



Universidad Tecnológica de la Mixteca

Evolución de los choques planos producidos por jets astrofísicos y sus implicaciones

Tesis

Para obtener el título de:

Ingeniero en Física Aplicada

Presenta:

Michelle Suhey Palacios Santos

Director:

Dr. Maxvell G. Jiménez Escamilla

Co-Director:

Dr. Ary Rodríguez González

H. Cd. de Huajuapán de León, Oaxaca, abril de 2025

Agradecimientos

Expreso mi más sincero agradecimiento a mis directores de tesis y sinodales. Su experiencia y conocimiento cimentaron los pilares de este trabajo, y cada revisión y comentario que aportaron enriquecieron este proyecto de formas que jamás imaginé. En particular, agradezco profundamente a mi co-director, el Dr. Ary Rodríguez González, cuya paciencia y apoyo constantes fueron esenciales para la realización de esta investigación. Le agradezco también la oportunidad de trabajar en un área que siempre había soñado, así como su disposición para aceptarme como su aprendiz y colaborar generosamente en cada una de mis solicitudes.

A los docentes que me acompañaron a lo largo de mi camino universitario, gracias por transmitir el conocimiento que hoy me permite alcanzar esta meta.

A mi familia, y especialmente a mis padres, les agradezco por brindarme la oportunidad de crecer académicamente y apoyarme en cada etapa educativa. A mi hermano Christopher, por ser siempre mi más grande inspiración.

A mis amigos, por su inquebrantable apoyo, por estar ahí en cada momento y por animarme y creer en mí.

A la Universidad Tecnológica de la Mixteca, mi gratitud por las condiciones que me permitieron crecer académica y profesionalmente. A cada directivo, gracias por su trabajo y gestión, sin los cuales no existirían las bases ni el ambiente propicio para adquirir conocimientos.

A todos, gracias por haberme acompañado en cada paso de este camino.

Resumen

En este trabajo se analiza la relación entre la densidad del medio interestelar y la distancia de enfriamiento de un jet astrofísico. Se estudiaron cinco casos: dos con densidades iniciales del jet de 1000 cm^{-3} y temperaturas iniciales de 1000 K y 2000 K, y tres con densidades iniciales de 10000 cm^{-3} y temperaturas de 500 K, 1000 K y 2000 K, empleando el método de diferencias finitas para generar los modelos. Estos jets se inyectan y propagan en un medio homogéneo de temperatura constante de 100 K, con densidades que varían desde 1000 hasta 50000 cm^{-3} . En el enfriamiento radiativo se consideró el enfriamiento molecular del CO, representando así una actualización del modelo propuesto por Hartigan en 1987. Como resultado, se obtuvo una función que permite determinar la distancia de enfriamiento mediante la relación entre la temperatura y densidad del jet y las del medio interestelar.

Abstract

This work analyzes the relationship between the density of the interstellar medium and the cooling distance of an astrophysical jet. Five cases were studied: two with initial jet densities of 1000 cm^{-3} and initial temperatures of 1000 K and 2000 K, and three with initial densities of 10000 cm^{-3} and temperatures of 500 K, 1000 K, and 2000 K, using the finite difference method to generate the models. These jets are injected and propagate in a homogeneous medium with a constant temperature of 100 K and density values ranging from 1000 to 50000 cm^{-3} . Radiative cooling was studied considering the molecular cooling of CO, representing an update to Hartigan's 1987 model. As a result, a function was derived to determine the cooling distance by relating the jet's temperature and density with those of the interstellar medium.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	4
1.2. Justificación	6
1.3. Hipótesis	7
1.4. Objetivos	8
1.4.1. Objetivo general	8
1.4.2. Objetivos específicos	8
1.5. Metas	9
2. Marco teórico	11
2.1. Dinámica del Medio Interestelar	11
2.1.1. La ecuación de continuidad	13
2.1.2. La ecuación de momento	14
2.1.3. La ecuación de energía	15
2.2. Ondas de choque	16
2.2.1. Ondas de choque plano-paralelas	16
2.2.2. Choque con enfriamiento radiativo	18
2.3. Enfriamiento radiativo	20
2.3.1. Atómico	21
2.3.2. Molecular	21
2.4. Distancia de enfriamiento	23
2.5. Jets	25
2.5.1. Jets astrofísicos	25
2.5.2. Jets en la ingeniería	28
3. Metodología	31
3.1. Código primario	31
3.2. Enfriamiento molecular parametrizado	33
3.3. Parámetros a considerar	34
3.4. Cálculo de la distancia de enfriamiento	34
4. Resultados y análisis	37
5. Conclusiones	47
A. Código para resolución de las ecuaciones de Euler	I
B. Código que calcula la distancia de enfriamiento	XVI

Índice de figuras

1.	Objeto H-H 211	2
2.	Volumen de control euleriano	12
3.	Diferencial de volumen de control euleriano	13
4.	Esquema de un choque plano paralelo	16
5.	Esquema de una onda de choque radiativa	18
6.	Modelo de choque de Hartigan	24
7.	Objetos H-H 1 y H-H 2	26
8.	Esquema de la propagación de un jet astrofísico	27
9.	Objeto H-H 111 (Foto: ESA/Hubble & NASA, B. Nisini)	28
10.	Ondas de choque en el avión supersónico X-59	30
11.	Algoritmo del método de diferencias finitas	32
12.	Jet ejemplo simulado	33
13.	Algoritmo del cálculo de la distancia de enfriamiento	35
14.	Comparación de la evolución temporal de jets astrofísicos con distintas condiciones iniciales	38
15.	Dispersión de la distancia de enfriamiento para jets con densidad inicial de 1000 cm^{-3}	39
16.	Dispersión de la distancia de enfriamiento para jets con densidad inicial de 10000 cm^{-3}	40
17.	Ajuste de la función de enfriamiento para jets con densidad inicial de 1000 cm^{-3}	41
18.	Ajuste de la función de enfriamiento para jets con densidad inicial de 10000 cm^{-3}	42
19.	Relación entre los coeficientes de la función para la distancia de enfriamiento y la presión inicial del jet normalizada.	44
20.	Ajuste de la relación entre los coeficientes de la función para la distancia de enfriamiento y la presión inicial del jet.	45
21.	Función de la distancia de enfriamiento	46

Índice de tablas

1.	Características de distintos medios astrofísicos	11
2.	Parámetros técnicos utilizados	34
3.	Distancia de enfriamiento para jet temperatura inicial $T_{0_{jet}} = 1000 \text{ K}$	36
4.	Primera obtención de parámetros de la función ajuste	43
5.	Segunda obtención de los parámetros de la función de ajuste	43

1. Introducción

Los chorros (jets) se encuentran entre los fenómenos más misteriosos descubiertos en la astronomía moderna, ya que pueden formarse y propagarse en diferentes condiciones; como en las proximidades de agujeros negros supermasivos en el caso de los núcleos de galaxias activos (AGN, por sus siglas en inglés, *Active Galactic Nuclei*) o por núcleos protoestelares en objetos estelares jóvenes (YSO, por sus siglas en inglés, *Young Stellar Objects*) [1]. Un jet astrofísico es un canal delgado de gas que se propaga a través de un entorno gaseoso. En el contexto de formación de estrellas, se detectaron jets de emisión óptica, que se encontraban en nubes oscuras y regiones que contienen estrellas jóvenes llamadas T Tauri, así que se asociaron con el nacimiento de estrellas. Estos recibieron el nombre de objetos Herbig-Haro. [2].

Los objetos Herbig-Haro (H-H) son fuentes de líneas de emisión que se encuentran cerca de flujos bipolares de estrellas jóvenes en proceso de formación [3]. El primer objeto H-H fue observado por Shelburn Wesley Burnham, en 1890, a través del refractor de 36 pulgadas del Observatorio Lick, en dirección hacia la estrella T Tauri y vio el tenue brillo de lo que se conoce como nebulosa de Burnham o H-H 255. Pero no fue hasta la década de 1940 que, independientemente, George Herbig y Guillermo Haro, descubrieron algunos objetos en Orion, que en una serie de cuatro artículos descubrieron las propiedades básicas de estos objetos, a los que posteriormente se le denominarían, en su honor, objetos Herbig-Haro [4]-[6]. Los mecanismos por los cuales se forman H-H no se comprenden completamente. Sin embargo, el espectro de líneas de emisión de estos objetos sugieren que son regiones de recombinación, principalmente, o desexcitación de líneas. Estas regiones deben estar asociada a ondas de choque [7], [8].

Los espectros de los objetos H-H muestran líneas de emisión de baja excitación como S II, O I, y líneas de alta excitación como C IV. La formación de los objetos H-H se atribuye a la interacción de un viento estelar supersónico con una acumulación de gas en el flujo o con una nube ambiental, esta interacción genera una onda de choque [3] .

El estudio de los objetos Herbig-Haro ha proporcionado información valiosa sobre los procesos de formación estelar y la interacción de estrellas jóvenes y su entorno. A lo largo de los años se han propuesto diferentes modelos y teorías para explicar la naturaleza y el origen de estos objetos. Esto ha llevado a un mejor entendimiento de su comportamiento y propiedades, así como a avances en la comprensión de la evolución estelar [4].

En la figura 1 se puede observar un objeto H-H, específicamente el H-H 211, captado por el telescopio espacial James Webb en el 2023. Fue el primer flujo de una estrella joven que se encontró, no en el óptico, sino en el infrarrojo cercano , del que se observan dos jets que apuntan al noroeste y sureste de su fuente.[9]



Figura 1: El objeto de Herbig-Haro 211, fotografiado por el telescopio espacial James Webb. (Foto: ESA / Webb / NASA / CSA / Tom Ray (Dublin Institute for Advanced Studies))

Una herramienta utilizada en el estudio de los objetos H-H es la función de enfriamiento. La función de enfriamiento de un objeto Herbig-Haro describe cómo el gas en el choque, de un flujo supersónico con el medio interestelar, de este objeto pierde energía y se enfría con el tiempo. Es una función que depende de varios factores, como la densidad y temperatura del gas, la composición química, la presión y la velocidad del flujo estelar [3], [4]. Sin embargo, esta no es simple de determinar, ya que las ondas de choque producidas en el jet astrofísico generan grandes discontinuidades en las propiedades antes y después de su interacción con el medio donde se propagan.

La forma exacta de la función de enfriamiento puede variar según el modelo utilizado y las condiciones específicas del objeto Herbig-Haro en cuestión. En general, esta función describe la tasa de pérdida de energía por unidad de volumen del gas en el choque, y puede incluir procesos como la emisión de radiación, la transferencia de energía por colisiones entre partículas y la radiación de líneas de emisión específicas [3], [4], [10].

La función de enfriamiento es fundamental para comprender cómo se forman y evolucionan los objetos Herbig-Haro, ya que proporciona información sobre la dinámica del gas y la formación de líneas de emisión características. Los modelos teóricos y las observaciones empíricas se utilizan para determinar y ajustar los parámetros de la función de enfriamiento, lo que permite obtener estimaciones más precisas de las propiedades físicas de estos objetos [3], [4], [10].

De la función de enfriamiento se puede obtener otro dato que puede ser de interés al estudiar estos objetos estelares, y es la distancia de enfriamiento. En un objeto Herbig-Haro se refiere a la distancia a la cual el gas en el choque de este objeto se enfría lo suficiente como para que la emisión de líneas espectrales características disminuya significativamente como para ser percibidas [3], [4].

En la literatura, la distancia de enfriamiento para estos objetos se ha calculado para temperaturas de $\sim 10^4$ K, que sigue siendo una temperatura relativamente alta, por lo que es de interés conocer cómo se comporta este fenómeno para temperaturas más bajas, en este caso, cuando el jet se enfría a 100 K. En este trabajo se encuentra, numéricamente, una función de enfriamiento que relacione la distancia de enfriamiento con la densidad del medio en que un jet se propaga y con la sobrepresión inyectada por éste. Esto puede ser de utilidad para los astrónomos observacionales, para predecir las propiedades físicas del medio interestelar obtenidas de observaciones actuales. Así como en áreas de ingeniería, en consideraciones para diseño aeronáutico y automotriz.

1.1. Planteamiento del problema

La distancia que se expande un gas antes de enfriarse, es decir, la distancia de enfriamiento, es esencial para entender la evolución dinámica y el origen que promovió dicha expansión. En astrofísica y en particular los objetos Herbig-Haro, u objetos H-H, estudiar la distancia de enfriamiento ayuda a entender la dinámica y evolución que los conforma y da pistas sobre el mecanismo que dio origen a este objeto. Esta distancia, que se refiere al punto en el que un gas con velocidad supersónica, que conforma un objeto Herbig-Haro, se enfría lo suficiente como para que disminuya significativamente la emisión de líneas espectrales. La emisión de estas líneas aporta información crucial sobre las propiedades físicas del objeto y de la fuente de energía y momento que lo empuja.

Desde el punto de vista observacional, el estudio de la distancia de enfriamiento de los objetos Herbig-Haro proporciona información valiosa sobre la física de la formación estelar y la interacción entre el material expulsado y el medio circundante. Además, al estudiar la distancia de enfriamiento, los astrónomos pueden inferir propiedades del entorno circundante, como la densidad, temperatura y del mecanismo que origina estas eyecciones de material.

En la literatura, se han desarrollado modelos para calcular la distancia de enfriamiento de jets astrofísicos, que son los precursores de los objetos H-H cuando su temperatura desciende hasta los 10^4 K. Estos modelos surgieron en la década de los 70, cuando se investigó el efecto de la inyección de masa y energía debida a los jets que se observaban en emisión óptica, donde, principalmente, el enfriamiento radiativo es provocado por el hidrógeno. Sin embargo, con el avance tecnológico de los observatorios se han detectado jets en otras longitudes de onda, como en el espectro de radio, especialmente en zonas de formación estelar. Por consiguiente, surge la necesidad de comprender cómo se amortigua una onda de choque generada por el movimiento supersónico del gas que se expande debido al jet astrofísico y al enfriarse, debido a la radiación de otras moléculas y otras especies moleculares, alcanza una temperatura tan baja como 100 K.

La determinación de la densidad del gas del medio es crucial y la distancia de enfriamiento ofrece una vía para este fin. En efecto, un gas más denso tiende a enfriarse con mayor rapidez, lo que conduce a una reducción en la distancia de enfriamiento. Por esta razón, se planea modelar la dinámica del medio interestelar impactado por un jet astrofísico. Las propiedades del medio interestelar que se utilizan son las que se pueden obtener de regiones de formación estelar intermedia. Para hacer un estudio de parámetros se variarán las densidades numéricas, en el intervalo correspondiente al que se observa en este tipo de regiones de formación estelar. Se considerará un gas ópticamente delgado que emite longitudes de onda desde el radio hasta el rayos X duros, pasando por el espectro óptico, propagándose en distintos medios con densidades que oscilan entre 10^3 cm^{-3} y $5 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$. Se empleará un modelo hidrodinámico previamente validado, al cual se agregarán funciones de enfriamiento documentadas en la literatura. El proceso de modelado abarcará desde la inyección del jet hasta su enfriamiento lateral a 100 K. Se calculará la distancia de enfriamiento para cada modelo y se ajustarán estos resultados a un modelo general que relacione la distancia de enfriamiento con la densidad del medio en el que se propaga el jet astrofísico.

A pesar de los avances significativos en la modelación de las interacciones entre flujos de gas y cuerpos en movimiento, persisten desafíos tanto en el ámbito aerodinámico como en el astrofísico. Por un lado, la complejidad de resolver sistemas de ecuaciones diferenciales con fronteras móviles limita la optimización de la aerodinámica en vehículos subsónicos y supersónicos, afectando aspectos como la resistencia al flujo y la estabilidad estructural. Por otro lado, el progreso en la tecnología observacional y la exploración de nuevas longitudes de onda demandan el desarrollo de modelos teóricos más precisos que relacionen las propiedades del medio interestelar con fenómenos como la distancia de enfriamiento de los jets astrofísicos y la formación estelar. Estos desafíos interrelacionados subrayan la necesidad de una metodología integrada que permita una mejor comprensión y modelado de las interacciones fluido-cuerpo en diferentes escalas y contextos. Abordar estas limitaciones no solo mejorará el rendimiento aerodinámico de vehículos terrestres y aeronáuticos, sino que también proporcionará una base teórica sólida para interpretar observaciones astronómicas, facilitando así el avance en el conocimiento de los procesos fundamentales que gobiernan el nacimiento y desarrollo de las estrellas en el universo.

1.2. Justificación

La interacción de las ondas de choque con el medio ambiente, donde se propagan, permiten determinar las propiedades físicas del gas que compone este medio. Sin embargo, las ondas de choque producen grandes saltos, o discontinuidades, en las propiedades antes y después de su interacción con el medio donde se propagan y, por lo tanto, las soluciones a este tipo de problemas son no triviales.

La solución numérica de las ecuaciones que gobiernan la dinámica de gases ha tomado mucho auge debido a que la velocidad de cómputo ha incrementado, haciendo más viable resolver los problemas numéricos para un número grande de modelos que mapeen el espacio de parámetros. Las soluciones de este tipo pueden usarse para la predicción de propiedades físicas del medio interestelar obtenidas de observaciones actuales con gran campo y gran resolución.

Las ondas de choque calientan, comprimen y aceleran el medio en donde estas se propagan. La compresión genera regiones de mayor densidad que, a su vez, aumenta la probabilidad de encuentro entre iones/átomos/moléculas, incrementando el enfriamiento radiativo por procesos atómicos/moleculares.

Este tipo de discontinuidades y soluciones a las discontinuidades tienen aplicaciones en problemas en sistemas de uso común. El estudio de la solución de los sistemas de ecuaciones diferenciales, considerando fronteras móviles en la trayectoria del gas, se usa para determinar la aerodinámica de un cuerpo y como puede mejorarse la resistencia, o no resistencia al fluido con el que interactúa. Un ejemplo muy claro es el movimiento supersónico de aeronaves, el cual produce ondas de choque que interactúan con el medio ambiente, produciendo parte de la vibración a la que son expuestas las diferentes partes de la aeronave. O en vehículos que se mueven subsónicamente, por ejemplo autos de carreras, en donde para poder optimizar su desarrollo se considera como es la dinámica del fluido alrededor del vehículo.

1.3. Hipótesis

Se puede predecir el tiempo y la distancia en que un gas, impulsado por la sobrepresión generada por un jet astrofísico, experimenta un enfriamiento significativo en direcciones perpendiculares al eje de propagación del jet. Para ello, se utilizarán simulaciones hidrodinámicas en un escenario plano-paralelo, considerando distintas densidades del medio circundante y variaciones en la presión de inyección de energía del jet.

A partir de los resultados de las simulaciones, se podrá proponer una función potencial que relacione simultáneamente el tiempo y la distancia de enfriamiento con la densidad del medio y la sobrepresión inyectada por el jet. Se espera que, bajo condiciones de mayor sobrepresión en la inyección de energía del jet, la distancia de enfriamiento se incremente, dado que una mayor sobrepresión intensificaría la interacción del jet con el medio circundante, favoreciendo una mayor disipación de energía y enfriamiento del gas.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Encontrar la función de la distancia de enfriamiento que le lleva a un gas supersónico enfriarse a temperaturas de centenas de Kelvins y, resolviendo las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía para un jet que evoluciona con una simetría plano-paralela y que pierde energía debido a procesos:

- a) **atómicos/iónicos**: desexcitación y recombinación electrónica
- b) **moleculares**: vibraciones y rotaciones moleculares.

