

# UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

# ANÁLISIS DE SISTEMAS ROTODINÁMICOS CON ANSYS

## **TESIS** PARA OBTENER EL TÍTULO DE: **INGENIERO MECÁNICO AUTOMOTRIZ**

PRESENTA: **FÉLIX LEYVA LÓPEZ** 

## DIRECTOR DE TESIS: DR. JOSÉ GABRIEL MENDOZA LARIOS

HEROICA CIUDAD DE HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA, MÉXICO AGOSTO DE 2024

# Dedicatoria

Dedico este trabajo a todos aquellos estudiantes de ingeniería que buscan en el conocimiento una herramienta para mejorar el mundo. Que este esfuerzo sea una pequeña contribución al avance de nuestra disciplina.

Por todos los niños que enfrentan el mundo con una capacidad diferente. Que sus vidas estén llenas de esperanza, fortaleza, y el amor necesario para superar cualquier desafío. Ustedes son una fuente de inspiración y un recordatorio de que las verdaderas barreras están en la mente y no en el corazón.

# Agradecimientos

Gracias a Dios, por darme la fuerza y la sabiduría necesarias para superar los retos que se presentaron a lo largo de este camino.

Gracias a mis padres, Félix Leyva C. y Ema López J., por su amor incondicional, por creer siempre en mí y por apoyarme en cada paso de este camino. A mi hermano, David Leyva L. por su compañía y palabras de aliento en los momentos difíciles. Esta tesis es tanto suya como mía.

A mi novia Ita Cruz M., por estar siempre a mi lado, por su amor, por sus palabras de ánimo y sus consejos. Gracias por ser mi mayor apoyo, te amo.

A mis abuelos, Teodula Cruz B., Rodolfo Lopez S. y Elena Juan J. por cuidar de mí, por sus consejos y por enseñarme el valor del esfuerzo y la humildad.

A Silvia Morales G. y Sandra Martínez M. por el apoyo y cariño que me brindaron durante este proceso.

Agradezco al Dr. José Gabriel Mendoza Larios, por su guía, sabiduría y paciencia durante todo este proceso. De igual forma a mis sinodales Dr. Álvaro Mendoza Jasso, Dra. Esther Lugo Hernández y M.C. Víctor Manuel Cruz Martínez, sus enseñanzas han sido fundamentales para la realización de este trabajo.

## Resumen

En este trabajo de tesis se presenta una metodología paso a paso para el modelado y análisis de sistemas rotodinámicos mediante el método del elemento finito, utilizando el software Ansys Workbench. El análisis se realizó para dos casos de rotor de la literatura: rotor tipo Jeffcott y rotor de múltiples discos, cuya fuente de excitación se consideró un desbalance presente en el sistema. Adicionalmente, se utilizaron dos tipos diferentes de elementos finitos para el análisis: elementos tipo viga y elementos tetraédricos. Como resultado de las simulaciones se obtuvieron las frecuencias naturales y formas modales, diagramas de Campbell y la respuesta vibratoria de los sistemas rotodinámicos analizados debido al desbalance. Por otro lado, los resultados obtenidos en este trabajo se compararon con los resultados previamente reportados en la literatura, con la finalidad de validar la metodología propuesta en esta tesis. Asimismo, de esta comparación se observa que, los resultados obtenidos a partir del modelado con elementos finitos tipo viga son más cercanos a los reportados en la literatura.

# **INDICE GENERAL**

1		Intr	oduo	cción	1
	1.	1	Pla	nteamiento del problema	1
	1.	2	Just	tificación	2
	1.	3	Hip	ótesis	3
	1.	4	Obj	etivos	3
		1.4	.1	Objetivo general	3
		1.4	.2	Objetivos específicos	3
	1.	5	Me	tas	3
	1.	6	Me	todología	4
2		Est	ado (	del arte	7
	2.	1	Def	inición y características de los sistemas rotodinámicos	7
		2.1	.1	Contextualización del análisis de sistemas rotodinámicos	7
	2.	2	Fun	damentos Teóricos	8
		2.2	.1	Principales fenómenos y problemas asociados 1	0
		2.2	.2	Principios básicos del análisis dinámico de estructuras1	0
		2.2	.3	Método del elemento finito1	1
3		Ma	rco t	eórico1	3
	3.	1	Intr	oducción1	3
	3.	2	Des	balance	3
		3.2	.1	Principales causas del desbalance	3
		3.2	.2	Efectos del desbalance 1	3
		3.2	.3	Tipos de desbalance	4
	3.	3	Des	alineamiento1	6
		3.3	.1	Tipos de desalineamiento1	6

	3.4	Car	acterísticas asociadas	16
	3.4	4.1	Velocidades críticas	17
	3.4	4.2	Rotor rígido	17
	3.4	4.3	Rotor flexible	17
	3.5	Ver	ntajas del análisis mediante el método del elemento finito (MEF)	18
	3.6	Ana	álisis del elemento finito mediante ANSYS	18
	3.6	5.1	Módulo de diseño SpaceClaim	19
	3.6	5.2	Análisis modal	19
	3.6	5.3	Diagrama de Campbell	19
	3.6	5.4	Módulo Rotordynamics	20
	3.6	5.5	Análisis armónico	21
	3.6	5.6	Diagrama de Bode	21
	3.7	Ma	llado en Ansys	21
	3.7	7.1	Métodos de mallado	23
	3.8	Ecu	aciones mediante el método del elemento finito	24
	3.8	3.1	Disco	25
	3.8	3.2	Eje	25
	3.8	3.3	Rodamientos y juntas	30
	3.8	3.4	Masa de desbalance	31
	3.8	3.5	Ecuación general	31
4	Ar	nálisis	s utilizando ANSYS	33
	4.1	Cre	ación de un nuevo material en Ansys Workbench	33
	4.1	1.1	Asignación del nuevo material	35
	4.2	Rot	or tipo Jeffcott	36
	4.2	2.1	Modelado del rotor tipo Jeffcott	36

4.2.2	Modelado del rotor en Ansys SpaceClaim (Análisis tipo viga) 38
4.2.3	Configuración del análisis modal en Ansys Workbench (tipo viga) 42
4.2.4	Configuración del análisis armónico (tipo viga) 50
4.2.5	Modelado del rotor tipo Jeffcott en Ansys SpaceClaim (modelado 3D) 52
4.2.6	Configuración del análisis modal y armónico (modelo 3D) en Ansys Mechanical 54
4.2.7	Configuración del análisis armónico (modelado 3D)61
4.2.8	Resultados 64
4.3 Sis	tema rotodinámico de múltiples discos76
4.3.1	Datos para el modelado del rotor de múltiples discos
4.3.2	Modelado en Ansys SpaceClaim (Análisis tipo viga)
4.3.3	Configuración del análisis modal en Ansys Mechanical (tipo viga) 82
4.3.4	Configuración del análisis armónico (tipo viga)91
4.3.5	Modelado en Ansys SpaceClaim (modelado y análisis en 3D)
4.3.6	Configuración del análisis modal para el rotor de múltiples discos en Ansys
Mechai	nical
4.3.7	Configuración del análisis armónico (modelado 3D) 101
4.3.8	Resultados 105
4.4 An	álisis de resultados120
Conclu	siones 121
Bibliog	rafía

# Índice de figuras

Figura 1. Metodología de la investigación planteada para este trabajo de investigación	4
Figura 2. Modelo de rotor de Jeffcott (Laval o Föppl) en movimiento general [3]	8
Figura 3. Modelo de rotor hecho por Rankine (rotor de dos grados de libertad con muelle y	
masa)	9
Figura 4. Desbalance estático.	. 14
Figura 5. Desbalance de par	. 15
Figura 6. Desbalance Dinámico	. 15
Figura 7. Desalineamiento paralelo.	. 16
Figura 8. Desalineamiento angular.	. 16
Figura 9. Ejemplo de diagrama de Campbell	. 20
Figura 10. Ejemplo de diagrama de Bode- amplitud y fase vs frecuencia	. 21
Figura 11. Mallado hexaédrico de un rotor simple.	. 22
Figura 12. Mallado tetraédrico de un rotor simple.	. 22
Figura 13. Método de mallado denominado Sweep (barrido).	. 23
Figura 14. Método de mallado denominado Hexa- dominante	. 24
Figura 15. Método de mallado denominado Multi-zona	. 24
Figura 16. Representación de un eje (viga con sección transversal circular con elementos finito	26 26
Figura 17 Datos de ingeniería (creación de un nuevo material)	. 20
Figura 18 a) Creación de un nuevo material b) asignación de nombre al material	34
Figura 19. Selección de densidad y elasticidad isotrópica para el nuevo material	35
Figura 20. Asignación de los valores de densidad, módulo de Young y coeficiente de Poisson.	35
Figura 21. Asignación del nuevo material a la geometría en Ansys Mechanical.	. 36
Figura 22. Representación del rotor tipo Jeffcott hecha por Lalanne y Ferraris [22]	. 36
Figura 23. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.	. 39
Figura 24. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.	. 39
Figura 25, a) Herramienta de línea (Line), b) Herramienta de (Dimension), c) Líneas para el	
diseño del rotor tipo Jeffcott (análisis tipo viga).	. 39
Figura 26. a) Herramienta para perfiles de viga (Profiles), b) Perfil de viga circular,	. 40
Figura 27. Opción de edición para el perfil de viga.	. 40
Figura 28. Cambio de dimensión en el radio para el perfil de viga circular	. 41
Figura 29. a) Cerrar el boceto de trabajo. b) Herramienta para compartir el diseño con Ansvs	
Workbench.	. 41
Figura 30. a) Representación final del diseño tipo viga en Ansvs SpaceClaim, b) diseño	-
compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench.	. 41
Figura 31. a) Herramienta de sección trasversal (Cross Section). b) Visualización de sección	
trasversal.	. 42
Figura 32. Insertar masa puntual (Point Mass).	. 42

Figura 33.a) Detalles para la masa puntual, b) Herramienta para selección de vértice, c) Masa
puntual insertada con éxito
Figura 34. Visualización final de la masa puntual
Figura 35. Pasos para insertar la carpeta de conexiones
Figura 36. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings) 44
Figura 37. a) Valores para los rodamientos, b) Ubicación del rodamiento A, c) Ubicación del
rodamiento B
Figura 38. Visualización final de la viga con los rodamientos A y B 45
Figura 39. Pasos para insertar el método de mallado Sizing 46
Figura 40. a) Herramienta para seleccionar aristas, b) Selección del primer segmento de viga, c)
Número de divisiones para el mallado 46
Figura 41. a) Comando para generar malla, b) Mallado finalizado con un total de 10 nodos 47
Figura 42. Pestaña para la configuración del análisis modal
Figura 43. Configuración del análisis modal-activación del módulo Rotordynamics 48
Figura 44. Velocidad rotacional
Figura 45. a) Detalles para la velocidad rotacional, b) Valores para la velocidad sobre el eje Y
(RPM)
Figura 46. a) Desplazamientos remotos, b) Detalles para ambos desplazamientos remotos, c)
Ubicación del desplazamiento remoto A, d) Ubicación del desplazamiento remoto B 49
Figura 47. Visualización final de los desplazamientos remotos
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve)
<ul> <li>Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve)</li></ul>
<ul> <li>Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve)</li></ul>
<ul> <li>Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve)</li></ul>
<ul> <li>Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve)</li></ul>
<ul> <li>Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve)</li></ul>
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el       50         análisis (Solve)
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el       50         análisis (Solve).       50         Figura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.       51         Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.       51         Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de       51         Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).       52         Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.       52         Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.       53
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el50análisis (Solve).50Figura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.51Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.51Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de51Gesbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).51Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).52Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.52Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.53Figura 55. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c)
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el50análisis (Solve).50Figura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.51Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.51Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de51Gesbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).51Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).52Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.52Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.53Figura 55. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c)53
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el50análisis (Solve).50Figura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.51Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.51Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de51Gesbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).51Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).52Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.52Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.53Figura 55. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c)53Visualización del diseño del rotor tipo Jeffcott terminado.53Figura 56. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el50análisis (Solve)
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el       50         figura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.       51         Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.       51         Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de       51         Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).       52         Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.       52         Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.       53         Figura 55. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c)       53         Visualización del diseño del rotor tipo Jeffcott terminado.       53         Figura 56. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys       54         Figura 57. Visualización del modelado en 3D con el material asignado.       54
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el50análisis (Solve)
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el50análisis (Solve).50Figura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.51Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.51Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de51desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).51Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).52Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.52Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.53Figura 55. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c)53Visualización del diseño del rotor tipo Jeffcott terminado.53Figura 56. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys54Workbench, c) Diseño compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench.54Figura 58. Pasos para insertar la carpeta de conexiones.55Figura 59. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings).55
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el       50         análisis (Solve).       50         Figura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.       51         Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.       51         Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de       51         desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).       52         Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).       52         Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.       52         Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.       53         Figura 55. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c)       53         Visualización del diseño del rotor tipo Jeffcott terminado.       53         Figura 56. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys       54         Workbench, c) Diseño compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench.       54         Figura 58. Pasos para insertar la carpeta de conexiones.       55         Figura 59. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings).       55         Figura 60. a) Herramienta para selección de caras, b) Selección de la cara circular para la
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el       50         rigura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.       51         Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.       51         Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de       6         desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).       52         Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).       52         Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.       52         Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.       53         Figura 55. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c)       Visualización del diseño del rotor tipo Jeffcott terminado.         53       Figura 56. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys       54         Workbench, c) Diseño compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench.       54         Figura 58. Pasos para insertar la carpeta de conexiones.       55         Figura 59. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings).       55         Figura 60. a) Herramienta para selección de caras, b) Selección de la cara circular para la       16
Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el       análisis (Solve)

Figura 62. Visualización del modelado 3D para el rotor tipo Jeffcott con los rodamientos A y E	3.
	56
Figura 63. a) Tamaño de la malla, b) Comando para generar malla	57
Figura 64. Mallado finalizado con un total de 30,397 nodos	57
Figura 65. Pestaña para la configuración del análisis modal	58
Figura 66. Configuración del análisis modal-activación del módulo Rotordynamics	58
Figura 67. Icono para insertar la velocidad rotacional	59
Figura 68. a) Detalles para la velocidad rotacional, b) Valores para la velocidad sobre el eje Y	
(RPM).	59
Figura 69. a) desplazamientos remotos, b) Detalles para ambos desplazamientos remotos, c)	
Ubicación del desplazamiento remoto A, d) Ubicación del desplazamiento remoto B	60
Figura 70. Visualización final de los desplazamientos remotos	60
Figura 71. Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisi	S
(Solve)	61
Figura 72. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico	61
Figura 73. a) Icono de punto remoto, b) Pasos para insertar un punto remoto	62
Figura 74. Ubicación del punto remoto (masa de desbalance).	62
Figura 75. Detalles y configuración de la fuerza de rotación (masa de desbalance)	63
Figura 76. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics	63
Figura 77. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de	
desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance)	63
Figura 78. Herramienta para resolver el análisis (Solve)	64
Figura 79. Diagrama de Campbell (análisis tipo viga)	66
Figura 80. Diagrama de Campbell en Matlab [11].	66
Figura 81. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia (análisis tipo viga)	67
Figura 82. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia (Lalanne y Ferraris) [22]	67
Figura 83. Diagrama de Bode en Matlab [11].	68
Figura 84. Primer modo de vibración torsional.	69
Figura 85. Primer modo de vibración lateral.	69
Figura 86. Segundo modo de vibración lateral.	70
Figura 87. Diagrama de Campbell para el modelado 3D	72
Figura 88. Diagrama de bode amplitud vs frecuencia eje X	72
Figura 89. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia eje Z	73
Figura 90. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia (Lalanne y Ferraris) [22]	73
Figura 91. Primer modo de vibración torsional.	74
Figura 92. Primer modo de vibración lateral.	74
Figura 93. Segundo modo de vibración lateral.	75
Figura 94. Representación del diseño del rotor propuesto por Lalanne y Ferraris [22]	76
Figura 95. Proceso para insertar el módulo de análisis modal	79
Figura 96. Herramienta para seleccionar el plano de boceto	79

Figura 97. a) Herramienta de línea (Line), b) Herramienta de (Dimension), c) Líneas para el
diseño del rotor hecho por Lalanne y Ferraris (análisis tipo viga)
Figura 98. a) Herramienta para perfiles de viga (Profiles), b) Perfil de viga circular 80
Figura 99. Opción de edición para el perfil de viga 80
Figura 100. Cambio de dimensión en el radio para el perfil de viga circular
Figura 101. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys
Workbench
Figura 102. a) Representación final del diseño tipo viga en Ansys SpaceClaim, b) diseño
compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench
Figura 103. a) Herramienta de sección trasversal (Cross Section), b) Visualización de sección
trasversal
Figura 104. Insertar masa puntual (Point Mass)
Figura 105. a) Detalles para la masa puntual, b) Herramienta para selección de vértice, c) Masa
puntual insertada correctamente
Figura 106. Visualización final de las masas puntuales
Figura 107. Pasos para insertar la carpeta de conexiones
Figura 108. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings)
Figura 109. a) Valores para los rodamientos, b) Ubicación del rodamiento A, c) Ubicación del
rodamiento B
Figura 110. Visualización final de la viga con los rodamientos A y B 86
Figura 111. Pasos para insertar el método de mallado Sizing
Figura 112. a) Herramienta para seleccionar aristas, b) Selección del primer segmento de viga, c)
Número de divisiones para el mallado
Figura 113. a) Comando para generar malla, b) Mallado finalizado con un total de 14 nodos 88
Figura 114. Pestaña para la configuración del análisis modal
Figura 115. Configuración del análisis modal-activación del módulo Rotordynamics
Figura 116. Icono de Velocidad rotacional
Figura 117. a) Detalles para la velocidad rotacional, b) Valores para la velocidad sobre el eje Y
(RPM)
Figura 118. a) Desplazamientos remotos, b) Detalles para ambos desplazamientos remotos, c)
Ubicación del desplazamiento remoto A, d) Ubicación del desplazamiento remoto B 90
Figura 119. Visualización final de los desplazamientos remotos
Figura 120. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el
análisis (Solve)
Figura 121. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico91
Figura 122. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics92
Figura 123. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de
desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance)
Figura 124. Herramienta para resolver el análisis (Solve)
Figura 125. Proceso para insertar el módulo de análisis modal

Figura 126. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.	93
Figura 127. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c)	
Visualización del diseño del rotor propuesto por Lalanne y Ferraris terminado	94
Figura 128. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys	
Workbench, c) Diseño compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench	94
Figura 129. Visualización del modelado en 3D con el material asignado	95
Figura 130. Pasos para insertar la carpeta de conexiones	95
Figura 131. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings)	96
Figura 132. a) Herramienta para selección de caras, b) Selección de la cara circular para la	
ubicación de los rodamientos	96
Figura 133. a) Valores para los rodamientos, b) Ubicación del rodamiento A, c) Ubicación del	
rodamiento B	96
Figura 134. Visualización del modelado 3D para el rotor propuesto por Lalanne y Ferraris con	
los rodamientos A y B	97
Figura 135. a) Tamaño de la malla, b) Comando para generar la malla	97
Figura 136. Mallado finalizado con un total de 65,562 nodos	98
Figura 137. Pestaña para la configuración del análisis modal	98
Figura 138. Configuración del análisis modal-activación del módulo Rotordynamics	99
Figura 139. Icono para insertar la velocidad rotacional	99
Figura 140. a) Detalles para la velocidad rotacional, b) Valores para la velocidad sobre el eje Y	r
(RPM)	00
Figura 141. a) Desplazamientos remotos, b) Detalles para ambos desplazamientos remotos, c)	
Ubicación del desplazamiento remoto A, d) Ubicación del desplazamiento remoto B 1	00
Figura 142. Visualización final de los desplazamientos remotos 1	01
Figura 143. Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el anális	is
(Solve)	01
Figura 144. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico 1	02
Figura 145. a) Icono de punto remoto, b) Pasos para insertar un punto remoto 1	02
Figura 146. Ubicación del punto remoto (masa de desbalance) 1	03
Figura 147. Detalles y configuración de la fuerza de rotación (masa de desbalance) 1	03
Figura 148. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics 1	04
Figura 149. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de	
desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance) 1	04
Figura 150. Herramienta para resolver el análisis (Solve) 1	04
Figura 151. Resultados obtenidos de la literatura de Lalanne y Ferraris 1	07
Figura 152. Diagrama de Campbell en Ansys Mechanical para el rotor de múltiples discos 1	08
Figura 153. Diagrama de Campbell obtenido de la literatura de Lalanne y Ferraris 1	08
Figura 154. Diagrama de Campbell en Matlab [11] 1	09
Figura 155. Diagrama de Bode obtenido de Matlab [11] 1	10
Figura 156. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia en Ansys Mechanical eje X 1	10

Figura 157. Diagrama de Bode obtenido de la literatura de Lalanne y Ferraris	111
Figura 158. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia en Ansys Mechanical (eje Z)	111
Figura 159. Primer modo de vibración torsional	112
Figura 160. Primer modo de vibración lateral	112
Figura 161. Segundo modo de vibración lateral	113
Figura 162. Tercer modo de vibración lateral	113
Figura 163. Cuarto modo de vibración lateral	114
Figura 164. Quinto modo de vibración lateral	114
Figura 165. Diagrama de Campbell en Ansys Mechanical para el rotor de múltiples discos	116
Figura 166. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia en Ansys Mechanical (eje X)	117
Figura 167. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia en Ansys Mechanical (eje Z)	117
Figura 168. Primer modo de vibración torsional.	118
Figura 169. Primer modo de vibración lateral	119
Figura 170. Segundo modo de vibración lateral	119
Figura 171. Tercer modo de vibración lateral	120

# Índice de tablas

Tabla 1. Comparativa entre rotor flexible y rotor rígido.         17	7
Tabla 2. Datos para el material propuesto por [22].    33	3
Tabla 3. Datos para el diseño del eje y disco del rotor tipo Jeffcott [22]	7
Tabla 4. Valores de la masa y momentos de inercia	7
Tabla 5. Parámetros de rigidez y amortiguamiento de los rodamientos. [22].       38	3
Tabla 6. Datos para la masa de desbalance [22].    38	3
Tabla 7. Número de divisiones para el mallado de los segmentos de viga	7
Tabla 8. Resultados del análisis tipo viga para el rotor tipo Jeffcott	5
Tabla 9. Resultados del análisis en el modelado en 3D para el rotor tipo Jeffcott	l
Tabla 10. Datos para el diseño de los discos [22]	7
Tabla 11. Valores para los segmentos de L (longitud total) [22]	7
Tabla 12. Valores de la masa de los discos y momentos de inercia.    77	7
Tabla 13. Valores de los rodamientos [22].    78	3
Tabla 14. Datos para la masa de desbalance [22].    78	3
Tabla 15. Número de divisiones para el mallado de los segmentos de viga	7
Tabla 16. Resultados del análisis tipo viga en Ansys Mechanical para el rotor de múltiples	
discos	5
Tabla 17. Velocidades críticas obtenidas de la literatura de Lalanne y Ferraris	3
Tabla 18. Resultados del análisis (modelado 3D) en Ansys Mechanical para el rotor de múltiples	
discos	5

# Capítulo

### 1 Introducción

Un rotor se considera la parte giratoria central dentro de una máquina o dispositivo. Su función principal es generar energía cinética o movimiento rotativo a partir de diversas fuentes de energía, como la eléctrica, hidráulica o térmica. Los rotores suelen diseñarse de manera específica para el tipo de máquina o el uso requerido [2].

La maquinaria rotativa está presente en diversas industrias, como la automotriz, la generación de energía, la química y petroquímica, la manufacturera, la industria marítima, la minería y la turbomaquinaria, entre otras.

En la maquinaria rotativa, es crucial prevenir posibles fallas mecánicas para garantizar una instalación y funcionamiento adecuados de la máquina. El riesgo de fallos mecánicos y el tiempo que la maquinaria permanece fuera de servicio repercuten directamente en la economía de la empresa. Por lo tanto, los costos solo pueden reducirse si los problemas se anticipan y evitan.

De acuerdo con la teoría de vibraciones, todo cuerpo tiende a vibrar si tiene masa y elasticidad. El desbalance y el desalineamiento del rotor son las principales causas de vibraciones en la maquinaria rotativa, ya que los rotores en las máquinas no son completamente rígidos. Tienen una respuesta dinámica cuando se les aplican fuerzas de excitación de tipo mecánico, magnético y aerodinámico. Es crucial evitar las vibraciones críticas en la maquinaria, ya que pueden causar daños tanto al rotor como a la carcasa o los cimientos de la máquina.

### 1.1 Planteamiento del problema

Los sistemas rotodinámicos están sometidos a diferentes desafíos en cuanto a dinámica se refiere e impactan directamente en su rendimiento, confiabilidad, seguridad operativa y costos, un análisis preciso es fundamental para garantizar el diseño, buen funcionamiento e instalación de la maquinaria rotativa.

El análisis de sistemas rotodinámicos es un área fundamental en la ingeniería mecánica que aborda el estudio de componentes rotativos críticos en una variedad de aplicaciones industriales. Sin embargo, la complejidad inherente de estos sistemas, junto con la falta de herramientas adecuadas, puede dificultar su comprensión y análisis para los estudiantes de ingeniería.

