar el modelado del sistema, utilizando elementos tipo viga y conforme a las dimensiones previamente definidas, situarse en el área de esquema del proyecto y hacer clic derecho sobre la opción *Geometry*, ubicada dentro del módulo de análisis modal. A continuación, seleccionar *New SpaceClaim Geometry* (Figura 83).

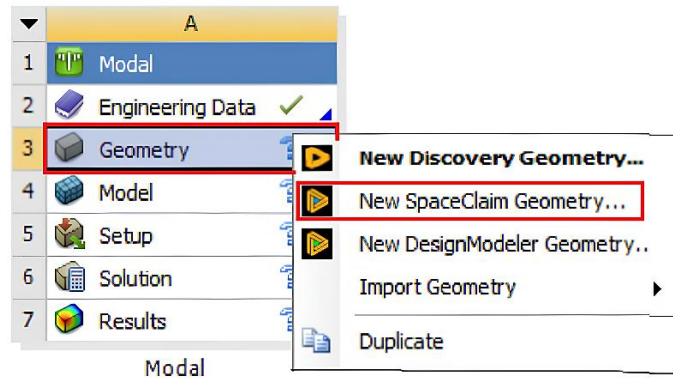


Figura 83. Nueva geometría en SpaceClaim.

Paso 2: Para comenzar con el modelado de la geometría en SpaceClaim, se debe elegir el plano Y-Z empleando la herramienta *Select New Sketch Plane* (Figura 84 a). A continuación, con la ayuda de la herramienta *Plan View* (Figura 84 b), se ajusta la orientación de la vista para visualizar el plano seleccionado de forma paralela a la pantalla (Figura 84 c).

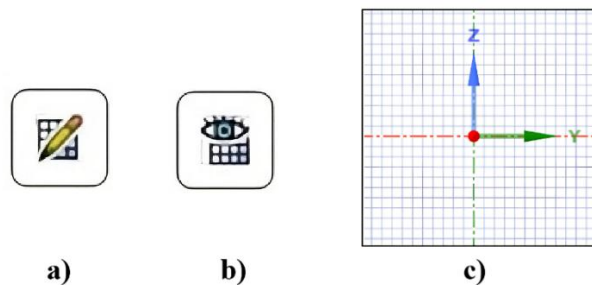


Figura 84. Herramientas para la elección del plano de boceto.

Paso 3: Definido el plano del boceto, se deben trazar y acotar dos líneas a lo largo del eje Y, conforme a las dimensiones del modelo geométrico y con apoyo de las herramientas *Line* y *Dimension*, disponibles en el árbol de herramientas de boceto (Figura 85).

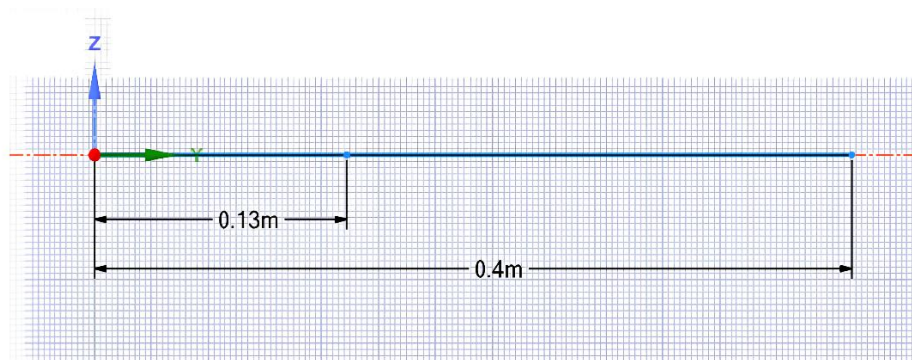


Figura 85. Boceto de geometría en SpaceClaim.

Paso 4: Tras trazar y acotar las líneas que representan la geometría del eje, el siguiente paso consiste en asignarles un perfil de viga apropiado. Para ello, seleccionar ambas líneas manteniendo presionada la tecla Control. Luego, dirigirse a la sección *Prepare* (Preparación), hacer clic en la opción *Profiles* (Perfiles) y, finalmente, seleccionar la opción de perfil circular (Figura 86)

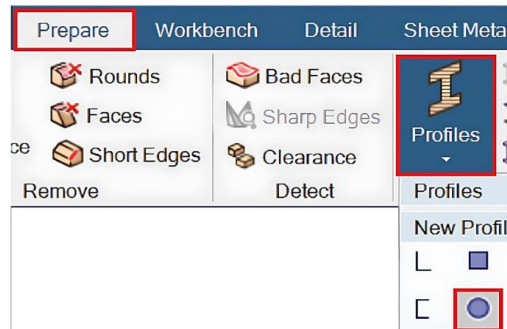


Figura 86. Elección de perfil de viga.

Paso 5: Al seleccionar el nuevo perfil, se creará automáticamente una carpeta llamada *Beam Profiles* en el árbol de trabajo, la cual debe desplegarse. Luego, hacer clic derecho sobre el perfil seleccionado y elegir la opción *Edit Beam Profile* (Figura 87 a). Esto abrirá una nueva pestaña donde se deberá seleccionar la herramienta *Ruler Dimension* para modificar y asignar la dimensión correspondiente al radio del perfil, según los valores especificados en la Tabla 7 (Figura 87 b).

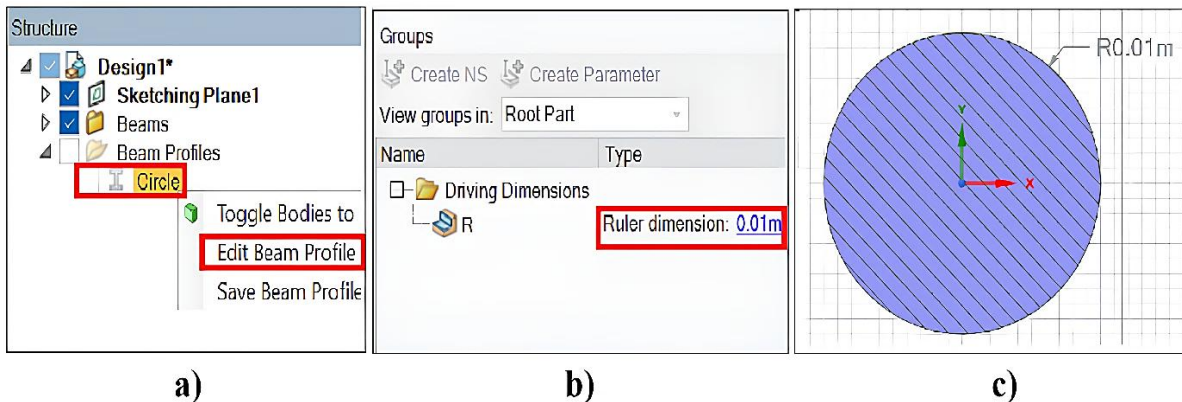


Figura 87. a) Opción para editar el perfil de viga, b) Edición del perfil de viga, c) Perfil de viga.

Paso 6: Regresar a la sección de diseño y finalizar el boceto haciendo clic en la opción *End Sketch Editing* (Figura 88 a). A continuación, compartir el diseño creado con el módulo de análisis modal. Para ello, situarse en la pestaña *Workbench* y hacer clic en la opción *Share* (Figura 88 b).

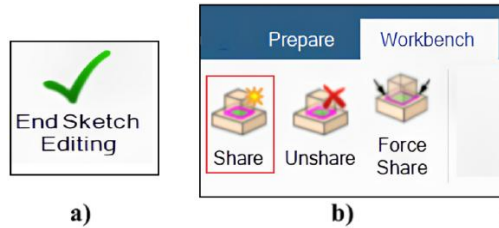


Figura 88. Finalizar boceto y compartir geometría.

Paso 7: Por último, se comprueba que la geometría haya sido transferida y compartida de manera correcta dentro del módulo de análisis modal (Figura 89).

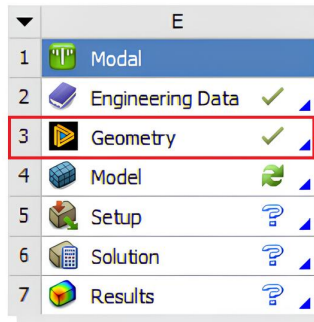


Figura 89. Verificación de geometría compartida correctamente.

4.2.3 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.

Paso 1: Para acceder a ANSYS Mechanical, dirigirse al área de esquema del proyecto y hacer doble clic en la opción *Model*, situada dentro del módulo de análisis modal (Figura 90 a). Luego, con el fin de obtener una mejor vista de la geometría, seleccionar la opción *Cross Section* (Figura 90 b) en la sección *Display* (Figura 90 c).

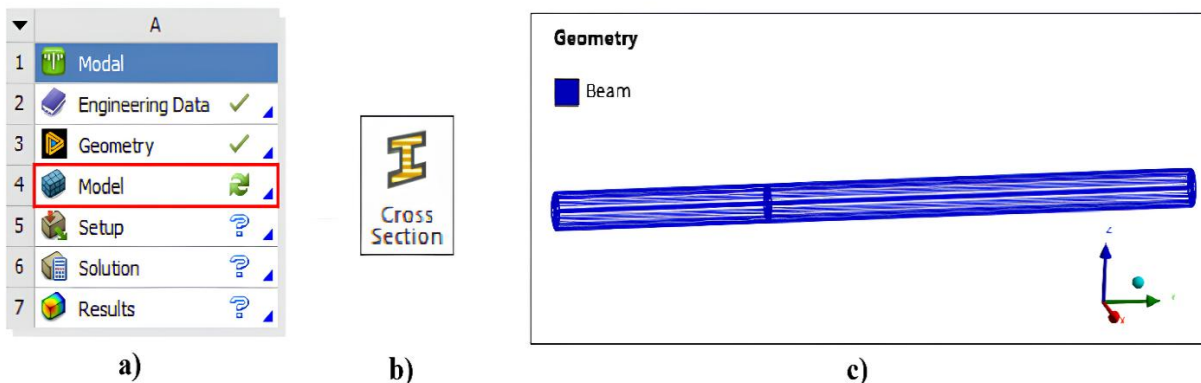


Figura 90. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Cross Section, c) Geometría del sistema.

Paso 2: Hacer clic derecho sobre la opción *Geometry*, ubicada en el árbol del proyecto; luego, seleccionar la opción *Insert* y posteriormente *Point Mass* (Figura 91). Esta acción permitirá incorporar un punto de masa que contendrá los valores correspondientes a la masa del disco y a los momentos de inercia, según lo indicado en la Tabla 9.

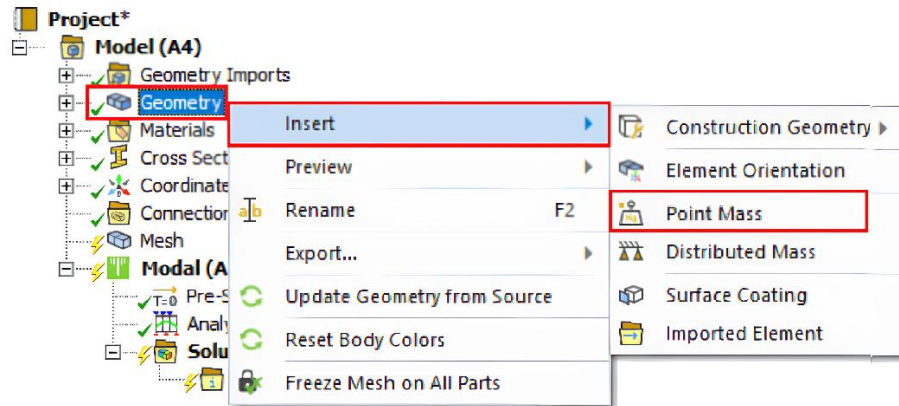


Figura 91. Insertar un punto de masa.

Paso 3: En este paso, se debe configurar la ubicación del punto de masa y las propiedades del disco en la pestaña *Details of Point Mass*. Para ello, empleando la herramienta de selección de vértices (Figura 92 a) se selecciona el vértice ubicado sobre el eje Y, a una distancia de 0.13333 m desde el origen (Figura 92 b). Posteriormente, se ingresan los valores correspondientes a la masa y a los momentos de inercia del disco, además de especificar un comportamiento rígido (*Behavior*).

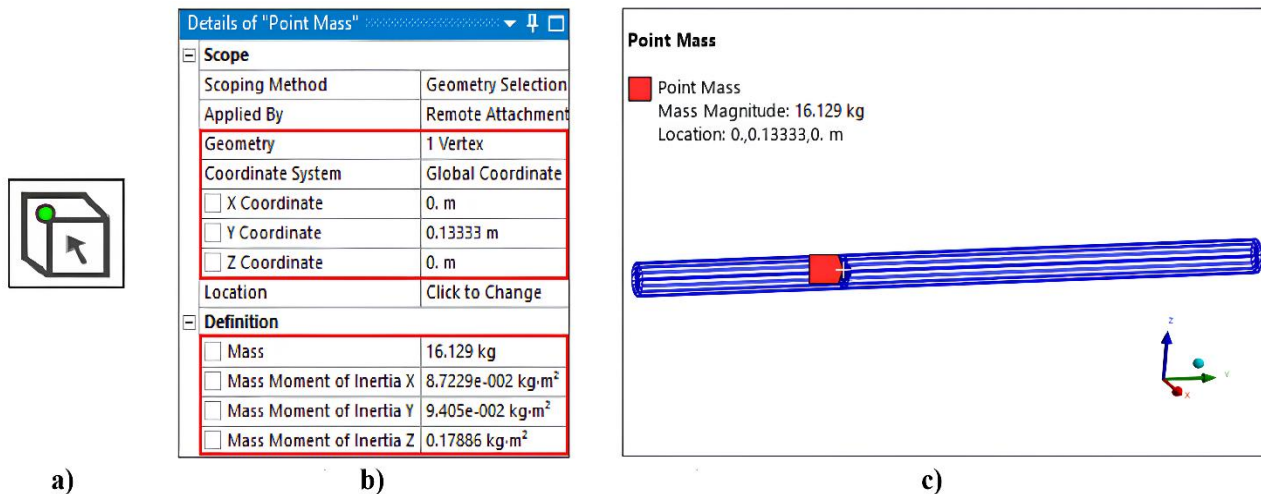


Figura 92. a) Herramienta de selección de vértices, b) Configuración del punto de masa, c) Modelo con punto de masa.

Paso 4: Hacer clic derecho sobre la carpeta *Model*, ubicada en el árbol del proyecto; luego seleccionar *Insert* y, a continuación, *Connections*. Esta acción creará una carpeta de conexiones en el árbol del proyecto, la cual es necesaria para insertar los cojinetes del sistema.

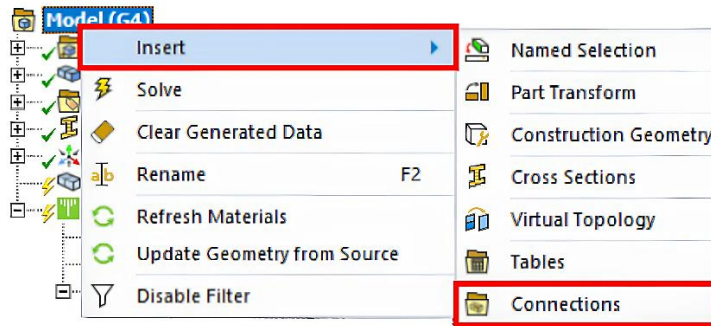


Figura 93. Insertar carpeta de conexiones.

Paso 5: Después de completar el paso anterior, se procede a agregar los dos rodamientos necesarios para el modelado del sistema. Para ello, hacer clic derecho sobre la carpeta *Connections*; luego, seleccionar la opción *Insert* y posteriormente la opción *Bearing* (Figura 94). Este procedimiento debe realizarse dos veces, ya que se requieren dos rodamientos para representar adecuadamente el soporte del eje en ambos extremos.

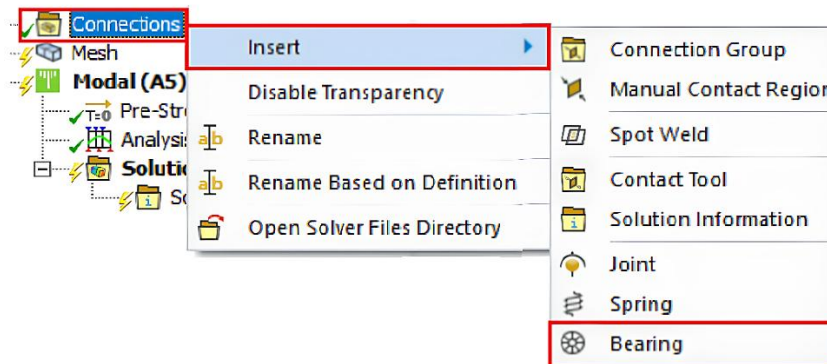


Figura 94. Insertar rodamientos.

Paso 6: Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los dos rodamientos insertados previamente deberán configurarse conforme a la Tabla 10. Además, cada uno de estos elementos deberán ubicarse en los vértices extremos de la viga sobre el plano X-Z. Cabe mencionar que, en las dos pestañas de configuración se debe seleccionar un comportamiento rígido (*Behavior*) (Figuras 95 a y 95 b).

Details of "Ground To No Selection"	
Graphics Properties	
Visible	Yes
Definition	
Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	1000. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C22	1000. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N·s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Vertex
Body	Beam (Circle)
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0. m
Mobile Z Coordinate	0. m

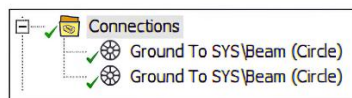
a)

Details of "Ground To No Selection"	
Graphics Properties	
Visible	Yes
Definition	
Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	1000. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C22	1000. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N·s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Vertex
Body	Beam (Circle)
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0.4 m
Mobile Z Coordinate	0. m

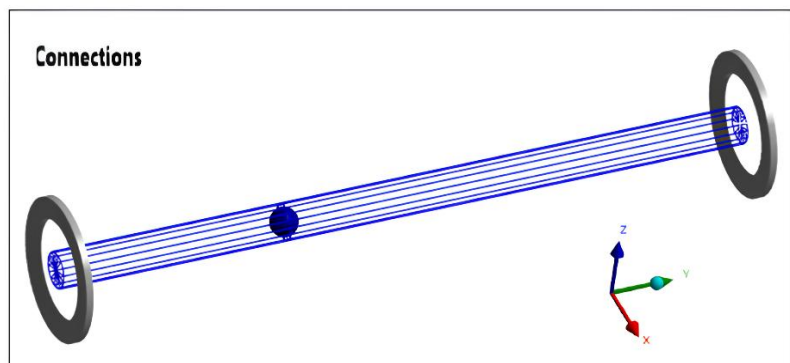
b)

Figura 95. a) Configuración rodamiento 1, b) Configuración rodamiento 2.

Paso 7: Posteriormente, se verifica que los rodamientos se hayan agregado correctamente (Figura 96 a y 96 b).



a)



b)

Figura 96. Verificación de rodamientos.

Paso 8: Para asignar el material previamente definido a la geometría, seleccionar la opción *Beam*, situada en la sección *Geometry* (Figura 97 a). Esto procedimiento permitirá desplegar la pestaña *Details of Beam*, donde se debe acceder al apartado *Material* y hacer clic en *Assignment* para, posteriormente, elegir el material creado previamente (Figura 97 b).

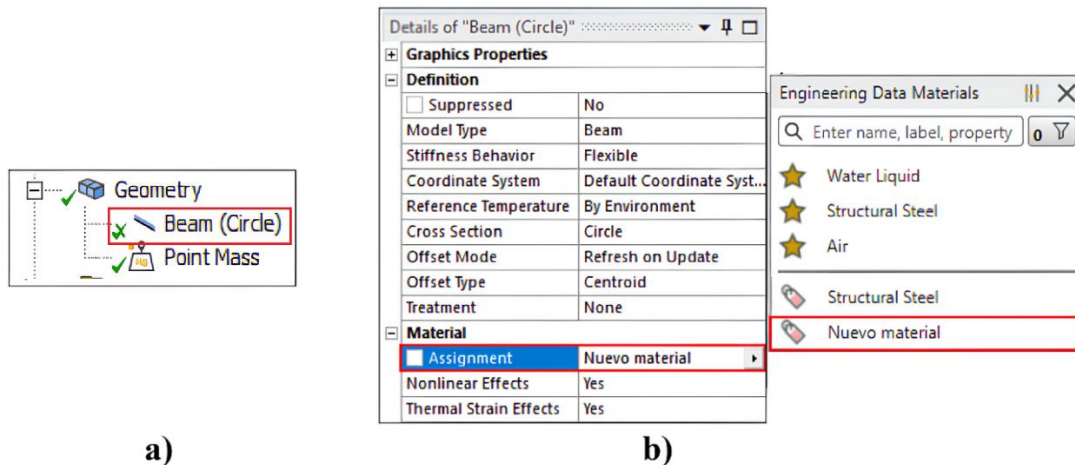


Figura 97. a) Sección Geometry, b) Asignación del nuevo material a la geometría.

4.2.4 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTO VIGA.

Para el modelado de este sistema, el mallado se llevará a cabo de manera similar al utilizado en el sistema con cojinetes asimétricos, dividiendo los dos segmentos de la viga según lo indicado en la Tabla 12, con el objetivo de obtener un total de 10 nodos distribuidos a lo largo del eje.

Tabla 12. Divisiones por segmento de viga para el mallado.

Segmento	1	2
No. De divisiones	3	6

Paso 1: Una vez definido el número de divisiones por segmento, se debe insertar la herramienta *Sizing* para aplicar el control de malla en cada tramo de la viga. Dado que el modelo contiene dos segmentos, la herramienta deberá insertarse dos veces. Para ello, hacer clic derecho sobre *Mesh*, seleccione *Insert* y luego *Sizing* (Figura 98).

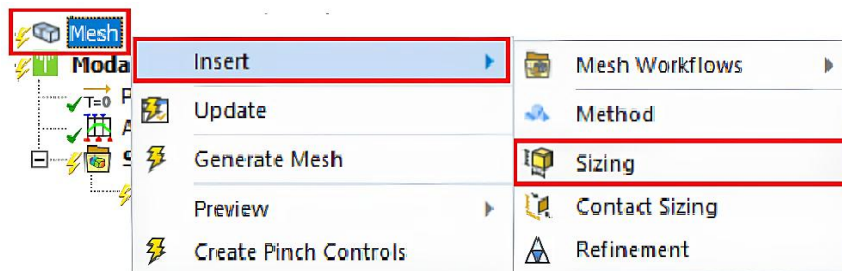


Figura 98. Insertar control de malla Sizing.

Paso 2: En este paso se configuran, conforme a lo indicado en la Tabla 12, las dos herramientas de control de malla *Sizing* insertadas previamente. Para ello, con ayuda de la herramienta de selección de bordes (Figura 99 a), se selecciona el segmento correspondiente, se establece el tipo como *Number of Divisions* y se define el número de divisiones asignado para cada tramo (Figuras 99 b y 99 c).

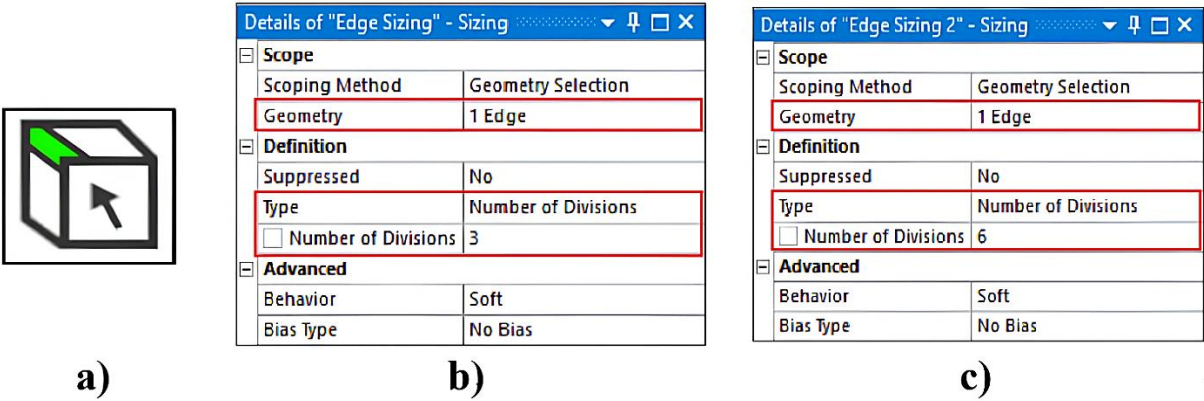


Figura 99. Configuración del mallado del sistema con elemento viga.

Paso 3: Finalmente, se genera la malla conforme a la configuración previamente establecida. Para ello, se debe hacer clic derecho sobre la opción *Mesh* y seleccionar *Generate Mesh*. Una vez completado el proceso, se debe verificar que existan 10 nodos distribuidos a lo largo del eje del sistema, lo que confirma que el mallado se ha realizado correctamente (Figura 100 b).

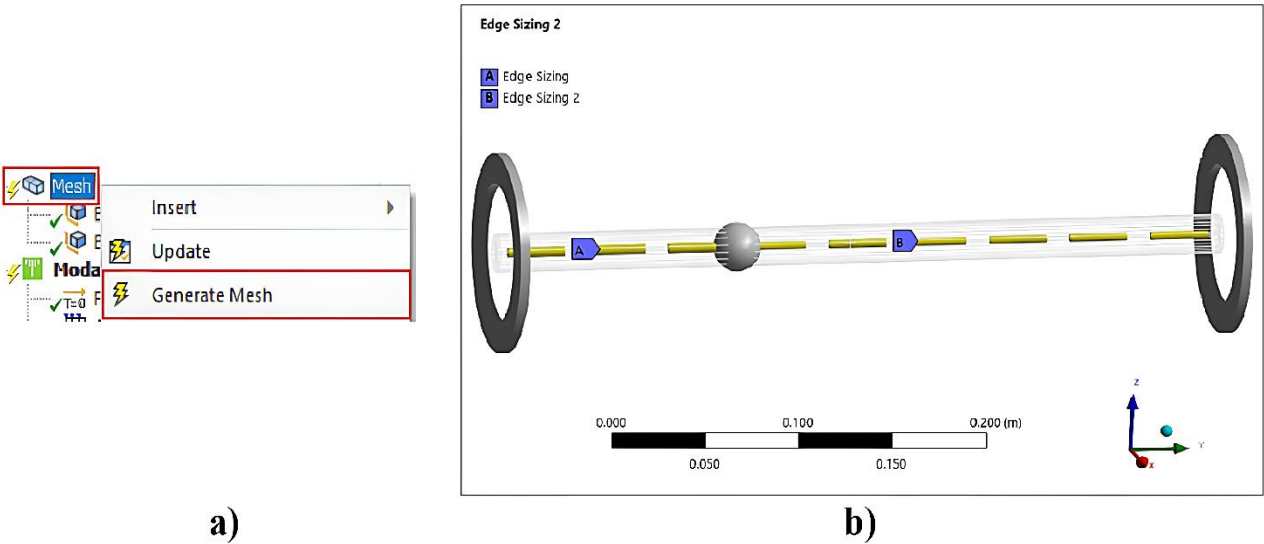


Figura 100. a) Opción para generar malla, b) Mallado del modelo tipo viga.

4.2.5 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTO VIGA.