Esta función debe considerar la densidad del medio en donde evoluciona el choque y la presión en la región en donde fue producida, para gases que se enfrían hasta 100 K, en el medio interestelar.

1.4.2. Objetivos específicos

- Considerar una función de enfriamiento atómica y molecular en la evolución hidrodinámica de un gas plano-paralelo.
- Estudiar la evolución de un choque plano-paralelo para diferentes densidades del medio donde se propaga.
- Estudiar la evolución de un choque plano-paralelo con diferente presión inicial.
- Proponer una función que relacione la distancia de enfriamiento con la densidad del medio y la presión inicial.

1.5. Metas

- Buscar una función de enfriamiento atómica y molecular, para temperaturas menores que 5000 K en la pérdida de energía debido a procesos de vibración y rotación.
- Hacer una malla de simulaciones hidrodinámicas plano-paralelo, considerando diferentes densidades del medio y diferentes presiones en la inyección de energía del jet.
- Analizar la desaceleración del gas en la malla de modelos y encontrar la distancia y tiempo de enfriamiento para cada uno de ellos.
- Proponer una función de la distancia de enfriamiento como función de la densidad del medio y la presión del jet inyectado.

2. Marco teórico

2.1. Dinámica del Medio Interestelar

El medio interestelar (ISM, por sus siglas en inglés, *Interstellar Medium*) tiene una mezcla de gas y polvo, con una relación de masa de gas a polvo de $\sim 10^4$ y una relación de número de partículas de gas a polvo de $\sim 10^{12}$. Algunos elementos presentes en el ISM son: H, He, C, N, O, S, Ne, Ca, Fe [11], [12].

Para poder describir un gas (un sistema de varias partículas interactuando) como un fluido, las siguientes condiciones se deben satisfacer:

1. El camino libre medio λ de las partículas debe ser mucho menor que la distancia característica L de las variaciones espaciales de las variables macroscópicas del gas.
2. El tiempo promedio entre colisiones t_{col} debe ser mucho menor que la escala temporal de interés de cambios en el flujo t_{flujo} , que es el tiempo en el que se producen cambios significativos en el flujo del gas. Esta condición asegura que las colisiones entre partículas sean suficientemente frecuentes como para que el comportamiento del gas pueda describirse mediante leyes hidrodinámicas, en lugar de depender de efectos cinéticos a nivel microscópico. .
3. La distancia promedio entre las partículas vecinas $l \approx n^{-1/3}$, donde n es la densidad numérica, definida como el número de partículas por unidad de volumen, también debe ser mucho menor que L . Esta condición garantiza que las interacciones entre partículas sean lo suficientemente cercanas como para que el gas se comporte de manera continua en escalas macroscópicas.

La condición $\lambda \ll L$ implica que las partículas del gas “ven” un entorno infinito y homogéneo, y, por lo tanto (siempre la segunda condición se satisfaga) alcanza un equilibrio termodinámico local. Esto significa que en el sistema de referencia que se mueve con el flujo de partículas tiene equilibrio termodinámico, una distribución de velocidad Maxwell-Boltzmann (con una temperatura local bien definida, T) [11].

La condición $n^{-1/3} \ll L$ implica que se pueden tener volúmenes pequeños en los cuales las variables del flujo son aproximadamente constantes, pero que todavía tienen una gran cantidad de partículas en su interior, por lo que la descripción de fluido sigue siendo válida dentro de estos volúmenes [11].

En la tabla 1 se muestran las magnitudes de la densidad numérica, el camino medio libre y la distancia característica de distintos medios astrofísicos. Se observa que se satisfacen las tres condiciones para considerar a estos medios como un fluido.

Medio	$n[\text{cm}^{-3}]$	$\lambda[\text{cm}]$	$L[\text{cm}]$
Atmósfera planetaria	10^{20}	10^{-4}	10^2
Interior estelar	10^{24}	10^{-8}	10^{11}
ISM Difuso	1	10^{16}	10^{20}

Tabla 1: Características de distintos medios astrofísicos

El estudio de la dinámica de fluidos puede abordarse desde dos perspectivas fundamentales: el enfoque euleriano y el enfoque lagrangiano. La elección de uno u otro depende de la naturaleza del flujo y de las características físicas del sistema que se desea modelar.

En el enfoque euleriano, el fluido es descrito desde un sistema de referencia fijo en el espacio. Se define un campo de variables (densidad, presión, velocidad, temperatura) en cada punto del dominio y se estudia su evolución temporal. Este método es ampliamente utilizado en simulaciones hidrodinámicas donde se requiere capturar estructuras de choque, discontinuidades y gradientes abruptos en las propiedades del fluido.

Por otro lado, en el enfoque lagrangiano, se sigue la trayectoria individual de cada elemento de fluido a medida que se desplaza en el espacio. En este caso, las ecuaciones del movimiento se resuelven para cada partícula fluida, permitiendo rastrear su evolución a lo largo del tiempo. Este método es particularmente útil en problemas donde la mezcla de fluidos y la evolución individual de elementos son aspectos clave, como en turbulencias homogéneas o la convección estelar.

Dado que los jets astrofísicos presentan gradientes marcados de densidad y temperatura, junto con la formación de estructuras de choque, el enfoque euleriano es más adecuado. A continuación se describe este método.

Se considera un volumen de control V , encerrado por una superficie S , que tiene una posición fija y forma como función del tiempo. Tal elemento de volumen (rodeado por una superficie no material) es llamado volumen de control “Euleriano”. El gas fluye libremente a través de este volumen de control (véase en la figura 2).

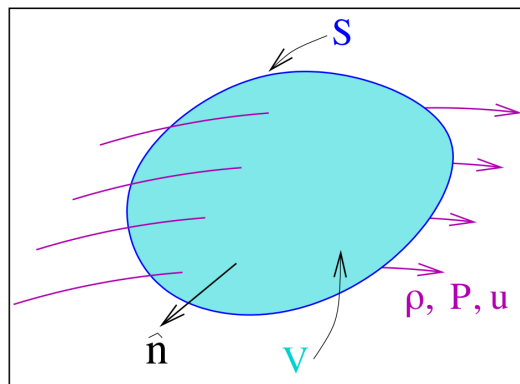


Figura 2: Un volumen de control imaginario, fijo (“Euleriano”) a través del cual fluye un medio continuo de densidad ρ , presión P y velocidad de flujo $\vec{u}$. El volumen V está rodeado por la superficie S . La superficie tiene un vector unitario normal $\hat{n}$ que apunta hacia afuera [11].

Ahora se considera un elemento fijo de la superficie ΔS , a través del cual el gas fluye a una velocidad $\vec{u}$. Del diagrama mostrado en la figura 3, es claro que todo el material contenido dentro del volumen es

$$\Delta V = u_n \Delta t \Delta S \quad (1)$$

(donde u_n es la velocidad del flujo normal al elemento de superficie) pasa por ΔS en un tiempo Δt .

Por lo tanto, si se tiene cualquier cantidad volumétrica A del flujo, el flujo F_A de esta cantidad por unidad de área y tiempo es:

$$F_A = \frac{A \Delta V}{\Delta t \Delta S} = A \cdot u_n \quad (2)$$

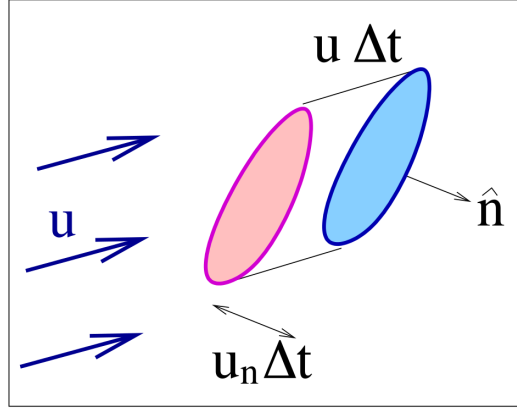


Figura 3: El gas (con velocidad $\vec{u}$) fluye a través de un elemento de superficie fijo (en azul) ΔS , con un vector normal $\hat{n}$ [11].

2.1.1. La ecuación de continuidad

Concédese un volumen de control V de forma arbitraria, como el que se muestra en la figura 2, que no contiene fuentes ni sumideros de masa. La masa de un volumen diferencial d^3x dentro del volumen de control es ρd^3x . La masa total M dentro del volumen de control en cualquier instante de tiempo t es determinada por la integral

$$M = \iiint_V \rho d^3x \quad (3)$$

Ahora, considérese el flujo de masa que entra y sale del volumen de control a través de un área diferencial de la superficie de control S de un volumen de control fijo, de la ecuación 1,

$$\frac{d^3x}{dt} = \vec{u} \cdot \hat{n} dS \quad (4)$$

la integral de d^3x/dt es la tasa volumétrica total del flujo a través de la superficie S . El flujo del volumen puede ser multiplicado por la densidad para obtener el flujo de masa dM/dt , entonces

$$\frac{dM}{dt} = - \oint_S \rho \vec{u} \cdot \hat{n} dS \quad (5)$$

donde $\rho \vec{u}$ es la masa del flujo, el signo “-” explica el hecho de que $\hat{n}$ apunta hacia afuera. Se puede utilizar el teorema de Gauss para convertir la integral cerrada de superficie, entonces

$$\frac{dM}{dt} = - \oint_S \rho \vec{u} \cdot \hat{n} dS = - \iiint_V \nabla \cdot (\rho \vec{u}) d^3x \quad (6)$$

Ahora, al obtener el flujo a partir de la ecuación 3

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_V \rho d^3x \quad (7)$$

Debido a la regla de Leibniz, la derivada del tiempo puede escribirse de la forma equivalente

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho d^3x = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} d^3x \quad (8)$$

para un volumen de control fijo, ya que los elementos del volumen no varían. Entonces, al igualar las ecuaciones 6 y 8

$$\iiint_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) \right] d^3x = 0 \quad (9)$$

Por lo tanto, se debe cumplir que para todos los tiempos y posiciones:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (10)$$

Esta ecuación es llamada *ecuación de continuidad* [11].

2.1.2. La ecuación de momento

Ahora considerando el momento a lo largo de la i -ésima dirección

$$\Pi_i = \iiint_V \rho u_i d^3x \quad (11)$$

dentro del volumen de control V mostrado en la figura 2, donde u_i ($i = 1, 2, 3$) es el i -ésimo componente de la velocidad del flujo.

La ecuación de conservación de momento puede ser escrita como:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial t} = - \oint_S \rho u_i \vec{u} \cdot \hat{n} dS - \oint_S P \hat{e}_i \cdot \hat{n} dS + \iiint_V f_i d^3x \quad (12)$$

donde el primer término en la derecha representa la cantidad neta del i -ésimo momento que entra o sale a través de la superficie del elemento de volumen (véase fig. 2), el segundo término es el i -ésimo componente de la fuerza de la presión del gas en el elemento de volumen, y el tercer término representa la fuerza

en el volumen debido a una fuerza externa (por unidad de volumen) f_i que actúa en el flujo a lo largo de la i -ésima dirección (esto puede, e.g., la fuerza debida a la gravedad, las interacciones magnéticas). El $\hat{e}_i$ son vectores unitarios a lo largo de los ejes de coordenadas.

Haciendo uso de teoremas matemáticos, se obtiene:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_i \vec{u}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = f_i \quad (13)$$

Esta ecuación es llamada *ecuación de momento* [11].

2.1.3. La ecuación de energía

Ahora, considerando la ecuación para energía cinética + energía térmica por unidad de volumen

$$E = \frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{P}{\gamma - 1}, \quad (14)$$

donde u es el módulo de la velocidad del flujo y $\gamma = C_p/C_v$ es la tasa de calor específico (= 5/3 para gases monoatómicos, y 7/5 para moléculas diatómicas con estados de rotación termalizados).

Para derivar la ecuación se considera un flujo de energía $E\vec{u}$, el trabajo $P\vec{u}$ de la fuerza de presión en la superficie del control de volumen, el trabajo $\vec{f} \cdot \vec{u}$ de las posibles fuerzas externas $\vec{f}$ (por volumen), y la ganancia/pérdida de energía por unidad de volumen $G - L$ debido a la emisión/absorción de radiación. Se obtiene:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{u}(E + P)] = G - L + \vec{f} \cdot \vec{u} \quad (15)$$

Esta ecuación es llamada *ecuación de energía* [11].

Las ecuaciones de dinámica de gases, o **ecuaciones de Euler** (ecs. 10, 13, 15) son un conjunto cerrado de ecuaciones diferenciales de las cuales, en principio, se puede inferir ρ , $\vec{u}$ y P como función de la posición y tiempo, para cualquier conjunto de condiciones iniciales y de frontera.

2.2. Ondas de choque

Las ecuaciones de Euler linealizadas conducen a ondas (lineales), esto es, ondas de sonido, pequeñas perturbaciones que viajan a través de un fluido ¿Qué pasa cuando las perturbaciones ya no son pequeñas? Se producen choques.

Las ondas de choque en el gas de composición primordial ocurren en una amplia gama de circunstancias en la teoría de la formación de galaxias y estrellas pregalácticas [13]. Éstas son generalmente producidas en flujos supersónicos. Como en general, los fluidos astrofísicos varían desde condiciones transónicas hasta hipersónicas, el entendimiento de ondas de choque es esencial. Estas se pueden observar en: explosiones de supernova, vientos estelares, jets, etc [14].

2.2.1. Ondas de choque plano-paralelas

Considérese el problema más simple posible de ondas de choque: una onda de choque plana que se mueve en la dirección normal a la superficie de choque. Si se considera un sistema de coordenadas que se mueve con la onda de choque, con el eje x apuntando hacia la dirección, post-choque se tiene la situación que se observa en la figura 4.

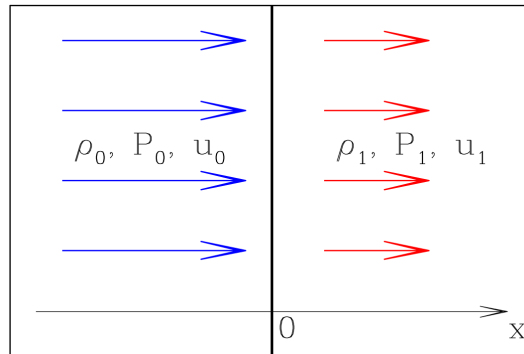


Figura 4: Diagrama esquemático de un choque plano paralelo, visto en el sistema de coordenadas que viaja con el choque, que en todo momento se encuentra ubicado en $x = 0$ [11].

La transición de las variables pre-choque (ρ_0, u_0 y P_0) a las post-choque (ρ_1, u_1 y P_1) ocurre en distancias comparables al camino libre medio λ de las partículas del gas, por lo tanto, la transición no es descrita apropiadamente por las ecuaciones de dinámica de gases, y se utiliza una aproximación cinética que permita estudiar la discontinuidad [11].

Como las ondas de choque corresponden a soluciones discontinuas de las ecuaciones de Euler, las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía dan relaciones apropiadas entre las variables pre y post-choque.

En el sistema de referencia que se mueve junto con la onda de choque, el problema no tiene dependencia del tiempo. Por lo tanto, las ecuaciones de dinámica de gases en 1D se simplifican a: $\rho u = cte, \rho u^2 + P =$

cte, $u(E + P) = \text{cte}$ (con $E = \rho u^2/2 + P/(\gamma - 1)$), donde se ha asumido que la pérdida/ganancia de energía dentro del choque es despreciable. Entonces, las variables pre y post-choque siguen las relaciones, también conocidas como **condiciones de Rakine-Hugoniot**:

$$\rho_0 u_0 = \rho_1 u_1, \quad (16)$$

$$\rho_0 u_0^2 + P_0 = \rho_1 u_1^2 + P_1, \quad (17)$$

$$u_0 \left(\frac{\rho_0 u_0^2}{2} + \frac{\gamma P_0}{\gamma - 1} \right) = u_1 \left(\frac{\rho_1 u_1^2}{2} + \frac{\gamma P_1}{\gamma - 1} \right). \quad (18)$$

De estas ecuaciones, se pueden encontrar a las variables post-choque como una función de las variables pre-choque. Haciendo una serie de combinaciones de las ecuaciones 16-18 se puede obtener la ecuación cuadrática que relaciona las densidades pre y post-choque.

$$\left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^2 \left[\frac{(\gamma - 1)M_0^2}{2} + 1 \right] - \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right) (\gamma M_0^2 + 1) + \frac{(\gamma + 1)M_0^2}{2} = 0, \quad (19)$$

donde $M_0 = u_0/c_0$, es el número de Mach pre-choque con velocidad del sonido $c_0 = \sqrt{\gamma P_0/\rho_0}$. Esta ecuación tiene soluciones

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{\gamma M_0^2 + 1 \pm \sqrt{(M_0^2 - 1)^2}}{(\gamma - 1)M_0^2 + 2}, \quad (20)$$

dando $\rho_1/\rho_0 = 1$ para el signo menos y, la compresión en una onda de choque para el signo “+”:

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1)M_0^2}{(\gamma - 1)M_0^2 + 2} \quad \text{Salto de densidad o “compresión” del choque.} \quad (21)$$

De combinar la ecuación 15 con las ecuaciones 16-18 se obtiene

$$P_1 = P_0 + \frac{2(M_0^2 - 1)}{(\gamma + 1)M_0^2} \cdot \rho_0 u_0^2 \quad \text{Salto de presión.} \quad (22)$$

Estas son las “relaciones de salto de choque”[11].

Como la mayoría de los casos, los choques en el medio interestelar son hipersónicos (i.e., con $M_0 = u_0/c_0 \gg 1$), es decir, choques fuertes, se obtienen las relaciones de salto para un choque fuerte:

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{u_0}{u_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad (23)$$

$$P_1 = \frac{2}{\gamma + 1} \cdot \rho_0 u_0^2. \quad (24)$$

2.2.2. Choque con enfriamiento radiativo

Cuando un gas atraviesa una onda de choque, se calienta. En general, los gases calentados irradian y la radiación elimina energía del gas. La temperatura detrás de una onda de choque depende de la velocidad del choque y del peso molecular del gas y esta temperatura determina en gran medida los mecanismos físicos por los cuales el gas chocado irradia.

De las relaciones de salto para un choque fuerte se observa que la temperatura post-choque T_1 está dada por

$$T_1 = \frac{P_1 \mu m_H}{k \rho_1} = \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} \frac{\mu m_H u_0^2}{k} = 1.13 \times 10^5 K \left(\frac{u_0}{100 \text{ km s}^{-1}} \right)^2, \quad (25)$$

donde k es la constante de Boltzmann, μ es el peso molecular del gas y m_H es la masa del hidrógeno. El tercer término de la ecuación fue calculado asumiendo $\gamma = 5/3$ y $\mu = 1/2$ (apropiado para gas de H totalmente ionizado). Se ha normalizado la relación a una velocidad típica $u_0 = 100 \text{ km s}^{-1}$ de un choque en una remanente supernova (SNR, por sus siglas en inglés) o en un jet estelar.

Una aplicación importante del estudio de las ondas de choque radiantes es el caso en el que el gas chocado finalmente regresa a la temperatura T_0 que tenía antes de entrar en la onda de choque (es decir, $T_0 \approx T_2$). Después de pasar por la región de radiación, esta temperatura se alcanza en alguna superficie C (figura 5). Si los choques S y C están lo suficientemente cerca, el gas fluye independiente del tiempo. Esto equivale a decir que el tiempo de enfriamiento t_c , es pequeño en comparación con el tiempo dinámico del sistema y que, en consecuencia, la distancia de enfriamiento, d_c , es pequeña en comparación con el tamaño de escala del sistema. Entonces se puede considerar que las superficies S y C forman una superficie a través de la cual la densidad y otros parámetros cambian de manera discontinua, pero a través de la cual la temperatura no cambia. Sin embargo, en realidad es una onda de choque adiabática más una región de enfriamiento [15].