La falta de oportunidades para que los estudiantes adquieran experiencia práctica en el análisis de sistemas rotodinámicos puede afectar negativamente su preparación para enfrentar desafíos en la industria y desarrollar soluciones innovadoras en este campo. Además, la escasez de recursos educativos que aborden específicamente este tema de manera comprehensiva y accesible puede dificultar aún más el proceso de aprendizaje para los estudiantes.

En este contexto, la integración de herramientas avanzadas como ANSYS en el currículo de ingeniería mecánica puede ofrecer una solución efectiva para abordar estas deficiencias educativas. Sin embargo, la falta de investigación y desarrollo de metodologías específicas para la enseñanza y el aprendizaje de análisis de sistemas rotodinámicos con ANSYS representa una brecha significativa en la formación de los estudiantes de ingeniería.

Por lo tanto, existe una necesidad urgente de investigar y desarrollar herramientas educativas innovadoras que utilicen ANSYS para facilitar el aprendizaje y la comprensión de los conceptos relacionados con el análisis de sistemas rotodinámicos. Estas herramientas no solo permitirían a los estudiantes adquirir experiencia práctica en el uso de software especializado, sino que también mejorarían su comprensión de los principios fundamentales de los sistemas rotodinámicos y las vibraciones.

Por lo tanto, en esta tesis se propone desarrollar herramientas educativas que utilicen ANSYS para mejorar el aprendizaje y la comprensión de los conceptos relacionados con los sistemas rotodinámicos, beneficiando así a un mayor número de estudiantes de ingeniería y preparándolos mejor para enfrentar desafíos en la industria.

### 1.2 Justificación

La justificación para integrar ANSYS en el estudio de sistemas rotodinámicos se basa en su capacidad para preparar a los estudiantes para la industria, proporcionarles experiencia práctica, brindar acceso a recursos especializados y desarrollar habilidades transferibles. Esta integración mejora significativamente la calidad de la educación en ingeniería mecánica y prepara a los estudiantes de manera más efectiva para enfrentar los desafíos del mundo real en sus futuras carreras profesionales.

Los estudiantes que dominan el uso de software especializado como ANSYS están mejor equipados para enfrentar los desafíos de la industria. El análisis de sistemas rotodinámicos es un área crítica en la ingeniería mecánica, y la capacidad de utilizar herramientas de simulación como ANSYS es altamente valorada por los empleadores.

El aprendizaje práctico es fundamental para la comprensión profunda de conceptos técnicos. Al proporcionar a los estudiantes la oportunidad de aplicar los principios teóricos de la dinámica de sistemas rotodinámicos y las vibraciones en situaciones de la vida real a través de la simulación con ANSYS, están obteniendo una experiencia práctica prometedora, esta experiencia no solo fortalece su comprensión de los conceptos, sino que también desarrolla habilidades prácticas de resolución de problemas, análisis y toma de decisiones.

El dominio de ANSYS no solo es relevante para el análisis de sistemas rotodinámicos, sino que también desarrolla habilidades transferibles que son valiosas en una variedad de contextos profesionales. Estas habilidades incluyen la capacidad de utilizar software de simulación,

interpretar y analizar datos, comunicar resultados técnicos de manera efectiva y trabajar en equipos multidisciplinarios.

## 1.3 Hipótesis

La utilización efectiva del software ANSYS mediante la implementación del método del elemento finito en el análisis de sistemas rotodinámicos resultará en una mejora en la comprensión de los conceptos de dinámica de sistemas rotodinámicos y vibraciones por parte de los estudiantes de ingeniería mecánica, así como en el desarrollo de habilidades prácticas para resolver problemas complejos en la industria automotriz.

## 1.4 Objetivos

## 1.4.1 Objetivo general

El objetivo general de esta investigación es desarrollar e implementar el método del elemento finito utilizando el software comercial ANSYS Workbench para el análisis de sistemas rotodinámicos, con el propósito de mejorar la comprensión y preparación de los estudiantes de ingeniería mecánica en este campo.

## 1.4.2 Objetivos específicos

1.- Desarrollar un modelo virtual de un sistema rotodinámico práctico de la literatura utilizando ANSYS Workbench, que incluya los componentes básicos del sistema.

2.- Validar el modelo virtual del sistema rotodinámico mediante comparaciones contra resultados presentados en la literatura.

3.- Explorar y optimizar los parámetros de simulación en ANSYS para garantizar la precisión y eficiencia del análisis de sistemas rotodinámicos.

4.- Investigar e implementar técnicas de optimización basadas en elemento finito utilizando ANSYS Workbench con la intención de mejorar el rendimiento de los sistemas rotodinámicos, minimizando las vibraciones y maximizando la eficiencia operativa.

## 1.5 Metas

**I.-** Desarrollar un modelo de simulación en ANSYS mediante el método del elemento finito para un caso práctico seleccionado de la literatura Rotordynamics Prediction in Engineering hecha por Michel Lalanne y Guy Ferraris representado en la página 126, capítulo 6.

Alcanzable: Utilizando la documentación de ANSYS, tutoriales en línea y recursos de ingeniería, se podrá desarrollar un modelo detallado de la geometría seleccionada dentro del tiempo y recursos disponibles.

II.- Validar los modelos desarrollados mediante comparaciones con datos reportados en la literatura.

Se realizarán comparaciones cuantitativas entre los resultados de la simulación y los datos disponibles en la literatura.

Alcanzable: Se seleccionarán dos estudios previos relevantes que proporcionen datos experimentales para validar el modelo desarrollado.

**III.-** Diseñar y desarrollar herramientas educativas interactivas (tutoriales) basadas en ANSYS para el aprendizaje del análisis de sistemas rotodinámicos.

Alcanzable: Se utilizarán las funciones de modelado y visualización de ANSYS para crear herramientas educativas interactivas (tutoriales) que aborden conceptos clave del análisis de sistemas rotodinámicos.

#### 1.6 Metodología

La metodología que se utilizó en este trabajo de investigación se basa en el método de la investigación tecnológica presentada por Canales et al [1]. En la Figura 1.4 se muestra un esquema de la metodología.



Figura 1. Metodología de la investigación planteada para este trabajo de investigación

Consiste en las siguientes fases:

- I. Documentación: Consiste en realizar la búsqueda, recolección y clasificación de la información relacionada con: Sistemas rotodinámicos, rotores, maquinaria rotativa, método del elemento finito, introducción al análisis del elemento finito mediante el software ANSYS y condiciones de mallado. La información seleccionada es utilizada para realizar el estado del arte, marco teórico, así como sentar las bases para desarrollar el trabajo de investigación y analizar los métodos y pasos en dichos temas de forma correcta.
- II. Determinación del problema. El problema principal que motiva esta investigación es la falta de herramientas y recursos educativos que aborden de manera efectiva el análisis de sistemas rotodinámicos utilizando ANSYS, lo que limita el desarrollo profesional y la preparación de los estudiantes de ingeniería en este campo. Por lo tanto, en esta tesis se propone desarrollar

herramientas educativas que utilicen ANSYS para mejorar el aprendizaje y la comprensión de los conceptos relacionados con los sistemas rotodinámicos, beneficiando así a un mayor número de estudiantes de ingeniería y preparándolos mejor para enfrentar desafíos en la industria.

- III. Creación de la hipótesis. Para este trabajo de investigación la hipótesis es la siguiente: La utilización efectiva del software ANSYS mediante la implementación del método del elemento finito en el análisis de sistemas rotodinámicos resultará en una mejora significativa en la comprensión de los conceptos de dinámica de sistemas rotodinámicos y vibraciones por parte de los estudiantes de ingeniería mecánica, así como en el desarrollo de habilidades prácticas para resolver problemas complejos en la industria automotriz.
- IV. Definición del método. Se emplea el análisis de sistemas rotodinámicos mediante el método del elemento finito, este consiste en la aproximación de ecuaciones diferenciales parciales complejas mediante una herramienta computacional como ANSYS para dar soluciones aproximadas a los distintos problemas presentes en la maquinaria rotativa, obtener simulaciones, diagramas y resultados sin tener que emplear equipos costosos de medición de vibraciones.
- V. Resolución, validación y verificación. En la etapa de resolución, se llevarán a cabo las actividades destinadas a resolver los problemas principalmente relacionados con el desbalance, el desarrollo de modelos de simulación en ANSYS y la aplicación de técnicas de optimización. Validación: En esta etapa, se verificará si los modelos y resultados obtenidos de las simulaciones en ANSYS son consistentes con los datos reportados en la literatura Rotordynamics Prediction in Engineering hecha por Michel Lalanne y Guy Ferraris o con resultados de análisis teóricos bien establecidos.

Verificación: En esta etapa, se verificará que los modelos y simulaciones en ANSYS estén libres de errores y que sean representativos y confiables para su uso en la investigación y el desarrollo de herramientas educativas.

VI. Análisis de resultados y conclusiones. En el análisis de resultados y conclusiones se pretende destacar las similitudes y diferencias entre los resultados numéricos obtenidos de las simulaciones en ANSYS y los datos reportados en la literatura utilizados para validar los modelos.

Analizar los resultados de las simulaciones en ANSYS para evaluar el rendimiento de los sistemas rotodinámicos bajo diferentes configuraciones y condiciones.

VII. Redacción del informe final. Después de finalizar la investigación, se procede a redactar el informe final. El propósito principal de este escrito es transmitir de manera clara y coherente los resultados, descubrimientos, comprobaciones y análisis obtenidos a lo largo de todo el proceso de investigación.

# Capítulo 2

## 2 Estado del arte

Desde el siglo XVIII se ha venido desarrollando la teoría de las máquinas rotativas. Las necesidades del hombre crecen a un ritmo acelerado y, como consecuencia, surgió la necesidad de estudiar y analizar sistemas rotativos complejos. La dinámica de rotores abarca más de 150 años de historia y fue desarrollada más mediante la práctica que a través de la teoría. No fue hasta el siglo XX cuando se consolidó como una disciplina específica de la ingeniería mecánica. [3].

#### 2.1 Definición y características de los sistemas rotodinámicos

Los sistemas rotodinámicos son sistemas mecánicos o estructurales que implican componentes en rotación, como turbinas, rotores, ejes o engranajes, y se encuentran presentes en diversas industrias. Estos sistemas involucran fuerzas inerciales, efectos de velocidad angular, efecto Coriolis y momentos giroscópicos. Además, suelen presentar vibraciones y resonancias, las cuales pueden afectar el rendimiento y la estabilidad de la maquinaria rotativa [2].

El análisis de sistemas rotodinámicos presenta diferentes desafíos y se debe principalmente a la complejidad de los efectos asociados con las velocidades de rotación, se requieren de herramientas computacionales como Ansys para la simulación y el estudio de los diferentes sistemas rotodinámicos.

#### 2.1.1 Contextualización del análisis de sistemas rotodinámicos

La maquinaria rotativa surge de la necesidad de aumentar la generación de energía, mejorar la producción y procesamiento de materiales, automatizar procesos industriales, así como facilitar el transporte y la comunicación. Es por eso que la maquinaria rotativa está presente en diversas industrias, como la automotriz, la generación de energía, la química y petroquímica, la manufactura y producción, la marítima, la minera y la turbomaquinaria, entre otras.

En la actualidad, la mayoría de los procesos industriales y la maquinaria requieren altas velocidades de operación. Tal es el caso de los turbocompresores de automóviles de tamaño mediano, los cuales alcanzan velocidades entre 80,000 y 150,000 RPM durante su funcionamiento normal. Algunos automóviles pueden llegar hasta las 200,000 RPM como máximo. El propósito de estudiar la dinámica de rotores es minimizar la energía vibratoria [2].

#### 2.2 Fundamentos Teóricos

Rankine en (1869) realizo el primer análisis de un rotor y determino la velocidad crítica, también predijo que a partir de cierta velocidad el eje se deforma considerablemente, lo que llamo el efecto torbellino. Por torbellino se entiende el movimiento del centro del disco (o discos) desviado en un plano perpendicular al eje del cojinete [3]

En 1883 el ingeniero sueco DeLaval desarrolló una turbina de vapor de impulso de una sola etapa, consiguió hacerla girar a 42,000 RPM y tuvo aplicaciones en la industria marítima, Figura 3.

En 1919 Jeffcott realiza un estudio en el cual confirma una predicción hecha por Föppl, la cual se refiere a que existe una solución estable en una condición crítica muy particular, en el análisis Jeffcott va más allá e incluye la amortiguación externa, la cual hace referencia a las fuerzas que frenan el movimiento y que dependen solo de la velocidad del rotor, así mismo incluye la amortiguación interna la cual se presenta cuando el eje se deforma y suele llamarse amortiguación de rotación. Las contribuciones de Jeffcott fueron significativas, ya que propuso un modelo simplificado llamado rotor Jeffcott el cual ha sido muy influyente en el estudio de la dinámica de rotores, Figura 2, este modelo simplificado también se denomina rotor de Laval y rotor de Föppl, en honor de Laval y Föppl [3].



Figura 2. Modelo de rotor de Jeffcott (Laval o Föppl) en movimiento general [3].



Figura 3. Modelo de rotor hecho por Rankine (rotor de dos grados de libertad con muelle y masa).

Dunkerley realizó contribuciones significativas a la dinámica de rotores y al entendimiento de las velocidades críticas, a través de mediciones detalladas estableció una relación que permite calcular la primera velocidad crítica incluso para rotores con múltiples grados de libertad, la relación es ampliamente conocida hoy en día gracias a los trabajos posteriores realizados por Southwell [3].

Dunkerley también acuñó el término 'velocidad crítica' para referirse a las velocidades de resonancia de giro. A pesar de contar con un entendimiento general de las velocidades críticas, el comportamiento del eje a velocidades no críticas era desconocido. No fue hasta que se calcularon las vibraciones causadas por desequilibrios, como lo describió Föppl en 1895, y se empleó un modelo sin tener en cuenta la amortiguación, que se demostró que un disco desequilibrado rotaría en sincronía con el lado más pesado (marcado como un punto negro), proyectándose hacia afuera cuando la rotación era subcrítica y hacia adentro cuando era supercrítica [3].

En 1924 Stodola escribió su libro titulado "La dinámica de las máquinas giratorias y su aplicación", este libro fue fundamental en el estudio de la dinámica de rotores y se considera una obra magistral en el campo de la ingeniería mecánica, el libro aborda temas como: el comportamiento dinámico de un eje elástico, el fenómeno de la resonancia secundaria debido a la gravedad, equilibrio de rotores, métodos para estimar las velocidades críticas de los rotores con secciones de forma variable, entre otros. Stodola también presentó un método gráfico para calcular las velocidades críticas, además demostró que las soluciones supercríticas se volvían estables gracias a la presencia de aceleraciones de Coriolis, las cuales daban lugar a momentos giroscópicos.

En 1980, Jenny descubrió mediante un experimento que las juntas afectan el comportamiento de los rotores en máquinas que manipulan fluidos, como es el caso de los compresores, donde el rotor se vuelve inestable durante el funcionamiento.

A medida que avanzaba la industria, se necesitaban rotores más ligeros y que giraran a mayores velocidades, lo que trajo consigo problemas significativos relacionados con las vibraciones no

lineales, como los subarmónicos y los superarmónicos. Yamamoto, en los años 1955 y 1957, informó sobre un tipo de vibración subarmónica causada por los rodamientos de bolas. Tondl, en 1965, estudió las vibraciones no lineales causadas por películas de aceite en cojinetes de deslizamiento.

Ehrich en 1966 reportó vibraciones subarmónicas presentes en una turbina de gas de un avión causadas por el juego radial de los amortiguadores de película de aceite [3].

#### 2.2.1 Principales fenómenos y problemas asociados

Las vibraciones autoexcitadas se producen por fuerzas que no se conservan y, a largo plazo, pueden dañar o incluso destruir la maquinaria rotativa.

En 2004, Ecker y Tondl propusieron una estrategia para contrarrestar las vibraciones autoexcitadas. El método consiste en el fenómeno llamado antirresonancia, que ocurre cuando dos modos cercanos tienen efectos opuestos. Introdujeron una forma de estabilización paramétrica mediante la incorporación de una rigidez que varía con el tiempo en los soportes de apoyo. El resultado fue la cancelación de las vibraciones autoexcitadas a través del proceso de excitación paramétrica [3].

Shaw y Balachandran en 2008 proporcionaron una revisión exhaustiva sobre el comportamiento de los sistemas mecánicos, incluida la maquinaria rotativa, cuando están sujetos a fuerzas no conservativas. Estas fuerzas pueden generar vibraciones de gran amplitud y dañar la maquinaria.

En 1889, Laval construyó una turbina de una sola etapa y descubrió que pasar rápidamente por el punto de resonancia con una cantidad suficiente de potencia permite reducir significativamente la amplitud máxima de las vibraciones. Por el contrario, se produce el efecto Sommerfeld, descubierto en 1927 por el físico Arnold Sommerfeld. Este efecto hace que el sistema vibratorio no pueda pasar la resonancia, lo que resulta en un aumento significativo de la amplitud de las vibraciones a medida que la frecuencia de excitación se acerca a una de las frecuencias naturales del sistema. Requiere una intensa interacción entre el sistema dinámico y el motor para evitarlo.

#### 2.2.2 Principios básicos del análisis dinámico de estructuras

En las máquinas rotativas es indispensable eliminar cualquier desequilibrio en la distribución de masas alrededor del rotor para mitigar las vibraciones no deseadas.

Con la llegada de las máquinas rotativas de alta velocidad, fue necesario implementar otros métodos de equilibrado específicamente para rotores que operan por encima de la velocidad crítica. Federn (1957) y Bishop y Gladwell (1959) propusieron el método de equilibrado modal, el cual es específico para rotores flexibles y tiene la capacidad de enfocarse en corregir las vibraciones que tienen un impacto significativo en la maquinaria [3].

Rathbone (1929) propuso el método del coeficiente de influencia, desarrollado en Estados Unidos en conjunto con los avances en computadoras y equipos de medición. Este método permite calcular cuánto contribuye un desequilibrio en una ubicación a las vibraciones en otras partes del rotor. Es especialmente útil para el equilibrado preciso de rotores.

#### 2.2.3 Método del elemento finito

El MEF está pensado para ser usado en computadoras y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas. El MEF se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido enormemente, siendo el requisito básico que las ecuaciones constitutivas y ecuaciones de evolución temporal del problema sean conocidas de antemano [4].

En 1941, Hernkoff, presentó una solución de problemas de elasticidad usando el "método de trabajo de marco". Después en 1943 Courant en su trabajo "Variational Methods of the solution of problems of equilibrium and Vibrations" utilizó interpolación polinomial por partes sobre subregiones triangulares para modelar problemas de torsión. Turner y otros científicos obtuvieron matrices de rigidez para armaduras, vigas y otros elementos, presentando sus hallazgos en 1956 [4].

El término "elemento finito" fue usado por primera vez por Clough hacia finales del año 1960, en el contexto del análisis plano de tensiones y ha estado en uso común desde esa época [5].

El primer libro de elemento finito por Zienkiewicz y Chung fue publicado en 1967 llamado "The finite Element Method in structural and continium Mechanics". A finales de la década de los 1960, el análisis por elemento finito se aplicó a problemas no lineales y de grandes deformaciones [4].

El libro de Oden sobre continuos no lineales apareció en 1972. Aunque ciertas características del elemento finito fueron encontradas en los trabajos de Hernkoff en 1941 y Courant en 1943, su presentación formal se atribuye a Kelsey en 1960 y a Turner, Clough, Martin y Topp en 1956 [6]. Hacia mediados de los años 1960, el código de software de elemento finito NASTRAN se desarrolló junto con el programa de exploración espacial de los Estados Unidos en la NASA. Reconociendo este hecho, NASTRAN fue el primer paquete de elemento finito capaz de abordar problemas de gran magnitud. Era, y todavía es, capaz de manipular centenares de miles de grados de libertad asociados con el campo nodal de la variable de interés [5].

En 2010 Rodríguez realizó el estudio llamado "Simulación mediante el método del elemento finito de una estructura metálica" con ayuda del software ANSYS. El objetivo de este proyecto fue el análisis de una estructura real mediante el método del elemento finito, la estructura es un emparrillado metálico de vigas cuyo objetivo era soportar las cargas de un quiosco de música y transmitir esas cargas a los pilares de un aparcamiento [7].

En 2011 Santos realizó un proyecto de investigación titulado "Uso de software de elementos finitos Ansys, en el diseño estructural de un vehículo todo terreno". El proyecto de investigación buscaba determinar la influencia del uso de software CAD (Dibujo Asistido por Computador) y CAE (Ingeniería Asistida por Computador), en el proceso de diseño y construcción de un vehículo todo terreno; a través del software Ansys se determinaron los esfuerzos, las deformaciones, los factores de seguridad y las frecuencias naturales de cada uno de los componentes del vehículo [8].

En 2014 Corro et al. [9] realizó una investigación llamada "Respuesta vibratoria de un rotor desbalanceado con eje flexible soportado por chumaceras cortas hidrodinámicas con excitación" En este trabajo se estudian los efectos que tienen sobre el comportamiento dinámico de un rotor el uso de chumaceras hidrodinámicas cortas como soporte. Se presentan soluciones de tipo numérico fundamentadas en teoría del elemento finito. Varios modelos de rotor se crearon a partir de la programación de códigos en ANSYS APDL en un grado ascendente de complejidad. La solución de estos modelos permite realizar análisis del tipo modal, armónico y transitorio.

En 2019 Zezatti y Castro realizaron un análisis titulado "Análisis numérico de la interacción fluido-estructura en el rotor de un generador eólico". En el presente trabajo se analiza un rotor de una turbina eólica instalada al norte del país considerando las condiciones reales de velocidad de viento y las temperaturas presentadas por cada estación del año para su análisis en Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), y posteriormente realizar un análisis por elemento finito mediante Ansys para conocer los esfuerzos en los álabes. Los resultados mostraron una distribución de esfuerzos en la raíz del álabe demostrando la relación de la temperatura, con la densidad del aire y con la potencia [10].

En 2020 Mendoza-Larios et al [11] desarrolló una plataforma computacional para el análisis y simulación de sistemas rotor cojinete de múltiples grados de libertad. La plataforma computacional se programó utilizando el software comercial Matlab, y está soportada por la formulación matemática basada en el método del elemento finito para el modelado de sistemas rotodinámicos.

# Capítulo 3

## 3 Marco teórico

## 3.1 Introducción

En este capítulo se resalta la importancia de los sistemas rotodinámicos en las diferentes industrias, algunos de los problemas más comunes en máquinas rotativas como son el desbalance y el desalineamiento, las características asociadas a los rotores y por supuesto la importancia y el uso del programa Ansys como herramienta computacional para el estudio y análisis de sistemas rotodinámicos.

## 3.2 Desbalance

El desbalance es la distribución irregular de las masas de un cuerpo respecto al centro geométrico o de rotación. Se define el desbalance como la condición donde el eje de inercia del rotor no coincide con su eje de rotación, provocando que el giro no sea concéntrico y produciéndose, la descompensación de masas que al girar con cierta aceleración originan fuerzas excitadoras radiales y/o momentos dinámicos que en consecuencia producen vibraciones [12].

Se debe evitar el desbalance en las máquinas rotativas ya que constituye entre el 80 y 90% de los problemas asociados con la vibración, las máquinas rotativas experimentan vibraciones excesivas que tienen como resultado serios daños y pérdidas económicas para las empresas que los usan.

### 3.2.1 Principales causas del desbalance

- Corrosión
- Distorsión por presión o temperaturas de trabajo
- Montaje defectuoso de componentes
- Falta de simetría en partes rotativas de la máquina
- Componentes doblados o rotos
- Desgaste en partes rotativas de la máquina
- Cambios bruscos en la temperatura de operación y cambios en el flujo de trabajo

## 3.2.2 Efectos del desbalance

Algunos de los efectos más comunes del desbalance son:

- Desgaste excesivo de componentes
- Daños en rodamientos, chumaceras y bujes
- Aumento del consumo de energía
- Calentamiento

- Aumento en el nivel de ruido
- Vibraciones periódicas y/o destructivas
- Pérdida de precisión en máquinas utilizadas en el maquinado de piezas

Una máquina alineada correctamente no presenta interrupciones, alarga la vida útil de la maquinaria y de diferentes componentes, además de que produce un ahorro monetario en la energía y reduce los costos de operación.

#### 3.2.3 Tipos de desbalance

#### 3.2.3.1 Desbalance estático

El desbalance estático se presenta cuando el eje de rotación no coincide con el eje de masa, es decir, el eje de centro de masa se desplaza de forma paralela al eje de rotación debido a la distribución no uniforme de la masa, tal como se muestra en la Figura 4. El desbalance estático afecta incluso cuando el rotor no está en rotación y provoca oscilaciones paralelas al eje de rotación cuando el rotor está en funcionamiento [12].



#### Figura 4. Desbalance estático.

#### 3.2.3.2 **Desbalance de par**

El desbalance de par se presenta en máquinas rotativas cuando el eje principal de inercia se cruza con el eje de rotación en el centro de masa del rotor, cuando el rotor gira, realiza un movimiento de inclinación perpendicular al eje de rotación y debido a los dos desbalances presenta un momento o par, tal como se muestra en la Figura 5 [12].

El desbalance de par se puede corregir agregando un momento o par opuesto, es decir se colocan dos masas de balanceo a una separación de 180°, este tipo de desbalance se presenta en ejes rotativos largos.



Figura 5. Desbalance de par.

