



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA
INSTITUTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y MECÁNICA AUTOMOTRIZ.

**MODELADO E IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DE
UNA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ REGENERATIVA
IMPLEMENTANDO LA TÉCNICA DE IDENTIFICACIÓN
ALGEBRAICA**

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO MECÁNICO AUTOMOTRIZ

PRESENTA:
JOSMAR EMMANUEL MARTÍNEZ PÉREZ

DIRECTOR DE TESIS:
DR. JOSÉ GABRIEL MENDOZA LARIOS

H. CD. DE HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA, MARZO DE 2024

Dedicatoria

El presente trabajo de tesis está dedicado con mucho amor y cariño a toda mi familia. Su amor incondicional, apoyo constante y sacrificios han sido la luz que guió cada paso de mi travesía académica. Gracias por ser mi inspiración y por brindarme la fortaleza para alcanzar este logro.

A mis padres Jesús y Ana por su amor, sacrificio y dedicación, sin los cuales este logro no sería posible.

A mis hermanos Angel Abisai y Jesús Uriel que son mi motivación y ejemplo a seguir.

Agradecimientos

Primeramente, agradezco a mis queridos padres, Jesús Martínez Tadeo y Ana Pérez Sánchez, quienes han sido el pilar de mi vida y la razón por la cual estoy aquí. A ustedes, les debo no solo mi educación, sino también los valores y la fortaleza que me ha impulsado. Gracias por todo el apoyo brindado, por sus consejos, sus enseñanzas, su amor y sacrificio. Su constante aliento y confianza en mí ha sido mi mayor motivación.

A mis queridos hermanos Uriel y Angel que siempre han estado a mi lado, brindándome sus consejos y su apoyo emocional durante toda esta trayectoria.

A mis abuelos, cuyo amor y sabiduría ha sido un faro de luz en mi vida. Sus historias de vida, lecciones y amor perduran en mi corazón.

A mi novia Ana Itzel por ser mi fuente de inspiración y apoyo emocional. Su amor, apoyo y paciencia, ha sido un pilar en este camino.

A todos mis compañeros y amigos: Andrea, Edwin, Félix, Ulises, Carlos y Matthieu, con quienes compartí risas, desafíos y experiencias inolvidables a lo largo de esta travesía académica. Su amistad ha hecho que este camino sea más significativo y especial.

Continúo agradeciendo a mis respetados profesores, el Dr. Eduardo Barredo Hernández y el Dr. José Gabriel Mendoza Larios, cuya guía experta, dedicación y conocimientos compartidos han sido fundamentales para mi desarrollo académico. Su influencia ha dejado una marca indeleble en mi formación. Gracias por su confianza para llevar a cabo el siguiente trabajo de investigación y sus consejos para impulsar mi formación académica.

Resumen

En este trabajo de investigación, se examina de manera detallada la metodología de identificación paramétrica basada en el método algebraico con el fin de desarrollar identificadores para una suspensión pasiva y suspensiones regenerativas basadas en amortiguadores electromagnéticos y electromecánicos, considerando la dinámica de un cuarto de vehículo, medio vehículo y el vehículo completo. Dado que los vehículos están sujetos a un cierto grado de vibración, es crucial mantener estos niveles dentro de límites permisibles para evitar vibraciones descontroladas o estados de resonancia que puedan causar fallas en los elementos y en el sistema en sí.

La correcta sintonización de cada parámetro es esencial para lograr una mitigación eficiente de las vibraciones, especialmente en el caso de las suspensiones regenerativas, donde se busca maximizar la recolección de energía eléctrica. Por lo tanto, para conocer los parámetros físicos de estos sistemas se pueden emplear métodos de identificación paramétrica.

Es por ello que en el presente trabajo de tesis se presenta el desarrollo de los identificadores para los diferentes sistemas mencionados. Además, se presentan pruebas de robustez y análisis de sensibilidad paramétrica para evaluar la eficacia y la confiabilidad de los identificadores desarrollados. El objetivo final es contribuir al diseño y funcionamiento óptimo de sistemas de suspensión regenerativas, asegurando la eficacia de los vehículos ante niveles variables de vibración.

ÍNDICE GENERAL

NOMENCLATURA Y SIMBOLOGÍA.....	V
.....	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VIII
ÍNDICE DE TABLAS.....	XII
INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Planteamiento del problema.....	4
1.2. Justificación	5
1.3. Objetivos	6
1.3.1 Objetivo general.....	6
1.3.2 Objetivos específicos.....	6
1.4 Hipótesis	7
1.5 Metodología	7
1.6 Alcances o metas	10
1.7 Consideraciones y limitantes de la investigación	10
ESTADO DEL ARTE	11
2.1 Suspensiones automotrices.....	11
2.1.1 Suspensiones pasivas	11
2.1.2 Suspensiones semiactivas	15
2.1.3 Suspensiones activas.....	17
2.2 Suspensiones automotrices regenerativas.....	18
2.2.1 Amortiguadores regenerativos electromagnéticos lineales.....	19
2.2.2 Amortiguadores regenerativos electromecánicos.....	25

2.2.3 Amortiguadores regenerativos electrohidráulicos.....	31
MARCO TEÓRICO.....	34
3.1 Componentes básicos del sistema de suspensión.....	34
3.1.1 Resortes.....	34
3.1.2 Amortiguador viscoso.....	35
3.2 Ecuaciones de Euler-Lagrange.....	37
3.3 Modelos dinámicos del vehículo.....	38
3.3.1 Modelo de un cuarto del vehículo.....	38
3.3.2 Modelo de medio vehículo.....	39
3.3.3 Modelo de vehículo completo.....	41
3.4 Transformada de Laplace.....	43
3.5 Identificación algebraica.....	45
3.5.1 Metodología algebraica.....	45
3.6 Análisis del amortiguador regenerativo lineal.....	46
3.6.1 Ley de inducción de Faraday.....	46
3.6.2 Flujo magnético.....	46
3.6.3 Fuerza de Lorentz.....	47
3.6.4 Ley de voltaje de Kirchhoff.....	48
3.7 Modelado del amortiguador regenerativo electromagnético lineal.....	48
3.8 Modelado del amortiguador regenerativo electromecánico.....	50
MODELO MATEMATICO.....	54
4.1 Modelado de la suspensión regenerativa basada en amortiguadores electromagnéticos.....	54
4.1.1 Cuarto de vehículo con suspensión electromagnética.....	54
4.1.2 Medio vehículo con suspensión electromagnética.....	55
4.1.3 Vehículo completo con suspensión electromagnética.....	56
4.2 Modelado de la suspensión regenerativa basada en amortiguadores electromecánicos.	58

4.2.1 Cuarto de vehículo con suspensión electromecánica	58
4.2.2 Medio vehículo con suspensión electromecánica	59
4.2.3 Vehículo completo con suspensión electromecánica	60
IDENTIFICADORES.....	63
5.1 Identificadores para una suspensión pasiva tradicional.	63
5.1.1 Identificadores para un cuarto de suspensión pasiva.	63
5.1.2 Identificadores para medio vehículo con suspensión pasiva.	69
5.1.3 Identificadores para vehículo completo con suspensión pasiva.	69
5.2 Identificadores para una suspensión basada en amortiguadores electromagnéticos... 71	
5.2.1 Identificadores para un cuarto de suspensión regenerativa electromagnética.	71
5.2.2 Identificadores para medio vehículo con suspensión regenerativa electromagnética.	73
5.2.3 Identificadores para vehículo completo con suspensión regenerativa electromagnética.	74
5.3 Identificadores para una suspensión basada en amortiguadores electromecánicos 75	
5.3.1 Identificadores para un cuarto de suspensión regenerativa electromecánica.	75
5.3.2 Identificadores para medio vehículo con suspensión regenerativa electromecánica.	76
5.3.3 Identificadores para vehículo completo con suspensión regenerativa electromecánica.....	77
RESULTADOS.	79
6.1 Simulaciones para una suspensión pasiva tradicional.	79
6.1.1 Simulaciones para un cuarto de suspensión pasiva.	79
6.1.2 Simulaciones para medio vehículo con suspensión pasiva.	84
6.1.3 Simulaciones para vehículo completo con suspensión pasiva.	86
6.2 Simulaciones para una suspensión regenerativa basada en amortiguadores electromagnéticos.	88
6.2.1 Simulaciones para un cuarto de suspensión electromagnética.	88
6.2.2 Simulaciones para medio vehículo, implementando una suspensión electromagnética.	90
6.2.3 Simulaciones para el vehículo completo, implementando una suspensión electromagnética.	92
6.3 Simulaciones para una suspensión regenerativa basada en amortiguadores electromecánicos.....	94

6.3.1 Simulaciones para un cuarto de suspensión electromecánica.	94
6.3.2 Simulaciones para medio vehículo basada en una suspensión electromecánica.	96
6.3.2 Simulaciones para el vehículo completo basado en una suspensión electromecánica.	99
PRUEBA DE ROBUSTEZ Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARAMÉTRICA.....	102
CONCLUSIONES.....	105
8.1 Trabajos futuros	106
PERFILES DE CARRETERA	107
PARÁMETROS.....	110
REFERENCIAS.....	114

NOMENCLATURA Y SIMBOLOGÍA.

KERS	Sistema de recuperación de energía cinética.
MR	Magnetorreológico.
ER	Electro-reológico.
EH	Electrohidráulico.
EVs	Vehículos eléctricos.
EREV	Vehículos eléctricos de autonomía extendida.
ARs	Amortiguadores regenerativos.
MEHS	Suspensión de captación de energía magnética.
LEH	Colector de energía electromagnético lineal.
PCE	Expansión del Caos Polinómico.
UIO	Observador de entrada desconocida.
EMSA	Amortiguadores electromecánicos.
HESA	Amortiguador hidráulico electromagnético.
PIAnO	Integración de procesos, automatización y optimización.
BG	Gráfico de enlaces.
DVA	Absorbedor dinámico de vibración.
TL	Transformada de Laplace.
C.G	Centro de gravedad.
K_s, C	Coefficiente de rigidez y amortiguamiento del sistema de suspensión del modelo de un cuarto del vehículo.
K_t	Coefficiente de rigidez del neumático del sistema de suspensión del modelo de un cuarto del vehículo.
m_u	Masa no suspendida de la rueda del modelo de un cuarto del vehículo.

m_s	Masa del vehículo.
x_u	Desplazamiento de la masa no suspendida m_u del sistema de suspensión del modelo de un cuarto del vehículo.
x_s	Desplazamiento de la masa suspendida m_s .
x_r	Desplazamiento de la base del sistema de suspensión del modelo de un cuarto del vehículo.
R_{carga}	Resistencia de carga externa.
F_a	Fuerza de Ampere del sistema MEHS.
m_1, m_2	Masas no suspendidas del sistema de suspensión del modelo de medio vehículo.
k_1, k_2	Coefficientes de rigidez en sistema de suspensión del modelo de medio vehículo.
C_1, C_2	Coefficientes de amortiguamiento en sistemas de suspensión del modelo de medio vehículo.
k_{t1}, k_{t2}	Coefficientes de rigidez de los neumáticos en modelo de medio vehículo.
x_1, x_2	Desplazamiento de los neumáticos en modelo de medio vehículo.
x_{r1}, x_{r2}	Desplazamiento de las bases en modelo de medio vehículo.
α	Ángulo de balanceo de la masa suspendida m_s en modelo de medio vehículo.
φ	Ángulo de balanceo de la masa suspendida m_s en modelo de vehículo completo.
θ	Ángulo de cabeceo de la masa suspendida m_s en modelo de vehículo completo.
I	Momento de inercia en modelo de medio vehículo.

I_x	Momento de inercia de balanceo en modelo de vehículo completo.
I_y	Momento de inercia de cabeceo en modelo de vehículo completo.
d_1, d_2	Distancias de las suspensiones desde el centro del vehículo en modelo de medio vehículo.
a_1, a_2	Distancias de la suspensión delantera y trasera desde el centro del vehículo en modelo de vehículo completo.
b_1, b_2	Distancias de la suspensión derecha e izquierda desde el centro del vehículo en modelo de vehículo completo.
y_1, y_2, y_3, y_4	Desplazamiento de las bases en modelo de vehículo completo.
$x_{m1}, x_{m2}, x_{m3}, x_{m4}$	Desplazamiento de las masas suspendidas en modelo de vehículo completo.
$k_{tf1}, k_{tf2}, k_{tr1}, k_{tr2}$	Coefficientes de rigidez en los neumáticos del modelo de vehículo completo.
$k_{f1}, k_{f2}, k_{r1}, k_{r2}$	Coefficientes de rigidez en las suspensiones del modelo de vehículo completo.
$c_{f1}, c_{f2}, c_{r1}, c_{r2}$	Coefficientes de amortiguamiento en las suspensiones del modelo de vehículo completo.
k_{Rf}, k_{Rt}	Coefficientes de rigidez de las barras antivuelco en sistema de suspensión del modelo de vehículo completo.

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 1. Metodología de la investigación tecnológica [1].....	7
Figura 2. Representación esquemática de un sistema de suspensión pasivo [27].	12
Figura 3. Estimación de la masa suspendida utilizando dos enfoques diferentes: a) Simulación y b) Experimental [4].	14
Figura 4. Estimación del coeficiente de amortiguamiento y rigidez [5].	15
Figura 5. Representación esquemática de un sistema de suspensión semiactivo [27].	16
Figura 6. a) Comparación de la pérdida estimada de fuerza, b) Perfil de carretera utilizado en las pruebas [8].	17
Figura 7. Representación esquemática de un sistema de suspensión activa [27].	18
Figura 8. a) Diseño de la suspensión de recolección de energía propuesto, b) Diagrama del sistema [12].	20
Figura 9. Algoritmo evolutivo diseñado para el proceso de optimización [12].	21
Figura 10. Modelado y fabricación del prototipo propuesto [13].	22
Figura 11. Recolector electromagnético lineal y máquina hidráulica para la experimentación [14].	23
Figura 12. El modelo esquemático de un cuarto de vehículo de 2 grados de libertad [15]. ..	23
Figura 13. a) La estructura del MEHS, b) El diagrama esquemático del captador de energía [15].	24
Figura 14. El prototipo de un sistema de suspensión de 2 grados de libertad con los amortiguadores electromecánicos [15].	24
Figura 15. a) Vista en sección detallada del amortiguador. [16] (1) carcasa exterior, (2) tornillo, (3) tapa inferior, (4) carcasa interior, (5) rotor, (6) imanes permanentes, (7) cojinetes de bolas, (8) tuerca, (9) estator, (10) codificador, (11) tapa superior, b) Identificación del parámetro de amortiguamiento.	26

Figura 16. Modelo de simulación de un sistema de suspensión de un cuarto de vehículo con (a) RSA de velocidad única y (b) RSA de doble velocidad [17]. 27

Figura 17. Coeficiente de amortiguamiento del RSA de doble velocidad medido en 50 s [17]. 28

Figura 18. Diagrama de flujo del amortiguador regenerativo propuesto [18]. 29

Figura 19. Pruebas experimentales al prototipo [18]. 29

Figura 20. Diagrama de flujo del amortiguador regenerativo de energía propuesto con aplicaciones [19]. 30

Figura 21. Diagrama del HESA [20]. 32

Figura 22. Dispositivo prototipo [21]. 32

Figura 23. Diseño del sistema de la suspensión regenerativa de bombeo [22]. 33

Figura 24. Estructura general de un actuador hidráulico integrado [22]. 33

Figura 25. a) Resorte bajo una fuerza de tensión, b) Fuerza vs alargamiento [24]. 35

Figura 26. Amortiguador viscoso [24]. 36

Figura 27. a) Amortiguador bajo una fuerza de tensión, b) Fuerza vs velocidad de separación [24]. 36

Figura 28. Representación de suspensión convencional del modelo de un cuarto de vehículo [25]. 38

Figura 29. Representación esquemática de una suspensión convencional en el modelo de medio vehículo [25]. 40

Figura 30. Representación de suspensión convencional del modelo de vehículo completo [25]. 41

Figura 31. Flujo magnético sobre una superficie [31]. 47

Figura 32. Fuerza magnética sobre un conductor de corriente a través de un campo magnético [31]. 47

Figura 33. Estructura y circuito equivalente de un amortiguador regenerativo [32]. 48

Figura 34. Diseño de amortiguador regenerativo electromecánico con mecanismo de brazo dentado [17]..... 51

Figura 35. Desplazamientos de las coordenadas x_u y x_s del sistema de suspensión tradicional en un cuarto de vehículo. 80

Figura 36. Identificación algebraica de la masa suspendida m_s , rigidez de la suspensión k_s y amortiguamiento de la suspensión c utilizando diferentes pasos de integración..... 81

Figura 37. Identificación algebraica del parámetro de la masa m_s , masa m_u , coeficiente de amortiguamiento c , coeficiente de rigidez k y coeficiente de rigidez k_t de la suspensión de un cuarto de vehículo basado en una suspensión pasiva..... 83

Figura 38. Identificación algebraica del parámetro de la inercia I , la masa m_s , masa del neumático m_2 , coeficiente de amortiguamiento c_2 y coeficiente de rigidez k_2 de la suspensión de medio vehículo basada en una suspensión pasiva..... 85

Figura 39. Identificación algebraica del parámetro de la inercia I_x , inercia I_y , la masa m , coeficiente de amortiguamiento c_{r4} y coeficiente de rigidez k_{r4} de la suspensión del vehículo completo basado en suspensión pasiva..... 87

Figura 40. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento BL , inductancia L_e y resistencia equivalente $(R_e + R)$ de la suspensión de un cuarto de vehículo basado en amortiguadores electromagnéticos..... 89

Figura 41. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento BL , inductancia L_e , resistencia equivalente $(R_e + R)$ y la inercia I en la suspensión de medio vehículo basado en amortiguadores electromagnéticos..... 91

Figura 42. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento BL , inductancia L_e , resistencia equivalente $R_e + R$, la inercia I_x y la inercia I_y en la suspensión del vehículo completo basado en amortiguadores electromagnéticos..... 93

Figura 43. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento $(\frac{ke^i}{r})$, inductancia (L) resistencia equivalente $(R_e + R)$, amortiguamiento equivalente $c + c_L$ y masa equivalente m_t en un cuarto de vehículo basado en amortiguadores electromecánicos..... 96

Figura 44. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento $(\frac{k_{ei}}{r})$, inductancia L_e , resistencia equivalente $R_e + R$, masa equivalente m_t y el amortiguamiento equivalente $(c_2 + c_L)$ en suspensión de medio vehículo basado en amortiguadores electromecánicos... 98

Figura 45. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento $(\frac{k_{ei}}{r})$, inductancia L_e , resistencia equivalente $R_e + R$, masa equivalente m_{t2} y el amortiguamiento equivalente $(c_{f2} + c_L)$ en suspensión del vehículo completo basado en amortiguadores electromecánicos..... 100

Figura 46. Prueba de robustez para el identificador de la masa equivalente m_t en un cuarto de vehículo implementando un amortiguador electromecánico. 103

Figura 47. Análisis de sensibilidad paramétrica para el identificador de la masa m_t en un cuarto de vehículo implementando un amortiguador electromecánico. 103

Figura 48. Perfil de carretera x_{rt} tipo armónico. 107

Figura 49. Perfiles artificiales de carretera de Clase A-C y Clase D-G. 109

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 1. Principales propiedades de la transformada de Laplace.....	44
Tabla 2. Identificadores generales para una EDO de segundo orden.....	65
Tabla 3. Identificadores generales para una EDO de primer orden.....	73
Tabla 2. Niveles de rugosidad de la carretera según la norma ISO 8608.....	108
Tabla 3. Parámetros para el sistema de suspensión de un cuarto de vehículo.....	110
Tabla 4. Parámetros de medio vehículo.....	110
Tabla 5. Parámetros de un vehículo completo.....	111
Tabla 6. Parámetros del circuito eléctrico recolector de energía de un amortiguador electromagnético.....	112
Tabla 7. Parámetros del circuito eléctrico recolector de energía de un amortiguador electromecánico.....	112

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

El sistema de suspensión desempeña un papel fundamental en la estabilidad dinámica de un vehículo debido a que es el encargado de conectar las ruedas con el chasis a través de resortes y amortiguadores. Este sistema no solo aborda la dinámica vertical, sino también las dinámicas de rotación tanto de cabeceo como balanceo (pitch and roll) provocados por los movimientos no sincronizados del chasis, con la finalidad de brindar confort, maniobrabilidad y seguridad mediante la disipación correcta de energía mecánica. Actualmente, los sistemas de suspensión se pueden clasificar de acuerdo al tipo de control que se ejerce en sus parámetros siendo pasivos, semiactivos y activos.

En términos generales, una suspensión tiene como objetivo minimizar la intensidad de las frecuencias de excitación presentes en el espectro de potencia vibratorio, el cual se origina debido a las irregularidades de la carretera, además, busca encontrar un equilibrio óptimo entre las respuestas de la suspensión, tales como la aceleración del cuerpo del vehículo, la deflexión del sistema de suspensión y el nivel de carga dinámica del neumático sobre la carretera. No obstante, lograr un excelente compromiso entre estos indicadores de rendimiento dinámico en una suspensión pasiva se considera una tarea imposible.

En las últimas dos décadas, se han introducido nuevas tecnologías en suspensiones automotrices que implementan dispositivos electrónicamente controlables los cuales permiten manipular el nivel de fuerza de amortiguamiento en diferentes modos de operación del vehículo, lo que mejora el rendimiento del sistema. Las suspensiones que implementan estas tecnologías se suelen clasificar en; suspensiones semi activas y totalmente activas.

Las suspensiones automotrices totalmente activas superan en muchos factores dinámicos al sistema de suspensión pasivo convencional debido a que son capaces de mejorar su respuesta en todo el rango de frecuencias, a pesar de esto, las suspensiones activas son más complejas, debido a la inclusión de sensores, actuadores y controladores, lo que aumenta la demanda de

energía y el costo que constituyen el principal obstáculo para comercializar la suspensión activa.

Por consiguiente, se hace cada vez más evidente que el mejor compromiso entre el costo y el desempeño del sistema de suspensión se encuentra en una suspensión de amortiguamiento variable o la suspensión semi activa. Estos sistemas ofrecen muchas ventajas con respecto al mejoramiento de la dinámica del vehículo y al tiempo de respuesta de control, sin embargo, la fuerza de saturación y el diseño del algoritmo de control son los aspectos más desafiantes en el proceso de diseño. Este tipo de tecnología ha sido la más prometedora y atractiva en las últimas décadas debido a la insignificante demanda de energía, seguridad, costo y peso bajo, así como el mejoramiento significativo de los índices de desempeño, llegando a implementarse en gran medida en autos, motocicletas, en el control de vibración en edificios y en el tren de aterrizaje de aviones.

Debido a que el objetivo central de estos tipos de sistemas de suspensión es disipar la energía vibratoria indeseable, muchos investigadores han propuesto regenerarla a través de transductores regenerativos. Esta búsqueda de soluciones sostenibles se intensifica en el contexto actual de la crisis climática y energética, ya que, se reconoce la necesidad de encontrar alternativas sostenibles en el sector del transporte. Es en este contexto que han surgido los vehículos híbridos y eléctricos, con el objetivo de reducir no solo las emisiones contaminantes, si no también minimizar el impacto ambiental.

No obstante, estos vehículos se enfrentan a desafíos en términos de capacidad de almacenamiento y duración de carga de las baterías. Para abordar esta cuestión, se han desarrollado tecnologías innovadoras de recuperación de energía, tales como: el sistema de recuperación de energía cinética (KERS) y las suspensiones regenerativas basadas en transductores de conversión de energía. Esta última tecnología de regeneración de energía vibratoria busca mejorar de manera indirecta tanto el rendimiento del combustible fósil como la reducción de las emisiones contaminantes.

Con esto en mente, muchos investigadores se han dedicado al desarrollo e investigación de diversos amortiguadores regenerativos con el fin de aprovechar la energía que anteriormente se desperdiciaba en forma de calor. Además, al recolectar la energía durante las oscilaciones de la carretera, se mejora la autonomía de los vehículos eléctricos e híbridos, ampliando su alcance y aumentando su eficiencia general.

Para lograr estos beneficios, es fundamental realizar diversos análisis dinámicos del sistema de suspensión basados en ARs, considerando diferentes escenarios operativos del vehículo, tales como: perfiles artificiales de carreteras, dinámicas lineales y no lineales del chasis, no linealidad de los elementos de almacenamiento y disipación de energía, entre otras dinámicas no modeladas. Estos análisis permiten comprender el comportamiento dinámico del sistema

en diversas condiciones de conducción, y así aplicar tratamientos matemáticos para optimizar sus parámetros de diseño. Adicionalmente, para garantizar un funcionamiento eficiente de la suspensión regenerativa, es imprescindible sintonizar y monitorear correctamente los parámetros de los dispositivos que conforman al sistema de suspensión, así como del circuito eléctrico de recolección de energía. Esto se traduce en una mayor calidad de confort para los ocupantes del vehículo, una mejor adherencia entre los neumáticos y el terreno, y una recolección de energía óptima.

En el ámbito de la identificación de parámetros en sistemas mecánicos, se han utilizado diversas técnicas que ofrecen respuestas sólidas para el monitoreo de sus parámetros. En los últimos años, ha surgido una técnica conocida como identificación paramétrica basada en el método algebraico, la cual se caracteriza por su gran rapidez y robustez. Esta metodología se basa en cálculos operacionales de funciones en el dominio del tiempo, lo que facilita la obtención de los parámetros desconocidos del sistema a través de un conjunto de ecuaciones lineales variantes en el tiempo. Estas ecuaciones son independientes de las condiciones iniciales y de las perturbaciones estructuradas.

Por lo tanto, el presente trabajo de tesis propone una estrategia de identificación paramétrica basada en el método algebraico para identificar los parámetros de las suspensiones tradicionales y de las suspensiones regenerativas basadas en amortiguadores electromagnéticos y electromecánicos. Al identificar con precisión los parámetros de estas suspensiones, se busca optimizar su funcionamiento, logrando una mejor respuesta dinámica, una mayor capacidad de regeneración de energía y una mayor eficiencia general del vehículo.

1.1 Planteamiento del problema.

En los últimos años, un número significativo de investigadores ha centrado su atención en el diseño, optimización y manufactura de diversos dispositivos de amortiguamiento en los sistemas de suspensión automotriz. El propósito principal es mejorar las características de los índices de desempeño tales como: índice de confort, agarre mecánico de los neumáticos sobre la carretera, la deflexión en el sistema de suspensión y la reducción de la fuerza de amortiguamiento provocados por el incremento de temperatura en el aceite de los amortiguadores hidráulicos.

Estos sistemas se desarrollan en consideración de la disipación de energía vibratoria, ya que la presencia de niveles vibratorios no controlados puede llevar al sistema a estados de resonancia. Este fenómeno surge cuando las frecuencias de excitación externas aplicadas se igualan con las frecuencias naturales inherentes del sistema, generando problemas tales como: desgaste, fatiga de materiales, descontrol del funcionamiento en elementos mecánicos e, incluso en situaciones extremas, la fractura del sistema.

La manifestación de estos problemas en los diversos componentes del sistema conlleva la necesidad de reemplazarlos para mantener los índices de desempeño en niveles óptimos. Por ejemplo, en el caso de los amortiguadores, el desgaste altera su coeficiente de amortiguamiento, y en un resorte, modifica su constante de rigidez. No obstante, medir directamente estos coeficientes es una tarea compleja que requiere pruebas específicas de laboratorio seguidas de mediciones y cálculos fuera de línea. Ahora bien, determinar cuándo es necesario reemplazar estos elementos en la suspensión de un automóvil generalmente se basa en la percepción del usuario sobre la calidad de la comodidad o en los plazos de vida útil establecidos para estos elementos. Sin embargo, para un ingeniero o un investigador esto no resulta eficiente.

Ante esta dificultad, la estimación paramétrica se presenta como una alternativa más práctica para propósitos de monitoreo y mantenimiento debido a que el método permite desarrollar estimadores para la identificación de parámetros desconocidos, esto mientras el vehículo está en funcionamiento. Además, a la par del desarrollo de amortiguadores regenerativos, se vuelve esencial establecer sistemas que permitan el monitoreo de los elementos en el circuito eléctrico de recolección de energía.

1.2. Justificación.

Los vehículos están continuamente sometidos a un cierto grado de vibración ocasionado por factores como: irregularidades del camino, fuerzas externas y el desajuste de los parámetros del sistema, además, ya que sus elementos presentan energía cinética, cada uno de ellos genera un comportamiento propio, ocasionando así, variaciones en los niveles de vibración del sistema. Cuando estas variaciones sobrepasan los límites permisibles del sistema es necesario aplicar acciones correctivas que eviten que el sistema llegue a niveles de resonancia. Por esta razón, es que el sistema de suspensión juega un papel importante en la dinámica del vehículo, ya que gracias a las propiedades físicas de sus elementos es capaz de disminuir las amplitudes vibratorias propias del sistema.

Recientemente, los sistemas de suspensión han contribuido en la reducción del consumo de combustibles fósiles, gracias a la incorporación de los amortiguadores regenerativos, los cuales tienen como objetivo el aprovechar la energía vibratoria que se genera en el sistema a través de diversos mecanismos que se han propuesto en los últimos años. Si bien se debe tener en consideración que los amortiguadores regenerativos no sustituyen al amortiguador de fluido viscoso, más bien, son agregados al sistema, de tal manera que los índices de desempeño y confort no se vean afectados.

Cuando los elementos del sistema de suspensión y el circuito eléctrico de recolección de energía se encuentran correctamente optimizados, se obtienen niveles de vibración mínimas y una recolección de energía máxima, lo que se conoce como sintonización. Sin embargo, en sistemas de control pasivos, es difícil conservar estos niveles óptimos debido a que el sistema se encuentra constantemente sujeto al efecto de desintonización, en el cual uno o más valores de los parámetros del sistema varía y por consecuencia genera pérdidas de efectividad de mitigación vibratoria y regeneración de energía. Por esta razón, es importante monitorear los parámetros físicos de cada uno de los elementos que conforman al sistema y así, realizar correcciones necesarias para llevar nuevamente al sistema a un funcionamiento óptimo.

La técnica de identificación algebraica es una herramienta que permite estimar cada uno de los parámetros que conforman al sistema de suspensión y al circuito recolector de energía en los amortiguadores regenerativos, además de presentar robustez ante una variedad de perturbaciones ocasionadas por fuerzas externas y las irregularidades en carretera.

Es importante destacar que, hasta ahora, las identificaciones paramétricas se han enfocado exclusivamente en suspensiones pasivas y semi activas, limitándose a un cuarto de vehículo en los trabajos realizados. De hecho, en investigaciones recientes, no se han reportado identificaciones paramétricas para el modelo del vehículo completo, además, es necesario resaltar que las técnicas de identificación algebraica aún no se han aplicado en suspensiones

regenerativas. Por lo tanto, abordar esta problemática representa una valiosa contribución al avance en el campo de las suspensiones regenerativas y su optimización.

1.3. Objetivos.

1.3.1 Objetivo general.

Implementar la técnica de identificación algebraica para desarrollar identificadores de parámetros en sistemas de suspensión, considerando un cuarto de vehículo, medio vehículo y vehículo completo, e implementando tanto suspensiones pasivas como suspensiones regenerativas basadas en amortiguadores electromagnéticos y electromecánicos.

1.3.2 Objetivos específicos.

I. Obtener los modelos matemáticos que emulen el comportamiento dinámico de la suspensión de un cuarto de vehículo, medio vehículo y vehículo completo, considerando una suspensión tradicional y suspensiones regenerativas basadas en amortiguadores electromagnéticos y electromecánicos.

II. Implementar la técnica de identificación algebraica para desarrollar los identificadores.

III. Programar y emular los modelos matemáticos de los sistemas y de los identificadores propuestos mediante el uso de Matlab Simulink.

IV. Realizar análisis y simulaciones de los identificadores propuestos para evaluar su desempeño.

V. Realizar un análisis de robustez de los identificadores propuestos en diferentes condiciones de operación.

VI. Realizar un análisis de sensibilidad paramétrica, implementando el método de Montecarlo.

1.4 Hipótesis.

La implementación de la técnica de identificación algebraica permitirá desarrollar identificadores para los parámetros físicos de la suspensión tradicional y las suspensiones regenerativas basadas en amortiguadores electromagnéticos y amortiguadores electromecánicos, implementadas en modelos de un cuarto de vehículo, medio vehículo y vehículo completo. Estos identificadores serán útiles en el proceso de sintonización de las suspensiones, mejorando su rendimiento y eficiencia.

1.5 Metodología.

Para el desarrollo de este trabajo de tesis se empleará la metodología de la investigación científica propuesta por Canales et al. [1] la cual consta de 7 fases, cada una con objetivos específicos que guiarán la estructura del trabajo. La Figura 1 presenta el esquema de las actividades a realizar.

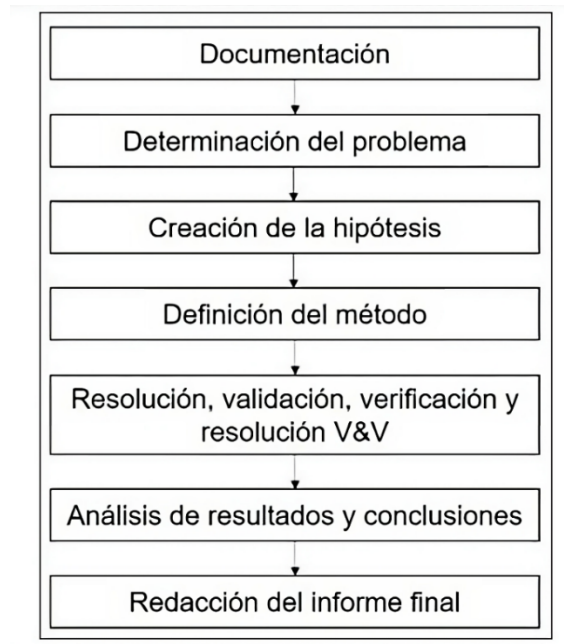


Figura 1. Metodología de la investigación tecnológica [1].