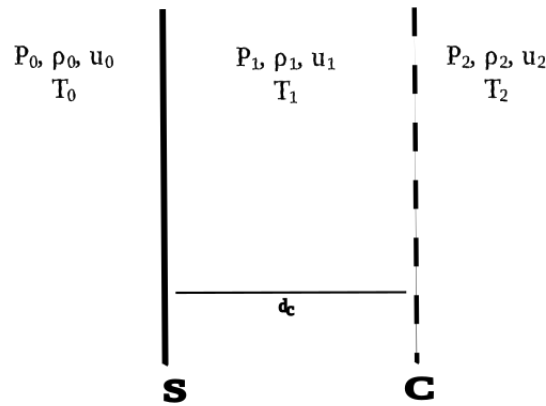


Figura 5: Representación esquemática de una onda de choque radiativa

Sean los subíndices 2 los que se refieren a las condiciones en C y más allá, es decir, donde $T = T_0$; sean los subíndices 0 los que se refieren a las condiciones pre-choque. Las ecuaciones de continuidad y

conservación del momento corresponden a las de un choque estándar; el cambio ocurre en la ecuación de energía. En lugar de sumar las distintas formas de energía, que ahora incluirían la radiación, simplemente se escribe:

$$T_0 = T_2 \quad (26)$$

Por ejemplo, si se asume que la región de enfriamiento termina cuando el gas ha alcanzado una temperatura $T_2 \sim 10^3$ K. En este punto, el gas se ha recombinado y tiene una velocidad del sonido isotérmica $c_2 = \sqrt{kT_2/(\mu m_H)} \sim 3 \text{ km s}^{-1}$.

Las ecuaciones de Euler de continuidad y momento se siguen aplicando. Al utilizarlas para determinar el valor de ρ_2 después de la región de enfriamiento. Combinando las ecuaciones 16 y 17, se obtiene la ecuación cuadrática,

$$\rho_2 c_2^2 - \rho(u_0^2 + P_0) + p_0^2 u_0^2 = 0, \quad (27)$$

la cual tiene la solución de choque:

$$\frac{\rho_2}{\rho_0} = \frac{c_0^2}{2c_2^2} \left[M_0^2 + 1 + \sqrt{M_0^4 + 2M_0^2(1 - 2\alpha) + 1} \right], \quad (28)$$

donde $M_0 = u_0/c_0$ y $\alpha = (c_2/c_0)^2$, con c_0 y c_2 siendo las velocidades de sonido isotérmicas pre-choque y post-región de enfriamiento, respectivamente.

La relación para un choque fuerte (obtenida para $M_0 \gg 1$) es entonces:

$$\frac{\rho_2}{\rho_0} = \left(\frac{u_0}{c_2} \right)^2. \quad (29)$$

En otras palabras, la compresión es igual al cuadrado del número de Mach $M_{0,2} = u_0/c_2$ calculado con la velocidad pre-choque y la velocidad del sonido post-región de enfriamiento.

Para el caso en el cual $c_2 = c_0$, se obtiene

$$\frac{\rho_2}{\rho_0} = M_0^2. \quad (30)$$

Esta es llamada **relación de salto de choque isotérmico**, y es válida para todos los números de Mach [11].

2.3. Enfriamiento radiativo

Tras el paso de una onda de choque astrofísica, el gas post-choque, caliente, emite radiación y se enfría de nuevo. Siempre que la velocidad del choque sea lo suficientemente alta, el gas posterior al choque se ioniza rápidamente y luego emite un espectro de líneas de emisión diverso. Esta pérdida de energía radiativa enfría el gas y los iones se recombinan a estados de ionización más bajos [11].

Otros eventos que favorecen al enfriamiento son la recombinación radiativa, la emisión free-free y la ionización colisional. La recombinación radiativa se da cuando un electrón pasa cerca de un ion y estos se recombinan generando que la energía cinética del electrón sea liberada, y la emisión free-free se genera cuando un electrón libre es acelerado por un ion y se emite un fotón, estos eventos hacen que la energía térmica del gas se reduzca causando de esta manera que el gas se enfríe. La ionización colisional considera un electrón libre que ioniza un átomo tomando la energía del electrón libre [16].

Las nubes interestelares se enfrían al emitir radiación: el mecanismo por el que ocurre la radiación es usualmente iniciado por excitación de una transición atómica, iónica o molecular durante una colisión [17].

El átomo o molécula gana su energía de la energía cinética de su pareja de colisión, después de un tiempo, el sistema excitado radia su energía en un fotón que puede escapar de la nube, por lo tanto, el gas pierde energía cinética, por lo que se enfría.

Este proceso se puede resumir por las siguientes ecuaciones

$$A + B \rightarrow A + B^*; \quad (31)$$

$$B^* \rightarrow B + h\nu \quad (32)$$

El proceso de enfriamiento más eficiente probablemente será aquel en el que se cumplan los siguientes criterios:

1. Colisiones frecuentes, implicando suficientes pares abundantes,
2. Energía de excitación comparable a o menor que la energía cinética térmica,
3. Una gran probabilidad de excitación durante la colisión,
4. Que el fotón es normalmente emitido antes de que ocurra una segunda colisión en el par excitado,
5. Los fotones emitidos no son re-absorbidos; i.e. se dice que el gas es ópticamente delgado en el enfriamiento radiativo [15].

2.3.1. Atómico

El primer criterio dice que las colisiones importantes suelen ser aquellas en las que el hidrógeno y los átomos más abundantes (C, N, O) o sus iones y electrones están involucrados. El segundo criterio menciona que, por ejemplo, donde la temperatura cinética es alrededor de 100 K, como en varias nubes de baja densidad, entonces la energía de excitación también debería ser equivalente a unos 100 K, para un enfriamiento eficiente. La forma predominante en la que se encuentra el carbono en varias regiones es C^+ , la cual tiene una transición $^2P_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ con una diferencia de energía $\Delta E = 1.4 \times 10^{-21} \text{ J} = 92 \text{ K}$. Claramente, la excitación de esta transición puede ser importante en nubes con temperatura alrededor de 100 K.

Ya que el hidrógeno es el elemento más abundante, la excitación de transiciones en el hidrógeno atómico, si ocurre, es uno de los mecanismos de enfriamiento más importantes. Sin embargo, las transiciones son tan energéticas (más de 10 eV sobre el estado base) que solo temperaturas cerca de 10^4 K hacen que este mecanismo ocurra [15].

2.3.2. Molecular

Se encuentran moléculas energéticas, a temperaturas mayores que 100 K, en varios ambientes astrofísicos distintos, esto incluye a las regiones interestelares chocadas. El balance térmico dentro de tales regiones es determinado por la tasa de enfriamiento radiativo debido a moléculas calientes, que radían principalmente en longitud de onda infrarroja. A pesar de que H_2 es el constituyente primordial de las nubes moleculares, tiene una ineficiencia para enfriar a altas densidades, porque posee un momento dipolar no permanente, y a bajas temperaturas, porque posee estados rotacionales bajos. Por lo tanto, la emisión de moléculas de elementos pesados puede dominar el enfriamiento de un medio astrofísico caliente [18].

CO , H_2 , O y H_2O son los refrigerantes dominantes del gas molecular en el ISM. A altas temperaturas y bajas densidades, H_2 es el refrigerante dominante debido a su gran abundancia. Sin embargo, a bajas temperaturas, H_2 es ineficaz como refrigerante porque no posee estados energéticos bajos. Además, a altas densidades, H_2 es ineficaz porque no posee momento dipolar; por lo tanto, las tasas de radiación espontánea para las transiciones de H_2 son pequeñas y la tasa de enfriamiento se amortigua en gran medida mediante la desexcitación por colisión. Así, a bajas temperaturas y bajas densidades, CO es el refrigerante dominante, mientras que a altas densidades el enfriamiento del H_2O excede tanto al CO como al H_2 debido al gran momento dipolar de la molécula de agua [19].

En el contexto del enfriamiento radiativo en los objetos H-H, el proceso de enfriamiento molecular se centra principalmente en la vibración y la rotación, ya que son los estados de energía más relevantes para las moléculas en las temperaturas y densidades típicas de estos entornos. Por otro lado, los fenómenos de traslación y de spin generalmente no tienen una contribución significativa al enfriamiento radiativo en los objetos H-H. Las transiciones que implican energía de traslación tienden a ocurrir a temperaturas mucho más altas y, por lo tanto, son menos relevantes para el enfriamiento en los entornos relativamente fríos de estos objetos. Además, las transiciones de spin son mucho menos frecuentes y menos significativas en términos energéticos en comparación con las transiciones vibratorias y rotacionales en los gases moleculares [10], [17], [18].

El enfriamiento radiativo a nivel microscópico, dominado por colisiones atómicas y moleculares que inducen procesos de excitación y desexcitación, se refleja en escalas macroscópicas a través de la tasa de enfriamiento volumétrica Λ .

2.4. Distancia de enfriamiento

En un flujo astrofísico, como el de un jet, la conversión de energía térmica en radiación modifica su estructura dinámica y su interacción con el medio circundante. La eficiencia con la que el gas pierde energía determina la distancia a lo largo de la cual la temperatura disminuye significativamente, estableciendo así la distancia de enfriamiento. Este parámetro es crucial para caracterizar la evolución del jet y la expansión lateral de sus cavidades, ya que la rapidez con la que el gas se enfría influye en la formación de estructuras de choque y en la morfología general del flujo.

Se define la **distancia de enfriamiento** d_c como la distancia desde el choque al punto donde la temperatura ha disminuido a un valor de 10^4 K.

La figura 6 muestra la distancia de enfriamiento (a 10^4 K) como una función de la velocidad del choque u_0 , para una densidad numérica (cantidad intensiva que describe la concentración de partículas que hay en un volumen) de pre-choque $n_0 = 100 \text{ cm}^{-3}$, obtenido de la tabulación del modelo de choque de Hartigan[3]. Con el fin de obtener la escala de la distancia de enfriamiento con la densidad pre-choque, se considera el siguiente argumento de escala. La distancia de enfriamiento d_c se puede estimar como:

$$d_c \sim \frac{E_{T,1}}{L_1} u_1 \quad (33)$$

En otras palabras, la distancia de enfriamiento está dada por la razón entre la energía térmica post-choque ($E_{T,1}$) y la función de enfriamiento (L_1), multiplicada por la velocidad post-choque u_1 .

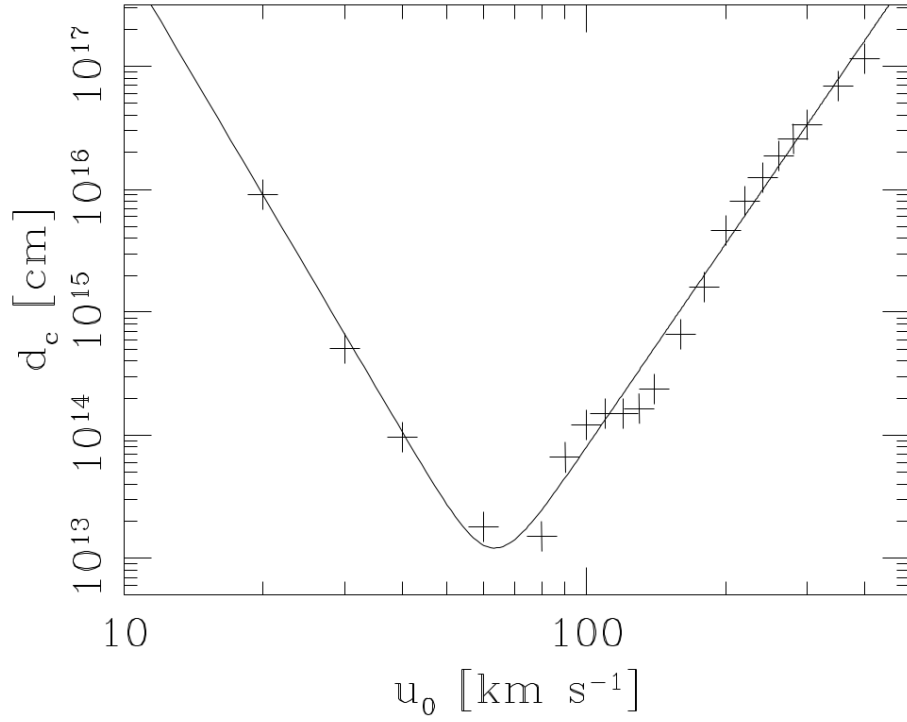


Figura 6: Distancia de enfriamiento (a 10^4K) como función de la velocidad de choque u_0 para choques con una densidad numérica prechoque $n_0 = 100\text{ cm}^{-3}$. Tomada de [11]

En la literatura se han sugerido diferentes ajustes analíticos a la dependencia d_c vs u_0 . Un posible ajuste (que incorpora las dependencias n_0 y u_0) es:

$$d_c = \left(\frac{100\text{cm}^{-3}}{n_0} \right) \times \left\{ [3 \times 10^{11}\text{cm}] \left(\frac{u_0}{100\text{km s}^{-1}} \right)^{-6.4} + [8 \times 10^{13}\text{cm}] \left(\frac{u_0}{100\text{ km s}^{-1}} \right)^{5.5} \right\} \quad (34)$$

Este ajuste es el mostrado en la figura 6 [11].

2.5. Jets

Un chorro, o jet, es una corriente estrecha de fluido que emerge bajo presión a través de una abertura o boquilla diseñada para dirigir el flujo. En el ámbito artificial, los jets son comunes en sistemas como los motores a reacción de aviones y en la descarga de fluidos en autos de carreras, donde la velocidad y la presión juegan un papel crucial en su dinámica. En los aviones supersónicos, los jets se generan por la interacción entre el avión y el medio en el que viaja, formando ondas de choque que modifican las propiedades del flujo a su alrededor[20], [21].

En la naturaleza, los jets surgen en diversos fenómenos geofísicos. Ejemplos de ello incluyen géiseres y algunos tipos de erupciones volcánicas, donde el material, como vapor o magma, es forzado a través de canales subterráneos bajo alta presión, lo que da lugar a potentes emanaciones en la superficie terrestre [22], [23].

Por otro lado, en el ámbito astronómico, los jets adquieren una dimensión completamente distinta. En este caso, rara vez existe una boquilla o un canal físico que guíe el flujo. En lugar de ello, el material suele ser impulsado a través de medios gaseosos, como el gas interestelar, donde interactúa de manera compleja con su entorno. Estos jets astrofísicos son observados en una variedad de escalas, desde los producidos por estrellas jóvenes hasta los asociados con agujeros negros supermasivos en los núcleos galácticos[2].

2.5.1. Jets astrofísicos

Un jet astrofísico es un flujo de gas que se desplaza a alta velocidad a través de un entorno gaseoso. Estos jets son impulsados por diversos objetos astrofísicos, que varían significativamente en tamaño y masa. El material que compone los jets puede estar constituido por una mezcla de iones, electrones, moléculas y partículas de polvo, o bien, en algunos casos, estar dominado por campos magnéticos y partículas relativistas. A pesar de la falta de rigidez en el medio, las interacciones entre materiales y fuerzas logran generar jets con un gran empuje y potencia provenientes de diversos objetos astrofísicos, como agujeros negros supermasivos, núcleos protoestelares y estrellas de neutrones. Este empuje suele ser suficiente para que el jet abra un canal, permitiendo que el gas sea transportado a enormes distancias [2].

Los jets actúan como faros en el universo. Gracias a su actividad, clases enteras de objetos distantes han podido ser detectadas. Sin estos jets, muchos de estos objetos no tendrían suficiente potencia para ser observados. Los jets se utilizan ampliamente como laboratorios naturales para estudiar procesos dinámicos, físicos y químicos en un entorno altamente concentrado [2]. La compresión del material en el jet provoca reacciones rápidas, como un intenso calentamiento en las ondas de choque y un enfriamiento acelerado en las estelas. El resultado son brillantes y compactos nudos de emisión, como los observados en los objetos Herbig-Haro, donde el gas eyectado por estrellas jóvenes interactúa con el medio interestelar, generando regiones luminosas a lo largo del jet[1].

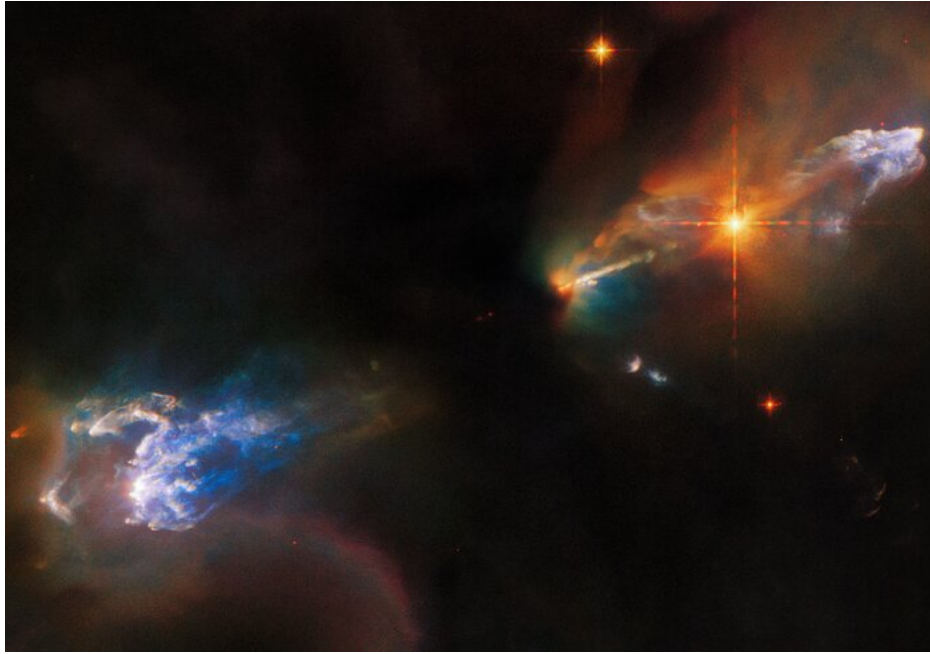


Figura 7: Objetos H-H 1 en la parte superior derecha y H-H 2 en la parte inferior izquierda. (Foto: ESA/Hubble & NASA, B. Reipurth, B. Nisini)

Los jets astrofísicos rara vez son uniformes en ningún sentido. Su brillo varía a lo largo y ancho de su longitud, mientras que su forma puede distorsionarse por torceduras, pinzamientos y ondas sinusoidales. La estructura detectada a menudo presenta nudos compactos o arcos oblicuos, lo que sugiere la propagación de ondas que se han empinado hasta convertirse en frentes de choque dentro del flujo supersónico [2]. Estos jets interactúan de manera compleja con el medio interestelar circundante, y comprender su estructura, en particular la envolvente y la zona de impacto, resulta clave para desentrañar la dinámica global de estos fenómenos. A través de simulaciones y observaciones, se ha descubierto que los jets generan cavidades, afectan su entorno y producen ondas de choque que revelan la naturaleza del material y las condiciones locales, proporcionando pistas esenciales sobre su origen y evolución [24].