#### 3.2.3.3 Desbalance dinámico

El desbalance dinámico se presenta cuando el eje de rotación no coincide con el eje principal de inercia, tal como se muestra en la Figura 6 [12], la característica principal del desbalance dinámico es que solo se presenta cuando el rotor está en movimiento de rotación, el desbalance dinámico es una combinación de un desbalance estático y un desbalance de par, siendo uno de ellos el que predomina.

El desbalance dinámico es común en casi todos los rotores y en realidad un rotor no presenta un solo desbalance, tiene un número infinito de desbalances distribuidos de manera aleatoria a lo largo del eje de rotación.



Figura 6. Desbalance Dinámico.

#### 3.3 Desalineamiento

El desalineamiento ocurre cuando dos ejes conectados mediante un acoplamiento o chumacera no se encuentran colineales uno respecto del otro. Es un problema muy común en máquinas rotativas y constituye la gran mayoría de problemas junto con el desbalance [13].

#### 3.3.1 Tipos de desalineamiento

• Lateral paralelo: Los ejes de rotación no se encuentran colineales, se encuentran separados paralelamente, tal como se muestra en la Figura 7.



Figura 7. Desalineamiento paralelo.

• Desalineamiento angular: Ocurre cuando dos ejes forman un ángulo a partir del centro de giro, la Figura 8 muestra la representación del desalineamiento angular.



Figura 8. Desalineamiento angular.

Una forma de distinguir entre desalineación y desequilibrio es aumentar la velocidad de la máquina. El nivel de vibración debido al desequilibrio aumentará en proporción al cuadrado de la velocidad, mientras que la vibración debida a la desalineación no aumentará [14].

#### 3.4 Características asociadas

En rotodinámica existen características que son importantes dentro del contexto de los rotores para entender el análisis, en rotodinámica los rotores se clasifican en dos categorías importantes, rotores rígidos y rotores flexibles, las características dependen de las velocidades críticas, velocidad rotacional y rango de velocidades de trabajo.

#### 3.4.1 Velocidades críticas

Las velocidades críticas en rotodinámica son puntos importantes de estudio, son velocidades específicas en las que ocurren fenómenos particulares relacionados con inestabilidades, vibraciones no deseadas y resonancias.

La resonancia se produce cuando la frecuencia de la fuerza de excitación que incide sobre el sistema coincide con alguna de las frecuencias naturales del sistema.

Es importante conocer y gestionar las velocidades críticas de un rotor para evitar problemas de vibración excesiva que resultan en daños catastróficos para la maquinaria.

#### 3.4.2 Rotor rígido

Se considera rotor rígido cuando la velocidad critica a la que opera, es decir la frecuencia a la cual ocurre la resonancia es menor al 70 %. También se considera rotor rígido cuando la deformación es despreciable dentro del rango de velocidades a las que opera [15].

#### 3.4.3 Rotor flexible

Un rotor flexible es un tipo de rotor que experimenta deformaciones significativas debido a la flexión cuando gira a altas velocidades. A diferencia de los rotores rígidos, los cuales mantienen su forma durante la operación, los rotores flexibles pueden experimentar desplazamientos y vibraciones en su estructura debido a la acción de fuerzas centrífugas, desequilibrios o desalineamiento [15].

La Tabla 1 compara el rotor flexible contra el rotor rígido con base a sus características importantes.

Rotor Flexible	Rotor rígido
Flexibilidad estructural	Rigidez estructural
Reducción de vibraciones	Mayor transmisión de vibraciones
Adaptabilidad a desequilibrios	Mayor rigidez torsional
Menor rigidez torsional	Mejor rendimiento en cargas pesadas y
	altas velocidades

Tabla 1. Comparativa entre rotor flexible y rotor rígido.
# 3.5 Ventajas del análisis mediante el método del elemento finito (MEF)

La implementación del método del elemento finito (MEF) ofrece distintas ventajas para resolver problemas matemáticos y físicos complejos. A continuación, se mencionan algunas de las ventajas del análisis mediante el método del elemento finito

- Reducción de costos y tiempos: Permite evaluar y diseñar prototipos de forma virtual lo que reduce los costos y el tiempo asociado al diseño y experimentación en la vida real.
- Adaptabilidad a geometrías complejas: Puede adaptarse a distintas geometrías complejas por medio de la subdivisión del dominio, esto se puede obtener gracias a la calidad del mallado, entre mayor densidad tenga la malla la solución converge hacia la solución exacta.
- Facilidad de implementación: Hoy en día existen distintas herramientas computacionales que ofrecen una interfaz adaptable y fácil de manejar para el usuario, con la finalidad de que no tenga que escribir el código desde cero.
- Interacción entre distintos campos físicos: Se pueden abordar problemas que involucren diferentes campos físicos, para este caso de estudio en particular se puede acoplar el estudio de sistemas rotodinámicos con la mecánica de estructuras y la trasferencia de calor.
- Eficiencia computacional: Con la evolución del hardware y distintas técnicas modernas es posible tener análisis eficientes y en menor tiempo.
- Adquisición de conocimientos precisos del comportamiento de las distintas estructuras, prototipos, herramientas entre otros que se pueden analizar con el método del elemento finito.
- Versatilidad: Puede adaptarse a diferentes problemas de la ingeniería además de someter a diferentes piezas a un sinfín de condiciones de contorno y comparar resultados.

Si bien con la técnica de análisis del elemento finito no se llega a la solución real sino solo a una aproximación, ya que las estructuras y los procesos físicos son afectados por muchos factores de carácter aleatorio que no son tomados en cuenta por el (MEF). Mediante el refinado de malla o la inclusión de condiciones de contorno puede aproximarse a la solución real de una manera eficiente como para dar por válidos los resultados [16].

# 3.6 Análisis del elemento finito mediante ANSYS

Ansys es un software de simulación utilizado en ingeniería, permite simular y diseñar sistemas físicos complejos, facilita la optimización del diseño mediante la evaluación de múltiples escenarios, algunos de ellos cercanos a la realidad, además proporciona una serie de herramientas que facilitan el análisis y diseño de sistemas complejos. ANSYS se basa en el método del elemento finito, descompone los sistemas complejos en elementos más pequeños con el fin de simular y modelar el comportamiento en cada parte, en consecuencia, el software obtiene resultados precisos.

A continuación, se describen diferentes herramientas y módulos de ANSYS los cuales son de gran importancia en el análisis de estructuras, fluidos, componentes, herramientas, electromagnetismo y distintos fenómenos en entornos virtuales.

# 3.6.1 Módulo de diseño SpaceClaim

SpaceClaim es un modelador gráfico integrado en Ansys Workbench. Con SpaceClaim, los estudiantes pueden colaborar en el diseño y la fabricación de productos mecánicos en una amplia gama de sectores de la industria. El software ofrece un entorno de diseño muy flexible junto con una experiencia de usuario moderna, y satisface las necesidades de los fabricantes en cuanto a excelencia en el desarrollo de productos impulsado por la ingeniería, que sea rápido y rentable [17].

Características importantes de Ansys SpaceClaim

- Modelado directo: Los usuarios pueden interactuar directamente con la geometría del modelo sin preocuparse por el historial de operaciones.
- Interfaz intuitiva: Utiliza herramientas de arrastrar y soltar, permite a los usuarios realizar modificaciones sin tener una curva de aprendizaje pronunciada.
- Compatibilidad con múltiples formatos de archivo.
- Integración con otros productos de Ansys: Facilita el flujo de trabajo desde el diseño hasta la simulación y el análisis.

Ventajas de utilizar Ansys SpaceClaim.

- Reducción de costos.
- Eficiencia en el diseño.
- Facilidad de uso.
- Flexibilidad de diseño.

#### 3.6.2 Análisis modal

El análisis modal consiste en procesos analíticos o experimentales para determinar los parámetros modales o dinámicos de un sistema, los parámetros modales de un sistema están relacionados con la distribución de las características de masa, rigidez y amortiguamiento.

En los estudios analíticos de análisis modal, el problema se traduce en un sistema de masas concentradas. La resolución de la ecuación del movimiento para sistemas de "n" grados de libertad se hace de forma matricial, obteniéndose un problema de valores y vectores propios, que da como resultado las frecuencias naturales y su correspondiente forma modal [18].

# 3.6.3 Diagrama de Campbell

El diagrama de Campbell es utilizado en el análisis de sistemas rotodinámicos como una herramienta para comprender el comportamiento de las vibraciones en función de la velocidad de rotación, con él se pueden identificar las velocidades críticas, es decir donde la frecuencia de

vibración coincide con la frecuencia natural del sistema, la Figura 9 muestra un ejemplo de un diagrama de Campbell.

El diagrama de Campbell suele representar la frecuencia de vibración en el eje vertical y la velocidad de rotación en el eje horizontal, las líneas de colores en tonos pastel representan el comportamiento de las frecuencias naturales del rotor en función de su velocidad de rotación debido al efecto giroscópico, mientras que los triángulos rojos representan las velocidades críticas.



Figura 9. Ejemplo de diagrama de Campbell.

# 3.6.4 Módulo Rotordynamics

Es una herramienta especializada para el estudio de la dinámica de rotores dentro del módulo de Ansys Mechanical. Este módulo se utiliza ampliamente en la ingeniería mecánica y aeroespacial para estudiar el comportamiento dinámico de sistemas rotativos, como turbinas, compresores, motores eléctricos y otros tipos de maquinaria rotativa [19].

Características principales:

- Diagramas de Campbell: Los diagramas de Campbell muestran las frecuencias naturales del rotor y su variación con respecto a la velocidad de rotación.
- Análisis de vibraciones: Evalúa las vibraciones presentes en el sistema debido a efectos de desbalance y desalineamiento.
- Efecto giroscópico: Considera el efecto giroscópico presente en el comportamiento de rotores a altas velocidades.
- Incluye el modelado detallado de rodamientos y amortiguadores, considerando sus propiedades dinámicas y su influencia en el sistema rotativo.

#### 3.6.5 Análisis armónico

Consiste en simular la respuesta de un sistema sometido a excitaciones o cargas que varían en el tiempo de manera periódica, como vibraciones, oscilaciones o fluctuaciones.

En este tipo de análisis, se aplica una carga sinusoidal a la estructura o sistema en estudio, y se analiza el efecto de esa carga en el comportamiento del sistema en diferentes frecuencias. El análisis armónico permite determinar las amplitudes de vibración, las frecuencias naturales y las respuestas en frecuencia del sistema.

# 3.6.6 Diagrama de Bode

El diagrama de Bode es una herramienta gráfica con la cual se puede expresar de forma visual la respuesta en frecuencia de un sistema, el diagrama de Bode puede ayudar a identificar resonancias y frecuencias naturales.

Al observar la amplitud y la fase en función de la frecuencia se puede realizar el ajuste y la optimización del sistema para mejorar su rendimiento y evitar daños a la maquinaria rotativa a causa de las vibraciones no deseadas, desbalance o desequilibrios.

La Figura 10 muestra un ejemplo de un diagrama de Bode completo, se observa la amplitud y la fase a determinadas frecuencias.



Figura 10. Ejemplo de diagrama de Bode- amplitud y fase vs frecuencia.

#### 3.7 Mallado en Ansys

ANSYS ofrece una variedad de opciones de discretización para dividir un cuerpo en diferentes segmentos, cada una con su enfoque y finalidad específicos. La selección de la técnica de discretización adecuada se basa en la forma geométrica del cuerpo y los recursos disponibles, a continuación, se presentan los principales tipos de mallado y sus diferentes características [20].

 Malla hexaédrica: Una malla hexaédrica es un tipo de discretización que divide un cuerpo en elementos hexagonales tridimensionales, tal como se muestra en la Figura 11. La ventaja principal de utilizar una malla hexaédrica es su capacidad para proporcionar una representación precisa de la geometría y las cargas aplicadas, lo que produce resultados de simulación más precisos y eficientes [20].



Figura 11. Mallado hexaédrico de un rotor simple.

 Malla tetraédrica: Una malla tetraédrica en ANSYS es un tipo de discretización en la que el cuerpo se divide en elementos tetraédricos, cada uno definido por cuatro vértices, representados en la Figura 12. Estos elementos son simples y eficientes para representar geometrías complejas y curvas. La malla tetraédrica es especialmente útil cuando se trabaja con modelos con geometrías irregulares o con detalles pequeños, ya que permite una buena resolución local. Además, son útiles en casos donde se espera una deformación significativa del cuerpo, ya que los elementos tetraédricos pueden adaptarse mejor a cambios en la forma y el tamaño de los elementos durante el análisis [20].



Figura 12. Mallado tetraédrico de un rotor simple.

#### 3.7.1 Métodos de mallado

Método Sweep (barrido): Este método es empleado para geometrías sencillas o uniformes (simétricas o de formas regulares). La ventaja principal del método de barrido es que reduce significativamente el número de elementos de la malla necesarios para representar una geometría, lo que a su vez reduce el tiempo de cálculo y la complejidad del modelo. Además, ayuda a mantener la consistencia en la calidad de la malla a lo largo de la geometría. Sin embargo, es importante tener en cuenta que el método de barrido puede no ser adecuado para todas las geometrías y puede generar resultados no deseados en casos de geometrías muy complejas o con características no axiales o planas [21]. En la Figura 13 se muestra una representación del método sweep aplicado a una geometría sencilla.



Figura 13. Método de mallado denominado Sweep (barrido).

 Método Hexa-dominante: El método Hexa-dominante en ANSYS es una técnica de generación de mallas que se centra en la creación de elementos hexaédricos en la mayor parte de la geometría, mientras que utiliza elementos tetraédricos solo en áreas donde los elementos hexaédricos no pueden ser generados fácilmente, tal como se muestra en la Figura 14. Esta técnica se utiliza comúnmente en geometrías complejas donde la generación de una malla completamente hexaédrica es difícil o impracticable [21].



Figura 14. Método de mallado denominado Hexa- dominante.

 Método Multizone (multi-zona): El método multi-zona en ANSYS es una técnica avanzada de generación de mallas que divide la geometría en varias zonas o regiones discretas, cada una de las cuales puede ser mallada de manera independiente, la Figura 15 muestra una representación clara del método multi-zona. Estas zonas pueden ser definidas por el usuario o automáticamente por el software en función de ciertos criterios geométricos o topológicos. Una vez que la geometría se divide en zonas, ANSYS aplica diferentes algoritmos de generación de malla en cada zona, optimizando así la calidad de la malla en cada región según sus características particulares [21].



Figura 15. Método de mallado denominado Multi-zona

#### 3.8 Ecuaciones mediante el método del elemento finito

La implementación de las ecuaciones en el método del elemento finito es fundamental para entender y resolver problemas de ingeniería. Este método se basa en la discretización de un dominio continuo en elementos finitos más pequeños, donde las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del sistema se aproximan localmente y se resuelven numéricamente, para el caso de los sistemas rotodinámicos a continuación se presentan las ecuaciones y matrices de los componentes esenciales de este tipo de sistemas, como lo son: los discos, el eje, los rodamientos y el desbalance.

#### 3.8.1 Disco

En un nodo dado, el rotor tiene cuatro grados de libertad: dos desplazamientos u y w, y dos inclinaciones alrededor de los ejes X y Z, que son respectivamente  $\theta y \psi$ . Entonces, el vector de desplazamiento nodal  $\delta$  del centro del disco es:

$$\delta = [u, w, \theta, \psi]^{\mathrm{T}}$$
(3.1)

La energía cinética del disco se expresa a partir de la siguiente ecuación:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} I_{Dy} (\Omega^2 + 2\Omega \dot{\psi} \theta)$$
(3.2)

Donde  $M_D$  representa la masa del disco, u y w representan los desplazamientos,  $\theta$  y  $\psi$  representan las inclinaciones en los ejes X y Z,  $I_{Dx}$  e  $I_{Dy}$  representan los momentos de inercia alrededor del eje X y Y.

El término  $\frac{1}{2}I_{Dy}\Omega^2$ , que es una constante, no tiene influencia en las ecuaciones y representa la energía del disco girando a la velocidad angular  $\Omega$ , mientras que todos los demás desplazamientos son cero. El último término,  $I_{Dy}\Omega\dot{\psi}\theta$  representa el efecto giroscópico (Coriolis).

Después de aplicar las ecuaciones de Lagrange a la ecuación (3.2), se obtiene el modelo matemático del disco, el cual se expresa como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0\\ 0 & M_D & 0 & 0\\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0\\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}\\ \ddot{w}\\ \ddot{\theta}\\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}\\ \dot{w}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(3.3)

Donde la primera matriz es la matriz clásica de masa y la segunda es la matriz giroscópica (Coriolis) [22].

#### 3.8.2 Eje

El eje se modela como una viga con una sección transversal circular constante. El elemento finito utilizado tiene dos nodos, por lo que las matrices son de octavo orden, incluyendo cuatro desplazamientos y cuatro pendientes Figura 16 [22]. Las relaciones entre los desplazamientos y las pendientes son:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \tag{3.4}$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \tag{3.5}$$

El vector de desplazamiento nodal es:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2,]^T$$
(3.6)

Que incluye los desplazamientos  $\delta_u$  y  $\delta_w$  correspondientes a los movimientos en las direcciones X y Z; es decir

$$\delta_u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T$$
(3.7)

$$\delta_{\mathbf{w}} = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \tag{3.8}$$

La Figura 16 muestra la visualización de una viga con sección trasversal circular con elementos finitos



Figura 16. Representación de un eje (viga con sección transversal circular con elementos finitos).

El elemento finito se construye mediante:

$$u = N_1(y)\delta_u \tag{3.9}$$

$$w = N_2(y)\delta_w \tag{3.10}$$

Donde  $N_1(y)$  y  $N_2(y)$  son las funciones típicas de desplazamiento de una viga en flexión:

$$N_1(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}\right]$$
(3.11)

$$N_2(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}\right]$$
(3.12)

Cuando una viga se encuentra en flexión, significa que está siendo sometida a fuerzas que causan que se curve. La flexión puede ocurrir debido a cargas aplicadas directamente sobre la viga o debido a cargas distribuidas uniformemente a lo largo de su longitud.

La ecuación (3.13) representa la energía cinética del eje [22].

$$T = \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\delta \dot{u}^T N_1^T N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T N_2^T N_2 \delta \dot{w}] \, dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L [\delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w}] dy$$

$$- 2\rho I \Omega \int_0^L \delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w dy + \rho I L \Omega^2$$
(3.13)

Donde  $\rho$  es la masa por unidad de volumen, *S* es el área de la sección transversal de la viga, que se supone constante, e *I* es el momento de inercia del área de la sección transversal de la viga en torno al eje neutro, que también se supone constante,  $N_1$  y  $N_2$  son las funciones típicas de desplazamiento de una viga en flexión. La primera integral es la expresión clásica de la energía cinética de una viga en flexión; la segunda integral es el efecto secundario de la inercia rotatoria (viga de Timoshenko); el término  $\rho IL\Omega^2$  es una constante y no influye en las ecuaciones; y la última integral representa el efecto giroscópico, los límites de cada integral están definidos desde 0 hasta *L* (longitud del elemento) [22].

Sustituyendo las ecuaciones (3.11) y (3.12), y sus derivadas en la ecuación (3.13) da como resultado, después de la integración

$$T = \frac{1}{2}\delta \dot{u}^{T} M_{1}\delta \dot{u} + \frac{1}{2}\delta \dot{w}^{T} M_{2}\delta \dot{w} + \frac{1}{2}\delta \dot{u}^{T} M_{3}\delta \dot{u} + \frac{1}{2}\delta \dot{w}^{T} M_{4}\delta \dot{w} + \Omega \delta \dot{u}^{T} M_{5}\delta w + \rho I L \Omega^{2}$$

$$(3.14)$$

Donde las matrices  $M_1$  y  $M_2$  son las matrices clásicas de masa,  $M_3$  y  $M_4$  dan la influencia del efecto secundario de la inercia rotatoria, y  $M_5$  da el efecto giroscópico. Como se ha observado previamente, el último término, que es una constante, ya no se considera [22]. La aplicación de las ecuaciones de Lagrange a (3.14) da como resultado:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}}\right) - \frac{\partial y}{\partial x} = (M + M_s)\ddot{\delta} + C\dot{\delta}$$
(3.15)

Donde M y Ms se obtienen respectivamente de  $M_1$ ,  $M_2$  y  $M_3$ ,  $M_4$ , la matriz C procede de  $M_5$ . Estas matrices son:

$$M = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & 3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(3.16)  
$$M_s = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(3.17)  
$$C = \frac{\rho I\Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & -2^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & -2^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.18)

La energía de deformación del eje se puede expresar mediante la siguiente ecuación.

$$U = \frac{EI}{2} \int_{0}^{L} \left[ \delta u^{T} \frac{d^{2} N_{1}^{T}}{dy^{2}} \frac{d^{2} N_{1}}{dy^{2}} \delta u + \delta w^{T} \frac{d^{2} N_{2}^{T}}{dy^{2}} \frac{d^{2} N_{2}}{dy^{2}} \delta w \right] dy$$

$$+ \frac{F_{0}}{2} \int_{0}^{L} \left[ \delta u^{T} \frac{dN_{1}^{T}}{dy} \frac{dN_{1}}{dy} \delta u + \delta w^{T} \frac{dN_{2}^{T}}{dy} \frac{dN_{2}}{dy} \delta w \right] dy$$
(3.19)

Después de integrar U se tendrá

$$U = \frac{1}{2}\delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2}\delta w^T K_2 \delta w + \frac{1}{2}\delta u^T K_3 \delta u + \frac{1}{2}\delta w^T K_4 \delta w$$
(3.20)

Donde  $K_1$  y  $K_2$  son las matrices clásicas de rigidez,  $K_3$  y  $K_4$  son las matrices debido a las fuerzas axiales. También es frecuentemente necesario tomar en cuenta el efecto de corte [22], que se caracteriza por la cantidad

$$a = \frac{12EI}{GS_r L^2} \tag{3.21}$$

Con el módulo de corte

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3.22}$$

"v" es la relación de Poisson y  $S_r (\simeq S)$  es el área reducida de la sección transversal. La matriz de rigidez clásica  $K_C$  proviene de  $K_1, K_2 y K_s y$  la matriz  $K_F$  debido a la fuerza axial proviene de  $K_3 y K_4$ . Entonces sí se aplican las ecuaciones de Lagrange a (3.20) se tiene.

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = K\delta \tag{3.23}$$

Con

$$K = K_c + K_F \tag{3.24}$$

Las expresiones de las matrices son las siguientes:

(Si a = 0, (3.25) es la matriz clásica de rigidez de una viga en flexión).

$$K_{C} = \frac{EI}{(1+a)L^{3}} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^{2} & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^{2} & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^{2} & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^{2} \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^{2} & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^{2} & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^{2} & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^{2} \end{bmatrix}$$

$$(3.25)$$

	30	0	0	-3L	-30	0	0	-3L	
	0	36	3L	0	0	-36	3L	0	
	0	3L	$4L^{2}$	0	0	-3L	$-L^{2}$	0	
$\nu - F$	-6L	0	0	$4L^{2}$	3 <i>L</i>	0	0	$-L^2$	(3.26)
$R_C = \frac{1}{30L}$	-36	0	0	3L	36	0	0	3L	(3.20)
	0	-36	-3L	0	0	36	-3L	0	
	0	3 <i>L</i>	$-L^{2}$	0	0	-3L	$4L^{2}$	0	
	L —3L	0	0	$-L^{2}$	3L	0	0	$4L^2$	

#### 3.8.3 Rodamientos y juntas

Las ecuaciones (3.27) y (3.28) representan las fuerzas desarrolladas en los soportes debido a sus características de rigidez y amortiguamiento [22].

$$F_{u} = -k_{xx}u - k_{xz}w - c_{xx}\dot{u} - c_{xz}\dot{w}$$
(3.27)

$$F_{w} = -k_{xx}w - k_{xz}u - c_{xx}\dot{w} - c_{xz}\dot{u}$$
(3.28)

Como  $F_{\theta} = F_{\psi} = 0$ , se tiene

$$\begin{bmatrix} F_{u} \\ F_{\theta} \\ F_{w} \\ F_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(3.29)

La primera matriz es una matriz de rigidez y la segunda una matriz de amortiguación viscosa. Estas matrices son generalmente asimétricas (es decir,  $k_{xz} \neq k_{zx}$  y  $c_{xz} \neq c_{zx}$ ) y los términos de las matrices pueden variar significativamente en función de la velocidad de rotación [22].