Documentación: Esta etapa involucra la búsqueda y recopilación de información actualizada relacionada con el tema en específico de estudio. Esta información será fundamental para adquirir una comprensión sólida de las tecnologías existentes en el ámbito de las suspensiones vehiculares y de los principios físicos y matemáticos que se aplicarán a la investigación.

En este trabajo de tesis se explorarán los diferentes sistemas de suspensión vehicular que han sido reportados en la literatura, desde las suspensiones pasivas hasta las nuevas tecnologías emergentes en amortiguadores regenerativos, con el fin de tener una perspectiva clara acerca de los elementos y parámetros principales que afectan la dinámica del vehículo y en la recolección de energía, al mismo tiempo, se abordará la técnica de identificación paramétrica y sus aplicaciones en sistemas mecánicos.

Determinación del problema: En esta fase, se identificará con precisión el problema general a tratar y se delimitarán los aspectos específicos que se considerarán en la investigación. De modo particular, esta tesis aborda el problema de la identificación de los parámetros físicos en sistemas de suspensión automotriz, considerando un cuarto de vehículo, medio vehículo y vehículo completo, implementando sistemas de suspensión tradicional y sistemas basados en amortiguadores electromagnéticos y electromecánicos. Es importante destacar que para la identificación de los parámetros es necesario conocer la técnica de identificación algebraica con el objetivo de reconocer correctamente los parámetros óptimos del sistema.

Creación de la hipótesis: En esta etapa se menciona de manera somera lo que se pretende demostrar o lograr, proporcionando respuestas tentativas al problema de investigación, así mismo, esta predicción se puede someter a pruebas a través del método científico y con esto verificar si la solución al problema se trató de manera correcta.

Para esta investigación, la hipótesis se formulará de la siguiente manera: la aplicación de la técnica de identificación algebraica permitirá el desarrollo de identificadores de los parámetros físicos en suspensiones automotrices, considerando un cuarto de vehículo, medio vehículo y vehículo completo, e implementando una suspensión tradicional y suspensiones basados en transductores regenerativos. Al mismo tiempo, estos identificadores serán esenciales para el proceso de sintonización.

Definición del método: En cualquier investigación científica es indispensable determinar los métodos con los cuales se pretende abordar y dar solución al problema. Para esta tesis en particular, se emplearán las ecuaciones de movimiento de la mecánica lagrangiana para desarrollar modelos matemáticos que describan el comportamiento dinámico de las suspensiones automotrices. Además, la ley de inducción electromagnética, la ley de Lorentz

y las leyes de Kirchhoff serán utilizadas para modelar el circuito eléctrico de recolección de energía de los amortiguadores regenerativos.

Posteriormente, con las ecuaciones de movimiento conocidas se realizarán tratamientos matemáticos empleando la transformada de Laplace, con el fin de obtener ecuaciones algebraicas en función de la frecuencia y posteriormente se utilizará la técnica de identificación algebraica para obtener los identificadores del sistema en función del tiempo.

Resolución, validación y verificación: A través de la herramienta computacional Matlab Simulink se simulará el comportamiento dinámico de los sistemas, así mismo, se programarán los identificadores desarrollados para obtener resultados numéricos y gráficas correspondientes. Posteriormente, los modelos matemáticos se someterán a diferentes modos de operación y un análisis de sensibilidad paramétrica para demostrar la efectividad y robustez de los identificadores propuestos.

Análisis de resultados y conclusiones: Una vez obtenidos los resultados numéricos y gráficos, se analizan detalladamente con el fin de comprobar si los resultados obtenidos validan la hipótesis y los objetivos propuestos al inicio de la investigación. En dado caso que no se satisfagan estos objetivos, se dará una explicación sobre los posibles factores que impidieron los resultados propuestos y pueden replantearse puntos para posibles soluciones.

Redacción del informe final: Una vez concluidas todas las etapas anteriores es importante plasmar toda la información y datos obtenidos en el documento final de la tesis. Este documento debe comunicar de manera clara y coherente los resultados obtenidos a lo largo de todo el proceso de investigación. Adicionalmente, se presentan trabajos futuros que podrían desarrollarse a partir de esta investigación.

1.6 Alcances o metas.

El presente trabajo de investigación tiene como metas a lograr:

- I. Estudiar y revisar los avances en la tecnología relacionada con las suspensiones regenerativas, con el fin de comprender los fenómenos físicos que conllevan, así mismo, estudiar y profundizar en los fundamentos teóricos relacionados a la técnica de identificación algebraica.
- II. Utilizar las ecuaciones de Lagrange para obtener las ecuaciones dinámicas que describan el comportamiento de la suspensión en un cuarto de vehículo, medio vehículo y vehículo completo, al implementar una suspensión pasiva tradicional y suspensiones regenerativas basadas en amortiguadores electromagnéticos y electromecánicos.
- III. Desarrollar, programar y validar los identificadores obtenidos mediante la técnica de identificación algebraica.
- IV. Análisis de los resultados y de la robustez de los identificadores propuestos ante dinámicas no modeladas e incertidumbres paramétricas.
- V. Análisis de sensibilidad paramétrica para identificar parámetros que hacen sensible al sistema.

1.7 Consideraciones y limitantes de la investigación.

La identificación de los parámetros se realizará únicamente para suspensiones regenerativas basadas en amortiguadores electromagnéticos y electromecánicos, además, el desarrollo de los identificadores se realizará solamente en software, esto debido a la complejidad y falta de equipo para la experimentación, tales como: sensores, tarjetas electrónicas y los amortiguadores regenerativos.

Por otro lado, la simulación de los modelos tanto para un cuarto de vehículo, medio vehículo y vehículo completo con suspensiones pasivas tradicionales y suspensiones regenerativas se someterán a excitaciones armónicas de la carretera y perfiles de carretera artificiales con el objetivo de llevar a cabo una prueba de robustez de los sistemas.

CAPÍTULO 2

ESTADO DEL ARTE

2.1 Suspensiones automotrices.

El sistema de suspensión es una parte fundamental en los vehículos, cuya función principal es absorber y disipar la energía cinética generada, con la finalidad de brindar confort y seguridad de conducción. Adicionalmente, aísla al chasis de las irregularidades del terreno, reduciendo la fuerza vibratoria transmitida al conductor y mejorando la comodidad. Por otro lado, regula el movimiento vertical de las ruedas, asegurando el contacto óptimo entre los neumáticos y el terreno, lo que mantiene la maniobrabilidad de la dirección y evita posibles daños al vehículo [2].

Existen diferentes tipos de suspensión vehicular, clasificados según el tipo de control que se ejerce sobre sus parámetros. Estos pueden ser pasivos, activos o semiactivos.

2.1.1 Suspensiones pasivas.

Los sistemas de suspensión pasiva convencionales y modernas están compuestos únicamente por elementos pasivos, tales como: resortes, amortiguadores e inersores. Estos sistemas tienen parámetros fijos los cuales buscan equilibrarse y encontrar un punto intermedio entre las características del terreno, la carga soportada y el confort. Estas suspensiones se caracterizan principalmente por su simplicidad, fiabilidad, bajo costo y cero consumos de energía. Sin embargo, cuando se modifica la rigidez o el coeficiente de amortiguamiento, pueden surgir problemas de confort o maniobrabilidad.

La Figura 2 muestra un sistema de suspensión pasiva en donde M_2 es la masa suspendida (chasis), M_1 es la masa no suspendida (neumático), K_2 es la rigidez de la suspensión, K_1 es la rigidez del neumático, B_2 es el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión y B_1 es el coeficiente de amortiguamiento del neumático.

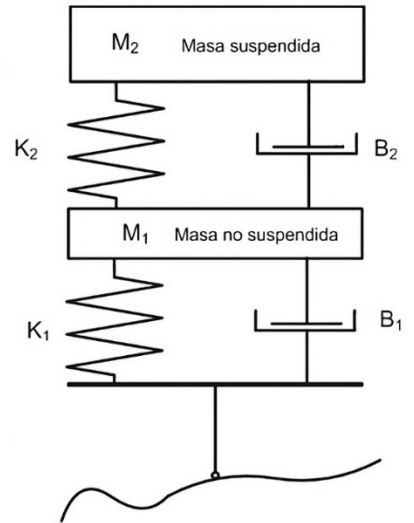
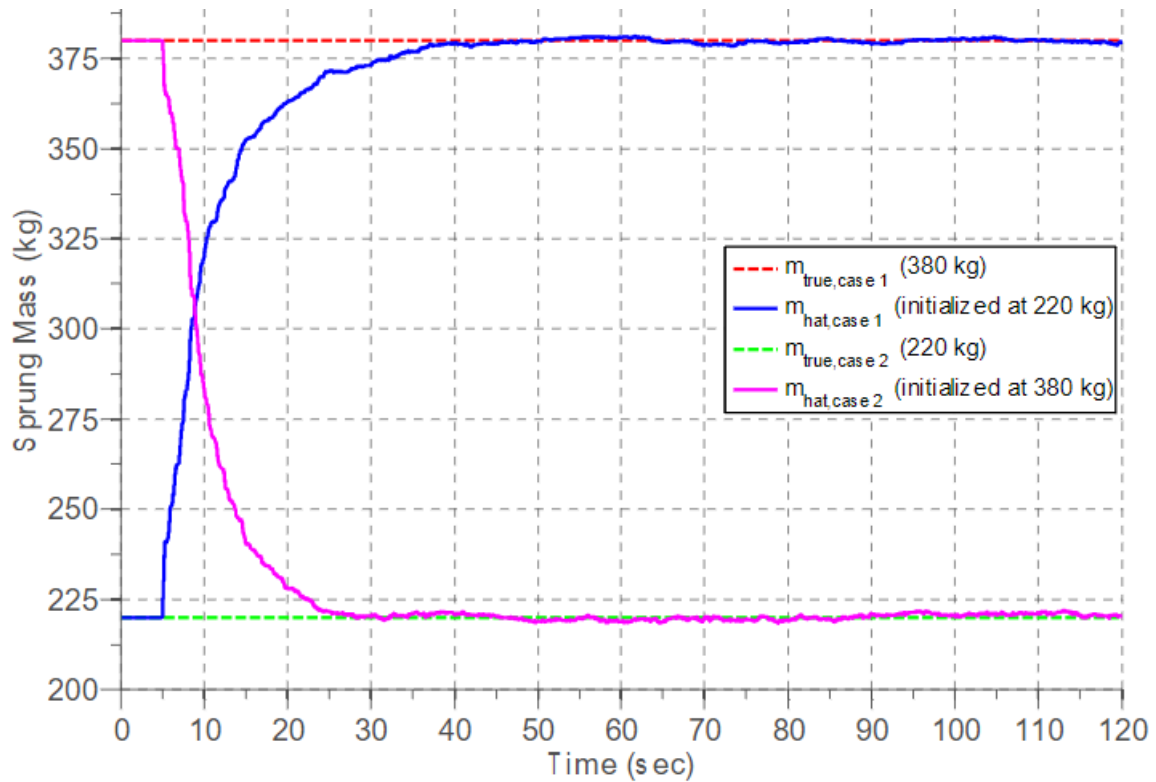


Figura 2. Representación esquemática de un sistema de suspensión pasivo [27].

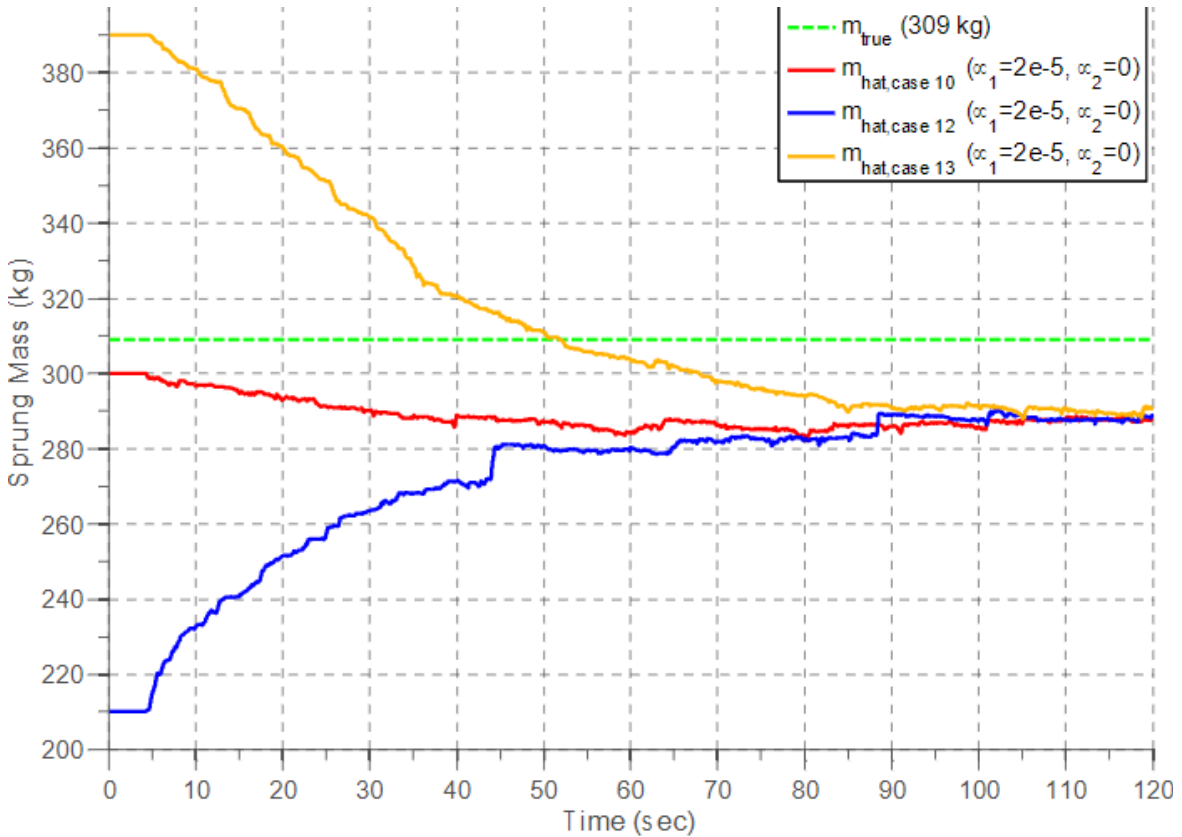
En un estudio realizado por Smith [3], se exploran distintas redes mecánicas que incorporan inersores en suspensiones pasivas. El propósito de esta investigación fue absorber vibraciones del sistema, lo que constituye una aplicación potencialmente beneficiosa de los inersores, ya que estos dispositivos tienen la capacidad de almacenar energía vibratoria del sistema y están diseñados para mejorar el rendimiento de las redes de amortiguamiento tradicionales, especialmente en términos de confort y maniobrabilidad. Esta investigación reveló que los amortiguadores convencionales, que solamente emplean resortes y amortiguadores tendían a producir un comportamiento altamente oscilatorio, sin embargo, al introducir el uso de inersores en el sistema, las oscilaciones se reducían significativamente. Además, este trabajo subraya el interés constante en mejorar las características de las suspensiones pasivas a través de enfoques innovadores, con el objetivo de encontrar soluciones efectivas para los desafíos mencionados.

En el estudio realizado por Kline & Iii [4] se propuso un novedoso método de estimación en tiempo real para determinar la masa de la carrocería en una suspensión pasiva de un cuarto de automóvil, basándose en la técnica de Expansión del Caos Polinómico (PCE). El sistema fue representado mediante un modelo lineal de espacios de estados PCE de tiempo discreto, y se desarrolló un algoritmo de estimación de parámetros utilizando Matlab Simulink. Adicionalmente, este algoritmo evaluó la eficacia del método al realizar estimaciones en tiempo real de la masa de la carrocería considerando los datos disponibles del sistema.

Asimismo, se llevaron a cabo pruebas experimentales en un banco de pruebas MTS con el objetivo de verificar el modelo propuesto. Durante estas pruebas, se aplicaron diferentes perturbaciones de entrada aleatorias para simular diferentes condiciones de operación del sistema. Los resultados en simulación y experimentación se muestran en la Figura 3, en las cuales se puede observar que el algoritmo es capaz de converger y mantener una estimación estable del parámetro desconocido con diferentes valores de masa, sin embargo, debe notarse que la convergencia se da en un tiempo mayor a los 50 segundos. Adicionalmente, un análisis de sensibilidad mostró que una medición precisa de la rigidez y amortiguamiento de la suspensión, así como de la rigidez del neumático, son necesarias para una convergencia precisa del algoritmo.



a)



b)

Figura 3. Estimación de la masa suspendida utilizando dos enfoques diferentes: a) Simulación y b) Experimental [4].

En años recientes, Chávez Esteban et al. [5] llevaron a cabo un estudio sobre la estimación de parámetros en suspensiones pasivas, quienes desarrollaron una estrategia para la identificación en línea de los coeficientes de amortiguamiento y rigidez considerando el modelo dinámico de un cuarto de suspensión del vehículo. Esta estrategia combina el método algebraico y el Observador Proporcional Integral Generalizado para fines de monitoreo y mantenimiento.

Asimismo, se realizaron simulaciones utilizando perfiles de terreno de tipo 1 y tipo 2 para evaluar la eficacia de la estrategia propuesta. Los resultados de estas simulaciones se muestran en la Figura 4, donde se observa que el identificador es capaz de estimar cada uno de los parámetros mostrando un desempeño satisfactorio. Sin embargo, para el caso de amortiguamiento se observa que el identificador no es estable, y para el caso de la rigidez, el identificador llega a establecerse a partir de los 5 segundos.

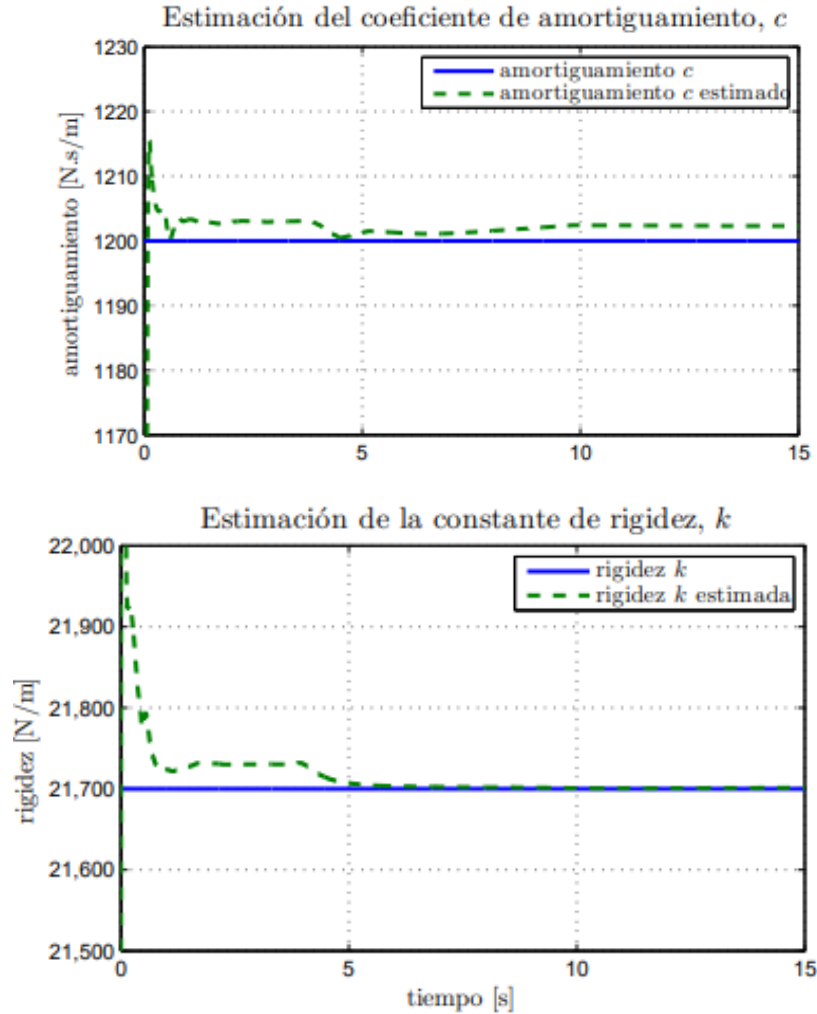


Figura 4. Estimación del coeficiente de amortiguamiento y rigidez [5].

2.1.2 Suspensiones semiactivas.

La suspensión semiactiva se utiliza comúnmente en vehículos livianos y está compuesta por dispositivos controlados electrónicamente, tales como los amortiguadores con fluido magnetorreológico (MR), con fluido electro-reológicos (ER) o los electrohidráulicos (EH) (Figura 5). Estos elementos semiactivos tienen la capacidad de modificar su coeficiente de amortiguamiento mediante un control externo, lo que conlleva un pequeño consumo de energía [6]. Estas suspensiones pueden cubrir aspectos tanto de la suspensión pasiva como de la activa, lo que las hace adaptables a diferentes condiciones de conducción, además de ser simples, estables y rentables. Sin embargo, presentan algunas desventajas respecto a las suspensiones pasivas, como mayor costo de elementos, necesidad de mantenimiento y reparación, así como una mayor sensibilidad a condiciones extremas.

Adicionalmente, al incorporar el mecanismo de rigidez negativa mediante un amortiguador magnetorreológico (MR), es posible mejorar el rendimiento de mitigación de vibraciones hasta alcanzar el nivel de una suspensión activa [7].

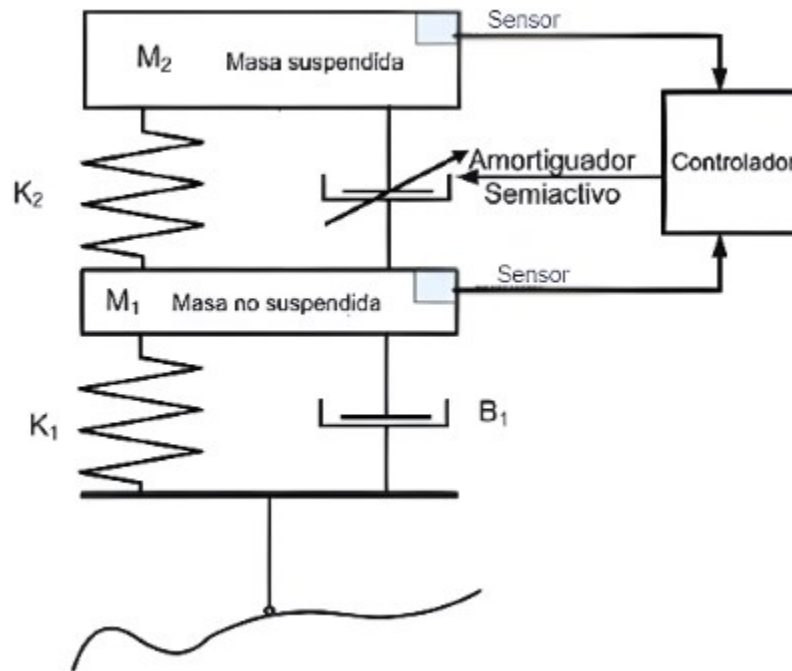
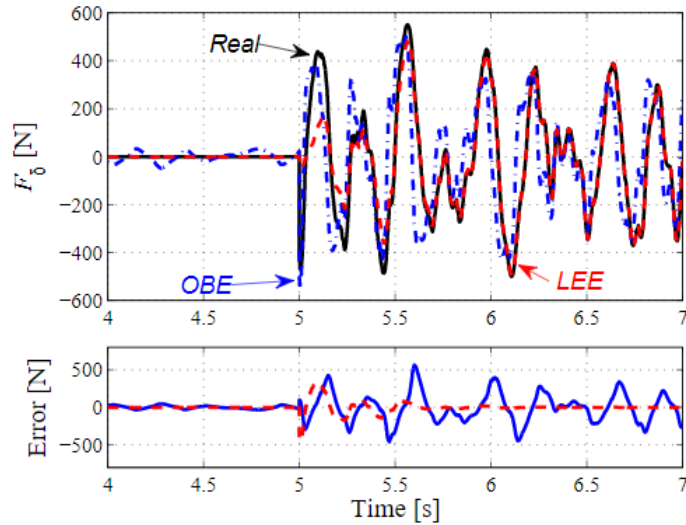


Figura 5. Representación esquemática de un sistema de suspensión semiactivo [27].

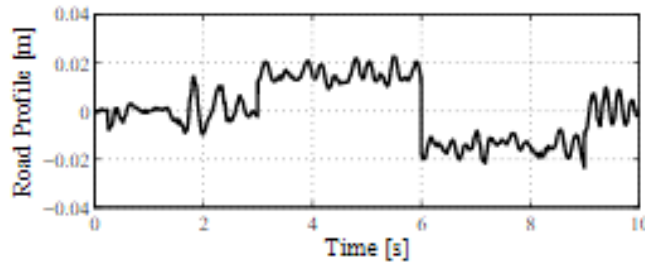
En un estudio realizado por Hernández Alcántara et al. [8], se propusieron dos esquemas de estimación de fallas basados en el modelo dinámico no lineal de un cuarto de suspensión basado en un amortiguador semiactivo. Estos sistemas se diseñaron con el objetivo de observar y determinar el deterioro del rendimiento del dispositivo, ya que los amortiguadores semiactivos son más susceptibles a fallas, como la fuga de aceite.

El primer método propuesto se basa en la identificación paramétrica clásica de mínimos cuadrados y tiene como objetivo estimar fallas multiplicativas. El segundo método utiliza un observador de entrada desconocida (UIO), el cual tiene como objetivo estimar fallas aditivas. En este caso, se emplea un amortiguador magnetorreológico (MR) en el sistema.

Los resultados obtenidos y el perfil de carretera utilizado se muestran en la Figura 6, donde se observa que el estimador basado en el método de identificación paramétrica es más preciso en la estimación de fallas, logrando estimar de manera más efectiva la fuerza de amortiguamiento, mientras que el enfoque basado en observadores es menos sensible a la incertidumbre paramétrica y tiene un error mucho mayor.



a)



b)

Figura 6. a) Comparación de la pérdida estimada de fuerza, b) Perfil de carretera utilizado en las pruebas [8].

2.1.3 Suspensiones activas.

Las suspensiones activas tienen como objetivo mejorar el rendimiento de la conducción al utilizar actuadores para almacenar, disipar e introducir energía en el sistema (Figura 7). Estos actuadores son controlados por sensores y controladores, sin embargo, debido al uso de un actuador generador de fuerza, estas suspensiones demandan la mayor cantidad de energía en comparación con las suspensiones pasivas y semiactivas [9].

A pesar de esta mayor demanda energética, las suspensiones activas con fuerza de accionamiento controlable son altamente efectivas en la reducción de vibraciones. Sin embargo, debido a los altos costos y al elevado consumo de energía requerido, su uso práctico se ha visto limitado en gran medida [7]. Además, no se han registrado muchos avances en la identificación de parámetros para este tipo de suspensiones.

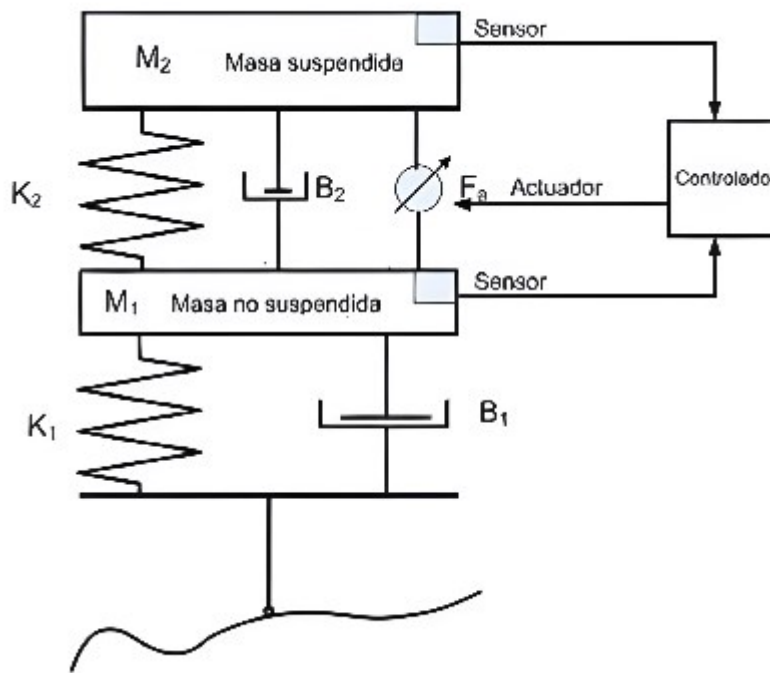


Figura 7. Representación esquemática de un sistema de suspensión activa [27].

2.2 Suspensiones automotrices regenerativas.

La crisis climática actual causada por los combustibles fósiles y las emisiones de dióxido de carbono (CO_2), ha obligado a países como Estados Unidos, Europa, China y Japón a investigar, desarrollar y mejorar alternativas para contrarrestar los efectos negativos de las emisiones contaminantes y mejorar la eficiencia energética en el sector de transporte. Los vehículos híbridos y eléctricos son actualmente una forma eficaz de disminuir las emisiones de gases contaminantes generados por este sector.

Sin embargo, estos vehículos se enfrentan a desafíos como su limitada autonomía en kilometraje y potencia, el alto costo de las baterías, la capacidad de carga limitada y el tiempo de recarga. Para abordar estas problemáticas, se han implementado estrategias de gestión de baterías, carga rápida y sitios de estaciones de carga. Además, la recolección de energía y el uso de fuentes de energías alternativas se presentan como opciones más viables [10].

La gestión adecuada y administración de la energía en estos vehículos tiene un impacto directo en el consumo de combustible, el rendimiento de conducción y la vida útil de los vehículos. Por lo tanto, se han desarrollado diversas tecnologías para la recuperación de energía, aprovechando la energía proporcionada por las baterías y del combustible de manera

más eficiente. Estas tecnologías incluyen el sistema de recuperación de energía cinética (KERS) por frenado, el sistema de regeneración de energía térmica desperdiciada en el motor y los sistemas de suspensiones automotrices basados en amortiguadores regenerativos [11].

Desde la década de los 80, se han llevado a cabo numerosos estudios relacionados a los amortiguadores regenerativos para aprovechar la energía cinética disipada por las vibraciones de la suspensión. En la literatura se han descrito diferentes tipos de amortiguadores que aprovechan la energía de suspensión y se han realizado múltiples investigaciones sobre su diseño y optimización. Estos amortiguadores regenerativos se pueden clasificar en tres categorías según su principio de funcionamiento, los cuales son: los ARs electromagnéticos lineales, electromecánicos y electrohidráulicos [10]. Todo esto indica que los amortiguadores regenerativos son una tecnología prometedora para mejorar indirectamente la eficiencia energética en los vehículos.

Sin embargo, es importante mencionar que en la literatura no se han reportado estudios de identificación paramétrica aplicadas a suspensiones regenerativas para garantizar un funcionamiento eficiente. A pesar de los avances en el diseño y la clasificación de los amortiguadores regenerativos, aún quedan pendientes por explorar y comprender en mayor medida sus parámetros y características específicas. La identificación paramétrica podría proporcionar información valiosa para optimizar el rendimiento de los amortiguadores regenerativos y asegurar un aprovechamiento máximo de la energía disponible.

2.2.1 Amortiguadores regenerativos electromagnéticos lineales.

Un amortiguador regenerativo electromagnético lineal tiene la capacidad de transformar energía vibratoria generada por las irregularidades del camino en energía eléctrica basándose en el fenómeno de inducción electromagnética de Faraday, es decir, existe una variación de flujo magnético producido por el movimiento relativo entre los imanes y las bobinas del amortiguador, lo que genera un voltaje inducido y, por ende, energía eléctrica. Estos tipos de ARs se dividen en dos subsistemas: el primero convierte la energía mecánica a energía eléctrica, mientras que el segundo corresponde al circuito eléctrico de recolección de energía. Aunque estos dispositivos tienen una baja densidad de recolección de energía debido a que no cuentan con mecanismos que amplifiquen el movimiento de entrada, cuentan con una alta eficiencia en la conversión de energía [11].

En el estudio realizado por Kim et al. [12], se investigó una suspensión de recolección de energía que emplea un generador lineal con imanes permanentes de neodimio, bobinas electromagnéticas y un amortiguador (Figura 8a). El objetivo era suministrar energía a vehículos de tamaño completo, ya sean civiles o militares. El sistema de vibración, que

consiste en la carrocería, la suspensión y el generador eléctrico, se modeló como un sistema de dinámicas acopladas de tres grados de libertad, como se muestra en la Figura 8b.

Los parámetros de la suspensión regenerativa, tales como: la rigidez, el amortiguamiento y la resistencia de la bobina, se han determinado a partir de modelos matemáticos analíticos. Estos modelos dinámicos no solo toman en consideración tanto los niveles de carga dinámica como aquellos de la reducción de aceleración que el sistema de suspensión puede proporcionar, sino también la resistencia de la bobina y el coeficiente de acoplamiento electromecánico del AR.