Paso 1: En el árbol del proyecto, dentro de la sección de análisis modal, hacer clic en la pestaña *Analysis Settings* (Figura 101 a). Al hacerlo, se desplegará la ventana *Details of Analysis Settings*, en la cual se debe especificar el número máximo de modos de vibración a analizar; en este caso, se establecen 7 modos. Posteriormente, se debe activar la opción de amortiguamiento. En la sección *Rotordynamics Controls*, se debe habilitar la opción *Coriolis Effect* y la opción *Campbell Diagram*. Cabe destacar que, en el apartado de *Rotordynamics Controls*, deben definirse 7 puntos de referencia para la generación del diagrama de Campbell (Figura 101 b)

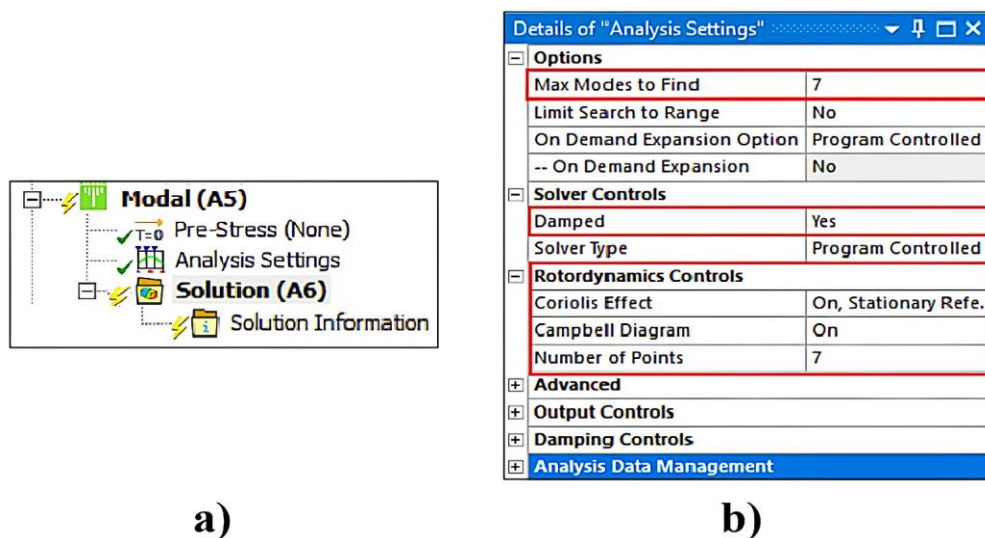


Figura 101. a) Sección de análisis modal, b) Configuración de análisis modal.

Paso 2: En este paso se define la velocidad de rotación del sistema. Para ello, dentro del módulo de análisis modal, se debe hacer clic derecho sobre la opción *Modal*, seleccionar *Insert* en el menú desplegable y, a continuación, elegir la opción *Rotational Velocity* (Figura 102).

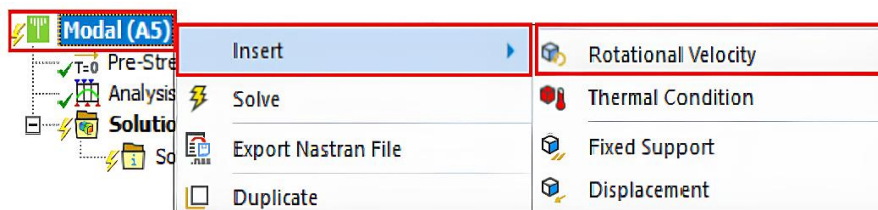


Figura 102. Insertar velocidad de rotación.

Paso 3: Una vez finalizado el paso anterior, se abrirá la ventana *Details of Rotational Velocity*, la cual debe ser configurada correctamente (Figura 103 a). Además, es necesario ajustar la tabla *Tabular Data*, en la que se establecerán los intervalos de velocidad punto por punto (Figura 103 b).

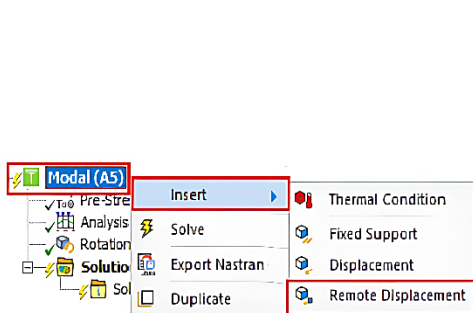
a)

	Points	<input checked="" type="checkbox"/> X [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Y [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Z [rpm]
1	1	0.	0.	0.
2	2	0.	2000.	0.
3	3	0.	4000.	0.
4	4	0.	6000.	0.
5	5	0.	8000.	0.
6	6	0.	10000.	0.
7	7	0.	12000.	0.
*				

b)

Figura 103. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.

Paso 4: Como siguiente paso, se debe hacer clic derecho sobre la pestaña *Modal*, seleccionar *Insert* y luego *Remote Displacement*. Esta acción permite añadir desplazamientos remotos al análisis, los cuales deben ubicarse en los vértices extremos de la geometría para mantenerla fija a lo largo del eje de rotación, que en este caso corresponde al eje Y. Es necesario insertar dos desplazamientos, uno en cada vértice extremo, y configurarlos correctamente (Figuras 104 b y 104 c).



a)

b)

c)

Figura 104. a) Insertar desplazamiento remoto, b) Configuración desplazamiento remoto 1, c) Configuración desplazamiento remoto 2.

Paso 5: Finalmente, para obtener el diagrama de Campbell, se debe hacer clic derecho sobre la opción *Solution*, seleccionar *Insert* y luego elegir *Campbell Diagram*. Una vez insertado, se procede a ejecutar la solución haciendo clic en *Solve*, lo que permitirá generar el análisis correspondiente.

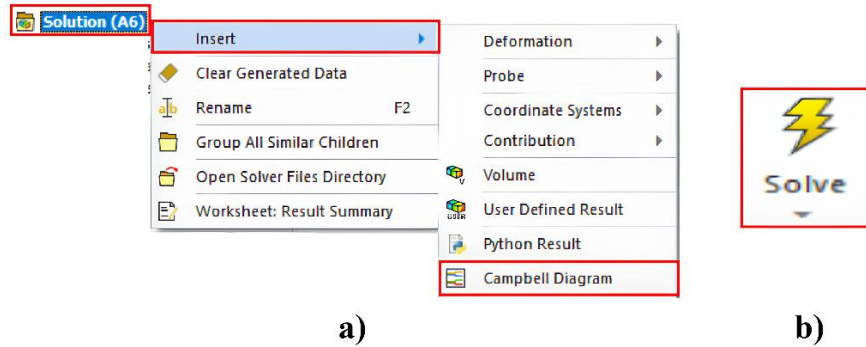


Figura 105. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.

4.2.6 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTO VIGA.

Paso 1: Dirigirse a la barra de herramientas de ANSYS Mechanical y hacer clic en la opción *Analysis* (Figura 106 a), para luego seleccionar *Harmonic Response* (Figura 106 b).

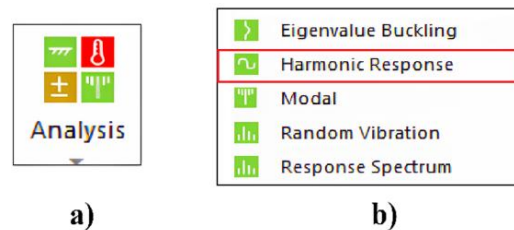


Figura 106. Insertar análisis armónico.

Paso 2: Después de insertar el módulo de análisis armónico en el árbol del proyecto, se debe hacer clic en *Analysis Settings* y definir los valores de las variables (Figura 107 b).

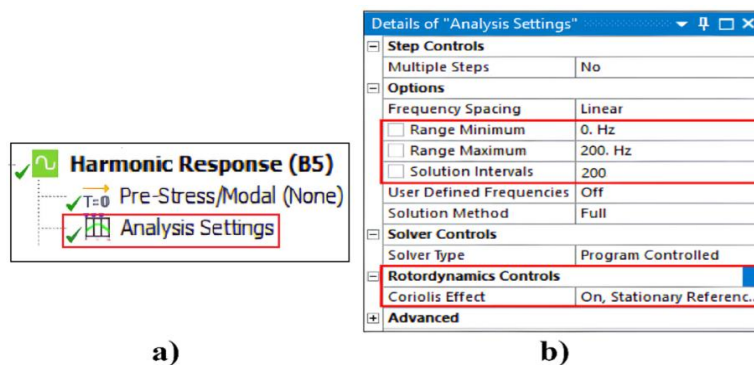


Figura 107. a) Sección de análisis armónico, b) Configuración del análisis armónico.

Paso 3: Hacer clic derecho sobre la opción *Harmonic Response*, luego seleccionar *Insert* y, posteriormente, *Rotating Force* (Figura 108 a) para agregar la fuerza de rotación al modelo. Una vez insertada, se desplegará automáticamente la ventana *Details of Rotating Force*, la cual debe configurarse conforme a los parámetros indicados en la Tabla 11 (Figuras 108 b y 108 c).

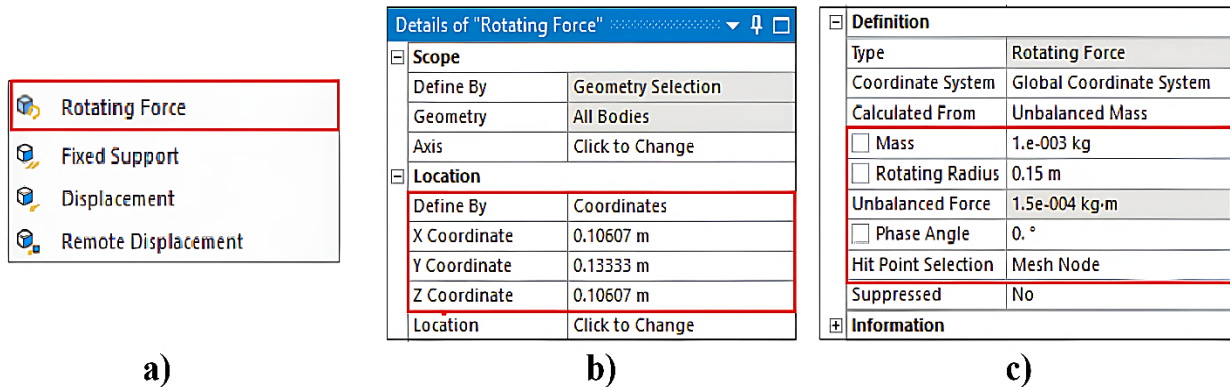


Figura 108. a) Opción *Rotating Force*, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.

Paso 4: Para insertar las herramientas necesarias para evaluar la respuesta en frecuencia del desplazamiento del sistema en los ejes X y Z, se debe hacer clic derecho sobre *Solution* en el módulo *Harmonic Response*, luego se debe seleccionar la opción *Insert* y, posteriormente, *Frequency Response*. Una vez añadidas ambas herramientas, se deben configurar en la ventana *Details of Frequency Response*, seleccionando en el apartado *Geometry* el vértice ubicado sobre el eje Y a 0.13333 m del origen. En la opción *Orientation*, se asigna el eje X a la primera herramienta y el eje Z a la segunda, con el fin de obtener los diagramas de Bode correspondientes a cada componente.

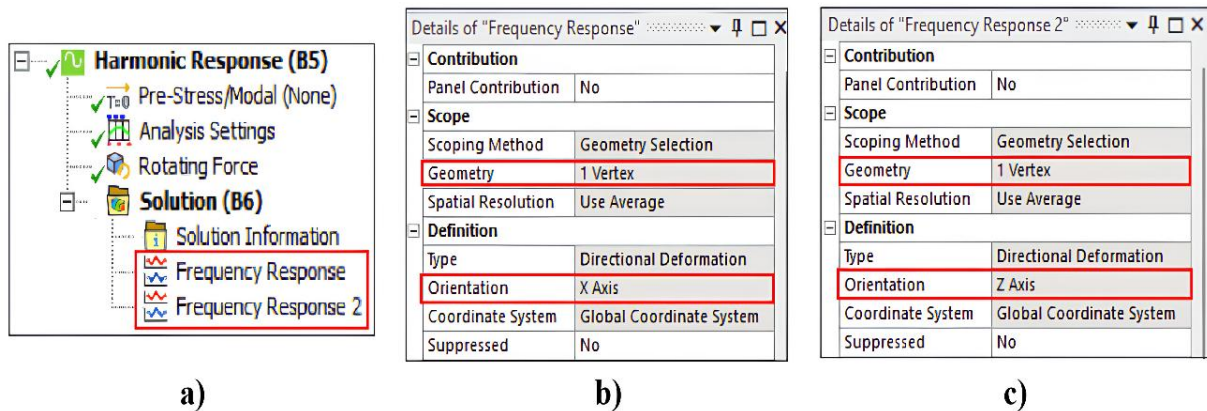


Figura 109. a) Herramientas de respuesta en frecuencia, b) Configuración de la herramienta *Frequency Response* con referencia al eje X, c) Configuración de las herramientas *Frequency Response* con referencia al eje Z.

Paso 5: Para finalizar esta sección, hacer clic en la herramienta *Solve* (Figura 110), ubicada en la barra de herramientas de ANSYS Mechanical, para ejecutar el análisis correspondiente.

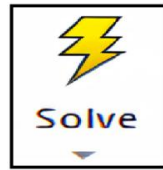


Figura 110. Herramienta Solve.

4.2.7 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS 3D EN SPACECLAIM.

Paso 1: Dirigirse al apartado de inicialización del análisis y creación de un nuevo material para el sistema rotor-cojinete con disco asimétrico, ubicado en la Sección 4.2.1, y repetir los pasos indicados. Posteriormente, hacer clic derecho sobre la opción *Geometry* y seleccionar *New Geometry* (Figura 111) para iniciar el modelado geométrico del sistema.

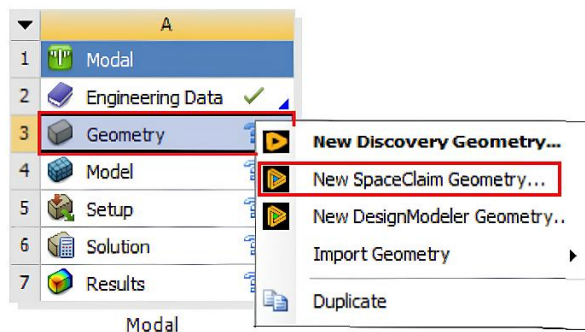


Figura 111. Nueva geometría en SpaceClaim.

Paso 2: Tras iniciar SpaceClaim, se debe elegir el plano Y-Z utilizando la herramienta *Select New Sketch Plane* (Figura 112 a). A continuación, con el apoyo de la herramienta *Plan View* (Figura 112 b), se ajusta la orientación de la vista para que el plano seleccionado se muestre completamente paralelo a la pantalla, facilitando así el modelado geométrico del sistema (Figura 112 c)

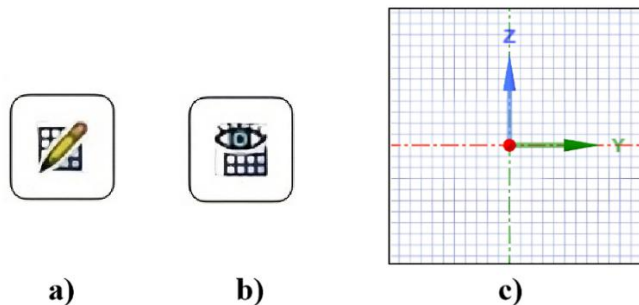


Figura 112. a) Herramienta *Select New Sketch Plane*, b) Herramienta *Plan View*, c) Plano normal a la pantalla.

Paso 3: Una vez definido el plano del boceto, se procede a trazar dos cilindros, uno para el eje y otro para el disco, utilizando la herramienta *Cylinder*, ubicada en la pestaña *Design* (Figura 113 a), siguiendo las dimensiones establecidas en el modelo propuesto (Figura 78, Sección 4.2). A continuación, mediante la herramienta *Dimension*, localizada en la pestaña *Detail* del árbol de trabajo, se verifica que el modelo presente las dimensiones correctas (Figura 113 b)

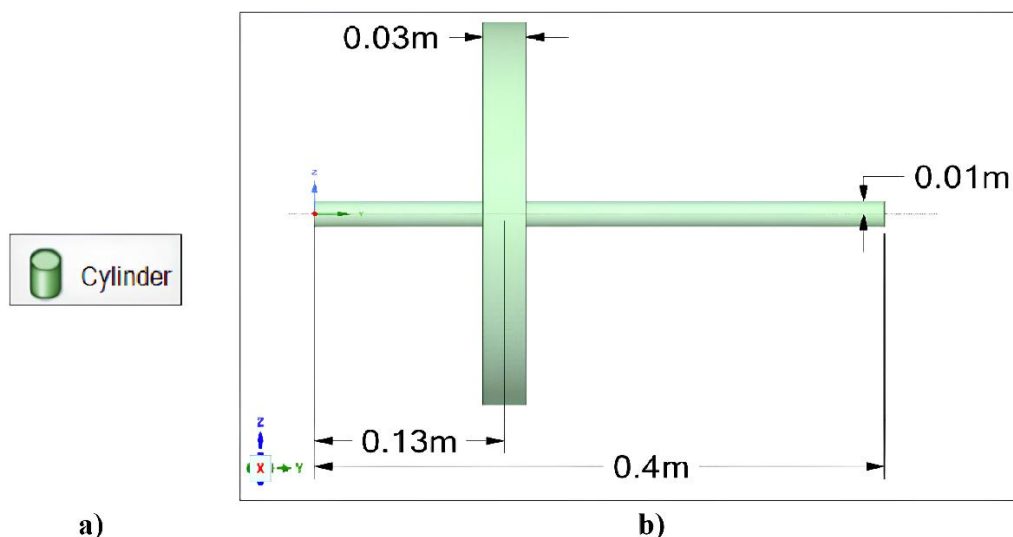


Figura 113. Boceto de geometría en SpaceClaim.

Paso 4: Después de verificar las dimensiones anteriores, se introducen las asimetrías del disco. Para ello, se crea un nuevo boceto sobre una de las caras del disco (Figura 114).

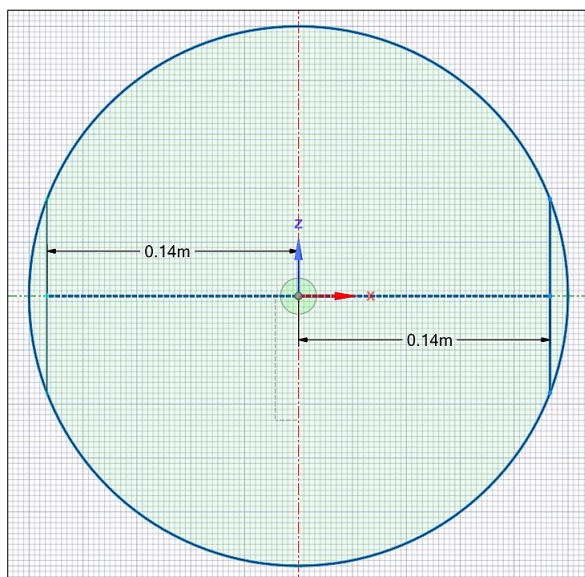


Figura 114. Boceto disco asimétrico.

Paso 5: Con el boceto anterior ya definido, se empleará la herramienta *Pull* (Figura 115 a) para realizar dos operaciones de corte en el disco. Para ello, se selecciona la cara asociada a la primera asimetría y se arrastra la herramienta en dirección normal hasta atravesar completamente el espesor del disco. A continuación, se repite el mismo procedimiento sobre la cara correspondiente a la segunda asimetría.

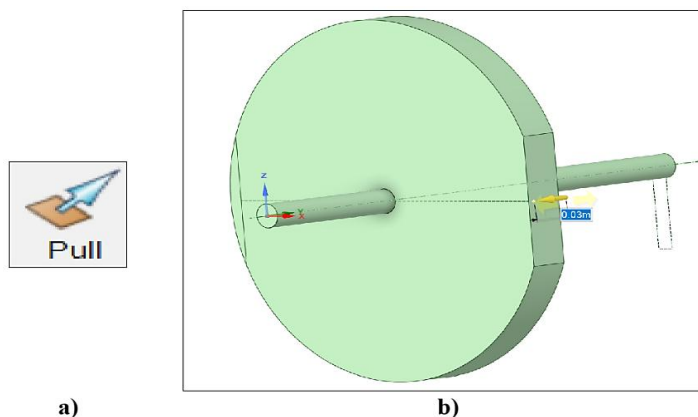


Figura 115. a) Herramienta *Pull*, b) Primer corte en el disco.

Paso 6: Tras concluir el modelo geométrico, dirigirse a la pestaña *Workbench* y hacer clic en la opción *Share* (Figura 116), con el fin de vincular el diseño al módulo de análisis modal y así continuar con la configuración de los parámetros básicos del sistema correspondiente.

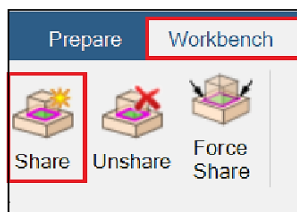


Figura 116. Opción para compartir geometría.

Paso 7: Verificar que la geometría se haya compartido correctamente en el módulo de análisis modal (Figura 117).

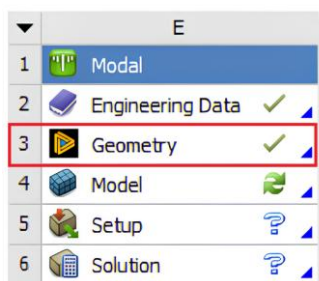


Figura 117. Verificación de geometría compartida.

4.2.8 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Paso 1: Para acceder al entorno de trabajo de ANSYS Mechanical, hacer doble clic sobre la opción *Model*, ubicada dentro del módulo de análisis modal (Figura 118 a). Una vez abierto, seleccionar la opción *Display* para mejorar la visualización de la geometría en pantalla y facilitar las configuraciones posteriores (Figura 118 b).

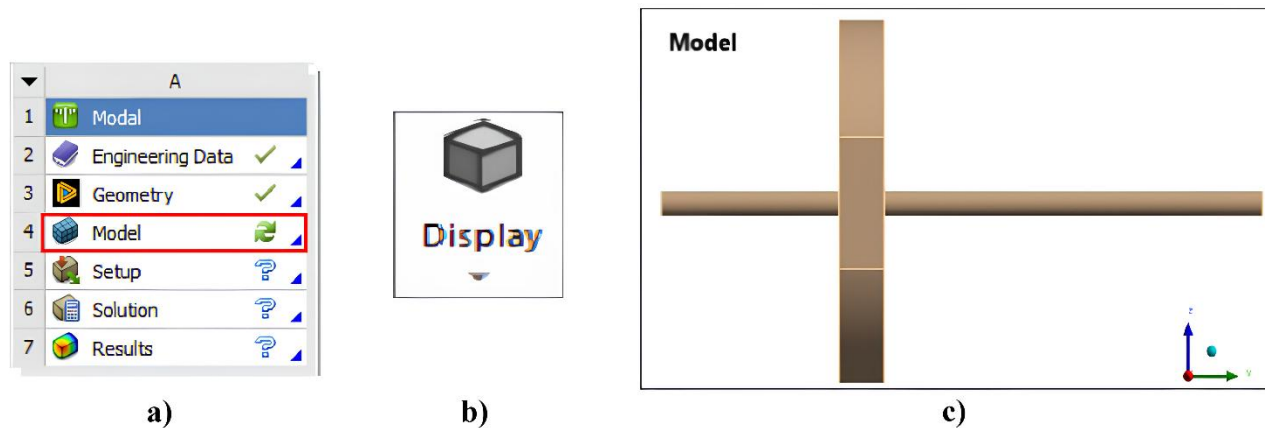


Figura 118. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Display, c) Geometría del sistema.

Paso 2: En este paso, se debe insertar la carpeta *Connections*, necesaria para agregar posteriormente los cojinetes al sistema. Para ello, hacer clic derecho sobre la carpeta *Model*, ubicada en el árbol del proyecto; luego seleccionar la opción *Insert* y, a continuación, *Connections* (Figura 119).

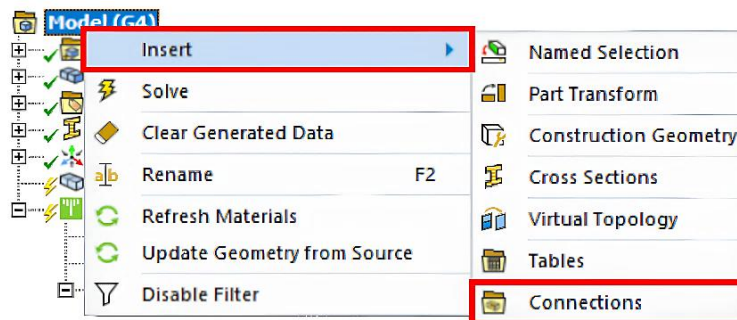


Figura 119. Insertar carpeta de conexiones.

Paso 3: Posteriormente, se debe hacer clic derecho sobre la carpeta *Connections*; luego, seleccionar la opción *Insert* y, a continuación, la opción *Bearing* (Figura 120). Este procedimiento debe repetirse para añadir los dos rodamientos del sistema.

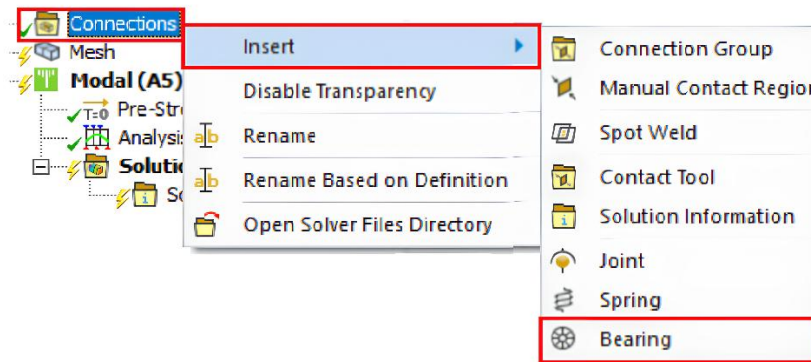
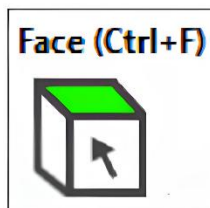


Figura 120. Insertar rodamientos.

Paso 4: La ubicación de los rodamientos debe establecerse sobre las superficies extremas del eje, lo cual se realiza utilizando la herramienta de selección de caras (Figura 121 a). Posteriormente, se deben asignar los valores de rigidez y amortiguamiento conforme a lo establecido en la Tabla 10, y configurar ambos elementos con un comportamiento rígido (*Behavior*) en sus propiedades (Figuras 121 b y 121 c).



a)

Details of "Ground To SYS\Solid"	
Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	1000. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C22	1000. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N·s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Face
Body	SYS\Solid
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0. m
Mobile Z Coordinate	0. m
Behavior	Rigid

b)

Details of "Ground To SYS\Solid"	
Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	1000. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C22	1000. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N·s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N·s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Face
Body	SYS\Solid
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0.4 m
Mobile Z Coordinate	0. m
Behavior	Rigid

c)

Figura 121. a) Herramienta de selección de caras. b) Configuración rodamiento 1, c) Configuración rodamiento 2.

Paso 5: Completado el paso anterior, se debe verificar que ambos rodamientos se hayan agregado correctamente, tanto en el árbol de trabajo como en el área del proyecto, asegurando así su correcta integración al modelo (Figura 122 a y 122 b).