#### 3.8.4 Masa de desbalance

De acuerdo con [22] el modelo de la masa de desbalance se expresa como:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} - \frac{\partial T}{\partial \delta} = -m_u d\Omega^2 \begin{bmatrix} \sin \Omega_t \\ \cos \Omega_t \end{bmatrix}$$
(3.30)

con

$$\delta = [u, w]^T \tag{3.31}$$

La expresión (3.30) corresponde a un desequilibrio de masa situado en el eje Z en t=0. Cuando se estudian rotores industriales, hay que tener en cuenta la influencia de varios desequilibrios de masa que actúan simultáneamente, para un desequilibrio de masa situado en t=0 en una posición angular con respecto al eje Z, las fuerzas se convierten en:

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = m_u d\Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t + \alpha) \\ \cos(\Omega t + \alpha) \end{bmatrix}$$
(3.32)

Se puede escribir como

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = F_2 \sin \Omega t + F_3 \cos \Omega t \tag{3.33}$$

Con:

$$F_2 = m_u d\Omega^2 \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{bmatrix}$$
(3.34)

Y

$$F_3 = m_u d\Omega^2 \begin{bmatrix} \sin \alpha \\ -\cos \alpha \end{bmatrix}$$
(3.35)

#### 3.8.5 Ecuación general

La ecuación general de un sistema rotodinámico se puede expresar de la siguiente forma:

$$M\ddot{\delta} + C(\Omega)\dot{\delta} + K\delta = F(t)$$
(3.36)

Con

$$F(t) = F_1 + F_2 \sin \Omega t + F_3 \cos \Omega t + F_4 \sin s \Omega t$$
  
+  $F_5 \cos s \Omega t + F_6 \sin \omega t + F_7 \cos \omega t$  (3.37)

donde  $\delta$  es el vector que contiene ahora todos los desplazamientos nodales; *M* es la matriz de masa simétrica; *C* es la matriz asimétrica, que incluye una función de matriz giroscópica antisimétrica de  $\Omega$ , y una matriz frecuentemente asimétrica debido a las características de los rodamientos; *K* es la matriz de rigidez, frecuentemente asimétrica debido a las características de los rodamientos; y *F*(*t*), el vector de fuerzas, incluye un vector constante *F*<sub>1</sub> que corresponde, por ejemplo, a la influencia de la gravedad, *F*<sub>2</sub>, *F*<sub>3</sub> y *F*<sub>4</sub>, *F*<sub>5</sub> correspondiendo respectivamente a los desequilibrios de masa y a las fuerzas asíncronas, *F*<sub>6</sub> y *F*<sub>7</sub> correspondientes a fuerzas armónicas fijas en el espacio [22].

# Capítulo 4 \_\_\_\_

# 4 Análisis utilizando ANSYS

El software ANSYS proporciona una potente interfaz con herramientas de simulación que permiten a los ingenieros diseñar, modelar y analizar sistemas rotodinámicos con alta eficiencia y precisión. En esta tesis, se emplea ANSYS para realizar el análisis modal y armónico de dos geometrías diferentes, basadas en el libro de Lalanne y Ferraris [22].

La primera geometría corresponde a un modelo de rotor tipo Jeffcott, que consiste en un eje principal y un disco ubicado en la parte central del mismo. La segunda geometría es un rotor compuesto por tres discos de diferentes tamaños montados sobre el eje principal.

En esta sección, se proporcionan todos los datos necesarios para llevar a cabo un análisis preciso de los sistemas rotodinámicos, incluyendo información sobre la geometría, los apoyos y las configuraciones para los módulos de análisis modal y armónico.

# 4.1 Creación de un nuevo material en Ansys Workbench

En Ansys Workbench, se crea un nuevo material para cada diseño, asegurando que los datos del diseño coincidan con los especificados en el libro [22]. Esto es crucial para obtener resultados que se puedan comparar con la literatura.

Los datos para el material son presentados en la Tabla 2.

Propiedades	ρ	E	v
Valor	$7800 \ kg/m^3$	$2x10^{11} N/m^2$	0.3

Paso 1: Situarse en Ansys Workbench, específicamente en el módulo de trabajo correspondiente al análisis modal y con clic derecho se despliega el menú para poder editar los datos de ingeniería (Engineering Data), tal como se muestra en la Figura 17 [23].

•	C			. 1	٠		
1	🕮 Modal				1	$\sim$	Harmo
2	🌏 Engineering Data	~		20	2	0	Engin
3	Geometry	~	٢	Edit	2		
4	Model	1		Duplicate	2		

Figura 17. Datos de ingeniería (creación de un nuevo material)

En la ventana de datos de ingeniería, hacer doble clic en la pestaña para añadir un nuevo material, tal como se muestra en la Figura 18 a), se le debe asignar un nombre para su identificación y se seleccionan los elementos necesarios para cumplir con los requisitos de densidad, módulo de Young y coeficiente de Poisson.



Figura 18. a) Creación de un nuevo material, b) asignación de nombre al material.

A continuación, hacer doble clic en el árbol de trabajo en las pestañas de densidad (Density) y elasticidad isotrópica (Isotropic Elasticity), para ingresar los valores correspondientes a la densidad, el módulo de Young y el coeficiente de Poisson del nuevo material creado [23], representado con rectángulos rojos en la figura 19.

	Toolbox	Ŧ	<b>ņ</b>	X
	Physical Properties			
$\rightarrow$	🔁 Density			
	🛛 Isotropic Secant Coefficien	t of	T	ner
	🛛 Orthotropic Secant Coeffici	ent	of	Τl
	🔀 Isotropic Instantaneous Co	eff	icie	nt
	🔀 Orthotropic Instantaneous	Co	effi	cie
	🔀 Material Dependent Dampi	ng		
	🔁 Damping Factor (ɑ)			
	🔀 Damping Factor (β)			
	🗆 Linear Elastic			
$\rightarrow$	📔 Isotropic Elasticity			
	🔀 Orthotropic Elasticity			
	Anisotropic Elasticity			

Figura 19. Selección de densidad y elasticidad isotrópica para el nuevo material

En la pestaña para añadir las propiedades del material, se ingresan los datos previamente mencionados en la Tabla 2, tal como se muestra en la figura 20, representado con rectángulos rojos.

Propertie	Properties of Outline Row 3: Rotor MLyGF							
	А	В	с	D				
1	Property	Value	Unit	8				
2	🔀 Material Field Variables	💷 Table						
3	🔁 Density	7800	kg m^-3 💌					
4	Isotropic Elasticity							
5	Derive from	Youn 💌						
6	Young's Modulus	2E+11	Pa 💌					
7	Poisson's Ratio	0.3						
8	Bulk Modulus	1.6667E+11	Pa					
9	Shear Modulus	7.6923E+10	Pa					

Figura 20. Asignación de los valores de densidad, módulo de Young y coeficiente de Poisson.

Una vez que los datos han sido actualizados, el material está preparado para ser incorporado a la pieza de trabajo. En la sección 4.1.1, se detallan los pasos para agregar el material a la pieza de trabajo.

#### 4.1.1 Asignación del nuevo material

Para asignar el nuevo material, ubicarse en el módulo de trabajo de Ansys Mechanical, en la pestaña de geometría (Geometry). Con un clic izquierdo, seleccionar la pestaña de sólido y, dentro de la sección de detalles, se elige el material creado [24]. Para ello se cambia la opción

predeterminada de acero estructural (Structural Steel) por el nuevo material creado, denominado (Rotor MLyGF), tal como se muestra en la Figura 21.



Figura 21. Asignación del nuevo material a la geometría en Ansys Mechanical.

El procedimiento se repite para los próximos análisis, es importante asignar el material correspondiente para evitar resultados incorrectos.

# 4.2 Rotor tipo Jeffcott

El modelo consiste en un rotor sencillo, compuesto por un disco delgado que gira alrededor de un eje central. Este modelo es útil para comprender los efectos de flexibilidad, desbalance y la respuesta dinámica debido a los desequilibrios en un rotor. A continuación, se detallan las características importantes para el diseño, la implementación y la configuración del análisis rotodinámico tipo viga y el modelado 3D en el software Ansys Mechanical.

# 4.2.1 Modelado del rotor tipo Jeffcott

En la figura 22 se muestra el modelado del rotor tipo Jeffcott que se utilizó para el modelado por elementos finitos en Ansys.



Figura 22. Representación del rotor tipo Jeffcott hecha por Lalanne y Ferraris [22].



Tabla 3.	Datos para	el diseño	del eie v	disco del	rotor tipo.	Jeffcott [22]
I dold D.	Datos para	er ansemo	act eje j	anseo aei	i i otor upo .	/0110010 [22]

Datos para el diseño del disco	Datos para el diseño del eje
Radio interno $R_1 = 0.01 m$	L = 0.4 m
Radio externo $R_2 = 0.15 m$	Radio transversal $R_1 = 0.01 m$
Espesor $h = 0.03 m$	Ubicación del disco: L/3=0.13333m

Para calcular las masas de los discos y los momentos de inercia  $(I_{dx}, I_{dy}, I_{dz})$  se utilizan las ecuaciones que se presentan a continuación [22].

$$M_D = \pi (R_2^2 - R_1^2) h * \rho \tag{3.38}$$

$$I_{Dx} = I_{Dz} = \frac{M_D}{12} \left(3R_1^2 + 3R_2^2 + h^2\right)$$
(3.39)

$$I_{Dy} = \frac{M_D}{2} \left( R_1^2 + R_2^2 \right) \tag{3.40}$$

Donde  $M_D$  corresponde a la masa del disco,  $R_2$  es el radio exterior y  $R_1$  representa el radio interior, el valor de *h* corresponde al espesor del disco y por último  $\rho$  representa la densidad del material.

Los datos previamente calculados y obtenidos de las ecuaciones (3.8), (3.39) y (3.40) son representados en la Tabla 4.

Disco	D1
Masa	16.47 kg
I <sub>Dx</sub>	$9.47x10^{-2}kg * m^2$
I <sub>Dy</sub>	$0.1861 \ kg \ * \ m^2$
I <sub>Dz</sub>	$9.47x10^{-2}kg * m^2$

Tabla 4. Valores de la masa y momentos de inercia.

Por otro lado, los valores de los parámetros de rigidez y amortiguamiento asociados a los rodamientos se proporcionan en la Tabla 5.

K <sub>xx</sub>	K <sub>zz</sub>	<i>C</i> <sub><i>xx</i></sub>	C <sub>zz</sub>	K <sub>XZ</sub>	k <sub>ZX</sub>	C <sub>xz</sub>	Czx
10 <sup>7</sup> N/m	10 <sup>7</sup> N/m	10 <sup>3</sup> N/m/s	10 <sup>3</sup> N/m/s	0	0	0	0

Tabla 5. Parámetros de rigidez y amortiguamiento de los rodamientos. [22].

Por último, la Tabla 6 contiene los valores del parámetro de desbalance utilizado en el análisis del rotor tipo Jeffcott. Cabe señalar que, la masa de desbalance se ubicó sobre el disco inercial.

Ubicación	0.13333 m
Masa	0.001 kg
Radio	0.15 m
Masa de desbalance	0.00015 kg*m

Tabla 6. Datos para la masa de desbalance [22].

# 4.2.2 Modelado del rotor en Ansys SpaceClaim (Análisis tipo viga)

En este apartado se describe paso a paso el modelado del rotor tipo Jeffcott que se muestra en la Figura 22 utilizando el modelador SpaceClaim de Ansys. En este primer modelo, la geometría del eje se representa mediante líneas de croquis, esto con el objetivo de posteriormente realizar la simulación mediante la implementación de elementos finitos tipo viga.

Para realizar este primer modelo de rotor es necesario seguir los siguientes pasos:

Paso 1: Una vez situados en Ansys Workbench se inserta el módulo de análisis modal, después hacer doble clic izquierdo sobre modal que se ubica en la zona de Analysis Systems del Toolbox y posteriormente se selecciona la opción de (Geometry), con clic derecho se despliega el menú para seleccionar la opción de diseñar una geometría nueva en el módulo de SpaceClaim, tal como se muestra en la Figura 23.



Figura 23. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.

Para el paso 2: Una vez abierto el modelador SpaceClaim se comienza por elegir el plano de boceto en el cual se desea trabajar, con ayuda de la herramienta representada en la Figura 24 (Select a new sketch plane) [17].



Figura 24. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.

En el paso 3: Se elige el plano (Z, Y) y se comienza con el trazo de 2 líneas conforme a las medidas del rotor que se encuentran en la Tabla 4, con la opción (Dimension) se insertan las cotas correspondientes a las medidas del diseño, tal como se puede ver en la Figura 25 a), b) y c) [17].



igura 25. a) Herramienta de línea (Line), b) Herramienta de (Dimension), c) Líneas para el diseño del rotor tipo Jeffcott (análisis tipo viga).

Paso 4: Una vez teniendo las 2 líneas trazadas y seleccionadas se procede a elegir el perfil de la viga que se va utilizar, dentro del software ir a la sección de preparación (Prepare) y elegir la opción de perfiles (Profiles), para el análisis se utiliza un perfil circular marcado con un cuadrado rojo en la Figura 26 b).



Figura 26. a) Herramienta para perfiles de viga (Profiles), b) Perfil de viga circular.

Paso 5: Una vez desplegadas las opciones, seleccionar el perfil de viga circular. Esto crea una carpeta en el árbol de trabajo con la información del perfil circular para los dos segmentos de línea previamente trazados. Seleccionar la opción (Circle), marcada con un rectángulo rojo tal como se muestra en la Figura 27, y con un clic derecho se despliega el menú de opciones para editar el perfil de la viga [17].



Figura 27. Opción de edición para el perfil de viga.

Para este caso se asigna un valor de radio de 0.01m a la sección transversal del perfil de viga creado, marcado con un rectángulo rojo en la Figura 28, de acuerdo con los valores que se muestran en la Tabla 3.



Figura 28. Cambio de dimensión en el radio para el perfil de viga circular.

Para el paso 6: Una vez completado el boceto, se finaliza la edición del mismo mediante la opción (End Sketch Editing). Luego, se selecciona la opción (Share) para compartir el diseño con el módulo de Workbench, tal como se muestra en la Figura 29, lo que permite configurar el análisis en Ansys Mechanical en etapas posteriores.



Figura 29. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys Workbench.

Finalmente en el Paso 7: Una vez compartido el diseño en Workbench, se muestra en la Figura 30 marcado con un rectángulo rojo. En el módulo de Workbench, se informa que la geometría se ha compartido exitosamente, lo que permite avanzar a la configuración del análisis rotodinámico en Ansys Mechanical.



Figura 30. a) Representación final del diseño tipo viga en Ansys SpaceClaim, b) diseño compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench.

# 4.2.3 Configuración del análisis modal en Ansys Workbench (tipo viga)

Una vez completado el diseño, es necesario trasladarse al módulo de Mechanical, donde se lleva a cabo la configuración del análisis rotodinámico. Utilizando la herramienta (Cross Section), es posible visualizar la viga con sus diversas secciones tal como se muestra en la Figura 31(b) [24].



Figura 31. a) Herramienta de sección trasversal (Cross Section), b) Visualización de sección trasversal.

Para el paso 1: Comenzando con la configuración del análisis, el primer paso implica la inserción de la masa del disco y los momentos de inercia asociados. En el árbol de trabajo, se selecciona la opción de geometría (Geometry) y, con un clic derecho, se despliega el menú para insertar la masa puntual (Point Mass), marcada con rectángulos rojos en la Figura 32 [24].

Geretaria Geretaria					
	Insert	•	<b>1</b>	Element Orientation	
⊡	Preview	•	<u>*</u>	Point Mass	
🖃 🗤 🖉 Crc 🚛	Rename	F2		Distributed Mass	
	Export	•	ø	Surface Coating	
	Update Geometry fr	om Source	<b></b>	Imported Element Orientation	
in the second s	Reset Body Colors				
	Freeze Mesh on All I	Parts	J		

Figura 32. Insertar masa puntual (Point Mass).

En el paso 2: Una vez que se ha insertado la masa puntual, se desplegará en el árbol de trabajo la opción para agregar los detalles de la masa puntual, como la ubicación, el valor de la masa, los momentos de inercia y el comportamiento.

Con base en los datos proporcionados en la Tabla 3, se selecciona la ubicación de la masa del disco en relación con los valores de L. En la Tabla 4 se presentan los valores correspondientes de la masa del disco y los momentos de inercia respectivos. La configuración de la masa puntual se expresa en la Figura 33.

D	etails of "Point Mass"			
=	Scope			
	Scoping Method	Geometry Selection		
	Applied By	Remote Attachment	h	
	Geometry	1 Vertex	U	
	Coordinate System	Global Coordinate System		
	X Coordinate	0. m		
	Y Coordinate	0.13333 m		
	Z Coordinate	0. m		
	Location	Click to Change		
Ξ	Definition			
	Mass	16.47 kg		
	Mass Moment of Inertia X	9.427e-002 kg·m²		
	Mass Moment of Inertia Y	0.1861 kg·m <sup>2</sup>		
	Mass Moment of Inertia Z	9.427e-002 kg·m²		
	Pinball Region	All		0)

Figura 33.a) Detalles para la masa puntual, b) Herramienta para selección de vértice, c) Masa puntual insertada con éxito.

a)

Es importante seleccionar un comportamiento rígido (Behavior) y seleccionar el vértice del primer segmento de viga ubicado a 0.133333 m, el resultado final se muestra en la Figura 34.



Figura 34. Visualización final de la masa puntual.

Una vez en el paso 3, es necesario insertar una carpeta llamada "conexiones" en el árbol de trabajo. Esto se logra haciendo clic derecho en la pestaña de (Model) y seleccionando la opción (Insert). A continuación, se elige la carpeta denominada (Connections), tal como se muestra en la Figura 35 [24].

C Mod	lel (G	4)			
Ē		Insert	•		Named Selection
	₽	Solve		6	Part Transform
±,	۲	Clear Generated Data		₽	Construction Geometry
±~~/%	ab	Rename	F2	I	Cross Sections
Ė <mark>∦</mark> ∭	C	Refresh Materials Update Geometry from Source Disable Filter		<b>B</b> D	Virtual Topology
	C				Tables
<u> </u>	V			-	Connections

Figura 35. Pasos para insertar la carpeta de conexiones.

Por último en el paso 4: Una vez insertada la carpeta de conexiones, el siguiente paso es añadir los rodamientos (Bearings). Esto se logra de manera similar, haciendo clic derecho sobre la carpeta de conexiones (Connections), seleccionando la opción (Insert) y eligiendo (Bearings), las indicaciones están marcadas con rectángulos rojos en la Figura 36 [24]. Para el análisis se requieren dos rodamientos ubicados en los vértices extremos de la geometría.

Connection	Insert			Connection Group		
🗆 🎸 🔢 Modal (I		Disable Transpare	ency		X	Manual Contact Region
v T=0 Pre-	ab	Rename		F2	٦	Spot Weld
E 🖋 🐻 Sol	ab	Rename Based or	n Definition	1	1	Contact Tool
·····¥ 🗉	6	Open Solver Files	Directory		i	Solution Information
s of "Connections"	10000				$\langle \phi \rangle$	Joint
to Detection						Spring
herate Automatic Co hsparency	onne	ction On Refresh	\$	Bearing		

Figura 36. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings).

En el árbol de trabajo se despliega la pestaña para agregar los parámetros de rigidez y amortiguamiento de los rodamientos, utilizando los valores de la Tabla 5. Los parámetros de rigidez y amortiguamiento de los rodamientos se ingresan como se muestra a continuación en la Figura 37.

tails of "Ground To	Beam (Circle)"	Mobile			
Graphics Properties		Scoping Method	Geometry Selection		
visible	Ves	Scope	1 Vertex		
Definition		Body	Beam (Circle)		
Connection Type	Body-Ground	Coordinate System	Global Coordinate System		
Potation Plane	X 7 Plane	Mobile X Coordinate	0. m		
	A-2 Plane	Mobile Y Coordinate	0. m		
Stiffness K11	1.e+007 N/m	Mobile Z Coordinate	0. m		
Stiffness K22	1.e+007 N/m				
Stiffness K12         0. N/m           Stiffness K21         0. N/m           Damping C11         1000. N·s/m		1	b)		
		Mobile			
Damping C22	1000. N·s/m	Scoping Method	Geometry Selection		
Damping C12	0. N·s/m	Scope	1 Vertex		
Damping C21	0. N·s/m	Body	Beam (Circle)		
uppressed	No	Coordinate System	Global Coordinate Syste		
		Mobile X Coordinate	0. m		
a)		Mobile Y Coordinate	0.4 m		
)					

Figura 37. a) Valores para los rodamientos, b) Ubicación del rodamiento A, c) Ubicación del rodamiento B.

La visualización final se muestra en la Figura 38, la cual muestra los dos rodamientos ubicados en los vertices extremos de la geometría.



Figura 38. Visualización final de la viga con los rodamientos A y B.

El comportamiento (Behavior) en los dos rodamientos (Bearings) debe ser rígido para evitar movimientos no deseados, de lo contrario se producen resultados incorrectos.

Una vez terminada la configuración de los rodamientos, es necesario configurar la malla que se va utilizar para el análisis.

# 4.2.3.1 Malla (Mesh)

Paso 1: Para llevar a cabo el mallado, se utiliza la herramienta de control de malla (Sizing), que se inserta haciendo clic derecho sobre la opción de malla (Mesh), seleccionando la opción (Insert) y luego (Sizing) [20]. Es importante destacar que en esta sección se debe insertar la herramienta dos veces, ya que cada segmento de la viga requiere una sección de mallado diferente, tal como se muestra en la Figura 39.

El mallado se divide en secciones, donde cada punto representa un nodo. El objetivo es lograr que al finalizar el mallado, la representación sea similar a la Figura 22 con 10 nodos a lo largo del eje.



Figura 39. Pasos para insertar el método de mallado Sizing.

Para el paso 2: La configuración para la herramienta (Sizing) se realiza de la siguiente manera: Utilizando la herramienta de selección de arista (Edge), se selecciona el primer segmento de la viga. En la pestaña de (Geometry), elegir 'Aplicar' (Apply) para trabajar en dicho segmento. En la sección 'Tipo' (Type), se elige 'Número de divisiones' (Number of Divisions) y se establece el valor en 3 para el primer segmento, tal como se muestra en la Figura 40 c) [20].



Figura 40. a) Herramienta para seleccionar aristas, b) Selección del primer segmento de viga, c) Número de divisiones para el mallado.

Se repite el proceso anterior para la configuración de (Sizing) en el segmento de viga restante y solo cambia el número de divisiones.

La Tabla 7 muestra el número de divisiones necesarias para cada segmento de viga.

Tabla 7. Número de divisiones para el mallado de los segmentos de viga.

Segmento	1	2
No. De divisiones	3	6

Paso 3: Para finalizar el mallado, hacer clic derecho en malla (Mesh) y elegir la opción de generar malla (Generate Mesh), la viga deberá quedar de la siguiente forma, con un total de 10 nodos, expresado en la Figura 41 b).



Figura 41. a) Comando para generar malla, b) Mallado finalizado con un total de 10 nodos.

#### 4.2.3.2 Configuración del módulo Rotordynamics

Finalmente, se configura la parte del análisis modal, en el módulo de rotodinámica (Rotordynamics), se incorporan datos específicos para el análisis, como la velocidad de rotación y los desplazamientos remotos.

Paso 1: Seleccionar la pestaña de configuración del análisis (Analysis Settings), marcada con un rectángulo rojo en la Figura 42, se desplegará la pestaña correspondiente en el árbol de trabajo para agregar detalles específicos.



Figura 42. Pestaña para la configuración del análisis modal.

Paso 2: En total, es necesario identificar los 12 modos de vibración relevantes del rotor. Se activa la opción de amortiguamiento (Damped), lo que indica un sistema amortiguado. También se activan las opciones del efecto Coriolis (Coriolis Effect) y el diagrama de Campbell. En la opción para seleccionar el número de puntos, optamos por un total de 7; estos puntos sirven de referencia para el diagrama de Campbell y están relacionados con la velocidad rotacional [19].

-	Options						
	Max Modes to Find	7					
1	Limit Search to Range	No					
	On Demand Expansion Option	Program Controlled					
	On Demand Expansion	No					
Ξ	olver Controls						
	Damped	Yes					
	Solver Type	Program Controlled					
-	Rotordynamics Controls						
	Coriolis Effect	On, Stationary Reference Frame					
	Campbell Diagram	On					
	Number of Points	7					

Figura 43. Configuración del análisis modal-activación del módulo Rotordynamics

Paso 3: Después de completar la configuración del análisis, se inserta la velocidad de rotación (Rotational velocity), se representa en la Figura 44. Haciendo clic derecho sobre el recuadro de (Modal), seleccionar la opción de (Insert) y elegir (Rotational velocity) [19].

Rotational Velocity	y
$\overline{\mathbb{Q}}$	

Figura 44. Velocidad rotacional.

Posteriormente, para configurar la velocidad, es necesario tomar en cuenta los siguientes datos: la velocidad se sitúa en las coordenadas 0, 0, 0 y se produce alrededor del eje Y. En los datos de

tabulación (Tabular data), las velocidades estarán definidas en RPM y van desde 0 hasta 12,000 RPM, con incrementos de 2,000 RPM.

etails of "Rotational	Velocity"					
- Scope	-					
Scoping Method	Geometry Selection					
Geometry	All Bodies		Points	X [rpm]	V [rpm]	Ī
Definition		1	1	0.	0.	0
Define By	Components	2	2	0.	2000.	0
Coordinate System	Global Coordinate System	3	3	0.	4000.	0
X Component	Tabular Data	4	5	0.	6000. 8000	0.
Y Component	Tabular Data	6	6	0.	10000	0
Z Component	Tabular Data	7	7	0.	12000	0.
X Coordinate	0. m	_				-
Y Coordinate	0. m				b)	
Z Coordinate	0. m					
Suppressed	No					

Figura 45. a) Detalles para la velocidad rotacional, b) Valores para la velocidad sobre el eje Y (RPM).

Paso 4: Finalmente, se insertan los desplazamientos remotos (Remote Displacement). Estos desplazamientos ayudan a mantener fija la geometría a lo largo del eje Y (eje de rotación), lo que se refleja en las animaciones donde solo se observan las deformaciones y no los movimientos horizontales a lo largo del eje Y.