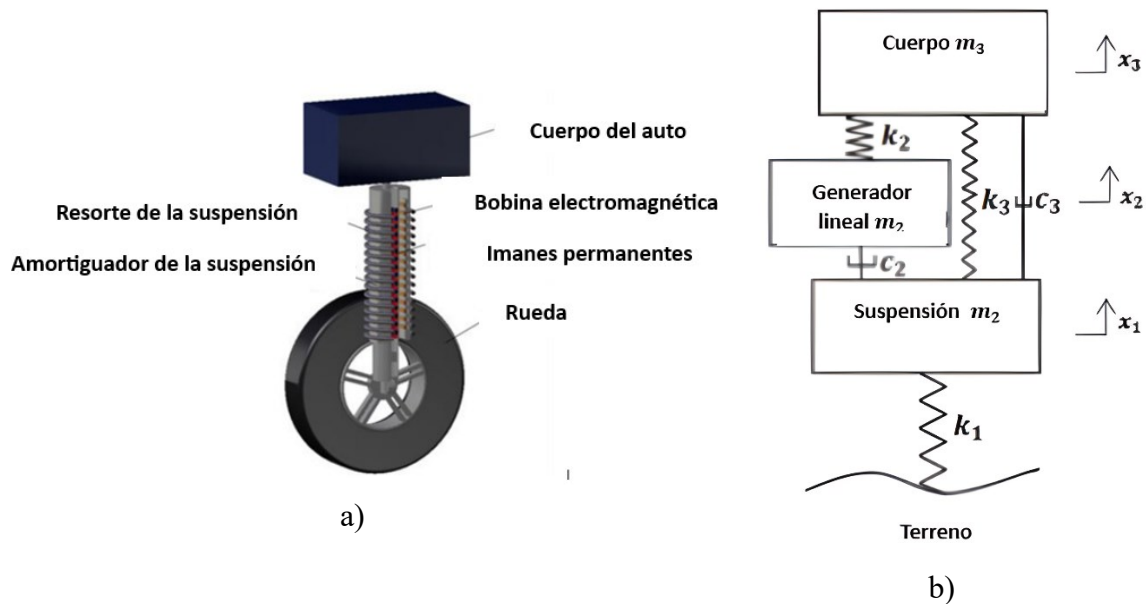


Figura 8. a) Diseño de la suspensión de recolección de energía propuesto, b) Diagrama del sistema [12].

Para verificar el modelo obtenido, se realizó una simulación electromagnética utilizando ANSYS Maxwell, aplicando una excitación sinusoidal cuya frecuencia es de 10 Hz, que representa la frecuencia promedio de superficies de carreteras irregulares. Los resultados de la simulación mostraron que la potencia máxima y la potencia promedio generada fue de 370.38 W y 133.26 W, respectivamente.

Adicionalmente Kim llevó a cabo una optimización de diseño del modelo inicial utilizando un diseño experimental e implementando un algoritmo evolutivo basado en una matriz ortogonal proporcionada por el método de integración de procesos, automatización y optimización (PIAnO), el cual se describe en la Figura 9. Este algoritmo permitió calcular las variables de diseño óptimos del sistema. Por lo cual, mediante el ajuste de las dimensiones de los imanes permanentes y los dientes del núcleo del amortiguador, se logró aumentar la potencia máxima generada a 586.43 W.

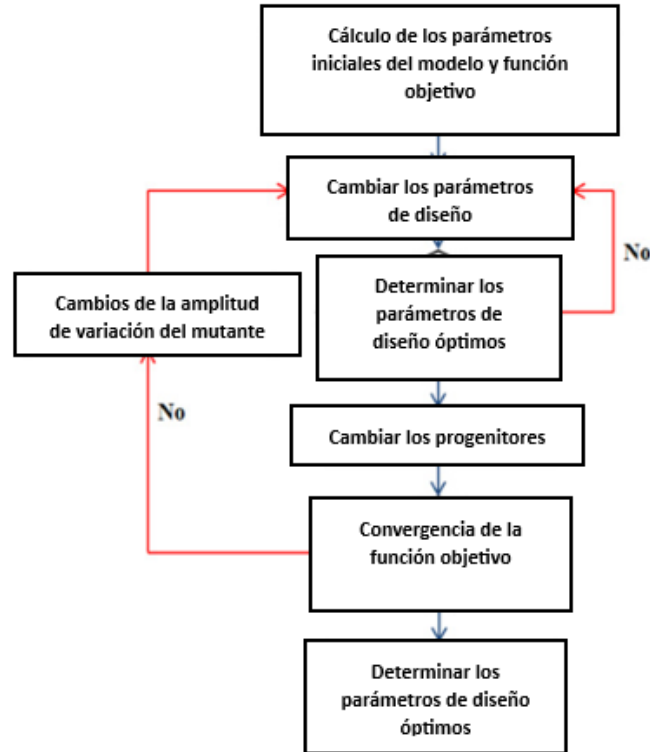


Figura 9. Algoritmo evolutivo diseñado para el proceso de optimización [12].

En el estudio presentado por Shashank et al. [13], se desarrolló un prototipo de suspensión electromagnética simple con el propósito de regenerar energía a través del movimiento de la suspensión trasera de una motocicleta. Para mantener un enfoque económico y evitar complicaciones en la fabricación, se decidió no considerar el amortiguador original de la motocicleta, ya que esto habría aumentado tanto la fuerza requerida en el resorte como el costo de producción.

El prototipo se construyó utilizando un cilindro de aluminio, un material no magnético con una resistencia estructural considerablemente buena. Así mismo, se diseñó con imanes de ferrita, bobinas de cobre y un resorte acoplado a un vástago de hierro, como se muestra en la Figura 10b. Los parámetros de diseño se obtuvieron de manera analítica, teórica y experimentalmente.

Aunque se utilizó una herramienta de modelado 3-D para garantizar el correcto ensamblaje de los componentes del prototipo (Figura 10a), no se mencionaron técnicas de simulación específicas para evaluar el comportamiento del sistema.

El prototipo fue capaz de generar voltajes en un rango de 125 mV a 350 mV con un desplazamiento lineal de 80-120 mm. Además, al aumentar la velocidad de actuación, pudo

generar hasta 700 mV. Estos resultados demuestran la efectividad del prototipo en la regeneración de energía a partir del movimiento de la suspensión trasera.

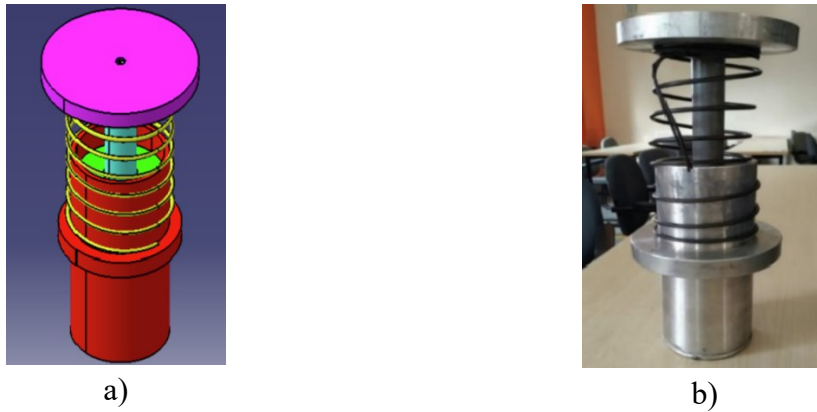


Figura 10. Modelado y fabricación del prototipo propuesto [13].

En un estudio reciente, Lafarge et al. [14] diseñaron y construyeron un recolector electromagnético lineal (LEH) que se puede integrar a una suspensión de automóvil sin modificar la estructura original, además, se tomaron en consideración los principales inconvenientes de tamaño y complejidad.

El sistema desarrollado consta de varios subsistemas, que incluyen la suspensión del automóvil, el recolector de energía electromagnético lineal y el circuito eléctrico para la gestión y almacenamiento de energía. Para determinar los parámetros eléctricos, mecánicos y electromecánicos, se llevó a cabo un análisis de elementos finitos. Cabe mencionar que el mismo documento destaca que el análisis de elementos finitos no es adecuado para simular la suspensión completa debido a la complejidad del sistema o a la falta de datos precisos.

El modelo dinámico obtenido, que presenta una naturaleza fundamentalmente no lineal, se representó utilizando un modelo de Bond Graph (BG). Este enfoque permitió simular con precisión la eficacia dinámica y de potencia del generador electromagnético lineal. Con el fin de validar las simulaciones, se realizaron pruebas experimentales utilizando el prototipo completo en un banco hidráulico, mostrado en la Figura 11. Estas pruebas implicaron un desplazamiento lineal máximo de 49 mm y velocidades de 0.75 m/s y 1 m/s, utilizando simulaciones de carreteras de clase A-B y E-F.

Los resultados obtenidos fueron prometedores, ya que el prototipo logró generar voltajes y potencias de 15 V y 4 W, respectivamente, a una velocidad de 0.75 m/s, y hasta 20 V y 7 W con una velocidad de 1 m/s. Estos resultados respaldan la eficacia del sistema propuesto y su capacidad para generar energía aprovechable a partir de la suspensión del automóvil.

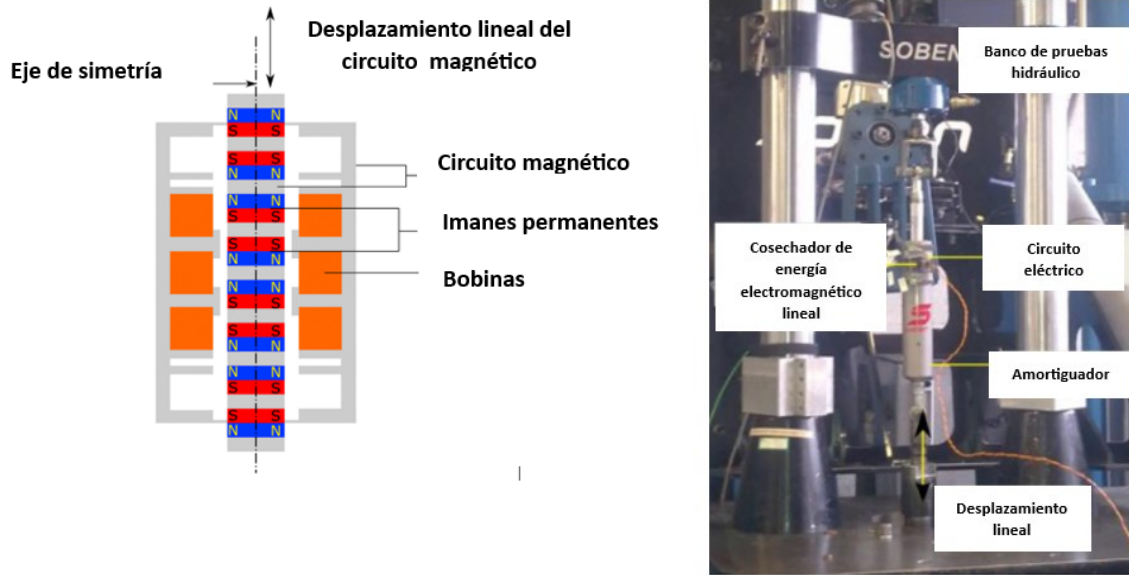


Figura 11. Recolector electromagnético lineal y máquina hidráulica para la experimentación [14].

El estudio realizado por Zhou et al. [15] propone el uso de una suspensión de recolección de energía magnética (MEHS) para alimentar un sensor inalámbrico en la MEHS, el cual permite medir la aceleración del vehículo y proporcionar información de retroalimentación para el control activo. En este estudio se desarrolló un diagrama esquemático del MEHS propuesto, el cual consta principalmente de un recolector de energía y una suspensión pasiva, como se observa en la Figura 12.

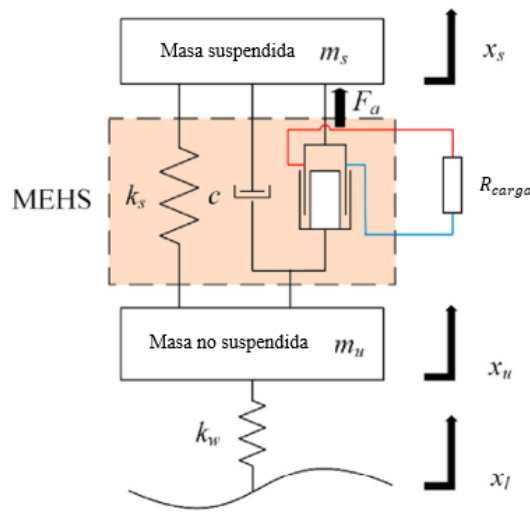


Figura 12. El modelo esquemático de un cuarto de vehículo de 2 grados de libertad [15].

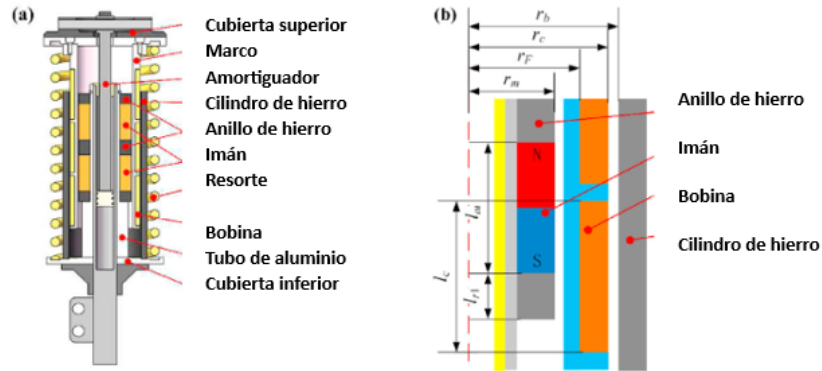


Figura 13. a) La estructura del MEHS, b) El diagrama esquemático del captador de energía [15].

El recolector de energía está compuesto por un estator y un móvil. El estator está compuesto por dos imanes, tres anillos de hierro, un tubo de aluminio y un cilindro de hierro, mientras que el móvil es un marco con tres bobinas (Figura 13). Para evaluar los parámetros que afectan las características de recolección de energía, como la frecuencia de excitación, la amplitud de excitación y la resistencia de carga externa, se realizó un modelado numérico basado en las ecuaciones dinámicas electromecánicas del sistema de dos grados de libertad. Los parámetros fueron tomados de investigaciones anteriores.

Adicionalmente, Zhou llevó a cabo pruebas experimentales en un prototipo utilizando diferentes tipos de excitación (Periódica, por impacto y aleatoria) y varias resistencias de carga externa. el prototipo estaba compuesto por un contrapeso, el MEHS, un resorte y un rodamiento lineal como se observa en la Figura 14. El circuito eléctrico diseñado se simplificó a una resistencia, una inductancia, una fuente de tensión alterna y un rectificador de 4 diodos. Los datos de voltaje, desplazamientos y aceleración del prototipo se recopilaron utilizando una tarjeta dSPACE 1103 con una frecuencia de muestreo de 1000 muestras por segundo.

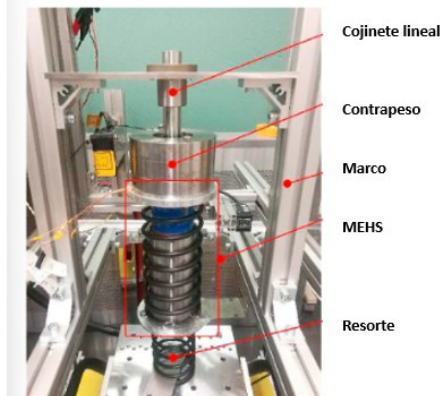


Figura 14. El prototipo de un sistema de suspensión de 2 grados de libertad con los amortiguadores electromecánicos [15].

Los resultados obtenidos demostraron que la resistencia de carga óptima varía con la frecuencia de excitación, y se identificaron factores como el flujo magnético, el espesor de los imanes, las bobinas y el espesor del anillo de hierro que influyen en el voltaje y la potencia recolectada. Se logró una potencia de salida RMS de 7.68 W en una superficie de carretera de clase C, la cual es suficiente para alimentar un sensor inalámbrico mediante un circuito de conversión. Este sensor puede monitorear el movimiento de la suspensión en tiempo real para garantizar la comodidad de conducción y el manejo en carretera de los vehículos [15].

2.2.2 Amortiguadores regenerativos electromecánicos.

La tecnología de amortiguadores regenerativos electromecánicos se caracteriza por su mecanismo de conversión de movimiento, el cual transforma el movimiento vertical bidireccional del sistema de suspensión en un movimiento rotacional unidireccional, que luego hace girar un generador eléctrico. Estos amortiguadores tienen una alta densidad de regeneración de energía cinética gracias a la utilización de un tren de potencia, algunos de los cuales son: tornillo-bola, piñón-cremallera o sistemas de transmisión basados en engranes helicoidales [11].

Investigaciones recientes han demostrado que el uso de estos amortiguadores para mitigar las vibraciones del vehículo es una alternativa válida frente a las soluciones convencionales, como los amortiguadores hidráulicos. Estos amortiguadores presentan varias ventajas como una menor sensibilidad al envejecimiento y a las condiciones ambientales, un mayor ancho de banda y una mayor versatilidad, ya que pueden ser controlados con facilidad en configuraciones activas. Además, estos amortiguadores logran un equilibrio entre la comodidad de conducción y la intensidad de regeneración de energía lo que los hace adecuados para vehículos todoterreno que requieren una alta densidad de potencia de salida. Sin embargo, según Tonoli et al. [16], diseñar prototipos electromecánicos que suministren altas fuerzas de amortiguamiento sin exceder las restricciones de dimensión geométrica y masa es una tarea difícil, especialmente en sistemas de suspensión de vehículos todoterreno donde la densidad de potencia de los amortiguadores es un parámetro crucial.

En el artículo presentado por Tonoli se abordó el modelado, diseño y validación experimental de un amortiguador electromecánico (EMSA) para aplicaciones en vehículos todoterreno, utilizando una configuración de tuerca giratoria. Esta solución adopta un husillo de bolas para reducir el tamaño y tener una baja inercia en las partes giratorias, al mismo tiempo que integra una máquina eléctrica de alta potencia, como se observa en la Figura 15a. Para modelar los efectos de fricción estática y dinámica, se utilizó un enfoque basado en una rigidez concentrada puramente imaginaria para permitir el análisis lineal. Se obtuvo un modelo dinámico con parámetros agrupados mediante un conjunto de ecuaciones y se

determinó el coeficiente de amortiguamiento considerando los requisitos de fuerza de amortiguamiento del sistema en un modelo de un cuarto de vehículo.

Posteriormente se realizaron pruebas experimentales en el prototipo para validar el modelo del EMSA utilizando una máquina de pruebas, donde se estimó el coeficiente de amortiguamiento y rigidez del amortiguador mediante pruebas de respuesta en frecuencia en un rango de 1 a 60 Hz, con un desplazamiento sinusoidal de 12 mm de amplitud, como se observa en la Figura 15b, donde se muestra que la identificación del parámetro de amortiguamiento converge con la del sistema.

Este prototipo demostró que los requisitos de amortiguamiento se cumplen dentro de un ancho de banda de 60 Hz. Sin embargo, no se llevan a cabo pruebas exhaustivas para validar las capacidades de recolección de energía [16].

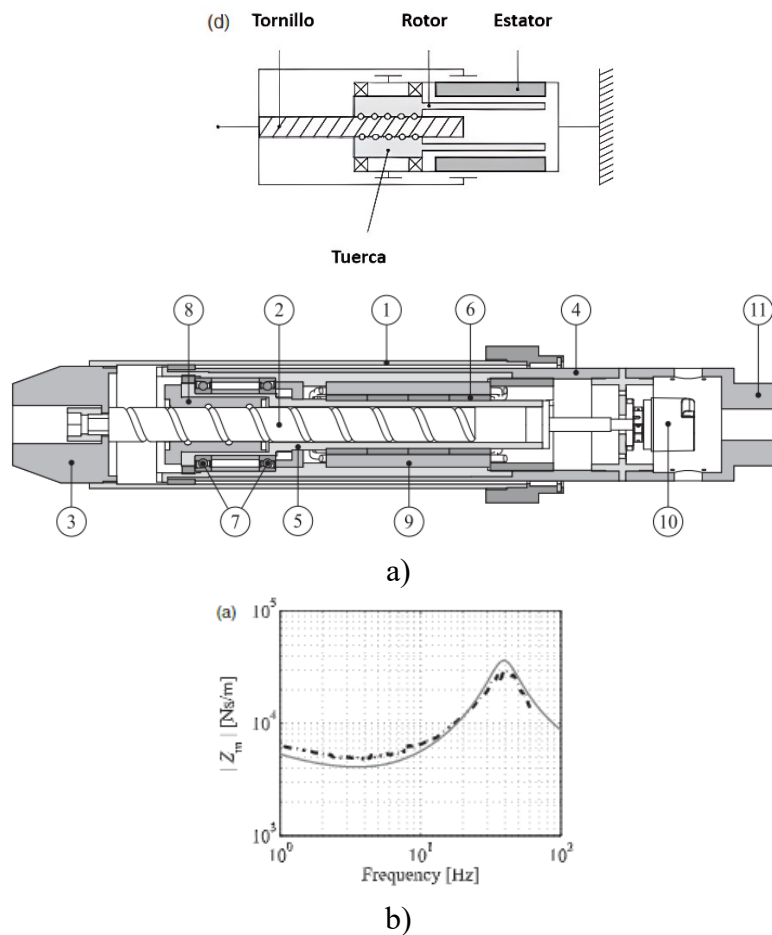


Figura 15. a) Vista en sección detallada del amortiguador. [16] (1) carcasa exterior, (2) tornillo, (3) tapa inferior, (4) carcasa interior, (5) rotor, (6) imanes permanentes, (7) cojinetes de bolas, (8) tuerca, (9) estator, (10) codificador, (11) tapa superior, b) Identificación del parámetro de amortiguamiento.

En el estudio presentado por R. Zhang et al. [17], se presenta el diseño y modelado de un amortiguador regenerativo de doble velocidad (o RSA de doble velocidad) que utiliza el mecanismo piñón y cremallera. El objetivo de este diseño es incrementar la velocidad del imán en relación a las bobinas, lo que a su vez aumenta la corriente y voltaje inducido, además, se realiza una comparación con el RSA de una velocidad. Los dos sistemas se muestran en la Figura 16:

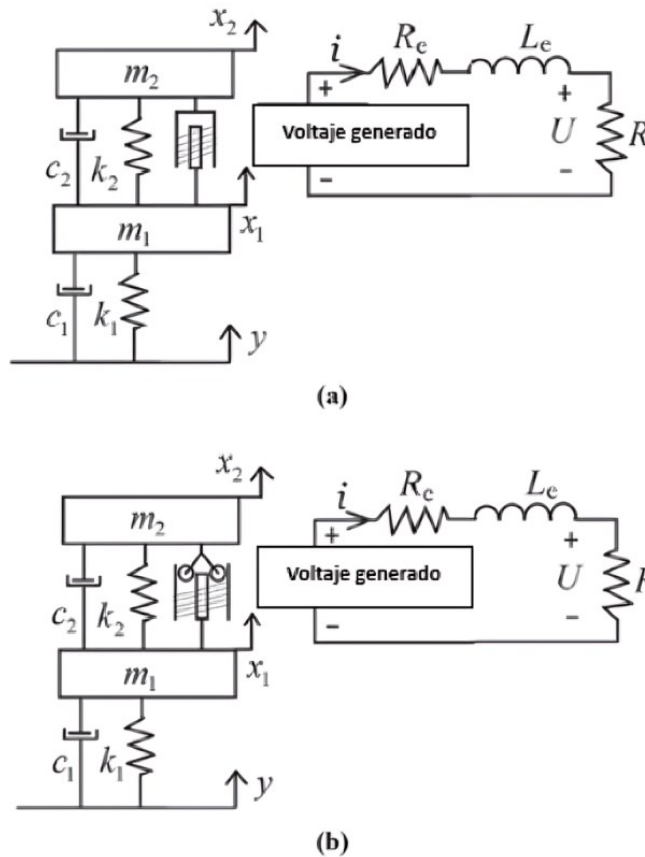


Figura 16. Modelo de simulación de un sistema de suspensión de un cuarto de vehículo con (a) RSA de velocidad única y (b) RSA de doble velocidad [17].

Para desarrollar los modelos de simulación, se utilizan las ecuaciones de movimiento del sistema basadas en el teorema de Lagrange. Algunos parámetros se identificaron directamente, mientras que otros son obtenidos mediante simulaciones de análisis electromagnético del campo magnético alrededor de las bobinas utilizando ANSYS. Por otro lado, los parámetros restantes, como el coeficiente de amortiguamiento son identificados y validados a través de experimentos, como se reporta en la Figura 17, donde se muestra que el valor de amortiguamiento es muy inestable, sin embargo, se mantiene dentro del margen del valor real.

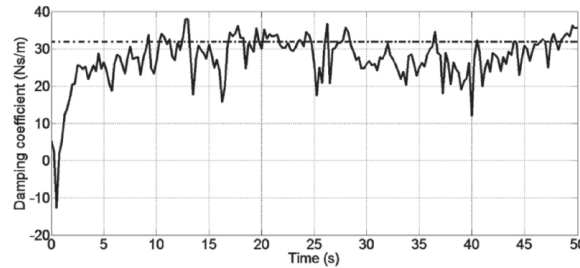


Figura 17. Coeficiente de amortiguamiento del RSA de doble velocidad medido en 50 s [17].

El prototipo del amortiguador se sometió a pruebas en una máquina vibradora hidráulica MTS y se aplicaron diferentes amplitudes de excitación de desplazamiento y frecuencias para simular distintos perfiles de carretera, así mismo, se utilizan entradas de desplazamiento de perfil de carretera de onda sinusoidal y de perfil de carretera estocástica, con una amplitud pico de 0.035m, abarcando un rango de frecuencia de 0-25 Hz.

Adicionalmente, se realiza un estudio de sensibilidad paramétrica mediante simulaciones de Monte Carlo, tanto para el RSA de doble velocidad y para RSA de una sola velocidad. El objetivo es evaluar las respuestas del vehículo ante la entrada de excitación de desplazamiento de perfil de carretera aleatorio. Los resultados revelan que el RSA de doble velocidad es más sensible a las irregularidades del perfil de carretera en comparación con el amortiguador regenerativo de una sola velocidad. Se demuestra que la potencia de salida puede verse afectada por la masa de la bobina o el factor de amplificación, dependiendo de la cantidad de masa de la bobina. Se logra una potencia máxima de 54 W con la selección óptima de la masa de bobina $m = 5$ kg y factor de amplificación $n = 3$. Además, se observa que la potencia generada por el RSA de doble velocidad es cuatro veces mayor que la del RSA de una sola velocidad bajo la misma excitación de desplazamiento del perfil de carretera aleatorio.

Recientemente, en el estudio realizado por Wang et al. [18], se propuso un amortiguador regenerativo electromecánico de alta eficiencia que utiliza transmisiones de tornillo de bolas gemelos para aumentar la autonomía en vehículos eléctricos. El sistema consta de 4 módulos: módulo de entrada de vibración de suspensión, módulo de mecanismo de transmisión, módulo de generador y módulo de almacenamiento de energía como se observa en la Figura 18. Los parámetros del amortiguador se determinaron mediante análisis matemáticos basados en las eficiencias del tornillo de bolas, el engrane recto y el generador. Luego, se realizó el modelado del sistema utilizando SolidWorks Motion Análisis, aplicando una señal sinusoidal de entrada con diferentes amplitudes y frecuencias. A partir de las simulaciones, fue posible determinar otros parámetros del sistema. Finalmente, se llevaron a cabo pruebas utilizando un sistema (MTS) para generar oscilaciones sinusoidales con diferentes amplitudes y frecuencias, mostradas en la Figura 19. Estas pruebas proporcionaron datos para calcular el coeficiente de amortiguamiento lineal promedio.

El prototipo fabricado demostró una alta eficiencia mecánica y una excelente eficiencia de generación de energía. Se logró recuperar la energía con una eficiencia máxima de 51.1% y una eficiencia promedio del 36.44%. El prototipo generó una potencia de salida de 3.7 W con una entrada de vibración sinusoidal de 1Hz y 3 mm. Es importante destacar que a medida que aumenta la amplitud o la frecuencia, también aumenta la potencia de salida [18].

Sin embargo, debido a las limitaciones experimentales, el prototipo requiere pruebas de campo para poder estimar con precisión la autonomía que se puede ampliar. Según los cálculos, se estima que la autonomía pueda aumentar aproximadamente 1 milla por cada 100 millas cuando el vehículo circula por carreteras de clase B a una velocidad de 60 Km/h.

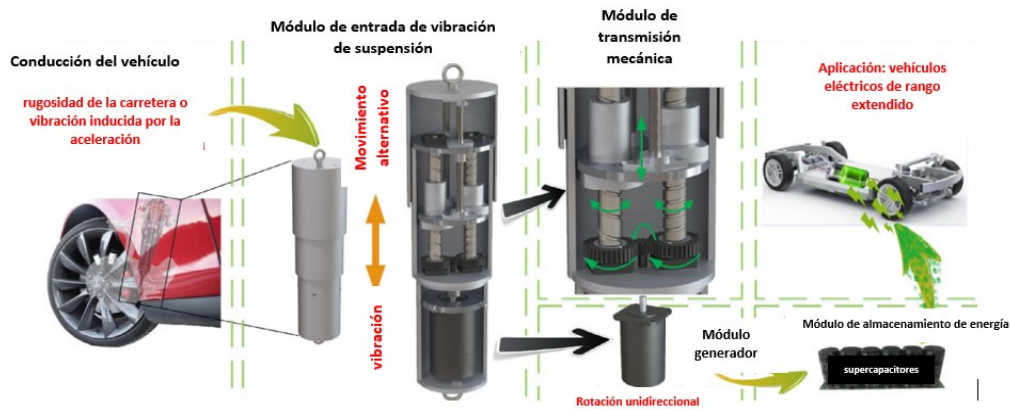


Figura 18. Diagrama de flujo del amortiguador regenerativo propuesto [18].

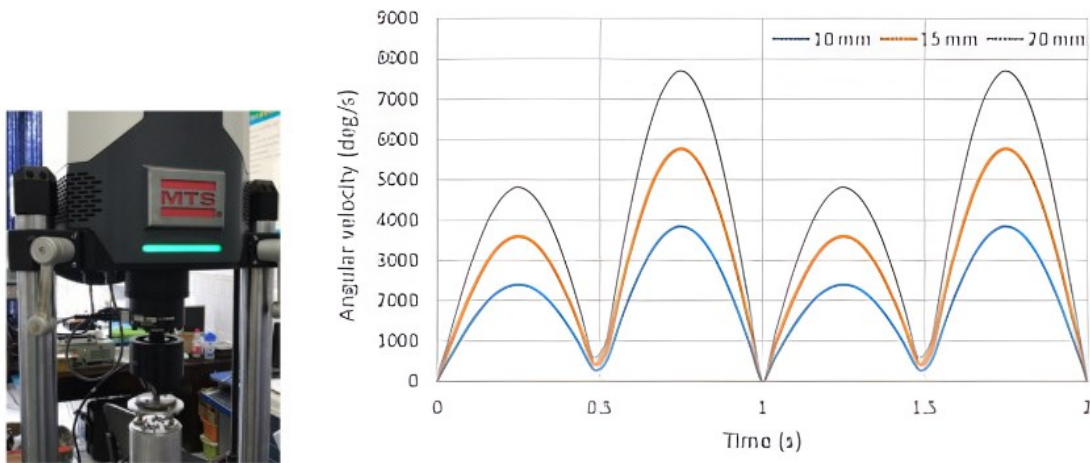


Figura 19. Pruebas experimentales al prototipo [18].

Ali et al. [19] presentaron un innovador amortiguador para la recolección de energía que utiliza un mecanismo de seguidor de leva de barril para recolectar energía del sistema de suspensión, ejemplificada en la Figura 20. Este mecanismo es de fácil fabricación y más compacto que otros mecanismos, como el de piñón-cremallera y el mecanismo algebraico.

Al igual que en el estudio anterior [18], el sistema consta de un módulo de entrada, un módulo de transmisión, un módulo generador y un módulo de almacenamiento.

El modelo dinámico del amortiguador regenerativo se basa en análisis matemáticos y dinámicos del sistema utilizando la formulación lagrangiana. En este sentido, se presentan ecuaciones que describen la fuerza de excitación, la energía cinética y la energía de amortiguamiento. Los parámetros del modelo se identificaron a través de un enfoque experimental y de simulación utilizando MATLAB. Además, las variaciones impredecibles en las condiciones experimentales fueron evaluadas mediante análisis de incertidumbre.

Para validar el modelo dinámico desarrollado, se realizaron pruebas experimentales en un prototipo utilizando una máquina MTS y se aplicaron entradas sinusoidales con diferentes amplitudes y frecuencias. Los resultados experimentales y de simulación, obtenidos mediante simulaciones en MATLAB, se compararon bajo condiciones de carga similares, mostrando resultados consistentes. La mayor potencia de salida obtenida fue de 3.85 W con una amplitud sinusoidal de 7.5 mm y una frecuencia de entrada de 2 Hz, con una eficiencia de 51.4%.