En la figura 8 se puede observar un esquema que representa los distintos componentes generados cuando el jet se está propagando e interactúa con el medio ambiente circundante. El material eyectado desde la fuente comienza a barrer el medio ambiente, generando una superficie de trabajo que está formada por dos choques principales: un disco de Mach y un choque oblicuo. El disco de Mach frena el material del chorro, mientras que el choque oblicuo acelera el gas del medio ambiente. La superficie de trabajo, por lo tanto, se refiere al espacio entre estos dos choques [16], [25].

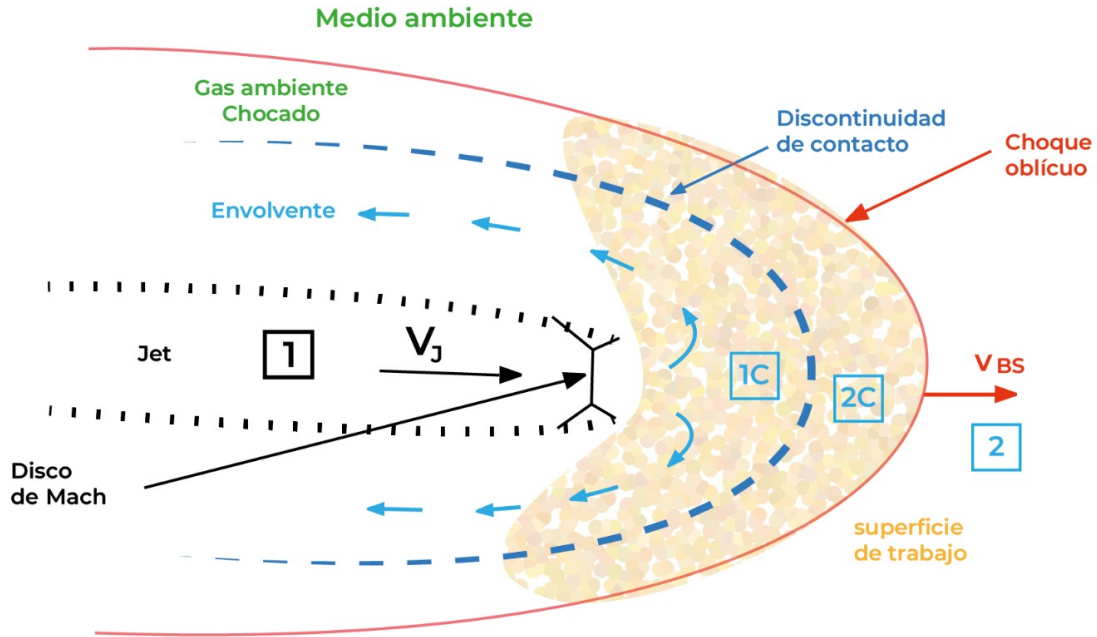


Figura 8: Esquema de los componentes principales de un jet astrofísico interactuando con el medio ambiente. El jet (fluido 1) genera una superficie de trabajo que incluye un disco de Mach y un choque oblicuo, los cuales interactúan con el gas del jet y el medio ambiente (fluido 2), respectivamente. El gas chocado del jet y el del medio ambiente se identifican como 1C y 2C, separados por una discontinuidad de contacto. Esta interacción da lugar a la formación de una envoltente y cavidades alrededor del jet [25].

El diagrama esquemático ilustra la interacción entre el jet, que es el fluido 1, y el medio ambiente, que es el fluido 2. El gas chocado del fluido 1, marcado como 1C, se forma tras el paso del jet, mientras que el gas chocado del fluido 2 se denota como 2C. Estos dos gases chocados están separados por una interfaz que puede variar entre una discontinuidad de contacto o una estructura altamente inestable, según las condiciones del medio [25].

Además, el disco de Mach desempeña un papel crucial al frenar el material eyectado, lo que permite la expansión lateral del gas y da origen a la envoltente del jet. Esta envoltente es particularmente ancha cuando el jet presenta un número de Mach elevado y es ligero. La expansión lateral de la envoltente se acentúa especialmente cuando la densidad del medio circundante es significativamente mayor que la del jet, lo que obliga al material del jet chocado a expandirse y a interactuar con el gas caliente expulsado, en lugar de con un medio circundante pasivo[2], [25].

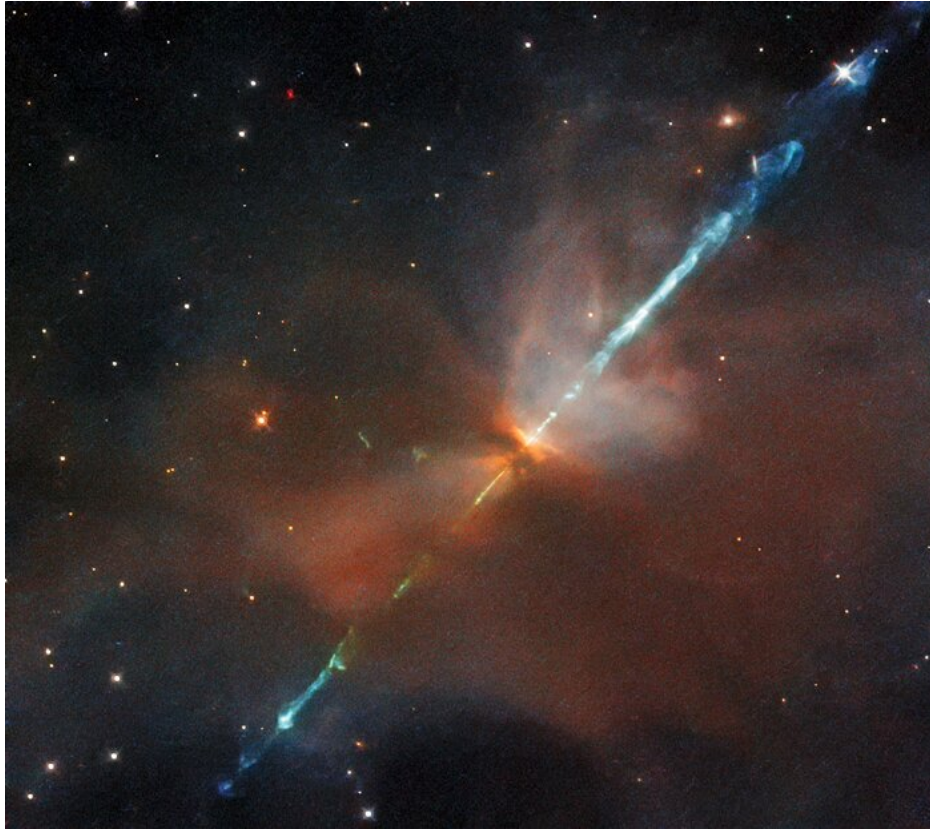


Figura 9: Objeto H-H 111 (Foto: ESA/Hubble & NASA, B. Nisini)

Los objetos Herbig-Haro (H-H) son acumulaciones brillantes ubicadas cerca de estrellas recién formadas. Se generan cuando los jets de gas expulsados por estas estrellas jóvenes colisionan con el gas y el polvo circundantes a velocidades extremadamente altas. En la Figura 7 se muestran los objetos H-H 1 y 2, donde se observa que la envoltura (expansión lateral) es más ancha en comparación con la del objeto H-H 111 (Figura 9). Esto sugiere que los objetos H-H 1 y 2 se encuentran en un medio menos denso que el que rodea al objeto H-H 111.

2.5.2. Jets en la ingeniería

Los jets astrofísicos y los jets supersónicos en ingeniería comparten características fundamentales en cuanto a la generación y propagación de ondas de choque. A pesar de tratarse de fenómenos en escalas muy diferentes, tanto en el espacio como en la atmósfera terrestre, ambos presentan patrones similares de comportamiento fluido cuando se mueven a velocidades supersónicas a través de un medio.

En astrofísica, los jets son chorros de plasma eyectados a velocidades extremadamente altas desde objetos compactos como estrellas jóvenes o agujeros negros, interactuando con el medio interestelar y formando estructuras complejas de choque. En la ingeniería aeronáutica, los aviones supersónicos crean ondas de choque cuando superan la velocidad del sonido, lo que genera el famoso estampido sónico [26].

El estampido sónico es un fenómeno asociado a las ondas de choque generadas cuando un objeto, como un avión supersónico, se desplaza a una velocidad mayor que la del sonido. Estas ondas de choque son longitudinales y se forman debido a la compresión y el desplazamiento de las partículas de aire que rodean al avión. A medida que estas ondas se acumulan y se comprimen, se genera una sobrepresión que se propaga en forma de un cono conocido como cono de Mach. Cuando estas ondas alcanzan el suelo, se perciben como un estallido fuerte, similar a un trueno o una explosión [27], [28].

Este fenómeno fue identificado a finales de los años 40 y principios de los 50, con la llegada de los vuelos supersónicos. Los estampidos sónicos causaban tal impacto en la población que se impusieron restricciones para vuelos supersónicos sobre tierra, limitando estas rutas a trayectos transoceánicos. Como resultado, los vuelos supersónicos no se convirtieron en un medio de transporte económicamente viable a gran escala [27].

El diseño de los aviones supersónicos juega un papel crucial en la formación de las ondas de choque. Estas se generan en diferentes partes del avión—la nariz, las entradas de aire, y la cola—y se pueden predecir de acuerdo con la forma del avión. Uno de los desafíos principales es evitar que las ondas de choque se superpongan, ya que esto incrementa la presión en un punto y produce un estampido sónico más fuerte. Sin embargo, con diseños aerodinámicos avanzados, se puede controlar la forma en que se generan y distribuyen las ondas de choque, evitando la superposición de estas y reduciendo así la intensidad del estampido[29]-[31].

Una de las soluciones más prometedoras consiste en diseñar las superficies del avión de manera que estas varíen de forma periódica, ajustando el semiángulo entre la superficie del ala y la cuerda, lo que permite distribuir la presión sobre una área más grande en el suelo. Con estos ajustes, se logra reducir la amplitud de las ondas de choque y, por ende, minimizar el ruido percibido en tierra. Este enfoque permite optimizar la relación entre sustentación y resistencia, manteniendo la eficiencia del vuelo supersónico sin comprometer el confort acústico en tierra. Como ha sido el caso del X-59, que se muestra en la figura 10, este avión ha sido diseñado específicamente para que las ondas de choque no se superpongan, resultando en un "golpe"sónico más suave en lugar de un estampido fuerte [29], [32].



Figura 10: Esta simulación muestra cómo las ondas de choque del X-59 se dispersan al volar a velocidades supersónicas. A diferencia de los aviones convencionales, cuyas ondas se combinan en un estampido sónico, el diseño del X-59 evita esta convergencia, generando un estallido sónico mucho más suave [33].

La física de los jets astrofísicos y en la ingeniería se basa en principios similares de dinámica de fluidos. Las ondas de choque se forman debido a la compresión del medio, ya sea el gas interestelar o el aire, y afectan significativamente el entorno a su paso. A través de esta comparación, es posible establecer analogías entre el comportamiento de los jets astrofísicos y las soluciones desarrolladas en ingeniería para manejar las ondas de choque generadas por aviones supersónicos. Esto nos permite profundizar en la comprensión de cómo estos flujos impactan su entorno, ya sea en el espacio profundo o en la atmósfera terrestre.

3. Metodología

3.1. Código primario

Existen métodos computacionales para llegar a una solución numérica de las ecuaciones de Euler. En el método de diferencias finitas, que es un método de malla, se discretiza el espacio en una malla y en los vértices de esta malla se resuelve iterativamente las ecuaciones.

¿Cómo se garantiza que la solución converge? De acuerdo con el teorema de Lax-Richtmeyer, un método de diferencias finitas bien planteado es convergente si y solo si es estable. Se puede definir a la solución numérica como,

$$u_i^n = u_{ex_i}^n + \epsilon_i^n, \quad (35)$$

donde u_i^n es la solución numérica, $u_{ex_i}^n$ es la solución exacta y ϵ_i^n es el error. El método es estable si

$$A = \left| \frac{\epsilon_i^{n+1}}{\epsilon_i^n} \right| \leq 1 \quad (36)$$

Para que la solución de las ecuaciones de Euler sea estable, en la práctica se escoge un Δx y se impone un “paso de tiempo” (*time-step*, en inglés) Δt :

$$\Delta t = CFL \cdot \frac{\Delta x}{a} \quad (37)$$

donde $CFL < 1$, el criterio de Courant-Friedrichs-Leavy, es un número que se elige y a es la velocidad de propagación de perturbación del fluido. En la práctica se elige $CFL \approx 0.1 - 0.9$.

Para generar el modelo de un jet astrofísico en el medio interestelar, se utilizó el código, en lenguaje Python, que resuelve las Ecuaciones de Euler en dos dimensiones, mediante el método de diferencias finitas de Lax-Friedrichs o de MacCormack, según se indique, elaborado por J.C Toledo Roy [34], [35]. Un algoritmo general del programa se observa en la figura 11.

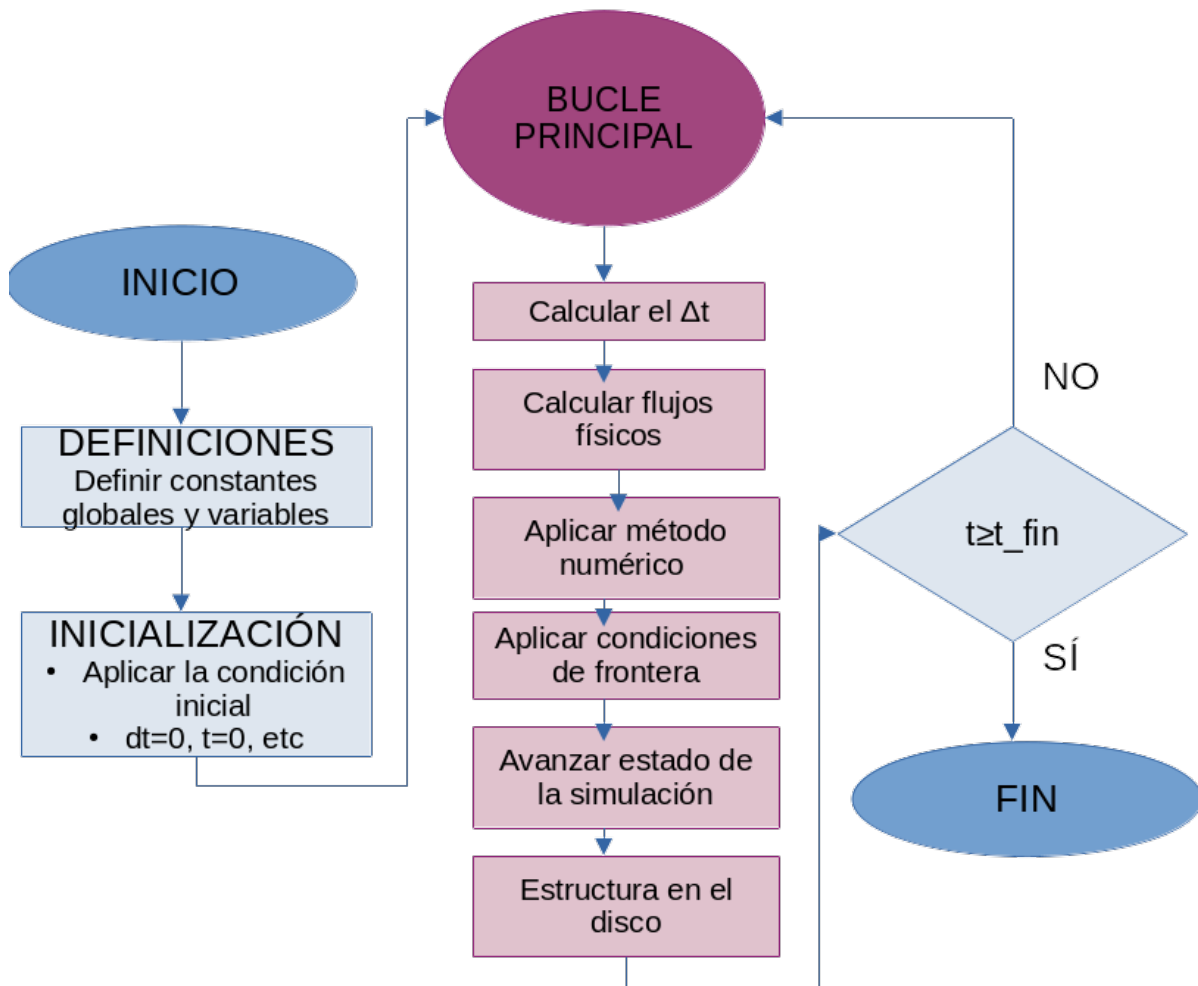


Figura 11: Algoritmo general del método de diferencias finitas utilizado

Este código genera los datos sobre el cambio de las propiedades del jet, en dos dimensiones espaciales, mientras evoluciona en el tiempo. Un ejemplo visual de lo que se obtiene se muestra en la figura 12, donde se observa un jet con parámetros iniciales: densidad numérica $n_{0jet} = 1 \times 10^6 \text{cm}^{-3}$, temperatura $T_{0jet} = 1000\text{K}$, velocidad $v_{0jet} = 150 \times 10^5 \text{cm/s}$, inyectándose en un ISM con densidad numérica $n_{ism} = 1 \times 10^3 \text{cm}^{-3}$ y temperatura $T_{ism} = 1000\text{K}$.

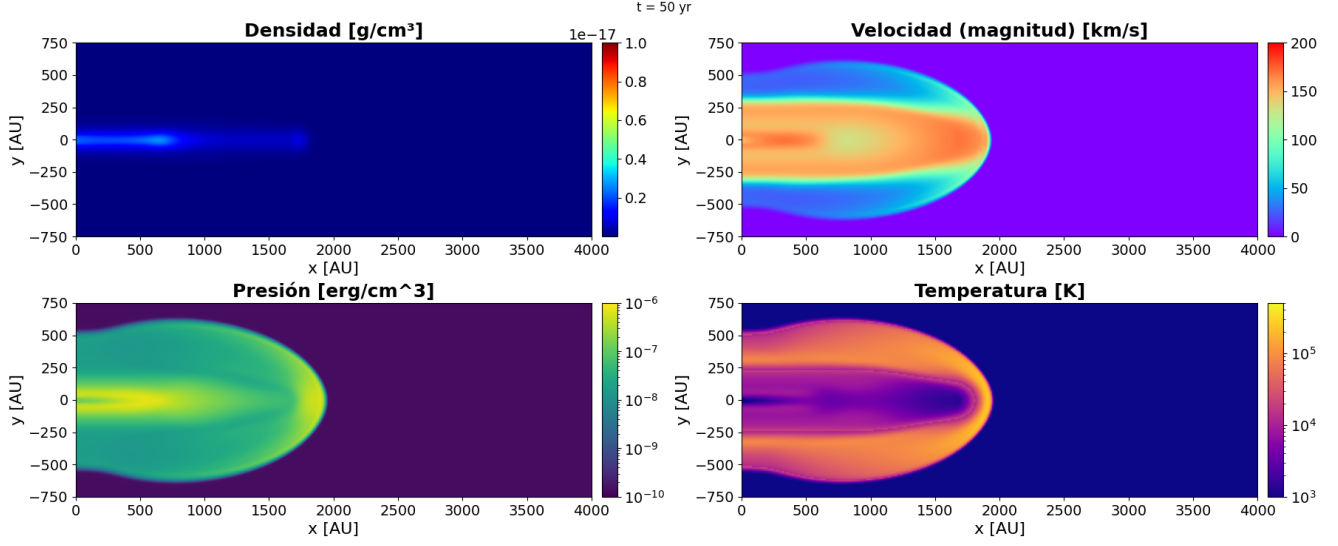


Figura 12: Jet con $n_{0jet} = 1 \times 10^6 \text{cm}^{-3}$, $T_{0jet} = 1000 \text{ K}$ y $v_{0jet} = 150 \times 10^5 \text{cm/s}$, inyectándose en un ISM con $n_{ism} = 1 \times 10^3 \text{cm}^{-3}$ y $T_{ism} = 1000 \text{K}$

3.2. Enfriamiento molecular parametrizado

Cabe aclarar que para obtener este modelo no se toma en cuenta el enfriamiento para temperaturas menores a 10^4 K , ya que la función de enfriamiento utilizada es válida solo para temperaturas mayores a 10^4 K . Es por eso que se modificó el programa para añadir el enfriamiento molecular causado por la tasa de enfriamiento radiativo del CO, utilizando el enfriamiento molecular parametrizado presentado en [36]

$$\Lambda_{mol}(T) = L_1 \cdot T^{\epsilon_1} + L_2 \cdot \exp\left(-\frac{c_*}{(T - T_*)^{\epsilon_2}}\right), \quad (38)$$

para temperaturas $T < 5280 \text{ K}$, donde $L_1 = 4.4 \times 10^{-67}$, $L_2 = 4.89 \times 10^{-25}$, $c_* = 3.18$, $\epsilon_1 = 10.73$, $\epsilon_2 = 0.1$ y $T_* = 0.1 \text{ K}$.