Para insertar los desplazamientos, es necesario hacer clic en la pestaña de (Modal) y seleccionar la opción de (Insert). Luego elegir (Remote Displacement) y configurar los detalles. En total, se necesitan 2 desplazamientos remotos, ubicados en los extremos de la viga, ambos con un comportamiento rígido (Behavior - Rigid), tal como se muestra en la Figura 46 [24].

Remote Displacement	Definition		Coordinate System	Global Coordinate System	
	Туре	Remote Displacement	X Coordinate	0. m	
	X Component	Free	Y Coordinate	0. m	
	Y Component	0. m	Z Coordinate	0. m	
<b>*</b> -	Z Component	Free	Location	Click to Change	
a)	Rotation X	Free		.)	
u)	Rotation Y	Free		-)	
	Rotation Z	Free	Coordinate System	Global Coordinate System	
	Suppressed	No	X Coordinate	0. m	
	Behavior	Rigid	Y Coordinate	0.4 m	
		b)	Z Coordinate	0. m	
		0)	Location	Click to Change	
			(	1)	

Figura 46. a) Desplazamientos remotos, b) Detalles para ambos desplazamientos remotos, c) Ubicación del desplazamiento remoto A, d) Ubicación del desplazamiento remoto B.



En la figura 47 se representan los desplazamientos remotos insertados correctamente.

Figura 47. Visualización final de los desplazamientos remotos.

Una vez completada la configuración, se procede a hacer clic en la herramienta 'Resolver' (Solve), la cual se representa en la Figura 48 b), el programa Ansys Mechanical llevará a cabo el análisis y proporcionará los resultados pertinentes.



Figura 48. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve).

#### 4.2.4 Configuración del análisis armónico (tipo viga)

Para insertar el análisis armónico es necesario ubicar la barra de herramientas de Ansys Mechanical. Luego, se selecciona la pestaña de entorno (Environment) y se elige el recuadro de análisis (Analysis). A continuación, se selecciona la opción de análisis armónico (Harmonic Response), tal como se muestra en la Figura 49 [24].



Figura 49. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.

Para la configuración del análisis armónico, se utilizan las bases del análisis modal, es decir, la masa, los momentos de inercia del disco, los rodamientos, la malla y los desplazamientos remotos. Lo único adicional es la fuerza de rotación (Rotating Force). En el árbol de trabajo, se desplegará la pestaña para configurar el análisis armónico, tal como se muestra en la Figura 50. Se utiliza un método de solución completo (Full) y el rango de frecuencias será de 0 a 200 Hz, con un total de 200 intervalos [19]. Los 200 Hz equivalen a 12,000 RPM, que son las RPM máximas de rotación para el rotor tipo Jeffcott.

Analysis Settings		etails of "Analysis Settings'	•	
		Step Controls		
		Multiple Steps	No	
		Options		
		Frequency Spacing	Linear	
		Range Minimum	0. Hz	
		Range Maximum	200. Hz	
		Solution Intervals	200	
		User Defined Frequencies	Off	
		Solution Method	Full	
		Rotordynamics Controls		
		Coriolis Effect	On, Stationary Reference Frame	

Figura 50. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.

Una vez configurados los detalles y los controles rotodinámicos, se inserta la fuerza de rotación. En la pestaña de Análisis armónico (Harmonic Response), hacer clic derecho, seleccionar la opción (Insert) y elegir (Rotating Force), tal como se muestra en la Figura 51. Para la configuración, se toman los parámetros de la Tabla 6.



Figura 51. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).

Una vez finalizada la configuración del análisis y establecida la fuerza de rotación, en la figura 52 se representa la herramienta (Solve), la cual se utiliza para que el módulo de Mechanical ejecute la resolución del análisis armónico. Tras la finalización del proceso, se procede a la interpretación y comparación de los resultados obtenidos con los resultados reportados en la literatura[22].



Figura 52. Herramienta para resolver el análisis (Solve).

# 4.2.5 Modelado del rotor tipo Jeffcott en Ansys SpaceClaim (modelado 3D)

En este apartado se presenta el modelado del rotor tipo Jeffcott de la Figura 22 utilizando geometría 3D mediante Ansys SpaceClaim. En este apartado, se explican los pasos a seguir para lograr modelado correcto del rotor con geometría 3D.

Paso 1: Una vez situados en Ansys Workbench se inserta el módulo de análisis modal, hacer doble clic izquierdo sobre modal y posteriormente seleccionar la opción de (Geometry), con clic derecho se despliega el menú para seleccionar la opción de diseñar una geometría nueva en el módulo de SpaceClaim, tal como se muestra en la Figura 53.



Figura 53. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.

Para el paso 2: Una vez abierto el modelador SpaceClaim se comienza por elegir el plano de boceto en el cual se desea trabajar, con ayuda de la herramienta representada en la figura 24 (Select a new sketch plane) [17].



Figura 54. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.

En el paso 3 se selecciona el plano (Z, Y), posteriormente, situarse en la pestaña de diseño (Design) ubicada en la barra de herramientas y, elegir la herramienta cilindro (Cylinder), representada en la Figura 55 a). Es necesario ubicar el punto (0, 0, 0) del plano de diseño y comenzar a trazar dos cilindros. Las medidas correspondientes para la generación del modelo tridimensional del rotor tipo Jeffcott de la Figura 22 se toman de la Tabla 3. Una vez terminado el modelado del rotor, se utiliza la herramienta (Dimension) para acotar la geometría y verificar que las medidas coincidan con las especificadas en la Tabla 3, tal como se muestra en las Figura 55 b) y 55 c).



Figura 55. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c) Visualización del diseño del rotor tipo Jeffcott terminado.

Paso 4: Después de completar el modelado del rotor, se finaliza la edición del mismo mediante la opción (End Sketch Editing). Luego, se selecciona la opción (Share) para compartir el diseño con el módulo de Workbench, lo que permite configurar el análisis en Ansys Mechanical en etapas posteriores.


Figura 56. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys Workbench, c) Diseño compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench.

### 4.2.6 Configuración del análisis modal y armónico (modelo 3D) en Ansys Mechanical

En el módulo de Ansys Mechanical se inicia la configuración del análisis modal, la Figura 57 muestra una visualización del modelado en 3D en Ansys Mechanical. La configuración del análisis para el modelado 3D es relativamente sencilla en comparación con el análisis tipo viga, ya que no es necesario agregar masas puntuales y se utiliza un método distinto para el mallado. Cabe destacar el alto costo computacional que requiere este proceso, tanto para el mallado como para la resolución del análisis modal y armónico, lo cual demanda un mayor tiempo de ejecución.



Figura 57. Visualización del modelado en 3D con el material asignado.

Paso 1: El primer paso consiste en insertar una carpeta llamada "Conexiones" en el árbol de trabajo. Esto se logra haciendo clic derecho en la pestaña (Model) y seleccionando la opción (Insert), para luego elegir la carpeta (Connections), tal como se muestra en la Figura 58 [24].



Figura 58. Pasos para insertar la carpeta de conexiones.

Una vez insertada la carpeta de conexiones, el siguiente paso es agregar los rodamientos (Bearings). Al hacer clic derecho sobre la carpeta de conexiones, se selecciona la opción (Insert) y luego se elige la opción de (Bearings). Es necesario insertar dos rodamientos, ubicándolos en las caras circulares del eje, en los extremos de la geometría, la Figura 59 muestra una visualización de los pasos a seguir para insertar los rodamientos, mientras que la Figura 60 muestra la herramienta de selección de cara y la ubicación de la cara para los rodamientos [24].

Y - 1			
	Insert	•	Connection Group
🖃 🎸 🚻 Modal (I	Disable Transparence	у 🎽	Manual Contact Region
v T=0 Pre	b Rename	F2 🖉	为 Spot Weld
🖃 🎸 🐻 Sol 🛓	B Rename Based on D	efinition 🕅	Contact Tool
······	G Open Solver Files Di	rectory	Solution Information
s of "Connections"			Joint
to Detection		The second se	§ Spring
nerate Automatic Cor	nnection On Refresh Ye	s 🚱	Bearing
nsnarency		0	y stanning

Figura 59. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings).



Figura 60. a) Herramienta para selección de caras, b) Selección de la cara circular para la ubicación de los rodamientos.

En el árbol de trabajo se despliega la pestaña para agregar los parámetros de rigidez y amortiguamiento de los rodamientos, se selecciona el plano de rotación (X, Z) y se utilizan los valores de la Tabla 5. Los parámetros de rigidez y amortiguamiento asociados a los rodamientos se agregan como se muestra en la Figura 61.

Graphics Properties	Graphics Properties					
Visible	Yes					
Definition						
Connection Type	Body-Ground					
Rotation Plane	X-Z Plane					
Stiffness K11	1.e+007 N/m					
Stiffness K22	1.e+007 N/m					
Stiffness K12	0. N/m					
Stiffness K21	0. N/m					
Damping C11	1000. N·s/m					
Damping C22	1000. N·s/m					
Damping C12	0. N·s/m					
Damping C21	0. N·s/m					
Suppressed	No					

MODIIC	
Scoping Method	Geometry Selection
Scope	1 Vertex
Body	Beam (Circle)
Coordinate System	Global Coordinate System
Mobile X Coordinate	0. m
Mobile Y Coordinate	0. m
Mobile Z Coordinate	0. m
ŀ	))
۲ Mobile	)
Mobile Scoping Method	) Geometry Selection
Mobile Scoping Method Scope	Geometry Selection
Mobile Scoping Method Scope Body	Geometry Selection 1 Vertex Beam (Circle)
Mobile Scoping Method Scope Body Coordinate System	Geometry Selection 1 Vertex Beam (Circle) Global Coordinate System
Mobile Scoping Method Scope Body Coordinate System Mobile X Coordinate	Geometry Selection 1 Vertex Beam (Circle) Global Coordinate System 0. m
Mobile Scoping Method Scope Body Coordinate System Mobile X Coordinate Mobile Y Coordinate	Geometry Selection 1 Vertex Beam (Circle) Global Coordinate System 0. m 0.4 m

c)

Figura 61. a) Valores para los rodamientos, b) Ubicación del rodamiento A, c) Ubicación del rodamiento B.

La figura 62 muestra la visualización final del modelado 3D con los rodamientos A y B insertados con éxito.



Figura 62. Visualización del modelado 3D para el rotor tipo Jeffcott con los rodamientos A y B.

El comportamiento (Behavior) en los dos apoyos (Bearings) debe ser rígido para evitar movimientos no deseados, de lo contrario producen resultados erróneos (Behavior- Rigid) [24]. Una vez terminada la configuración de los rodamientos, es necesario configurar el mallado que se va utilizar para el análisis.

## 4.2.6.1 Malla

No se utiliza un método específico para el mallado debido a que, al ser un elemento en 3D, el mallado excede el número permitido de nodos por la versión educativa de Ansys, lo cual genera problemas para el solucionador. Por lo tanto, se emplea el método por defecto, que consiste principalmente en elementos tetraédricos con un tamaño de malla de 0.005 m, tal como se muestra en la Figura 63 [20].



Figura 63. a) Tamaño de la malla, b) Comando para generar malla

La Figura 64 incluye la visualización final de la malla con un total de 30,397 nodos y conformada por elementos tetraédricos.



Figura 64. Mallado finalizado con un total de 30,397 nodos.

#### 4.2.6.2 Configuración del módulo Rotordynamics

Finalmente, se configura la parte del análisis modal, la atención se centra especialmente en el módulo de rotodinámica (Rotordynamics), donde se configuran los datos específicos para el análisis, como la velocidad de rotación y los desplazamientos remotos.

Paso 1: Se selecciona la pestaña de configuración del análisis (Analysis Settings), representada en la Figura 65 con un rectángulo rojo, lo que despliega la pestaña correspondiente en el árbol de trabajo para agregar detalles específicos.



Figura 65. Pestaña para la configuración del análisis modal.

Paso 2: En total, es necesario identificar los 12 modos de vibración relevantes del rotor. Se activa la opción de amortiguamiento (Damped), lo que indica un sistema amortiguado. También es necesario activar las opciones del efecto Coriolis (Coriolis Effect) y el diagrama de Campbell. En la opción para seleccionar el número de puntos, optamos por un total de 7; estos puntos sirven de referencia para el diagrama de Campbell y están relacionados con la velocidad rotacional [19]. Los detalles están representados en la Figura 66.

-	Options	
	Max Modes to Find	7
	Limit Search to Range	No
	On Demand Expansion Option	Program Controlled
	On Demand Expansion	No
	Solver Controls	
	Damped	Yes
	Solver Type	Program Controlled
=	Rotordynamics Controls	
	Coriolis Effect	On, Stationary Reference Frame
	Campbell Diagram	On
	Number of Points	7

Figura 66. Configuración del análisis modal-activación del módulo Rotordynamics.

Paso 3: Después de completar la configuración del análisis, se procede a insertar la velocidad de rotación (Rotational velocity), la Figura 67 muestra el icono con el cual se representa. Haciendo clic derecho sobre el recuadro de (Modal), seleccionar la opción de (Insert) y luego elegir (Rotational velocity) [19].



Figura 67. Icono para insertar la velocidad rotacional.

Posteriormente, para configurar la velocidad, se seleccionan los detalles de la Figura 68: la velocidad se sitúa en las coordenadas 0, 0, 0 y se produce alrededor del eje Y. En los datos de tabulación (Tabular data), las velocidades estarán definidas en RPM y van desde 0 hasta 12,000 RPM, con incrementos de 2,000 RPM.

Details of "Rotational	Velocity"					
Scope						
Scoping Method	Geometry Selection					
Geometry	All Bodies		Points	X [rom]	V (rpm)	
Definition		1	1	0.	0.	0.
Define By	Components	2	2	0.	2000.	0.
Coordinate System	Global Coordinate System	3	3	0.	4000.	0.
X Component	Tabular Data	4	5	0.	6000. 8000.	0. 0.
Y Component	Tabular Data	6	6	0.	10000	0.
Z Component	Tabular Data	7	7	0.	12000	0.
X Coordinate	0. m	-		1		
Y Coordinate	0. m				b)	
Z Coordinate	0. m					
Suppressed	No					

Figura 68. a) Detalles para la velocidad rotacional, b) Valores para la velocidad sobre el eje Y (RPM).

Por último, se insertan los desplazamientos remotos (Remote Displacement). Estos desplazamientos remotos ayudan a mantener fija la geometría a lo largo del eje Y (eje de rotación), lo que se refleja en las animaciones donde solo se observan las deformaciones y no los movimientos horizontales a lo largo del eje Y. Para insertar los desplazamientos, hacer clic derecho en la pestaña (Modal) y seleccionar la opción (Insert), luego se elige (Remote Displacement) y se configuran los detalles. En total, se requieren dos desplazamientos remotos, los cuales se asignan a las caras cilíndricas extremas del eje, ambos con un comportamiento rígido (Behavior - Rigid) [24], los detalles de los desplazamientos remotos y el icono de la herramienta se representan en la Figura 69.

Remote Displacement	Definition		Coordinate System	Global Coordinate System
	Туре	Remote Displacement	X Coordinate	0. m
	X Component	Free	Y Coordinate	0. m
	Y Component	0. m	Z Coordinate	0. m
<b>*</b> -	Z Component	Free	Location	Click to Change
a)	Rotation X	Free		2)
	Rotation Y	Free	·	.)
	Rotation Z	Free	Coordinate System	Global Coordinate System
	Suppressed	No	X Coordinate	0. m
	Behavior	Rigid	Y Coordinate	0.4 m
		b)	Z Coordinate	0. m
		0)	Location	Click to Change
				d)

Figura 69. a) desplazamientos remotos, b) Detalles para ambos desplazamientos remotos, c) Ubicación del desplazamiento remoto A, d) Ubicación del desplazamiento remoto B.

La Figura 70 muestra la visualización final de los desplazamientos remotos insertados con éxito.



Figura 70. Visualización final de los desplazamientos remotos.

Una vez completada la configuración, tal como se muestra en la Figura 71 a), se procede a hacer clic en la herramienta 'Resolver' (Solve), y esperamos a que el programa Ansys Mechanical lleve a cabo el análisis y arroje los resultados. El icono de la herramienta (Solve) se representa en la Figura 71 b). En la sección 4.2.8 se analizan dichos resultados para posteriormente compararse con los datos de la literatura [22].



Figura 71. Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve).

#### 4.2.7 Configuración del análisis armónico (modelado 3D)

Para insertar el análisis armónico, es necesario ubicar la barra de herramientas de Ansys Mechanical. Luego, seleccionar la pestaña del entorno (Environment) y elegir el recuadro de análisis (Analysis). A continuación, se selecciona la opción de análisis armónico (Harmonic Response), los iconos correspondientes se representan en las Figuras 72 a) y 72 b) [24].



Figura 72. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.

Para la configuración del análisis armónico, se utiliza como base el análisis modal, incluyendo los rodamientos, la malla y los desplazamientos remotos. Lo único que se agrega es la fuerza de rotación (Rotating Force). En el árbol de trabajo, se despliega la pestaña para configurar el análisis armónico. Es necesario utilizar un método de solución completo (Full) y el rango de frecuencias será de 0 a 200 Hz [24], con un total de 200 intervalos. 200 Hz equivalen a 12,000 RPM, que son las RPM máximas de rotación para el rotor tipo Jeffcott.

Para el análisis armónico en el modelado 3D, se debe tener en cuenta el alto costo computacional que representa para algunos equipos, lo cual se refleja en el tiempo necesario para la solución del análisis. En cuanto a la configuración, es relativamente sencilla y similar al análisis armónico tipo viga mostrado anteriormente.

Paso 1: Se inserta un punto remoto (Remote Point). Este punto remoto nos ayuda a tener una referencia clara de la ubicación de la fuerza de rotación (masa de desbalance). Dado que el modelado 3D tiene una gran cantidad de nodos, es difícil seleccionar un nodo específico y ubicar la masa de desbalance a 0.13333 m a lo largo del eje Y (eje de rotación). Esto contrasta con el análisis tipo viga, que solo contiene 10 nodos a lo largo del eje de rotación, lo que facilita ubicar el nodo presente a 0.13333 m a lo largo del eje Y.

Para insertar el punto remoto, ubicar en la pestaña (Model), hacer clic derecho para desplegar el menú, seleccionar la opción de insertar (Insert) y elegir la opción (Remote Point), la Figura 73 a) muestra el icono de punto remoto y la Figura 73 b) muestra los pasos para insertar el punto remoto [24].



Figura 73. a) Icono de punto remoto, b) Pasos para insertar un punto remoto.

Se selecciona la cara circular correspondiente al disco, tal como se muestra en la Figura 74, los detalles para la configuración del punto remoto se incluyen en la Figura 75.



Figura 74. Ubicación del punto remoto (masa de desbalance).

D	etails of "Masa de desba	alance"					
-	Scope						
	Scoping Method	Geometry Selection					
	Geometry	1 Face					
	Coordinate System	Global Coordinate System					
	X Coordinate	0. m					
	Y Coordinate	0.13333 m					
	Z Coordinate	0. m					
	Location	Click to Change					
-	Definition						
	Suppressed	No					
	Behavior	Rigid					
1	Formulation	MPC					
	Relaxation Method	No					
	Pinball Region	All					
	DOF Selection	Program Controlled					
	Pilot Node APDL Name						

Figura 75. Detalles y configuración de la fuerza de rotación (masa de desbalance).

En el paso 2: La configuración para el análisis se muestra en la Figura 76, es importante habilitar el efecto Coriolis en el módulo de Rotodinámica (Rotordynamics) [19].

Analysis Settings		etails of "Analysis Settings'	•
	=	Step Controls	
		Multiple Steps	No
	=	Options	•
		Frequency Spacing	Linear
		Range Minimum	0. Hz
		Range Maximum	200. Hz
		Solution Intervals	200
		User Defined Frequencies	Off
		Solution Method	Full
	=	Rotordynamics Controls	
		Coriolis Effect	On, Stationary Reference Frame

Figura 76. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.

Paso 3: Una vez configurados los detalles y los controles rotodinámicos, se procede a insertar la fuerza de rotación. Es necesario situarse en la pestaña de Análisis armónico (Harmonic Response), hacer clic derecho, seleccionar la opción (Insert) y elegir (Rotating Force) [24]. Los datos del desbalance para su integración al modelado se encuentran en la Tabla 6, el icono y detalles también son representados en la Figura 77.



Figura 77. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).

Una vez finalizada la configuración del análisis y establecida la fuerza de rotación, se utiliza la herramienta (Solve) para que el módulo de Mechanical ejecute la resolución del análisis armónico, el icono de la herramienta (Solve) se incluye en la Figura 78. Tras la finalización del proceso, se procede a la interpretación y comparación de los resultados contra los resultados proporcionados en la literatura [22].



Figura 78. Herramienta para resolver el análisis (Solve).

# 4.2.8 Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos en el análisis modal y armónico para la geometría tipo viga y el modelado 3D aplicados al rotor tipo Jeffcott, los cuales son fundamentales para entender el comportamiento dinámico de estos sistemas bajo diversas condiciones operativas. Los resultados incluyen diagramas de Campbell, diagramas de Bode (amplitud vs frecuencia) y tablas con las frecuencias y velocidades críticas correspondientes, proporcionando una visión comprensiva de la respuesta dinámica del sistema.

Se realizaron comparaciones entre los resultados obtenidos mediante Ansys Mechanical y los presentados en la literatura por Lalanne y Ferraris [22]. Lo que permitió validar los resultados obtenidos en simulación. Estas comparaciones son esenciales para demostrar la precisión y fiabilidad del método de análisis empleado, especialmente en relación con estudios previamente establecidos.

Además, se hizo una comparación de los diagramas obtenidos mediante el análisis rotodinámico con Ansys con aquellos generados utilizando el software MATLAB [11]. Esta comparación proporciona una verificación adicional de los resultados y permite evaluar la precisión de las herramientas de simulación utilizadas. La evaluación de los datos obtenidos de Ansys Mechanical y MATLAB no solo fortalece la validez de los resultados, sino que también destaca las ventajas y limitaciones de cada herramienta de simulación en el contexto del análisis rotodinámico.

## 4.2.8.1 **Resultados del análisis tipo viga.**

Para el análisis tipo viga, los resultados obtenidos son congruentes con los reportados en la literatura, mostrando variaciones mínimas del 0.21% para las velocidades críticas que se mantienen dentro de un margen despreciable. Este alineamiento con estudios previos valida la precisión y robustez de la metodología utilizada en este trabajo de tesis.

Se comienza con una comparativa detallada entre los valores de frecuencias y velocidades críticas. Posteriormente, se analizaron los diagramas de Campbell, conocidos por su capacidad para identificar frecuencias críticas a diferentes velocidades de rotación, y el diagrama de amplitud vs frecuencia (Diagrama de Bode), que proporciona una representación clara de la respuesta del sistema bajo diferentes condiciones de excitación.

La tabla 8, generada mediante Ansys Mechanical, se presenta a continuación. Esta tabla contiene información detallada sobre las velocidades críticas, modos de estabilidad y las frecuencias en Hz evaluadas a distintas RPM. Estos datos son fundamentales para una comprensión integral del comportamiento dinámico del sistema, permitiendo identificar y analizar los modos de vibración más relevantes y las condiciones operativas críticas.

Modo	Dirección de	Modo de	Velocidad	0. rpm	4000.	8000.	12000
	giro	estabilidad	critica		rpm	rpm	rpm
1.	TORSIONAL	ESTABLE	NINGUNA	2.5731e-	2.5731e-	2.5731e-	2.5731e-
				006 Hz	006 Hz	006 Hz	006 Hz
2.	BW	ESTABLE	2373.4 rpm	43.487 Hz	36.06 Hz	26.964 Hz	20.327 Hz
3.	FW	ESTABLE	2775.5 rpm	43.487 Hz	47.094 Hz	48.832 Hz	49.803 Hz
4.	BW	ESTABLE	4424.9 rpm	115.1 Hz	75.762 Hz	63.152 Hz	58.99 Hz
5.	FW	ESTABLE	NINGUNA	115.1 Hz	194.68 Hz	300.96 Hz	418.26 Hz
6.	BW	ESTABLE	NINGUNA	780.24 Hz	779.6 Hz	779.08 Hz	778.64 Hz
7.	FW	ESTABLE	NINGUNA	780.24 Hz	781.1 Hz	782.32 Hz	784.26 Hz
8.	INDETERMI NADO	ESTABLE	NINGUNA	1032. Hz	1032. Hz	1032. Hz	1032. Hz
9.	BW	ESTABLE	NINGUNA	1662.2 Hz	1661.9 Hz	1661.5 Hz	1661.1 Hz
10.	FW	ESTABLE	NINGUNA	1662.2 Hz	1662.6 Hz	1663. Hz	1663.4 Hz
11.	BW	ESTABLE	NINGUNA	1730.6 Hz	1730. Hz	1729.4 Hz	1728.9 Hz
12.	FW	ESTABLE	NINGUNA	1730.6 Hz	1731.2 Hz	1731.8 Hz	1732.4 Hz

Tabla 8. Resultados del análisis tipo viga para el rotor tipo Jeffcott.

BW = Backward: Esto significa hacia atrás o en dirección hacia atrás para la dirección de giro del rotor.

FW=Forward: Esto significa hacia adelante o en dirección hacia adelante para la dirección de giro del rotor.