Esta investigación respalda que el modelo a escala completo del amortiguador regenerativo propuesto puede recolectar energía de los sistemas de suspensión y satisfacer los requisitos de potencia de los dispositivos de baja potencia en autobuses eléctricos sin conductor. Además, el estudio reveló que el mecanismo propuesto es adecuado para recolectar energía de las cuatro suspensiones de un autobús eléctrico sin conductor mediante amortiguadores regenerativos. La potencia cosechada puede ser almacenada en el módulo de almacenamiento o suministrada a diversos sistemas de baja potencia, como cámaras de visión, sistemas de navegación satelital, sensores de alcance y otros dispositivos auxiliares [19].

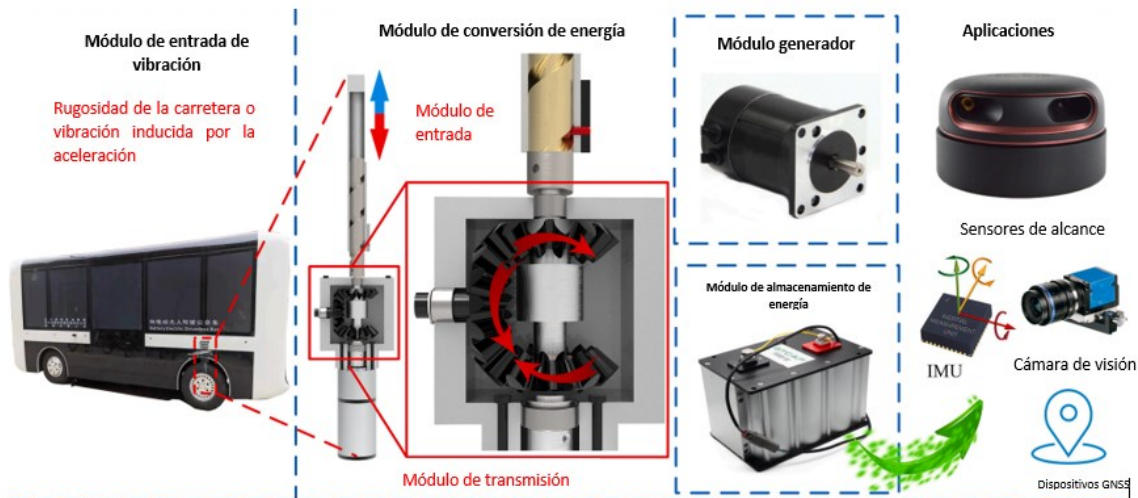


Figura 20. Diagrama de flujo del amortiguador regenerativo de energía propuesto con aplicaciones [19].

Como dato interesante, Audi ha desarrollado un sistema de amortiguamiento llamado eROT que utiliza un brazo de palanca para absorber las vibraciones del soporte de la rueda. Durante las pruebas en carretera, este dispositivo ha logrado alcanzar una potencia de salida promedio de 100 a 150 W. Sin embargo, es de esperarse que las industrias automotrices no revelen todos los detalles del funcionamiento interno de esta tecnología [18].

2.2.3 Amortiguadores regenerativos electrohidráulicos.

Los amortiguadores regenerativos electrohidráulicos se componen de varios elementos principales: Válvulas de retención, tuberías hidráulicas, motores y bombas hidráulicas, acumulador de gas o aceite y un generador eléctrico. Las válvulas de retención tienen la función de dirigir el flujo del fluido en las tuberías para proporcionar las fuerzas de amortiguamiento necesarias para el sistema de suspensión. Por otro lado, el acumulador hidráulico garantiza la estabilidad de los niveles de fuerza de amortiguamiento en situaciones de compresión y tensión del amortiguador. El fluido que circula a través del motor hidráulico genera un trabajo mecánico que posteriormente se convierte en electricidad mediante un generador electromagnético rotatorio.

Comparado con los amortiguadores regenerativos electromecánicos y electromagnéticos lineales, estos amortiguadores ofrecen fuerzas de amortiguamiento más grandes sin aumentar su tamaño físico. Además, al utilizar un circuito hidráulico, es posible regular impactos a frecuencias altas y suavizar la respuesta del rotor del generador. También es importante destacar que los sistemas hidráulicos son más duraderos debido al menor desgaste de sus componentes en comparación con los sistemas mecánicos que emplean elementos sólidos [11].

En un estudio realizado por Fang et al. [20], se presenta un prototipo de amortiguador hidráulico electromagnético (HESA), que consta de varios componentes, como un cilindro hidráulico, un rectificador hidráulico, acumuladores, un motor hidráulico, un generador y tuberías, como se muestra en la Figura 21. Para evaluar su rendimiento, se llevaron a cabo pruebas experimentales utilizando señales sinusoidales con diferentes frecuencias y amplitudes.

Los resultados obtenidos indican que el prototipo muestra un buen rendimiento cuando la presión de apertura del acumulador es baja y la amplitud de excitación es pequeña. Se observó que el amortiguador fue capaz de regenerar hasta 200 W de energía cuando se aplicó una excitación sinusoidal con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 3 mm, logrando una eficiencia de recuperación del 16.6%, además, se encontró que a medida que la frecuencia de excitación aumenta, la eficiencia de recuperación de energía disminuye.

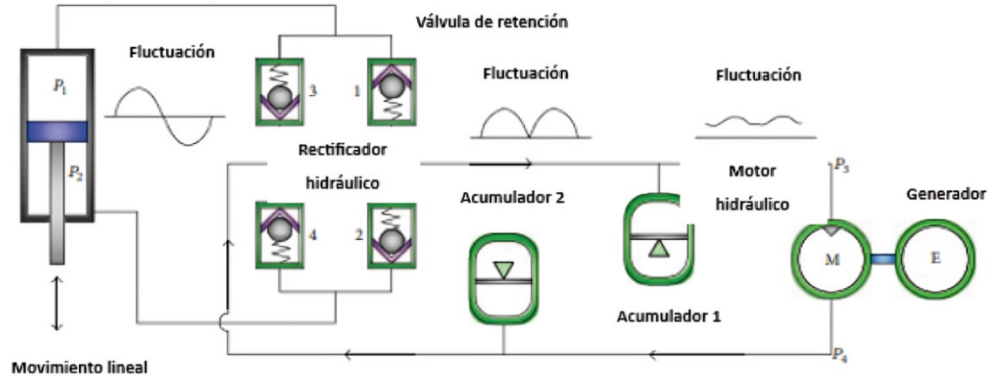


Figura 21. Diagrama del HESA [20].

Más tarde, en un estudio realizado por Li & Tse [21], se propuso un amortiguador hidráulico capaz de recolectar energía mientras que simultáneamente amortigua las vibraciones producidas por el camino, el cual se muestra en la Figura 22. Se desarrolló un modelo analítico para ilustrar las respuestas eléctricas y mecánicas del sistema y se introduce un enfoque de identificación de tres etapas para facilitar la identificación de los parámetros del modelo utilizando experimentos de carga cíclica. Se realizaron pruebas computacionales y experimentales con el fin de validar el modelo propuesto, aplicando una excitación armónica, demostrando que el dispositivo fue capaz de proporcionar 435.11 W de potencia máxima, utilizando una excitación armónica con una amplitud de 0.02 m y una frecuencia de 0.8 Hz. En el proceso, parte de la energía de la vibración fue disipada por el flujo de aceite y otra por la generación electromagnética.

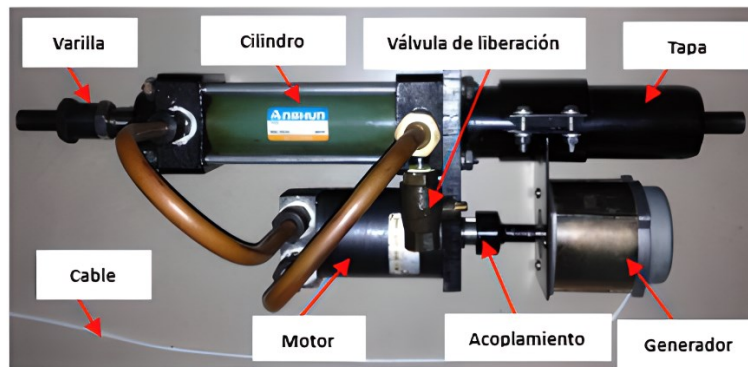


Figura 22. Dispositivo prototipo [21].

Y. Zhang et al. [22] muestra el diseño, el modelado y estudio de rendimiento de una suspensión regenerativa de bombeo hidráulico basado en una unidad de recuperación de energía y un actuador hidráulico, ejemplificado en las Figura 23 y Figura 24. El desarrollo del modelo dinámico del sistema se basa en los principios de conservación de energía y masa.

Se establecieron ecuaciones que describen la interacción entre los componentes y los fenómenos físicos del sistema. El modelo dinámico incluyó variables importantes como presiones, flujos, velocidades y cargas eléctricas, que afectan el comportamiento del sistema. El prototipo es capaz de generar electricidad de manera eficiente a través del generador giratorio unidireccional, demostrando que con una carga externa constante de 15Ω puede lograr una eficiencia eléctrica considerable y una eficiencia hidráulica del 73.2 %.

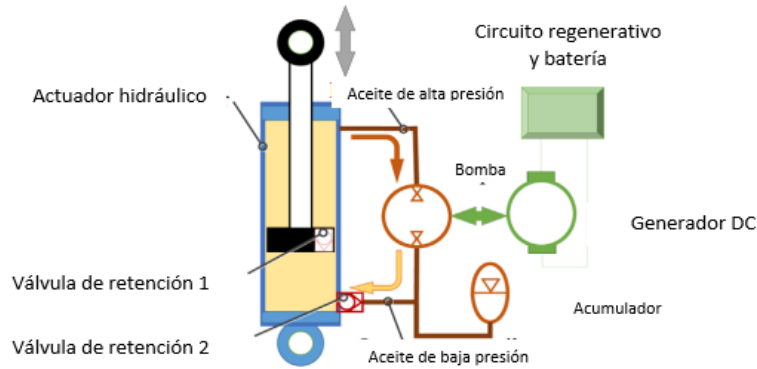


Figura 23. Diseño del sistema de la suspensión regenerativa de bombeo [22].

El estudio muestra que, al llevar a cabo una optimización con algoritmos genéticos (GA, por sus siglas en inglés) se puede obtener una potencia regenerativa de 33.4 W. El modelo matemático de esta suspensión regenerativa se estudia únicamente bajo entradas de desplazamiento sinusoidal [22].

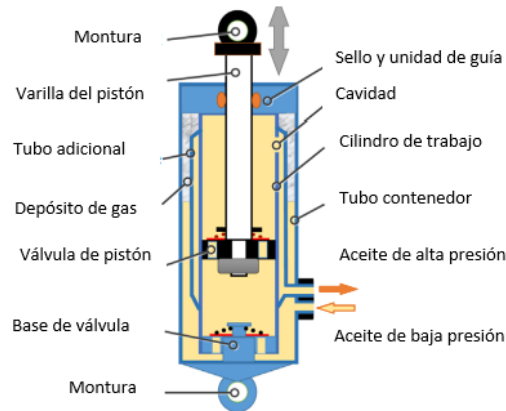


Figura 24. Estructura general de un actuador hidráulico integrado [22].

CAPÍTULO 3

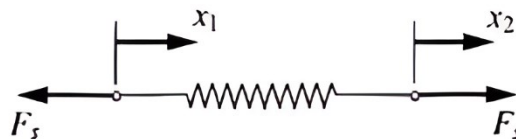
MARCO TEÓRICO

3.1 Componentes básicos del sistema de suspensión.

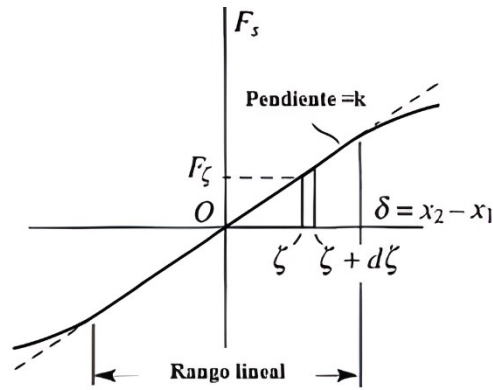
Los diferentes sistemas mecánicos presentan un ensamblaje de diferentes componentes individuales que, al actuar en conjunto, conforman un todo. Estos componentes pueden clasificarse en tres categorías según si las fuerzas que generan son proporcionales a los desplazamientos, las velocidades o las aceleraciones. En consecuencia, se dividen en componentes que almacenan y liberan energía potencial, aquellos que disipan energía, y los que almacenan y liberan energía cinética [24].

3.1.1 Resortes.

Los componentes elásticos, como los resortes, almacenan energía potencial a medida que se aumentan los desplazamientos y liberan energía potencial a medida que disminuyen. Por lo general, se considera que los resortes no tienen masa, lo que significa que una fuerza F_s en un extremo del resorte debe equilibrarse con otra fuerza F_s en su otro extremo.



a.



b.

Figura 25. a) Resorte bajo una fuerza de tensión, b) Fuerza vs alargamiento [24].

En presencia de una fuerza de tensión, como se muestra en la Figura 25a, el resorte experimenta un alargamiento que se define como la diferencia entre los desplazamientos x_2 y x_1 de los puntos finales [24]. La gráfica de la Figura 25b muestra la relación entre la fuerza F_s y el alargamiento δ . En el rango lineal, F_s es proporcional a δ , lo que significa que la constante de rigidez K del resorte es igual a la pendiente de la curva. Por lo tanto, en este rango, la relación entre la fuerza y el alargamiento es:

$$F_s = K\delta = (x_2 - x_1) \quad (3.1)$$

Se observa que las unidades de K están dadas por Newton por Metro ($\frac{N}{m}$).

3.1.2 Amortiguador viscoso.

El amortiguador viscoso es un componente que disipa la energía mecánica en forma de calor, ya que convierte la energía cinética del sistema en energía térmica. Este dispositivo relaciona las fuerzas mecánicas con las velocidades y consta de un pistón que se ajusta libremente en un cilindro lleno de aceite o agua, permitiendo que el fluido viscoso pueda fluir alrededor del pistón dentro del cilindro, como se muestra en la Figura 26 [24].

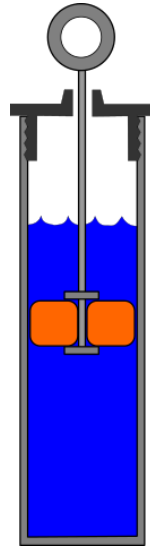


Figura 26. Amortiguador viscoso [24].

Al igual que los resortes, se considera que el amortiguador no tiene masa, por lo que una fuerza F_d en uno de los extremos del amortiguador debe equilibrarse con otra fuerza F_d en el otro extremo, tal y como se ilustra en la Figura 27a.

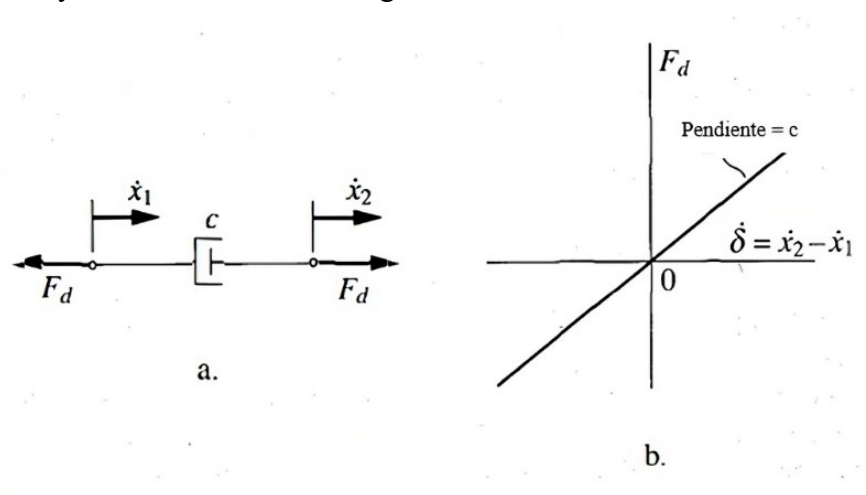


Figura 27. a) Amortiguador bajo una fuerza de tensión, b) Fuerza vs velocidad de separación [24].

Además, se asume que las fuerzas provocan un corte suave en el fluido viscoso, lo que resulta en una gráfica lineal F_d vs $\dot{\delta}$, como se muestra en la Figura 27b. Por lo tanto, la relación entre la fuerza F_d y la velocidad de separación $\dot{\delta}$ se expresa mediante la ecuación:

$$F_d = c\dot{\delta} = (c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)) \tag{3.2}$$

donde c representa la constante de amortiguación y sus unidades están dadas por Newton-segundo por metro $\frac{(N s)}{m}$.

3.2 Ecuaciones de Euler-Lagrange.

Las ecuaciones de movimiento de sistemas mecánicos se han abordado tradicionalmente utilizando las leyes de Newton, sin embargo, presentan un inconveniente al usar variables de forma vectorial, lo que complica el análisis de diseños con múltiples grados de libertad. En estos casos, es más conveniente emplear las ecuaciones de Euler-Lagrange, que, aunque se fundamentan en las leyes de Newton, son de modo escalar, se apoyan en el concepto de coordenadas generalizadas y se basan en condiciones puramente energéticas, lo que simplifica el análisis de sistemas más complejos, permitiendo su aplicación en diversas áreas de la física avanzada.

En la mecánica clásica, el Lagrangiano de un sistema se iguala a la diferencia entre la energía cinética K y la potencial V . En la literatura se afirma que la energía representa la capacidad de realizar un trabajo. Por lo tanto, la energía cinética de una partícula con masa m en movimiento de una velocidad v se describe como un escalar positivo. Donde la dinámica del cuerpo, ya sea traslacional como rotacional, depende de su posición y velocidad:

$$K = (x(t), \dot{x}(t)) \quad (3.3)$$

Por otro lado, la energía potencial se origina debido a las fuerzas conservativas, como las generadas por la gravedad o los resortes. Esta forma de energía está determinada por la posición del objeto:

$$V = (x(t)) \quad (3.4)$$

Para sistemas no conservativos, como en el caso de un amortiguador viscoso, se emplea la función de disipación de Rayleigh. Esta función supone que las fuerzas de amortiguamiento son proporcionales a la velocidad. Así, para derivar las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico con fricción, se recurre a las ecuaciones Euler-Lagrange siguientes:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} = F_i \quad (3.5)$$

Donde, $L = K - V$, $i = 1, 2, \dots, n$ representa el número de coordenadas generalizadas, F_i son las fuerzas generalizadas no conservativas, y D es la función que involucra las velocidades generalizadas.

3.3 Modelos dinámicos del vehículo.

3.3.1 Modelo de un cuarto del vehículo.

El modelo de un cuarto de vehículo ha sido utilizado ampliamente en numerosas investigaciones para el diseño y desarrollo de sistemas de suspensión [25]. Este modelo considera que la masa suspendida m_s representa una cuarta parte de la masa total del vehículo, mientras que la masa no suspendida m_u representa la masa de una sola rueda. La rigidez y la amortiguación efectiva de la suspensión se representa mediante k_s y c , respectivamente, mientras que la rigidez de los neumáticos está dada por k_t .

El modelo de un cuarto de vehículo es una herramienta útil para estudiar el comportamiento vertical del vehículo, especialmente para analizar y mejorar el movimiento oscilatorio del cuerpo causado por las vibraciones. Sin embargo, es importante tener en cuenta que este modelo no incorpora los efectos geométricos del vehículo completo y no permite estudiar el acoplamiento longitudinal y lateral, lo que limita su aplicación para un análisis más detallado del comportamiento del vehículo en situaciones más complejas [26].

La siguiente figura muestra el modelo de un cuarto de vehículo con dos grados de libertad dados por:

- Desplazamiento vertical de la rueda x_u
- Desplazamiento vertical del chasis x_s

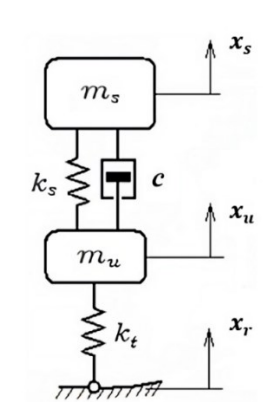


Figura 28. Representación de suspensión convencional del modelo de un cuarto de vehículo [25].

En la Figura 28 se muestra la representación esquemática del sistema de suspensión en un cuarto del vehículo, al cual se le ha aplicado un modelo Lagrangiano definiendo la función lagrangiana y la función disipativa.

La función Lagrangiana se expresa como:

$$L = \frac{1}{2} m_s \dot{x}_s^2 + \frac{1}{2} m_u \dot{x}_u^2 - \frac{1}{2} k_s (x_s - x_u)^2 - \frac{1}{2} k_t (x_u - x_r)^2 \quad (3.6)$$

Mientras que la función disipativa se define como:

$$D = \frac{1}{2} c (\dot{x}_s - \dot{x}_u)^2 \quad (3.7)$$

Conforme a las ecuaciones de Lagrange, las ecuaciones que describen la dinámica del modelo de un cuarto de vehículo están dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_s} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_u} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_u} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_u} = 0 \end{array} \right\} \quad (3.8)$$

Desarrollando la ecuación (3.8) se obtiene el modelo matemático del sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_s \ddot{x}_s + k_s (x_s - x_u) + c (\dot{x}_s - \dot{x}_u) = 0 \\ m_u \ddot{x}_u - k_s (x_s - x_u) - c (\dot{x}_s - \dot{x}_u) + k_t (x_u - x_r) = 0 \end{array} \right\} \quad (3.9)$$

3.3.2 Modelo de medio vehículo.

La Figura 29 muestra el modelo de medio vehículo con cuatro grados de libertad, el cual incorpora el movimiento de balanceo o el movimiento de cabeceo denotado por α , los desplazamientos verticales de las ruedas x_1 y x_2 , y las excitaciones independientes de la carretera x_{r1} y x_{r2} .

Los grados de libertad del modelo son:

- Desplazamiento vertical de la rueda izquierda, x_2
- Desplazamiento vertical de la rueda derecha, x_1
- Desplazamiento vertical de la carrocería, x_s
- Ángulo de balanceo de la carrocería, α

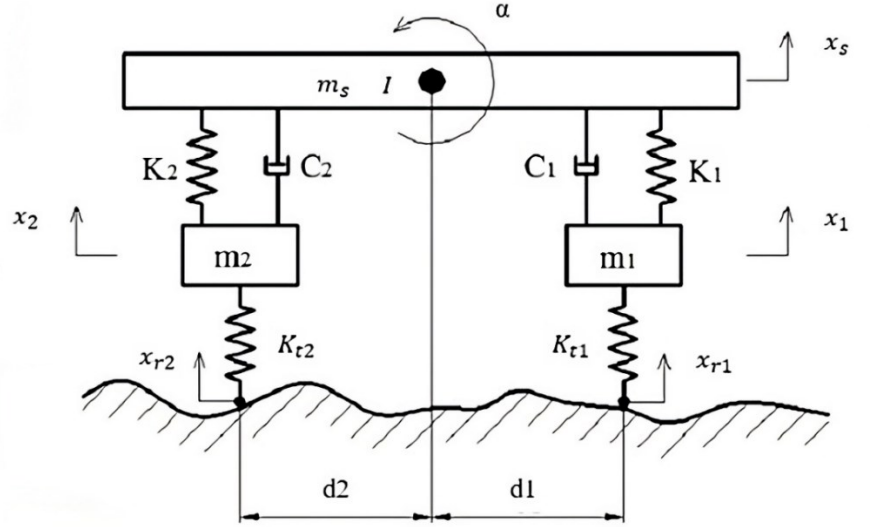


Figura 29. Representación esquemática de una suspensión convencional en el modelo de medio vehículo [25].

En la Figura 29 se observa el sistema de suspensión de medio vehículo al cual se le realiza un modelo Lagrangiano, definiendo la función lagrangiana y la disipativa como sigue:

$$L = \frac{1}{2} m_s \dot{x}_s^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2 - \frac{1}{2} k_1 (x_s - x_1 + d_1 \alpha)^2 - \quad (3.10)$$

$$\frac{1}{2} k_2 (x_s - x_2 - d_2 \alpha)^2 - \frac{1}{2} k_{t1} (x_1 - x_{r1})^2 - \frac{1}{2} k_{t2} (x_2 - x_{r2})^2$$

$$D = \frac{1}{2} c_1 (\dot{x}_s - \dot{x}_1 + d_1 \dot{\alpha})^2 + \frac{1}{2} c_2 (\dot{x}_s - \dot{x}_2 - d_2 \dot{\alpha})^2 \quad (3.11)$$

Conforme a las ecuaciones de Lagrange, las ecuaciones que describen la dinámica del modelo de medio vehículo están dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_s} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_1} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_2} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} = 0 \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Desarrollando la ecuación (3.12) se obtiene el conjunto de ecuaciones del modelo matemático del sistema dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_s \ddot{x}_s + F_{c1m} + F_{c2m} + F_{k1m} + F_{k2m} = 0 \\ m_1 \ddot{x}_1 - F_{c1m} - F_{k1m} + k_{t1} (x_1 - x_{r1}) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - F_{c2m} - F_{k2m} + k_{t2} (x_2 - x_{r2}) = 0 \\ I \ddot{\alpha} + d_1 F_{c1m} - d_2 F_{c2m} + d_1 F_{k1m} - d_2 F_{k2m} = 0 \end{array} \right. \quad (3.13)$$

$$\text{con } \begin{cases} F_{k1m} = k_1(x_s - x_1 + d_1\alpha) \\ F_{k2m} = k_2(x_s - x_2 - d_2\alpha) \\ F_{c1m} = c_1(\dot{x}_s - \dot{x}_1 + d_1\dot{\alpha}) \\ F_{c2m} = c_2(\dot{x}_s - \dot{x}_2 - d_2\dot{\alpha}) \end{cases}$$

3.3.3 Modelo de vehículo completo.

La Figura 30 muestra el modelo del vehículo completo de siete grados de libertad en el cual se incluyen tanto el movimiento de balanceo como el movimiento de cabeceo denotados por φ y θ , respectivamente. Además, incluye los desplazamientos verticales para cada rueda, así como las excitaciones independientes de la carretera.

Los grados de libertad son:

- Desplazamiento vertical de la rueda delantera derecha, x_{m1}
- Desplazamiento vertical de la rueda delantera izquierda, x_{m2}
- Desplazamiento vertical de la rueda trasera izquierda, x_{m3}
- Desplazamiento vertical de la rueda trasera derecha, x_{m4}
- Desplazamiento vertical de la masa suspendida, x
- Ángulo de balanceo de la carrocería, φ
- Ángulo de cabeceo de la carrocería, θ

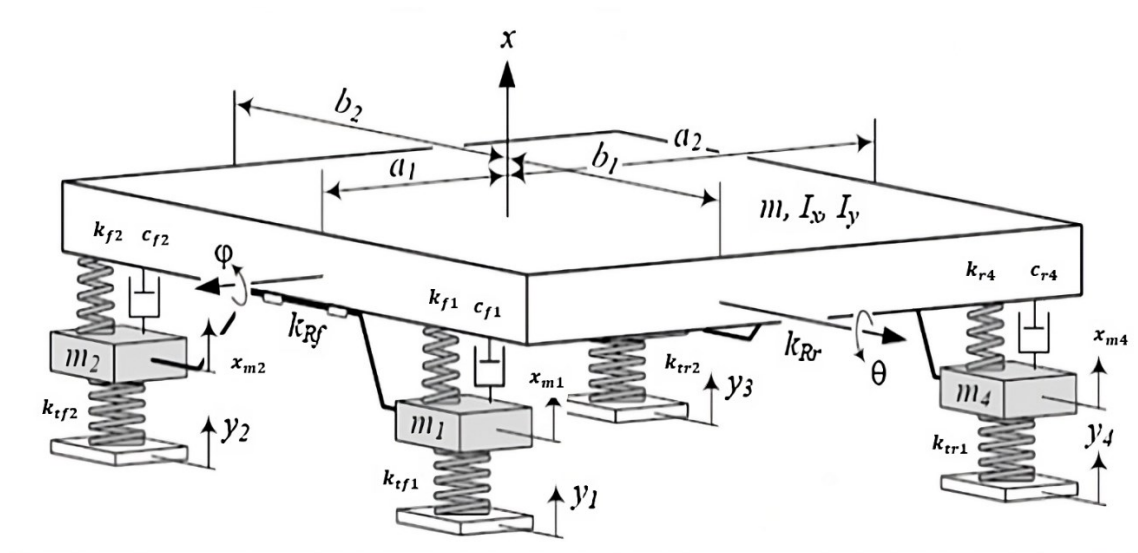


Figura 30. Representación de suspensión convencional del modelo de vehículo completo [25].

En la Figura 30 se observa el sistema de suspensión del vehículo completo al cual se le realiza un modelo Lagrangiano, definiendo la función lagrangiana y la disipativa como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
 L = & \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{x}_{m1}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_{m2}^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{x}_{m3}^2 + \frac{1}{2}m_4\dot{x}_{m4}^2 + \\
 & \frac{1}{2}I_x\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}I_y\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}k_{f1}(x - x_{m1} + b_1\varphi - a_1\theta)^2 - \frac{1}{2}k_{f2}(x - x_{m2} - \\
 & b_2\varphi - a_1\theta)^2 - \frac{1}{2}k_{r3}(x - x_{m3} - b_2\varphi + a_2\theta)^2 - \frac{1}{2}k_{r4}(x - x_{m4} + \\
 & b_1\varphi + a_2\theta)^2 - \frac{1}{2}k_{tf1}(y_1 - x_{m1})^2 - \frac{1}{2}k_{tf2}(y_2 - x_{m2})^2 - \\
 & \frac{1}{2}k_{tr2}(y_3 - x_{m3})^2 - \frac{1}{2}k_{tr1}(y_4 - x_{m4})^2
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}
 D = & \frac{1}{2}c_{f1}(\dot{x} - \dot{x}_{m1} + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}c_{f2}(\dot{x} - \dot{x}_{m2} - b_2\dot{\varphi} - \\
 & a_1\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}c_{r3}(\dot{x} - \dot{x}_{m3} - b_2\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}c_{r4}(\dot{x} - \dot{x}_{m4} + b_1\dot{\varphi} + \\
 & a_2\dot{\theta})^2
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Conforme a las ecuaciones de Lagrange, las ecuaciones que describen la dinámica del modelo del vehículo completo están dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = 0 \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m1}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m1}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m1}} = 0 \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m2}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m2}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m2}} = 0 \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m3}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m3}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m3}} = 0 \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m4}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m4}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m4}} = 0 \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\varphi}} = 0 \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = 0
 \end{array} \right. \tag{3.16}$$

Desarrollando la ecuación (3.16) se obtiene el conjunto de ecuaciones del modelo matemático del sistema dadas por:

$$\left. \begin{aligned}
 m\ddot{x} + F_{kf1c} + F_{kf2c} + F_{kr3c} + F_{kr4c} + F_{cf1c} + F_{cf2c} + F_{cr3c} + F_{cr4c} &= 0 \\
 m_1\ddot{x}_{m1} - F_{kf1c} - k_{tf1}(y_1 - x_{m1}) - F_{cf1c} &= 0 \\
 m_2\ddot{x}_{m2} - F_{kf2c} - k_{tf2}(y_2 - x_{m2}) - F_{cf2c} &= 0 \\
 m_3\ddot{x}_{m3} - F_{kr3c} - k_{tr2}(y_3 - x_{m3}) - F_{cr3c} &= 0 \\
 m_4\ddot{x}_{m4} - F_{kr4c} - k_{tr1}(y_4 - x_{m4}) - F_{cr4c} &= 0 \\
 I_x\ddot{\phi} + b_1F_{kf1c} - b_2F_{kf2c} - b_2F_{kr3c} + b_1F_{kr4c} + b_1F_{cf1c} - b_2F_{cf2c} - b_2F_{cr3c} + b_1F_{cr4c} &= 0 \\
 I_y\ddot{\theta} - a_1F_{kf1c} - a_1F_{kf2c} + a_2F_{kr3c} + a_2F_{kr4c} - a_1F_{cf1c} - a_1F_{cf2c} + a_2F_{cr3c} + a_2F_{cr4c} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

$$\text{con } \left\{ \begin{aligned}
 F_{kf1c} &= k_{f1}(x - x_{m1} + b_1\phi - a_1\theta) \\
 F_{kf2c} &= k_{f2}(x - x_{m2} - b_2\phi - a_1\theta) \\
 F_{kr3c} &= k_{r3}(x - x_{m3} - b_2\phi + a_2\theta) \\
 F_{kr4c} &= k_{r4}(x - x_{m4} + b_1\phi + a_2\theta) \\
 F_{cf1c} &= c_{f1}(\dot{x} - \dot{x}_{m1} + b_1\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) \\
 F_{cf2c} &= c_{f2}(\dot{x} - \dot{x}_{m2} - b_2\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) \\
 F_{cr3c} &= c_{r3}(\dot{x} - \dot{x}_{m3} - b_2\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) \\
 F_{cr4c} &= c_{r4}(\dot{x} - \dot{x}_{m4} + b_1\dot{\phi} + a_2\dot{\theta})
 \end{aligned} \right.$$

3.4 Transformada de Laplace.

La transformada de Laplace (TL) tiene muchas aplicaciones en la ciencia en general, y sobre todo en la ingeniería, ya que es una herramienta que permite transformar una ecuación diferencial ordinaria a una ecuación algebraica, lo cual resulta más fácil de solucionar, además, es muy útil en el campo de los sistemas de control y en automatización de procesos.

La TL realiza una conversión de una función con una variable real, usualmente el tiempo, a una función con una variable compleja, frecuencia compleja. En un caso particular, se define como una transformada en el dominio de la frecuencia para sistemas continuos en el tiempo.