La energía total radiada, o tasa de enfriamiento, está dada por

$$L_{rad} = n_H \cdot n_{CO} \cdot \Lambda_{mol}(T) + n_H^2 \cdot \Lambda_H(T), \quad (39)$$

donde n_H es la densidad del hidrógeno, n_{CO} es la densidad del CO y las Λ s las funciones de enfriamiento.

Al considerar estos procesos, se tendrá una función de enfriamiento que se puede utilizar para conocer la energía que se perdió por unidad de tiempo y volumen.

El código primario con esta modificación se encuentra en el anexo A.

3.3. Parámetros a considerar

Interesa un jet con velocidad inicial $v_{0_{jet}} = 0 \text{ cm/s}$, es decir, se propagará solamente debido a la energía térmica que contiene. Para analizar la evolución del jet en una dimensión se hizo un corte a la mitad del eje y, para así analizar el cambio en sus parámetros mientras sucede la expansión lateral de éste.

Los parámetros técnicos a considerar en el modelo se muestran en la tabla 2, las celdas en X y Y forman la malla sobre la que se realizarán las iteraciones. El parámetro de CFL garantiza que el método converge, mientras que la viscosidad artificial añadida es utilizada para resolver las ecuaciones de Euler con el método de MacCormack.

NX=1000	Número de celdas en X
NY=1000	Número de celdas en Y
X1=0 AU, X2=100 AU	Rango físico de X
Y1=-50 AU, Y2=50 AU	Rango físico de Y
CFL=0.9	Parámetro de Courant-Friedrichs-Leavy
ETA=0.075	Viscosidad artificial
$\gamma = 5/3$	Razón de capacidades específicas
$R_j = 10DX$	Ancho de la región de inyección

Tabla 2: Parámetros técnicos utilizados para la generación de los modelos. DX es el espaciamiento de la malla en X, es decir $DX = (X2 - X1)/NX$.

Esto se realizó, inicialmente, para un jet con densidad numérica inicial $n_{0_{jet}} = 1000 \text{ cm}^{-3}$, con temperatura inicial de $T_{0_{jet}} = 1000 \text{ K}$ que interactúa con un ISM con una temperatura $T_{ism} = 100 \text{ K}$ a diferentes densidades numéricas, a lo que se denominará caso 1. Las densidades del medio interestelar utilizadas inicialmente fueron a $1 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$, $5 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$, $1 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$ y $5 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$. Se modelaron a distintos tiempos de integración, ya que, a mayor densidad numérica del medio, el jet tarda menos tiempo en enfriarse (detenerse).

Esto mismo se realizó para un jet de densidad numérica inicial $n_{0_{jet}} = 10000 \text{ cm}^{-3}$ con temperatura inicial de $T_{0_{jet}} = 1000 \text{ K}$, caso 2.

3.4. Cálculo de la distancia de enfriamiento

Con los datos obtenidos, se puede calcular la distancia de enfriamiento del jet en los distintos casos. Inicialmente, esta distancia se calculó para el escenario en que el gas del jet, con una temperatura inicial $T_{0_{jet}} = 1000 \text{ K}$, se enfría hasta alcanzar los 100 K , que es la temperatura del medio interestelar. Para este propósito, se desarrolló un programa en Python que realiza este cálculo, aplicando el algoritmo mostrado en la figura 13, el código se encuentra en el anexo B.

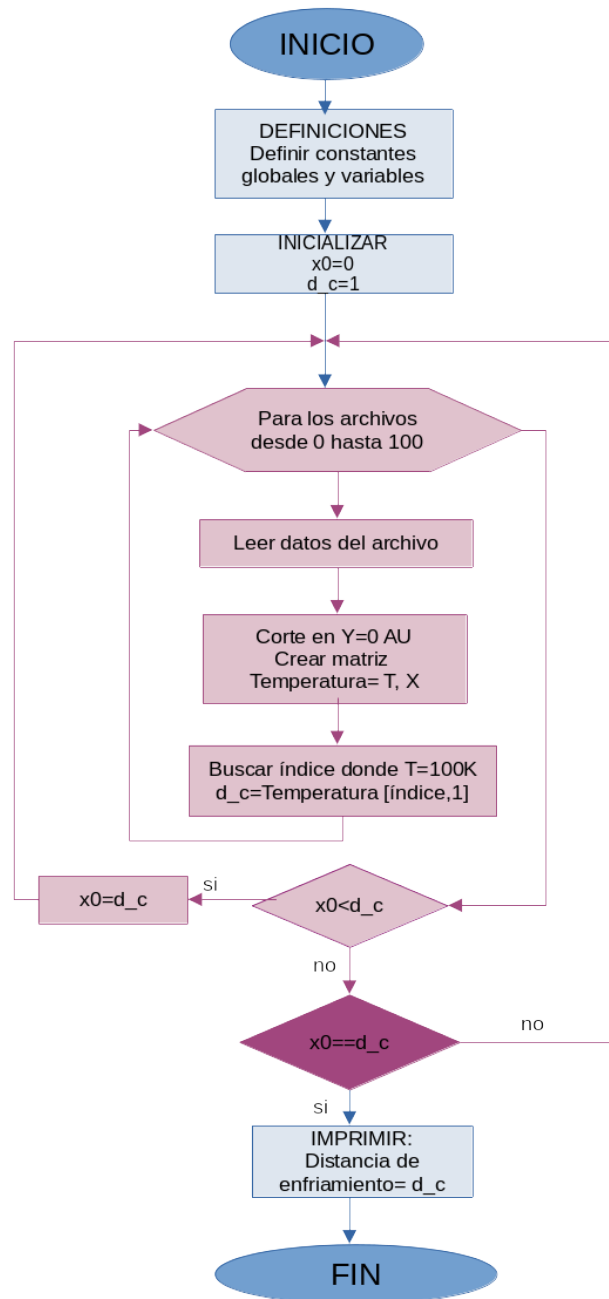


Figura 13: Algoritmo aplicado en el programa que calcula la distancia de enfriamiento de un jet.

A continuación, en la tabla 3, se muestra la distancia de enfriamiento respectiva a la densidad del medio con la que interactúa el jet, para el caso 1 y el caso 2, respectivamente.

$n_{0_{jet}}[cm^{-3}]$	$n_{ism}[cm^{-3}]$	$d_c[AU]$
1000	1000	40.00
	5000	28.70
	10000	19.90
	50000	1.70
10000	1000	82.70
	5000	43.70
	10000	23.70
	50000	7.80

Tabla 3: Distancia de enfriamiento cuando el jet, con temperatura inicial $T_{0_{jet}} = 1000$ K, desciende su temperatura a 100 K.

Para tener una cantidad significativa de datos, se modeló el jet interactuando con un ISM a 50 densidades numéricas distintas para cada caso. Además, cada caso se dividió en tres subcasos; a) $T_{0_{jet}} = 500K$, b) $T_{0_{jet}} = 1000K$ y c) $T_{0_{jet}} = 2000K$.

En el siguiente capítulo se detallará sobre el análisis de estos resultados así como del ajuste de estos a un modelo que relacione la distancia de enfriamiento con la densidad numérica del ISM.

4. Resultados y análisis

La evolución de un jet astrofísico está fuertemente influenciada por sus condiciones iniciales, tales como la temperatura y la densidad numérica del material inyectado. Estas propiedades iniciales determinan cómo se expande y enfría el jet a lo largo del tiempo, afectando su interacción con el medio interestelar circundante. Para ilustrar cómo varía una de las propiedades fundamentales del jet bajo diferentes condiciones iniciales, en la Figura 14 se presenta un análisis comparativo de su evolución temporal.

En esta figura, se presenta la comparación de la evolución de un jet a lo largo del tiempo, considerando diferentes condiciones iniciales de densidad numérica y temperatura del jet. Los gráficos muestran la variación del jet a lo largo de 1, 30 y 60 años, para cinco escenarios distintos, que difieren en la densidad numérica y temperatura inicial del jet.

La primera columna, correspondiente a 1 año, muestra que el jet inicialmente se expande con un perfil muy concentrado, independientemente de la temperatura y densidad iniciales. A medida que el tiempo avanza, como se observa en las columnas correspondientes a 30 y 60 años, el jet experimenta una expansión más significativa, donde la influencia de la temperatura y densidad iniciales se hace más evidente. En particular, los casos con mayor densidad del jet ($n_{0_{jet}} = 10000 \text{ cm}^{-3}$) muestran una expansión más pronunciada en comparación con aquellos de menor densidad.

Esta evolución destaca la dependencia de la dinámica del jet tanto en la temperatura como en la densidad inicial del mismo, así como su interacción con el medio interestelar circundante.

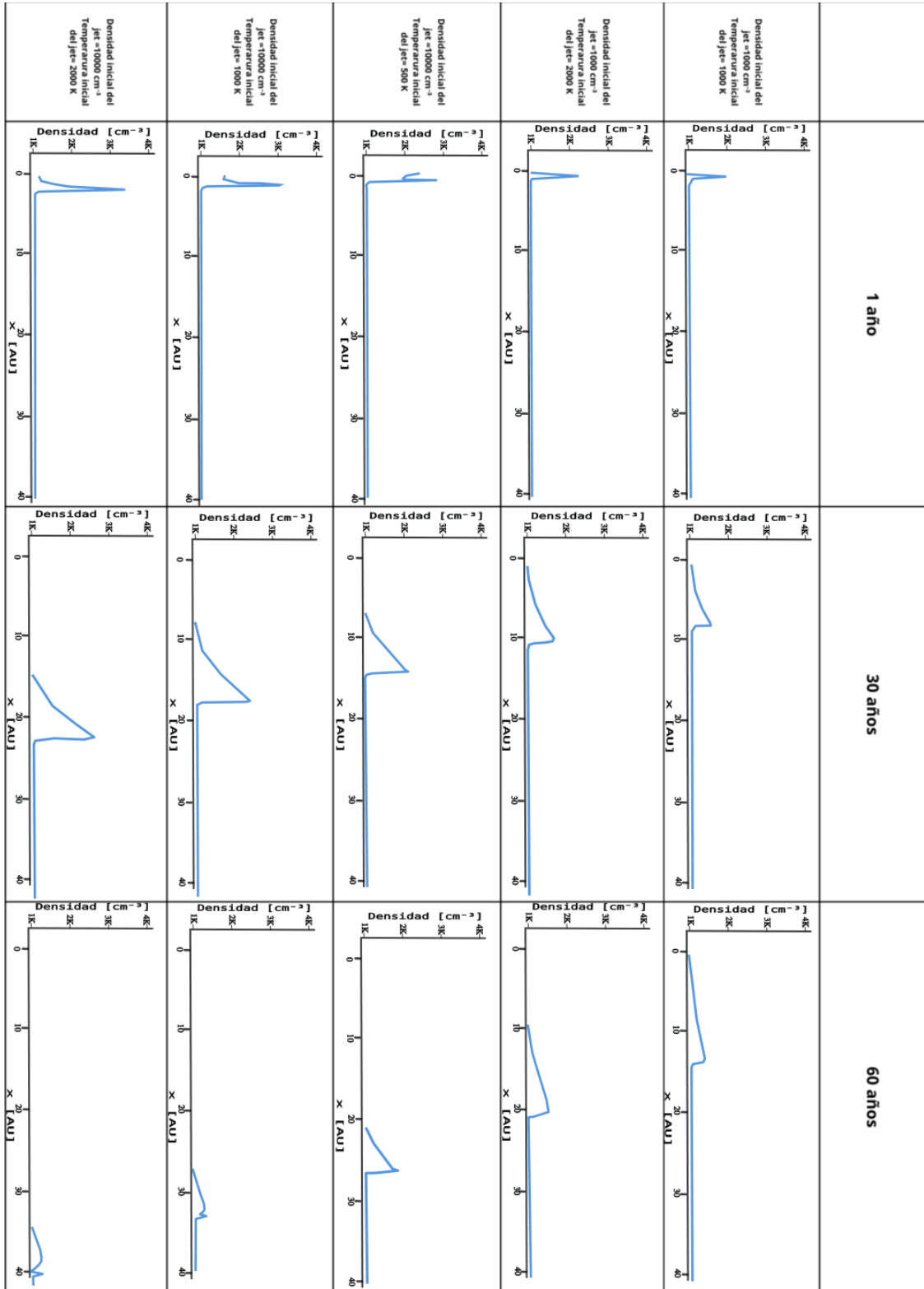


Figura 14: Comparación de la evolución temporal de un jet astrofísico en diferentes condiciones iniciales de temperatura y densidad numérica del jet. Los gráficos muestran la distribución espacial del jet a 1, 30 y 60 años después de su inyección en el medio interestelar.

Para el caso donde la densidad numérica del jet es de 1000 cm^{-3} , se analizaron los escenarios con temperaturas iniciales de 1000 K y 2000 K. Se descartó el caso de 500 K debido a la insuficiente intensidad del choque, lo cual se manifiesta en una interacción subsónica que no es apropiada para simular con el programa utilizado. La figura 15 muestra la distribución de la distancia de enfriamiento en función de la densidad numérica del medio. Se observa que la distancia de enfriamiento disminuye potencialmente respecto a la densidad del medio, lo cual sugiere que a mayor densidad del medio interestelar, el jet pierde energía más rápidamente debido a las interacciones con el medio circundante.

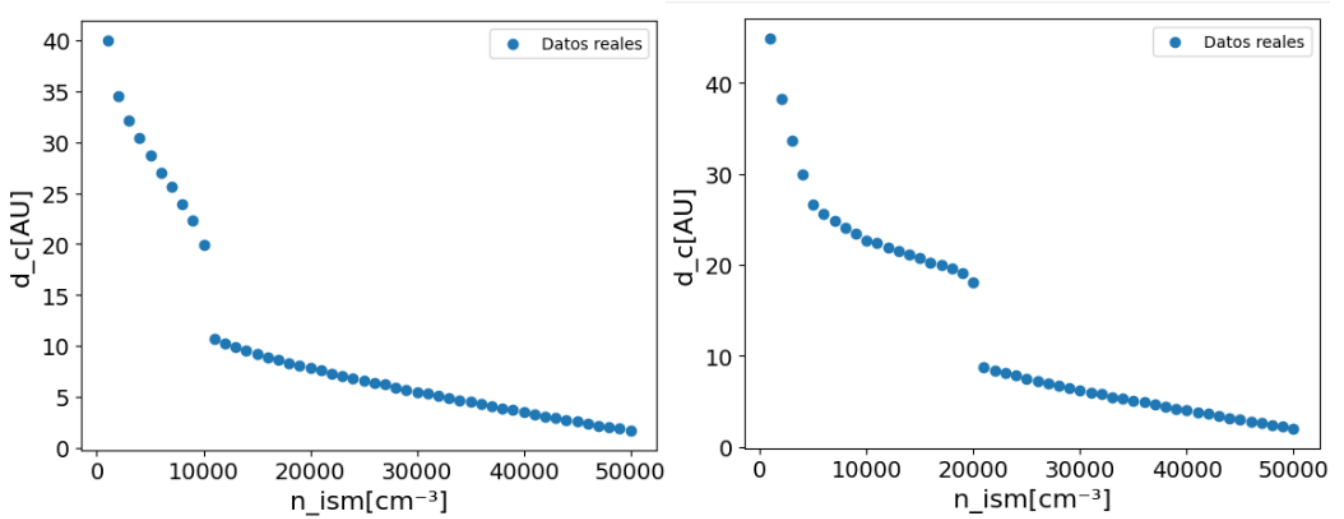


Figura 15: Dispersión de la densidad numérica del medio contra la distancia de enfriamiento, para $n_{jet} = 1000 \text{ cm}^{-3}$. a) Cuando la temperatura inicial del jet es de 1000 K y b) 2000 K

La figura 16 muestra la relación entre la distancia de enfriamiento (d_c) y la densidad numérica del medio interestelar (n_{ism}) para tres escenarios diferentes, todos con una densidad numérica del jet de 10000 cm^{-3} . Las curvas muestran una clara tendencia a que d_c disminuya exponencialmente con el aumento de n_{ism} .

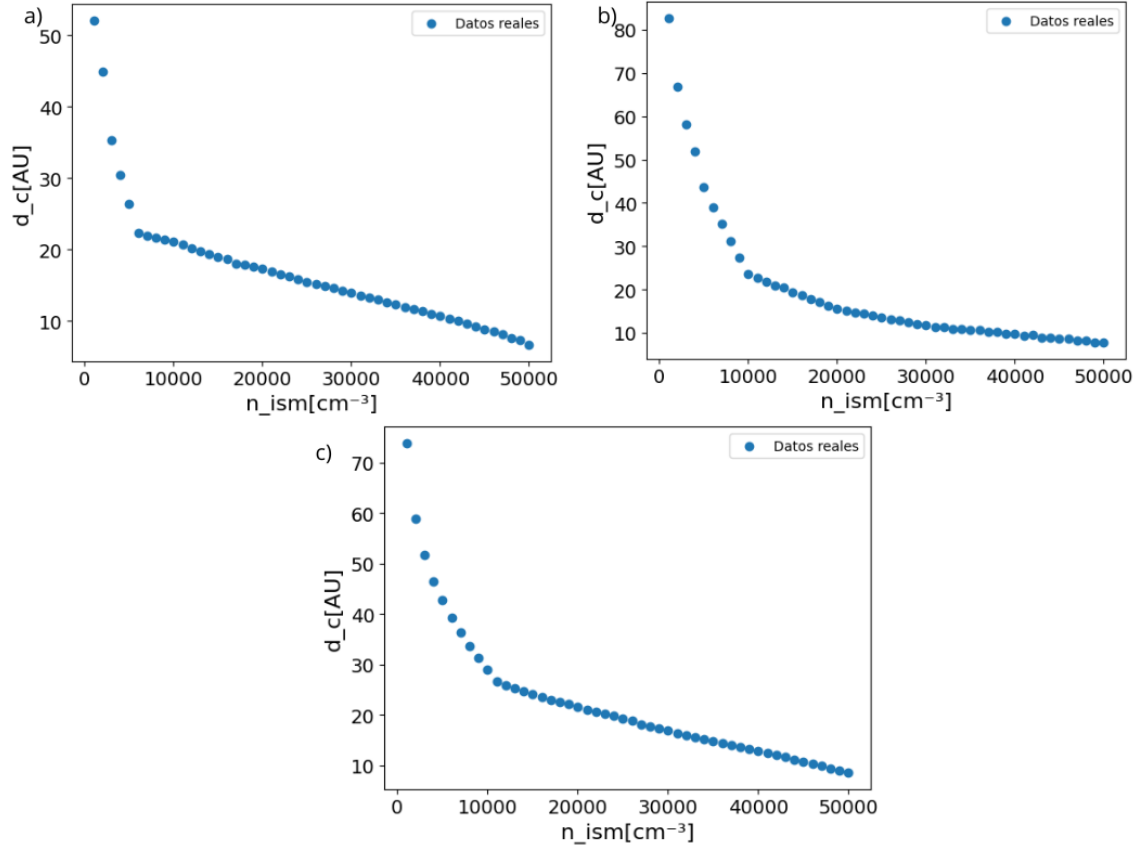


Figura 16: Dispersión de la densidad numérica del medio contra la distancia de enfriamiento, para $n_{jet} = 10000\text{cm}^{-3}$. a) Cuando la temperatura inicial del jet es de 500 K, b) 1000 K y c) 2000 K

Se observa que a medida que aumenta la intensidad del choque (de a) a c)), la dispersión de los datos disminuye y la relación entre d_c y n_{ism} se vuelve más continua. Esto sugiere que choques más intensos conducen a una interacción más eficiente entre el jet y el medio, resultando en una pérdida de energía más rápida y una menor distancia de enfriamiento.