Para el diagrama de Campbell, se evaluaron un total de 12 modos de vibración del rotor. Durante este análisis, se determinaron 3 velocidades críticas y una velocidad torsional. Los resultados muestran que los modos de vibración se mantienen parcialmente estables y no generan una respuesta pronunciada a la excitación de desbalance producida por el disco. Esta estabilidad en los modos de vibración sugiere que el rotor puede operar de manera confiable dentro de ciertos rangos

de velocidad. La identificación de las velocidades críticas y torsionales es crucial para predecir y mitigar posibles problemas de vibración, asegurando así la integridad estructural y el funcionamiento eficiente del rotor.

La Figura 79 muestra el diagrama de Campbell obtenido mediante Ansys, mientras que la Figura 80 muestra el diagrama de Campbell obtenido en Matlab [11].



Figura 79. Diagrama de Campbell (análisis tipo viga)



Figura 80. Diagrama de Campbell en Matlab [11].



Figura 81. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia (análisis tipo viga).



Figura 82. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia (Lalanne y Ferraris) [22].



Figura 83. Diagrama de Bode en Matlab [11].

Para la comparativa de los diagramas de Bode es necesario apoyarse de las Figuras 81, 82, y 83, las Figuras muestran diagramas con una respuesta acertada, teniendo variaciones mínimas dentro del rango de 0.17%, lo cual se considera despreciable dentro de la variación de resultados. Esta pequeña discrepancia refuerza la congruencia con los diagramas proporcionados por la literatura [18], así como con los diagramas obtenidos mediante MATLAB [11].

Adicionalmente, En las Figuras 84, 85, y 86, Ansys Mechanical proporciona simulaciones detalladas que ilustran las frecuencias naturales y sus correspondientes formas modales. Estas simulaciones destacan los modos de vibración importantes, permitiendo un entendimiento preciso del comportamiento dinámico de la viga (rotor). Las simulaciones facilitan la visualización de cómo la viga responde a diferentes condiciones de desbalance, identificando las frecuencias de resonancia y los modos de vibración críticos que podrían afectar el rendimiento y la estabilidad del sistema.

En resumen, la precisión de los diagramas de Bode y la consistencia con la literatura existente y otros métodos de análisis, como MATLAB, validan la eficacia de Ansys Mechanical en la evaluación dinámica de rotores. Las simulaciones adicionales proporcionadas por Ansys Mechanical ofrecen una herramienta valiosa para entender y predecir el comportamiento del rotor bajo condiciones de operación, asegurando así un análisis exhaustivo y confiable del sistema rotodinámico.



Figura 84. Primer modo de vibración torsional.



Figura 85. Primer modo de vibración lateral.



Figura 86. Segundo modo de vibración lateral.

### 4.2.8.2 Resultados del análisis para el modelado 3D

Para el análisis con el modelado 3D, los resultados presentan variaciones del 3%, los cuales se encuentran dentro de un margen aceptable. Sin embargo, en comparación con el análisis tipo viga, se observan incrementos importantes en los resultados. Estos incrementos se deben principalmente al mallado y al número de elementos que el software debe analizar.

El mallado propuesto para el análisis en 3D incluye un total de 30,397 nodos, en contraste, el análisis tipo viga presenta un mallado mucho más simplificado con solo 10 nodos. Esta diferencia sustancial en el número de elementos a analizar representa una carga computacional considerablemente mayor para el software en el análisis 3D.

Esta complejidad adicional se refleja tanto en el tiempo de solución como en los resultados obtenidos. El mayor número de nodos y elementos en el análisis 3D requiere más recursos computacionales y tiempo de procesamiento, lo que puede influir en la precisión y detalle de los resultados. A pesar de estas variaciones, los resultados del análisis 3D se mantienen dentro de un margen aceptable, validando su utilidad y precisión para estudios detallados de comportamiento dinámico.

Con base en los valores de la tabla 9 para las frecuencias a 12,000 rpm, se observan ciertos incrementos en comparación con el análisis tipo viga. Sin embargo, continúan identificándose tres velocidades críticas y una velocidad torsional. Esta misma tendencia se confirma en el diagrama de Campbell, la Figura 87 muestra los modos de vibración y velocidades críticas, los cuales se mantienen estables, mostrando una respuesta consistente y similar.

Estos hallazgos subrayan la robustez y la coherencia del análisis realizado, destacando la capacidad del método para identificar y caracterizar las frecuencias críticas y los modos de vibración significativos del sistema. La comparación entre los resultados obtenidos mediante el análisis tipo viga y las herramientas analíticas como el diagrama de Campbell refuerza la confiabilidad de los datos y proporciona una comprensión clara del comportamiento dinámico del sistema analizado a diferentes condiciones operativas.

Modo	Dirección de giro	Modo de estabilidad	Velocidad critica	0. rpm	4000. rpm	8000. rpm	12000 rpm
1.	TORSIONAL	ESTABLE	8.9507e-002 rpm	1.4918e- 003 Hz	1.4918e- 003 Hz	1.4918e- 003 Hz	1.4918e- 003 Hz
2.	BW	ESTABLE	2463.4 rpm	45.965 Hz	37.995 Hz	28.879 Hz	22.078 Hz
3.	FW	ESTABLE	2963.8 rpm	46.113 Hz	50.546 Hz	52.889 Hz	54.239 Hz
4.	BW	ESTABLE	5000.9 rpm	126.61 Hz	86.962 Hz	72.521 Hz	67.169 Hz
5.	FW	ESTABLE	NINGUNA	126.81 Hz	203.72 Hz	306.91 Hz	421.93 Hz
6.	BW	ESTABLE	NINGUNA	850.01 Hz	850.11 Hz	850.13 Hz	849.09 Hz
7.	FW	ESTABLE	NINGUNA	850.75 Hz	850.86 Hz	851.56 Hz	854.04 Hz
8.	FW	ESTABLE	NINGUNA	1049.1 Hz	1049.1 Hz	1049.1 Hz	1049.1 Hz
9.	BW	ESTABLE	NINGUNA	1786.5 Hz	1786.5 Hz	1786.5 Hz	1786.5 Hz
10.	BW	ESTABLE	NINGUNA	1822.5 Hz	1822.3 Hz	1821.9 Hz	1821.4 Hz
11.	FW	ESTABLE	NINGUNA	1823.4 Hz	1823.6 Hz	1824.1 Hz	1824.6 Hz
12.	FW	ESTABLE	NINGUNA	1886.5 Hz	1886.5 Hz	1886.5 Hz	1886.5 Hz
13.	BW	ESTABLE	NINGUNA	3086.6 Hz	3086.6 Hz	3086.6 Hz	3086.6 Hz
14.	BW	ESTABLE	NINGUNA	3510.4 Hz	3510.4 Hz	3510.4 Hz	3510.5 Hz

Tabla 9. Resultados del análisis en el modelado en 3D para el rotor tipo Jeffcott.

BW = Backward: Esto significa hacia atrás o en dirección hacia atrás para la dirección de giro del rotor.

FW=Forward: Esto significa hacia adelante o en dirección hacia adelante para la dirección de giro del rotor.



Figura 87. Diagrama de Campbell para el modelado 3D.

La Figura 88 muestra el Diagrama de bode y su comportamiento a lo largo del eje X, mientras que la Figura 89 muestra el comportamiento a lo largo del eje Z, ambos diagramas se obtienen mediante Ansys Mechanical, la Figura 90 representa el diagrama de Bode obtenido de la literatura [22].



Figura 88. Diagrama de bode amplitud vs frecuencia eje X.



Figura 89. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia eje Z.



Figura 90. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia (Lalanne y Ferraris) [22].

Para la comparación de los diagramas de Bode, se observa una respuesta consistente a pesar de que el método de análisis difiere del presentado por Lalanne y Ferraris. Esta cercanía en los resultados, con algunas variaciones mínimas, subraya la precisión del método de análisis utilizado mediante Ansys para evaluar rotores sencillos.

Además, Ansys Mechanical proporciona simulaciones detalladas que ilustran el comportamiento dinámico de la viga bajo la influencia del desbalance causado por el peso del disco. Estas simulaciones destacan los modos de vibración críticos, proporcionando un entendimiento preciso del comportamiento dinámico del rotor. Las líneas o estelas en color negro en las simulaciones

representan el rotor sin deformación, lo que facilita una visualización clara del movimiento y la deformación experimentados a diversas velocidades de operación.



Figura 91. Primer modo de vibración torsional.



Figura 92. Primer modo de vibración lateral.



Figura 93. Segundo modo de vibración lateral.

#### 4.2.8.3 Análisis de resultados

El método de análisis tipo viga mediante Ansys Mechanical cumple de manera sobresaliente con los requerimientos propuestos, destacándose como un enfoque práctico, accesible, dinámico, preciso y eficiente en la obtención de resultados. Los hallazgos obtenidos son notablemente cercanos a los obtenidos por Lalanne y Ferraris, lo cual valida la precisión del método y su capacidad para analizar rotores sencillos. El análisis tipo viga con Ansys Mechanical no solo proporciona una representación precisa de las frecuencias y velocidades críticas, sino que también ofrece una comprensión exhaustiva de los modos de vibración, incluyendo la identificación de velocidades torsionales. La congruencia de los resultados con los datos de la literatura existente y las comparaciones con los diagramas obtenidos mediante MATLAB [11] refuerzan la validez y confiabilidad del método. Además, Ansys Mechanical ofrece simulaciones detalladas que permiten visualizar el comportamiento del rotor bajo diversas condiciones operativas, como el efecto de desbalance causado por el peso del disco. Estas simulaciones destacan los modos de vibración importantes y facilitan una comprensión clara del comportamiento dinámico del sistema. Las herramientas gráficas y las tablas generadas por Ansys proporcionan un análisis profundo y detallado, permitiendo identificar posibles problemas de vibración y resonancia.

Es importante señalar que los análisis en 3D presentan ciertas variaciones debido a la cantidad de elementos que el software debe analizar y la calidad del mallado. La complejidad adicional del modelo 3D, que incluye un mayor número de nodos y elementos, se refleja en diferencias de aproximadamente un 3% en los resultados en comparación con el análisis tipo viga. A pesar de estas variaciones, los resultados se mantienen dentro de un margen aceptable, lo que confirma la robustez del análisis 3D para representar fielmente el comportamiento del sistema.

### 4.3 Sistema rotodinámico de múltiples discos

El modelo de rotor de múltiples discos que se analiza en esta sección es el propuesto por Lalanne y Ferraris [22], el cual consta de tres discos inerciales de diferentes tamaños montados sobre un eje. Este rotor servirá como referencia para analizar y resolver problemas de mayor complejidad. Se espera que este rotor muestre comportamientos y valores distintos en comparación con el rotor tipo Jeffcott. Las configuraciones para los análisis modal-armónico tipo viga y el modelado 3D son similares a las propuestas para el rotor tipo Jeffcott.

### 4.3.1 Datos para el modelado del rotor de múltiples discos.

En la Figura 94 se muestra el modelo del rotor de múltiples discos que se utilizó para el modelado por elementos finitos en Ansys.



Figura 94. Representación del diseño del rotor propuesto por Lalanne y Ferraris [22].

En las Tabla 10 y 11 se muestran los parámetros geométricos del rotor de múltiples discos de la Figura 94.

DISCO	D1	D2	D3
Espesor (m)	0.05	0.05	0.06
Radio interno (m)	0.05	0.05	0.05
Radio externo (m)	0.12	0.2	0.2

Tabla 10. Datos para el diseño de los discos [22]

Tabla 11. Valores para los segmentos de L (longitud total) [22	2].
--	-----

L L1=0.2m L2=0.3m L3=0.5m L4=0.3m	l
-----------------------------------	---

Para calcular las masas de los discos y los momentos de inercia  $(I_{dx}, I_{dy}, I_{dz})$  se utilizan las ecuaciones que se presentan a continuación [22].

$$M_D = \pi (R_2^2 - R_1^2) h * \rho \tag{3.41}$$

$$I_{Dx} = I_{Dz} = \frac{M_D}{12} \left( 3R_1^2 + 3R_2^2 + h^2 \right)$$
(3.42)

$$I_{Dy} = \frac{M_D}{2} (R_1^2 + R_2^2) \tag{3.43}$$

Donde  $M_D$  corresponde a la masa del disco,  $R_2$  es el radio exterior y  $R_1$  representa el radio interior, el valor de *h* corresponde al grosor del disco y por último  $\rho$  representa la densidad del material. Los datos previamente calculados y obtenidos de las ecuaciones (3.41), (3.42) y (3.43) son representados en la Tabla 12.

Disco	D1	D2	D3				
Masa	14.5801 kg	45.9457 kg	55.1349 kg				
$I_{Dx}$	$0.06463 \ kg * m^2$	$0.4977 \ kg * m^2$	$0.60234 \ kg * m^2$				
I <sub>Dy</sub>	$0.1232  kg * m^2$	$0.97634  kg * m^2$	$1.17159  kg * m^2$				
I <sub>Dz</sub>	$0.06463 \ kg * m^2$	$0.4977 \ kg * m^2$	$0.60234  kg * m^2$				

Tabla 12. Valores de la masa de los discos y momentos de inercia.

Por otro lado, los valores de los parámetros de rigidez y amortiguamiento asociados a los rodamientos se proporcionan en la Tabla 13.

K <sub>xx</sub>	K <sub>zz</sub>	C <sub>xx</sub>	C <sub>zz</sub>	K <sub>XZ</sub>	k <sub>ZX</sub>	$C_{xz}$	Czx
5 <i>x</i> 10 <sup>7</sup> N/m	7 <i>x</i> 10 <sup>7</sup> N/m	5x10 <sup>2</sup> N/m/s	$7x10^2$ N/m/s	0	0	0	0

Tabla 13. Valores de los rodamientos [22].

Por último, la Tabla 14 contiene los valores del parámetro de desbalance utilizado en el análisis del rotor de múltiples discos. Cabe señalar que, la masa de desbalance se ubicó sobre el disco inercial.

Tabla 14. Datos para la masa de desbalance [22].

Ubicación	0.5 m
Masa	0.001 kg
Radio	0.2 m
Masa de desbalance	0.0002 kg*m

# 4.3.2 Modelado en Ansys SpaceClaim (Análisis tipo viga)

En esta sección se describe paso a paso el modelado del rotor de múltiples discos que se muestra en la Figura 94.

En este primer modelo, la geometría del eje se representa mediante líneas de croquis, esto con el objetivo de posteriormente realizar la simulación mediante la implementación de elementos finitos tipo viga.

Para realizar este primer modelo de rotor es necesario seguir los siguientes pasos:

Paso 1: Una vez situados en Ansys Workbench se inserta el módulo de análisis modal, después hacer doble clic izquierdo sobre modal que se ubica en la zona de Analysis Systems del Toolbox y posteriormente se selecciona la opción de (Geometry), con clic derecho despliega el menú para seleccionar la opción de diseñar una geometría nueva en el módulo de SpaceClaim, tal como se muestra en la figura 95.



Figura 95. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.

Para el paso 2: Una vez abierto el modelador SpaceClaim se comienza por elegir el plano de boceto en el cual se desea trabajar, con ayuda de la herramienta representada en la figura 96 (Select a new sketch plane) [17].



Figura 96. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.

En el paso 3: Se elige el plano (Z, Y) y se comienza con el trazo de 4 líneas conforme a las medidas del rotor que se encuentran en la Tabla 11, con la opción (Dimension) se insertan las cotas correspondientes a las medidas del diseño, tal como se puede ver en la Figura 97 a), b) y c) [17].



Figura 97. a) Herramienta de línea (Line), b) Herramienta de (Dimension), c) Líneas para el diseño del rotor hecho por Lalanne y Ferraris (análisis tipo viga).

Paso 4: Una vez teniendo las 4 líneas trazadas y seleccionadas se procede a elegir el perfil de la viga que se va utilizar, dentro del software se despliega la sección de preparación (Prepare) y se elige la opción de (Profiles) [17]. Para el análisis se utiliza un perfil circular marcado con un cuadrado rojo en la Figura 98 b).



Figura 98. a) Herramienta para perfiles de viga (Profiles), b) Perfil de viga circular.

Paso 5: Una vez desplegadas las opciones, seleccionar el perfil de viga circular. Esto crea una carpeta en el árbol de trabajo con la información del perfil circular para los cuatro segmentos de línea previamente trazados. Seleccionar la opción (Circle), marcada con un rectángulo rojo tal como se muestra en la figura 99, y con un clic derecho se despliega el menú de opciones para editar el perfil de la viga [17].



Figura 99. Opción de edición para el perfil de viga.

Para este caso se asigna un valor de radio de 0.05m a la sección transversal del perfil de viga creado, marcado con un rectángulo rojo en la Figura 100, de acuerdo con los valores que se muestran en la Tabla 10.



Figura 100. Cambio de dimensión en el radio para el perfil de viga circular.

Para el paso 6: Una vez completado el boceto, se finaliza la edición del mismo mediante la opción (End Sketch Editing). Luego, se selecciona la opción (Share) para compartir el diseño con el módulo de Workbench, tal como se muestra en la Figura 101, lo que permite configurar el análisis en Ansys Mechanical en etapas posteriores.



Figura 101. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys Workbench.

Finalmente en el Paso 7: Una vez compartido el diseño en Workbench, se muestra en la Figura 102 marcado con un rectángulo rojo. En el módulo de Workbench, se informa que la geometría se ha compartido exitosamente, lo que nos permite avanzar a la configuración del análisis rotodinámico en Ansys Mechanical.



Figura 102. a) Representación final del diseño tipo viga en Ansys SpaceClaim, b) diseño compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench.

## 4.3.3 Configuración del análisis modal en Ansys Mechanical (tipo viga)

Una vez completado el diseño, es necesario trasladarse al módulo de Mechanical, donde se lleva a cabo la configuración del análisis rotodinámico. Utilizando la herramienta (Cross Section), Figura 103 a), es posible visualizar la viga con sus diversas secciones tal como se muestra en la figura 103 b) [24].



Figura 103. a) Herramienta de sección trasversal (Cross Section), b) Visualización de sección trasversal.

Para el paso 1: Comenzando con la configuración del análisis, el primer paso implica la inserción de las masas de los discos y los momentos de inercia asociados. En el árbol de trabajo, se selecciona la opción de geometría (Geometry) y, con un clic derecho, se despliega el menú para insertar la masa puntual (Point Mass), marcada con rectángulos rojos en la Figura 104 [24].

Geret					
	Insert	$\rightarrow$	<b>1</b>	Element	Orientation
	Preview	•	**  40	Point Ma	ass
🖃 🛶 🎜 Crc 👍	Rename	F2	<u> </u>	Distribu	ted Mass
	Export	•	Ø	D Surface Coating	
C S	Update Geometry from So	urce	=	Importe	d Element Orientation
	Reset Body Colors				
	Freeze Mesh on All Parts				

Figura 104. Insertar masa puntual (Point Mass).

En el paso 2: Una vez que se ha insertado la masa puntual, se desplegará en el árbol de trabajo la opción para agregar los detalles de la masa puntual, como la ubicación, el valor de la masa, los momentos de inercia y el comportamiento.

Con base en los datos proporcionados en la Tabla 11, se selecciona la ubicación de las masas de los discos en relación con los valores de L. En la Tabla 12 se presentan los valores correspondientes de la masa de los discos y los momentos de inercia respectivos. La configuración de la masa puntual se expresa en la figura 33.



Figura 105. a) Detalles para la masa puntual, b) Herramienta para selección de vértice, c) Masa puntual insertada correctamente.

Es importante seleccionar un comportamiento rígido (Behavior-Rigid) y seleccionar el primer vértice del segmento de viga ubicado a 0.2 m. Una vez configurada la primera masa del disco 1, el proceso se repite para las dos masas restantes. El resultado final se muestra en la Figura 106.



Figura 106. Visualización final de las masas puntuales.

Una vez en el paso 3, es necesario insertar una carpeta llamada "conexiones" en el árbol de trabajo. Esto se logra haciendo clic derecho en la pestaña de (Model) y seleccionando la opción (Insert). A continuación, se elige la carpeta denominada (Connections), tal como se muestra en la Figura 107 [24].



Figura 107. Pasos para insertar la carpeta de conexiones.

Paso 4: Una vez insertada la carpeta de conexiones, el siguiente paso es añadir los rodamientos (Bearings). Esto se logra de manera similar, hacer clic derecho sobre la carpeta, se selecciona la opción (Insert) y luego elegir (Bearings). Para el análisis, se requieren dos rodamientos ubicados en los vértices extremos de la geometría [24].

			-	
Connection Connection	Insert	•		Connection Group
🖃 🖋 🔛 Modal (I	Disable Transparency		X	Manual Contact Region
	Rename	F2	٦	Spot Weld
🖃 🌾 🐻 Sol 🚲	Rename Based on Definition	n		Contact Tool
······ <u><u>s</u>a</u>	Open Solver Files Directory		1	Solution Information
s of "Connections" 👻 🛛				Joint
to Detection		à	Spring	
nerate Automatic Conn	ection On Refresh Yes		Bearing	
nenarenzy		-		

Figura 108. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings).

En el árbol de trabajo se despliega la pestaña para agregar los detalles de los rodamientos, utilizando los valores de la Tabla 13, los detalles de los rodamientos quedan expresados en la Figura 109.

D	etails of "Ground To N	lo Selection"	Mobile				
=	Graphics Properties		Scoping Method	Geometry Selection			
	Visible	Yes	Scope	1 Vertex			
-	Definition		Body	Beam (Circle)			
۱.	Connection Type	Body-Ground	Coordinate System	Global Coordinate System			
	Rotation Plane	X-Z Plane	Mobile X Coordinate	0. m			
	Stiffness K11	5.e+007 N/m	Mobile Y Coordinate	0. m			
	Stiffness K22	7.e+007 N/m	Mobile Z Coordinate	0. m			
	Stiffness K12 0. N/m		mobile 2 coordinate	0.111			
	Stiffness K21	0. N/m	b)				
	Damping C11	500. N·s/m					
	Damping C22	700. N·s/m					
	Damping C12	0. N·s/m	Mobile				
	Damping C21	0. N·s/m	Scoping Method	Geometry Selection			
	Suppressed	No	Scope	1 Vertex			
			Body	Beam (Circle)			
	a	)	Coordinate System	Global Coordinate System			
			Mobile X Coordinate	0. m			
			Mobile Y Coordinate	1.3 m			
			Mobile Z Coordinate	0. m			
			C	:)			

Figura 109. a) Valores para los rodamientos, b) Ubicación del rodamiento A, c) Ubicación del rodamiento B.

La visualización final se muestra en la figura 110, la cual muestra los dos rodamientos ubicados en los vertices extremos de la geometria.



Figura 110. Visualización final de la viga con los rodamientos A y B.

El comportamiento (Behavior-Rigid) en los dos rodamientos (Bearings) debe ser rígido para evitar movimientos no deseados, de lo contrario produce resultados incorrectos.

Una vez terminada la configuración de los rodamientos, es necesario configurar la malla que se va utilizar para el análisis.

## 4.3.3.1 Malla (Mesh)

Paso 1: Para llevar a cabo el mallado, se utiliza la herramienta de control de malla (Sizing), que se inserta al hacer clic derecho sobre la opción de malla (Mesh), seleccionar la opción (Insert) y luego (Sizing) [20]. Es importante destacar que en esta sección se debe insertar la herramienta cuatro veces, ya que cada segmento de la viga requiere una sección de mallado diferente, tal como se muestra en la Figura 111.

El mallado se divide en secciones, donde cada punto representa un nodo. El objetivo es lograr que al finalizar el mallado, la representación sea similar a la figura 94, con 14 nodos a lo largo del eje.



Figura 111. Pasos para insertar el método de mallado Sizing.

Para el paso 2: La configuración para la herramienta (Sizing) se realiza de la siguiente manera: Utilizando la herramienta de selección de arista (Edge), se selecciona el primer segmento de la viga. En la pestaña de (Geometry), elegir 'Aplicar' (Apply) para trabajar en dicho segmento. En la sección 'Tipo' (Type), se elige 'Número de divisiones' (Number of Divisions) y se establece el valor en 2 para el primer segmento, tal como se muestra en la Figura 112 c) [20].



Figura 112. a) Herramienta para seleccionar aristas, b) Selección del primer segmento de viga, c) Número de divisiones para el mallado.

El proceso se repite para la configuración de (Sizing) en los tres segmentos de viga restantes y solo cambia el número de divisiones, tal como se muestra en la Tabla 15.

Tabla 15. Número de divisiones para el mallado de los segmentos de viga.

Segmento	L1	L2	L3	L4
No. De divisiones	2	3	5	3

Paso 3: Para finalizar el mallado, hacer clic derecho en malla (Mesh) y se elige la opción de generar malla (Generete Mesh), la viga deberá quedar de la siguiente forma, figura 113, con un total de 14 nodos.



Figura 113. a) Comando para generar malla, b) Mallado finalizado con un total de 14 nodos.

## 4.3.3.2 Configuración del módulo Rotordynamics

Finalmente, se configura la parte del análisis modal, la atención se centra especialmente en el módulo de rotodinámica (Rotordynamics), donde se incorporan datos específicos para el análisis, como la velocidad de rotación y los desplazamientos remotos.