Por definición, la TL de una función $f(t)$ esta dado por:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (3.18)$$

donde la variable s es un número complejo.

A continuación, se presentan las principales propiedades de la TL:

Tabla 1. Principales propiedades de la transformada de Laplace.

Linealidad:

$$\mathcal{L}\{\alpha f(t) + \beta g(t)\} = \alpha F(s) + \beta G(s)$$

Primer teorema de traslación:

$$\mathcal{L}\{e^{at} f(t)\} = F(s - a)$$

Teorema de la convolución:

$$\mathcal{L}\{f(t) * g(t)\} = F(s) * G(s)$$

Transformada de la primera derivada:

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$$

Transformada de la segunda derivada:

$$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2 F(s) - sf'(s) - f(0)$$

Transformada de una integral:

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(t) dt\right\} = \frac{F(s)}{s}$$

Derivada de la transformada:

$$\mathcal{L}^{-1}\{(-1)^n t^n f(t)\} = F^{(n)}(s)$$

Integral de la transformada:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{f(s)}{s}\right\} = \int_s^\infty F(s) ds$$

Por su parte la transformada inversa de Laplace consiste en pasar la solución que se encuentra en el dominio de la frecuencia al dominio del tiempo como originalmente se quería.

Por definición, la transformada Inversa de Laplace se define como:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} \tag{3.19}$$

3.5 Identificación algebraica.

El conocimiento de los parámetros asociados a los diferentes modelos de sistemas industriales se ha convertido en un reto importante en diferentes campos de la ingeniería, tanto para el diseño de sistemas de control como en la planeación y ejecución de acciones de mantenimiento. Esto ha llevado al desarrollo de diversos métodos de identificación/estimación con aplicación a sistemas lineales y no lineales.

Recientemente, se ha desarrollado una técnica de identificación paramétrica basada en métodos algebraicos que ha demostrado una gran rapidez y robustez en la estimación de los parámetros. Este método permite obtener los parámetros desconocidos del sistema, mediante un conjunto de ecuaciones variantes en el tiempo, las cuales son independientes de las condiciones iniciales y de las perturbaciones estructuradas, además, estos identificadores se realizan en línea y en tiempo continuo [29].

3.5.1 Metodología algebraica.

1. Se aplica la transformada de Laplace a la ecuación diferencial del modelo dinámico y posteriormente se reordena con un polinomio en s .
2. Para que el sistema sea independiente de las condiciones iniciales, se deriva el polinomio las veces que sea necesario para eliminar dichas condiciones.
3. Multiplicar la ecuación independiente de las condiciones iniciales por s^{-2} con la finalidad de evitar las derivadas.
4. Aplicar la transformada inversa de Laplace a la ecuación resultante para volver al dominio del tiempo: $A(t)\Theta = b(t)$ donde $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_r\}^T$ es el conjunto de parámetros desconocidos, $A(t)$ y $b(t)$ son matrices de rxr y $rx1$ respectivamente, cuyas entradas pertenecen al espacio vectorial generado $k \left[t, \frac{d}{dt} \right] (u, y)$.
5. Se despeja el parámetro desconocido.

3.6 Análisis del amortiguador regenerativo lineal.

Para el desarrollo de la ecuación que describe el comportamiento del amortiguador regenerativo lineal es necesario aplicar las diferentes leyes eléctricas descritas en la siguiente sección, para lograr comprender a profundidad su estructura y funcionamiento.

3.6.1 Ley de inducción de Faraday.

La ley de inducción de Faraday formula que el voltaje inducido en un circuito cerrado es directamente proporcional a la razón de cambio en el tiempo del flujo magnético que atraviesa una superficie cualquiera con el circuito mismo como borde, y está definida por:

$$V_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (3.20)$$

donde, $V_{ind} = \text{Voltaje inducido, (v)}$
 $\phi = \text{flujo magnético, (Wb)}$

3.6.2 Flujo magnético.

El flujo magnético se puede definir como la medida del campo magnético total que pasa a través de un área dada, y se puede expresar como:

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (3.21)$$

donde, $\vec{B} = \text{vector de líneas de campo magnético}$
 $d\vec{A} = \text{vector área de la superficie}$

En la Figura 31 se muestra el fenómeno de flujo magnético y se puede observar que el flujo será máximo siempre que el ángulo $\theta = 0^\circ$, por otro lado, el flujo será nulo cuando ángulo $\theta = 90^\circ$.

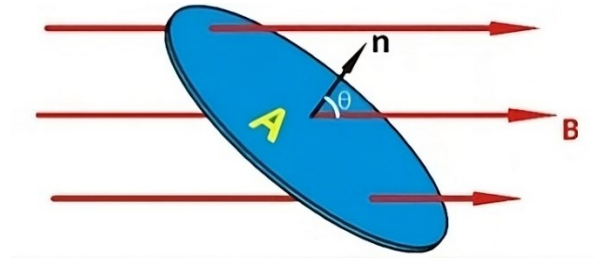


Figura 31. Flujo magnético sobre una superficie [31].

La ecuación (3.21) también puede ser representada en su forma escalar definida por:

$$\phi = BA \cos\theta \tag{3.22}$$

donde, $B =$ Campo magnético, (T)

$A =$ Superficie, (m²)

$\theta =$ Ángulo entre la normal de área (n) y líneas de campo B

3.6.3 Fuerza de Lorentz.

La ecuación que describe la fuerza magnética que se ejerce sobre un alambre conductor de corriente que se mueve a través de un campo magnético se expresa a través de la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B} \tag{3.23}$$

donde, $L =$ Longitud del conductor, (m)

$I =$ Intensidad de corriente, (A)

$B =$ Campo magnético, (T)

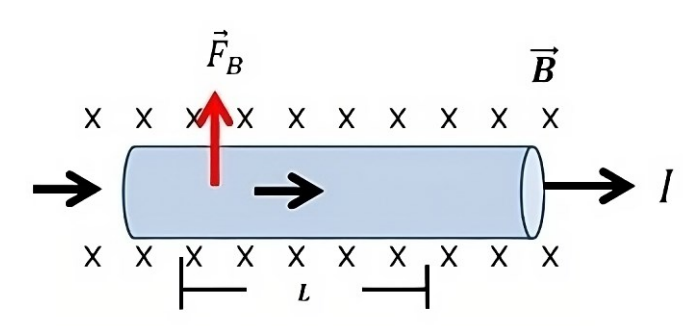


Figura 32. Fuerza magnética sobre un conductor de corriente a través de un campo magnético [31].

La ecuación (3.23) también puede ser representada en su forma escalar definida por:

$$F_B = ILB \text{ sen}\theta \tag{3.24}$$

donde, $\theta = \text{Ángulo entre } \vec{L} \text{ y } \vec{B}$

Con esto, se puede observar que la fuerza magnética es máxima cuando $\theta = 90^\circ$, mientras que no existirá fuerza magnética cuando $\theta = 0^\circ$.

3.6.4 Ley de voltaje de Kirchhoff.

La ley de voltaje de Kirchhoff o segunda ley está basada en el principio de conservación de la energía, y establece que la suma algebraica de las diferencias de potencial, incluido el voltaje suministrado por las fuentes de voltaje y los elementos resistivos, en cualquier bucle cerrado debe ser igual a cero.

$$\sum v = 0 \tag{3.25}$$

3.7 Modelado del amortiguador regenerativo electromagnético lineal.

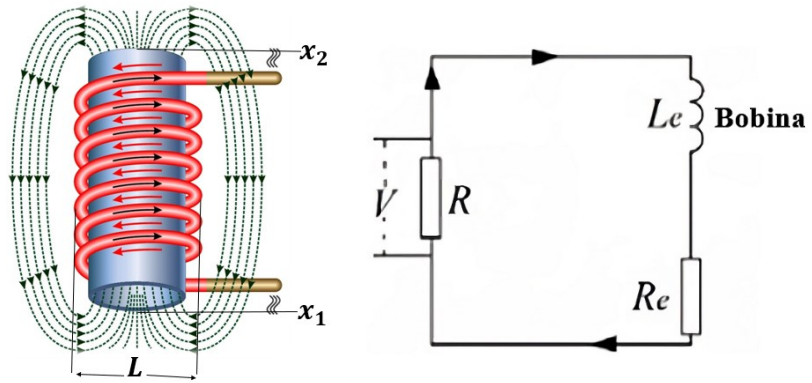


Figura 33. Estructura y circuito equivalente de un amortiguador regenerativo [32].

En la Figura 33 se muestra una representación del amortiguador electromagnético lineal, donde x_1 y x_2 representan los desplazamientos de la masa no suspendida (neumático) y la masa suspendida (chasis) respectivamente, L representa la longitud de la bobina, V representa el voltaje generado por el desplazamiento del amortiguador, R la resistencia de carga, y L_e y R_e representan la inductancia y resistencia de la bobina, respectivamente.

Del esquema se puede deducir que las líneas de campo magnético son paralelas a la normal de área de la bobina, es decir, $\theta=0^\circ$. Por lo tanto, aplicando la fórmula de flujo magnético dada en la ecuación (3.22) se tiene que:

$$\phi = BA; \text{ Donde } A = L(x_2 - x_1) \quad (3.26)$$

De la ecuación de inducción electromagnética (3.20), y al sustituir (3.26) se puede obtener el voltaje inducido dado por:

$$\begin{aligned} V &= -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -B \frac{d(L(x_2 - x_1))}{dt} = -BL(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ \therefore |V| &= BL(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Análisis dimensional:

$$\begin{aligned} |V| &= BL(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ v &= (T)(m) \left(\frac{m}{s}\right); \quad T = \frac{N}{Am} = \frac{Vs}{m^2} \\ v &= \left(\frac{Vs}{m^2}\right) (m) \left(\frac{m}{s}\right) \\ v &= v \end{aligned}$$

Ahora, al aplicar la ley de tensiones de Kirchoff al circuito recolector de energía, se tiene que:

$$V = L_e \frac{di}{dt} + (R + R_e)i$$

$$\text{Por ley de ohm ; } i = \frac{V}{R}$$

$$V = L_e \frac{d\left(\frac{V}{R}\right)}{dt} + (R + R_e)\left(\frac{V}{R}\right)$$

$$V = L_e \frac{\dot{V}}{R} + (R + R_e)\left(\frac{V}{R}\right) \quad (3.28)$$

sustituyendo (3.27) en (3.28) se tiene:

$$BL(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = L_e \frac{\dot{V}}{R} + (R + R_e)\left(\frac{V}{R}\right) \quad (3.29)$$

Análisis dimensional:

$$BL(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = L_e \frac{\dot{V}}{R} + (R + R_e) \left(\frac{V}{R}\right)$$

$$v = (H) \left(\frac{v}{s}\right) \left(\frac{1}{R}\right) + v; \quad H = \frac{Wb}{A} = \frac{vS}{A}$$

$$v = \left(\frac{vS}{A}\right) \left(\frac{v}{s}\right) \left(\frac{1}{\Omega}\right) + v$$

$$v = v$$

Para la fuerza magnética generada por el amortiguador electromagnético se utiliza la ley de Lorentz dada en la ecuación (3.24). Nótese que, para este caso, el vector de longitud es perpendicular al vector de campo magnético, es decir $\theta=90^\circ$, por lo tanto:

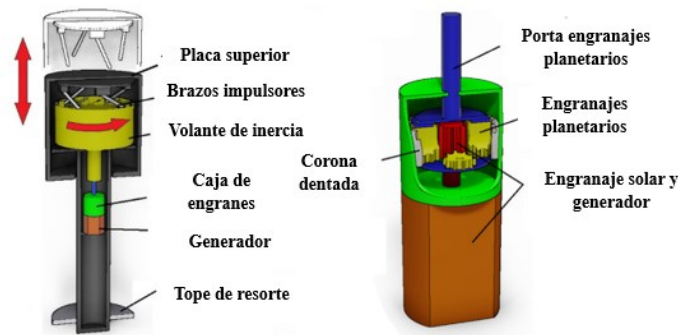
$$F_B = iLB$$

por ley de ohm ;

$$F_B = BL \frac{V}{R} \tag{3.30}$$

3.8 Modelado del amortiguador regenerativo electromecánico.

En esta sección se describe el funcionamiento y los elementos del amortiguador electromecánico a implementar. El diseño que se toma en cuenta es un amortiguador regenerativo de accionamiento indirecto capaz de convertir el movimiento reciprocante en un movimiento de rotación unidireccional a través de un mecanismo de brazo-dentado, y la velocidad de rotación se amplifica a través de una caja de engranes, este diseño se propone en [30] y se muestra en la Figura 34.



a)

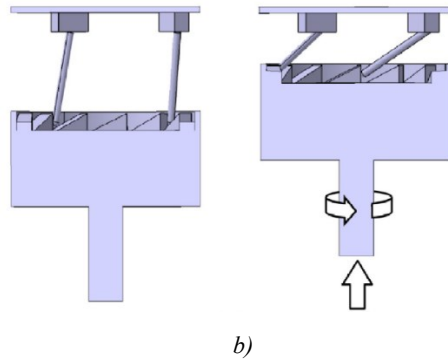


Figura 34. Diseño de amortiguador regenerativo electromecánico con mecanismo de brazo dentado [17].

En la Figura 34b se muestra su principio de funcionamiento. Durante la fase de compresión, los brazos impulsores de la placa superior se engranan con los dientes del volante, como resultado, el movimiento relativo de la placa superior y los brazos impulsores hace que el volante gire. Una caja de engranes conectada en el otro extremo del volante amplificará la velocidad angular y eventualmente impulsará al generador rotativo. Durante la fase de retroceso, los brazos impulsores se mueven hacia arriba con la placa superior, lo que permite que los brazos impulsores se desenganchen del volante. El volante rotará continuamente debido a su inercia y volverá a acoplarse con los brazos impulsores en el próximo ciclo de movimiento del amortiguador. Por lo tanto, el amortiguador siempre gira en una dirección, al igual que el generador conectado a él.

Para predecir con precisión el rendimiento operativo del amortiguador regenerativo de brazo-dentado, se introduce el concepto de masa equivalente para representar la masa alternativa de la placa superior, el volante, los brazos impulsores, el portaengranajes planetario, los 4 engranes planetarios, así como, la combinación del engranaje solar y el generador ubicado después de la caja de cambios. El volante de inercia, los brazos de accionamiento, el portaengranajes planetario y los 4 engranes planetarios giran a la misma velocidad angular; el generador y el engranaje solar giran más rápido debido a la caja de cambios. Por lo tanto, m_t puede ser dada por:

$$m_t = m_{tp} + \frac{J_{FW} + J_{am} + J_{pcr} + 4(J_p + m_p r_p^2)}{r^2} + \frac{J_g + J_s}{r^2} i^2 \tag{3.31}$$

Donde m_{tp} es la masa recíproca equivalente de la placa superior; $J_{FW}, J_{am}, J_{pcr}, J_p, J_s$ y J_g son la inercia rotacional del volante de inercia, brazo dentado, el portador del engranaje planetario, el engranaje planetario, el engranaje solar y el generador; r_p es la distancia desde el centro del engranaje solar al centro de un engranaje planetario; r es el radio de inercia de rotación equivalente de la combinación del volante de inercia, los dientes del brazo, el

portaengranajes planetario, el engranaje planetario, el engranaje solar y el generador; m_p es la masa del engranaje planetario; i es la relación de transmisión de la caja de cambios del diferencial.

Así mismo, se introduce el concepto de amortiguamiento equivalente de la combinación de la caja de engranajes diferencial y el generador CC. Para obtener c_L se introduce la conservación de la energía:

$$P_{input} \eta_{tp} \eta_{pg} \eta_g = P_E \quad (3.32)$$

Donde P_{input} es la potencia de amortiguamiento total, P_E es la salida de potencia eléctrica, η_{tp} , η_{pg} y η_g son las eficiencias del mecanismo de brazo dentado de la placa superior, la caja de engranajes diferenciales y el generador de CC, respectivamente.

Por su parte, la potencia de amortiguamiento total y la salida de potencia eléctrica se pueden obtener como:

$$P_{input} = \frac{1}{2} c_L (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 \quad (3.33)$$

$$P_E = \frac{1}{2} c_R \omega_g^2 \quad (3.34)$$

Donde c_R es el coeficiente de amortiguamiento rotatorio del generador y ω_g es la velocidad angular del generador. Al sustituir las ecuaciones (3.33) y (3.34) en la ecuación (3.32), c_L se puede obtener como:

$$c_L = \frac{c_R \omega_g^2}{(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 \eta_{tp} \eta_{pg} \eta_g} \quad (3.35)$$

Ahora, se tiene que la relación entre la velocidad angular del generador ω_g y la velocidad del amortiguador se da como:

$$\omega_g = i \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{r} \quad (3.36)$$

Por lo tanto, al sustituir la ecuación (3.36) en la ecuación (3.35) se tiene:

$$c_L = \frac{c_R i^2}{r^2 \eta_{tp} \eta_{pg} \eta_g} \quad (3.37)$$

Donde c_R es el coeficiente de amortiguamiento rotatorio del generador relacionado con la constante del generador k_e y las resistencias (resistencia interna R_i y resistencia externa R_e) y viene dada por:

$$c_R = \frac{k_e^2}{R_i + R_e} \quad (3.38)$$

Por lo tanto, al sustituir la ecuación (3.38) en la ecuación (3.37) se tiene:

$$c_L = \frac{k_e^2 i^2}{r^2 \eta_{tp} \eta_{pg} \eta_g (R_i + R_e)} \quad (3.39)$$

El voltaje generado viene dado por el producto de la constante del generador y la velocidad angular o el producto de la constante de acoplamiento electromecánico y la velocidad de la bobina con respecto al imán como se muestra a continuación:

$$V_{ind} = Bl \omega_g r_g \quad (3.40)$$

$$V_{ind} = k_e \omega_g \quad (3.41)$$

Donde r_g es el radio del rotor del generador. Luego, al igualar la ecuación (3.40) y (3.41) se tiene que:

$$k_e = Bl r_g \quad (3.42)$$

Finalmente, la fuerza magnética se amplifica por un factor de n a través del mecanismo. Debido a la conservación de la energía:

$$F_{mag} v_{bobina_imanes} = n F_{mag} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (3.43)$$

Donde la velocidad de la bobina con respecto a los imanes está dada por:

$$v_{bobina_imanes} = \frac{(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) i r_g}{r} \quad (3.44)$$

Por lo tanto,

$$n = \frac{i r_g}{r} \quad (3.45)$$

El voltaje generado se puede obtener sustituyendo la ecuación (3.36) en la ecuación (3.41)

$$V_{ind} = k_e i \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{r} \quad (3.46)$$

CAPÍTULO 4

MODELO MATEMÁTICO

4.1 Modelado de la suspensión regenerativa basado en amortiguadores electromagnéticos.

4.1.1 Cuarto de vehículo con suspensión electromagnética.

Para el modelo de la suspensión regenerativa de un cuarto de vehículo se toman las ecuaciones que describen la dinámica del modelo de un cuarto de vehículo, desarrolladas en la sección (3.3.1), y se añade la ecuación diferencial que describe el comportamiento del circuito eléctrico recolector de energía, así como las fuerzas magnéticas generadas por el amortiguador electromagnético.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_s} - \frac{Blv}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_u} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_u} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_u} + \frac{Blv}{R} = 0 \\ Bl(\dot{x}_s - \dot{x}_u) = L_e \frac{\dot{v}}{R} + (R + R_e) \frac{v}{R} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Desarrollando la ecuación (4.1) se obtiene el modelo matemático del sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_s \ddot{x}_s + k_s(x_s - x_u) + c(\dot{x}_s - \dot{x}_u) - \frac{Blv}{R} = 0 \\ m_u \ddot{x}_u - k_s(x_s - x_u) - c(\dot{x}_s - \dot{x}_u) + k_t(x_u - x_r) + \frac{Blv}{R} = 0 \\ Bl(\dot{x}_s - \dot{x}_u) = L_e \frac{\dot{v}}{R} + (R + R_e) \frac{v}{R} \end{array} \right. \quad (4.2)$$

4.1.2 Medio vehículo con suspensión electromagnética.

De igual manera, para el modelo de la suspensión regenerativa de medio vehículo se toman las ecuaciones que describen la dinámica de medio vehículo, desarrolladas en la sección (3.3.2), y se añaden las ecuaciones y fuerzas del amortiguador regenerativo. Así, se tienen las ecuaciones de movimiento:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_s} - \frac{Blv_1}{R} - \frac{Blv_2}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_1} + \frac{Blv_1}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_2} + \frac{Blv_2}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} - d_1 \frac{Blv_1}{R} + d_2 \frac{Blv_2}{R} = 0 \\ Bl(\dot{x}_s - \dot{x}_1 + d_1 \dot{\alpha}) = L_e \frac{\dot{v}_1}{R} + (R + R_e) \frac{v_1}{R} \\ Bl(\dot{x}_s - \dot{x}_2 - d_2 \dot{\alpha}) = L_e \frac{\dot{v}_2}{R} + (R + R_e) \frac{v_2}{R} \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Desarrollando la ecuación (4.3) se obtiene el conjunto de ecuaciones del modelo matemático del sistema dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_s \ddot{x}_s + F_{c1m} + F_{c2m} + F_{k1m} + F_{k2m} - \frac{Blv_1}{R} - \frac{Blv_2}{R} = 0 \\ m_1 \ddot{x}_1 - F_{c1m} - F_{k1m} + k_{t1}(x_1 - x_{r1}) + \frac{Blv_1}{R} = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - F_{c2m} - F_{k2m} + k_{t2}(x_2 - x_{r2}) + \frac{Blv_2}{R} = 0 \\ I \ddot{\alpha} + d_1 F_{c1m} - d_2 F_{c2m} + d_1 F_{k1m} - d_2 F_{k2m} - d_1 \frac{Blv_1}{R} + d_2 \frac{Blv_2}{R} = 0 \\ Bl(\dot{x}_s - \dot{x}_1 + d_1 \dot{\alpha}) = L_e \frac{\dot{v}_1}{R} + (R + R_e) \frac{v_1}{R} \\ Bl(\dot{x}_s - \dot{x}_2 - d_2 \dot{\alpha}) = L_e \frac{\dot{v}_2}{R} + (R + R_e) \frac{v_2}{R} \end{array} \right. \quad (4.4)$$

$$\text{con } \begin{cases} F_{k1_m} = k_1(x_s - x_1 + d_1\alpha) \\ F_{k2_m} = k_2(x_s - x_2 - d_2\alpha) \\ F_{c1_m} = c_1(\dot{x}_s - \dot{x}_1 + d_1\dot{\alpha}) \\ F_{c2_m} = c_2(\dot{x}_s - \dot{x}_2 - d_2\dot{\alpha}) \end{cases}$$

4.1.3 Vehículo completo con suspensión electromagnética.

Para el modelo de la suspensión regenerativa del vehículo completo se toman las ecuaciones descritas en la sección (3.3.3) y se añaden las ecuaciones y fuerzas de los amortiguadores regenerativos. Así, se tienen las ecuaciones de movimiento:

$$\left(\begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} - \frac{Blv_1}{R} - \frac{Blv_2}{R} - \frac{Blv_3}{R} - \frac{Blv_4}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m1}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m1}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m1}} + \frac{Blv_1}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m2}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m2}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m2}} + \frac{Blv_2}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m3}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m3}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m3}} + \frac{Blv_3}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m4}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m4}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m4}} + \frac{Blv_4}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\phi}} - b_1 \frac{Blv_1}{R} - b_1 \frac{Blv_4}{R} + b_2 \frac{Blv_2}{R} + b_2 \frac{Blv_3}{R} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} + a_1 \frac{Blv_1}{R} + a_1 \frac{Blv_2}{R} - a_2 \frac{Blv_3}{R} - a_2 \frac{Blv_4}{R} = 0 \\ Bl(\dot{x} - \dot{x}_{m1} + b_1\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) = L_e \frac{\dot{v}_1}{R} + (R + R_e) \frac{v_1}{R} \\ Bl(\dot{x} - \dot{x}_{m2} - b_2\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) = L_e \frac{\dot{v}_2}{R} + (R + R_e) \frac{v_2}{R} \\ Bl(\dot{x} - \dot{x}_{m3} - b_2\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) = L_e \frac{\dot{v}_3}{R} + (R + R_e) \frac{v_3}{R} \\ Bl(\dot{x} - \dot{x}_{m4} + b_1\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) = L_e \frac{\dot{v}_4}{R} + (R + R_e) \frac{v_4}{R} \end{array} \right) \quad (4.5)$$

Desarrollando la ecuación (4.5) se obtiene el conjunto de ecuaciones del modelo matemático del sistema dadas por:

$$m\ddot{x} + F_{kf1_c} + F_{kf2_c} + F_{kr3_c} + F_{kr4_c} + F_{cf1_c} + F_{cf2_c} + F_{cr3_c} + F_{cr4_c} - \frac{Blv_1}{R} - \frac{Blv_2}{R} - \frac{Blv_3}{R} - \frac{Blv_4}{R} = 0$$

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_{m1} - F_{kf1_c} - k_{tf1}(y_1 - x_{m1}) - F_{cf1_c} + \frac{Blv_1}{R} &= 0 \\
 m_2 \ddot{x}_{m2} - F_{kf2_c} - k_{tf2}(y_2 - x_{m2}) - F_{cf2_c} + \frac{Blv_2}{R} &= 0 \\
 m_3 \ddot{x}_{m3} - F_{kr3_c} - k_{tr2}(y_3 - x_{m3}) - F_{cr3_c} + \frac{Blv_3}{R} &= 0 \\
 m_4 \ddot{x}_{m4} - F_{kr4_c} - k_{tr1}(y_4 - x_{m4}) - F_{cr4_c} + \frac{Blv_4}{R} &= 0 \\
 I_x \ddot{\phi} + b_1 F_{kf1_c} - b_2 F_{kf2_c} - b_2 F_{kr3_c} + b_1 F_{kr4_c} + b_1 F_{cf1_c} - b_2 F_{cf2_c} - b_2 F_{cr3_c} + \\
 b_1 F_{cr4_c} - b_1 \frac{Blv_1}{R} - b_1 \frac{Blv_4}{R} + b_2 \frac{Blv_2}{R} + b_2 \frac{Blv_3}{R} &= 0 \\
 I_y \ddot{\theta} - a_1 F_{kf1_c} - a_1 F_{kf2_c} + a_2 F_{kr3_c} + a_2 F_{kr4_c} - a_1 F_{cf1_c} - a_1 F_{cf2_c} + a_2 F_{cr3_c} + \\
 a_2 F_{cr4_c} + a_1 \frac{Blv_1}{R} + a_1 \frac{Blv_2}{R} - a_2 \frac{Blv_3}{R} - a_2 \frac{Blv_4}{R} &= 0 \tag{4.6} \\
 Bl(\dot{x} - \dot{x}_{m1} + b_1 \dot{\phi} - a_1 \dot{\theta}) &= L_e \frac{\dot{v}_1}{R} + (R + R_e) \frac{v_1}{R} \\
 Bl(\dot{x} - \dot{x}_{m2} - b_2 \dot{\phi} - a_1 \dot{\theta}) &= L_e \frac{\dot{v}_2}{R} + (R + R_e) \frac{v_2}{R} \\
 Bl(\dot{x} - \dot{x}_{m3} - b_2 \dot{\phi} + a_2 \dot{\theta}) &= L_e \frac{\dot{v}_3}{R} + (R + R_e) \frac{v_3}{R} \\
 Bl(\dot{x} - \dot{x}_{m4} + b_1 \dot{\phi} + a_2 \dot{\theta}) &= L_e \frac{\dot{v}_4}{R} + (R + R_e) \frac{v_4}{R} \\
 \text{con } \left\{ \begin{array}{l} F_{kf1_c} = k_{f1}(x - x_{m1} + b_1 \phi - a_1 \theta) \\ F_{kf2_c} = k_{f2}(x - x_{m2} - b_2 \phi - a_1 \theta) \\ F_{kr3_c} = k_{r3}(x - x_{m3} - b_2 \phi + a_2 \theta) \\ F_{kr4_c} = k_{r4}(x - x_{m4} + b_1 \phi + a_2 \theta) \\ F_{cf1_c} = c_{f1}(\dot{x} - \dot{x}_{m1} + b_1 \dot{\phi} - a_1 \dot{\theta}) \\ F_{cf2_c} = c_{f2}(\dot{x} - \dot{x}_{m2} - b_2 \dot{\phi} - a_1 \dot{\theta}) \\ F_{cr3_c} = c_{r3}(\dot{x} - \dot{x}_{m3} - b_2 \dot{\phi} + a_2 \dot{\theta}) \\ F_{cr4_c} = c_{r4}(\dot{x} - \dot{x}_{m4} + b_1 \dot{\phi} + a_2 \dot{\theta}) \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

4.2 Modelado de la suspensión regenerativa basada en amortiguadores electromecánicos.

4.2.1 Cuarto de vehículo con suspensión electromecánica.

Para el modelo de la suspensión regenerativa de un cuarto de vehículo se toman las ecuaciones que describen la dinámica del modelo, desarrolladas en la sección (3.3.1), y se añade la ecuación diferencial que describe el comportamiento del circuito eléctrico recolector de energía, así como las fuerzas magnéticas generadas por el amortiguador electromecánico. Cabe mencionar que este amortiguador incorpora la masa y amortiguamiento del amortiguador, así mismo un factor de amplificación de movimiento. Así se tienen las ecuaciones de movimiento dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_s} - \frac{Blv}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_u} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_u} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_u} + \frac{Blv}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x}_s - \dot{x}_u) = L_e \frac{\dot{v}}{R} + (R + R_e) \frac{v}{R} \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Desarrollando la ecuación (4.7) se obtiene el modelo matemático del sistema:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s + m_t (\ddot{x}_s - \ddot{x}_u) + k_s (x_s - x_u) + (c + c_L) (\dot{x}_s - \dot{x}_u) - \frac{Blv}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ m_u \ddot{x}_u - m_t (\ddot{x}_s - \ddot{x}_u) - k_s (x_s - x_u) - (c + c_L) (\dot{x}_s - \dot{x}_u) + k_t (x_u - x_r) + \\ \frac{Blv}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x}_s - \dot{x}_u) &= L_e \frac{\dot{v}}{R} + (R + R_e) \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.2.2 Medio vehículo con suspensión electromecánica.