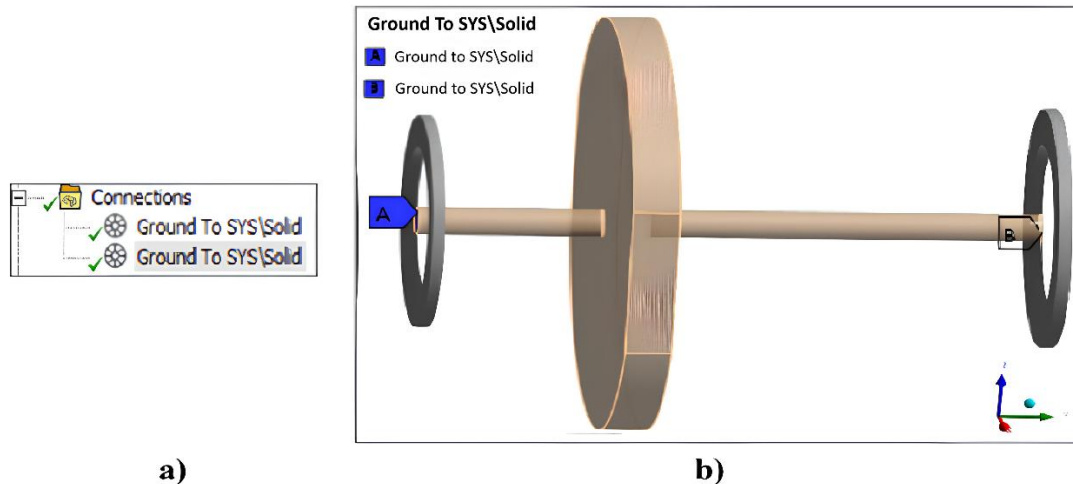


Figura 122. a) Carpeta de conexiones, b) Modelo con cojinetes.

4.2.9 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Con el objetivo de obtener una solución independiente del tamaño de la malla, se implementa un tamaño de elemento que cumple con los criterios establecidos en la Sección 3.7.4. Para ello, el mallado del modelo se realiza especificando un tamaño de malla de 0.009 m, el cual favorece la obtención de resultados sin comprometer la eficiencia computacional. Esta configuración permite alcanzar una solución numéricamente estable, evitando también un tiempo de procesamiento excesivo para la obtención de resultados.

Paso 1: Seleccionar la opción *Mesh* (Figura 123 a) y dirigirse a la ventana *Details of Mesh*, donde se debe especificar el tamaño del elemento de malla requerido para el modelo (Figura 123 b)

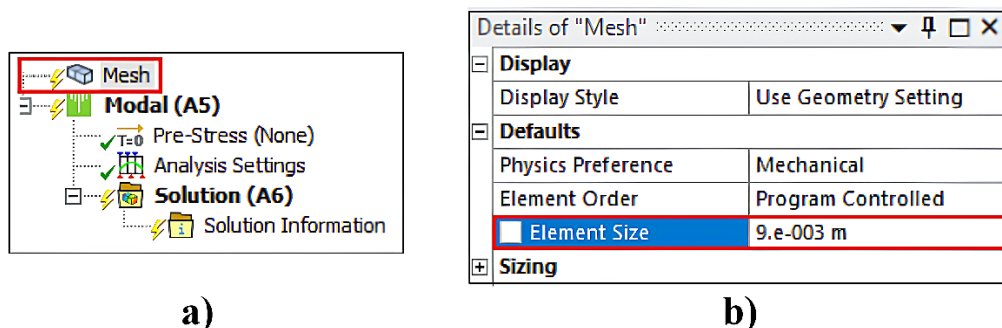
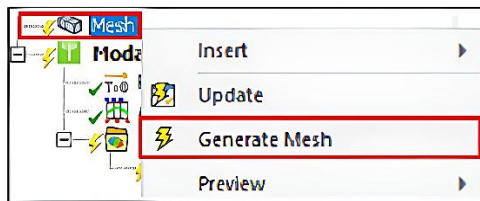
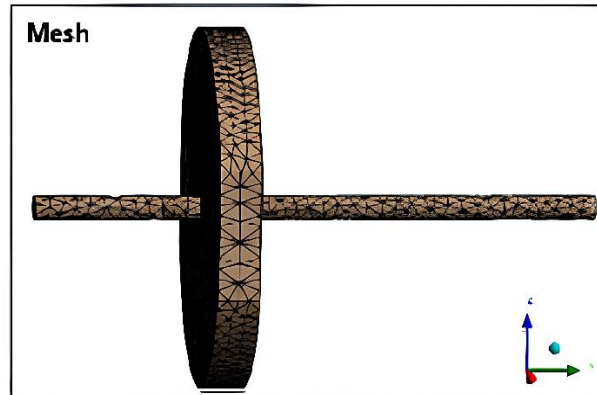


Figura 123. a) Opción Mesh, b) Configuración del tamaño de elementos de la malla.

Paso 2: Después de definir el tamaño de los elementos de la malla, se procede a hacer clic derecho sobre la opción *Mesh* y seleccionar la opción *Generate Mesh* (Figura 124 a) para generar la malla.



a)

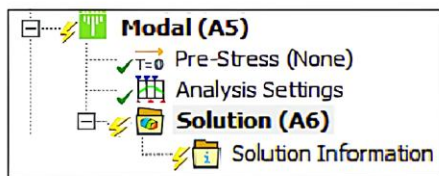


b)

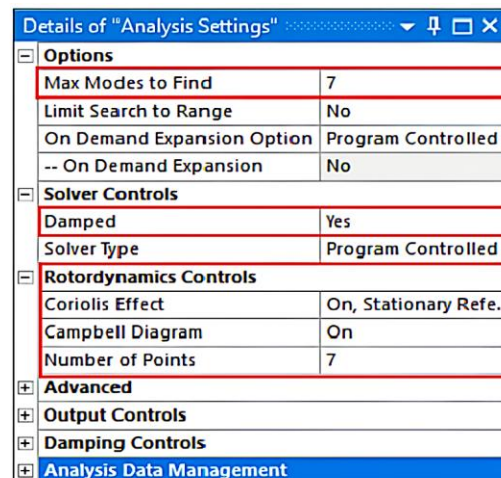
Figura 124. a) Opción generar malla, b) Modelo mallado.

4.2.10 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Paso 1: Acceder a la pestaña *Analysis Settings*, ubicada en el árbol del proyecto dentro del módulo de análisis modal (Figura 125 a). Al hacerlo, se desplegará la ventana *Details of Analysis Settings*, donde se debe especificar el número máximo de modos de vibración a analizar; en este caso, se configuran 7 modos. Después, activar la opción de amortiguamiento para indicar que el sistema es amortiguado. En la sección *Rotordynamics Controls*, habilitar tanto la opción *Coriolis Effect* como *Campbell Diagram* especificando un total de 7 puntos de referencia.



a)



b)

Figura 125. a) Sección de análisis modal, b) Configuración de análisis modal.

Paso 2: El siguiente paso consiste en insertar la velocidad de rotación (*Rotational Velocity*) en el sistema. Para ello, se hace clic derecho sobre la pestaña *Modal*, luego se selecciona la opción *Insert* y, posteriormente, *Rotational Velocity*.

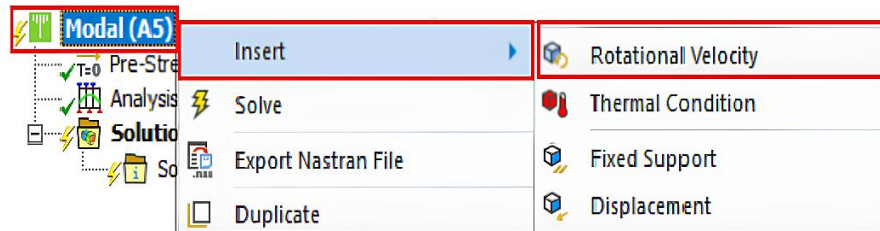
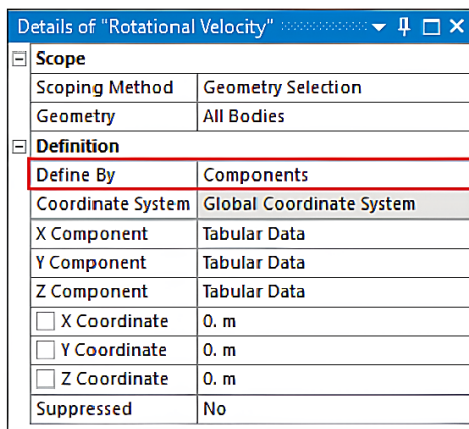


Figura 126. Insertar velocidad de rotación.

Paso 3: Completado el paso anterior, dirigirse a la ventana *Details of Rotational Velocity*, donde se debe establecer una definición por componentes (Figura 127 a). Además, se debe configurar la tabla *Tabular Data*, en la cual se ingresarán los intervalos de velocidad punto por punto (Figura 127 b).



a)

Tabular Data				
	Points	<input checked="" type="checkbox"/> X [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Y [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Z [rpm]
1	1	0.	0.	0.
2	2	0.	2000.	0.
3	3	0.	4000.	0.
4	4	0.	6000.	0.
5	5	0.	8000.	0.
6	6	0.	10000.	0.
7	7	0.	12000.	0.
*				

b)

Figura 127. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.

Paso 4: A continuación, se insertan condiciones de desplazamiento remoto en las caras extremas del eje, con el fin de restringir la geometría a lo largo del eje de rotación, que en este caso corresponde al eje Y. Para realizar esta acción, se debe hacer clic derecho sobre la pestaña *Modal*, seleccionar *Insert* y luego elegir *Remote Displacement* (Figura 128 a). Es necesario agregar dos desplazamientos, uno en cada vértice extremo del eje, y definirlos adecuadamente (Figura 128 b y 128 c). En ambos casos, debe asignarse un comportamiento rígido (*Behavior*)."

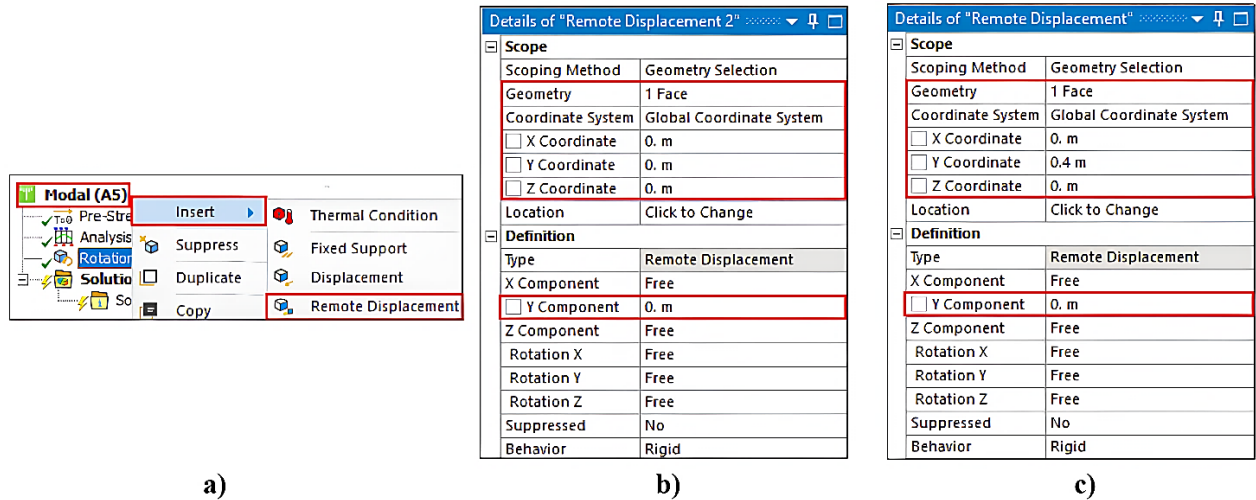


Figura 128. a) Insertar desplazamiento remoto, b) Configuración desplazamiento remoto 1, c) Configuración desplazamiento remoto 2.

Paso 5: Finalmente, para insertar el diagrama de Campbell en el análisis, hacer clic derecho sobre la opción *Solution*, seleccionar *Insert* y luego elegir *Campbell Diagram* (Figura 129 a). Posteriormente, hacer clic en *Solve* (Figura 129 b) para ejecutar la solución.

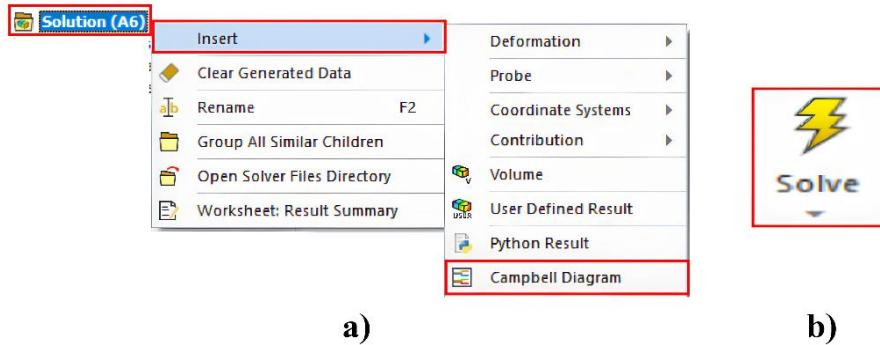


Figura 129. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.

4.2.11 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Paso 1: Situar en la barra de herramientas de ANSYS Mechanical y hacer clic en la opción *Analysis* (Figura 130 a), para luego elegir la opción *Harmonic Response* (Figura 130 b).

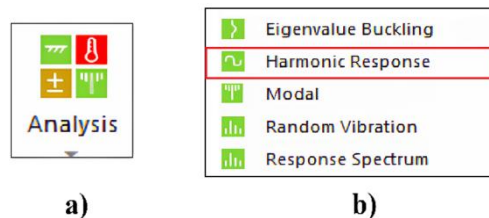


Figura 130. Insertar análisis armónico.

Paso 2: Hacer clic derecho sobre la opción *Model*, ubicada en el árbol del proyecto; luego seleccionar *Insert* y, finalmente, *Remote Point* (Figura 131). Esta acción permite insertar un punto remoto en la geometría del sistema, el cual servirá posteriormente como referencia para ubicar la masa de desbalance durante la configuración de la fuerza de rotación aplicada.

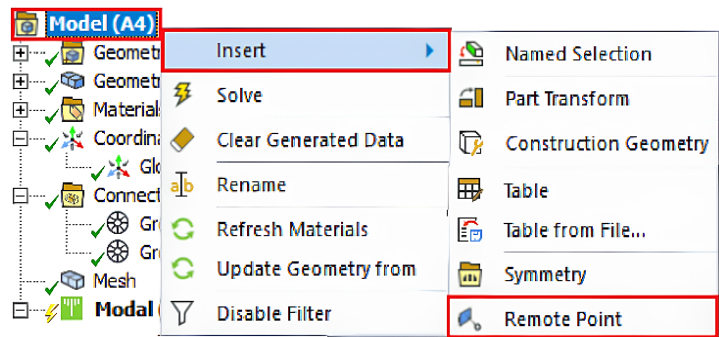


Figura 131. Insertar punto remoto.

Paso 3: Una vez insertado el punto remoto, se despliega la ventana *Details of Remote Point*, donde se procede a realizar la correcta configuración del elemento (Figura 132 a). Para ello, se debe seleccionar una cara del disco, asignar las coordenadas correctas y establecer un comportamiento rígido (*Rigid Behavior*).

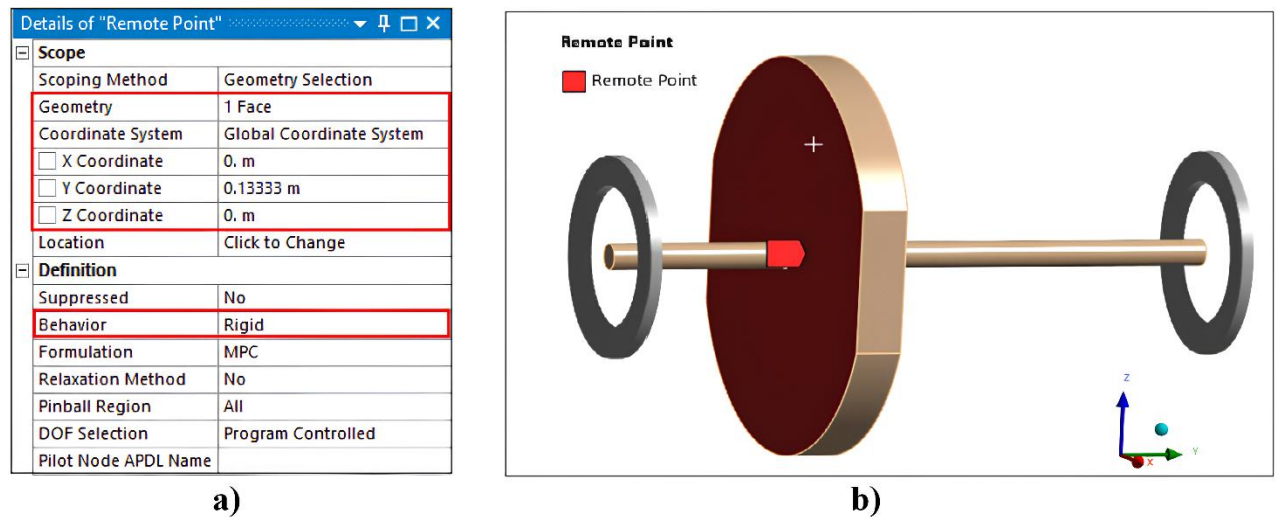


Figura 132. a) Configuración de punto remoto, b) Punto remoto en el sistema.

Paso 4: Posteriormente se debe hacer clic en la opción *Analysis Settings* e ingresar los valores de las variables especificando un rango de frecuencia de 0 a 200 Hz (Figura 133 b).

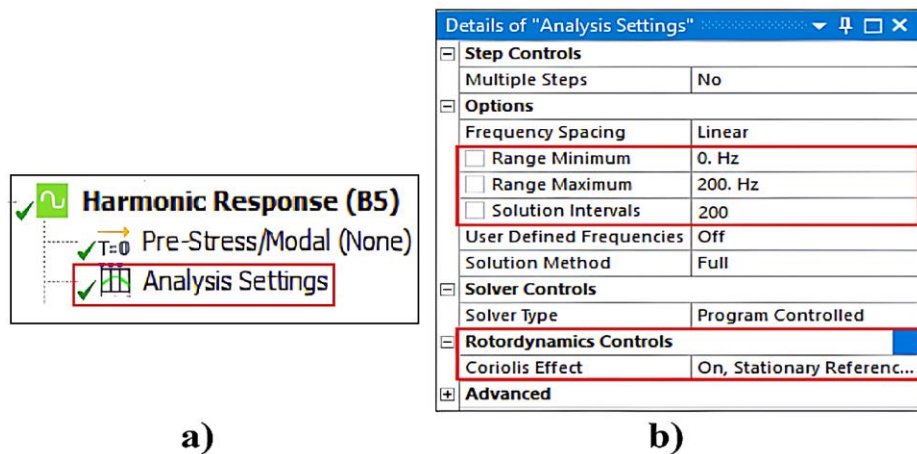


Figura 133. Configuración del análisis armónico.

Paso 5: Hacer clic derecho sobre la opción *Harmonic Response*, luego seleccionar *Insert* y posteriormente *Rotating Force* para insertar la fuerza de rotación. Una vez añadida, se desplegará automáticamente la ventana *Details of Rotating Force*, la cual debe configurarse asignando el eje Y como dirección de aplicación, y definiendo la ubicación y los parámetros de la masa de desbalance, de acuerdo a lo indicado en la Tabla 11 (Figura 134).

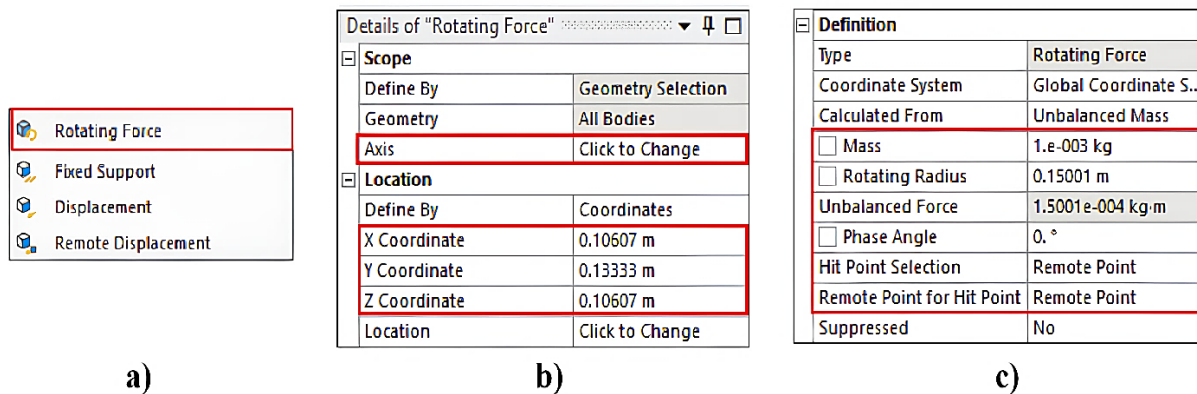


Figura 134. a) Opción *Rotating Force*, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.

Paso 6: Con el objetivo de insertar las herramientas necesarias para evaluar la respuesta en frecuencia de la deformación del sistema en los ejes X y Z, y así generar los correspondientes diagramas de Bode, se debe hacer clic derecho sobre la opción *Solution*, ubicada dentro del módulo de análisis armónico (*Harmonic Response*), luego seleccionar *Insert* y, posteriormente, *Frequency Response* (Figura 135).

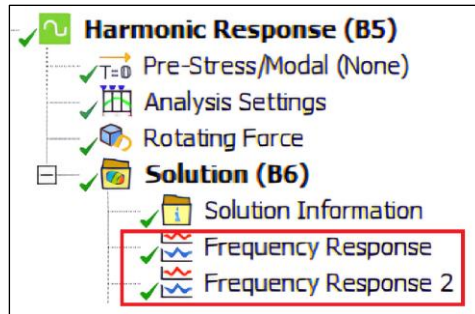


Figura 135. Herramientas Frequency Response

Paso 7: Después de insertar las herramientas para evaluar la respuesta en frecuencia, se debe seleccionar cada una de ellas para desplegar la ventana *Details of Frequency Response* y proceder con su configuración. En dicha ventana, dentro de la opción *Geometry*, se debe seleccionar el cuerpo completo utilizando la herramienta *Body* para ambas configuraciones (Figura 136 a). Además, en la opción *Orientation*, se debe asignar el eje X a la primera herramienta y el eje Z a la segunda (Figuras 136 b y 136 c).

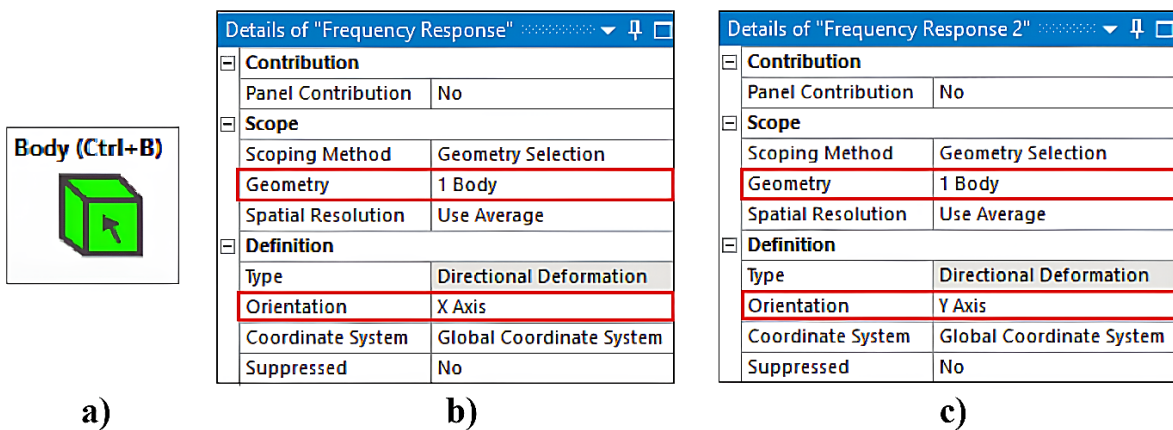


Figura 136. a) Herramienta Body, b) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje X, c) Configuración de la herramienta Frequency Response con referencia al eje Z.

Paso 8: Finalmente, se ejecuta la solución del análisis haciendo clic en la herramienta *Solve* (Figura 137), ubicada en la barra de herramientas de ANSYS Mechanical.

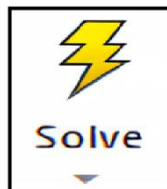


Figura 137. Herramienta Solve.

4.3 MODELADO DEL SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON EJE ASIMÉTRICO.

En este caso, el sistema a analizar consiste, al igual que los anteriores, en un conjunto rotor-cojinete conformado por un eje y un disco que giran en torno a un eje central, con la diferencia de que el eje implementado presenta características asimétricas en cuanto a su masa. También incorpora dos cojinetes situados en sus extremos, los cuales proporcionan soporte al eje durante la rotación. Las dimensiones del modelo, incluidas aquellas relacionadas con la asimetría del eje, se ilustran en la Figura 138.

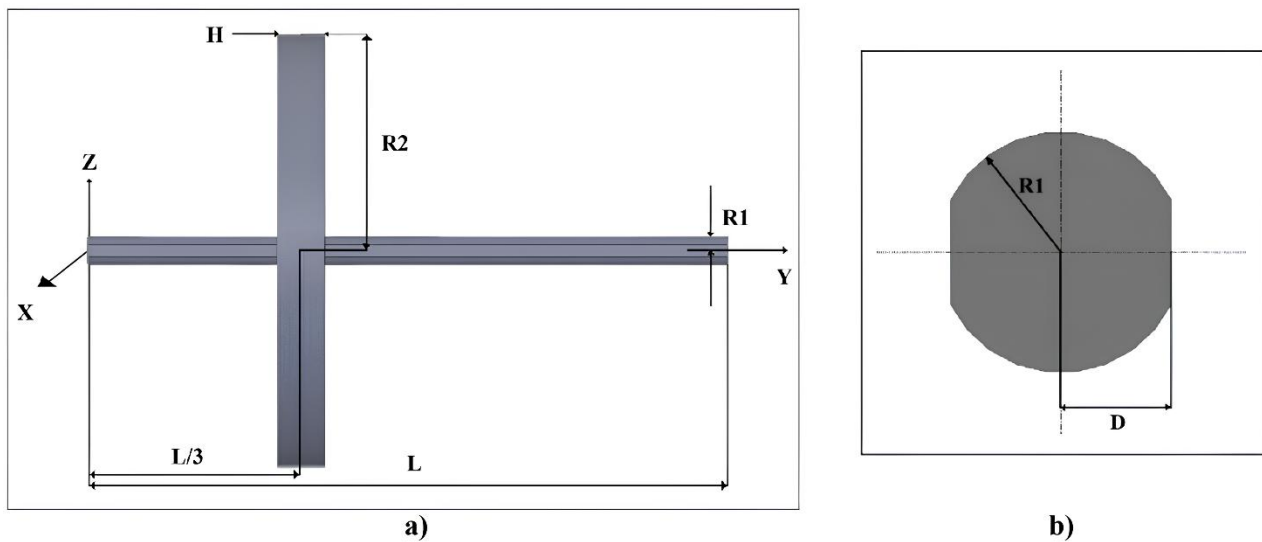


Figura 138. Geometría rotor Jeffcott con disco asimétrico.

La Tabla 13 muestra las dimensiones asociadas a la geometría propuesta del modelo, mientras que la Tabla 14 detalla las propiedades mecánicas del material seleccionado. Ambos conjuntos de datos son esenciales para una definición precisa del modelo y para garantizar su coherencia con las condiciones físicas reportadas en la literatura.