Paso 1: Seleccionar la pestaña de configuración del análisis (Analysis Settings), marcada con un rectángulo rojo en la Figura 114, se desplegará la pestaña correspondiente en el árbol de trabajo para agregar detalles específicos.



Figura 114. Pestaña para la configuración del análisis modal.

Paso 2: En total, es necesario identificar los 14 modos de vibración relevantes del rotor. Se activa la opción de amortiguamiento (Damped), lo que indica un sistema amortiguado. También se activan las opciones del efecto Coriolis (Coriolis Effect) y el diagrama de Campbell. En la opción para seleccionar el número de puntos (Number of points), optamos por un total de 7; estos puntos sirven de referencia para el diagrama de Campbell y están relacionados con la velocidad rotacional [19].

Analysis Settings		etails of "Analysis Settings" 👻 🔻 🗖		
		Options		
		Max Modes to Find	14	
		Limit Search to Range	No	
		On Demand Expansion Option	Program Controlled	
		On Demand Expansion	No	
		Solver Controls		
		Damped	Yes	
		Solver Type	Program Controlled	
	=	Rotordynamics Controls		
	Ι.	Coriolis Effect	On, Stationary Reference Fr	
		Campbell Diagram	On	
		Number of Points	7	

Figura 115. Configuración del análisis modal-activación del módulo Rotordynamics.

Paso 3: Después de completar la configuración del análisis, se inserta la velocidad de rotación (Rotational velocity), se representa en la Figura 116. Haciendo clic derecho sobre el recuadro de (Modal), seleccionar la opción de (Insert) y elegir (Rotational velocity) [19].



Figura 116. Icono de Velocidad rotacional.

Posteriormente para la configuración de la misma se eligen los siguientes detalles, la velocidad se sitúa en las coordenadas 0, 0, 0 y se produce alrededor del eje Y, en los datos de tabulación (Tabular data) las velocidades estarán definidas en RPM y van de 0 RPM, a 30,000 RPM con incrementos de 5,000 RPM, tal como se muestra n la Figura 117 [22].

D	Details of "Rotational Velocity"							
-	Scope							
	Scoping Method	Geometry Selection						
	Geometry	All Bodies						
Ξ	Definition							
	Define By	Components						
	Coordinate System	Global Coordinate System						
	X Component	Tabular Data						
	Y Component	Tabular Data						
	Z Component	Tabular Data						
	X Coordinate	0. m						
	Y Coordinate	0. m						
	Z Coordinate	0. m						
	Suppressed	No						

	Points	🔽 X [rpm]	🗸 Y [rpm]	🔽 Z [rpm]
1	1	0.	0.	0.
2	2	0.	5000.	0.
3	3	0.	10000	0.
4	4	0.	15000	0.
5	5	0.	20000	0.
6	6	0.	25000	0.
7	7	0.	30000	0.
*				

b)

a)

Figura 117. a) Detalles para la velocidad rotacional, b) Valores para la velocidad sobre el eje Y (RPM).
Paso 4: Finalmente, se insertan los desplazamientos remotos (Remote Displacement). Estos desplazamientos ayudan a mantener fija la geometría a lo largo del eje Y (eje de rotación), lo que se refleja en las animaciones donde solo se observan las deformaciones y no los movimientos horizontales a lo largo del eje Y.

Para insertar los desplazamientos, hacer clic en la pestaña de (Modal) y se selecciona la opción de (Insert). Luego se elige (Remote Displacement) y configuramos los detalles. En total, se necesitan 2 desplazamientos remotos, ubicados en los extremos de la viga, ambos con un comportamiento rígido (Behavior - Rigid), tal como se muestra en la Figura 118 [24].





En la Figura 119 se representan los desplazamientos remotos insertados con éxito.



Figura 119. Visualización final de los desplazamientos remotos.

Una vez completada la configuración, se procede a hacer clic en la herramienta 'Resolver' (Solve), la cual se representa en la Figura 120 b), el programa Ansys Mechanical realizara el análisis y proporcionará los resultados pertinentes.



Figura 120. a) Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve).

# 4.3.4 Configuración del análisis armónico (tipo viga)

Para insertar el análisis armónico es necesario ubicar la barra de herramientas de Ansys Mechanical. Luego, se selecciona la pestaña de entorno (Environment) y se elige el recuadro de análisis (Analysis). A continuación, se selecciona la opción de análisis armónico (Harmonic Response), tal como se muestra en la Figura 121 [24].



Figura 121. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.

Para la configuración del análisis armónico, se utilizan las bases del análisis modal, es decir, las masas, los momentos de inercia de los discos, los rodamientos, la malla y los desplazamientos remotos. Lo único adicional es la fuerza de rotación (Rotating Force). En el árbol de trabajo, se desplegará la pestaña para configurar el análisis armónico. Se utilizó un método de solución completo (Full) y el rango de frecuencias será de 0 a 500 Hz, con un total de 500 intervalos, 500 Hz equivalen a 30,000 RPM, que son las RPM máximas de rotación para el rotor.

La configuración para el análisis se muestra en la Figura 122, es importante habilitar el efecto Coriolis en el módulo de Rotodinámica (Rotordynamics) [19].

Analysis Settings	D	etails of "Analysis Settings'	' ······ 👻 🖡 🕻	
	-	Step Controls		
		Multiple Steps	No	
	-	Options		
		Frequency Spacing	Linear	
		Range Minimum	0. Hz	
		Range Maximum	500. Hz	
		Solution Intervals	500	
		User Defined Frequencies	Off	
		Solution Method	Full	
	-	Rotordynamics Controls		
		Coriolis Effect	On, Stationary Reference Frame	

Figura 122. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.

Una vez configurados los detalles y los controles rotodinámicos, se inserta la fuerza de rotación. En la pestaña de Análisis armónico (Harmonic Response), hacer clic derecho, seleccionar la opción (Insert) y elegir (Rotating Force), tal como se muestra en la Figura 123. Para la configuración, se toman los parámetros de la Tabla 14.

Rotating Force	Location		Definition	Definition		
a)	Define By	efine By Coordinates		Rotating Force		
	V Coordinate	0.14142 m	Coordinate System	Global Coordinate System		
	× coordinate	0.14142 11	Calculated From	Unbalanced Mass		
	Y Coordinate	0.14142 m	Mass	1.e-003 kg		
	Z Coordinate	-0.5 m	Rotating Radius	0.2 m		
	Location	Click to Change	Dibalanced Force	2.e-004 kg·m		
			Hit Point Selection	Mesh Node		
		b)	Suppressed	No		
				1		
				c)		

Figura 123. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).

Una vez finalizada la configuración del análisis y establecida la fuerza de rotación, en la figura 124 se representa la herramienta (Solve), la cual se utiliza para que el módulo de Mechanical ejecute la resolución del análisis armónico. Tras la finalización del proceso, se procede a la interpretación y comparación de los resultados obtenidos con la literatura [22].



Figura 124. Herramienta para resolver el análisis (Solve).

# 4.3.5 Modelado en Ansys SpaceClaim (modelado y análisis en 3D)

Para el modelado en 3D del rotor, tal como lo presentan Lalanne y Ferraris, se utiliza el módulo de diseño SpaceClaim. Este módulo ofrece una amplia variedad de herramientas para el diseño de piezas en 3D. En este apartado, se explican los pasos a seguir para lograr un modelado del rotor correcto.

Paso 1: En Ansys Workbench se inserta el módulo de análisis modal, esto se logra al hacer doble clic izquierdo sobre modal y posteriormente seleccionar la opción de (Geometry), con clic derecho se despliega el menú para seleccionar la opción de diseñar una geometría nueva en el módulo de SpaceClaim, tal como se muestra en la Figura 125.



Figura 125. Proceso para insertar el módulo de análisis modal.

Para el paso 2: Una vez abierto el modelador SpaceClaim se comienza por elegir el plano de boceto en el cual se desea trabajar, con ayuda de la herramienta representada en la figura 24 (Select a new sketch plane) [17].



Figura 126. Herramienta para seleccionar el plano de boceto.

En el paso 3 se selecciona el plano (Z, Y), posteriormente, situarse en la pestaña de diseño (Design) ubicada en la barra de herramientas y, elegir la herramienta cilindro (Cylinder), representada en la Figura 127 a). Es necesario ubicar en el punto (0, 0, 0) del plano de diseño y comenzar a trazar 4 cilindros. Las medidas correspondientes para la generación del modelo tridimensional del rotor de múltiples discos de la Figura 94 se toman de la Tabla 10 y la Tabla 11. Una vez terminado el modelado del rotor, se utiliza la herramienta (Dimension) para acotar la geometría y verificar que

las medidas coincidan con las especificadas en la Tabla 11, tal como se muestra en las Figuras 127 b) y 55 c).



Figura 127. a) Herramienta para trazar cilindros, b) Herramienta para acotar el diseño, c) Visualización del diseño del rotor propuesto por Lalanne y Ferraris terminado.

Paso 4: Una vez completado el boceto, se finaliza la edición del mismo mediante la opción (End Sketch Editing). Luego, seleccionar la opción (Share) para compartir el diseño con el módulo de Workbench, lo que permitirá configurar el análisis en Ansys Mechanical en etapas posteriores.



Figura 128. a) Cerrar el boceto de trabajo, b) Herramienta para compartir el diseño con Ansys Workbench, c) Diseño compartido con éxito en el módulo de trabajo en Ansys Workbench.

#### 4.3.6 Configuración del análisis modal para el rotor de múltiples discos en Ansys Mechanical

En el módulo de Ansys Mechanical se inicia la configuración del análisis modal, la Figura 129 muestra una visualización del modelado en 3D en Ansys Mechanical. Para este análisis no es necesario agregar masas puntuales y se utiliza un método distinto para el mallado.



Figura 129. Visualización del modelado en 3D con el material asignado.

Paso 1: El primer paso consiste en insertar una carpeta llamada "Conexiones" en el árbol de trabajo. Esto se logra haciendo clic derecho en la pestaña (Model) y seleccionar la opción (Insert), para luego elegir la carpeta (Connections), tal como se muestra en la Figura 130 [24].



Figura 130. Pasos para insertar la carpeta de conexiones.

Una vez insertada la carpeta de conexiones, el siguiente paso es agregar los rodamientos (Bearings). Al hacer clic derecho sobre la carpeta de conexiones, se selecciona la opción (Insert) y luego se elige la opción de (Bearings). Es necesario insertar dos rodamientos y ubicarlos en las caras circulares del eje, en los extremos de la geometría, la Figura 131 muestra una visualización de los pasos a seguir para insertar los rodamientos, mientras que la Figura 132 muestra la herramienta de selección de cara y la ubicación de la cara para los rodamientos [24].

			-	
	Insert	•	R	Connection Group
🖃 🎸 🔢 Modal (I	Disable Transparency		X	Manual Contact Region
Ana	Rename	F2	ወ	Spot Weld
	Rename Based on Definition			Contact Tool
······ * · · · · · · · · · · · · · · ·	Open Solver Files Directory			Solution Information
s of "Connections"		··· 🔻 🕹	$\langle \phi \rangle$	Joint
to Detection			ġ	Spring
nerate Automatic Conn	ection On Refresh Yes		69	Bearing
nsparency			9	

Figura 131. Pasos para insertar los rodamientos (Bearings).



Figura 132. a) Herramienta para selección de caras, b) Selección de la cara circular para la ubicación de los rodamientos.

En el árbol de trabajo se despliega la pestaña para agregar los parámetros de rigidez y amortiguamiento de los rodamientos, se selecciona el plano de rotación (X, Z) y se utilizan los valores de la Tabla 13. Los parámetros de rigidez y amortiguamiento asociados a los rodamientos se agregan como se muestra en la Figura 105.

D	etails of "Ground To	No Selection"	Mobile					
=	Graphics Properties	i	Scoping Method	Geometry Selection				
	Visible	Yes	Scope	1 Vertex				
-	Definition		Body	Beam (Circle)				
	Connection Type	Body-Ground	Coordinate System	Global Coordinate System				
	Rotation Plane	X-Z Plane	Mobile X Coordinate	0. m				
	Stiffness K11	5.e+007 N/m	Mobile Y Coordinate	0. m				
	Stiffness K22	7.e+007 N/m	Mobile Z Coordinate	0. m				
	Stiffness K12	0. N/m						
	Stiffness K21	0. N/m	1.)					
	Damping C11	500. N·s/m	D)					
	Damping C22	700. N·s/m	<b>N A A A</b>					
	Damping C12	0. N·s/m	Mobile					
	Damping C21	0. N·s/m	Scoping Method	Geometry Selection				
	Suppressed	No	Scope	1 Vertex				
			Body	Beam (Circle)				
		a)	Coordinate System	Global Coordinate System				
			Mobile X Coordinate	0. m				
			Mobile Y Coordinate	1.3 m				
			Mobile Z Coordinate	0. m				

c)

Figura 133. a) Valores para los rodamientos, b) Ubicación del rodamiento A, c) Ubicación del rodamiento B.



La Figura 134 muestra a visuaizacion final de los dos rodamientos insertados con éxito.

Figura 134. Visualización del modelado 3D para el rotor propuesto por Lalanne y Ferraris con los rodamientos A y B.

El comportamiento (Behavior) en los dos apoyos (Bearings) debe ser rígido para evitar movimientos no deseados, de lo contrario producen resultados incorrectos (Behavior- Rigid) [24]. Una vez terminada la configuración de los rodamientos, es necesario configurar la malla que se va utilizar para el análisis.

## 4.3.6.1 Malla

No se utiliza un método específico para el mallado debido a que, al ser un elemento en 3D, el mallado excede el número permitido de nodos por la versión educativa de Ansys, lo cual genera problemas para el solucionador. Por lo tanto, se emplea el método por defecto, que consiste principalmente en elementos tetraédricos con un tamaño de malla de 0.0095 m, en la Figura 135 se anexan los detalles para la malla [20].

Display	
Display Style	Use Geometry Setting
Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Element Order	Program Controlled
Element Size	9.5e-003 m

a)



Figura 135. a) Tamaño de la malla, b) Comando para generar la malla.

La Figura 64 incluye la visualización final de la malla con un total de 65,562 nodos y conformada por elementos tetraédricos.



Figura 136. Mallado finalizado con un total de 65,562 nodos.

# 4.3.6.2 **Configuración del módulo Rotordynamics**

Finalmente, se configura la parte del análisis modal, la atención se centra especialmente en el módulo de rotodinámica (Rotordynamics), donde se incorporan datos específicos para el análisis, como la velocidad de rotación y los desplazamientos remotos.

Paso 1: Se selecciona la pestaña de configuración del análisis (Analysis Settings), representada en la Figura 137 con un rectángulo rojo, lo que desplegará la pestaña correspondiente en el árbol de trabajo para agregar detalles específicos.



Figura 137. Pestaña para la configuración del análisis modal.

Paso 2: En total, es necesario identificar los 14 modos de vibración relevantes del rotor. Se activa la opción de amortiguamiento (Damped), lo que indica un sistema amortiguado. También es necesario activar las opciones del efecto Coriolis (Coriolis Effect) y el diagrama de Campbell. En la opción para seleccionar el número de puntos, optamos por un total de 7; estos puntos sirven de

referencia para el diagrama de Campbell y están relacionados con la velocidad rotacional [19], los detalles están representados en la Figura 138.

	s Settings	D	etails of "Analysis Settings"	🕈 🗖 🖂			
		-	Options				
			Max Modes to Find	14			
			Limit Search to Range	No			
			On Demand Expansion Option	Program Controlled			
			On Demand Expansion	No			
			Solver Controls				
			Damped	Yes			
			Solver Type	Program Controlled			
		-	Rotordynamics Controls				
		Ι.	Coriolis Effect	On, Stationary Reference Fr			
			Campbell Diagram	On			
			Number of Points	7			

Figura 138. Configuración del análisis modal-activación del módulo Rotordynamics.

Paso 3: Después de completar la configuración del análisis, se procede a insertar la velocidad de rotación (Rotational velocity), la Figura 139 muestra el icono con el cual se representa. Haciendo clic derecho sobre el recuadro de (Modal), seleccionar la opción de (Insert) y luego elegir (Rotational velocity) [19].



Figura 139. Icono para insertar la velocidad rotacional.

Posteriormente, para configurar la velocidad, se seleccionan los detalles de la Figura 68: la velocidad se sitúa en las coordenadas 0, 0, 0 y se produce alrededor del eje Y. En los datos de tabulación (Tabular data), las velocidades estarán definidas en RPM y van de 0 RPM a 30,000 RPM con incrementos de 5,000 RPM.

D	etails of "Rotational	Velocity"
-	Scope	
	Scoping Method	Geometry Selection
	Geometry	All Bodies
-	Definition	
	Define By	Components
	Coordinate System	Global Coordinate System
	X Component	Tabular Data
	Y Component	Tabular Data
	Z Component	Tabular Data
	X Coordinate	0. m
	Y Coordinate	0. m
	Z Coordinate	0. m
	Suppressed	No

a)

	Points	🗸 X [rpm]	Y [rpm]	Z [rpm]
1	1	0.	0.	0.
2	2	0.	5000.	0.
3	3	0.	10000	0.
4	4	0.	15000	0.
5	5	0.	20000	0.
6	6	0.	25000	0.
7	7	0.	30000	0.
*				



Figura 140. a) Detalles para la velocidad rotacional, b) Valores para la velocidad sobre el eje Y (RPM).

Por último, se insertan los desplazamientos remotos (Remote Displacement). Estos desplazamientos remotos ayudan a mantener fija la geometría a lo largo del eje Y (eje de rotación), lo que se refleja en las animaciones donde solo se observan las deformaciones y no los movimientos horizontales a lo largo del eje Y. Para insertar los desplazamientos, hacer clic derecho en la pestaña (Modal) y seleccionar la opción (Insert), luego se elige (Remote Displacement) y se configuran los detalles. En total, se requieren dos desplazamientos remotos, los cuales estarán situados en las caras cilíndricas extremas del eje, ambos con un comportamiento rígido (Behavior - Rigid) [24], los detalles de los desplazamientos remotos y el icono de la herramienta se representan en la Figura 141.



Figura 141. a) Desplazamientos remotos, b) Detalles para ambos desplazamientos remotos, c) Ubicación del desplazamiento remoto A, d) Ubicación del desplazamiento remoto B.



La Figura 142 muestra la visualización final de los desplazamientos remotos insertados con éxito.

Figura 142. Visualización final de los desplazamientos remotos.

Una vez completada la configuración, tal como se muestra en la Figura 143 a), se procede a hacer clic en la herramienta 'Resolver' (Solve) para que el programa Ansys Mechanical lleve a cabo el análisis y arroje los resultados. El icono de la herramienta (Solve) se representa en la Figura 143 b).



Figura 143. Configuración del análisis modal terminado, b) Herramienta para resolver el análisis (Solve).

## 4.3.7 Configuración del análisis armónico (modelado 3D)

Para insertar el análisis armónico, es necesario ubicar la barra de herramientas de Ansys Mechanical. Luego, seleccionar la pestaña del entorno (Environment) y elegir el recuadro de análisis (Analysis). A continuación, se selecciona la opción de análisis armónico (Harmonic Response), los iconos correspondientes se representan en las Figuras 144 a) y 144 b) [24].



Figura 144. a) Menú desplegable para insertar diferentes análisis, b) Análisis armónico.

Para la configuración del análisis armónico, se utiliza como base el análisis modal, incluyendo los rodamientos, la malla y los desplazamientos remotos. Lo único que se agrega es la fuerza de rotación (Rotating Force). En el árbol de trabajo, se despliega la pestaña para configurar el análisis armónico. Se utiliza un método de solución completo (Full) y el rango de frecuencias será de 0 a 500 Hz, con un total de 500 intervalos, 500 Hz equivalen a 30,000 RPM, las cuales son las RPM máximas de rotación para el rotor.

Para el análisis armónico en el modelado 3D, se debe tener en cuenta el alto costo computacional que representa para algunos equipos, lo cual se refleja en el tiempo necesario para la solución del análisis. En cuanto a la configuración, es relativamente sencilla y similar al análisis armónico tipo viga.

Paso 1: Se inserta un punto remoto (Remote Point). Este punto remoto ayuda a tener una referencia clara de la ubicación de la fuerza de rotación (masa de desbalance). Dado que el modelado 3D tiene una gran cantidad de nodos, es difícil seleccionar un nodo específico y ubicar la masa de desbalance a 0.5m a lo largo del eje Y (eje de rotación), Esto contrasta con el análisis tipo viga, que solo contiene 14 nodos a lo largo del eje de rotación, lo que facilita ubicar el nodo presente 0.5m a lo largo del eje Y.

Para insertar el punto remoto, es necesario ubicarse en la pestaña (Model), hacer clic derecho para desplegar el menú, seleccionar insertar (Insert) y elegir la opción (Remote Point), la Figura 145 a) muestra el icono de punto remoto y la Figura 145 b) muestra los pasos para insertar el punto remoto [24].



Figura 145. a) Icono de punto remoto, b) Pasos para insertar un punto remoto.

Se selecciona la cara circular correspondiente al disco, tal como se muestra en la Figura 146, los detalles para la configuración del punto remoto se incluyen en la Figura 147.



Figura 146. Ubicación del punto remoto (masa de desbalance).

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
Coordinate System	Global Coordinate System
X Coordinate	0. m
Y Coordinate	0.5 m
Z Coordinate	0. m
Location	Click to Change
Definition	h
Suppressed	No
Behavior	Rigid
Formulation	MPC
Relaxation Method	No
Pinball Region	All
DOF Selection	Program Controlled
Pilot Node APDL Name	

Figura 147. Detalles y configuración de la fuerza de rotación (masa de desbalance).

En el paso 2: La configuración para el análisis se muestra en la Figura 148, es importante habilitar el efecto Coriolis en el módulo de Rotodinámica (Rotordynamics) [19].

Analysis Settings	D	etails of "Analysis Settings"	' ····· 👻 🕂 🕻		
	-	Step Controls			
		Multiple Steps	No		
	Ξ	Options			
		Frequency Spacing	Linear		
		Range Minimum	0. Hz		
		Range Maximum	500. Hz		
		Solution Intervals	500		
		User Defined Frequencies	Off		
		Solution Method	Full		
	-	Rotordynamics Controls			
		Coriolis Effect	On, Stationary Reference Frame		

Figura 148. Configuración del análisis armónico-activación del módulo Rotordynamics.

Paso 3: Una vez configurados los detalles y los controles rotodinámicos, se procede a insertar la fuerza de rotación. Es necesario situarse en la pestaña de Análisis armónico (Harmonic Response), hacer clic derecho, seleccionar la opción (Insert) y elegir (Rotating Force) [24]. Los datos del desbalance para su integración al modelado se encuentran en la Tabla 14, el icono y detalles también son representados en la Figura 149.



Figura 149. Icono de fuerza rotacional (masa de desbalance), b) Ubicación de la masa de desbalance, c) valores para la fuerza de rotación (masa de desbalance).

Una vez finalizada la configuración del análisis y establecida la fuerza de rotación, se utiliza la herramienta (Solve) para que el módulo de Mechanical ejecute la resolución del análisis armónico, el icono de la herramienta (Solve) se incluye en la Figura 150. Tras la finalización del proceso, se procede a la interpretación y comparación de los resultados contra los resultados proporcionados en la literatura [22].



Figura 150. Herramienta para resolver el análisis (Solve).

#### 4.3.8 Resultados

En esta sección se presentan los resultados detallados del análisis modal y armónico aplicados tanto a la geometría tipo viga como al modelado tridimensional del rotor propuesto por Lalanne y Ferraris. Estos resultados son cruciales para una comprensión profunda del comportamiento dinámico de estos sistemas bajo diversas condiciones operativas. Para ello, se han incluido diagramas de Campbell, diagramas de Bode (amplitud vs. frecuencia) y tablas que incluyen las frecuencias y velocidades críticas correspondientes, proporcionando una visión comprensiva y cuantitativa de la respuesta dinámica del sistema.

El análisis modal es esencial para determinar las frecuencias naturales del sistema y los modos de vibración, mientras que el análisis armónico permite evaluar la respuesta del sistema cuando se somete a excitaciones periódicas. Estas metodologías combinadas ofrecen una caracterización completa del comportamiento vibratorio del rotor.

Se realizaron comparaciones detalladas entre los resultados obtenidos mediante Ansys Mechanical y los reportados en la literatura por Lalanne y Ferraris [18]. Esta comparación no solo valida los resultados obtenidos, sino que también contextualiza los hallazgos dentro del marco teórico y experimental previamente establecido. Lalanne y Ferraris son referentes en el campo de la rotodinámica, y sus trabajos ofrecen una base sólida para la validación de estudios posteriores.

Además, se contrastan los diagramas generados mediante el análisis rotodinámico con Ansys contra aquellos obtenidos utilizando el software MATLAB [11]. Este enfoque comparativo sirvió para verificar la consistencia y precisión de las herramientas de simulación empleadas. MATLAB es conocido por su robustez en cálculos numéricos y análisis de datos, mientras que Ansys Mechanical ofrece capacidades avanzadas de modelado y simulación estructural. La comparación entre estos dos enfoques permitió evaluar la fiabilidad de los resultados obtenidos y la capacidad predictiva de cada herramienta en el contexto del comportamiento dinámico de rotores.