Se tienen las ecuaciones de movimiento:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_s} - \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_1} + \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_2} + \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} - d_1 \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) + d_2 \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x}_s - \dot{x}_1 + d_1 \dot{\alpha}) = L_e \frac{\dot{v}_1}{R} + (R + R_e) \frac{v_1}{R} \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x}_s - \dot{x}_2 - d_2 \dot{\alpha}) = L_e \frac{\dot{v}_2}{R} + (R + R_e) \frac{v_2}{R} \end{array} \right. \quad (4.9)$$

Desarrollando la ecuación (4.9) se obtiene el conjunto de ecuaciones del modelo matemático del sistema dadas por:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s + F_{mt1_m} + F_{mt2_m} + F_{c1_m} + F_{c2_m} + F_{k1_m} + F_{k2_m} - \\ \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ m_1 \ddot{x}_1 - F_{mt1_m} - F_{c1_m} - F_{k1_m} + k_{t1} (x_1 - x_{r1}) + \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - F_{mt2_m} - F_{c2_m} - F_{k2_m} + k_{t2} (x_2 - x_{r2}) + \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ I \ddot{\alpha} + d_1 F_{mt1_m} - d_2 F_{mt2_m} + d_1 F_{c1_m} - d_2 F_{c2_m} + d_1 F_{k1_m} - \\ d_2 F_{k2_m} - d_1 \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) + d_2 \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x}_s - \dot{x}_1 + d_1 \dot{\alpha}) = L_e \frac{\dot{v}_1}{R} + (R + R_e) \frac{v_1}{R} \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x}_s - \dot{x}_2 - d_2 \dot{\alpha}) = L_e \frac{\dot{v}_2}{R} + (R + R_e) \frac{v_2}{R} \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\text{con } \left\{ \begin{array}{l} F_{k1m} = k_1(x_s - x_1 + d_1\alpha) \\ F_{k2m} = k_2(x_s - x_2 - d_2\alpha) \\ F_{c1m} = (c_1 + c_{L1})(\dot{x}_s - \dot{x}_1 + d_1\dot{\alpha}) \\ F_{c2m} = (c_2 + c_{L2})(\dot{x}_s - \dot{x}_2 - d_2\dot{\alpha}) \\ F_{mt1m} = m_{t1}(\ddot{x}_s - \ddot{x}_1 + d_1\ddot{\alpha}) \\ F_{mt2m} = m_{t2}(\ddot{x}_s - \ddot{x}_2 - d_2\ddot{\alpha}) \end{array} \right\}$$

4.2.3 Vehículo completo con suspensión electromecánica.

Se tienen las ecuaciones de movimiento:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} - \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \frac{Blv_3}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \frac{Blv_4}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m1}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m1}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m1}} + \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m2}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m2}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m2}} + \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m3}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m3}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m3}} + \frac{Blv_3}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{m4}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{m4}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_{m4}} + \frac{Blv_4}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\phi}} - b_1 \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - b_1 \frac{Blv_4}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) + b_2 \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) + & \\ b_2 \frac{Blv_3}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} + a_1 \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) + a_1 \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - a_2 \frac{Blv_3}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - & \\ a_2 \frac{Blv_4}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) &= 0 \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x} - \dot{x}_{m1} + b_1 \dot{\phi} - a_1 \dot{\theta}) &= L_e \frac{\dot{v}_1}{R} + (R + R_e) \frac{v_1}{R} \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x} - \dot{x}_{m2} - b_2 \dot{\phi} - a_1 \dot{\theta}) &= L_e \frac{\dot{v}_2}{R} + (R + R_e) \frac{v_2}{R} \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x} - \dot{x}_{m3} - b_2 \dot{\phi} + a_2 \dot{\theta}) &= L_e \frac{\dot{v}_3}{R} + (R + R_e) \frac{v_3}{R} \\ \frac{k_e i}{r} (\dot{x} - \dot{x}_{m4} + b_1 \dot{\phi} + a_2 \dot{\theta}) &= L_e \frac{\dot{v}_4}{R} + (R + R_e) \frac{v_4}{R} \end{aligned} \tag{4.11}$$

Desarrollando la ecuación (4.11) se obtiene el conjunto de ecuaciones del modelo matemático del sistema dadas por:

$$m\ddot{x} + F_{mt1_c} + F_{mt2_c} + F_{mt3_c} + F_{mt4_c} + F_{kf1_c} + F_{kf2_c} + F_{kr3_c} + F_{kr4_c} + F_{cf1_c} + F_{cf2_c} + F_{cr3_c} + F_{cr4_c} - \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \frac{Blv_3}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \frac{Blv_4}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0$$

$$m_1\ddot{x}_{m1} - F_{mt1_c} - F_{kf1_c} - k_{tf1}(y_1 - x_{m1}) - F_{cf1_c} + \frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0$$

$$m_2\ddot{x}_{m2} - F_{mt2_c} - F_{kf2_c} - k_{tf2}(y_2 - x_{m2}) - F_{cf2_c} + \frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0$$

$$m_3\ddot{x}_{m3} - F_{mt3_c} - F_{kr3_c} - k_{tr2}(y_3 - x_{m3}) - F_{cr3_c} + \frac{Blv_3}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0$$

$$m_4\ddot{x}_{m4} - F_{mt4_c} - F_{kr4_c} - k_{tr1}(y_4 - x_{m4}) - F_{cr4_c} + \frac{Blv_4}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} I_x\ddot{\phi} + b_1F_{mt1_c} - b_2F_{mt2_c} - b_2F_{mt3_c} + b_1F_{mt4_c} + b_1F_{kf1_c} - b_2F_{kf2_c} - b_2F_{kr3_c} + \\ b_1F_{kr4_c} + b_1F_{cf1_c} - b_2F_{cf2_c} - b_2F_{cr3_c} + b_1F_{cr4_c} - b_1\frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - b_1\frac{Blv_4}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) + \\ b_2\frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) + b_2\frac{Blv_3}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} I_y\ddot{\theta} - a_1F_{mt1_c} - a_1F_{mt2_c} + a_2F_{mt3_c} + a_2F_{mt4_c} - a_1F_{kf1_c} - a_1F_{kf2_c} + a_2F_{kr3_c} + \\ a_2F_{kr4_c} - a_1F_{cf1_c} - a_1F_{cf2_c} + a_2F_{cr3_c} + a_2F_{cr4_c} + a_1\frac{Blv_1}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) + a_1\frac{Blv_2}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - \\ a_2\frac{Blv_3}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) - a_2\frac{Blv_4}{R} \left(\frac{ir_g}{r} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{k_e i}{r} (\dot{x} - \dot{x}_{m1} + b_1\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) = L_e \frac{\dot{v}_1}{R} + (R + R_e) \frac{v_1}{R}$$

$$\frac{k_e i}{r} (\dot{x} - \dot{x}_{m2} - b_2\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) = L_e \frac{\dot{v}_2}{R} + (R + R_e) \frac{v_2}{R}$$

$$\frac{k_e i}{r} (\dot{x} - \dot{x}_{m3} - b_2\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) = L_e \frac{\dot{v}_3}{R} + (R + R_e) \frac{v_3}{R}$$

$$\frac{k_e i}{r} (\dot{x} - \dot{x}_{m4} + b_1\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) = L_e \frac{\dot{v}_4}{R} + (R + R_e) \frac{v_4}{R}$$

$$\text{con} \left\{ \begin{array}{l}
 F_{mt1_c} = m_{t1}(\ddot{x} - \ddot{x}_{m1} + b_1\ddot{\varphi} - a_1\ddot{\theta}) \\
 F_{mt2_c} = m_{t2}(\ddot{x} - \ddot{x}_{m2} - b_2\ddot{\varphi} - a_1\ddot{\theta}) \\
 F_{mt3_c} = m_{t3}(\ddot{x} - \ddot{x}_{m3} - b_2\ddot{\varphi} + a_2\ddot{\theta}) \\
 F_{mt4_c} = m_{t4}(\ddot{x} - \ddot{x}_{m4} + b_1\ddot{\varphi} + a_2\ddot{\theta}) \\
 F_{kf1_c} = k_{f1}(x - x_{m1} + b_1\varphi - a_1\theta) \\
 F_{kf2_c} = k_{f2}(x - x_{m2} - b_2\varphi - a_1\theta) \\
 F_{kr3_c} = k_{r3}(x - x_{m3} - b_2\varphi + a_2\theta) \\
 F_{kr4_c} = k_{r4}(x - x_{m4} + b_1\varphi + a_2\theta) \\
 F_{cf1_c} = (c_{f1} + c_{L1})(\dot{x} - \dot{x}_{m1} + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) \\
 F_{cf2_c} = (c_{f2} + c_{L2})(\dot{x} - \dot{x}_{m2} - b_2\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) \\
 F_{cr3_c} = (c_{r3} + c_{L3})(\dot{x} - \dot{x}_{m3} - b_2\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) \\
 F_{cr4_c} = (c_{r4} + c_{L4})(\dot{x} - \dot{x}_{m4} + b_1\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta})
 \end{array} \right.$$

CAPÍTULO 5

IDENTIFICADORES

5.1 Identificadores para una suspensión pasiva tradicional.

5.1.1 Identificadores para un cuarto de suspensión pasiva.

En esta sección, el objetivo principal de los identificadores propuestos es estimar los parámetros físicos de la suspensión tradicional, implementando el modelo de un cuarto de vehículo. Dichos parámetros son: coeficiente de amortiguamiento (c) y coeficiente de rigidez (k_s) de la suspensión, masa del vehículo (m_s), masa del neumático (m_u) y el coeficiente de rigidez del neumático (k_t).

Para el desarrollo de los modelos de los identificadores, se toman las ecuaciones de movimiento contenidas en la ecuación (3.9)

$$m_s \ddot{x}_s + k_s(x_s - x_u) + c(\dot{x}_s - \dot{x}_u) = 0 \quad (5.1)$$

$$m_u \ddot{x}_u - k_s(x_s - x_u) - c(\dot{x}_s - \dot{x}_u) + k_t(x_u - x_r) = 0 \quad (5.2)$$

Se debe tener en consideración que los valores de las posiciones en el sistema son conocidas (respuesta vibratoria) y, por lo tanto, estos valores están disponibles como datos de entrada para usarse en la identificación del sistema.

En primer lugar, se toma la ecuación (5.2) del sistema de EDO's y se le aplica la transformada de Laplace al modelo matemático, utilizando la Tabla 1:

$$\mathcal{L}\{\dot{f}(t)\} = sF(s) - f(0)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{f}(t)\} = s^2F(s) - sf(s) - \dot{f}(0)$$

y se tiene lo siguiente:

$$m_u[s^2X_u(s) - sx_u(0) - x_u(0)] - k_s[X_s(s) - X_u(s)] - c[s(X_s(s) - X_u(s)) - (x_s(0) - x_u(0))] + k_t[X_u(s)] = F(s) \quad (5.3)$$

Para que el sistema sea independiente de las condiciones iniciales, se deriva dos veces la ecuación (5.3) con respecto a la variable compleja s . Por lo tanto, utilizando regla de la cadena se tiene:

Primera derivada:

$$m_u \left[2sX_u(s) + s^2 \frac{dX_u(s)}{ds} - x_u(0) \right] - k_s \left[\frac{dX_s(s)}{ds} - \frac{dX_u(s)}{ds} \right] - c \left[(X_s(s) - X_u(s)) + s \left(\frac{dX_s(s)}{ds} - \frac{dX_u(s)}{ds} \right) \right] + k_t \left[\frac{dX_u(s)}{ds} \right] = \frac{dF(s)}{ds}$$

Segunda derivada:

$$m_u \left[2X_u(s) + 2s \frac{dX_u(s)}{ds} + 2s \frac{dX_u(s)}{ds} + s^2 \frac{d^2X_u(s)}{ds^2} \right] - k_s \left[\frac{d^2X_s(s)}{ds^2} - \frac{d^2X_u(s)}{ds^2} \right] - c \left[\left(\frac{dX_s(s)}{ds} - \frac{dX_u(s)}{ds} \right) + \left(\frac{dX_s(s)}{ds} - \frac{dX_u(s)}{ds} \right) + s \left(\frac{d^2X_s(s)}{ds^2} - \frac{d^2X_u(s)}{ds^2} \right) \right] + k_t \left[\frac{d^2X_u(s)}{ds^2} \right] = \frac{d^2F(s)}{ds^2}$$

Simplificando y reordenando:

$$m_u \left[s^2 \frac{d^2X_u(s)}{ds^2} + 4s \frac{dX_u(s)}{ds} + 2X_u(s) \right] - c \left[2 \frac{d}{ds} (X_s(s) - X_u(s)) + s \frac{d^2}{ds^2} (X_s(s) - X_u(s)) \right] - k_s \left[\frac{d^2}{ds^2} (X_s(s) - X_u(s)) \right] + k_t \left[\frac{d^2X_u(s)}{ds^2} \right] = \frac{d^2F(s)}{ds^2} \quad (5.4)$$

Posteriormente, con las condiciones iniciales canceladas, se multiplica la ecuación (5.4) por s^{-2} para regresar al dominio del tiempo y evitar las derivadas:

$$m_u \left[\frac{d^2 X_u(s)}{ds^2} + 4s^{-1} \frac{dX_u(s)}{ds} + 2s^{-2} X_u(s) \right] - c \left[2s^{-2} \frac{d}{ds} (X_s(s) - X_u(s)) + s^{-1} \frac{d^2}{ds^2} (X_s(s) - X_u(s)) \right] - k_s \left[s^{-2} \frac{d^2}{ds^2} (X_s(s) - X_u(s)) \right] + k_t \left[s^{-2} \frac{d^2 X_u(s)}{ds^2} \right] = s^{-2} \frac{d^2 F(s)}{ds^2} \tag{5.5}$$

Luego, se aplica la transformada inversa de Laplace de la derivada dada en la Tabla 1:

$$\mathcal{L}^{-1}\{F^n(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{d^n}{ds^n} F(s) \right\} = (-1)^n t^n f(t)$$

La transformada inversa de Laplace de la división por s tiene el efecto de integración de $f(t)$ desde 0 a t

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{F(s)}{s} \right\} = \int_0^t f(u) du$$

De esta manera, se aplican las transformadas a la ecuación (5.5) para obtener la ecuación en el dominio del tiempo:

$$m_u \left[t^2 x_u(t) - 4 \int t x_u(t) + 2 \int^2 x_u(t) \right] - c \left[-2 \int^2 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int t^2 (x_s(t) - x_u(t)) \right] - k_s \left[\int^2 t^2 (x_s(t) - x_u(t)) \right] + k_t \left[\int^2 t^2 x_u(t) \right] = \int^2 t^2 f(t) \tag{5.6}$$

Nota: En la ecuación (5.6) aparecen integrales iteradas en el tiempo y su notación es la siguiente

$$\int_{t_0}^{(j)} t^p x(t) = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\sigma_1} \dots \int_{t_0}^{\sigma_{j-1}} (\sigma_j - t_0)^p x(\sigma_j) d\sigma_j \dots d\sigma_1$$

Además, se puede deducir que siempre se cumplen los siguientes tratamientos matemáticos, si y sólo si, la ecuación a tratar es de segundo orden:

Tabla 2. Identificadores generales para una EDO de segundo orden.

$$\ddot{x} \rightarrow t^2 x(t) - 4 \int t x(t) + 2 \int^2 x(t)$$

$$\dot{x} \rightarrow -2 \int^2 t x(t) + \int t^2 x(t)$$

$$x \rightarrow \int^2 t^2 x(t)$$

Como los parámetros a identificar son m_u, c, k_s y k_t y solo se tiene una ecuación, es necesario integrar tres veces la ecuación (5.6) con respecto al tiempo, para tener el mismo número de ecuaciones que de incógnitas.

$$m_u \left[\int t^2 x_u(t) - 4 \int^2 t x_u(t) + 2 \int^3 x_u(t) \right] - c \left[-2 \int^3 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int^2 t^2 (x_s(t) - x_u(t)) \right] - k_s \left[\int^3 t^2 (x_s(t) - x_u(t)) \right] + k_t \left[\int^3 t^2 x_u(t) \right] = \int^3 t^2 f(t) \quad (5.7)$$

$$m_u \left[\int^2 t^2 x_u(t) - 4 \int^3 t x_u(t) + 2 \int^4 x_u(t) \right] - c \left[-2 \int^4 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int^3 t^2 (x_s(t) - x_u(t)) \right] - k_s \left[\int^4 t^2 (x_s(t) - x_u(t)) \right] + k_t \left[\int^4 t^2 x_u(t) \right] = \int^4 t^2 f(t) \quad (5.8)$$

$$m_u \left[\int^3 t^2 x_u(t) - 4 \int^4 t x_u(t) + 2 \int^5 x_u(t) \right] - c \left[-2 \int^5 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int^4 t^2 (x_s(t) - x_u(t)) \right] - k_s \left[\int^5 t^2 (x_s(t) - x_u(t)) \right] + k_t \left[\int^5 t^2 x_u(t) \right] = \int^5 t^2 f(t) \quad (5.9)$$

Las ecuaciones (5.6), (5.7), (5.8) y (5.9) conducen a un sistema de ecuaciones simultáneas de la forma:

$$A(t)\Theta = b(t) \quad (5.10)$$

Donde $\Theta = \{m_u, c, k_s, k_t\}^T$ denota el vector de parámetros a identificar, mientras que $A(t)$ y $b(t)$ son matrices de 4×4 y 4×1 , respectivamente, las cuales están dadas por:

$$A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & a_{13}(t) & a_{14}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & a_{23}(t) & a_{24}(t) \\ a_{31}(t) & a_{32}(t) & a_{33}(t) & a_{34}(t) \\ a_{41}(t) & a_{42}(t) & a_{43}(t) & a_{44}(t) \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ b_3(t) \\ b_4(t) \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Cuyas componentes son funciones del tiempo especificadas como:

$$a_{11}(t) = t^2 x_u(t) - 4 \int t x_u(t) + 2 \int^2 x_u(t)$$

$$a_{21}(t) = \int t^2 x_u(t) - 4 \int^2 t x_u(t) + 2 \int^3 x_u(t)$$

$$a_{31}(t) = \int^2 t^2 x_u(t) - 4 \int^3 t x_u(t) + 2 \int^4 x_u(t)$$

$$a_{41}(t) = \int^3 t^2 x_u(t) - 4 \int^4 t x_u(t) + 2 \int^5 x_u(t)$$

$$a_{12}(t) = -2 \int^2 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int t^2 (x_s(t) - x_u(t))$$

$$a_{22}(t) = -2 \int^3 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int^2 t^2 (x_s(t) - x_u(t))$$

$$a_{32}(t) = -2 \int^4 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int^3 t^2 (x_s(t) - x_u(t))$$

$$a_{42}(t) = -2 \int^5 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int^4 t^2 (x_s(t) - x_u(t))$$

$$a_{13}(t) = \int^2 t^2 (x_s(t) - x_u(t))$$

$$a_{23}(t) = \int^3 t^2 (x_s(t) - x_u(t))$$

$$a_{33}(t) = \int^4 t^2 (x_s(t) - x_u(t))$$

$$a_{43}(t) = \int^5 t^2 (x_s(t) - x_u(t))$$

$$a_{14}(t) = \int^2 t^2 x_u(t)$$

$$a_{24}(t) = \int^3 t^2 x_u(t)$$

$$a_{34}(t) = \int^4 t^2 x_u(t)$$

$$a_{44}(t) = \int^5 t^2 x_u(t)$$

$$b_1(t) = \int^2 t^2 f(t)$$

$$b_2(t) = \int^3 t^2 f(t)$$

$$b_3(t) = \int^4 t^2 f(t)$$

$$b_4(t) = \int^5 t^2 f(t)$$

De la ecuación (5.10) se concluye que el vector de parámetros $\{\Theta\}$ es algebraicamente identificable si se cumple la condición $\det [A(t)] \neq 0$. En general esta condición se mantiene al menos en un pequeño intervalo de tiempo $(t_0, t_0 + \epsilon)$, donde ϵ es un valor positivo y suficientemente pequeño.

De la solución de (5.12) se obtiene el identificador de los parámetros desconocidos:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_u e = \frac{\Delta_1(t)}{\det [A(t)]} \\ c e = \frac{\Delta_2(t)}{\det [A(t)]} \\ k_s e = \frac{\Delta_3(t)}{\det [A(t)]} \\ k_t e = \frac{\Delta_4(t)}{\det [A(t)]} \end{array} \right\}, \forall t \in (t_0, t_0 + \epsilon) \quad (5.12)$$

De la misma manera, se realiza el proceso para la ecuación (5.1) del sistema de EDO's tomando en cuenta que k_s y c son parámetros ya identificados, por lo tanto, la ecuación queda:

$$m_s \ddot{x}_s = f(t); \quad (5.13)$$

$$\text{con } f(t) = -k_s(x_s - x_u) - c(\dot{x}_s - \dot{x}_u)$$

Como el desarrollo del identificador es similar al antes ya explicado, se aplican los identificadores descritos en la Tabla 2. Por lo tanto, en la ecuación (5.15) se muestra la expresión en el dominio del tiempo de (5.14) ya con los tratamientos matemáticos realizados.

$$m_s \left[t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + 2 \int^2 x_s(t) \right] = \int^2 t^2 f(t) \quad (5.14)$$

La ecuación se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{1}{m_s} = \frac{n(t)}{d(t)} \quad (5.15)$$

$$\text{donde } n(t) = t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + 2 \int^2 x_s(t); \quad d(t) = \int^2 t^2 f(t)$$

El parámetro inverso de la masa identificada $\frac{1}{m_s}$, es válido siempre que el denominador no pase por cero. Por lo tanto, el parámetro identificado es válido para:

$$\frac{1}{m_s} = \begin{cases} \text{arbitrario} & t \in (t_0, t_0 + \epsilon) \\ \frac{n(t)}{d(t)} & t > t_0 + \epsilon \end{cases} \quad (5.16)$$

5.1.2 Identificadores para medio vehículo con suspensión pasiva.

Tomando la ecuación (3.13) y aplicando la metodología algebraica descrita en la Tabla 2, los identificadores están dados como:

$$\begin{aligned} m_s \left[t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + 2 \int^2 x_s(t) \right] &= \int^2 t^2 f_3(t) \\ m_1 \left[t^2 x_1(t) - 4 \int t x_1(t) + 2 \int^2 x_1(t) \right] - c_1 \left[(-2 \int^2 t x_s(t) + \int t^2 x_s(t)) - (-2 \int^2 t x_1(t) + \int t^2 x_1(t)) + d_1 (-2 \int^2 t \alpha(t) + \int t^2 \alpha(t)) \right] - k_1 \left[\int^2 t^2 x_s(t) - \int^2 t^2 x_1(t) + d_1 (\int^2 t^2 \alpha(t)) \right] + k_{t1} \left[\int^2 t^2 x_1(t) \right] &= \int^2 t^2 f_1(t) \\ m_2 \left[t^2 x_2(t) - 4 \int t x_2(t) + 2 \int^2 x_2(t) \right] - c_2 \left[(-2 \int^2 t x_s(t) + \int t^2 x_s(t)) - (-2 \int^2 t x_2(t) + \int t^2 x_2(t)) - d_2 (-2 \int^2 t \alpha(t) + \int t^2 \alpha(t)) \right] - k_2 \left[\int^2 t^2 x_s(t) - \int^2 t^2 x_2(t) - d_2 (\int^2 t^2 \alpha(t)) \right] + k_{t2} \left[\int^2 t^2 x_2(t) \right] &= \int^2 t^2 f_2(t) \\ I \left[t^2 \alpha(t) - 4 \int t \alpha(t) + 2 \int^2 \alpha(t) \right] &= \int^2 t^2 f_4(t) \end{aligned} \quad (5.17)$$

5.1.3 Identificadores para vehículo completo con suspensión pasiva.

Tomando la ecuación (3.17) y aplicando la metodología algebraica descrita en la Tabla 2, los identificadores están dados como:

$$m \left[t^2 x(t) - 4 \int t x(t) + 2 \int^2 x(t) \right] = \int^2 t^2 f_5(t)$$

$$\begin{aligned}
 m_1 \left[t^2 x_{m1}(t) - 4 \int t x_{m1}(t) + 2 \int^2 x_{m1}(t) \right] - k_{f1} \left[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m1}(t) + \right. \\
 \left. b_1 (\int^2 t^2 \varphi(t)) - a_1 (\int^2 t^2 \theta(t)) \right] + k_{tf1} \left[\int^2 t^2 x_{m1}(t) \right] - c_{f1} \left[(-2 \int^2 t x(t) + \right. \\
 \left. \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m1}(t) + \int t^2 x_{m1}(t)) + b_1 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) - \right. \\
 \left. a_1 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t)) \right] = \int^2 t^2 f_1(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_2 \left[t^2 x_{m2}(t) - 4 \int t x_{m2}(t) + 2 \int^2 x_{m2}(t) \right] - k_{f2} \left[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m2}(t) - \right. \\
 \left. b_2 (\int^2 t^2 \varphi(t)) - a_1 (\int^2 t^2 \theta(t)) \right] + k_{tf2} \left[\int^2 t^2 x_{m2}(t) \right] - c_{f2} \left[(-2 \int^2 t x(t) + \right. \\
 \left. \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m2}(t) + \int t^2 x_{m2}(t)) - b_2 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) - \right. \\
 \left. a_1 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t)) \right] = \int^2 t^2 f_2(t)
 \end{aligned}$$

(5.18)

$$\begin{aligned}
 m_3 \left[t^2 x_{m3}(t) - 4 \int t x_{m3}(t) + 2 \int^2 x_{m3}(t) \right] - k_{r3} \left[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m3}(t) - \right. \\
 \left. b_2 (\int^2 t^2 \varphi(t)) + a_2 (\int^2 t^2 \theta(t)) \right] + k_{tr2} \left[\int^2 t^2 x_{m3}(t) \right] - c_{r3} \left[(-2 \int^2 t x(t) + \right. \\
 \left. \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m3}(t) + \int t^2 x_{m3}(t)) - b_2 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) + \right. \\
 \left. a_2 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t)) \right] = \int^2 t^2 f_3(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_4 \left[t^2 x_{m4}(t) - 4 \int t x_{m4}(t) + 2 \int^2 x_{m4}(t) \right] - k_{r4} \left[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m4}(t) + \right. \\
 \left. b_1 (\int^2 t^2 \varphi(t)) + a_2 (\int^2 t^2 \theta(t)) \right] + k_{tr1} \left[\int^2 t^2 x_{m4}(t) \right] - c_{r4} \left[(-2 \int^2 t x(t) + \right. \\
 \left. \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m4}(t) + \int t^2 x_{m4}(t)) + b_1 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) + \right. \\
 \left. a_2 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t)) \right] = \int^2 t^2 f_4(t)
 \end{aligned}$$

$$I_x \left[t^2 \varphi(t) - 4 \int t \varphi(t) + 2 \int^2 \varphi(t) \right] = \int^2 t^2 f_6(t)$$

$$I_y \left[t^2 \theta(t) - 4 \int t \theta(t) + 2 \int^2 \theta(t) \right] = \int^2 t^2 f_7(t)$$

5.2 Identificadores para una suspensión basada en amortiguadores electromagnéticos.

5.2.1 Identificadores para un cuarto de suspensión regenerativa electromagnética.

En esta sección, el objetivo principal de los identificadores propuestos es determinar los parámetros físicos de la suspensión regenerativa utilizando amortiguadores electromagnéticos, e implementando el modelo de un cuarto de vehículo. Dichos parámetros son: factor de acoplamiento electromagnético (Bl), inductancia de la bobina (L_e) y la resistencia equivalente del circuito eléctrico recolector de energía ($R_e + R$), donde R_e indica la resistencia de la bobina y R representa la resistencia de carga externa. Además, también se identificarán parámetros como: coeficiente de amortiguamiento (c) y coeficiente de rigidez (k_s) de la suspensión, masa del vehículo (m_s), masa del neumático (m_u) y el coeficiente de rigidez del neumático (k_t), con la finalidad de observar que los identificadores no se vean afectados al agregar un componente regenerativo.

Para el desarrollo de los identificadores en este sistema, se toma la ecuación de movimiento (4.2):

$$m_s \ddot{x}_s + k_s(x_s - x_u) + c(\dot{x}_s - \dot{x}_u) - \frac{Blv}{R} = 0 \quad (5.19)$$

$$m_u \ddot{x}_u - k_s(x_s - x_u) - c(\dot{x}_s - \dot{x}_u) + k_t(x_u - x_r) + \frac{Blv}{R} = 0 \quad (5.20)$$

$$Bl(\dot{x}_s - \dot{x}_u) = L_e \frac{\dot{v}}{R} + (R + R_e) \frac{v}{R} \quad (5.21)$$

Tomando las ecuaciones (5.19) y (5.20), y aplicando las soluciones dadas en la Tabla 2 se tienen los siguientes identificadores:

$$m_u \left[t^2 \ddot{x}_u(t) - 4 \int t \ddot{x}_u(t) + 2 \int^2 \ddot{x}_u(t) \right] - c \left[-2 \int^2 t(\dot{x}_s(t) - \dot{x}_u(t)) + \int t^2(\dot{x}_s(t) - \dot{x}_u(t)) \right] - k_s \left[\int^2 t^2(x_s(t) - x_u(t)) \right] + k_t \left[\int^2 t^2 x_u(t) \right] = \int^2 t^2 f(t); \quad (5.22)$$

$$\text{con } f(t) = k_t x_r - \frac{Blv}{R}$$

$$m_s \left[t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + 2 \int^2 x_s(t) \right] = \int^2 t^2 f(t) \quad (5.23)$$

$$\text{con } f(t) = \frac{Blv}{R} - k_s(x_s - x_u) - c(\dot{x}_s - \dot{x}_u)$$

Para la ecuación (5.21), se tiene que es de primer orden, por lo cual no es posible aplicar la metodología descrita en la Tabla 2. Por lo cual es necesario volver a aplicar el método algebraico, teniendo en cuenta que solo es necesario derivar una vez:

$$Bl\dot{x}_u + L_e \frac{\dot{v}}{R} + (R + R_e) \frac{v}{R} = f(t)$$

$$\text{con } f(t) = Bl\dot{x}_s$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$Bl[sX_u(s) - X_u(0)] + \frac{L_e}{R} [sV(s) - V(0)] + \frac{(R + R_e)}{R} [V(s)] = F(t)$$

derivada:

$$Bl \left[X_u(s) + s \frac{dX_u(s)}{ds} \right] + \frac{L_e}{R} \left[sV(s) + s \frac{dV(s)}{ds} \right] + \frac{(R+R_e)}{R} \left[\frac{dV(s)}{ds} \right] = \frac{dF(t)}{ds}$$

Multiplicamos por s^{-2} para regresar al dominio del tiempo:

$$Bl \left[s^{-2} X_u(s) + s^{-1} \frac{dX_u(s)}{ds} \right] + \frac{L_e}{R} \left[s^{-2} V(s) + s^{-1} \frac{dV(s)}{ds} \right] + \frac{(R+R_e)}{R} \left[s^{-2} \frac{dV(s)}{ds} \right] = s^{-2} \frac{dF(t)}{ds}$$

Finalmente, se aplica la transformada inversa de Laplace a la derivada y se obtiene el identificador:

$$\mathcal{L}^{-1}\{F^n(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{d^n}{ds^n} F(s) \right\} = (-1)^n t^n f(t)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{F(s)}{s} \right\} = \int_0^t f(u) du$$

$$Bl \left[\int^2 x_u(t) - \int t x_u(t) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v(t) - \int t v(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} \left[-\int^2 t v(t) \right] = -\int^2 t f(t) \quad (5.24)$$

Con esto se puede deducir que siempre se cumplen los siguientes tratamientos matemáticos, si y solo si, la ecuación diferencial es de primer orden:

Tabla 3. Identificadores generales para una EDO de primer orden.

$\dot{x} \rightarrow \int^2 x(t) - \int tx(t)$
$x \rightarrow -\int^2 tx(t)$

5.2.2 Identificadores para medio vehículo con suspensión regenerativa electromagnética.

Tomando la ecuación (4.4) y aplicando la metodología algebraica descrita en la Tabla 2 y 3, los identificadores están dados como:

$$\begin{aligned}
 m_s \left[t^2 x_s(t) - 4 \int tx_s(t) + 2 \int^2 x_s(t) \right] &= \int^2 t^2 f_3(t) \\
 m_1 \left[t^2 x_1(t) - 4 \int tx_1(t) + 2 \int^2 x_1(t) \right] - c_1 \left[(-2 \int^2 tx_s(t) + \int t^2 x_s(t)) - (-2 \int^2 tx_1(t) + \int t^2 x_1(t)) + d_1 (-2 \int^2 t\alpha(t) + \int t^2 \alpha(t)) \right] - k_1 \left[\int^2 t^2 x_s(t) - \int^2 t^2 x_1(t) + d_1 (\int^2 t^2 \alpha(t)) \right] + k_{t1} \left[\int^2 t^2 x_1(t) \right] &= \int^2 t^2 f_1(t) \\
 m_2 \left[t^2 x_2(t) - 4 \int tx_2(t) + 2 \int^2 x_2(t) \right] - c_2 \left[(-2 \int^2 tx_s(t) + \int t^2 x_s(t)) - (-2 \int^2 tx_2(t) + \int t^2 x_2(t)) - d_2 (-2 \int^2 t\alpha(t) + \int t^2 \alpha(t)) \right] - k_2 \left[\int^2 t^2 x_s(t) - \int^2 t^2 x_2(t) - d_2 (\int^2 t^2 \alpha(t)) \right] + k_{t2} \left[\int^2 t^2 x_2(t) \right] &= \int^2 t^2 f_2(t) \\
 I \left[t^2 \alpha(t) - 4 \int t\alpha(t) + 2 \int^2 \alpha(t) \right] &= \int^2 t^2 f_4(t) \\
 Bl \left[\int^2 x_1(t) - \int tx_1(t) - d_1 (\int^2 \alpha(t) - \int t\alpha(t)) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_1(t) - \int tv_1(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} \left[-\int^2 tv_1(t) \right] &= -\int^2 tf_5(t) \\
 Bl \left[\int^2 x_2(t) - \int tx_2(t) + d_2 (\int^2 \alpha(t) - \int t\alpha(t)) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_2(t) - \int tv_2(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} \left[-\int^2 tv_2(t) \right] &= -\int^2 tf_6(t)
 \end{aligned} \tag{5.25}$$

5.2.3 Identificadores para vehículo completo con suspensión regenerativa electromagnética.

Tomando la ecuación (3.17) y aplicando la metodología algebraica descrita en la Tabla 2 y 3, los identificadores están dados como:

$$m \left[t^2 x(t) - 4 \int t x(t) + 2 \int^2 x(t) \right] = \int^2 t^2 f_5(t)$$

$$\begin{aligned} m_1 \left[t^2 x_{m1}(t) - 4 \int t x_{m1}(t) + 2 \int^2 x_{m1}(t) \right] - k_{f1} \left[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m1}(t) + \right. \\ \left. b_1 (\int^2 t^2 \varphi(t)) - a_1 (\int^2 t^2 \theta(t)) \right] + k_{tf1} \left[\int^2 t^2 x_{m1}(t) \right] - c_{f1} \left[(-2 \int^2 t x(t) + \right. \\ \left. \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m1}(t) + \int t^2 x_{m1}(t)) + b_1 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) - \right. \\ \left. a_1 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t)) \right] = \int^2 t^2 f_1(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_2 \left[t^2 x_{m2}(t) - 4 \int t x_{m2}(t) + 2 \int^2 x_{m2}(t) \right] - k_{f2} \left[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m2}(t) - \right. \\ \left. b_2 (\int^2 t^2 \varphi(t)) - a_1 (\int^2 t^2 \theta(t)) \right] + k_{tf2} \left[\int^2 t^2 x_{m2}(t) \right] - c_{f2} \left[(-2 \int^2 t x(t) + \right. \\ \left. \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m2}(t) + \int t^2 x_{m2}(t)) - b_2 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) - \right. \\ \left. a_1 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t)) \right] = \int^2 t^2 f_2(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_3 \left[t^2 x_{m3}(t) - 4 \int t x_{m3}(t) + 2 \int^2 x_{m3}(t) \right] - k_{r3} \left[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m3}(t) - \right. \\ \left. b_2 (\int^2 t^2 \varphi(t)) + a_2 (\int^2 t^2 \theta(t)) \right] + k_{tr2} \left[\int^2 t^2 x_{m3}(t) \right] - c_{r3} \left[(-2 \int^2 t x(t) + \right. \\ \left. \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m3}(t) + \int t^2 x_{m3}(t)) - b_2 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) + \right. \\ \left. a_2 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t)) \right] = \int^2 t^2 f_3(t) \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} m_4 \left[t^2 x_{m4}(t) - 4 \int t x_{m4}(t) + 2 \int^2 x_{m4}(t) \right] - k_{r4} \left[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m4}(t) + \right. \\ \left. b_1 (\int^2 t^2 \varphi(t)) + a_2 (\int^2 t^2 \theta(t)) \right] + k_{tr1} \left[\int^2 t^2 x_{m4}(t) \right] - c_{r4} \left[(-2 \int^2 t x(t) + \right. \\ \left. \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m4}(t) + \int t^2 x_{m4}(t)) + b_1 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) + \right. \\ \left. a_2 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t)) \right] = \int^2 t^2 f_4(t) \end{aligned}$$

$$I_x \left[t^2 \varphi(t) - 4 \int t \varphi(t) + 2 \int^2 \varphi(t) \right] = \int^2 t^2 f_6(t)$$

$$I_y \left[t^2 \theta(t) - 4 \int t \theta(t) + 2 \int^2 \theta(t) \right] = \int^2 t^2 f_7(t)$$

$$Bl \left[\int^2 x_1(t) - \int t x_1(t) - b_1 (\int^2 \varphi(t) - \int t \varphi(t)) + a_1 (\int^2 \theta(t) - \int t \theta(t)) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_1(t) - \int t v_1(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 t v_1(t)] = -\int^2 t f_8(t)$$

$$Bl \left[\int^2 x_2(t) - \int t x_2(t) + b_2 (\int^2 \varphi(t) - \int t \varphi(t)) + a_1 (\int^2 \theta(t) - \int t \theta(t)) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_2(t) - \int t v_2(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 t v_2(t)] = -\int^2 t f_9(t)$$

$$Bl \left[\int^2 x_3(t) - \int t x_3(t) + b_2 (\int^2 \varphi(t) - \int t \varphi(t)) - a_2 (\int^2 \theta(t) - \int t \theta(t)) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_3(t) - \int t v_3(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 t v_3(t)] = -\int^2 t f_{10}(t)$$

$$Bl \left[\int^2 x_4(t) - \int t x_4(t) - b_1 (\int^2 \varphi(t) - \int t \varphi(t)) - a_2 (\int^2 \theta(t) - \int t \theta(t)) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_4(t) - \int t v_4(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 t v_4(t)] = -\int^2 t f_{11}(t)$$

5.3 Identificadores para una suspensión basada en amortiguadores electromecánicos.

5.3.1 Identificadores para un cuarto de suspensión regenerativa electromecánica.

Al igual que en la sección 5.2.1, el objetivo principal de los identificadores propuestos es determinar las magnitudes de los parámetros físicos de la suspensión regenerativa utilizando amortiguadores electromecánicos, e implementando el modelo de un cuarto de vehículo. Dichos parámetros son: factor de acoplamiento electromecánico ($\frac{k_{el}}{r}$), inductancia de la bobina (L_e), amortiguamiento equivalente ($c + c_L$), masa equivalente del amortiguador (m_t) y la resistencia equivalente del circuito eléctrico recolector de energía ($R_e + R$), donde R_e indica la resistencia de la bobina y R representa la resistencia de carga externa. De igual manera, se identificarán parámetros como: coeficiente de rigidez (k_s) de la suspensión, masa del vehículo (m_s), masa del neumático (m_u) y el coeficiente de rigidez del neumático (k_t), con la finalidad de observar que los identificadores no se vean afectados al agregar el componente regenerativo.