Tabla 13. Dimensiones del sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con disco asimétrico.

Disco	Eje
Radio interno ($R1$) = 0.01 m	$L = 0.4$ m
Radio externo ($R2$) = 0.15 m	Ubicación del disco: $L/3 = 0.13333$ m
Espesor (H) = 0.03 m	Segmento $D = 0.009$ m

Tabla 14. Propiedades mecánicas del material.

Densidad (ρ)	Módulo de Young (E)	Coeficiente de Poisson (ν)
7800 kg/m ³	2x10 ¹¹ N/m ²	0.3

Utilizando los datos previamente presentados y aplicando las ecuaciones 4, 5 y 6, donde M_D representa la masa del disco, R_2 el radio exterior, R_1 el radio interior y H el espesor del disco, se calculan la masa y los momentos de inercia requeridos para el análisis. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 15

$$M_D = \pi(R_2^2 - R_1^2)h * \rho \quad (4)$$

$$I_{DX} = I_{DZ} = \frac{M_D}{12} (3R_1^2 + 3R_2^2 + h^2) \quad (5)$$

$$I_{Dy} = \frac{M_D}{2} (R_1^2 + R_2^2) \quad (6)$$

Tabla 15. Masa y momentos de inercia del disco.

Propiedad	Variable
Masa del disco (M_D)	16.129 kg
I_{DX}	8.7229 x10 ⁻² kg*m ²
I_{DY}	9.405 x10 ⁻² kg*m ²
I_{DZ}	0.17886 kg*m ²

Los valores de rigidez y amortiguamiento correspondientes a los cojinetes de este sistema se presentan en la Tabla 16, los cuales presentan características simétricas en sus coeficientes..

Tabla 16. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los cojinetes 1 y 2.

K_{XX}	K_{ZZ}	C_{XX}	C_{ZZ}	K_{XZ}	K_{ZX}	C_{XZ}	C_{ZX}
10 ⁷ N/m	10 ⁷ N/m	10 ³ N/m/s	10 ³ N/m/s	0 N/m	0 N/m	0 N/m/s	0 N/m/s

Finalmente, la Tabla 17 muestra los valores correspondientes a la masa de desbalance ubicada en el disco del sistema.

Tabla 17. Datos de la masa de desbalance.

Variable	Valor
Ubicación	0.13333 m
Masa	0.001 kg
Radio	0.15 m
Masa de desbalance	0.00015 kg*m

4.3.1 INICIALIZACIÓN DEL ANÁLISIS Y CREACIÓN DE UN NUEVO MATERIAL.

Paso 1: Para iniciar el proceso de modelado y análisis, primero se debe ingresar al software ANSYS Workbench. A continuación, se debe hacer doble clic o arrastrar la opción *Modal Analysis* desde el árbol de herramientas hacia el área de esquema del proyecto (Figura 139), con el fin de crear un nuevo entorno de trabajo donde se desarrollará el análisis dinámico del sistema.

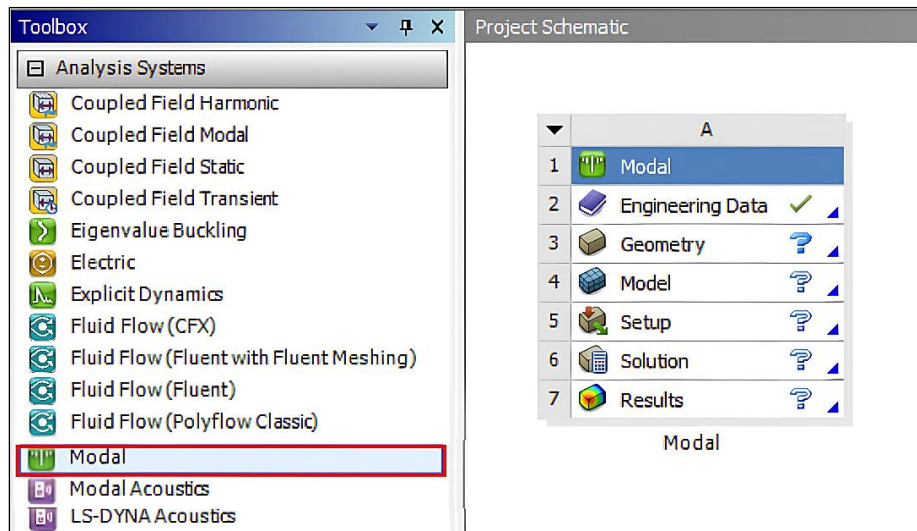


Figura 139. Proceso para insertar el módulo de análisis modal al esquema de proyecto.

Paso 2: Una vez completado el paso anterior, dirigirse al módulo de análisis modal y hacer clic derecho sobre la opción *Engineering Data* (Datos de ingeniería); posteriormente, seleccionar la opción *Edit* (Figura 140) para acceder a la sección correspondiente para crear y definir las propiedades del nuevo material.

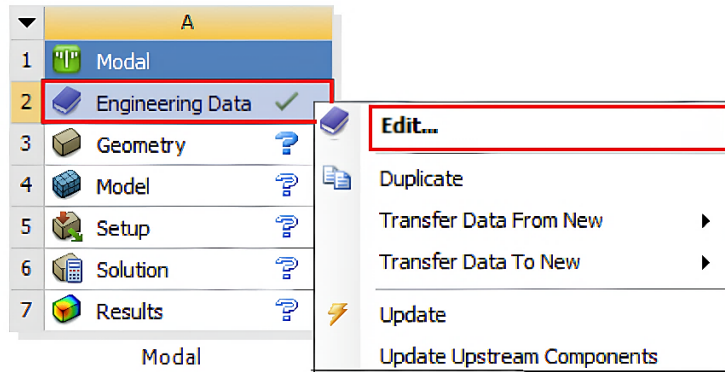


Figura 140. Editar datos de ingeniería.

Paso 3: Dentro del apartado *Engineering Data*, hacer clic en la pestaña para añadir un nuevo material, asignarle el nombre “Nuevo material” y presionar *Enter* para registrarlo (Figura 141 a). A continuación, hacer doble clic en las opciones *Density* y *Isotropic Elasticity*, ubicadas en el árbol de herramientas (Figura 141 b), y posteriormente ingresar los valores correspondientes a la densidad, el módulo de Young y el coeficiente de Poisson, según lo indicado en la Tabla 14, (Figura 141 c).

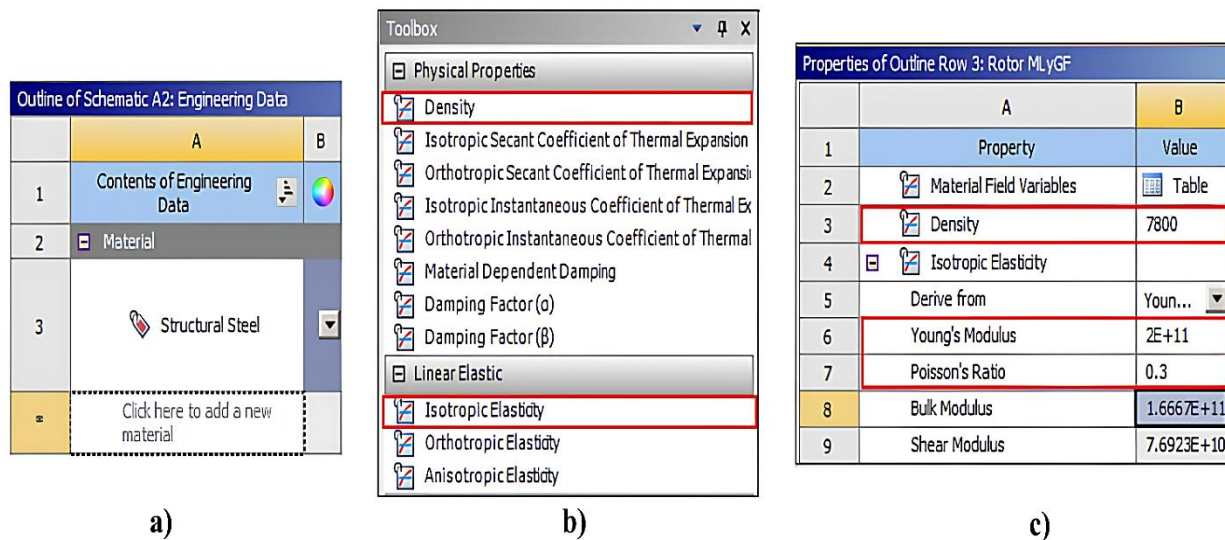


Figura 141. a) Asignación de un nombre al nuevo material, b) Propiedades a agregar, c) Asignación de valores a las propiedades especificadas.

Concluidos los pasos anteriores, el nuevo material habrá sido ingresado correctamente al entorno de trabajo. A continuación, se puede regresar a la pestaña del proyecto (*Project*) para continuar con el proceso de modelado del sistema y la asignación del material a la geometría correspondiente.

4.3.2 MODELADO DEL ROTOR CON ELEMENTOS 3D EN SPACECLAIM.

Paso 1: Después de insertar el nuevo módulo y crear el nuevo material, hacer clic derecho sobre la opción *Geometry*, ubicada dentro del módulo de análisis modal, y luego seleccionar *New SpaceClaim Geometry*, como se muestra en la Figura 142.

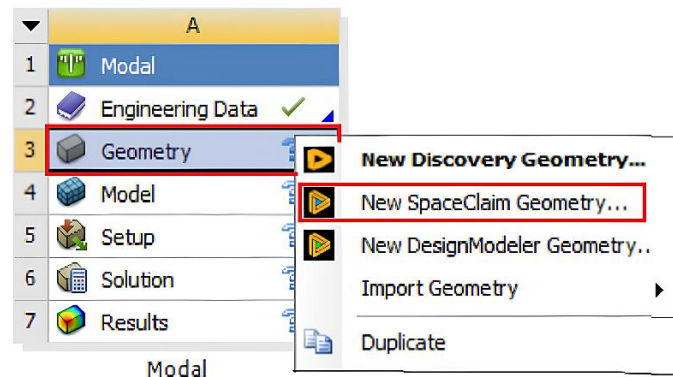


Figura 142. Nueva geometría en SpaceClaim.

Paso 2: Tras acceder a SpaceClaim, se debe seleccionar el plano Y-Z utilizando la herramienta *Select New Sketch Plane* (Figura 143 a). Luego, con ayuda de la herramienta *Plan View* (Figura 143 b), se ajusta la vista para que el plano seleccionado se visualice de forma paralela a la pantalla (Figura 143 c).

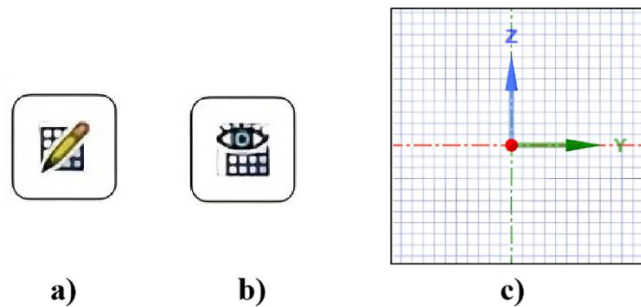


Figura 143. a) Herramienta *Select New Sketch Plane*, b) Herramienta *Plan View*, c) Plano normal a la pantalla.

Paso 3: Empleando la herramienta *Cylinder* (Figura 144 a), situada en la pestaña *Design*, se deben trazar dos cilindros correspondientes al eje y al disco del sistema. Ambos elementos deben contar con las dimensiones especificadas en el modelo propuesto (Figura 138, sección 4.3). Posteriormente, con la herramienta *Dimension*, ubicada en la pestaña *Detail* del árbol de trabajo, se verifica que las dimensiones del modelo sean las correctas (Figura 144 b).

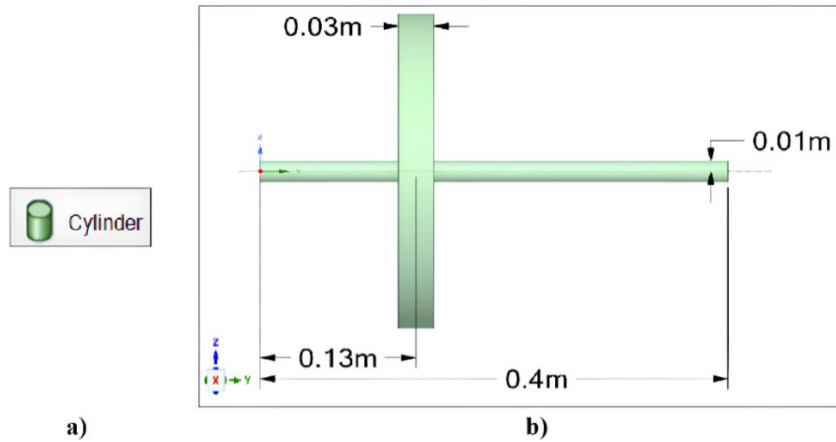


Figura 144. Boceto de geometría en SpaceClaim.

Paso 4: Posteriormente, se deben introducir las asimetrías del eje al modelo geométrico realizado. Para ello, se crea un nuevo boceto sobre una de las caras del eje con las dimensiones correspondientes (Figura 145).

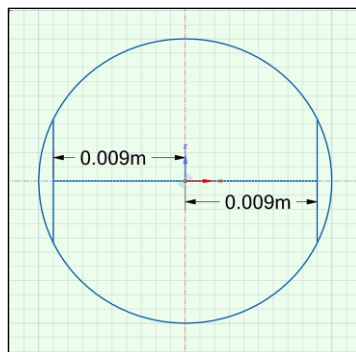


Figura 145. Boceto disco asimétrico.

Paso 5: Utilizando la herramienta *Pull* (Figura 146 a), se deben realizar dos cortes en el eje (Figura 146 b), seleccionando y arrastrando cada una de las caras que representan las asimetrías.

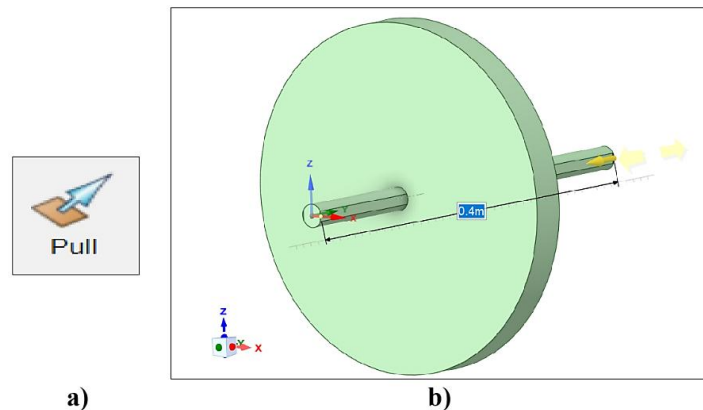


Figura 146. Cortes en el eje del sistema.

Paso 6: En este paso, se debe compartir el diseño creado previamente con el módulo de análisis modal para poder continuar con las siguientes etapas del análisis de la geometría. Para ello, dirigirse a la pestaña *Workbench*, ubicada en la parte superior de la pantalla y hacer clic en la opción *Share* (Figura 147).

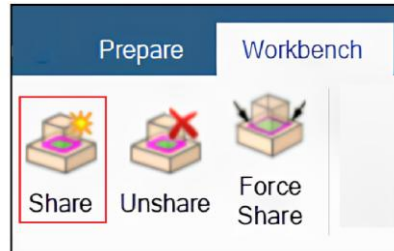


Figura 147. Compartir geometría.

Paso 7: Tras haber completado el paso anterior, se debe volver al área del esquema de proyecto y verificar que la geometría previamente diseñada se haya transferido correctamente al módulo de análisis modal (Figura 148).

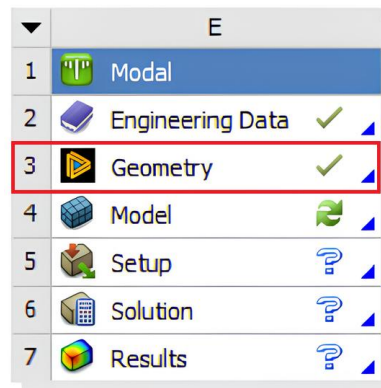


Figura 148. Verificación de geometría compartida correctamente.

4.3.3 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS BÁSICOS DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Paso 1: En este primero paso, se debe acceder a ANSYS Mechanical. Para ello, ubicarse nuevamente en el área de esquema del proyecto y hacer doble clic sobre la opción *Model*, situada dentro del módulo de análisis modal (Figura 149 a). A continuación, seleccionar la opción *Display* para mejorar la visualización de la geometría y así facilitar la ejecución de los pasos posteriores para configurar y realizar el análisis correspondiente (Figura 149 b).

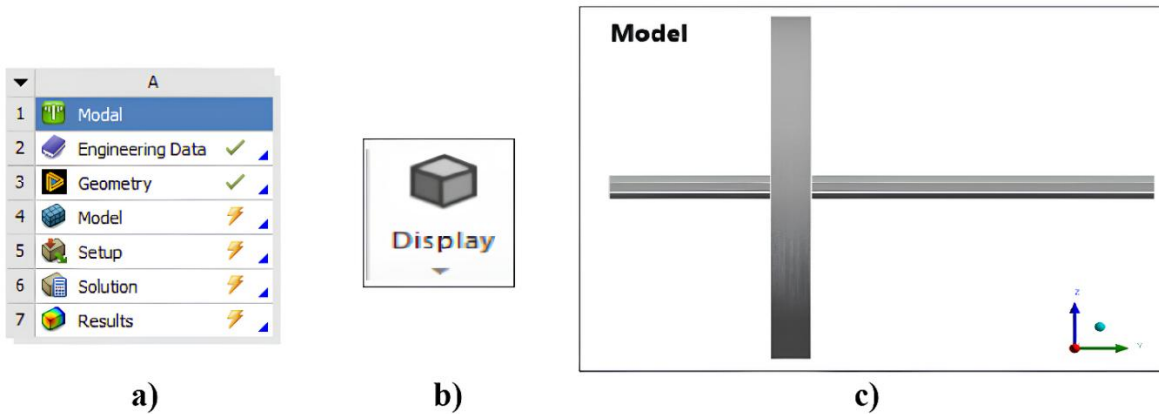


Figura 149. a) Módulo de análisis modal, b) Herramienta Display, b) Geometría del sistema.

Paso 2: A continuación, hacer clic derecho sobre la carpeta *Model*, ubicada en el árbol del proyecto; luego seleccionar la opción *Insert* y elegir la opción *Connections*. Esta acción creará una carpeta de conexiones en el árbol del proyecto, la cual contiene elementos necesarios para la configuración del sistema (Figura 150)

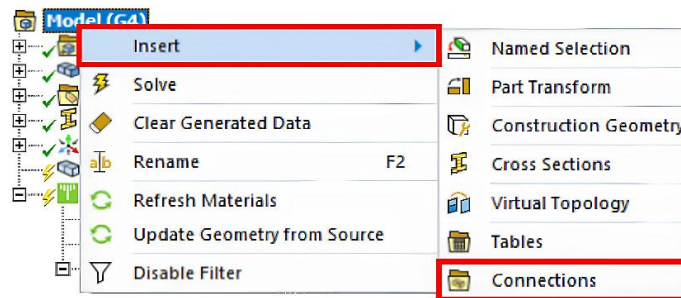


Figura 150. Insertar carpeta de conexiones.

Paso 3: Después de insertar la carpeta de conexiones, se agregarán los rodamientos haciendo clic derecho sobre la carpeta *Connections*; luego, se selecciona *Insert* y posteriormente la opción *Bearing* (Figura 151).

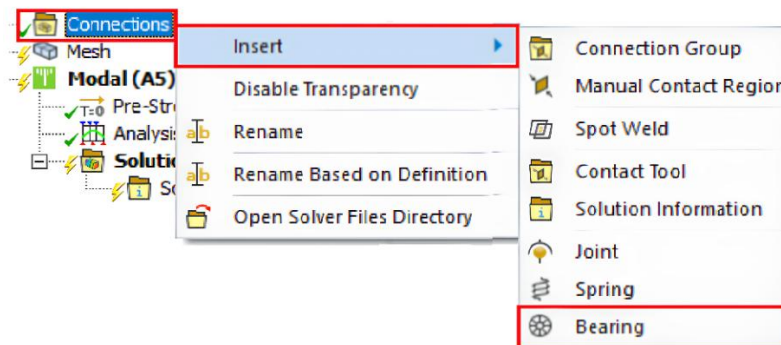



Figura 151. Insertar rodamientos.

Paso 4: Cada uno de los rodamientos se ubicará en las caras extremas del eje, utilizando la herramienta de selección de caras (Figura 152 a). Sus coeficientes de rigidez y amortiguamiento deberán configurarse según la Tabla 16, además de seleccionar un comportamiento rígido (*Behavior*) en la configuración (Figura 152 b y 152 c).



Face (Ctrl+F)

Details of "Ground To SYS\Solid"

Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	1000. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C22	1000. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N-s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Face
Body	SYS\Solid
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0. m
Mobile Z Coordinate	0. m
Behavior	Rigid

Details of "Ground To SYS\Solid"

Connection Type	Body-Ground
Rotation Plane	X-Z Plane
<input type="checkbox"/> Stiffness K11	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K22	1.e+007 N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K12	0. N/m
<input type="checkbox"/> Stiffness K21	0. N/m
<input type="checkbox"/> Damping C11	1000. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C22	1000. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C12	0. N-s/m
<input type="checkbox"/> Damping C21	0. N-s/m
Suppressed	No
Mobile	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Face
Body	SYS\Solid
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0.4 m
Mobile Z Coordinate	0. m
Behavior	Rigid

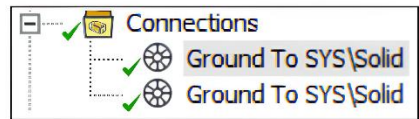
a)

b)

c)

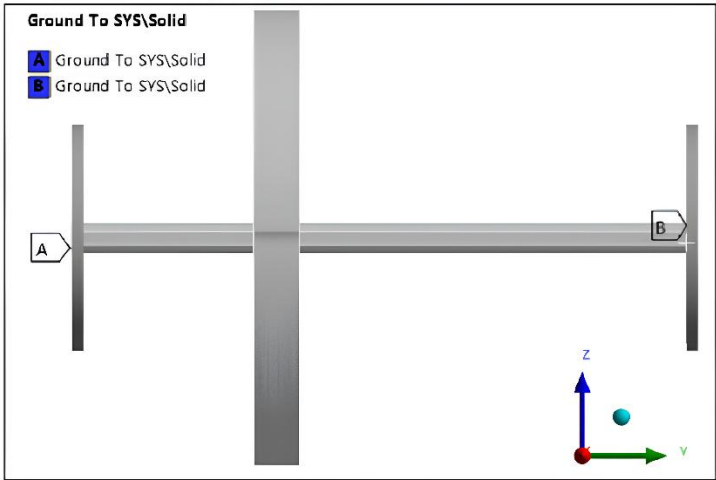
Figura 152. a) Herramienta de selección de caras. b) Configuración rodamiento 1, c) Configuración rodamiento 2.

Paso 5: Por último, se debe verificar que los rodamientos se hayan agregado correctamente (Figura 153 a y 153 b).



Connections

- Ground To SYS\Solid
- Ground To SYS\Solid



Ground To SYS\Solid

A Ground To SYS\Solid

B Ground To SYS\Solid

a)

b)

Figura 153. a) Carpeta de conexiones, b) Modelo con cojinetes.

102

4.3.4 MALLADO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

En este apartado se generará una malla con un tamaño de elemento de 0.009 m, el cual cumple con los indicadores establecidos en la Sección 3.7.4 para contribuir a la obtención de una solución independiente de la densidad del mallado y, de este modo, evitar un tiempo de procesamiento excesivo. En la Tabla 18 se muestra la convergencia de resultados con el tamaño de malla previamente establecido.

Tabla 18 Velocidades críticas del sistema.

Modo	Tamaño de elemento								
	0.013 m	0.012 m	0.011 m	0.01 m	0.009 m	0.008 m	0.007 m	0.006 m	0.005 m
Modo 1	7.17×10^{-2} rpm	Ninguna	Ninguna	0.11951 rpm	7.3×10^{-2} rpm	0.13452 rpm	6.1×10^{-2} rpm	6.7×10^{-2} rpm	7.1×10^{-2} rpm
Modo 2	2365.7 rpm	2360.3 rpm	2323.6 rpm	2286.5 rpm	2410.6 rpm	2418.9 rpm	2427.1 rpm	2412.1 rpm	2418.9 rpm
Modo 3	2810.7 rpm	2782.4 rpm	2807.2 rpm	2781.9 rpm	2947.1 rpm	2943.8 rpm	2950.2 rpm	2938.3 rpm	2943.8 rpm
Modo 4	4581.6 rpm	4501.8 rpm	4686.2 rpm	4677.5 rpm	4894.4 rpm	4898.8 rpm	4896.8 rpm	4893.2 rpm	4898.8 rpm
Modo 5	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna
Modo 6	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna
Modo 7	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna	Ninguna

Como se puede observar, a partir de la implementación de elementos con un tamaño de 0.009 m en la malla utilizada para discretizar el sistema, las variaciones máximas en los resultados obtenidos con respecto a tamaños de elemento más finos no superan el 0.4 %. En contraste, al emplear una malla con elementos de mayor tamaño que 0.009 m, se registran variaciones de hasta un 6 % en los resultados.

En la Figura 154 se aprecian con mayor claridad las variaciones en los resultados obtenidos para cada modo, en función del cambio en el tamaño de los elementos utilizados en la malla.

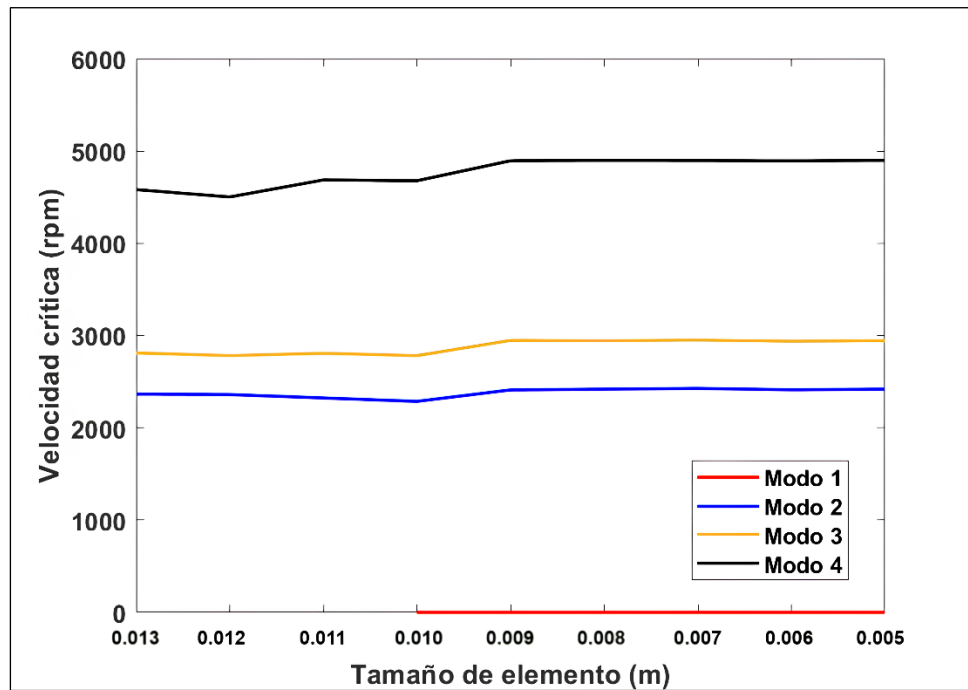
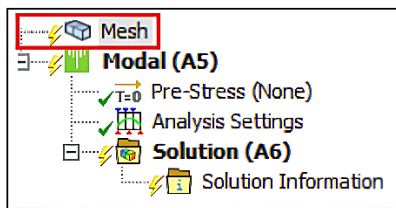
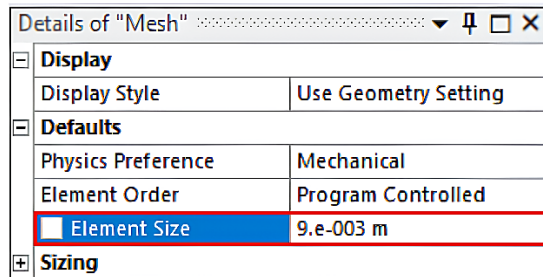


Figura 154. Velocidades críticas por modos en función del tamaño de elemento de malla.