## 4.3.8.1 Resultados del análisis tipo viga para el rotor de múltiples discos.

Para el análisis de tipo viga, los resultados obtenidos son congruentes con los reportados en la literatura, mostrando variaciones mínimas de 0.14%, se mantienen dentro de un rango insignificante. Este resultado refuerza la validez y precisión de la metodología empleada. La Tabla 16, generada mediante el software Ansys Mechanical, proporciona una descripción detallada de las velocidades críticas, modos de estabilidad y las frecuencias naturales en Hz evaluadas a distintas RPM.

Para validar aún más los resultados, se realizó una comparación exhaustiva entre los valores de frecuencias y velocidades críticas obtenidos, así como entre los diagramas de Campbell y los diagramas de Bode (amplitud vs frecuencia). Los diagramas de Campbell, conocidos por su capacidad para identificar las frecuencias críticas a diferentes velocidades de rotación, mostraron

una concordancia notable con los resultados teóricos previos, subrayando la precisión de nuestro modelo.

Por otro lado, los diagramas de Bode proporcionaron una representación clara de la relación entre la amplitud de vibración y la frecuencia, permitiendo identificar resonancias y modos críticos de vibración con alta precisión. La coherencia observada entre los datos de frecuencias naturales, velocidades críticas y las representaciones gráficas en los diagramas de Campbell y Bode, respalda la consistencia de los resultados obtenidos.

Estos hallazgos son consistentes con los principios teóricos subyacentes y con estudios anteriores, lo que subraya la robustez de nuestra aproximación analítica y computacional. En conclusión, la comparación integral de los diferentes enfoques confirma que los resultados son correctos y congruentes, validando así la eficacia del análisis realizado.

Modo	Dirección de giro	Modo de estabilidad	Velocidad critica	0. rpm	10000 rpm	25000 rpm	30000 rpm
1.	Torsional	ESTABLE	NINGUNA	3.6067e-005 Hz	3.6067e-005 Hz	3.6067e-005 Hz	3.6067e-005 Hz
2.	BW	ESTABLE	3617.5 rpm	60.569 Hz	59.082 Hz	55.423 Hz	54.123 Hz
3.	FW	ESTABLE	3795.2 rpm	62.974 Hz	64.311 Hz	67.209 Hz	68.13 Hz
4.	BW	ESTABLE	10015 rpm	169.4 Hz	166.93 Hz	158.27 Hz	154.88 Hz
5.	FW	ESTABLE	11275 rpm	185.42 Hz	187.45 Hz	193.9 Hz	196.15 Hz
6.	Torsional	ESTABLE	15226 rpm	253.76 Hz	253.76 Hz	253.76 Hz	253.76 Hz
7.	BW	ESTABLE	16857 rpm	329.41 Hz	305.31 Hz	253.19 Hz	237.75 Hz
8.	FW	ESTABLE	24580 rpm	361.83 Hz	380.14 Hz	410.32 Hz	416.57 Hz
9.	BW	ESTABLE	26899 rpm	528.6 Hz	493.15 Hz	451.76 Hz	443.78 Hz
10.	FW	ESTABLE	NINGUNA	556.8 Hz	614.26 Hz	757.98 Hz	814.41 Hz
11.	Torsional	ESTABLE	NINGUNA	712.14 Hz	712.14 Hz	712.14 Hz	712.14 Hz
12.	BW	ESTABLE	NINGUNA	829.95 Hz	744.31 Hz	634.41 Hz	604.77 Hz
13.	FW	ESTABLE	NINGUNA	844.77 Hz	947.11 Hz	1142.3 Hz	1215.1 Hz
14.	Torsional	ESTABLE	NINGUNA	1158.2 Hz	1158.2 Hz	1158.2 Hz	1158.2 Hz

Tabla 16. Resultados del análisis tipo viga en Ansys Mechanical para el rotor de múltiples discos.

BW = Backward: Esto significa hacia atrás o en dirección hacia atrás para la dirección de giro del rotor.

FW=Forward: Esto significa hacia adelante o en dirección hacia adelante para la dirección de giro del rotor.

	Deferrer		<u></u>					
Frequency	Value	2 Modes	4 Modes	6 Modes	8 Modes	10 Modes	12 Modes	14 Modes
Fl	55,41	56,14 1,3%	56,13 1,3%	55,7 0,5%	55,48 0,1%	55,47 0,1%	55,43 0%	55,43 0%
F2	67,20	68,05 1,3%	68,04 1,3%	67,46 0,4%	67,26 0,1%	67,25 0,1%	67,22 0%	67,21 0%
F3	157,9		160,3 1,5%	160,2 1,5%	160 1,3%	158,4 0,3%	158,1 0,1%	157,9 0%
F4	193,6		196,3 1,4%	196,2 1,3%	195,9 1,2%	194,1 0,3%	193,8 0,1%	193,7 0,1%
F5	249,9			270,7 8,3%	254,5 1,8%	253,4 1,4%	251,2 0,5%	250,9 0,4%
F6	407,5			448,3 10,0%	413 1,3%	410,7 0,8%	409,4 0,5%	408,5 0,2%
F7	446,7				453,2 1,5%	452,5 1,3%	448,2 0,3%	447,3 0,1%
F8	714,9				759,9 6,3%	758,6 6,1%	720,1 0,7%	720,1 0,7%
F9	622,7					635,7 2,1%	628,1 0,9%	624,5 0,3%
F10	1076					1144 6,3%	1082 0,6%	1080 a 0 0,4%

Figura 151. Resultados obtenidos de la literatura de Lalanne y Ferraris.

Los datos presentados en la Tabla 16 son idénticos a los de la Figura 151 y a la Tabla 17, ambos evaluando las frecuencias a 25,000 RPM. En estos, se destacan frecuencias coincidentes mediante recuadros rojos, y las velocidades torsionales mediante recuadros morados. Las frecuencias coincidentes refuerzan la validez de nuestros resultados al alinearse con los datos esperados.

Es importante resaltar que, aunque las velocidades torsionales no están mencionadas en la literatura de Lalanne y Ferraris [18], se han logrado identificar utilizando Ansys Mechanical. Esta capacidad de detectar velocidades torsionales agrega un valor significativo al análisis, ya que proporciona una comprensión más completa del comportamiento dinámico del sistema.

La identificación de las velocidades torsionales es un avance notable, ya que estas juegan un papel crucial en la evaluación de la estabilidad y para el análisis de la vibración torsional de rotores. La capacidad de obtener estas velocidades con Ansys Mechanical demuestra la potencia y precisión del software en la simulación y análisis de sistemas complejos.

En resumen, la congruencia entre los datos de la Tabla 16 y la Figura 151, junto con la identificación adicional de las velocidades torsionales, no solo valida nuestros resultados sino que también extiende el alcance del análisis más allá de lo reportado en la literatura existente. Esto subraya la robustez y precisión de la metodología y herramientas de simulación empleadas.

Las velocidades críticas obtenidas en Ansys Mechanical varían por un 1.06% con respecto al valor con mayor diferencia en comparación con las propuestas por Lalanne y Ferraris.

Tabla 17. Velocidades críticas obtenidas de la literatura de Lalanne y Ferraris.

Velocidad critica	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Valor de referencia	3620.4	3798.1	10018	11279	16785	24408	26615



Figura 152. Diagrama de Campbell en Ansys Mechanical para el rotor de múltiples discos.



Figura 153. Diagrama de Campbell obtenido de la literatura de Lalanne y Ferraris.



Figura 154. Diagrama de Campbell en Matlab [11].

Los diagramas de Campbell de las Figuras 152, 153 y 154 muestran una notable similitud tanto cualitativa como cuantitativamente. Sin embargo, el diagrama obtenido con Ansys Mechanical presenta diferencias clave: las velocidades críticas están marcadas con un triángulo rojo, a diferencia de los diagramas presentados por Lalanne y Ferraris. Un aspecto destacado es la inclusión de las velocidades torsionales en el diagrama de Ansys, lo cual no está presente en los diagramas de Lalanne y Ferraris [18].

La inclusión de las velocidades torsionales en el diagrama de Ansys Mechanical representa una ventaja significativa, ya que proporciona una visión más completa y detallada del comportamiento dinámico del sistema. Esta característica permite una identificación más precisa de los modos críticos de vibración, contribuyendo a una mejor evaluación de la estabilidad y el rendimiento del sistema analizado.

La Figura 155 muestra el diagrama de Bode obtenido en [11].



Figura 155. Diagrama de Bode obtenido de Matlab [11].



Figura 156. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia en Ansys Mechanical eje X.



Figura 157. Diagrama de Bode obtenido de la literatura de Lalanne y Ferraris.



Figura 158. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia en Ansys Mechanical (eje Z).

De igual forma, los diagramas de Bode de las Figuras 155, 156, 157 y 158 presentan una notable similitud en cuanto a las respuestas vibratorias causadas por el desbalance en el eje X y el eje Z. Ansys Mechanical ofrece simulaciones detalladas que ilustran el comportamiento de la viga sometida al desbalance generado por el peso del disco. Estas simulaciones resaltan los modos de vibración más importantes, proporcionando una comprensión precisa del comportamiento dinámico de la viga (rotor).

La capacidad de Ansys Mechanical para simular estos efectos permite identificar con exactitud las frecuencias de resonancia y los modos críticos de vibración. Esto resulta esencial para evaluar y mitigar posibles problemas de estabilidad y rendimiento en el sistema analizado.

A continuación, se presentan las figuras pertenecientes a los modos de vibración del rotor, la Figura 159 ilustra el primer modo de vibración torsional.



Figura 159. Primer modo de vibración torsional

Las Figuras 160, 161, 162, 163, 164 y 164 ilustran los modos de vibración lateral para el rotor de múltiples discos.



Figura 160. Primer modo de vibración lateral



Figura 161. Segundo modo de vibración lateral



Figura 162. Tercer modo de vibración lateral



Figura 163. Cuarto modo de vibración lateral



Figura 164. Quinto modo de vibración lateral

#### 4.3.8.2 **Resultados del análisis para el modelado 3D del rotor de múltiples discos.**

Para el análisis en el modelado 3D, se observan variaciones significativas en los resultados, llegando hasta un 2.88%, aunque se mantienen dentro de un margen aceptable. Sin embargo, en comparación con el análisis tipo viga, se registran incrementos notables. Estos aumentos se atribuyen principalmente al mallado y al número de elementos que el software debe analizar.

Es importante destacar que el mallado utilizado para el análisis en 3D comprende un total de 65,562 nodos. En contraste, el análisis tipo viga utiliza un mallado mucho más simplificado con solo 14 nodos, lo cual marca una diferencia significativa en la carga computacional para el software.

La complejidad adicional del modelo 3D se refleja tanto en el tiempo requerido para obtener una solución como en los resultados obtenidos. A pesar de estas diferencias, el análisis 3D proporciona una representación más detallada y precisa del comportamiento estructural y dinámico del sistema, considerando interacciones más complejas entre sus componentes. En resumen, aunque el análisis 3D implica un aumento notable en la complejidad y carga computacional debido al mallado detallado, sigue siendo crucial para estudios que requieren una representación más fiel de la realidad, a pesar de las variaciones observadas en comparación con el análisis tipo viga más simplificado.

Modo	Dirección de giro	Modo de estabilidad	Velocidad critica	0. rpm	10000 rpm	25000 rpm	30000 rpm
1.	TORSIONAL	INESTABLE	NINGUNA	0. Hz	0. Hz	0. Hz	0. Hz
2.	BW	ESTABLE	3703.8 rpm	62.275 Hz	60.805 Hz	57.051 Hz	55.698 Hz
3.	FW	ESTABLE	3924.2 rpm	64.898 Hz	66.188 Hz	69.035 Hz	69.936 Hz
4.	BW	ESTABLE	10261 rpm	173.64 Hz	171.17 Hz	162.23 Hz	158.7 Hz
5.	FW	ESTABLE	11634 rpm	191.23 Hz	193.2 Hz	199.6 Hz	201.85 Hz
6.	TORSIONAL	ESTABLE	15646 rpm	260.77 Hz	260.77 Hz	260.77 Hz	260.77 Hz
7.	BW	ESTABLE	16780 rpm	332.61 Hz	304.86 Hz	249.12 Hz	233.18 Hz
8.	FW	ESTABLE	25399 rpm	365.2 Hz	387.52 Hz	422.82 Hz	429.06 Hz
9.	BW	ESTABLE	27362 rpm	542.51 Hz	503.44 Hz	459.56 Hz	452.1 Hz
10.	FW	ESTABLE	NINGUNA	567.56 Hz	631.02 Hz	789.17 Hz	852.19 Hz
11.	FW	ESTABLE	NINGUNA	750.41 Hz	750.41 Hz	750.4 Hz	750.39 Hz
12.	BW	ESTABLE	NINGUNA	856.93 Hz	766.45 Hz	652.05 Hz	621.3 Hz
13.	FW	ESTABLE	NINGUNA	869.46 Hz	976.8 Hz	1177.2 Hz	1251.4 Hz
14.	BW	ESTABLE	NINGUNA	1093.5 Hz	1093.5 Hz	1093.5 Hz	1093.5 Hz

Tabla 18. Resultados del análisis (modelado 3D) en Ansys Mechanical para el rotor de múltiples discos.

BW = Backward: Esto significa hacia atrás o en dirección hacia atrás para la dirección de giro del rotor.

FW=Forward: Esto significa hacia adelante o en dirección hacia adelante para la dirección de giro del rotor.

En los valores de la Tabla 19, se observan incrementos en las frecuencias a 25,000 rpm en comparación con el análisis tipo viga. A pesar de esto, continúan presentándose siete velocidades críticas y una velocidad torsional, las velocidades criticas varían por un 2.8% con respecto a los valores de la literatura. Estos hallazgos indican que, aunque existen variaciones en las frecuencias y velocidades criticas obtenidas entre el análisis 3D y el análisis tipo viga, las características fundamentales del sistema, como las velocidades críticas y los modos de vibración principales, permanecen consistentes. Esto sugiere una robustez en los resultados y una coherencia en la interpretación de la dinámica estructural, validando así la efectividad de ambos enfoques de modelado para estudios específicos de comportamiento dinámico y de vibración. La figura 165 muestra el diagrama de Campbell obtenido en Ansys para el rotor de múltiples discos.



Figura 165. Diagrama de Campbell en Ansys Mechanical para el rotor de múltiples discos.



Figura 166. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia en Ansys Mechanical (eje X).



Figura 167. Diagrama de Bode amplitud vs frecuencia en Ansys Mechanical (eje Z).

Para la comparación de los diagramas de Bode de las Figuras 166 y 167, se observa una respuesta similar, a pesar de las diferencias en el método de análisis respecto al presentado por Lalanne y Ferraris. Esto indica una proximidad en los resultados con algunas variaciones, lo que subraya la

precisión del método de análisis mediante Ansys incluso para rotores con geometrías más complejas.

Además, Ansys Mechanical proporciona simulaciones que ilustran el comportamiento dinámico del rotor sólido bajo el efecto de desbalance causado por la masa de desbalance, tal como se muestra en las Figuras 168, 169, 170 y 171. Estas simulaciones destacan los modos de vibración significativos, ofreciendo un entendimiento detallado del comportamiento dinámico del rotor. Las líneas o estelas en color negro en las simulaciones representan el rotor sin deformación, permitiendo una comprensión clara del movimiento y la deformación experimentada durante las diferentes velocidades de operación. Este enfoque no solo valida la efectividad del análisis realizado con Ansys Mechanical, sino que también proporciona una herramienta invaluable para estudios avanzados de vibración y dinámica estructural en sistemas rotativos complejos. La capacidad de simular condiciones reales de funcionamiento contribuye significativamente a la mejora del diseño y la optimización del rendimiento de estos sistemas críticos.



Figura 168. Primer modo de vibración torsional.



Figura 169. Primer modo de vibración lateral



Figura 170. Segundo modo de vibración lateral



Figura 171. Tercer modo de vibración lateral

# 4.4 Análisis de resultados.

El análisis de los resultados se fundamenta en la comparación con estudios anteriores, como los trabajos de Lalanne y Ferraris, y el artículo de Mendoza-Larios et al [11]. Estas comparaciones muestran una notable concordancia con los resultados obtenidos. Específicamente, las variaciones en las frecuencias y velocidades críticas oscilan entre un 0.14% y un 0.20% en el análisis tipo viga, y entre un 1% y un 3% en el modelado 3D. ANSYS ofrece herramientas valiosas como los diagramas de Campbell y Bode, que permiten una comprensión integral de las velocidades y frecuencias operativas de los componentes durante su ciclo de trabajo. El análisis tipo viga en Ansys Mechanical no solo proporciona una representación precisa de las frecuencias y velocidades críticas, sino que también ofrece una visión completa de los modos de vibración, incluyendo la identificación de velocidades torsionales. La consistencia de los resultados con los datos presentes en la literatura y las comparaciones con los diagramas obtenidos mediante MATLAB refuerzan la validez y confiabilidad del método. Además, Ansys Mechanical permite realizar simulaciones detalladas que visualizan el comportamiento del rotor bajo diversas condiciones operativas, como el efecto del desbalance causado por la masa de desbalance. Estas simulaciones destacan los modos de vibración más relevantes y facilitan una comprensión clara del comportamiento dinámico del sistema. Las herramientas gráficas y las tablas generadas por Ansys proporcionan un análisis exhaustivo, permitiendo identificar posibles problemas de vibración y resonancia.

Es importante destacar que los análisis en 3D presentan ciertas variaciones debido al número de elementos que el software debe procesar y la calidad del mallado. La complejidad añadida del modelo 3D, con un mayor número de nodos y elementos, se refleja en diferencias de aproximadamente un 3% en comparación con el análisis tipo viga. A pesar de estas diferencias, los resultados se mantienen dentro de un margen aceptable, lo que confirma la robustez del análisis 3D para representar fielmente el comportamiento del sistema.

# Capítulo 5

## 5 Conclusiones

En conclusión, el método de análisis tipo viga utilizando Ansys Mechanical cumple exhaustivamente con los requerimientos establecidos, destacándose como un enfoque práctico, de fácil comprensión, dinámico, altamente preciso y eficiente en la obtención de resultados. Los hallazgos obtenidos muestran una notable proximidad con los datos propuestos por Lalanne y Ferraris, lo cual confirma la eficacia del método para analizar tanto rotores simples como aquellos con geometrías complejas. La confianza en la precisión del análisis proporciona un entendimiento completo del comportamiento dinámico de los sistemas rotodinámicos.

Es importante destacar que los análisis realizados en 3D, aunque presentan variaciones aproximadas del 3%, reflejan la complejidad del modelo debido a la cantidad de nodos y la calidad de la malla empleada. No obstante, lo destacable del método son las simulaciones en 3D, las cuales ofrecen una representación clara y detallada del comportamiento del rotor durante condiciones de trabajo variadas. Estas simulaciones permiten visualizar con precisión los modos de vibración y la respuesta del rotor frente a desbalances y cargas dinámicas, proporcionando una valiosa herramienta para la evaluación y optimización del diseño mecánico.

Una de las grandes ventajas de ANSYS es la capacidad de modificar el modelado de la geometría mediante el modelador de Ansys SpaceClaim. Este módulo permite realizar ajustes en el modelado de manera rápida y sencilla, lo cual es crucial para iteraciones de diseño eficientes. Además, la implementación del método del elemento finito (FEM) en ANSYS proporciona soluciones precisas y detalladas, permitiendo analizar el comportamiento del rotor bajo diversas condiciones operativas con alta fidelidad.

Ansys Mechanical no solo facilita la generación de tablas detalladas, gráficos y simulaciones pertinentes, sino que también permite una interpretación clara y profunda de dicho comportamiento. Esto asegura una evaluación exhaustiva de las características de vibración y de estabilidad, esencial para optimizar el diseño y operación de sistemas mecánicos sujetos a condiciones dinámicas variadas. En comparación con MATLAB, ANSYS presenta una ventaja significativa al no requerir conocimientos avanzados en programación ni comandos específicos para realizar un análisis con éxito, reduciendo así la complejidad del proceso. Los tiempos de solución con ANSYS son notablemente eficientes, aproximadamente un minuto por análisis.

Por otro lado, realizar un estudio físico y experimental para un rotor implica una serie de desafíos y complejidades. Se requiere la fabricación precisa del rotor y la implementación de diversos aparatos de medición, como transductores, para capturar datos exactos. Este proceso no solo es costoso, sino también laborioso, ya que cada modificación o ajuste en el diseño del rotor exige una

nueva serie de mediciones y análisis. Además, la configuración y calibración de los equipos de medición son tareas que demandan tiempo y experiencia, aumentando la duración total del estudio. Esto confirma que el método de análisis con ANSYS no solo es preciso y confiable, sino que también resulta más accesible y comprensible para los estudiantes de ingeniería automotriz. El uso de este software facilita el aprendizaje y la aplicación de técnicas avanzadas de simulación sin la necesidad de recursos experimentales extensivos.

No obstante, una de las desventajas del software educativo de ANSYS es que presenta ciertas limitaciones en cuanto al número de elementos que puede analizar y a los métodos de mallado disponibles. Estas restricciones pueden influir en la precisión y el detalle del análisis en modelos más complejos, lo cual debe tenerse en cuenta al utilizar la versión educativa.

En resumen, ANSYS ofrece un método efectivo y eficiente para el análisis de rotores, reduciendo las barreras de costo y complejidad asociadas con los estudios experimentales físicos, y proporcionando una plataforma accesible para la formación de futuros ingenieros. Con la integración de Ansys SpaceClaim y Ansys Mechanical en el uso del método del elemento finito, ANSYS asegura una capacidad de modelado y análisis de alta precisión y adaptabilidad, a pesar de las limitaciones presentes en su versión educativa.

#### 6 Bibliografía

- M. Canales, W. Paucar, y N. Juipa, "Método de investigación para ingenierías basado en la metodología de la investigación científica", Perú, 2017.
- [2] R. López, "Experimentación y análisis de estabilidad dinámica en sistemas rotor-chumacera con y sin desalineamiento.", Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 2006.
- [3] T. Rajiv, Rotor systems: analysis and identification, 1a Edición. Guwahati, India: Taylor & Francis Group, 2018.
- [4] D. Ferrari, "Método del elemento finito y autofem", Universidad Nacional Autónoma de México, Cautitlán Izcalli, Estado de México, México, 2018.
- [5] J. Molina, "Fundamentos del método de elemento finito primera edición", Primera edición.,J. Molina, Ed., La Paz, Bolivia, 2010, 1, pp. 1–14.
- [6] T. Martínez, "El método del elemento finito aplicado en la solución de problemas de mecánica de materiales en una dimensión.", Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México, 1998.
- [7] A. Martín, "Simulación mediante el método de los elementos finitos de una estructura metálica", Madrid España, nov. 2010.
- [8] A. Santos, "uso de software de elementos finitos ansys, en el diseño estructural de un vehículo todo terreno", pp. 1–8, feb. 2011, doi:10.18566/puente.v5n1.a03.
- [9] I. Vargas, L. Palacios, y H. Corro, respuesta vibratoria de un rotor apoyado en chumaceras hidrodinámicas cortas. Pachuca, Hgo., México, 2013.
- [10] F. Zezatti y G. Castro, "Análisis numérico de la interacción fluido-estructura en el rotor de un generador eólico", memorias del xxv congreso internacional anual de la somim, pp. 1– 5, sep. 2019.

- [11] J. Larios, E. Barredo, J. Colín, A. Ortega, M. Montiel, y J. Mayén, "Computational Platform for the Analysis and Simulation of Rotor-Bearing Systems of Multiple Degrees of Freedom", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, vol. 36, ago. 2020, doi: 10.23967/j.rimni.2020.08.001.
- [12] H. Heinz, "Análisis de balanceo de máquinas en Tándem conectados con al menos un cople y validación experimental.", Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 2009.
- [13] M. del R. Prieto, "Vibraciones de máquinas rotativas; análisis de órdenes.", Universidad de Sevilla, Sevilla, España, 2017.
- [14] M. Trujillo, "Análisis de vibraciones en auxiliares de MACI", Universidad de Zaragoza, Puebla, 2010.
- [15] F. Cebrera, "Análisis rotodinámico de turbina hidráulica mediante simulación numérica", Universidad Autónoma de Baja California, Tijuana, Baja California, México, 2022.
- [16] F. Murillo, "Análisis mediante elementos finitos del comportamiento de perfiles combinados de estructuras de autobuses", Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, 2018.
- [17] Ansys Inc, "Discovery SpaceClaim User's Guide", 2024. [En línea]. Disponible en: http://www.sections.arcelormittal.com/products-services/products-ranges.html.
- [18] D. Sepulveda, "Cálculo de las frecuencias criticas rotacionales de un sistema propulsor con el método de elementos finitos.", Universidad Austral de Chile, Valdivia, Chile, 2006.
- [19] Ansys Inc., "Rotordynamics Analysis User's Guide.", 2024. [En línea]. Disponible en: http://www.ansys.com
- [20] Ansys Inc., "ANSYS Meshing User's Guide", 2024. [En línea]. Disponible en: http://www.ansys.com

- [21] Ansys Inc., "Meshing Tutorial Ansys", 2010.
- [22] M. Lalanne y Guy. Ferraris, Rotordynamics prediction in engineering. John Wiley, 1998.
- [23] Ansys Inc., "Workbench User's Guide", 2024. [En línea]. Disponible en: http://www.ansys.com
- [24] Ansys Inc., "Mechanical User's Guide", 2024. [En línea]. Disponible en: http://www.ansys.com