Dado que la distancia de enfriamiento está directamente relacionada con la tasa a la que el jet pierde energía, se propone un modelo de la forma

$$d_c = a \left(\frac{n_{ism}}{10^4 \text{cm}^{-3}} \right)^\alpha + b \left(\frac{n_{ism}}{10^4 \text{cm}^{-3}} \right)^\beta$$

para describir esta dependencia, tomando como guía el modelo de Hartigan, mencionado en la sección 2.4. Es común relacionar la disipación de energía (en este caso, el enfriamiento) con funciones que siguen leyes de potencias, ya que muchos procesos no lineales (como el enfriamiento radiativo) dependen de combinaciones proporcionales de variables. Las Figuras 17 y 18 muestran los ajustes obtenidos para los casos en que la densidad numérica del jet es de 1000cm^{-3} y 10000cm^{-3} , respectivamente.

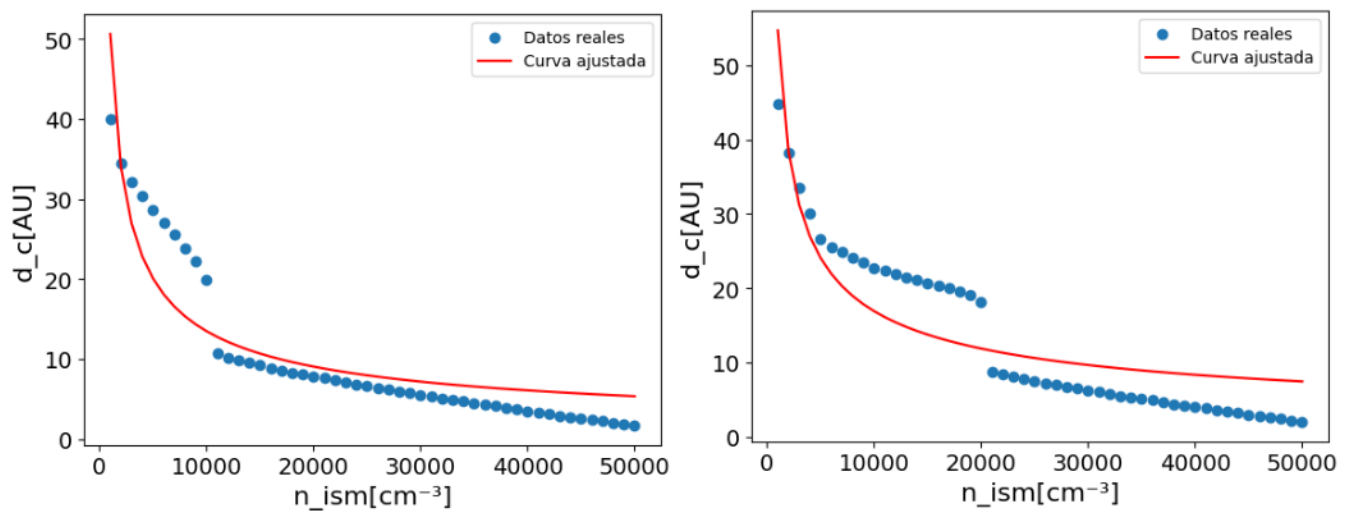


Figura 17: Ajuste de la función de distancia de enfriamiento cuando $n_{jet} = 1000 \text{ cm}^{-3}$. a) Cuando la temperatura inicial del jet es de 500 K, b) 1000 K y c) 2000 K

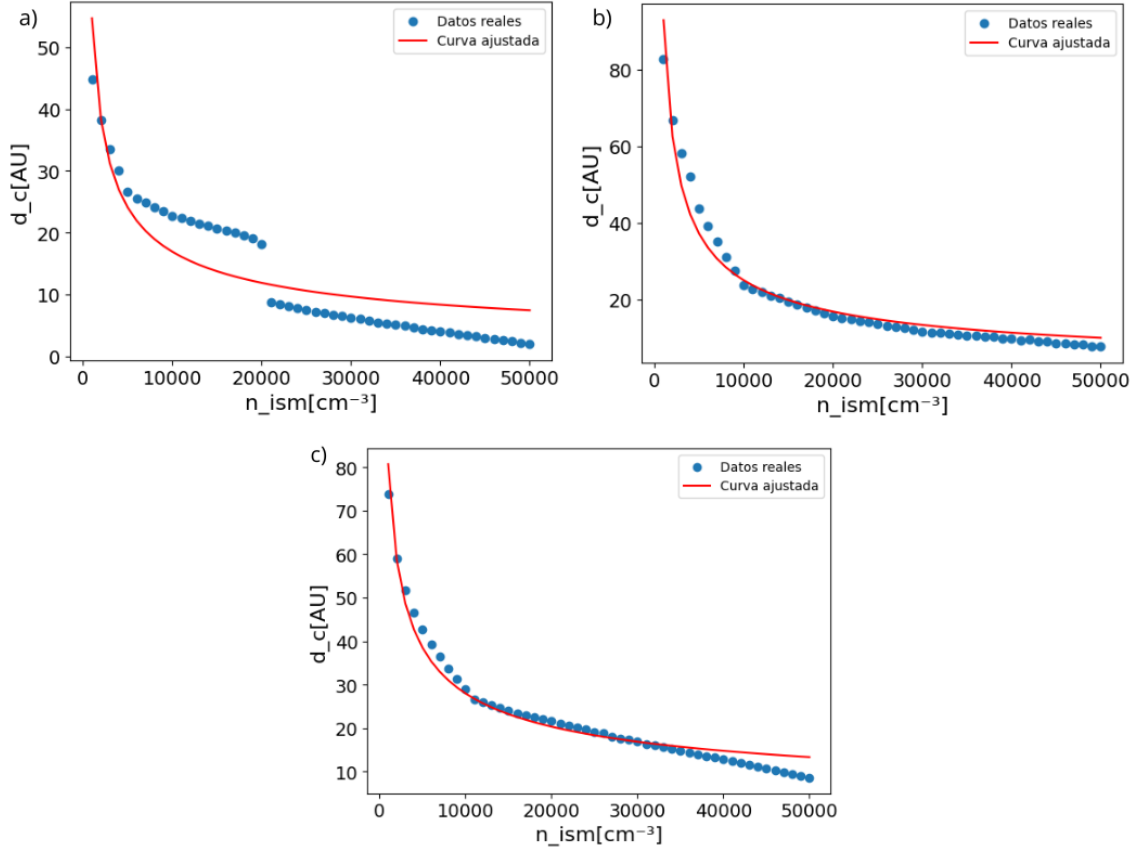


Figura 18: Ajuste de la función de distancia de enfriamiento, para $n_{jet} = 10000 \text{ cm}^{-3}$. a) Cuando la temperatura inicial del jet es de 500 K, b) 1000 K y c) 2000 K

La Tabla 4 presenta los coeficientes y exponentes que mejor ajustan el modelo a los datos, junto con el coeficiente de determinación R^2 . Los valores negativos y similares de los exponentes α y β sugieren una dependencia de potencia similar de la distancia de enfriamiento respecto a la densidad del medio interestelar. Esta relación podría indicar que los mecanismos de enfriamiento dominantes, como la radiación del CO y del H, presentan una dependencia similar con la densidad, también podrían indicar que la dependencia sea de un solo componente de la tasa de enfriamiento (el CO). Sin embargo, es posible que otros procesos, como la radiación de fondo o la interacción con el campo magnético, también contribuyan al enfriamiento y deban considerarse en futuros análisis.

	$n_{jet} = 1000\text{cm}^{-3}$		$n_{jet} = 10000\text{cm}^{-3}$		
	1000 K	2000 K	500 K	1000 K	2000 K
a	6.81	8.48	10.40	12.49	14.00
b	6.67	8.43	10.40	12.49	13.99
α	-0.57	-0.51	-0.42	-0.57	-0.46
β	-0.57	-0.51	-0.42	-0.57	-0.46
R^2	0.88	0.88	0.96	0.96	0.96

Tabla 4: Parámetros que mejor se ajustan a los datos, así como la R^2

Dado que los valores de los exponentes α y β en la Tabla 4 presentan una variación relativamente pequeña (menor al 10 % respecto a su valor medio), se optó por utilizar el promedio de ambos ($\alpha = \beta = -0.51$). Esta decisión se tomó debido a que dichos exponentes están relacionados con las características del medio interestelar, las cuales, salvo por la densidad numérica, no se modifican. Por lo tanto, se espera que los exponentes asociados a estas propiedades sean iguales. Los resultados indicaron que una variación del 10 % en los exponentes no afectaba significativamente la calidad del ajuste, lo que justificó el uso del valor promedio para simplificar el modelo. Al optimizar los coeficientes para estos valores promedio, se obtuvo la Tabla 5, donde se observa que la correlación mejora a medida que aumenta la intensidad del choque, indicando un mejor ajuste del modelo a los datos. Un valor de R^2 cercano a 1 sugiere una buena correspondencia entre el modelo y los datos.

	$n_{jet} = 1000\text{cm}^{-3}$		$n_{jet} = 10000\text{cm}^{-3}$		
	1000 K	2000 K	500 K	1000 K	2000 K
a	7.05	8.46	9.88	13.05	13.60
b	7.05	8.46	9.88	13.05	13.60
R^2	0.82	0.79	0.90	0.94	0.95

Tabla 5: Parámetros utilizados cuando se eligen $\alpha = -0.51$ y $\beta = -0.51$, así como la R^2 .

De este segundo ajuste se observa que los coeficientes a y b son iguales, y además ambos exponentes son iguales, entonces se puede simplificar la ecuación a

$$d_c = A \left(\frac{n_{ism}}{10^4 \text{cm}^{-3}} \right)^{-0.51} \quad (40)$$

donde $A = a + b = 2a$.

Si se normaliza la presión inicial del jet respecto a una presión de $1.38 \times 10^{-10} \text{ dyn/cm}^2$, que corresponde a la presión ejercida por una densidad numérica de 10×10^3 a 100 K, se puede graficar la presión normalizada frente a los coeficientes. Se observa una relación directa: a mayor presión inicial del jet (producto de densidad y temperatura), mayor es el coeficiente. Podemos visualizar esta relación en la figura 19.

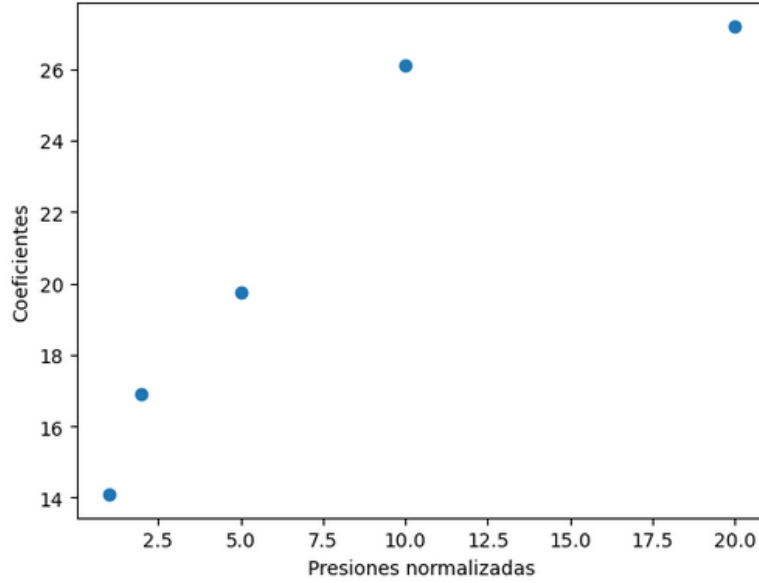


Figura 19: Relación entre los coeficientes de la función para la distancia de enfriamiento y la presión inicial del jet normalizada.

La relación observada sugiere un comportamiento logarítmico, por lo que es adecuado un análisis de regresión lineal logarítmica. De este modo, los coeficientes A se relacionan con la presión inicial del jet de la siguiente manera:

$$A = 14.30 \cdot P_{norm}^{0.23} [\text{AU}] = 14.30 \cdot \left(\frac{n_{0_{jet}} \cdot T_{0_{jet}}}{10 \times 10^5 \text{Kcm}^3} \right)^{0.23} [\text{AU}] \quad (41)$$

El ajuste se muestra en la figura 20. Los coeficientes encontrados y los obtenidos con esta ecuación tienen una correlación de $R^2 = 0.95$. Aunque esto indica una buena correspondencia, se requieren más coeficientes para derivar una ecuación más precisa. Con solo 5 coeficientes, el ajuste no es lo suficientemente confiable; se necesitan al menos 10 coeficientes para obtener un ajuste más exacto. Sin embargo, esta ecuación puede considerarse una buena primera aproximación.

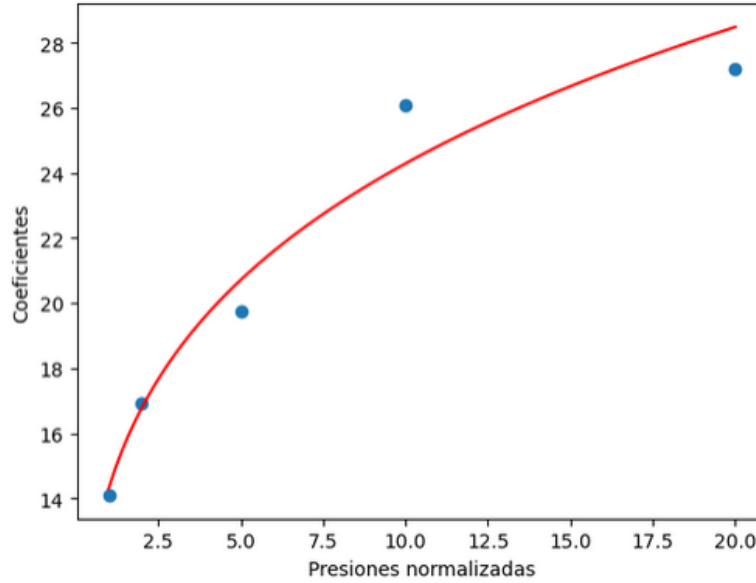


Figura 20: Ajuste de la relación entre los coeficientes de la función para la distancia de enfriamiento y la presión inicial del jet.

Al sustituir la ecuación 41 en la ecuación 40, se obtuvo:

$$d_c = 14.30 \cdot \left(\frac{n_{0_{jet}} \cdot T_{0_{jet}}}{10^6 \text{K cm}^{-3}} \right)^{0.23} \cdot \left(\frac{n_{ism}}{10^4 \text{cm}^{-3}} \right)^{-0.51} \text{ AU} \quad (42)$$

Finalmente, a partir de la ecuación 42 se ha determinado la función de distancia de enfriamiento que relaciona la densidad numérica del medio interestelar con la densidad numérica y la temperatura del jet inyectado. En la figura 21 se muestra la comparación de las funciones de enfriamiento correspondientes a los cinco casos estudiados en este trabajo. Como se mencionó anteriormente, la correlación R^2 aumenta, es decir, la función se ajusta mejor a los datos a medida que la presión inicial del jet aumenta.

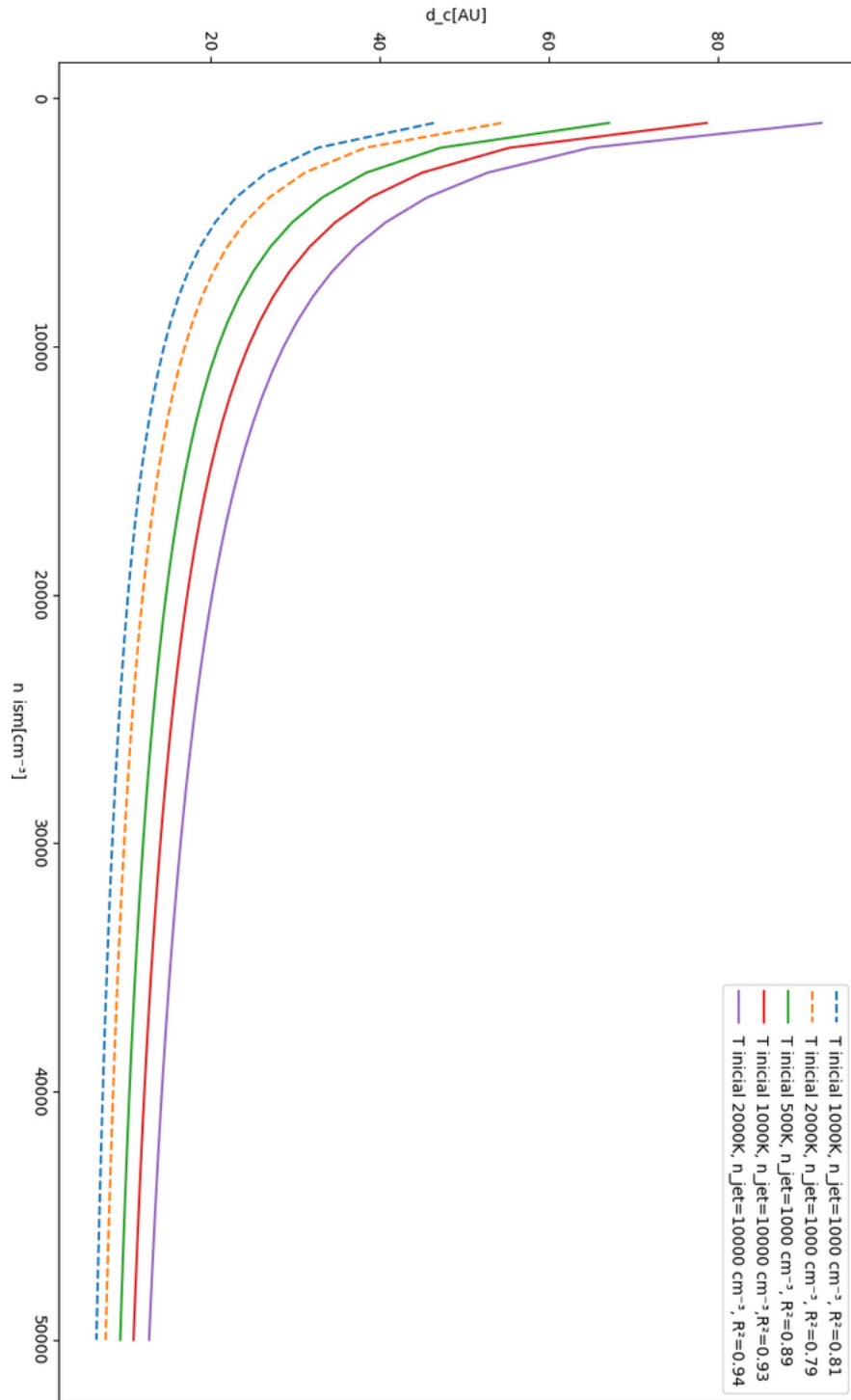


Figura 21: Función de la distancia de enfriamiento, dependiente de la densidad del medio interestelar, así como de la densidad numérica y temperatura del jet que se está inyectando

5. Conclusiones

Este estudio se centró en analizar la relación entre la densidad del medio interestelar y la distancia de enfriamiento de un jet astrofísico, cumpliendo con el objetivo general de determinar una función que describa este proceso hasta temperaturas del orden de centenas de kelvins. Para ello, se resolvieron las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía considerando un gas que evoluciona con simetría plano-paralela y pierde energía debido a procesos de enfriamiento atómico, como la desexcitación y recombinación electrónica, así como a procesos moleculares asociados a las vibraciones y rotaciones del monóxido de carbono.