Paso 1: Hacer clic en la opción Mesh (Figura 155 a), lo que desplegará la ventana Details of Mesh, la cual deberá configurarse conforme a lo establecido previamente (Figura 155 b).



a)



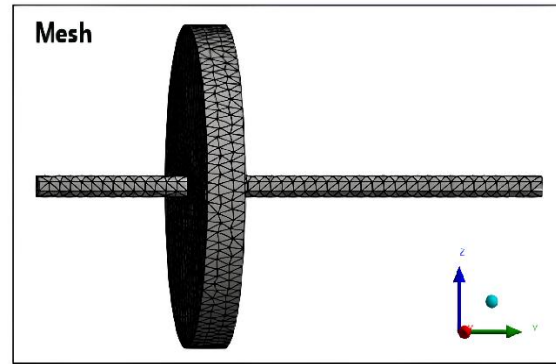
b)

Figura 155. Configuración de la malla.

Paso 2: Una vez especificado el tamaño de los elementos de la malla, hacer clic derecho en la opción *Mesh* y después seleccionar la opción *Generate mesh* (Figura 156 a).



a)

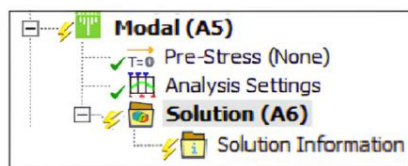


b)

Figura 156. a) Opción generar malla, b) Modelo mallado.

4.3.5 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Paso 1: En este paso se configuran los parámetros básicos del análisis modal. Para ello, se accede a la pestaña *Analysis Settings* (Figura 157 a), donde se debe especificar el número de modos de vibración a evaluar, en este caso, 7. También se activa la opción de amortiguamiento para indicar que el sistema es amortiguado. En la sección *Rotordynamics Controls*, se habilitan las opciones *Coriolis Effect* y *Campbell Diagram*, definiendo en esta última un total de 7 puntos de referencia para el diagrama de Campbell (Figura 157 b).



a)

Details of "Analysis Settings"	
Options	
Max Modes to Find	7
Limit Search to Range	No
On Demand Expansion Option	Program Controlled
-- On Demand Expansion	No
Solver Controls	
Damped	Yes
Solver Type	Program Controlled
Rotordynamics Controls	
Coriolis Effect	On, Stationary Refe..
Campbell Diagram	On
Number of Points	7
Advanced	
Output Controls	
Damping Controls	
Analysis Data Management	

b)

Figura 157. a) Opción *Analysis Settings*, b) Configuración de análisis modal.

Una vez realizado este procedimiento, fundamental para definir las características en la obtención de resultados, se procede con los pasos necesarios para finalizar la configuración del análisis

Paso 2: Completado el Paso 1, se procede a insertar la velocidad de rotación (*Rotational Velocity*). Para ello, se hace clic derecho sobre la pestaña *Modal*, se selecciona la opción *Insert* y, posteriormente, *Rotational Velocity* (Figura 158).

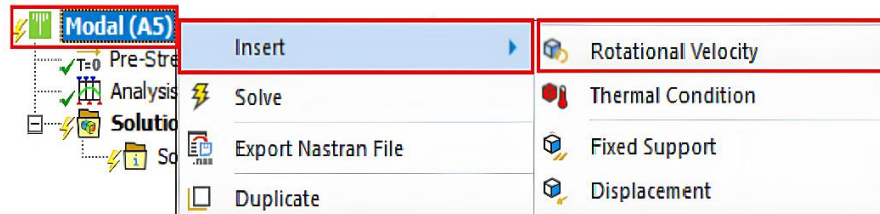
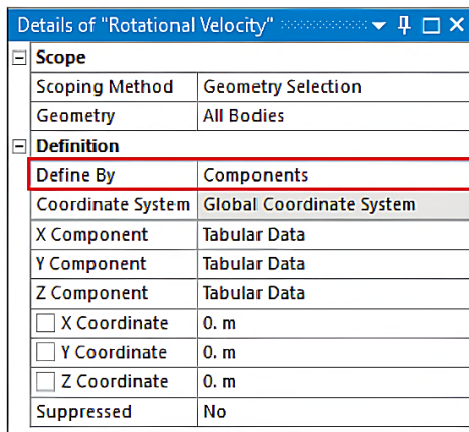


Figura 158. Insertar velocidad de rotación.

Paso 3: Después de insertar la velocidad de rotación, se desplegará la ventana *Details of Rotational Velocity*, la cual debe configurarse una definición por componentes (Figura 159 a). Además, se deben ingresar los intervalos de velocidad por puntos en la tabla *Tabular Data* (Figura 159 b).



a)

Tabular Data				
	Points	<input checked="" type="checkbox"/> X [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Y [rpm]	<input checked="" type="checkbox"/> Z [rpm]
1	1	0.	0.	0.
2	2	0.	2000.	0.
3	3	0.	4000.	0.
4	4	0.	6000.	0.
5	5	0.	8000.	0.
6	6	0.	10000.	0.
7	7	0.	12000.	0.
*				

b)

Figura 159. a) Configuración de la velocidad rotacional, b) Configuración de la Tabla de velocidad.

Paso 4: A continuación, se insertan desplazamientos remotos en las caras extremas del eje para mantener fija la geometría a lo largo del eje de rotación, en este caso, el eje Y. Para ello, se hace clic derecho sobre la pestaña *Modal*, se selecciona *Insert* y luego *Remote Displacement* (Figura 160 a). Se deben agregar dos desplazamientos, uno en cada vértice extremo, y configurarlos adecuadamente (Figura 160 b y 160 c).

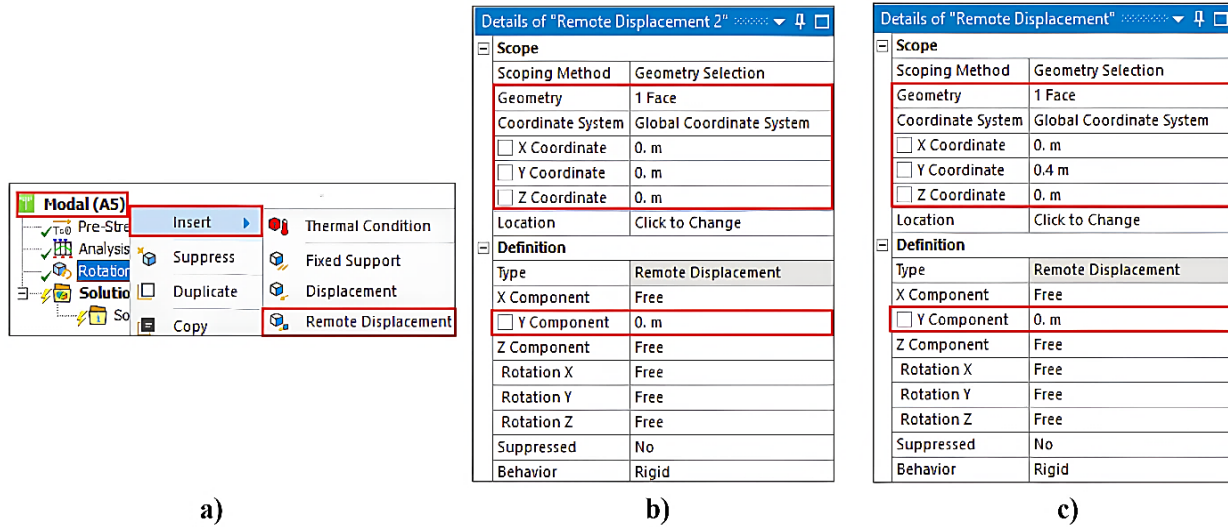


Figura 160. Configuración de desplazamientos remotos.

Paso 5: Finalmente, se inserta la opción correspondiente al diagrama Campbell haciendo clic derecho sobre la opción *Solution*, seleccionando *Insert* y luego *Campbell Diagram*. Una vez agregado, se hace clic en *Solve* para ejecutar el análisis (Figura 161 b).

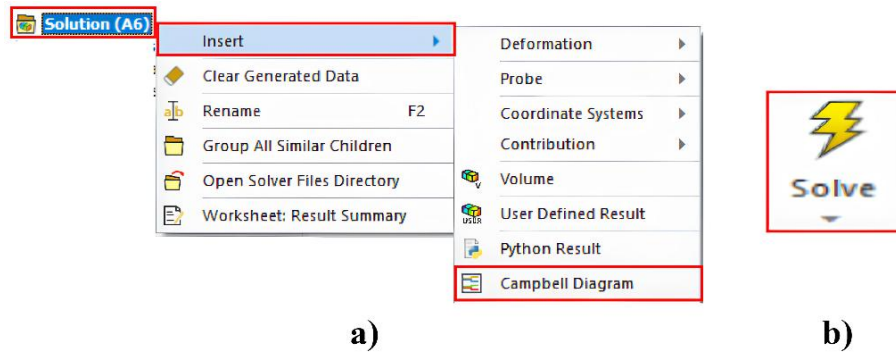


Figura 161. a) Insertar diagrama de Campbell, b) Ejecutar solución.

4.3.6 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

Paso 1: Hacer clic en la opción *Analysis*, ubicada en la barra de herramientas, y posteriormente seleccionar *Harmonic Response* (Figura 162) para insertar el nuevo análisis.

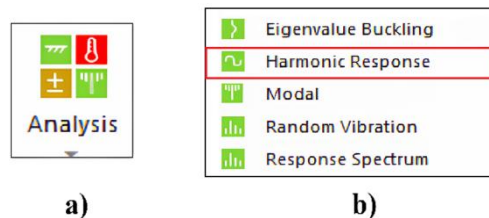


Figura 162. Insertar análisis armónico.

Paso 2: En este paso se debe insertar un punto remoto en la geometría, el cual servirá posteriormente para ubicar la masa de desbalance en la configuración de la fuerza de rotación. Para ello, se hace clic derecho sobre la opción Model, ubicada en el árbol del proyecto, luego en Insert y, finalmente, en Remote Point (Figura 163).

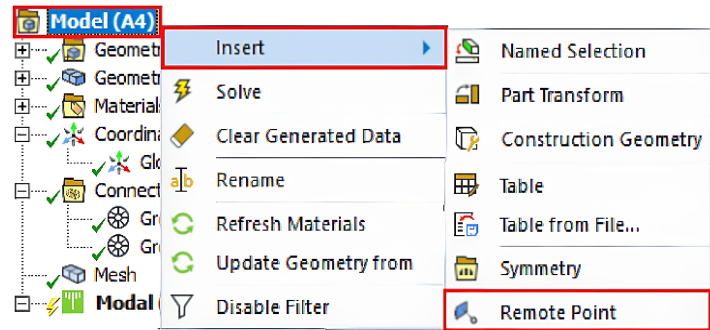
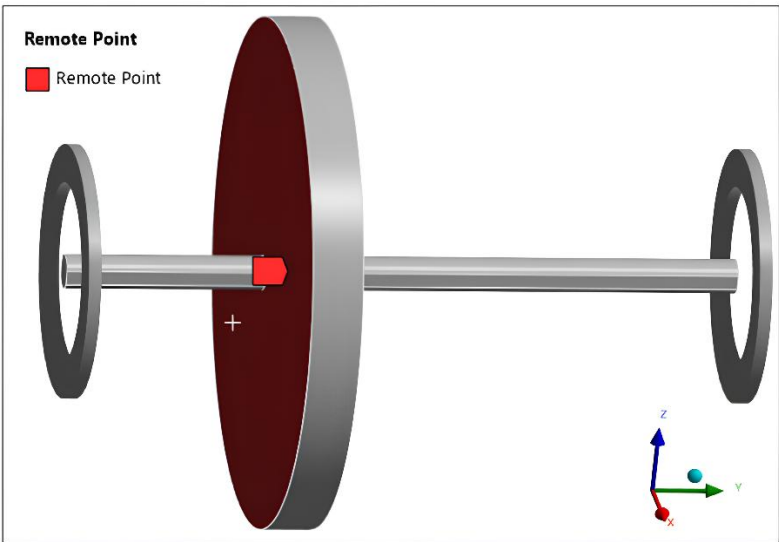


Figura 163. Insertar punto remoto.

Paso 3: Una vez insertado el punto remoto, se despliega la ventana *Details of Remote Point*, donde se procede a configurarlo sus datos de ubicación (Figura 164 a). Para ello, se debe seleccionar la cara izquierda del disco, asignar las coordenadas correctas y establecer un comportamiento rígido (*Rigid Behavior*).

Details of "Remote Point"	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
Coordinate System	Global Coordinate System
<input type="checkbox"/> X Coordinate	0. m
<input type="checkbox"/> Y Coordinate	0.13333 m
<input type="checkbox"/> Z Coordinate	0. m
Location	Click to Change
Definition	
Suppressed	No
Behavior	Rigid
Formulation	MPC
Relaxation Method	No
Pinball Region	All
DOF Selection	Program Controlled
Pilot Node APDL Name	

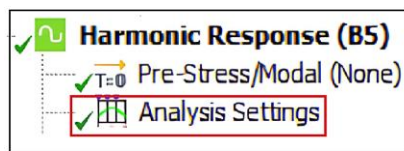
a)



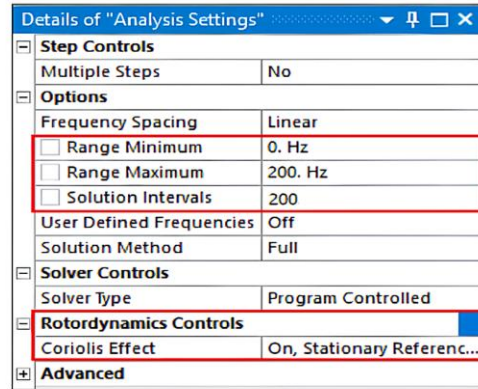
b)

Figura 164. Configuración de punto remoto

Paso 4: Posteriormente se debe hacer clic en *Analysis Settings* e ingresar los valores correspondientes de las variables (Figura 165 b).



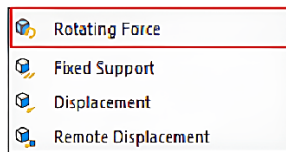
a)



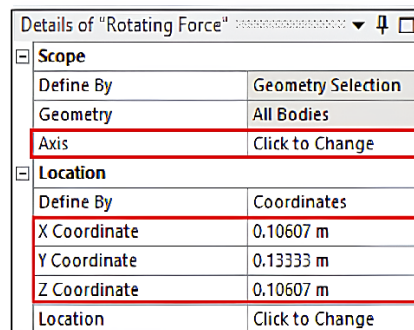
b)

Figura 165. Configuración del análisis armónico.

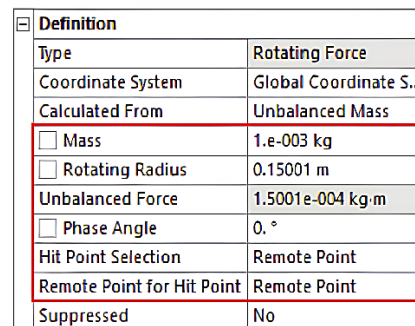
Paso 5: A continuación, se inserta la fuerza de rotación. Para ello, se hace clic derecho sobre la opción *Harmonic Response*, luego en *Insert* y, posteriormente, en *Rotating Force*. Una vez insertada, se despliega automáticamente la ventana *Details of Rotating Force*, la cual se configura seleccionando el eje Y al elegir el eje de la geometría, y definiendo los datos de ubicación y los parámetros de la masa de desbalance (Figura 166 b y 166 c).



a)



b)



c)

Figura 166. a) Opción *Rotating Force*, b) Configuración de la fuerza de rotación, c) Configuración de la fuerza de rotación.

Paso 6: En este paso se insertarán las herramientas necesarias para evaluar la respuesta en frecuencia de la deformación del sistema en los ejes X y Z, y así visualizar los diagramas de Bode correspondientes. Para ello, se hace clic derecho sobre la opción *Solution*, ubicada en el módulo de análisis armónico (*Harmonic Response*), luego en *Insert* y, posteriormente, en *Frequency Response* (Figura 167).

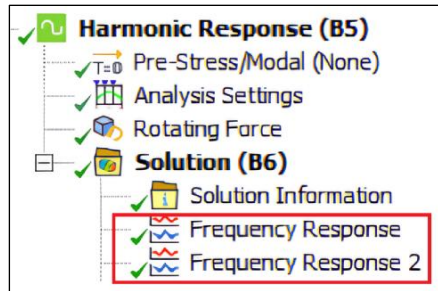


Figura 167. Herramientas Frequency Response

Paso 7: Una vez insertadas las herramientas *Frequency Response*, se deberá seleccionar cada una de ellas para desplegar la ventana *Details of Frequency Response* y proceder con su configuración. En dicha ventana, dentro de la opción *Geometry*, se seleccionará la geometría completa utilizando la herramienta *Body* para ambas configuraciones (Figura 168 a). Además, en la opción *Orientation*, se asignará el eje X a la primera herramienta y el eje Z a la segunda (Figuras 168 b y 168 c).

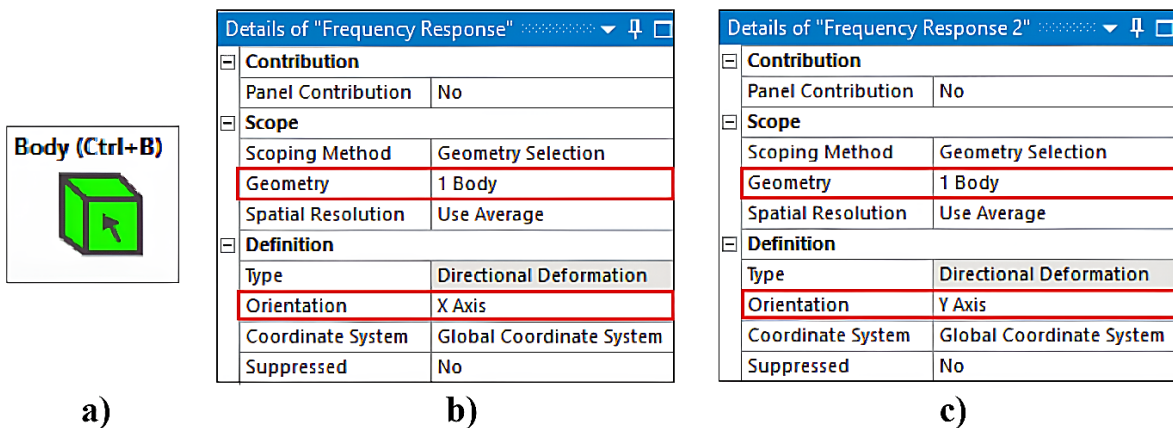


Figura 168. Configuración de las herramientas Frequency Response.

Paso 8: Por último, se ejecuta la solución del análisis haciendo clic en la herramienta *Solve* (Figura 169), ubicada en la barra de herramientas de ANSYS Mechanical.

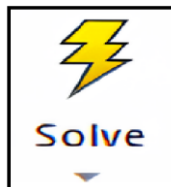


Figura 169. Herramienta Solve.

CAPÍTULO 5

5 RESULTADOS

En este apartado se presentan y analizan los resultados obtenidos a partir de los análisis modal y armónico realizados sobre tres configuraciones distintas del sistema rotor-cojinete asimétrico. Dichas configuraciones, basadas en la literatura, consistieron en: un sistema con cojinetes asimétricos, un segundo sistema con un disco asimétrico y un tercer y último sistema con un eje asimétrico. Cada uno de estos modelos fue desarrollado empleando tanto elementos tipo viga como elementos sólidos tridimensionales, bajo condiciones operativas previamente definidas. Estas características de modelado permiten evaluar con mayor precisión el comportamiento dinámico del sistema, así como comparar la exactitud de los resultados obtenidos en función del tipo de elemento utilizado.

Entre las respuestas obtenidas se incluyen los diagramas de Campbell y de Bode, herramientas fundamentales en el estudio rotodinámico. Estos permiten identificar los modos de vibración del sistema, así como determinar las frecuencias naturales, las velocidades críticas y su evolución en función de la velocidad de rotación. Los resultados proporcionan una comprensión más profunda de la dinámica del rotor y de su interacción con los elementos de soporte, lo cual resulta esencial para el diseño, el diagnóstico y la optimización de maquinaria rotativa.

Adicionalmente, se realiza una comparación entre los resultados numéricos obtenidos y aquellos reportados en la literatura especializada, con el fin de validar la precisión del modelo y garantizar la fiabilidad de los análisis. Esta validación no solo refuerza la coherencia de las simulaciones, sino que también permite identificar posibles discrepancias y limitaciones en el modelo propuesto, aportando así una base sólida para futuras investigaciones o mejoras en el diseño de sistemas rotodinámicos.

5.1 SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON COJINETES ASIMÉTRICOS.

5.1.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DEL SISTEMA MODELADO CON ELEMENTOS VIGA.

En este caso, los resultados obtenidos del análisis modal, y en particular el diagrama de Campbell, permiten visualizar la evolución de las frecuencias naturales del sistema rotativo en función de la velocidad de giro. El diagrama mostrado en la Figura 170, correspondiente a este sistema, facilita la identificación de cuatro puntos en los que una de las frecuencias naturales coincide con la frecuencia de excitación inducida por el desbalance del rotor. Estos puntos de intersección representan condiciones de resonancia, en las cuales la respuesta dinámica del sistema puede amplificarse significativamente, comprometiendo su estabilidad operativa y reduciendo su vida útil.

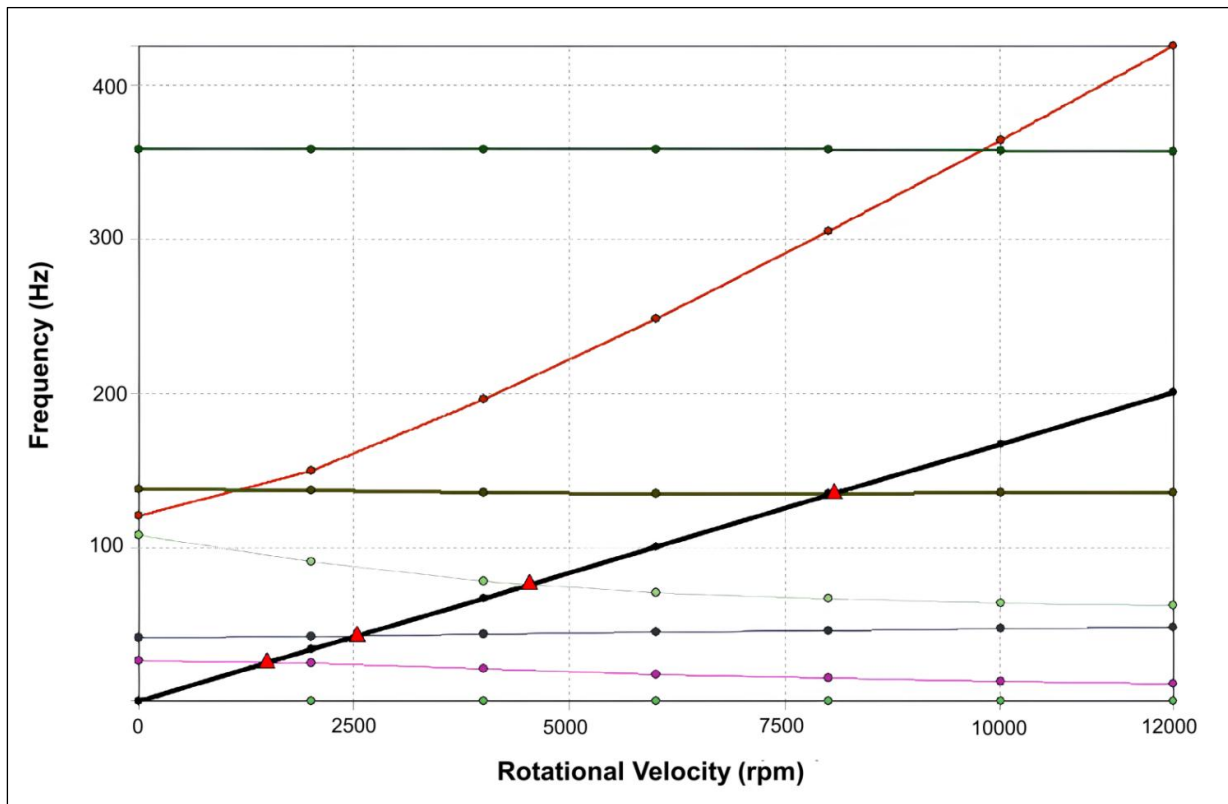


Figura 170. Diagrama de Campbell del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos tipo viga.

Adicionalmente, en la Tabla 19 se presenta información complementaria correspondiente a los siete modos de vibración analizados. En ella se especifica la dirección de giro de cada modo, clasificada como BW (Backward, giro hacia atrás) o FW (Forward, giro hacia adelante), así como su respectiva

condición de estabilidad; en este caso, todos los modos son estables. Asimismo, la tabla incluye las cuatro velocidades críticas identificadas, indicando con precisión la frecuencia natural asociada a cada una de ellas.

Tabla 19. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos viga.

MODO	DIRECCIÓN DE GIRO	MODO DE ESTABILIDAD	VELOCIDAD CRÍTICA
1	Indeterminada	Estable	Ninguna
2	BW	Estable	1480.8 rpm
3	FW	Estable	2526.4 rpm
4	BW	Estable	4536.3 rpm
5	FW	Estable	Ninguna
6	FW	Estable	7532.1 rpm
7	BW	Estable	Ninguna

Por otra parte, en la Figura 171 se presenta un diagrama de Campbell de referencia correspondiente a un sistema rotor-cojinete con cojinetes asimétricos, el cual posee las mismas características geométricas y condiciones de operación que el sistema modelado en este estudio. Al comparar las velocidades críticas identificadas en dicho diagrama de referencia con las obtenidas en el modelo desarrollado en ANSYS, se observa una alta concordancia entre ambos resultados, con discrepancias menores al 2 %. Esta baja diferencia valida la precisión del modelo numérico empleado y respalda la fiabilidad de los resultados obtenidos en la simulación.