Por lo tanto, se toma la ecuación (4.8) y se aplican las soluciones dadas por las Tabla 2 y 3, para obtener los identificadores del sistema, los cuales están determinados por:

$$\begin{aligned} \frac{k_e i}{r} [\int^2 x_u(t) - \int t x_u(t)] + \frac{L_e}{R} [\int^2 v(t) - \int t v(t)] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 t v(t)] = \\ [-\int^2 t f(t)]; \text{ con } f(t) = \frac{k_e i}{r} \dot{x}_s \\ m_s [t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + 2 \int^2 x_s(t)] + k_s [\int^2 t^2 (x_s(t) - x_u(t))] = \\ [\int^2 t^2 f(t)]; \text{ con } f(t) = \frac{Blv}{R} \left(\frac{i^* r g}{r}\right) - m_t (\ddot{x}_s - \ddot{x}_u) - (c + c_L) (\dot{x}_s - \dot{x}_u) \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} m_u [t^2 x_u(t) - 4 \int t x_u(t) + 2 \int^2 x_u(t)] - m_t [t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + \\ 2 \int^2 x_s(t) - t^2 x_u(t) + 4 \int t x_u(t) - 2 \int^2 x_u(t)] - (c + \\ c_L) [-2 \int^2 t (x_s(t) - x_u(t)) + \int t^2 (x_s(t) - x_u(t))] + k_t [\int^2 t^2 x_u(t)] = \\ [\int^2 t^2 f(t)]; \text{ con } f(t) = k_s (x_s - x_u) + k_t x_r - \frac{Blv}{R} \left(\frac{i^* r g}{r}\right) \end{aligned}$$

5.3.2 Identificadores para medio vehículo con suspensión regenerativa electromecánica.

Tomando la ecuación (4.10) y aplicando la metodología algebraica descrita en las Tabla 2 y 3, los identificadores están dados como:

$$\begin{aligned} m_s [t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + 2 \int^2 x_s(t)] + k_1 [\int^2 t^2 x_s(t) - \\ \int^2 t^2 x_1(t) + d_1 (\int^2 t^2 \alpha(t))] + k_2 [\int^2 t^2 x_s(t) - \int^2 t^2 x_2(t) - \\ d_2 (\int^2 t^2 \alpha(t))] = \int^2 t^2 f_3(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 [t^2 x_1(t) - 4 \int t x_1(t) + 2 \int^2 x_1(t)] - m_{t1} [(t^2 x_s(t) - \\ 4 \int t x_s(t) + 2 \int^2 x_s(t)) - (t^2 x_1(t) - 4 \int t x_1(t) + 2 \int^2 x_1(t)) + \\ d_1 (t^2 \alpha(t) - 4 \int t \alpha(t) + 2 \int^2 \alpha(t))] - (c_1 + c_{L1}) [(-2 \int^2 t x_s(t) + \\ \int t^2 x_s(t)) - (-2 \int^2 t x_1(t) + \int t^2 x_1(t)) + d_1 (-2 \int^2 t \alpha(t) + \\ \int t^2 \alpha(t))] + k_{t1} [\int^2 t^2 x_1(t)] = \int^2 t^2 f_1(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m_2 \left[t^2 x_2(t) - 4 \int t x_2(t) + 2 \int^2 x_2(t) \right] - m_{t2} [(t^2 x_s(t) - \\
 & 4 \int t x_s(t) + 2 \int^2 x_s(t)) - (t^2 x_2(t) - 4 \int t x_2(t) + 2 \int^2 x_2(t)) - \\
 & d_2 (t^2 \alpha(t) - 4 \int t \alpha(t) + 2 \int^2 \alpha(t))] - (c_2 + c_{L2}) [(-2 \int^2 t x_s(t) + \\
 & \int t^2 x_s(t)) - (-2 \int^2 t x_2(t) + \int t^2 x_2(t)) - d_2 (-2 \int^2 t \alpha(t) + \\
 & \int t^2 \alpha(t))] + k_{t2} [\int^2 t^2 x_2(t)] = \int^2 t^2 f_2(t)
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

$$I \left[t^2 \alpha(t) - 4 \int t \alpha(t) + 2 \int^2 \alpha(t) \right] = \int^2 t^2 f_4(t)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{k_e i}{r} \left[\int^2 x_1(t) - \int t x_1(t) - d_1 (\int^2 \alpha(t) - \int t \alpha(t)) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_1(t) - \right. \\
 & \left. \int t v_1(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 t v_1(t)] = -\int^2 t f_5(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{k_e i}{r} \left[\int^2 x_2(t) - \int t x_2(t) + d_2 (\int^2 \alpha(t) - \int t \alpha(t)) \right] + \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_2(t) - \right. \\
 & \left. \int t v_2(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 t v_2(t)] = -\int^2 t f_6(t)
 \end{aligned}$$

5.3.3 Identificadores para vehículo completo con suspensión regenerativa electromecánica.

Tomando la ecuación (4.12) y aplicando la metodología algebraica descrita en las Tabla 2 y 3, los identificadores están dados como:

$$\begin{aligned}
 & m \left[t^2 x(t) - 4 \int t x(t) + 2 \int^2 x(t) \right] + k_{f1} [\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m1}(t) + \\
 & b_1 (\int^2 t^2 \varphi(t)) - a_1 (\int^2 t^2 \theta(t))] + k_{f2} [\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m2}(t) - \\
 & b_2 (\int^2 t^2 \varphi(t)) - a_1 (\int^2 t^2 \theta(t))] = \int^2 t^2 f_5(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m_1 \left[t^2 x_{m1}(t) - 4 \int t x_{m1}(t) + 2 \int^2 x_{m1}(t) \right] - m_{t1} [(t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + \\
 & 2 \int^2 x_s(t)) - (t^2 x_1(t) - 4 \int t x_1(t) + 2 \int^2 x_1(t)) + b_1 (t^2 \varphi(t) - 4 \int t \varphi(t) + \\
 & 2 \int^2 \varphi(t)) - a_1 (t^2 \theta(t) - 4 \int t \theta(t) + 2 \int^2 \theta(t))] + k_{tf1} [\int^2 t^2 x_{m1}(t)] - (c_{f1} + \\
 & c_{L1}) [(-2 \int^2 t x(t) + \int t^2 x(t)) - (-2 \int^2 t x_{m1}(t) + \int t^2 x_{m1}(t)) + b_1 (-2 \int^2 t \varphi(t) + \\
 & \int t^2 \varphi(t)) - a_1 (-2 \int^2 t \theta(t) + \int t^2 \theta(t))] = \int^2 t^2 f_1(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m_2 \left[t^2 x_{m2}(t) - 4 \int t x_{m2}(t) + 2 \int^2 x_{m2}(t) \right] - m_{t2} [(t^2 x_s(t) - 4 \int t x_s(t) + \\
 & 2 \int^2 x_s(t)) - (t^2 x_2(t) - 4 \int t x_2(t) + 2 \int^2 x_2(t)) - b_2 (t^2 \varphi(t) - 4 \int t \varphi(t) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2\int^2 \varphi(t) - a_1(t^2\theta(t) - 4\int t\theta(t) + 2\int^2 \theta(t)) + k_{tf2}[\int^2 t^2 x_{m2}(t)] - (c_{f2} + \\
 & \quad c_{L2})[(-2\int^2 tx(t) + \int t^2 x(t)) - (-2\int^2 tx_{m2}(t) + \int t^2 x_{m2}(t)) - \\
 & \quad b_2(-2\int^2 t\varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) - a_1(-2\int^2 t\theta(t) + \int t^2 \theta(t))] = \int^2 t^2 f_2(t) \\
 & m_3 \left[t^2 x_{m3}(t) - 4\int tx_{m3}(t) + 2\int^2 x_{m3}(t) \right] - m_{t3}[(t^2 x_s(t) - 4\int tx_s(t) + \\
 & 2\int^2 x_s(t)) - (t^2 x_3(t) - 4\int tx_3(t) + 2\int^2 x_3(t)) - b_2(t^2 \varphi(t) - 4\int t\varphi(t) + \\
 & 2\int^2 \varphi(t)) + a_2(t^2 \theta(t) - 4\int t\theta(t) + 2\int^2 \theta(t))] + k_{tr2}[\int^2 t^2 x_{m3}(t)] - (c_{r3} + \\
 & \quad c_{L3})[(-2\int^2 tx(t) + \int t^2 x(t)) - (-2\int^2 tx_{m3}(t) + \int t^2 x_{m3}(t)) - \\
 & \quad b_2(-2\int^2 t\varphi(t) + \int t^2 \varphi(t)) + a_2(-2\int^2 t\theta(t) + \int t^2 \theta(t))] = \int^2 t^2 f_3(t) \\
 & m_4 \left[t^2 x_{m4}(t) - 4\int tx_{m4}(t) + 2\int^2 x_{m4}(t) \right] - m_{t4}[(t^2 x_s(t) - 4\int tx_s(t) + \\
 & 2\int^2 x_s(t)) - (t^2 x_4(t) - 4\int tx_4(t) + 2\int^2 x_4(t)) + b_1(t^2 \varphi(t) - 4\int t\varphi(t) + \\
 & 2\int^2 \varphi(t)) + a_2(t^2 \theta(t) - 4\int t\theta(t) + 2\int^2 \theta(t))] + k_{tr1}[\int^2 t^2 x_{m4}(t)] - (c_{r4} + \\
 & c_{L4})[(-2\int^2 tx(t) + \int t^2 x(t)) - (-2\int^2 tx_{m4}(t) + \int t^2 x_{m4}(t)) + b_1(-2\int^2 t\varphi(t) + \\
 & \quad \int t^2 \varphi(t)) + a_2(-2\int^2 t\theta(t) + \int t^2 \theta(t))] = \int^2 t^2 f_4(t) \tag{5.29}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_x \left[t^2 \varphi(t) - 4\int t\varphi(t) + 2\int^2 \varphi(t) \right] - b_2 k_{r3}[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m3}(t) - \\
 b_2(\int^2 t^2 \varphi(t)) + a_2(\int^2 t^2 \theta(t))] = \int^2 t^2 f_6(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_y \left[t^2 \theta(t) - 4\int t\theta(t) + 2\int^2 \theta(t) \right] + a_2 k_{r4}[\int^2 t^2 x(t) - \int^2 t^2 x_{m4}(t) + \\
 b_1(\int^2 t^2 \varphi(t)) + a_2(\int^2 t^2 \theta(t))] = \int^2 t^2 f_7(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{k_e i}{r} \left[\int^2 x_1(t) - \int tx_1(t) - b_1(\int^2 \varphi(t) - \int t\varphi(t)) + a_1(\int^2 \theta(t) - \int t\theta(t)) \right] + \\
 \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_1(t) - \int tv_1(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 tv_1(t)] = -\int^2 t f_8(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{k_e i}{r} \left[\int^2 x_2(t) - \int tx_2(t) + b_2(\int^2 \varphi(t) - \int t\varphi(t)) + a_1(\int^2 \theta(t) - \int t\theta(t)) \right] + \\
 \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_2(t) - \int tv_2(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 tv_2(t)] = -\int^2 t f_9(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{k_e i}{r} \left[\int^2 x_3(t) - \int tx_3(t) + b_2(\int^2 \varphi(t) - \int t\varphi(t)) - a_2(\int^2 \theta(t) - \int t\theta(t)) \right] + \\
 \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_3(t) - \int tv_3(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 tv_3(t)] = -\int^2 t f_{10}(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{k_e i}{r} \left[\int^2 x_4(t) - \int tx_4(t) - b_1(\int^2 \varphi(t) - \int t\varphi(t)) - a_2(\int^2 \theta(t) - \int t\theta(t)) \right] + \\
 \frac{L_e}{R} \left[\int^2 v_4(t) - \int tv_4(t) \right] + \frac{(R+R_e)}{R} [-\int^2 tv_4(t)] = -\int^2 t f_{11}(t)
 \end{aligned}$$

CAPÍTULO 6

RESULTADOS

6.1 Simulaciones para una suspensión pasiva tradicional.

6.1.1 Simulaciones para un cuarto de suspensión pasiva.

Se hace uso de *MATLAB/simulink*TM para programar las ecuaciones de movimiento del sistema, así mismo, se programan los identificadores desarrollados anteriormente. El método numérico seleccionado es Runge-Kutta y se utilizan tres pasos de integración, con la finalidad de observar aquel que proporcione resultados más rápidos y estables.

En la Figura 35, se observan los desplazamientos obtenidos del DVA, utilizando los parámetros mostrados en la Tabla 5, los cuales se obtuvieron en [5] y el perfil de carretera armónico mostrado en el apéndice A. Como se puede observar en las gráficas, existe un desplazamiento mayor en el neumático (masa no suspendida) que en la carrocería (masa suspendida), esto debido al funcionamiento del sistema de suspensión.

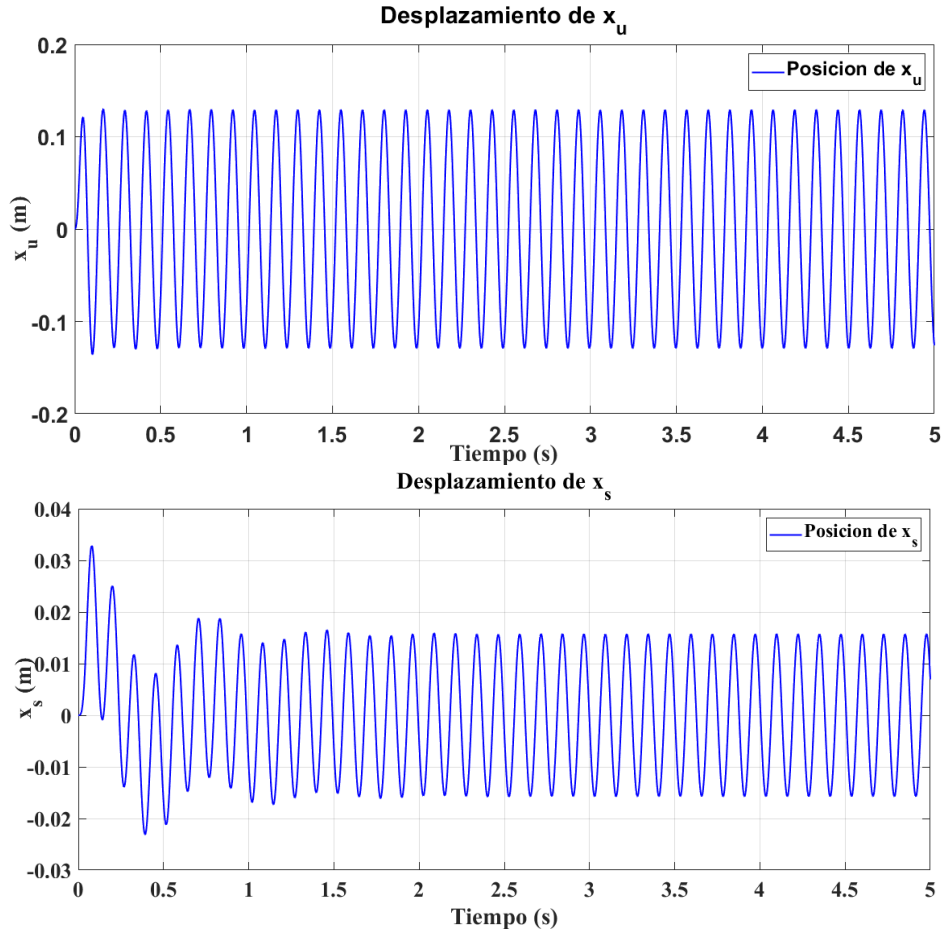
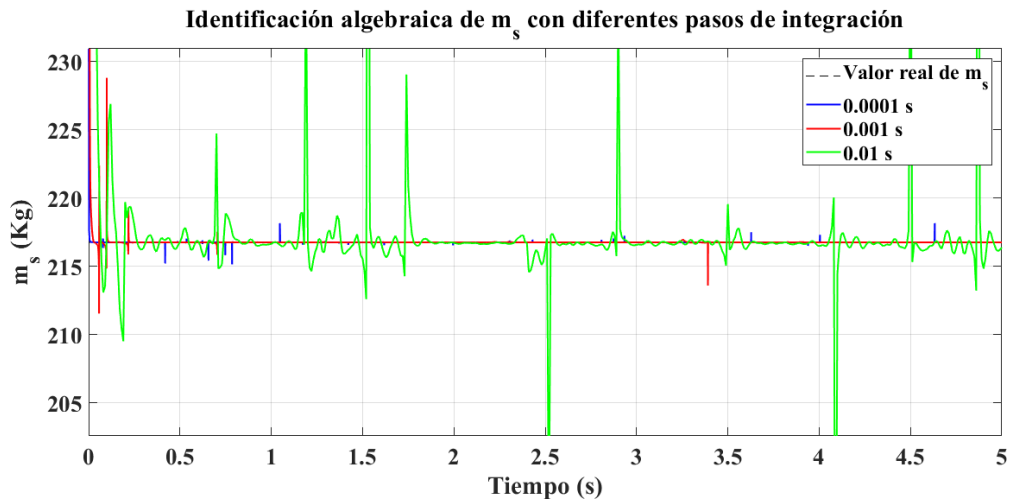


Figura 35. Desplazamientos de las coordenadas x_u y x_s del sistema de suspensión tradicional de un cuarto de vehículo.

En la Figura 36 se muestran los resultados de simulación de los identificadores de parámetros para (m_s, k_s, c) utilizando pasos de integración de 0.01s, 0.001s y 0.0001 s. Cabe destacar, que para la realización de esta técnica es necesario medir y conocer las posiciones del sistema.



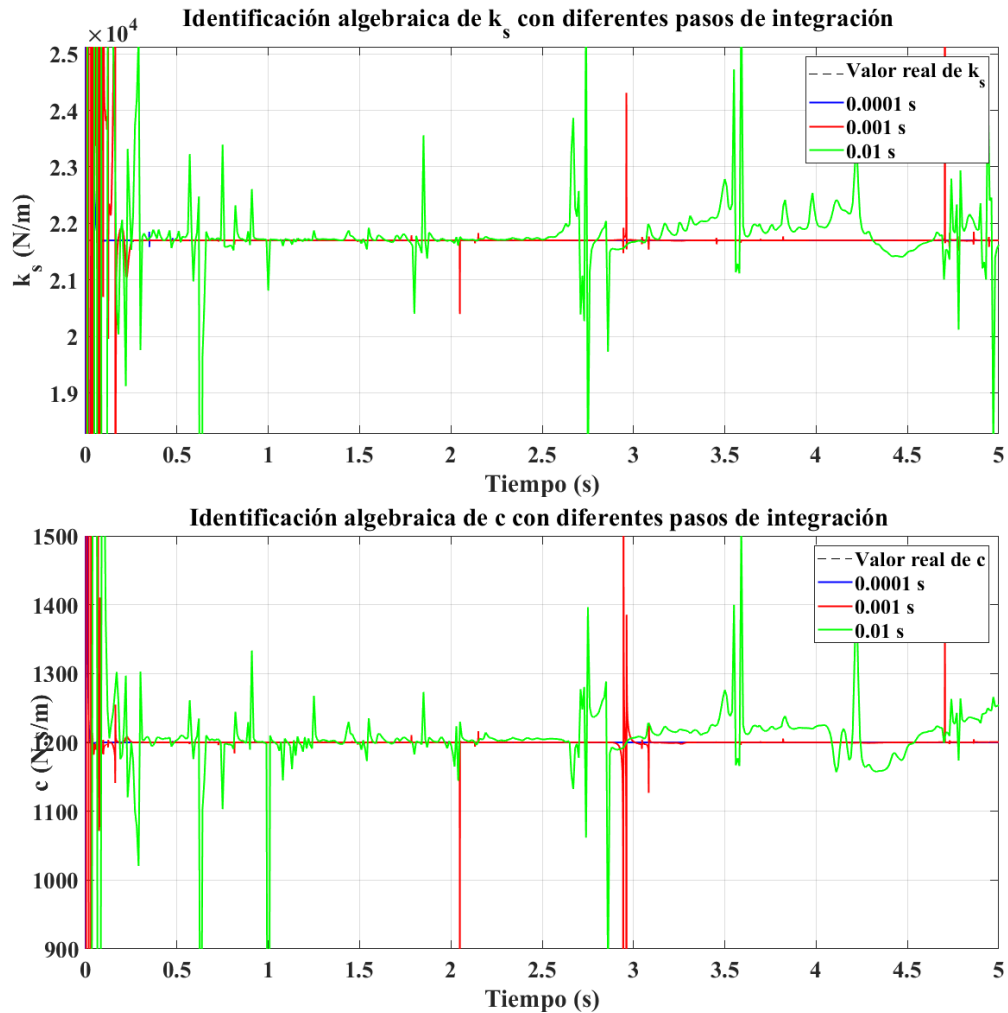


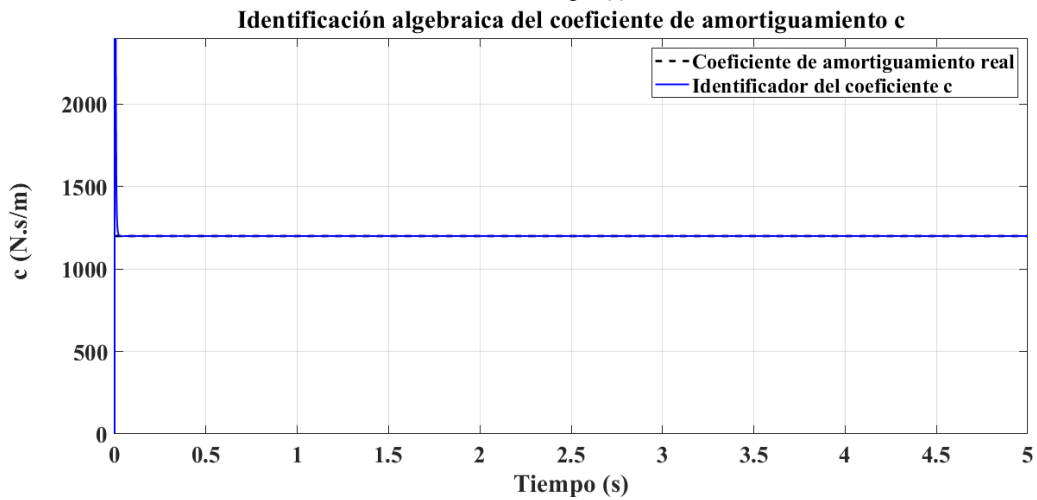
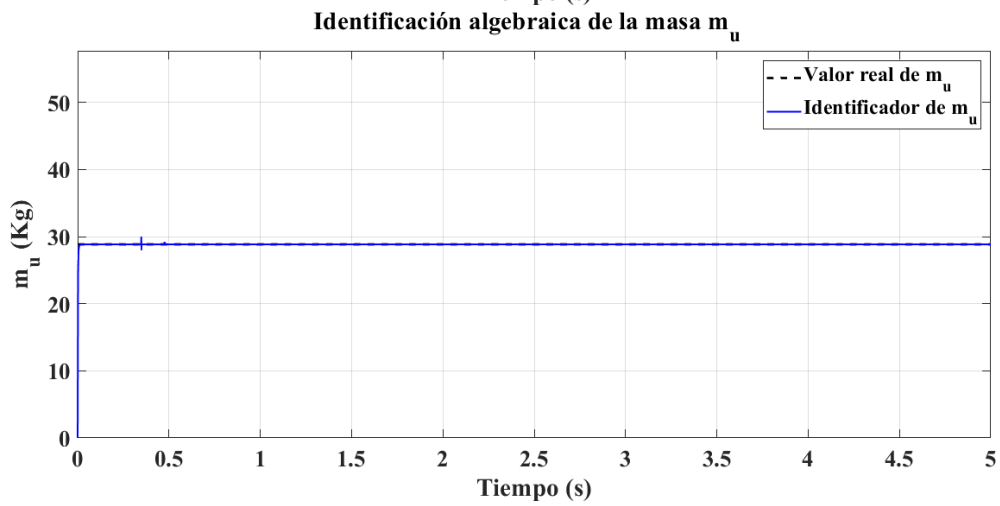
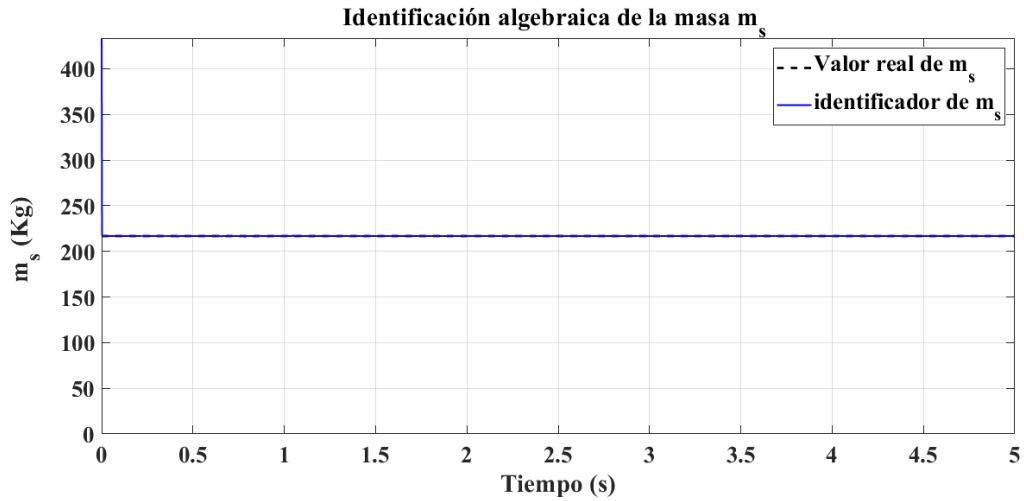
Figura 36. Identificación algebraica de la masa suspendida m_s , rigidez de la suspensión k_s y amortiguamiento de la suspensión c utilizando diferentes pasos de integración.

Nótese que la identificación de los parámetros es casi instantánea y la respuesta es más rápida y estable con un paso de integración de 0.1ms.

Cabe mencionar que algunos factores que afectan el comportamiento de la señal son: el método de integración que se implementa, el número de parámetros a identificar en el sistema y el tiempo de muestreo, siendo este último el más importante debido a que entre más muestras existan en el identificador la respuesta será más estable.

Debido a que la respuesta es más rápida y estable al utilizar un paso de integración de 0.0001 s, las identificaciones posteriores únicamente se realizarán con este paso de integración.

A continuación, se observan los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para un sistema de suspensión de un cuarto de vehículo, implementando una suspensión pasiva tradicional.



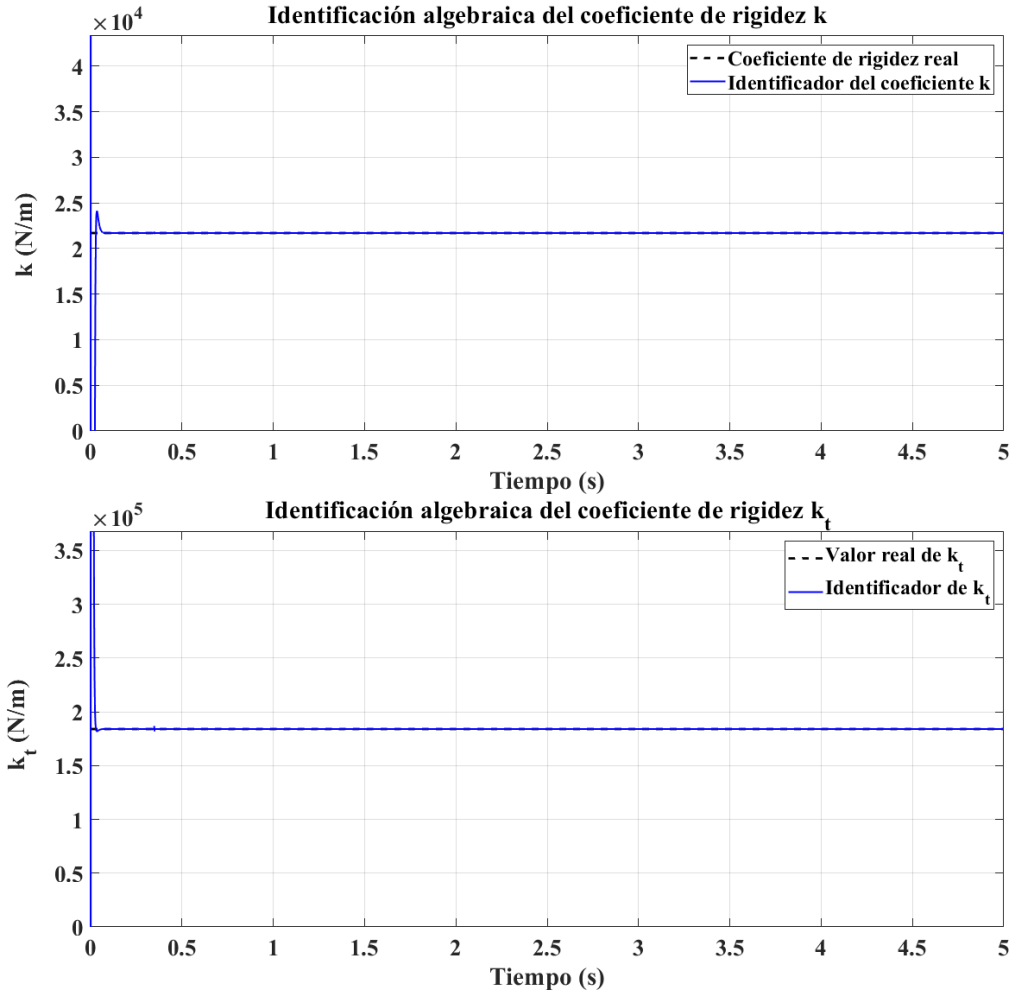
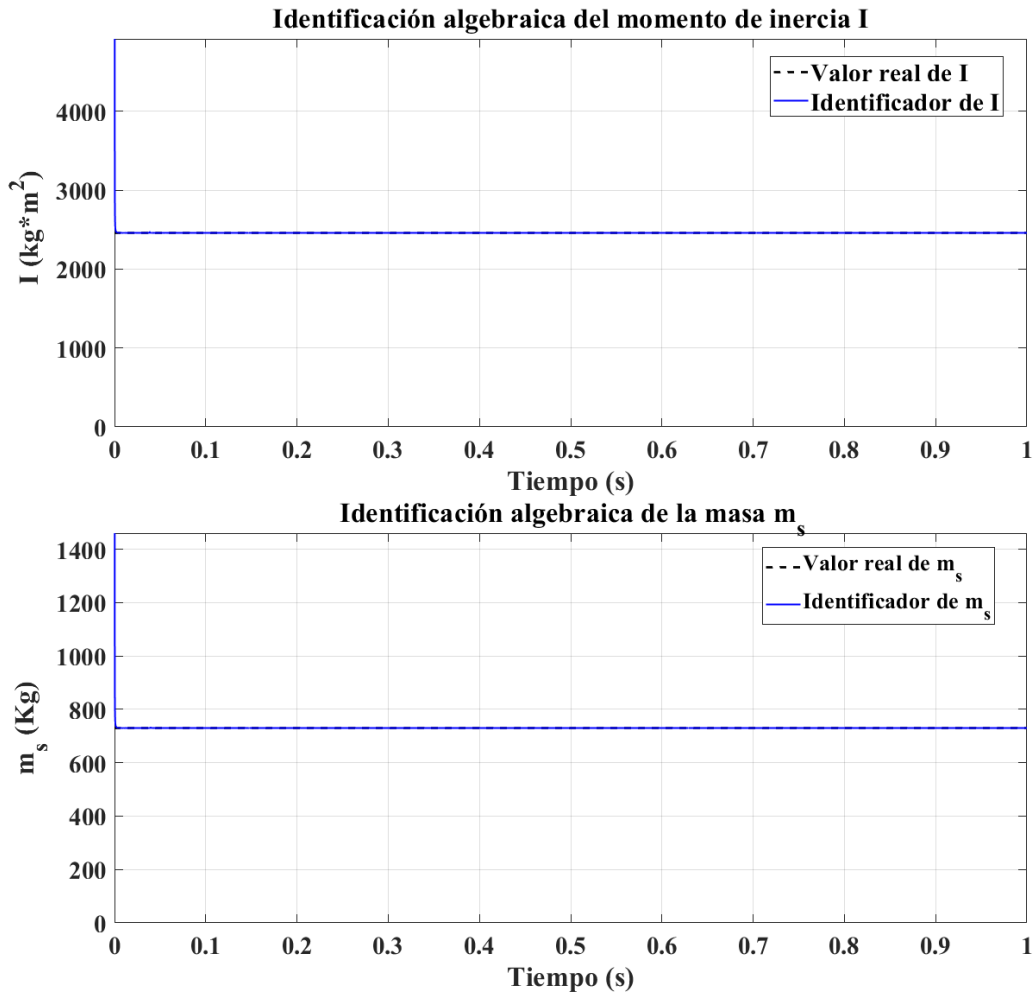


Figura 37. Identificación algebraica del parámetro de la masa m_s , masa m_w , coeficiente de amortiguamiento c , coeficiente de rigidez k y coeficiente de rigidez k_t de la suspensión de un cuarto de vehículo basado en una suspensión pasiva.