Los resultados obtenidos permiten alcanzar varios de los objetivos específicos planteados en este trabajo. En primer lugar, se incorporó una función de enfriamiento detallada que incluye tanto procesos atómicos como moleculares en las simulaciones hidrodinámicas, lo que permitió estudiar de manera precisa la evolución de un choque plano-paralelo. Se analizaron diferentes condiciones iniciales, considerando densidades del medio que varían desde $1000, \text{cm}^{-3}$ hasta $50 \times 10^3, \text{cm}^{-3}$ y presiones iniciales asociadas a diferentes temperaturas del jet (500 K, 1000 K y 2000 K). Esto permitió caracterizar cómo la densidad del medio y la presión inicial influyen en la distancia de enfriamiento y en la expansión lateral de las cavidades formadas por el jet.

Una de las principales contribuciones de este trabajo fue la propuesta de una función que relaciona la distancia de enfriamiento con la densidad del medio y la presión inicial del jet. Esta función mostró un excelente ajuste con los datos obtenidos de las simulaciones, especialmente en los casos donde las condiciones de choque eran más intensas. Al aplicar esta función, es posible no solo estimar la distancia a la que el gas del jet se enfría hasta 100 K, sino también inferir propiedades clave del entorno interestelar, como su densidad, o de la fuente que inyectó el jet, como su temperatura inicial.

Además, este estudio representa una actualización significativa al modelo propuesto por Hartigan en 1987, extendiéndolo a condiciones más frías del medio interestelar, típicas de regiones de formación estelar. El enfoque presentado no solo mejora la comprensión de la dinámica de los jets en entornos fríos, sino que también ofrece herramientas para interpretar datos observacionales y conectar las propiedades físicas del jet y del medio interestelar de manera más precisa.

En conclusión, este trabajo cumple con los objetivos propuestos al proporcionar una descripción cuantitativa y cualitativa de la evolución de jets astrofísicos en interacción con medios interestelares fríos, avanzando en el entendimiento de los procesos de enfriamiento y su impacto en la dinámica y morfología de los jets. Estas aportaciones constituyen un marco valioso para futuras investigaciones en el campo de la astrofísica de alta energía y la formación estelar.

Referencias

- [1] T. Ray y J. Ferreira, “Jets from young stars,” *New Astronomy Reviews*, vol. 93, pág. 101-115, 2021.
- [2] M. D. Smith, *Astrophysical Jets and Beams*. Cambridge University Press, 2012.
- [3] P. Hartigan, J. Raymond y L. Hartmann, “Radiative Bow Shock Models of Herbig-Haro Objects,” *The Astrophysical Journal* 316, 323-343., 1987.
- [4] B. Reipurth y S. Heathcote, “50 Years of Herbig-Haro Research,” en *Herbig-Haro Flows and the Birth of Low Mass Stars*, B. Reipurth y C. Bertout, eds., Dordrecht: Springer Netherlands, 1997, págs. 3-18.
- [5] G. H. Herbig, “The spectra of two nebulous objects near NGC 1999,” *Astrophysical Journal*, vol. 113, p. 697-699, vol. 113, págs. 697-699, 1951.
- [6] G. Haro, “H α Emission Stars and Peculiar Objects in the Orion Nebula,” *Astrophysical Journal*, vol. 117, p. 73, vol. 117, pág. 73, 1953.
- [7] A. Raga, M. Mateo, K.-H. Böhm y J. Solf, “An interpretation of observations of HH 1 in terms of a time-dependent bow-shock model,” *Astronomical Journal (ISSN 0004-6256)*, vol. 95, June 1988, p. 1783-1793., vol. 95, págs. 1783-1793, 1988.
- [8] R. D. Schwartz, M. G. Burton y J. Herrmann, “Infrared Imaging of HH 25/26 and HH 42/128,” *Astronomical Journal* v. 114, p. 272-279 (1997), vol. 114, págs. 272-279, 1997.
- [9] M. J. McCaughrean, J. T. Rayner y H. Zinnecker, “Discovery of a molecular hydrogen jet near IC 348,” *Astrophysical Journal, Part 2-Letters (ISSN 0004-637X)*, vol. 436, no. 2, p. L189-L192, vol. 436, págs. L189-L192, 1994.
- [10] J. M. Blondin, B. A. Fryxell y A. Königl, “The structure and evolution of radiatively cooling jets,” *Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X)*, vol. 360, Sept. 10, 1990, p. 370-386., vol. 360, págs. 370-386, 1990.
- [11] A. Raga, J. Cantó y A. Rodríguez-González, *The Physics of the Interstellar Medium*. UNAM, 2021.
- [12] J. Lequeux, *The interstellar medium*. Springer Science & Business Media, 2004.
- [13] P. R. Shapiro y H. Kang, “Hydrogen Molecules and the Radiative Cooling of Pregalactic Shocks,” vol. 318, pág. 32, jul. de 1987. doi: [10.1086/165350](https://doi.org/10.1086/165350).
- [14] P. Hartigan et al., “When shock waves collide,” *The Astrophysical Journal*, vol. 823, n.º 2, pág. 148, 2016.
- [15] J. Dyson y D. Williams, *The Physics of the Interstellar Medium*. IOP Publishing Ltd, 1997.
- [16] E. Alquicira Peláez, “Estudio numérico de la evolución de jets,” Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional Autónoma de México, 2023. URL: '<https://ru.dgb.unam.mx/handle/20.500.14330/TES01000846935>'.
- [17] R. Estalella y G. A. Pons, *Introducción a la física del medio interestelar*. Universitat de Barcelona, 1997.

- [18] D. A. Neufeld y M. J. Kaufman, "Radiative Cooling of Warm Molecular Gas," *Astrophysical journal*, vol. 418, pág. 263, nov. de 1993. doi: [10.1086/173388](https://doi.org/10.1086/173388).
- [19] D. A. Neufeld, S. Lepp y G. J. Melnick, "Thermal Balance in Dense Molecular Clouds: Radiative Cooling Rates and Emission-Line Luminosities," vol. 100, pág. 132, sep. de 1995. doi: [10.1086/192211](https://doi.org/10.1086/192211).
- [20] R. Royce, *The jet engine*. John Wiley & Sons, 2015.
- [21] D. Geropp y H. Odenthal, "Drag reduction of motor vehicles by active flow control using the Coanda effect," *Experiments in fluids*, vol. 28, n.º 1, págs. 74-85, 2000.
- [22] J. Dowden, P. Kapadia, G. Brown y H. Rymer, "Dynamics of a geyser eruption," *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 96, n.º B11, págs. 18 059-18 071, 1991.
- [23] A. W. Woods, "The dynamics of explosive volcanic eruptions," *Reviews of geophysics*, vol. 33, n.º 4, págs. 495-530, 1995.
- [24] P. Scheuer, "Models of extragalactic radio sources with a continuous energy supply from a central object," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 166, n.º 3, págs. 513-528, 1974.
- [25] P. Hartigan, "The Visibility of the Mach Disk and the Bow Shock of a Stellar Jet," vol. 339, pág. 987, abr. de 1989. doi: [10.1086/167353](https://doi.org/10.1086/167353).
- [26] A.-M. Schelkens, *Fluid Dynamics Of Sonic Booms From Supersonic Aircraft*, S. Engineering, ed. URL: <https://semiengineering.com/fluid-dynamics-of-sonic-booms-from-supersonic-aircraft/>.
- [27] H. H. Hubbard, "Aeroacoustics of flight vehicles: Theory and practice volume 1: Noise sources," *Aeroacoustics of Flight Vehicles: Theory and Practice*, vol. 1, n.º WRDC-TR-90-3052-VOL-1, 1991.
- [28] H. H. Hubbard, "Sonic booms," *Physics Today*, vol. 21, n.º 2, págs. 31-37, 1968.
- [29] J. G. Leishman, "Supersonic & Hypersonic Flight," *Introduction to Aerospace Flight Vehicles*, 2023.
- [30] C. Sandu, R.-C. Sandu y C.-T. Olariu, "Sonic boom mitigation through shock wave dispersion," *Environmental Impact of Aviation and Sustainable Solutions*, 2019.
- [31] N. Goel y S. Jawahar, "Towards a Supersonic Transport: Minimization of Sonic Boom," *Journal of Student Research*, vol. 11, n.º 3, ago. de 2022. doi: [10.47611/jsrhs.v11i3.3391](https://doi.org/10.47611/jsrhs.v11i3.3391). URL: <https://www.jsr.org/hs/index.php/path/article/view/3391>.
- [32] S. O'Neill, *Supersonic Travel Seeks an Encore*, 2022.
- [33] LBFDF, *Low-Boom Flight Demonstration*, NASA, ed. URL: <https://www.nasa.gov/wp-content/uploads/2020/12/low-boom-litho-updated-sep2020.pdf>.
- [34] R. W. MacCormack, "A numerical method for solving the equations of compressible viscous flow," *AIAA journal*, vol. 20, n.º 9, págs. 1275-1281, 1982.
- [35] P. D. Lax y R. D. Richtmyer, "Survey of the stability of linear finite difference equations," en *Selected Papers Volume I*, Springer, 2005, págs. 125-151.

- [36] R. Kosiński y M. Hanasz, “On the influence of cooling and heating processes on the Parker instability–II. Numerical simulations,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 376, n.º 2, págs. 861-870, 2007.

A. Código para resolución de las ecuaciones de Euler

Código de Python que soluciona las ecuaciones de Euler para un jet astrofísico, mediante el método de diferencias finitas. Tomando en cuenta el enfriamiento molecular del CO.

```
1  # =====
2  # Euler2D_v2.py
3
4  # J.C. Toledo-Roy
5  # 27 abr 2022
6
7  # Este programa resuelve las ecuaciones de Euler en 2D mediante los métodos de
8  # diferencias finitas de Lax-Friedrichs o de Macormack.
9
10 # Incluye como ejemplos una explosión esférica y la inestabilidad de Kelvin-
11 # Helmholtz.
12
13 # Versión vectorizada eficiente implementada con arreglos de numpy
14 #
15 #Modificado por Michelle Palacios y Ary Rodríguez, enero 2024
16 #Se añade el enfriamiento molecular parametrizado del CO.
17 #=====
18
19 from math import exp, sin, pi, sqrt
20 import numpy as np
21 import os
22 import struct
23 import sys
24 import time
25
26 # =====
27 # IMPORTAR EL ARCHIVO DEL PROBLEMA A UTILIZAR
28 # =====
29
30 from PlanePar import *
31
32 # =====
33 # VARIABLES GLOBALES
34 # =====
35
36 # Arreglos de datos
37 U = np.empty((NEQ,NX+2,NY+2))    # Variables conservadas actuales
```

```

38 UP = np.empty((NEQ,NX+2,NY+2))    # Variables conservadas "avanzadas"
39 PRIM = np.empty((NEQ,NX+2,NY+2))  # Variables primitivas
40 F = np.empty((NEQ,NX+2,NY+2))     # Flujos físicos en X
41 G = np.empty((NEQ,NX+2,NY+2))     # Flujos físicos en Y
42 UT = np.empty((NEQ,NX+2,NY+2))    # Us temporales (Macormack)
43 FT = np.empty((NEQ,NX+2,NY+2))    # Flujos físicos temporales (Macormack)
44
45 # Arreglos de coordenadas de las celdas
46 coords_X = X1 + (np.arange(NX+2)+0.5)*DX
47 coords_Y = Y1 + (np.arange(NY+2)+0.5)*DY
48 XX, YY = np.meshgrid(coords_X, coords_Y, indexing='ij')
49
50 # Variables globales de la simulación
51 dt = 0                               # Paso de tiempo
52 t = 0                               # Tiempo actual
53 it = 0                              # Iteración actual
54 start_time = 0                      # Tiempo de inicio
55 nout = 0                            # Número de la siguiente salida
56 tout = 0                           # Tiempo para el siguiente output
57
58 # =====
59 # CONDICIONES INICIALES
60 # =====
61
62 # La función IC_custom está definida en el archivo del problema
63
64 # =====
65 # INICIALIZACIONES
66 # =====
67
68 # Impone las condiciones iniciales a las Us
69 def initflow(UU):
70
71     # Inicializar los valores de U en todo el dominio
72     # Nótese que también llenamos las celdas fantasma
73     IC_custom(UU)
74
75 # -----
76
77 # Inicializaciones de variables globales del código
78 def initmain():

```

```

79
80 global t, it, tout, nout
81
82 t = 0
83 it = 0
84 nout = 0
85 tout = 0
86
87 # =====
88 # CONDICIONES DE FRONTERA
89 # =====
90
91 # Aplica condiciones de frontera a celdas fantasma del arreglo pasado
92 def boundary(UU):
93
94     # BC izquierda
95     if (BC_LEFT == "BC_FREEFLOW"):
96         UU[:,0,:] = UU[:,1,:]
97     elif (BC_LEFT == "BC_REFLECTIVE"):
98         UU[0,0,:] = UU[0,1,:]
99         UU[1,0,:] = -UU[1,1,:]
100        UU[2,0,:] = UU[2,1,:]
101        UU[3,0,:] = UU[3,1,:]
102     elif (BC_LEFT == "BC_PERIODIC"):
103         UU[:,0,:] = UU[:,NX,:]
104     elif (BC_LEFT == "BC_INFLOW"):
105         UU[0,0,:] = 0
106         UU[1,0,:] = 0
107         UU[2,0,:] = 0
108         UU[3,0,:] = 0
109     else:
110         raise NotImplementedError("BC '{}' not recognized".format(BC_LEFT))
111
112     # BC derecha
113     if (BC_RIGHT == "BC_FREEFLOW"):
114         UU[:,NX+1,:] = UU[:,NX,:]
115     elif (BC_RIGHT == "BC_REFLECTIVE"):
116         UU[0,NX+1,:] = UU[0,NX,:]
117         UU[1,NX+1,:] = -UU[1,NX,:]
118         UU[2,NX+1,:] = UU[2,NX,:]
119         UU[3,NX+1,:] = UU[3,NX,:]
120     elif (BC_RIGHT == "BC_PERIODIC"):

```

```

121     UU[:,NX+1,:] = UU[:,1,:]
122 elif (BC_RIGHT == "BC_INFLOW"):
123     UU[0,NX+1,:] = 0
124     UU[1,NX+1,:] = 0
125     UU[2,NX+1,:] = 0
126     UU[3,NX+1,:] = 0
127 else:
128     raise NotImplementedError("BC '{}' not recognized".format(BC_RIGHT))
129
130 # BC abajo
131 if (BC_BOTTOM == "BC_FREEFLOW"):
132     UU[:, :, 0] = UU[:, :, 1]
133 elif (BC_BOTTOM == "BC_REFLECTIVE"):
134     UU[0, :, 0] = UU[0, :, 1]
135     UU[1, :, 0] = UU[1, :, 1]
136     UU[2, :, 0] = -UU[2, :, 1]
137     UU[3, :, 0] = UU[3, :, 1]
138 elif (BC_BOTTOM == "BC_PERIODIC"):
139     UU[:, :, 0] = UU[:, :, NY]
140 elif (BC_BOTTOM == "BC_INFLOW"):
141     UU[0, :, 0] = 0
142     UU[1, :, 0] = 0
143     UU[2, :, 0] = 0
144     UU[3, :, 0] = 0
145 else:
146     raise NotImplementedError("BC '{}' not recognized".format(BC_BOTTOM))
147
148 # BC arriba
149 if (BC_TOP == "BC_FREEFLOW"):
150     UU[:, :, NY+1] = UU[:, :, NY]
151 elif (BC_TOP == "BC_REFLECTIVE"):
152     UU[0, :, NY+1] = UU[0, :, NY]
153     UU[1, :, NY+1] = UU[1, :, NY]
154     UU[2, :, NY+1] = -UU[2, :, NY]
155     UU[3, :, NY+1] = UU[3, :, NY]
156 elif (BC_TOP == "BC_PERIODIC"):
157     UU[:, :, NY+1] = UU[:, :, 1]
158 elif (BC_TOP == "BC_INFLOW"):
159     UU[0, :, NY+1] = 0
160     UU[1, :, NY+1] = 0
161     UU[2, :, NY+1] = 0

```

```

162     UU[3, :, NY+1] = 0
163 else:
164     raise NotImplementedError("BC '{}' not recognized".format(BC_TOP))
165
166 # =====
167 # CONVERSIONES ENTRE PRIMITIVAS Y CONSERVADAS
168 # =====
169
170 # Calcular primitivas a partir de conservadas
171 def flow2prim(UU, PP=None):
172     if PP is None:
173         PP = np.empty_like(UU)
174         PP[0] = UU[0]
175         PP[1] = UU[1] / UU[0]
176         PP[2] = UU[2] / UU[0]
177         PP[3] = (GAMMA-1)*(UU[3] - 0.5*(UU[1]**2+UU[2]**2)/UU[0])
178     return PP
179
180 # -----
181
182 # Calcular conservadas a partir de primitivas
183 def prim2flow(PP, UU=None):
184     if UU is None:
185         UU = np.empty_like(PP)
186         UU[0] = PP[0]
187         UU[1] = PP[0] * PP[1]
188         UU[2] = PP[0] * PP[2]
189         UU[3] = 0.5*PP[0]*(PP[1]**2 + PP[2]**2) + PP[3]/(GAMMA-1)
190     return UU
191
192 # =====
193 # FLUJOS FÍSICOS
194 # =====
195
196 # Calcular los flujos físicos F y G -- Ecuaciones de Euler 2D
197 def Euler_fluxes(PP, FF, GG):
198
199     # E + P
200     E_plus_P = 0.5*PP[0]*(PP[1]**2 + PP[2]**2) + GAMMA*PP[3]/(GAMMA-1)
201
202     # Flujos en X