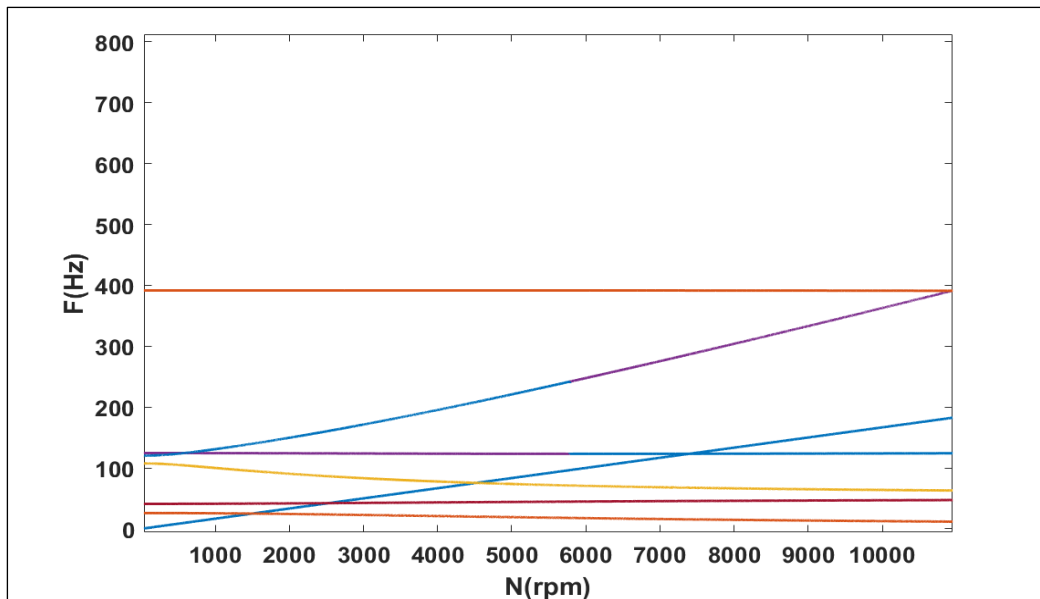


Figura 171. Diagrama de Campbell de referencia para sistema rotor-cojinete con cojinetes asimétricos.

Asimismo, las Figuras 172 y 173 muestran los diagramas de Bode correspondientes a la respuesta en frecuencia de la deformación del sistema en las direcciones del eje X y eje Z, respectivamente. Estos diagramas son de gran utilidad para caracterizar el comportamiento dinámico del sistema frente a excitaciones armónicas, ya que permiten identificar las frecuencias de resonancia y la amplitud de la respuesta.

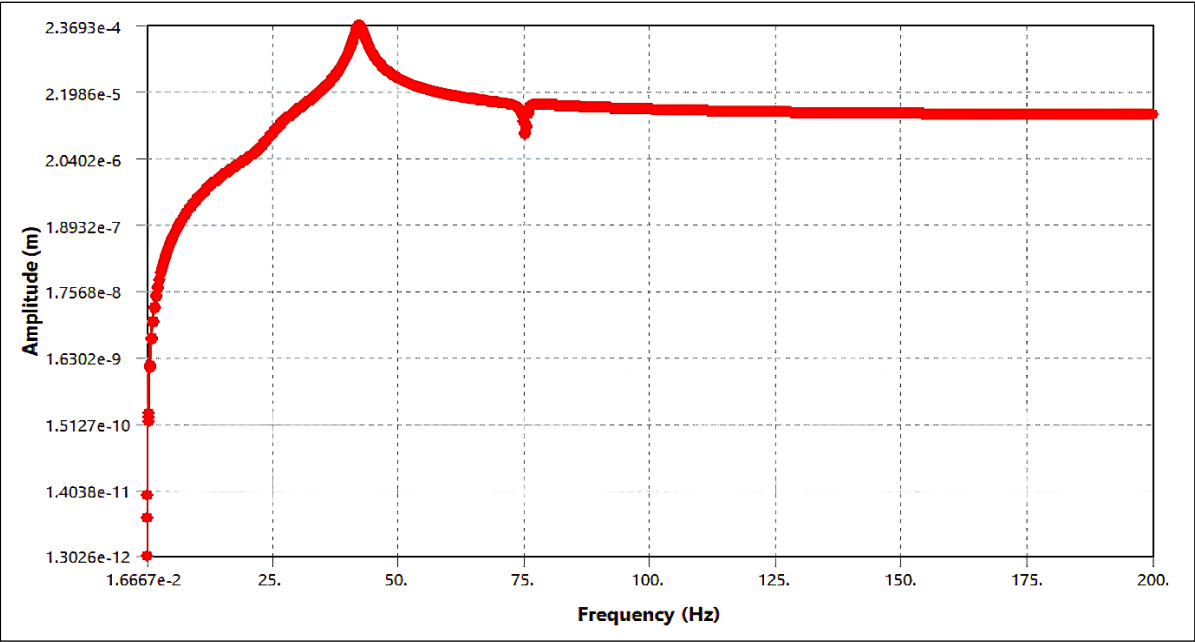


Figura 172. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.

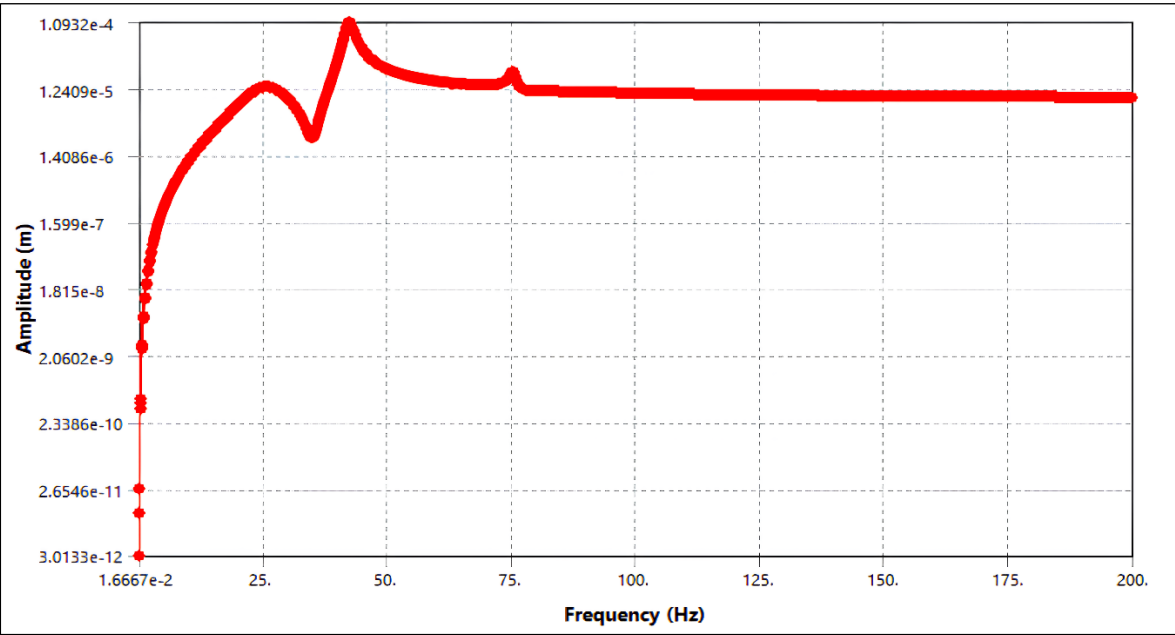


Figura 173. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.

Finalmente, en la Figura 174 se presenta una comparación entre la señal obtenida a partir de la gráfica de Bode de referencia y la señal resultante generada a partir de los datos exportados desde ANSYS y procesados en MATLAB.

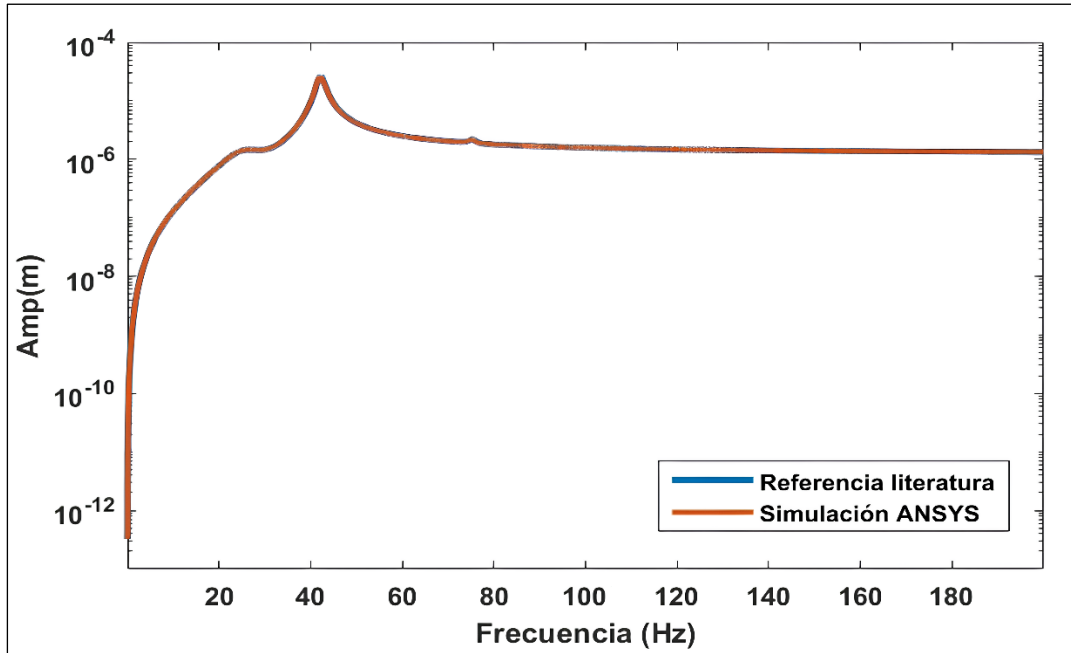


Figura 174. Diagrama de Bode, referencia vs simulación en ANSYS.

Como puede observarse, ambas señales en la gráfica prácticamente se superponen, lo que indica una alta concordancia entre los resultados de referencia y los obtenidos mediante la simulación. Esta coincidencia valida el procedimiento seguido para llevar a cabo la simulación, así como la fidelidad del modelo numérico empleado en la representación del sistema.

5.1.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D

En este apartado es importante destacar la modificación en la configuración del sistema, específicamente en la ubicación de los cojinetes, los cuales fueron desplazados 0.015 m hacia el exterior respecto a las caras extremas del eje. Este ajuste fue implementado con el fin de corregir una discrepancia observada entre los resultados del modelo obtenido mediante elementos tipo viga y los resultados del análisis tridimensional con elementos sólidos. La reubicación del cojinete resultó necesaria para mejorar la correspondencia entre ambos modelos y aumentar la precisión de los resultados obtenidos en el análisis con elementos 3D, permitiendo así una representación más fiable del comportamiento dinámico del sistema.

En el diagrama mostrado en la Figura 175, correspondiente al sistema modelado con elementos tridimensionales, se identificaron, al igual que en el caso del modelo con elementos tipo viga, cuatro puntos en los que una de las frecuencias naturales coincide con la frecuencia de excitación inducida por el desbalance del rotor. Estos puntos de intersección corresponden a condiciones de resonancia, en las cuales la respuesta dinámica del sistema puede amplificarse de manera significativa.

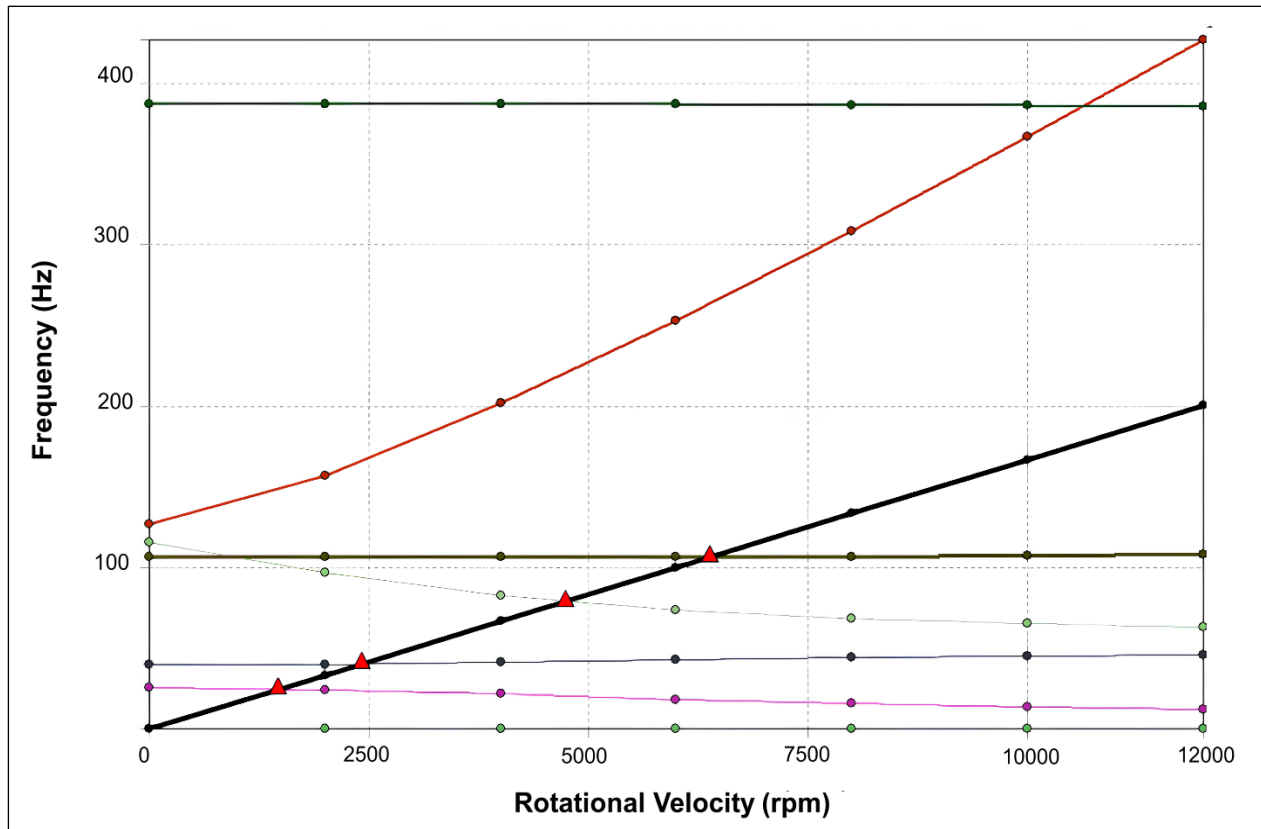


Figura 175. Diagrama de Campbell del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos tipo 3D.

Además, la Tabla 20 presenta información complementaria relacionada con los siete modos de vibración analizados. En ella se detalla la dirección de giro de cada modo, clasificada como BW (*Backward*, giro hacia atrás) o FW (*Forward*, giro hacia adelante), junto con su respectiva condición de estabilidad, destacando que únicamente uno de los modos es inestable. Asimismo, se incluyen las cuatro velocidades críticas identificadas, especificando con precisión la frecuencia natural correspondiente a cada una.

Tabla 20. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos 3D.

MODO	DIRECCIÓN DE GIRO	MODO DE ESTABILIDAD	VELOCIDAD CRÍTICA
1	Indeterminada	Inestable	Ninguna
2	BW	Estable	1468.8 rpm
3	FW	Estable	2418.6 rpm
4	BW	Estable	4710.8 rpm
5	FW	Estable	Ninguna
6	FW	Estable	7412.1 rpm
7	FW	Estable	Ninguna

Al comparar las velocidades críticas identificadas en el diagrama de referencia de la Figura 171 con las obtenidas en el modelo desarrollado en ANSYS utilizando elementos 3D, se observa una concordancia aceptable entre ambos resultados, con discrepancias menores al 5%.

Las Figuras 176 y 177 presentan los diagramas de Bode correspondientes a la respuesta en frecuencia de la deformación del sistema en las direcciones del eje X y eje Z, respectivamente.

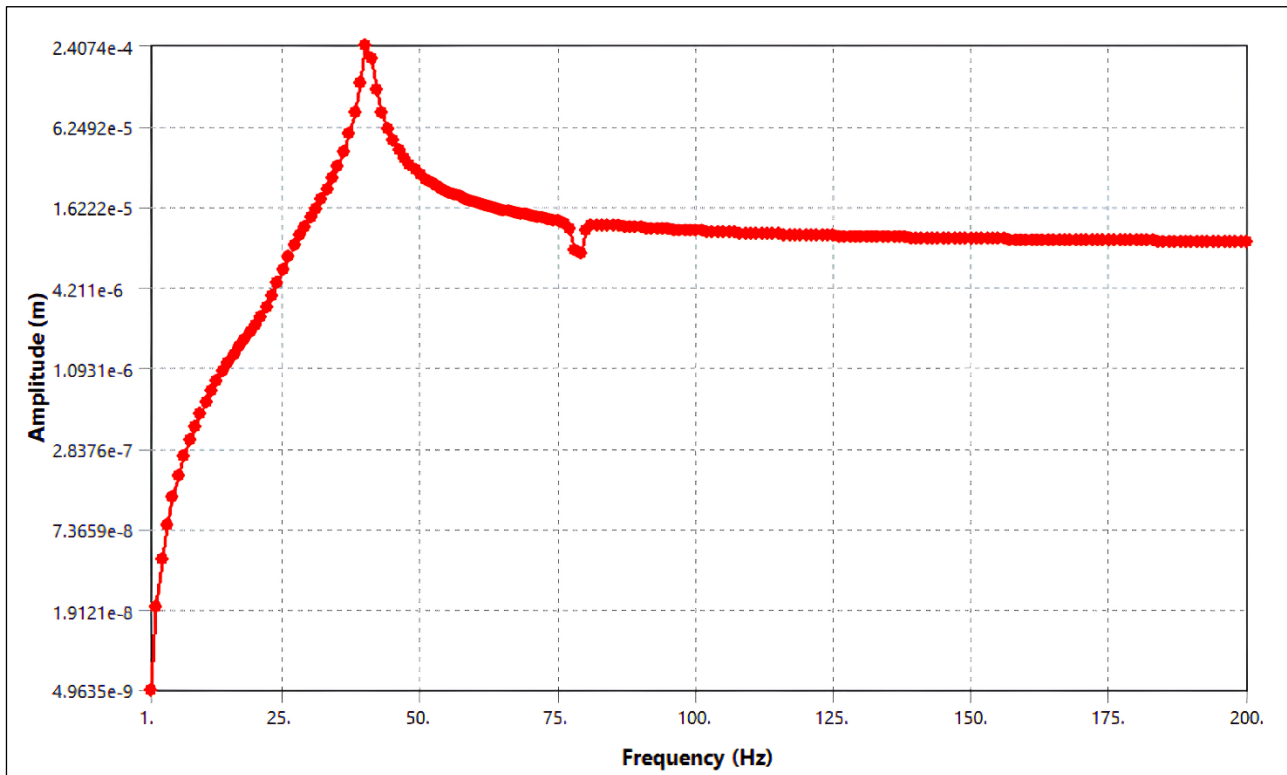


Figura 176. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.

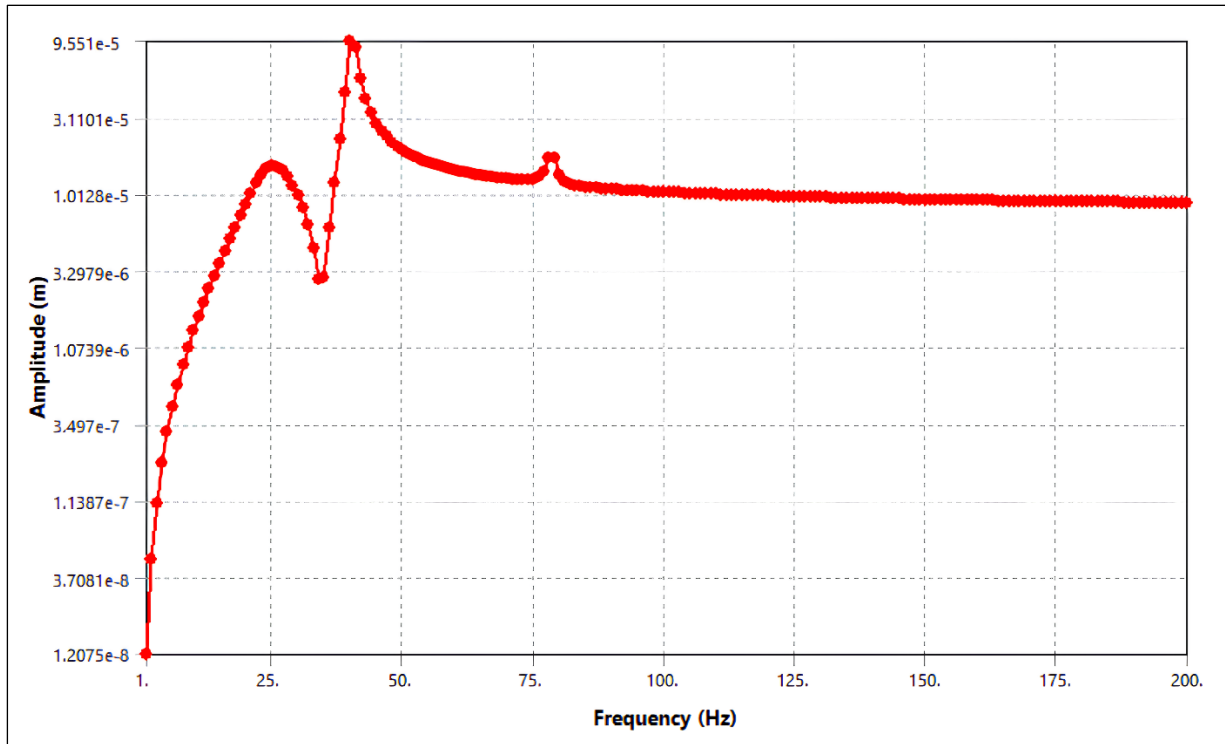


Figura 177. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.

La Figura 178 muestra una comparación entre la señal obtenida de la gráfica de Bode de referencia y la señal generada a partir de los datos exportados desde ANSYS, correspondientes a los diagramas de Bode en los ejes X y Z, los cuales fueron procesados en MATLAB para obtener su resultante.

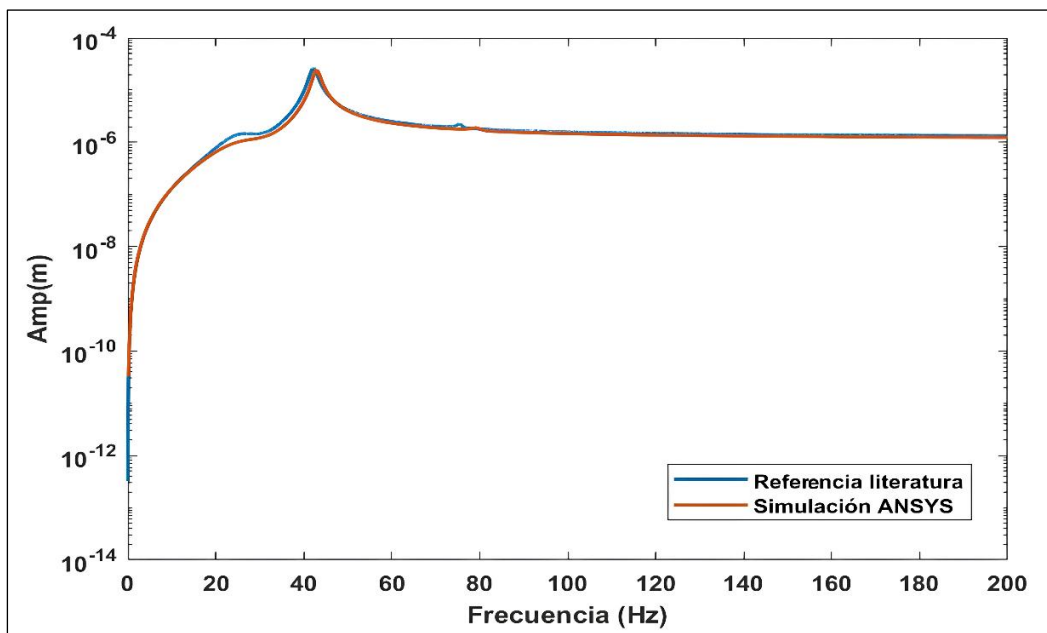


Figura 178. Diagrama de Bode, referencia vs simulación en ANSYS.

Tal como se aprecia en la gráfica, las señales graficadas muestran una superposición considerable. Este comportamiento, junto con un margen de error inferior al 5 % al comparar las velocidades críticas de referencia con las obtenidas en la simulación, evidencia una concordancia aceptable entre ambos resultados.

5.2 SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON DISCO ASIMÉTRICO.

5.2.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS VIGA.

En el diagrama de Campbell mostrado en la Figura 179, correspondiente al sistema rotor-cojinete tipo Jeffcott con disco asimétrico, modelado mediante elementos tipo viga en el software ANSYS Workbench, se identificaron tres puntos en los que una de las frecuencias naturales del sistema coincide con la frecuencia de excitación generada por el desbalance del rotor. Estas coincidencias ocurren a velocidades de rotación aproximadas de 2448.4, 2703.2 y 4698.4 rpm, respectivamente.

Dichos puntos representan condiciones de resonancia, en las cuales la energía de la excitación es transferida de manera eficiente al sistema, lo que puede provocar una amplificación significativa de la respuesta dinámica. Este fenómeno incrementa el riesgo de fallas estructurales o de funcionamiento si no se considera adecuadamente en el diseño o análisis del sistema rotodinámico.

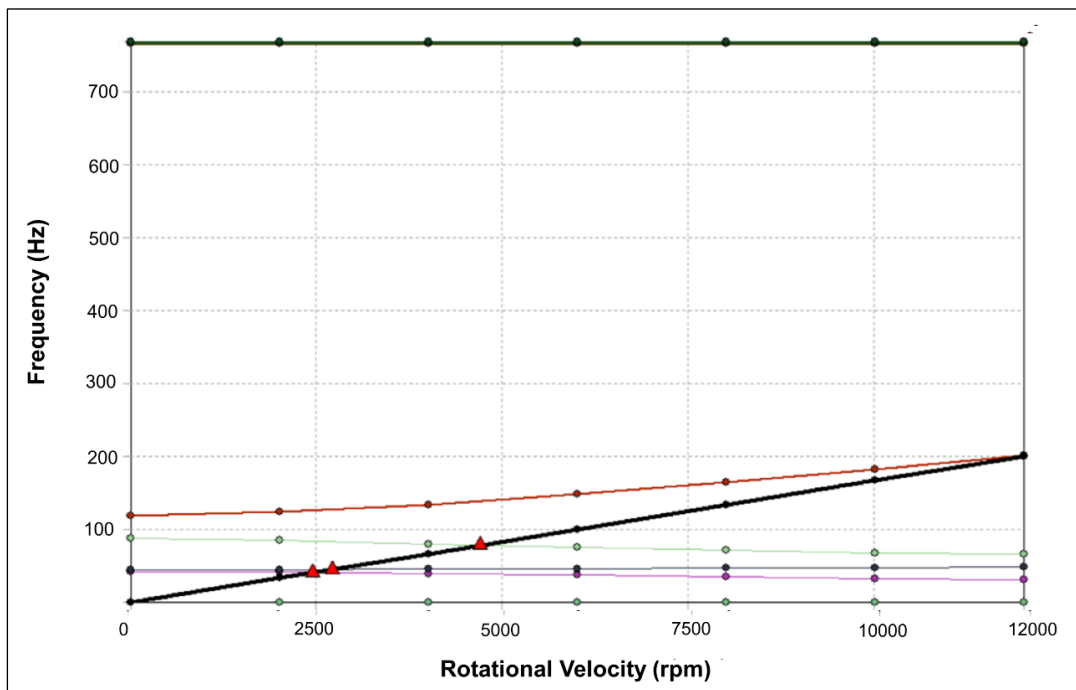


Figura 179. Diagrama de Campbell del sistema rotor-cojinete con disco asimétrico y elementos viga.

La Tabla 21 muestra datos correspondientes a los siete modos de vibración analizados, incluyendo la dirección de giro de cada modo, clasificada como BW (*Backward*, giro hacia atrás) o FW (*Forward*, giro hacia adelante), así como su respectiva condición de estabilidad; en este caso, se identifica únicamente un modo inestable. Además, la tabla incluye las tres velocidades críticas detectadas, indicando la frecuencia natural asociada a cada una de ellas.

Tabla 21. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos viga.

MODO	DIRECCIÓN DE GIRO	MODO DE ESTABILIDAD	VELOCIDAD CRÍTICA
1	Indeterminada	Inestable	Ninguna
2	BW	Estable	2448.4 rpm
3	FW	Estable	2703.2 rpm
4	BW	Estable	4698.4 rpm
5	FW	Estable	Ninguna
6	BW	Estable	Ninguna
7	FW	Estable	Ninguna

De igual forma, la Figura 180 presenta el diagrama de Campbell de referencia correspondiente a un sistema rotor-cojinete con disco asimétrico, cuyas propiedades son equivalentes a las del modelo analizado. Al comparar dicho diagrama con los resultados obtenidos en ANSYS, se evidencia una alta concordancia, con diferencias inferiores al 3 %, lo que respalda la precisión y confiabilidad del modelo empleado.

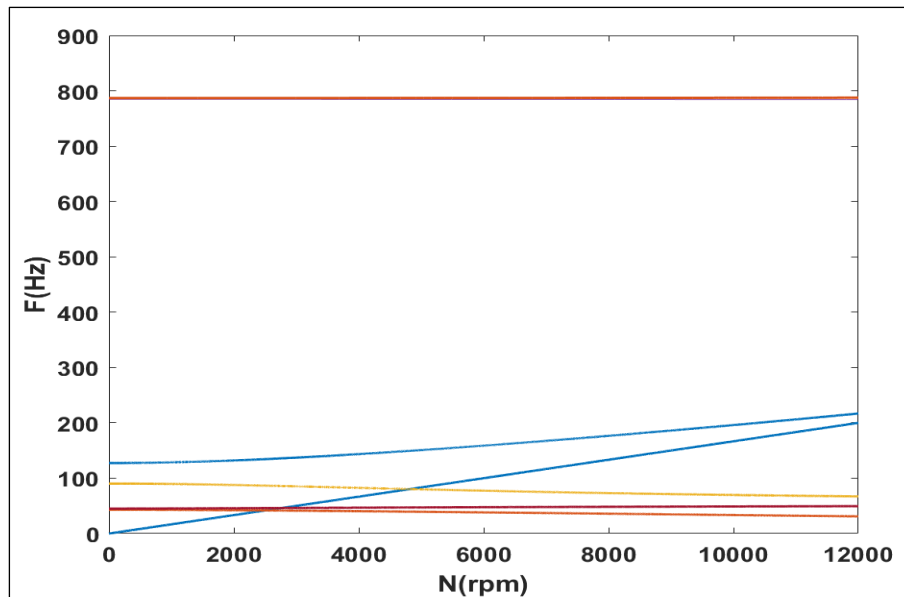


Figura 180. Diagrama de Campbell de referencia para sistema rotor-cojinete con disco asimétrico.

Por otra parte, las Figuras 181 y 182 muestran los diagramas de Bode correspondientes a la respuesta en frecuencia de la deformación del sistema en las direcciones del eje X y eje Z, respectivamente.

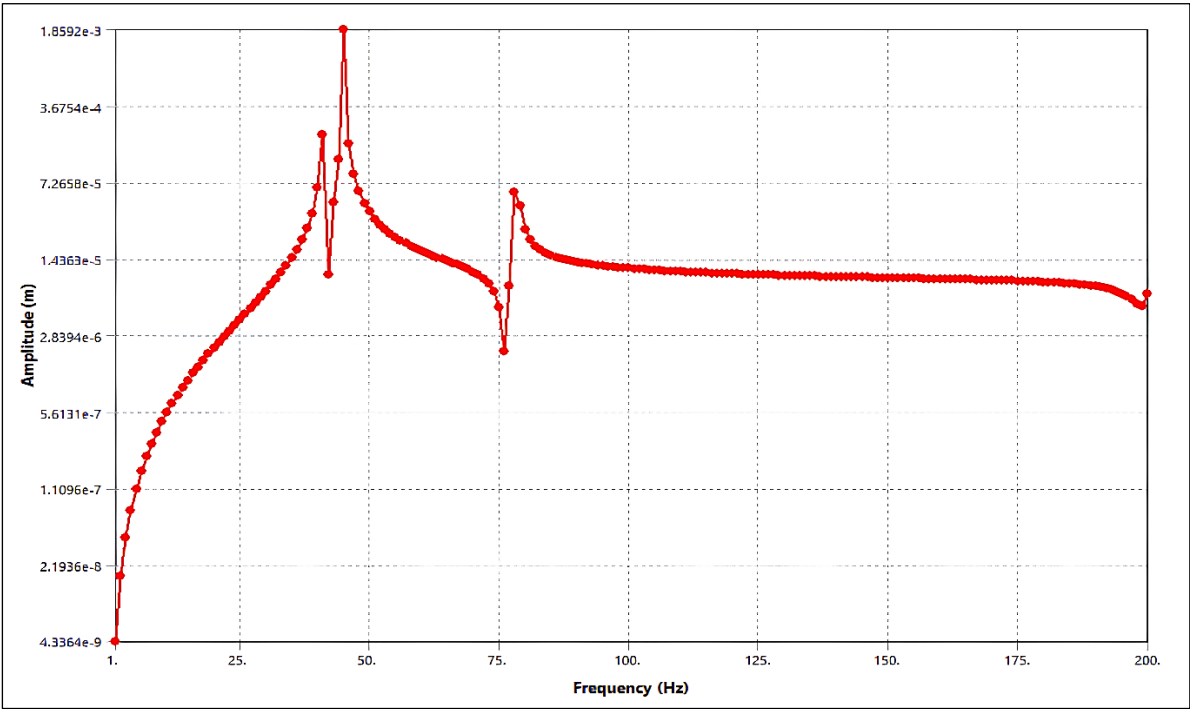


Figura 181. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.

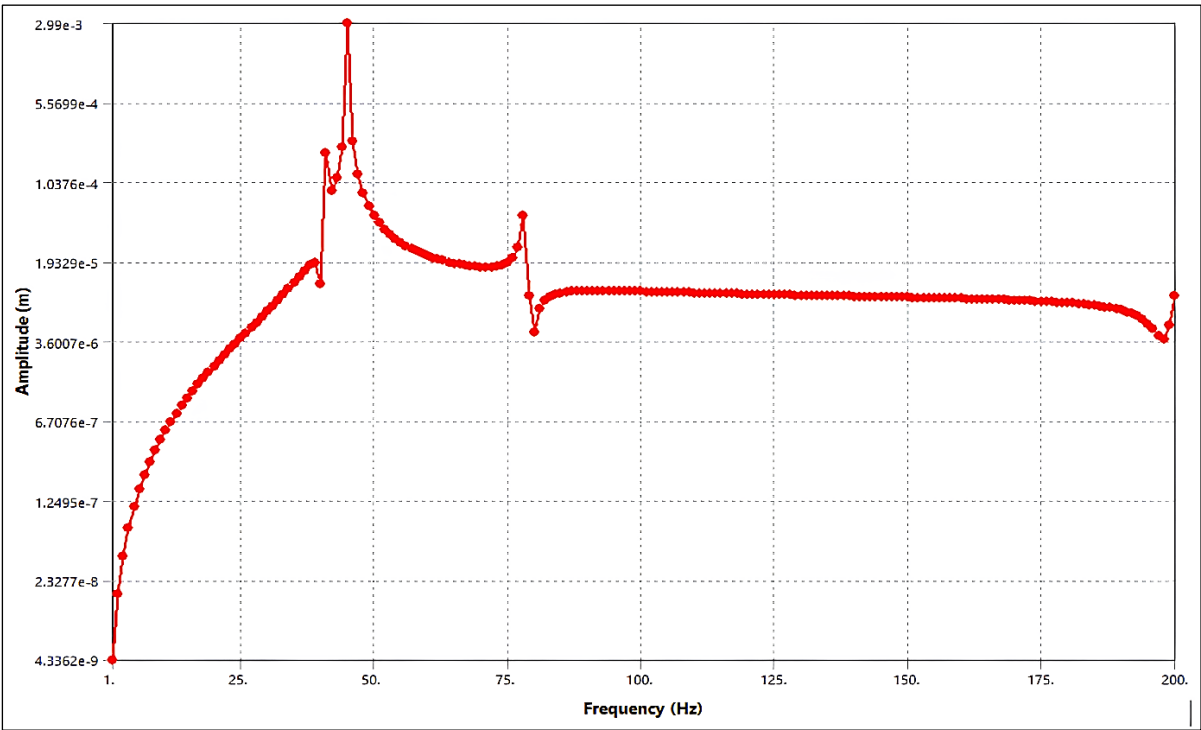


Figura 182. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.

Posteriormente, en la Figura 183 se presenta una comparación entre la señal obtenida a partir de la gráfica de Bode de referencia y la señal resultante generada a partir de los datos exportados desde ANSYS y procesados en MATLAB.

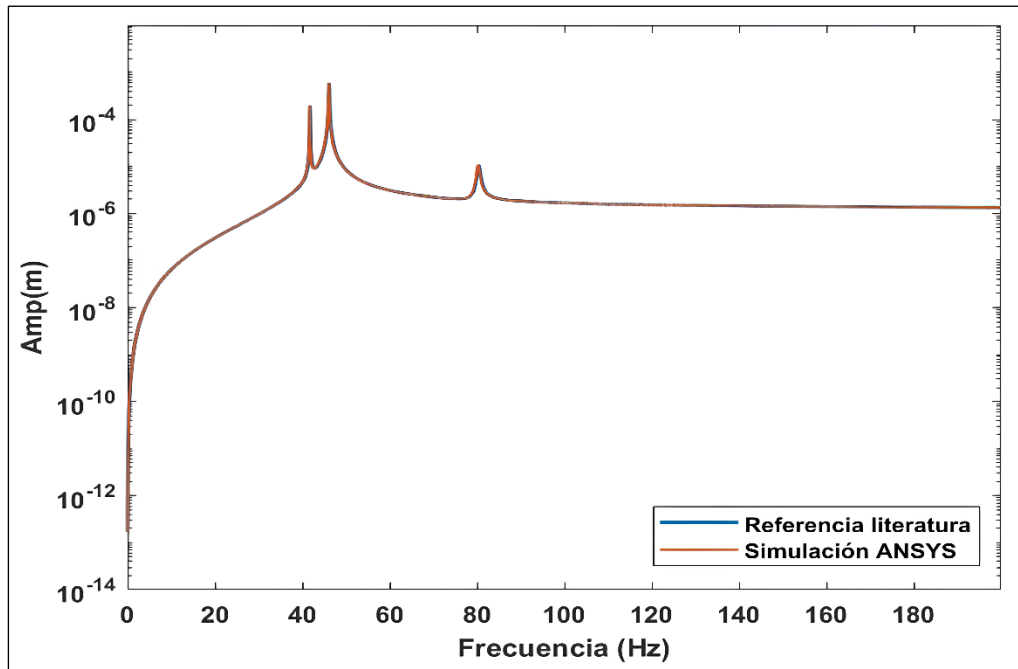


Figura 183. Diagrama de Bode, referencia vs simulación en ANSYS.

Como se aprecia en la gráfica anterior, ambas señales prácticamente se superponen, lo que refleja una elevada concordancia entre los resultados de referencia y los generados por la simulación. Esta coincidencia respalda la validez del procedimiento aplicado, así como la precisión del modelo numérico utilizado para representar el comportamiento del sistema.

5.2.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D

En este apartado también es relevante destacar la modificación en la ubicación de los cojinetes, los cuales fueron desplazados 0.015 m hacia el exterior con respecto a las caras extremas del eje. Este ajuste, similar al realizado en el análisis con elementos sólidos 3D y cojinetes asimétricos, se implementó para corregir la discrepancia detectada entre los resultados obtenidos mediante el modelo con elementos tipo viga y aquellos generados con elementos tridimensionales. La reubicación de los cojinetes permitió mejorar la correspondencia entre ambos enfoques de modelado, aumentando así la precisión y coherencia de los resultados.

La Figura 184 muestra el diagrama de Campbell correspondiente al sistema modelado con elementos tridimensionales. En este modelo basado en elementos 3D, se identificaron cuatro puntos en los que una de las frecuencias naturales coincide con la frecuencia de excitación generada por el desbalance del rotor. Estos puntos de intersección representan condiciones de resonancia, en las cuales la respuesta dinámica del sistema puede amplificarse considerablemente.

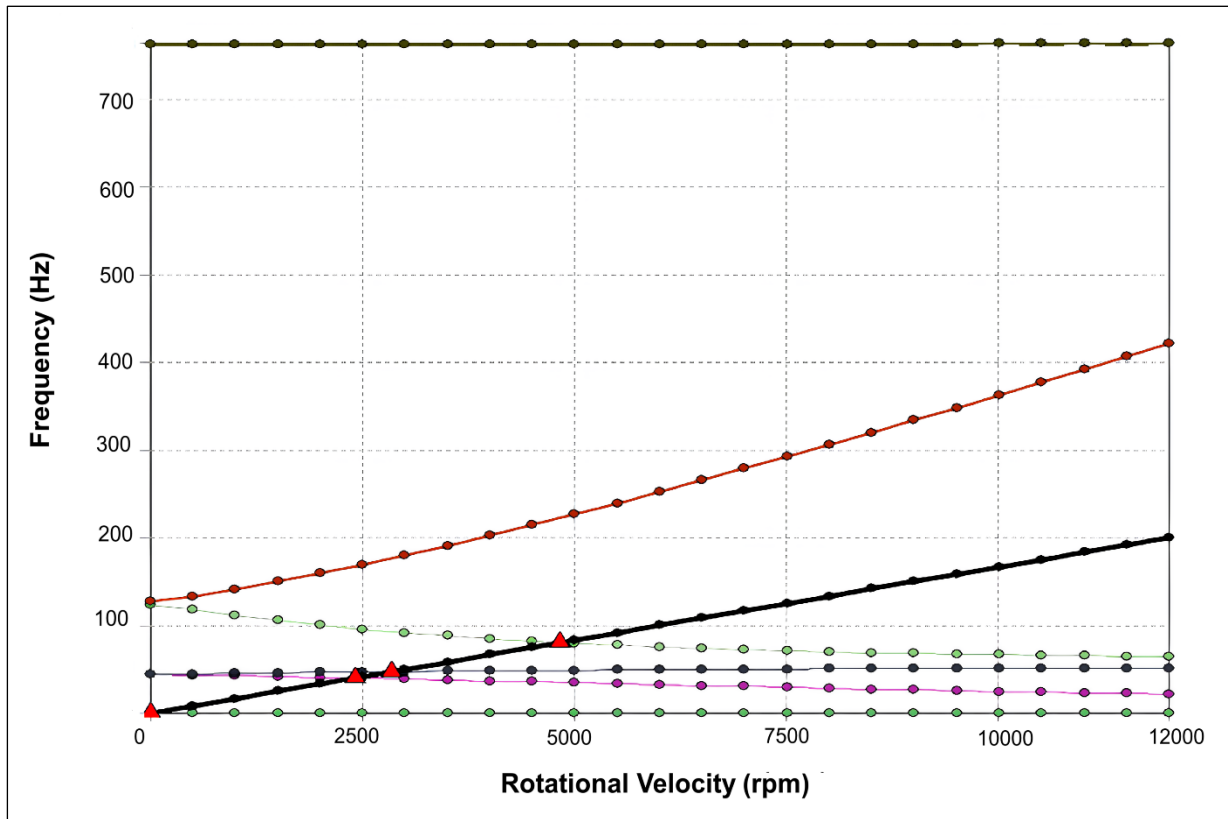


Figura 184. Diagrama de Campbell del sistema rotor-cojinete con disco asimétrico y elementos 3D.

Adicionalmente, en la Tabla 22 se presenta información complementaria correspondiente a los siete modos de vibración analizados. En ella se especifica la dirección de giro de cada modo, clasificada como BW (Backward, giro hacia atrás) o FW (Forward, giro hacia adelante), así como su respectiva condición de estabilidad; en este caso todos los modos son estables. Asimismo, la tabla incluye las cuatro velocidades críticas identificadas, indicando con precisión la frecuencia natural asociada a cada una de ellas

Tabla 22. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos 3D.

MODO	DIRECCIÓN DE GIRO	MODO DE ESTABILIDAD	VELOCIDAD CRÍTICA
1	Indeterminada	Estable	7.2698E-002 rpm
2	BW	Estable	2409. rpm
3	FW	Estable	2838.7 rpm
4	BW	Estable	4816.8 rpm
5	FW	Estable	Ninguna
6	BW	Estable	Ninguna
7	FW	Estable	Ninguna

Al comparar las velocidades críticas identificadas en el diagrama de referencia de la Figura 180 con las obtenidas en el modelo desarrollado en ANSYS utilizando elementos 3D, se observa una concordancia aceptable entre ambos resultados, con discrepancias menores al 3%.

Asimismo, las Figuras 185 y 186 muestran los diagramas de Bode correspondientes a la respuesta en frecuencia de la deformación del sistema en las direcciones del eje X y eje Z, respectivamente.

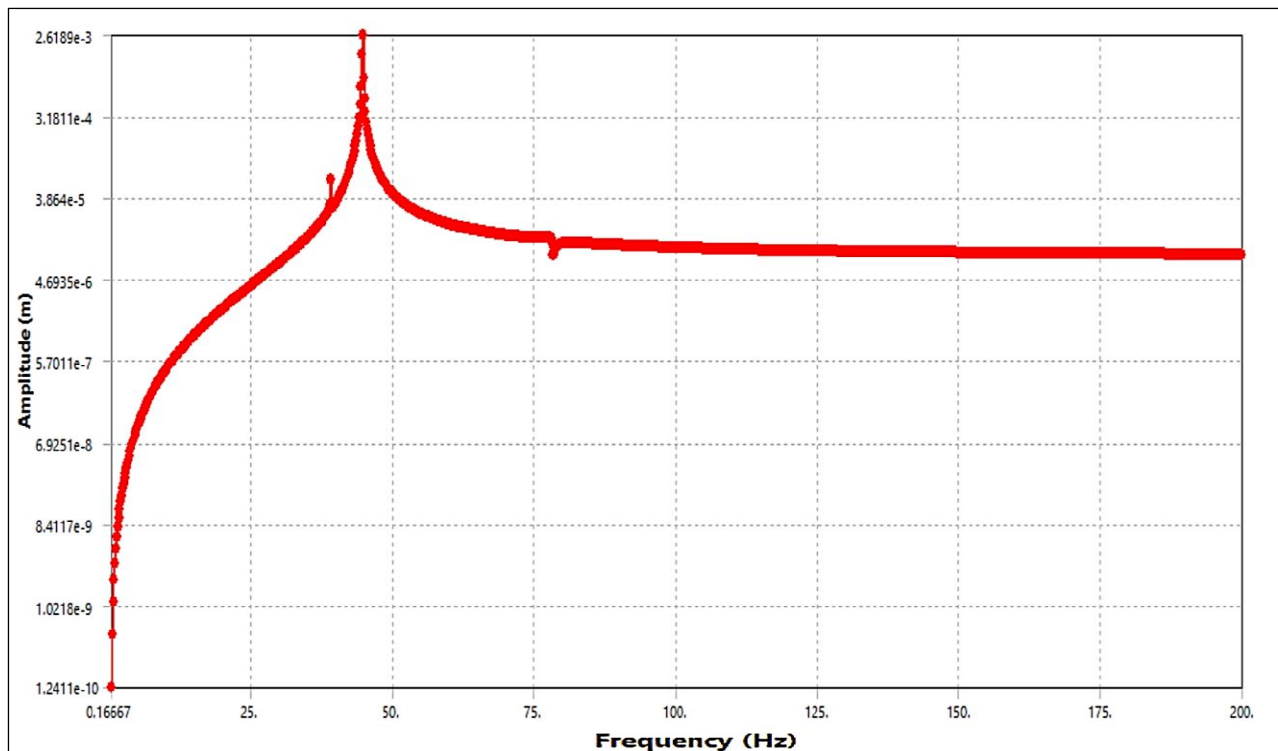


Figura 185. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.

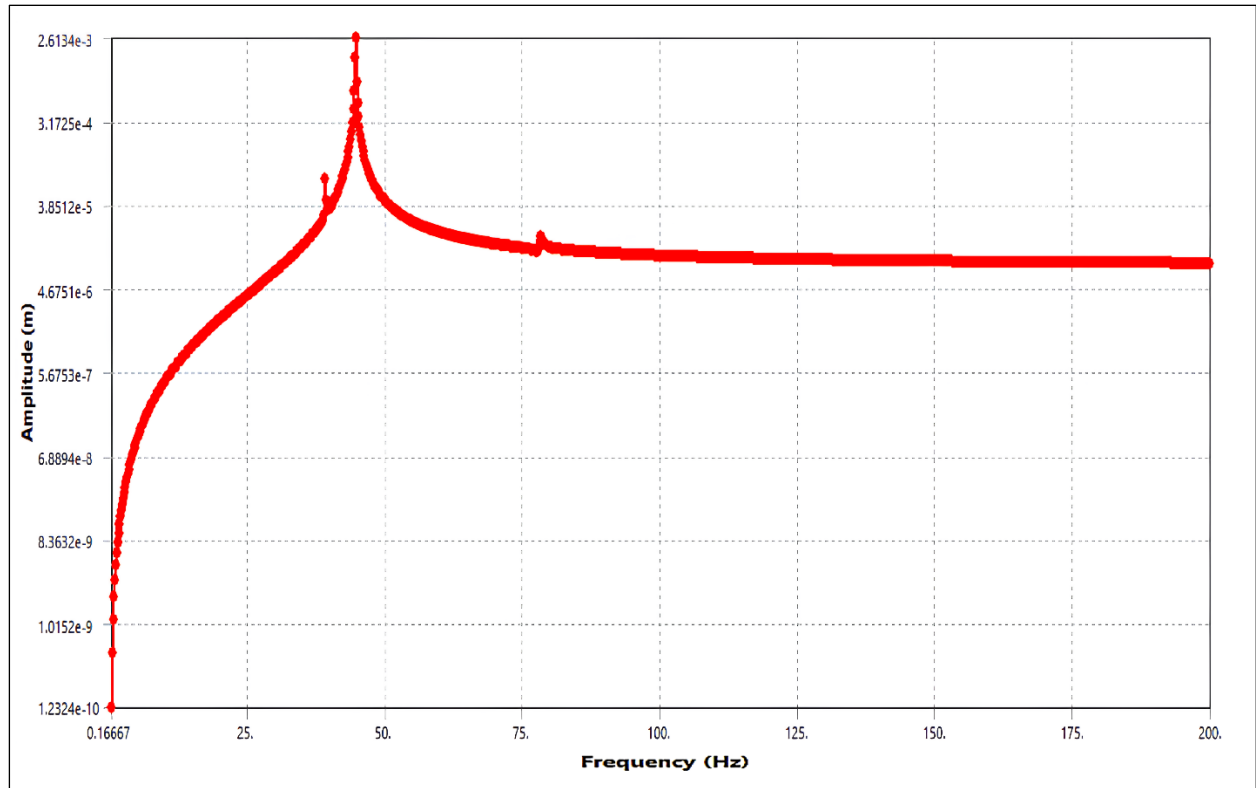


Figura 186. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.

Posteriormente, en la Figura 187 se presenta una comparación entre la señal obtenida a partir de la gráfica de Bode de referencia y la señal resultante generada a partir de los datos exportados desde ANSYS y procesados en MATLAB.

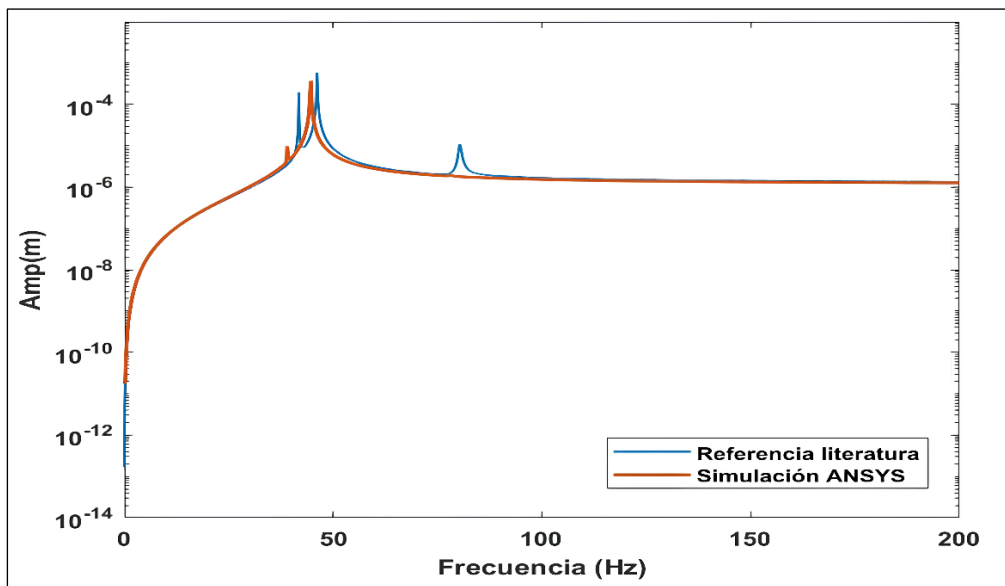


Figura 187. Diagrama de Bode, referencia vs simulación en ANSYS.

Como puede observarse, ambas señales en la gráfica se superponen en la mayor parte de su dominio, mientras que en algunas regiones presentan un ligero desfase. Este comportamiento indica una concordancia aceptable entre los resultados de referencia y los obtenidos a través de la simulación.

5.3 SISTEMA ROTOR-COJINETE TIPO JEFFCOTT CON EJE ASIMÉTRICO.

5.3.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA CON ELEMENTOS 3D.

De acuerdo con los resultados obtenidos en los análisis previos con elementos 3D, fue necesario implementar una modificación en la configuración del sistema, específicamente en la ubicación de los cojinetes, los cuales fueron desplazados 0.015 m hacia el exterior respecto a las caras extremas del eje. Esta modificación se realizó con el fin de corregir una discrepancia observada entre los resultados del modelo desarrollado con elementos tipo viga y los obtenidos mediante el análisis tridimensional con elementos sólidos.

En el diagrama mostrado en la Figura 188, correspondiente al sistema modelado con elementos tridimensionales, se identificaron cuatro puntos en los que una de las frecuencias naturales coincide con la frecuencia de excitación inducida por el desbalance del rotor.