```

```

203 FF[0] = PP[0] * PP[1]
204 FF[1] = PP[0] * PP[1]**2 + PP[3]
205 FF[2] = PP[0] * PP[1] * PP[2]
206 FF[3] = PP[1] * E_plus_P
207
208 # Flujo en Y
209 GG[0] = PP[0] * PP[2]
210 GG[1] = PP[0] * PP[1] * PP[2]
211 GG[2] = PP[0] * PP[2]**2 + PP[3]
212 GG[3] = PP[2] * E_plus_P
213
214 # =====
215 # PASO DE TIEMPO
216 # =====
217
218 # Calcula la velocidad del sonido dada la presión y densidad
219 def sound_speed(prims):
220     return np.sqrt(GAMMA*prims[3]/prims[0])
221
222 # -----
223
224 # Calcula el paso de tiempo resultante de la condición CFL
225 def timestep(PP):
226
227     # Determinamos el máximo valor de u + cs en ambas dimensiones
228     cs = sound_speed(PP)
229     max_speed_x = np.max(np.abs(PP[1]) + cs)
230     max_speed_y = np.max(np.abs(PP[2]) + cs)
231
232     # Pasos de tiempo usando el criterio CFL, en cada dimensión
233     dtx = CFL * DX / max_speed_x
234     dty = CFL * DY / max_speed_y
235
236     # Usamos el menor de los pasos de tiempo
237     # El factor de 1/sqrt(2) se aplica para que la condición de estabilidad
238     # siga siendo CFL < 1
239     dt = min(dtx, dty) / sqrt(2)
240
241     return dt
242
243 # =====

```

```

244 # SOLVERS NUMÉRICOS
245 # =====
246
247 # Método de Lax-Friedrichs
248 def Lax(UU, PP, UP, dt):
249
250     # Calcular flujos físicos
251     Euler_fluxes(PP, F, G)
252
253     # Aplicar método de Lax para obtener las UPs en las celdas físicas
254     UP[:,1:NX+1,1:NY+1] = \
255     (UU[:,2:NX+2,1:NY+1] + UU[:,0:NX,1:NY+1] \
256     + UU[:,1:NX+1,2:NY+2] + UU[:,1:NX+1,0:NY])/4 \
257     - dt/(2*DX)*(F[:,2:NX+2,1:NY+1]-F[:,0:NX,1:NY+1]) \
258     - dt/(2*DY)*(G[:,1:NX+1,2:NY+2]-G[:,1:NX+1,0:NY])
259
260 # -----
261
262 # Método de Macormack
263 def Macormack(UU, PP, UP, dt):
264
265     # Calculamos los flujos físicos
266     Euler_fluxes(PP, F, G)
267
268     # Paso predictor: actualizamos las UT con flujos hacia adelante
269     UT[:,1:NX+1,1:NY+1] = UU[:,1:NX+1,1:NY+1] \
270     - dt/DX*(F[:,2:NX+2,1:NY+1]-F[:,1:NX+1,1:NY+1]) \
271     - dt/DY*(G[:,1:NX+1,2:NY+2]-G[:,1:NX+1,1:NY+1])
272
273     # Aplicamos las BCs a las UT
274     boundary(UT)
275
276     # Actualizamos las primitivas usando los nuevos valores de UT
277     flow2prim(UT, PP)
278
279     # Re-calculamos los flujos F y G usando las primitivas actualizadas
280     Euler_fluxes(PP, F, G)
281
282     # Paso corrector: obtenemos las UP usando U, UT, F y G actualizados
283     UP[:,1:NX+1,1:NY+1] = (UU[:,1:NX+1,1:NY+1] + UT[:,1:NX+1,1:NY+1])/2 \
284     - dt/(2*DX)*(F[:,1:NX+1,1:NY+1]-F[:,0:NX,1:NY+1]) \

```

```

285     - dt/(2*DY)*(G[:,1:NX+1,1:NY+1]-G[:,1:NX+1,0:NY])
286
287 # -----
288
289 # Aplica el solver numérico seleccionado
290 # Calcula los valores actualizados de las UP a partir de las U y los
291 # flujos físicos F, los cuales ya deben estar actualizados
292 # Sólo hace esto para las celdas físicas; se debe llamar boundary() después
293 def solver(U, PRIM, UP, dt):
294
295     if SOLVER == "SOLVER_LAX":
296         Lax(U, PRIM, UP, dt)
297     elif SOLVER == "SOLVER_MACORMACK":
298         Macormack(U, PRIM, UP, dt)
299
300 # =====
301 # STEPPING
302 # =====
303
304 # Versión simple que hace una copia directa de las UP en las U
305 def step_simple(U, UP):
306
307     # Esto incluye las celdas fantasma
308     U[...] = UP[...]
309
310 # -----
311
312 # Versión con viscosidad artificial para el método de Macormack
313 def step_viscosity(U, UP):
314
315     # Agregamos viscosidad artificial a las U (celdas físicas)
316     for e in range(NEQ):
317         U[e,1:NX+1,1:NY+1] = UP[e,1:NX+1,1:NY+1] + \
318             ETA*(UP[e,2:NX+2,1:NY+1] + UP[e,0:NX,1:NY+1] \
319                 + UP[e,1:NX+1,2:NY+2] + UP[e,1:NX+1,0:NY] \
320                 - 4*(UP[e,1:NX+1,1:NY+1]))
321
322     # Lo anterior no toca las celdas fantasma, pero éstas también deben
323     # ser copiadas (sin aplicar viscosidad)
324     for e in range(NEQ):
325         for j in range(1, NY+1):

```

```

326     U[e][0][j] = UP[e][0][j]
327     U[e][NX+1][j] = UP[e][NX+1][j]
328     for i in range(1, NX+1):
329         U[e][i][0] = UP[e][i][0]
330         U[e][i][NY+1] = UP[e][i][NY+1]
331
332     # -----
333
334     # Hace un paso de tiempo, copiando las UPs sobre las Us y avanzando
335     # variables globales
336     # Si boundary() se llamó antes, esto debe incluir las celdas fantasma!
337     def step(U, UP):
338
339         global t, it
340
341         if SOLVER == "SOLVER_LAX":
342             step_simple(U, UP)
343         elif SOLVER == "SOLVER_MACORMACK":
344             step_viscosity(U, UP)
345
346         t = t + dt
347         it = it + 1
348
349     # =====
350     # ENFRIAMIENTO RADIATIVO
351     # =====
352
353     # Calcula la temperatura del gas a partir de su presión y densidad
354     def temperature(PP):
355         T = mu0_ism*AMU/KB*PP[3]/PP[0]
356         mask = T > 1e4
357         T[mask] = (mui_ism*AMU/KB*PP[3]/PP[0])[mask]
358         return T
359
360     # -----
361
362     # La función de enfriamiento (T) da la tasa de emisión de radiación, como
363     # función de la temperatura, de un plasma a temperaturas arriba de 10^4 K.
364     #
365     # Esto resulta principalmente de la suma de líneas atómicas de emisión
366     # (principalmente hidrógeno, carbono, oxígeno, nitrógeno, neón y hierro) y

```

```

367 # emisión libre-libre (bremsstrahlung) que domina a altas temperaturas.
368 #
369 # Las unidades son erg cm3 s-1. Multiplicar esta cantidad por ne*nion
370 # resulta en la tasa de pérdida de energía, en erg cm-3 s-1.
371 #
372 # La función implementada aquí está dada por interpolaciones simples:
373 # T < 1e4 K: no hay enfriamiento
374 # 1e4 <= T <= 1e5: rampa lineal desde Lambda = 1e-25 hasta 1e-21
375 # T >= 1e5: fórmula de Draine & Wood (1991): líneas + libre-libre
376 #
377 # Una función más realista usa coeficientes obtenidos de cálculos muy
378 # detallados de procesos atómicos de emisión en plasmas, y en general
379 # varía apreciablemente según de la metalicidad del gas y puede depender
380 # de su densidad. Ver Dalgarno & McCray (1972), Sutherland & Dopita (1993),
381 # y la base de datos CHIANTI (https://www.chiantidatabase.org/).
382 def Lambda(T):
383
384     T0 = 1.0e4; T1 = 1.0e5; T2 = 1.0e7
385     L0 = 1e-25; L1 = 1e-21; L2 = 1e-23
386     m = (L1-L0)/(T1-T0)
387
388     L = np.empty_like(T)
389
390     L[T < T0] = 0
391     cond1 = (T >= T0) & (T <= T1)
392     L[cond1] = (L0 + m*(T-T0))[cond1]
393     cond2 = T > T1
394     L[cond2] = (L2*((T2/T)+np.sqrt(T/T2)))[cond2]
395
396     return L
397
398 # -----
399 #función de enfriamiento molecular del CO
400 def Lmol_param(T):
401
402     L1=4.4e-67; L2=4.89e-25; c1=3.18; ep1=10.73
403     ep2=0.1; Ts=1.; Tcrit= 5280.
404
405     L = np.empty_like(T)
406
407     L[T > Tcrit] = 0

```

```

408 cond = T <= Tcrit
409 L[cond] = (L1*T**ep1+L2*np.exp(-c1/(T-Ts)**ep2))[cond]
410
411 return L
412
413 # -----
414
415 # Aplica enfriamiento radiativo a todas las celdas
416 # Esto se hace calculando la cantidad de energía térmica perdida por
417 # radiación en el intervalo de tiempo dt y reduciendo la presión concorde
418 # Además, para evitar errores de presiones negativas
419 def cooling(UU, PRIM):
420
421     # Energía cinética y térmica
422     Eth0 = PRIM[3]/(GAMMA-1)
423     Ekin = UU[3] - Eth0
424
425     # Temperatura
426     T = temperature(PRIM)
427
428     # Función de enfriamiento
429     L = Lambda(T)
430
431     # Función molecular
432     Lmol= Lmol_param(T) #Llamar cooling molecular 30 <T<5280
433
434     # Densidad numérica de la celda (suponiendo ionización completa)
435     n = PRIM[0]/(mui_ism*AMU)
436     nco = 1.67e-4*n
437
438     # Factor de enfriamiento
439     # Eth0 / n^2 (T) es la escala de tiempo de enfriamiento
440     cool_factor = np.exp(-dt*1.0 * (n**2*L*1.0 + (n*nco)*Lmol*1.0) /Eth0*1.0)
441
442     # Limitamos el factor de enfriamiento para minimizar errores
443     cool_factor[cool_factor < 0.5] = 0.5
444
445     # Actualizar la presión y la energía total de la celda
446     PRIM[3] = PRIM[3]*cool_factor
447     UU[3] = Ekin + PRIM[3]/(GAMMA-1)
448

```

```

449 # =====
450 # OTROS
451 # =====
452
453 # Agrega los términos geométricos cilíndricos para simulaciones axisimétricas
454 #
455 # Se considera que los ejes x y y corresponden realmente a los ejes z y r
456 # de un sistema de coordenadas cilíndrico 3D, y que el problema tiene
457 # simetría en torno al eje z. Así podemos simular un corte 2D de un problema
458 # que realmente es 3D (aprovechando esa simetría).
459 #
460 # Escribiendo las ecs de Euler 3D en coordenadas cilíndricas salen términos
461 # adicionales (llamados "geométricos") que no contienen derivadas, así que
462 # son movidos al lado derecho de las ecuaciones y se consideran términos
463 # fuente. Se suman, multiplicados por dt, a las conservadas al final de cada
464 # paso.
465 def add_cyl_geom_terms(UU):
466
467     r = YY
468     rho = UU[0]
469     u = UU[1]/UU[0]
470     v = UU[2]/UU[0]
471     P = (GAMMA-1)*(UU[3] - 0.5*rho*(u*u + v*v))
472     E = UU[3]
473     UU[0] += dt * (-rho*v/r)
474     UU[1] += dt * (-rho*u*v/r)
475     UU[2] += dt * (-rho*v*v/r)
476     UU[3] += dt * (-v*(E+P)/r)
477
478 # =====
479 # OUTPUT DE DATOS
480 # =====
481
482 # Escribe a disco el estado de la simulación
483 def output(PRIM):
484
485     global nout, tout
486
487     # Generar el nombre del archivo de salida
488     fname = OUT_FNAME % nout
489
490     # Generar la ruta del archivo de salida (inc directorio)

```

```

491 fpath = OUT_DIR
492 if OUT_DIR != "" and not OUT_DIR.endswith("/"):
493     fpath = OUT_DIR + "/"
494 if not os.path.exists(fpath):
495     os.makedirs(fpath)
496 fpath = fpath + fname
497
498 if OUTPUT_FORMAT == "FORMAT_ASCII":
499
500     # Abrir el archivo para escritura
501     fout = open(fpath, "w")
502
503     # Escribir NEQ NX NY al archivo
504     fout.write("{} {} {} \n".format(NEQ, NX, NY))
505
506     # Escribir los valores de U al archivo (sólo celdas físicas)
507     for i in range(1, NX+1):
508         x = coords_X[i]
509         for j in range(1, NY+1):
510             y = coords_Y[j]
511             fout.write("{} {} {} {} {} {} \n".format(x, y, PRIM[0,i,j], PRIM[1,i,j],
512                                                         PRIM[2,i,j], PRIM[3,i,j]))
513
514     # Cerrar archivo
515     fout.close()
516
517 elif OUTPUT_FORMAT == "FORMAT_BINARY":
518
519     # Abrir el archivo para escritura en formato binario
520     fout = open(fpath, "wb")
521
522     # Escribir tiempo actual de simulación
523     fout.write(struct.pack("<d", t))
524
525     # Escribir NEQ, NX, NY
526     fout.write(struct.pack("<i", NEQ))
527     fout.write(struct.pack("<i", NX))
528     fout.write(struct.pack("<i", NY))
529
530     # Escribir X1, X2, Y1, Y2
531     fout.write(struct.pack("<d", X1))

```

```

532     fout.write(struct.pack("<d", X2))
533     fout.write(struct.pack("<d", Y1))
534     fout.write(struct.pack("<d", Y2))
535
536     # Escribir los arreglos de densidad, velocidad y presión a disco
537     # Nótese que no usamos espacios ni saltos de línea
538     for e in range(NEQ):
539         for i in range(1, NX+1):
540             for j in range(1, NY+1):
541                 fout.write(struct.pack("<d", PRIM[e][i][j]))
542
543     # Cerrar archivo
544     fout.close()
545
546     print("Salida {}, it={}, t={:.6f}, dt={:.6f}".format(nout, it, t/YR, dt/YR))
547
548     # Avanzar variables de output
549     nout = nout + 1
550     tout = DTOUT * nout
551
552     # =====
553     # PROGRAMA PRINCIPAL
554
555     # Inicializaciones generales
556     initmain()
557
558     # Imponer la condición inicial
559     initflow(U)
560
561     # Actualizar las primitivas PRIM usando la condición inicial
562     flow2prim(U, PRIM)
563
564     # Escribir condición inicial a disco
565     output(PRIM)
566
567     # Tiempo de inicio de la simulación
568     start_time = time.time()
569
570     # Bucle temporal
571     while (t <= TFIN):
572

```

```

573  # Actualizar el paso de tiempo
574  dt = timestep(PRIM)
575  # print("dt=",dt/YR)
576
577  # Aplicar solver numérico para calcular las vars conservadas actualizadas
578  solver(U, PRIM, UP, dt)
579
580  # Aplicar condiciones de frontera a las UP
581  boundary(UP)
582
583  # Avanzar la solución
584  step(U, UP)
585
586  # Agregar términos fuente geométricos (coords cilíndricas)
587  if AXISYMMETRIC:
588      add_cyl_geom_terms(U)
589
590  # Actualizar las primitivas PRIM usando las nuevas U
591  flow2prim(U, PRIM)
592
593  # Aplicar enfriamiento radiativo, si aplicable
594  if USE_COOLING:
595      cooling(U, PRIM)
596
597  # Escribir a disco
598  # output(PRIM)
599  if (t >= tout):
600      output(PRIM)
601
602  # Terminar
603  elapsed = time.time() - start_time
604  print("\nSe calcularon {} iteraciones {:.3f} s\n".format(it, elapsed))
605
606  # =====

```

B. Código que calcula la distancia de enfriamiento

Código en Python que calcula la distancia de enfriamiento, es decir cuando el gas en el jet alcanza una temperatura de 100 K.

```
1  #dc.py
2  #Por Michelle Palacios, marzo 2024
3  #este programa mide la distancia de enfriamiento del jet
4
5  # =====
6
7  import os
8  import sys
9
10 import matplotlib.pyplot as plt
11 from matplotlib.colors import LogNorm
12 from mpl_toolkits.axes_grid1.axes_divider import make_axes_locatable
13 import matplotlib.ticker as ticker
14 import numpy as np
15
16 # =====
17
18 # Constantes astrofísicas y fundamentales
19 AMU = 1.660538782e-24
20 KB = 1.380650400e-16
21 PC = 3.085677588e+18
22 AU = 1.495978707e+13
23 YR = 3.155673600e+7
24 KYR = 3.155673600e+10
25 MSUN = 1.988920000e+33
26 KPS = 1.0e5
27 NA = 6.022e23 #número de avogadro
28 # =====
29
30 # Rango de outputs a evaluar
31 out_min = 0
32 out_max = 100
33
34
35 # Estructura de los nombres de archivos
36 fname_template = "datos/output_{:04d}.dat"
37
```

```

38
39
40 mu0_amb = 1.3
41 mui_amb = 0.61
42 mu=1.3 #En astrofísica suponemos que la cantidad e átomos de H en un gas
43       # es del 90% y de He 10%
44 mh=1.00797/NA #g
45 # =====
46 x0=0
47 dc=1
48 while True:
49     for nout in range(out_min, out_max+1):
50
51         # Generar nombre de archivo
52         fname = fname_template.format(nout)
53
54         # Leer datos del archivo
55         t, = np.fromfile(fname, dtype="d", count=1)
56         NEQ, NX, NY = np.fromfile(fname, dtype="i", count=3, offset=8)
57         X1, X2, Y1, Y2 = np.fromfile(fname, dtype="d", count=4, offset=20)
58         data = np.fromfile(fname, dtype="d",
59                             count=NEQ*NX*NY, offset=52).reshape((NEQ, NX, NY))
60
61         # Extensión espacial del eje x
62         a=X1/AU
63         b=X2/AU
64         DX=(b-a)/NX
65         # Para mayor comodidad, separamos las primitivas individuales
66         dens = data[0, :, :]
67         velx = data[1, :, :]
68         vely = data[2, :, :]
69         pres = data[3, :, :]
70         denscm= dens/(mu*mh)
71         # -----
72
73         # Calculamos la magnitud de la velocidad y la temperatura
74         # Nótese que como estas operaciones se hacen con arreglos de numpy,
75         # se aplican elemento por elemento en todo el arreglo
76         vel_mag = np.sqrt(velx**2 + vely**2)
77         temp = mui_amb*AMU/KB*pres/dens
78         temp[temp < 1e4] = (mu0_amb*AMU/KB*pres/dens)[temp < 1e4]
79         T=temp[:NX,250]

```

```

80     x=np.arange(a,b,DX)
81
82     temperatura=np.column_stack((T,x))
83     temperatura_min=np.min(temperatura[:,0])
84     # Find the row where X equals 100
85     index = np.where(temperatura[:, 0] ==temperatura_min)[0]
86
87     if len(index) > 0:
88         row_index = index[0] #el valor de la distancia en la temp min
89         d_c = temperatura[row_index, 1]
90
91
92     if x0<d_c:
93         x0=d_c
94     if x0==d_c:
95         break
96 print ("distancia de enfriamiento={:e} AU".format(d_c))

```