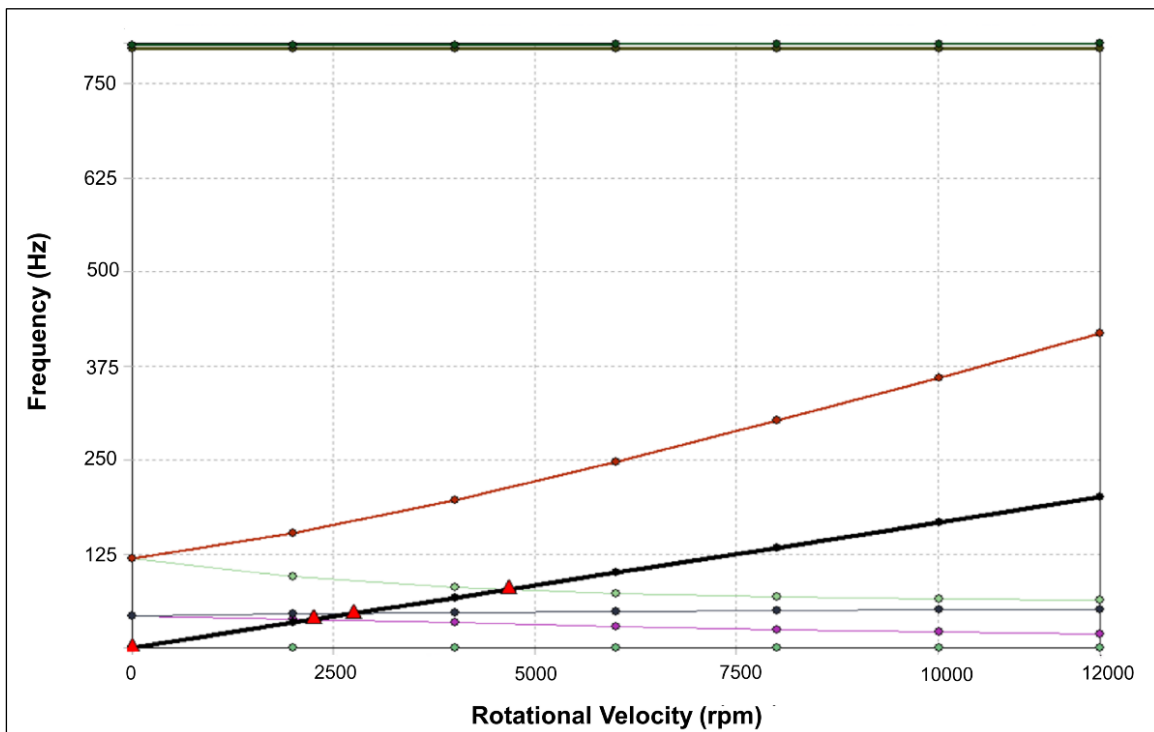


Figura 188. Diagrama de Campbell del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos tipo 3D.

Además, la Tabla 23 presenta información complementaria sobre los siete modos de vibración analizados. Se indica la dirección de giro de cada modo, clasificada como BW (*Backward*) o FW (*Forward*), junto con su condición de estabilidad; en este caso, no se identifican modos inestables. La tabla también incluye las cuatro velocidades críticas detectadas, especificando la frecuencia natural correspondiente a cada una.

Tabla 23. Modos de vibración del sistema implementando cojinetes asimétricos y elementos 3D.

MODO	DIRECCIÓN DE GIRO	MODO DE ESTABILIDAD	VELOCIDAD CRÍTICA
1	Indeterminada	Estable	7.3×10^{-2} rpm
2	BW	Estable	2410.6 rpm
3	FW	Estable	2947.1 rpm
4	BW	Estable	4894.4 rpm
5	FW	Estable	Ninguna
6	BW	Estable	Ninguna
7	FW	Estable	Ninguna

Asimismo, las Figuras 189 y 190 muestran los diagramas de Bode correspondientes a la respuesta en frecuencia de la deformación del sistema en las direcciones del eje X y eje Z, respectivamente.

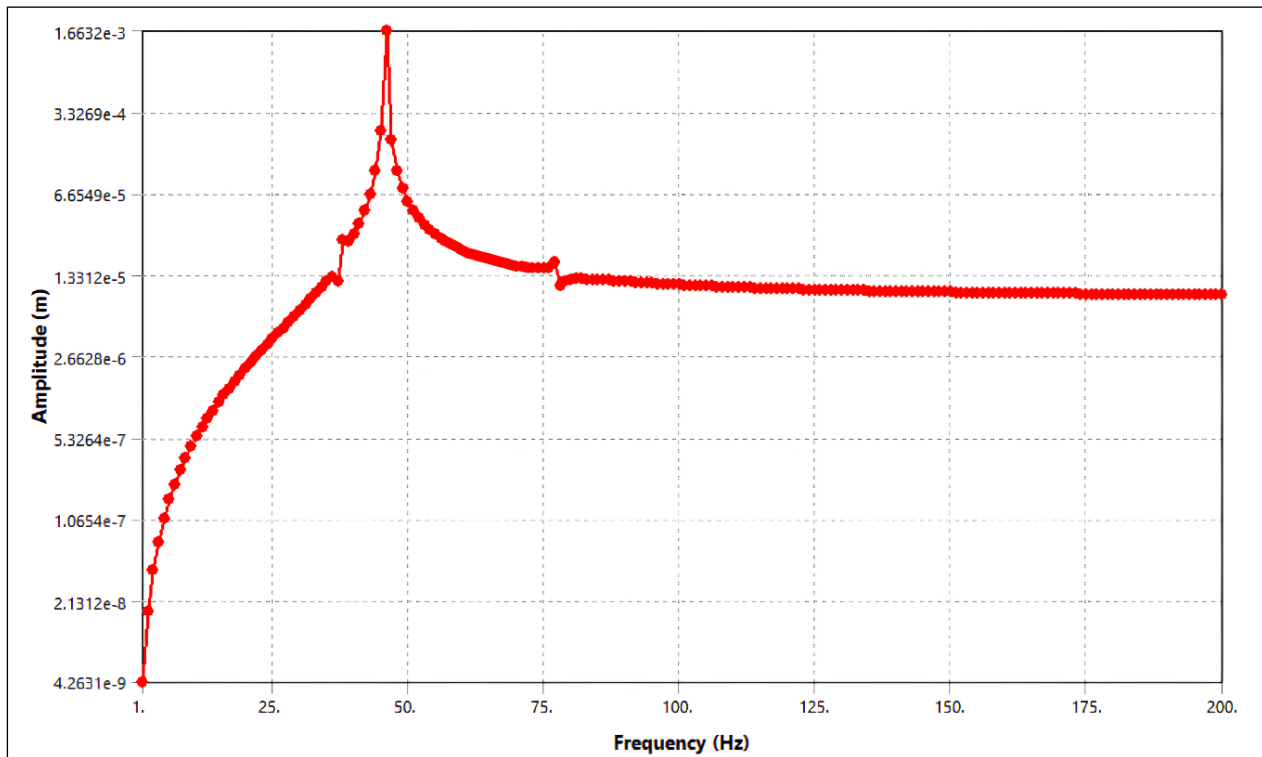


Figura 189. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje X.

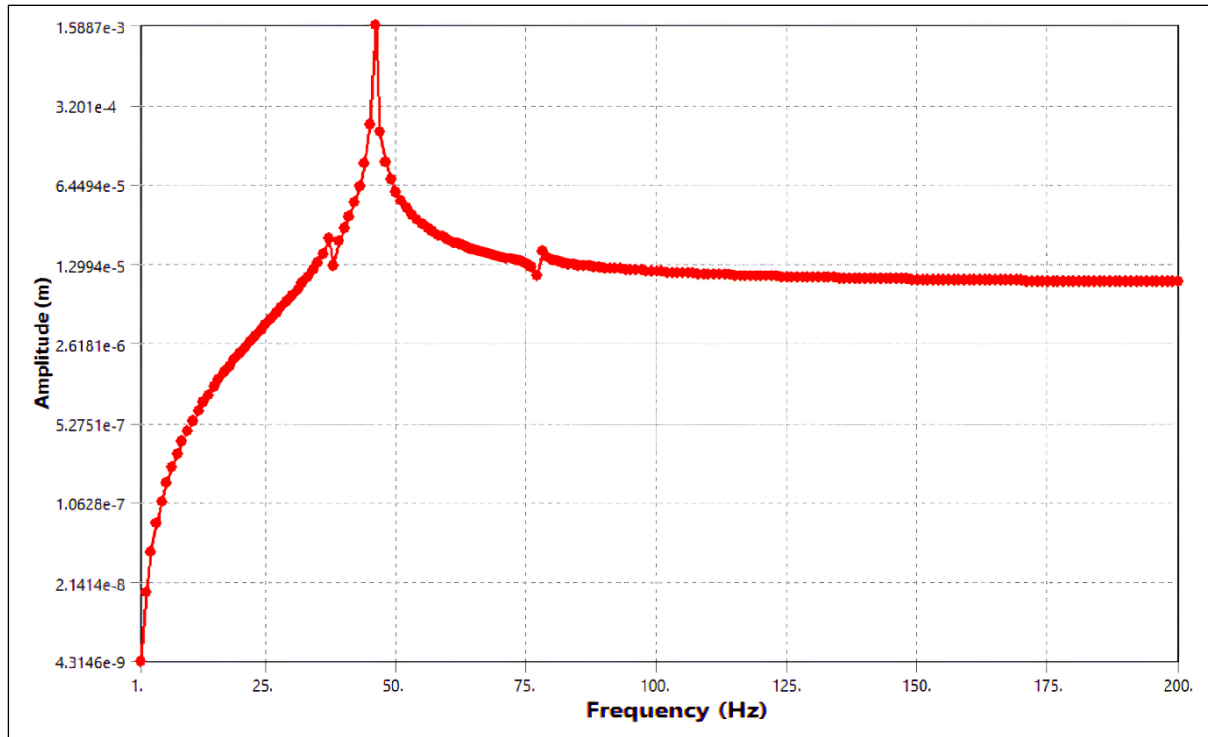


Figura 190. Diagrama de Bode del sistema con referencia al eje Z.

Finalmente, la Figura 191 presenta el diagrama de Bode correspondiente a la señal resultante de la combinación de las respuestas en frecuencia mostradas previamente en las Figuras 189 y 190, las cuales representan la deformación del sistema en las direcciones X y Z, respectivamente.

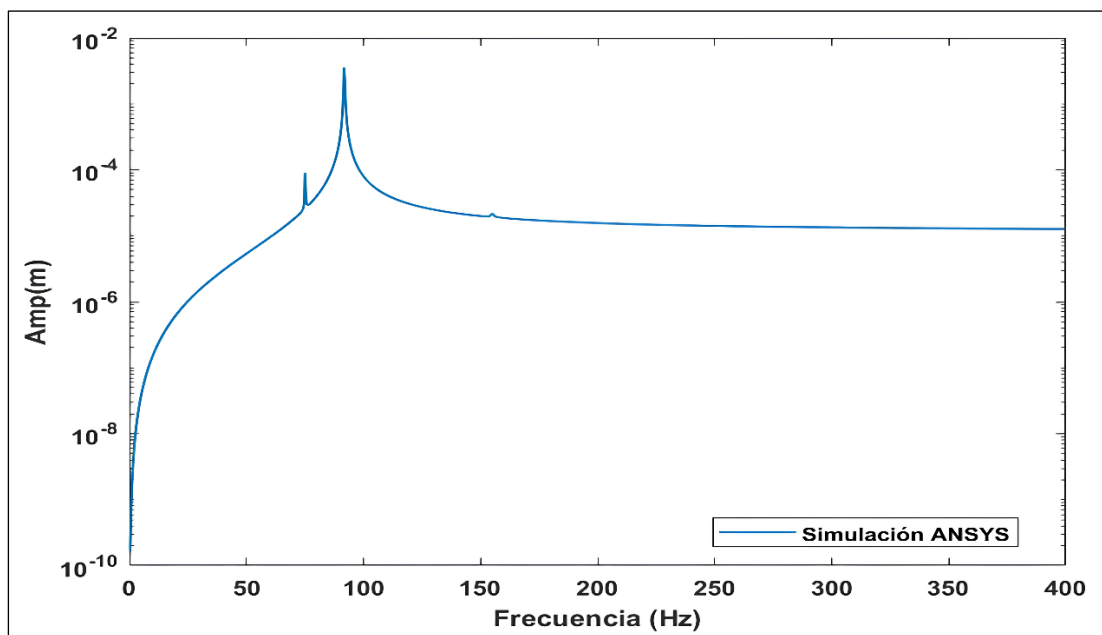


Figura 191. Diagrama de Bode resultante.

En este caso, no se dispone de trabajos previos especializados que aborden específicamente el modelado de sistemas rotor-cojinete tipo Jeffcott con eje asimétrico, por lo que no es posible realizar una comparación directa con estudios existentes. No obstante, se respalda la confiabilidad del método empleado basándose en resultados anteriores obtenidos mediante el modelado de sistemas rotor-cojinete con elementos tridimensionales, en los cuales el margen de error respecto a referencias validadas fue inferior al 5 %. Esto proporciona un fundamento razonable para asumir la validez del enfoque aplicado en este análisis.

CAPÍTULO 6

6. CONCLUSIONES

Tras el desarrollo del presente trabajo de tesis, se puede concluir que el modelado de sistemas rotor-cojinete asimétrico tipo Jeffcott, utilizando tanto elementos tipo viga como elementos tridimensionales, mediante el método del elemento finito implementado en el software ANSYS Workbench, permite analizar de forma adecuada el comportamiento dinámico del sistema. Asimismo, este enfoque cumple satisfactoriamente con los criterios de validación establecidos en estudios previos, los cuales consideran aceptable, para fines de validación numérica, un margen de error inferior al 5 % en los resultados.

La afirmación anterior se sustenta en los resultados obtenidos mediante el modelado del sistema basado en elementos tipo viga, los cuales presentaron discrepancias máximas menores al 3 % al compararse con los datos reportados en la literatura, lo que respalda la fiabilidad y precisión de este enfoque. Además, dicho método destaca por su facilidad de implementación y bajo costo computacional, permitiendo así un tiempo de procesamiento reducido.

Asimismo, los resultados obtenidos mediante el modelado con elementos tridimensionales presentaron discrepancias máximas inferiores al 5 % al compararse con los datos reportados en la literatura especializada. No obstante, para alcanzar ese nivel de concordancia, fue necesario ajustar la configuración geométrica del sistema, específicamente desplazando los cojinetes 0.015 m hacia el exterior con respecto a las caras extremas del eje. Esta modificación se implementó debido a que, en el análisis inicial, aun definiendo los mismos parámetros que en el modelado con elementos tipo viga, se evidenció un desplazamiento hacia la derecha en la señal graficada del diagrama de Bode, respecto a la señal de referencia. Este efecto, directamente relacionado con la rigidez del sistema, fue corregido mediante el ajuste en la ubicación de los cojinetes. Cabe destacar que, para fines del análisis, no se identificaron efectos negativos derivados de dicha modificación ya que las gráficas de su dinámica concuerdan con las obtenidas a partir del modelado con elementos tipo viga.

Por otra parte, cabe resaltar la capacidad del software ANSYS Workbench para implementar el método del elemento finito en el análisis de sistemas mecánicos complejos, como el caso abordado en este trabajo. No obstante, también es importante reconocer que el uso de la versión estudiantil del software impone ciertas restricciones, como la limitación en el número de nodos y elementos de la malla, lo cual podría representar una limitante al realizar análisis de mayor complejidad.

Finalmente, es importante destacar la relevancia de esta investigación, ya que no se cuenta con estudios previos relacionados con el análisis de sistemas rotor-cojinete asimétricos mediante el método de elementos finitos implementado en el software ANSYS Workbench. Esto, a su vez, puede contribuir a la optimización del diseño de sistemas rotor-cojinete, además de establecer las bases para futuras investigaciones.

6.1 TRABAJOS FUTUROS

Como trabajo futuro derivado del presente proyecto de tesis, se propone investigar y ampliar el método desarrollado con el objetivo de modelar no solo sistemas rotor-cojinete tipo Jeffcott con características asimétricas, sino también extender su aplicación a sistemas rotor-cojinete más complejos, conformados por múltiples discos y con asimetrías en distintos parámetros físicos, tales como la geometría, la distribución de masa, las propiedades de amortiguamiento y rigidez. Esta evolución metodológica permitirá representar con mayor fidelidad el comportamiento dinámico de sistemas más cercanos a la realidad, en los cuales el uso de múltiples discos y la presencia de asimetrías son condiciones comunes. Además, la ampliación del modelo abrirá nuevas posibilidades para el análisis de inestabilidades y resonancias, lo que no solo enriquecerá el entendimiento teórico, sino que también brindará herramientas útiles para el diseño, diagnóstico y mantenimiento de maquinaria rotativa en entornos industriales.

Por otra parte, la investigación de las limitaciones del programa para obtener soluciones que se aproximen con mayor precisión a las tomadas como referencia, utilizando un modelado con los mismos parámetros básicos que los definidos mediante el enfoque de elementos tipo viga, aplicado a las configuraciones previamente establecidas con elementos 3D, puede considerarse una línea adicional para futuras investigaciones o trabajos posteriores.

7. REFERENCIAS

- [1] P. Goldman y A. Muszyńska, «Rotor-to-stator-rub-related, thermal/mechanical effects in rotating machinery,» *International Journal of Rotating Machinery*, vol. 6, nº 2, pp. 91-100, 1995.
- [2] M. Lalanne y G. Ferraris, *Rotordynamics Prediction in Engineering*, New York: Wiley, 1990.
- [3] J. Larios, E. Barredo, J. Colín, A. Ortega, M. Montiel y J. Mayén, «Plataforma computacional para el análisis y simulación de sistemas rotor-cojinete de múltiples grados de libertad,» *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, vol. 36, nº 3, 2020.
- [4] M. Canales, W. Paucar y N. Juipa, «Método de investigación para ingenierías basado en la metodología de la investigación científica,» *RevIA*, vol. VII, nº 4, pp. 5-9, 2017.
- [5] J. S. Rao, *History of Rotating Machinery Dynamics*, Springer Science & Business Media, 2011.
- [6] A. McConnell y D. Papin, «Oxford Dictionary of National Biography,» *Oxford University Press*, 2004.
- [7] T. Savery, «El amigo del minero: Or, an Engine to Raise Water by Fire,» 1702.
- [8] J. S. Rao, «Two Hundred Years After His Retirement,» *10th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, vol. I, p. 63, 1999.
- [9] W. Kaiser, «Johann Andreas Segner, der Vater der Turbine,» 1977.
- [10] D. D. A., «A brief history of rotor dynamics,» de *Proceedings of the International Conference on Rotating Machine*, London, 1992.
- [11] V. Smil, *Creating the twentieth century: Technical innovations of 1867-1914 and their lasting impact*, Oxford University Press, 2005.
- [12] B. Tower, «First report on friction experiments,» *Proceedings of the institution of mechanical engineers*, vol. 34, nº 1, pp. 632-659, 1883.
- [13] J. Rayleigh, *Theory of Sound*, Londres: Macmillan, 1877.
- [14] A. Stodola, *Steam and gas turbines: with a supplement on the prospects of the thermal prime mover*, McGraw-Hill, 1927.
- [15] H. H. Jeffcott, «The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed.—The effect of want of balance.,» *he London, Edinburgh, and Dublin Philosophical*

Magazine and Journal of Science., vol. 37, n° 219, pp. 304-314, 1919.

- [16] H. Holzer, «Tabular method for torsional vibration analysis of multiple-rotor shaft systems.,» *Machine Desing*, p. 141, 1922.
- [17] N. O. Myklestad, *Fundamentals of Vibration Analysis*, McGraw-Hill, 1956.
- [18] M. A. Prohl, «A General Method of Calculating Critical Speeds of Flexible Rotors,» *Journal of Applied Mechanics*, vol. 67, p. 142, 1945.
- [19] B. L. Newkirk y H. D. Taylor, «Oil Film Whirl - An Investigation of Disturbances on Oil Film in Journal Bearings,» *General Electric Review*, vol. 28, p. 559, 1925.
- [20] J. W. Lund, «Part III: Design Handbook for Fluid Film Bearings y Part V: Computer Program for Unbalance Response and Stability,» *Mechanical Tecnology Inc.*, 1965.
- [21] S. Dunkerley, «On the Whirling of Vibration of Shafts,» vol. 185, p. 279, 1894.
- [22] Y. Matsukura, M. Kiso, T. Inoue y M. Tomisawa, «Sobre la convergencia de balanceo de rotores flexibles, con especial referencia a rotores asimétricos,» *Journal of Sound and Vibration* , vol. 63, n° 3, pp. 419-428, 1979.
- [23] R. Bishop y A. G. Parkinson, «Sobre el uso de máquinas equilibradoras para rotores flexibles,» 1972.
- [24] Z. A. Parszewski, J. M. Krodkiewski y J. Rucinski, «Inestabilidades paramétricas de sistemas de soporte de rotor con matrices asimétricas de rigidez y amortiguamiento.,» *Journal of sound and vibration*, vol. 109, n° 1, pp. 111-125, 1986.
- [25] Y. G. Jei y C. W. Lee, «Características modales de sistemas asimétricos de rotor y cojinetes,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 162, n° 2, pp. 209-229, 1993.
- [26] H. D. Nelson y J. M. McVaugh, «Dinámica de sistemas rotor-cojinete mediante elementos finitos,» pp. 593-600, 1976.
- [27] Y. Kang, Y. P. Shih y A. C. Lee, «Investigación sobre las respuestas en estado estacionario de rotores asimétricos,» pp. 194-208, 1992.
- [28] F. Oncescu, A. A. Lakis y G. Ostiguy, «Investigación de la estabilidad y la respuesta en estado estacionario de rotores asimétricos mediante la formulación de elementos finitos,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 245, n° 2, pp. 303-328, 2001.

- [29] C. W. Lee y S. K. Lee, «Una teoría eficiente de pruebas modales complejas para sistemas de rotor asimétrico: uso del método de excitación unidireccional,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 206, nº 3, pp. 327-338, 1997.
- [30] J. H. Suh, S. W. Hong y C. W. Lee, «Análisis modal de un sistema de rotor asimétrico con estator isótropo mediante coordenadas moduladas,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 284, pp. 651-671, 2005.
- [31] J. J. Sinou y E. Jacquelin, «Influencia del orden de expansión del Caos Polinomial en la respuesta incierta de un sistema de rotor asimétrico,» *Mechanical Systems and Signal*, vol. 50, pp. 718-731, 2015.
- [32] S. C. Hsieh, J. H. Chen y A. C. Lee, «Un método de matriz de transferencia modificado para las vibraciones laterales y de torsión acopladas de sistemas rotor-soporte asimétricos,» 2008.
- [33] Y. H. Fan, S. T. Chen y A. C. Lee, «Control activo de un rotor rígido asimétrico soportado por cojinetes magnéticos,» *Revista del Instituto Franklin*, vol. 329, nº 6, pp. 1153-1178, 1992.
- [34] R. Courant, «Métodos variacionales para la solución de problemas de equilibrio y vibraciones,» de *Apuntes de clase sobre matemáticas puras y aplicadas*, 1994.
- [35] R. Courant, «Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations, Bulletin of the American Mathematical Society,» *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 49, p. 1, 1943.
- [36] J. R. Weaver, J. M. Gere y H. Saunders, «Análisis matricial de estructuras enmarcadas,» pp. 528-529, 1982.
- [37] G. Strang y G. J. Fix, «An Analysis of the Finite Element Method, Prentice-Hall,» *Englewood Cliffs*, 1973.
- [38] R. L. Ruhl y J. F. Booker, «A Finite Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems,» *Journal of Engineering for Industry*, vol. 94, p. 126, 1972.
- [39] H. D. Nelson y J. M. McVaugh, «The Dynamics of Rotor Bearing Systems Using Finite Elements,» *Journal of Engineering for Industry*, vol. 98, p. 593, 1976.
- [40] E. S. Zorzi y H. D. Nelson, «The Dynamics of Rotor Bearing Systems with Axial Torque: A Finite Element Approach,» *Journal of Mechanical Design*, vol. 102, p. 158, 1980.

- [41] H. D. Nelson, «) Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory,» *Journal of Mechanical Design*, vol. 102, p. 793, 1980.
- [42] J. W. Lund, «Critical Speed, Stability and Response of a Geared Train of Rotors,» *Journal of Mechanical Design*, vol. 100, p. 535, 1978.
- [43] H. Iida, A. Tamura, K. Kikuchi y H. Agata, «Coupled Torsional Flexural Vibration of a Shaft in a Geared System of Rotors,» *Bulletin JSME*, vol. 23, n° 186, p. 2111, 1980.
- [44] J. W. David y N. G. Park, «The Vibration Problem in Gear Coupled Rotor Systems,» *Boletín JSME*, vol. 29, n° 252, p. 297, 1986.
- [45] P. Schwibinger, T. Neumer, A. Zurbes y R. Nordman, «The Influence of Torsional Lateral Coupling in Geared Rotor Systems on Its Eigen Values, Modes and Unbalance Vi- brations, en Proceedings I Mech,» de *Conference Vibrations in Rotating Machinery*, Edinburgh, 1988.
- [46] P. Schwibinger y R. Nordman, «The Influence of Torsional-Lateral Coupling on the Stability Behavior of Geared Rotor Systems,» *Journal of Engineering for Gas Turbines for Power*, vol. 110, p. 563, 1988.
- [47] A. Kahraman, H. Nevjat, D. R. Houser y J. J. Zakrajsek, «Dynamic Analy- sis of Geared Rotors by Finite Elements,» *Journal Mechanic Desing*, vol. 114, p. 507, 1982.
- [48] R. W. Stephenson y K. E. Rouch, «Modeling rotating shafts using axi-symmetric solid finite element with matrix reduction,» *Journal of Vibration & Acoustics*, vol. 115, p. 484, 1993.
- [49] J. Yu, A. Craggs y A. Mioduchowski, «Modeling of shaft orbiting with 3-D solid finite elements,» *International Journal of Rotating Machinery*, vol. 5, p. 53, 1999.
- [50] J. S. Rao, «Rotor Dynamics Comes of Age,» de *International Conference Rotor Dynamics*, Sydney, 2022.
- [51] A. Surial y A. Kaushal, «Dynamic Analysis of a Variable Speed Industrial Gas Tur- bine Engine and Drivetrain - Analysis and Testing,» *Advances in Vibration Engineering*, vol. 4, n° 3, p. 279, 2005.
- [52] J. Larios, E. Barredo, J. Colín, A. Ortega, M. Montiel y J. Mayén, «Plataforma computacional para el análisis y simulación de sistemas rotor-cojinete de múltiples grados de libertad,» *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, vol. 36, n° 3, 2020.

- [53] F. López, «Análisis de sistemas rotodinámicos con ANSYS,» *Universidad Tecnológica de la Mixteca*, 2024.
- [54] M. V. J, *Rotordynamics of turbomachinery*, John Wiley & Sons, 1991.
- [55] J. Khalaf, « Lección sobre vibración avanzada-8,» *Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Basora*, 1998.
- [56] G. Genta, de *Dinámica de sistemas rotatorios*, Italy, Springer Science & Business Media, 2005.
- [57] M. Lalanne y G. Ferraris, de *Rotordynamics prediction in engineering*, 1998.
- [58] G. Schweitzer y E. H. Maslen, de *Magnetic Bearings*, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [59] A. Muszynska, *Rotordynamics*, Prensa CRC, 2005.
- [60] p. Cruz, *Caracterización Modal de Sistemas Giroscópicos Empleando Fuerzas de Desbalance*, Cuernavaca: Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2012.
- [61] N. Nuñez, E. Esteban, M. Yi y J. Pacheco, *Aplicación de las ecuaciones de lagrange para un sistema rotatorio con desalineamiento angular*, Colombia: Universidad Autónoma del Caribe, 2011.
- [62] J. Toalá, *Construcción, ensamble y puesta en marcha de un Disco de Balanceo Activo con aplicación a sistemas rotodinámicos*, México: Centro de investigación y desarrollo tecnológico, 2015.
- [63] A. Torres, *Estudio del desalineamiento entre máquinas acopladas y análisis de su respuesta vibratoria*, Concepción, Chile, 2013.