Las gráficas presentadas en la Figura 37 muestran el comportamiento del identificador en función del tiempo, considerando los parámetros de masa suspendida y no suspendida, amortiguamiento y rigidez de la suspensión, así como la rigidez proporcionada por el neumático. Las líneas punteadas en negro representan los valores óptimos reales asignados a los parámetros, mientras que las líneas continuas en azul representan los valores identificados de los parámetros que se obtienen a partir de los modelos de identificación algebraica. Los resultados demuestran una identificación satisfactoria para cada uno de los parámetros en un lapso menor a 0.5 segundos, para posteriormente mantenerse estable a lo largo del tiempo. Es importante señalar que para este modelo se desarrollaron identificadores para 5 parámetros desconocidos.

6.1.2 Simulaciones para medio vehículo con suspensión pasiva.

A continuación, se observan los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para un sistema de suspensión de medio vehículo, implementando una suspensión pasiva tradicional.



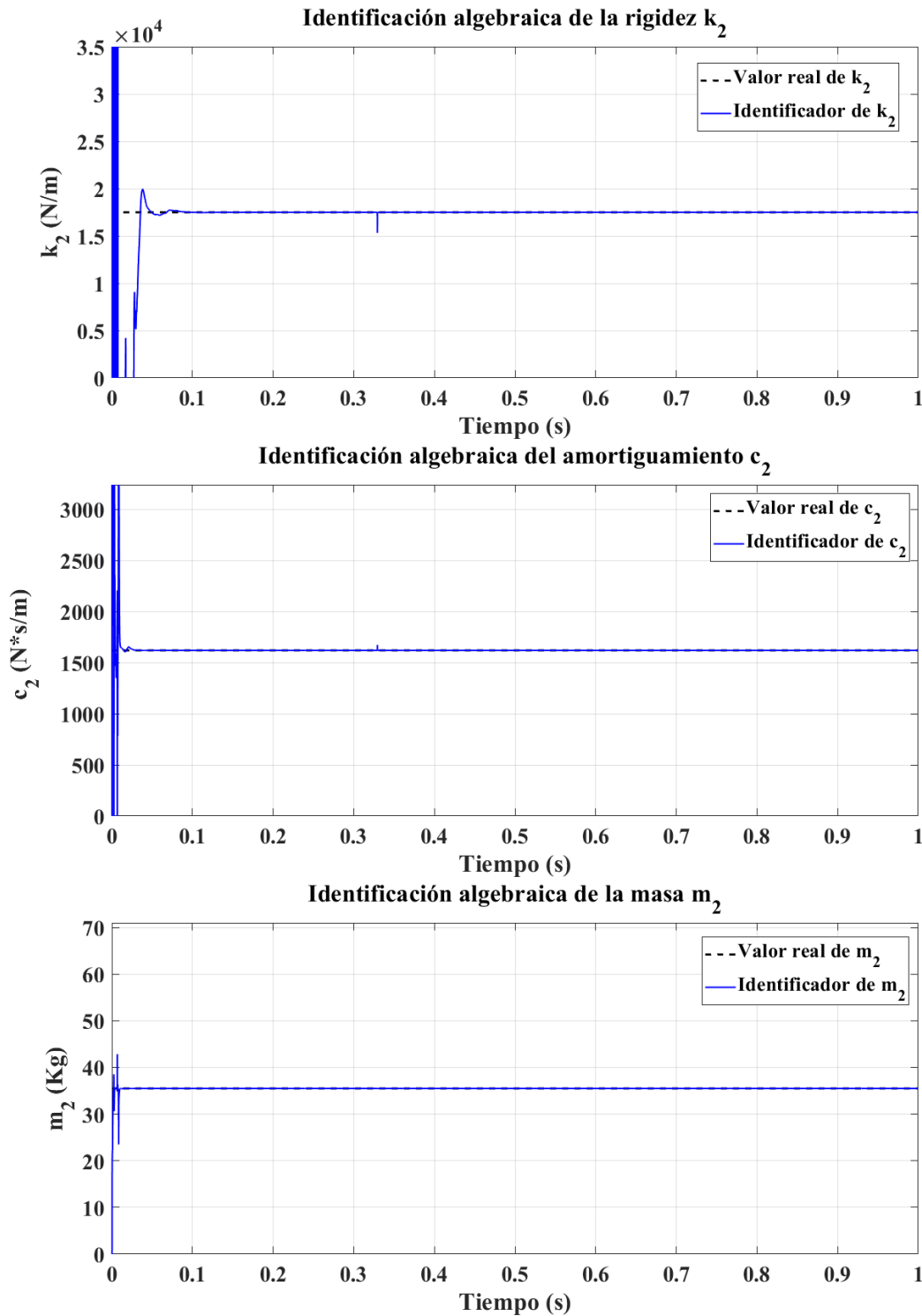


Figura 38. Identificación algebraica del parámetro de la inercia I , la masa m_s , masa del neumático m_2 , coeficiente de amortiguamiento c_2 y coeficiente de rigidez k_2 de la suspensión de medio vehículo basada en una suspensión pasiva.

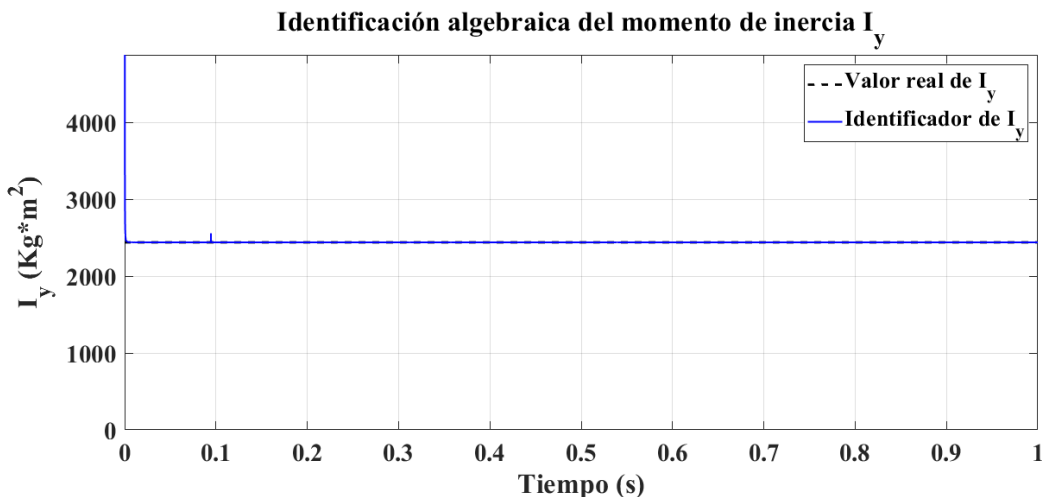
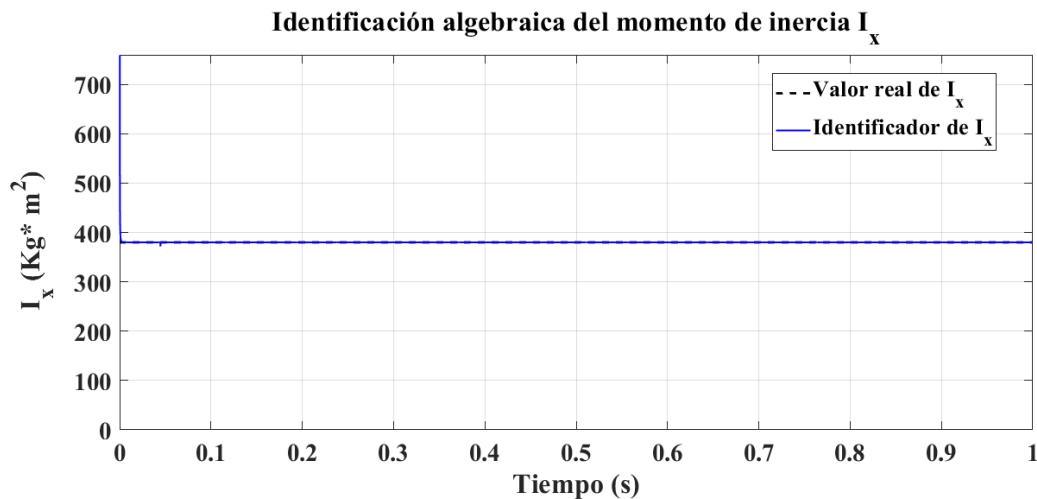
Las gráficas presentadas en la Figura 28 muestran el comportamiento de los identificadores en función del tiempo para los parámetros de momento de inercia, masa suspendida, rigidez

y amortiguamiento de la suspensión 2, así como la masa del neumático 2. Los resultados demuestran una identificación precisa de cada parámetro en un tiempo menor a 0.1 segundos, observando un comportamiento similar a los resultados obtenidos para un cuarto de vehículo.

Sin embargo, se identifica un factor que influye en la rapidez con la que los identificadores algebraicos determinan el parámetro desconocido, principalmente en la rigidez y amortiguamiento de la suspensión 2. Este fenómeno puede atribuirse al número de parámetros que deben ser identificados en el sistema, dado que en la suspensión pasiva aplicada a un cuarto de vehículo se consideran 10 parámetros a identificar.

6.1.3 Simulaciones para vehículo completo con suspensión pasiva.

A continuación, se observan los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para un sistema de suspensión de vehículo completo, implementando una suspensión pasiva tradicional.



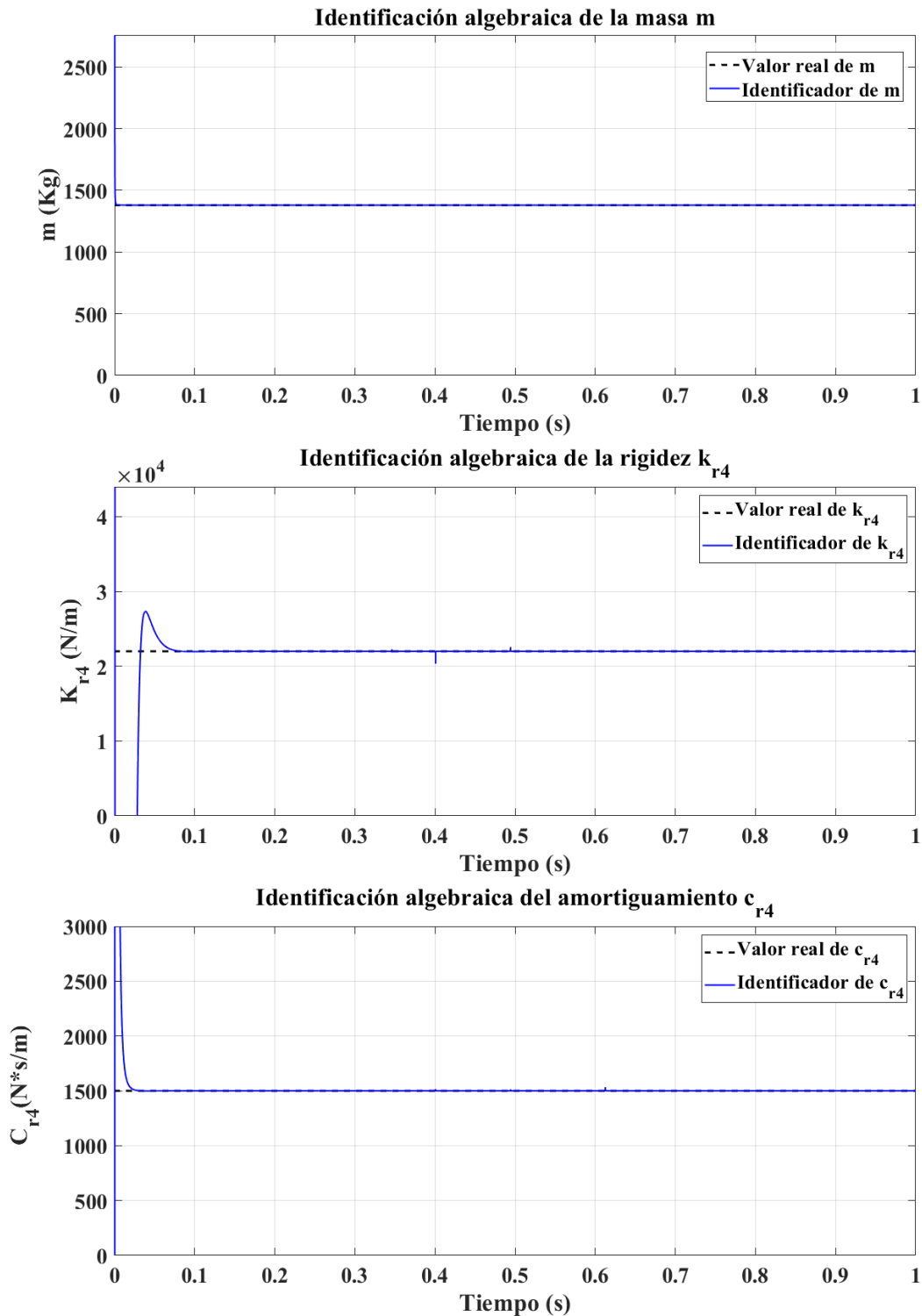


Figura 39. Identificación algebraica del parámetro de la inercia I_x , inercia I_y , la masa m , coeficiente de amortiguamiento c_{r4} y coeficiente de rigidez k_{r4} de la suspensión del vehículo completo basado en suspensión pasiva.

En la Figura 39 se presenta el comportamiento de los identificadores desarrollados para los momentos de inercia (balanceo y cabeceo), la masa de la carrocería, así como la rigidez y

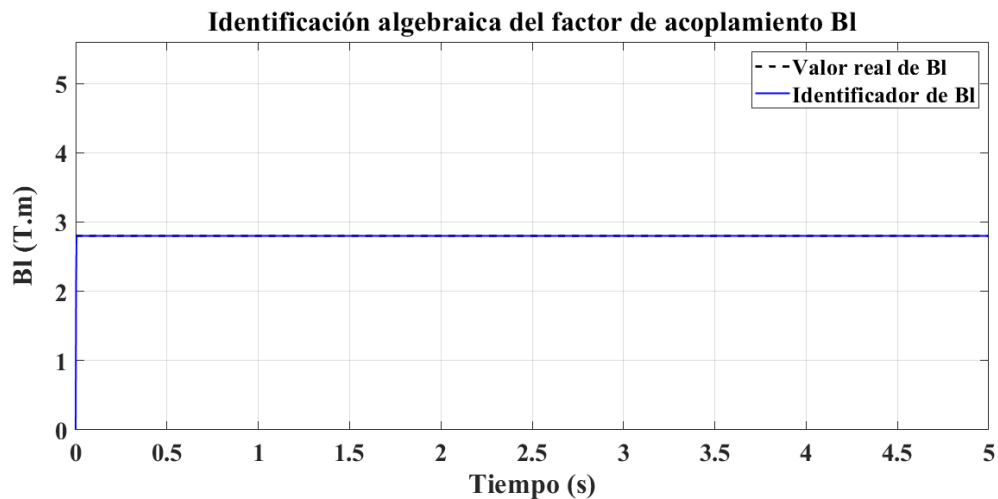
amortiguamiento en la suspensión 4. Como se aprecia, muestran un comportamiento similar a los resultados obtenidos en los modelos de un cuarto y medio vehículo. Sin embargo, la identificación se logra en un lapso cercano a 0.1 segundos para el parámetro de rigidez en la suspensión 4. Esto confirma que el número de parámetros a identificar afecta directamente en el tiempo que los identificadores requieren para convergen con los valores reales del sistema, ya que en este modelo se consideran 19 parámetros a identificar. Es importante mencionar que en los resultados presentados muestran solo una parte de los identificadores desarrollados.

6.2 Simulaciones para una suspensión regenerativa basada en amortiguadores electromagnéticos.

6.2.1 Simulaciones para un cuarto de suspensión electromagnética.

Se programan las ecuaciones de movimiento del sistema y los identificadores desarrollados, utilizando los parámetros registrados en la Tabla 5 para el sistema de suspensión de un cuarto de vehículo, y añadiendo los parámetros para el circuito eléctrico de recolección de energía, proporcionados en la Tabla 8:

A continuación, se muestran los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para los parámetros $(Bl, L_e, (R + R_e))$.



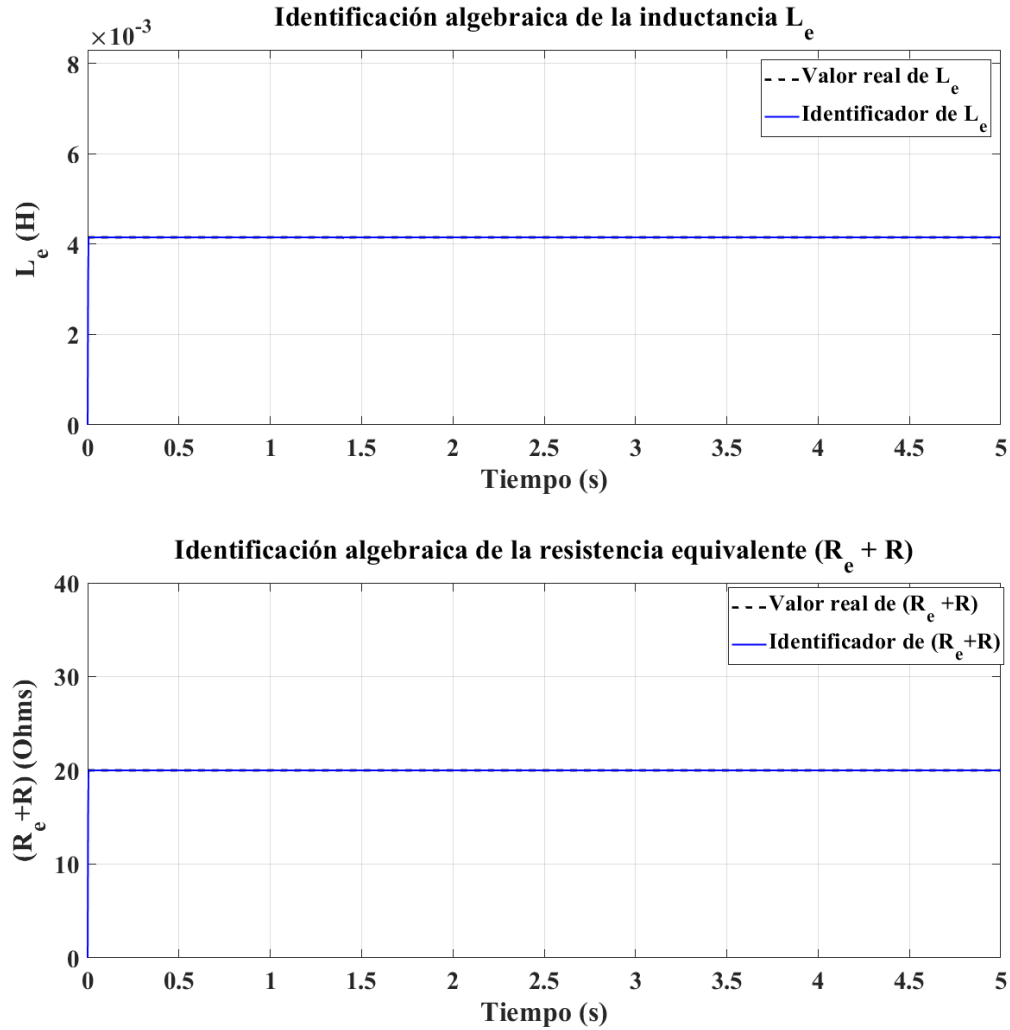
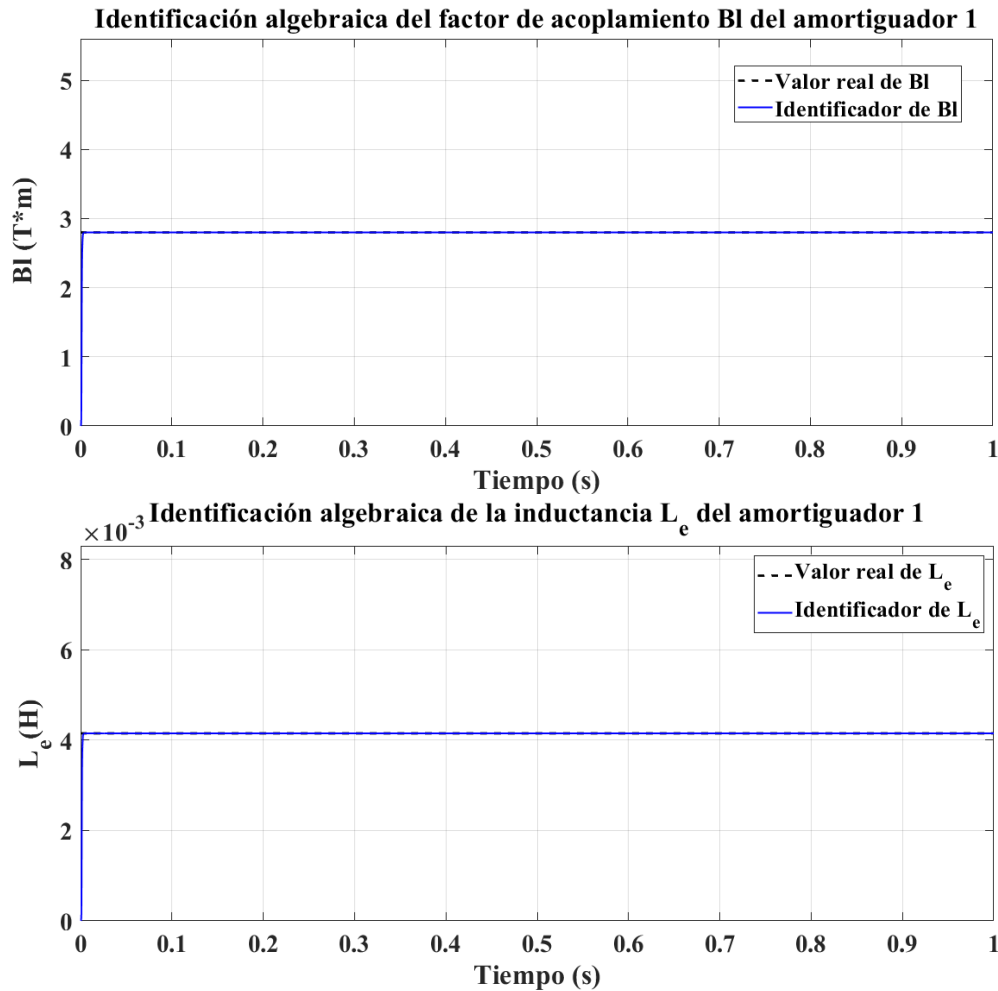


Figura 40. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento Bl , inductancia L_e y resistencia equivalente ($R_e + R$) de la suspensión de un cuarto de vehículo basado en amortiguadores electromagnéticos.

Los resultados presentados en la Figura 40 muestran la respuesta de los identificadores para el factor de acoplamiento del amortiguador electromagnético, así como la inductancia y la resistencia equivalente del circuito eléctrico. Nótese que la identificación es prácticamente instantánea para estos parámetros. Estos resultados evidencian la eficacia de los identificadores desarrollados en la estimación de los parámetros reales del circuito de recolección de energía eléctrica del amortiguador electromagnético, según el modelo de un cuarto de vehículo. Este logro se traduciría como un monitoreo del amortiguador para una regeneración de energía óptima. Cabe mencionar que en este modelo se consideran 8 parámetros desconocidos.

6.2.2 Simulaciones para medio vehículo, implementando una suspensión electromagnética.

A continuación, se observan los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para un sistema de suspensión de medio vehículo, implementando una suspensión electromagnética.



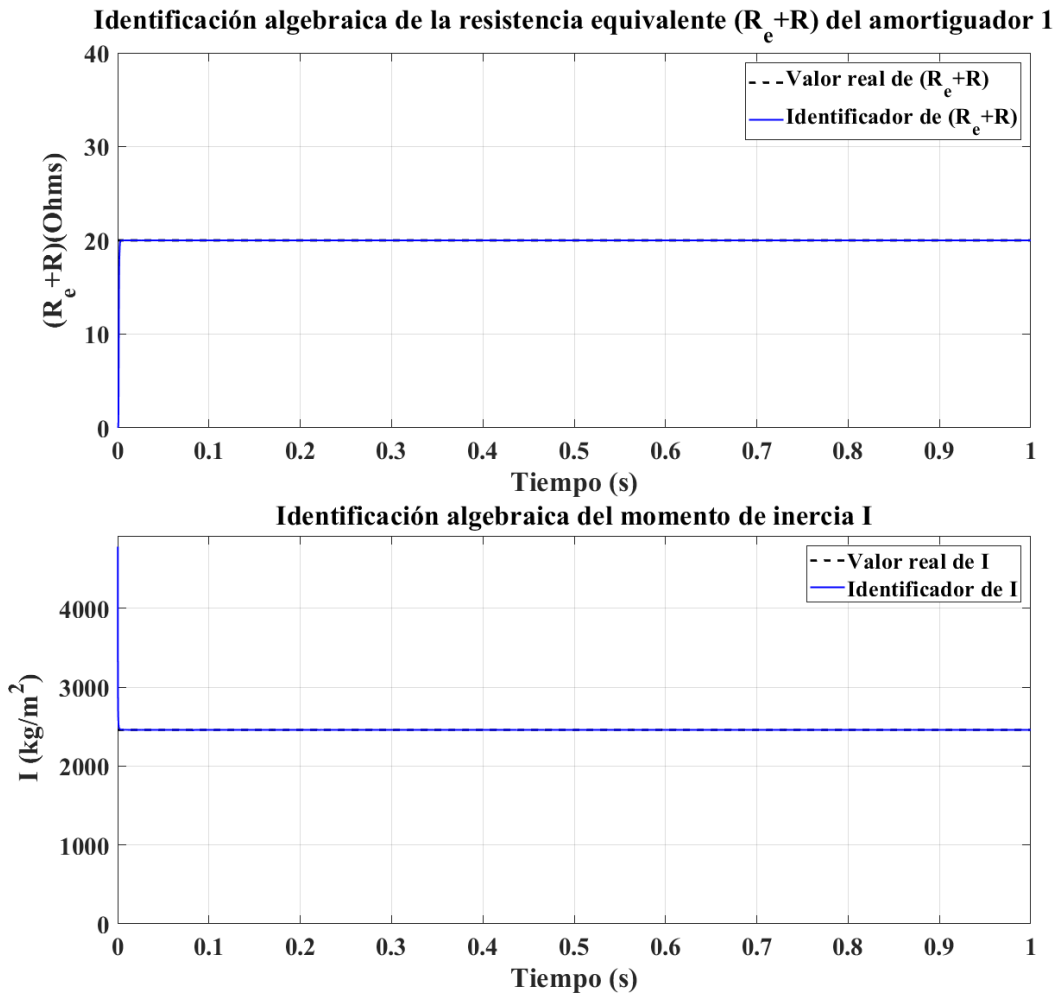
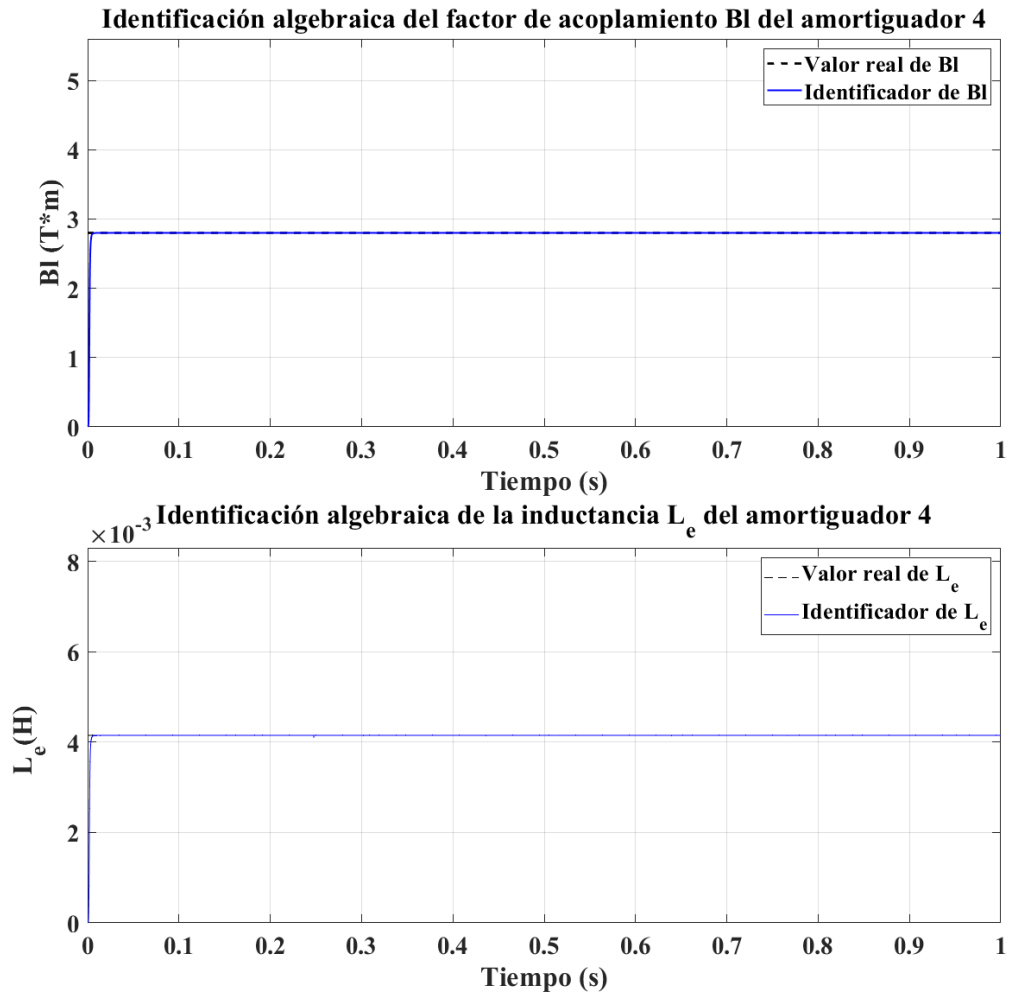


Figura 41. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento B_l , inductancia L_e , resistencia equivalente ($R_e + R$) y la inercia I en la suspensión de medio vehículo basado en amortiguadores electromagnéticos.

Las gráficas presentadas en la Figura 41 muestran el comportamiento de los identificadores en función del tiempo para los parámetros de factor de acoplamiento, inductancia y resistencia equivalente en el amortiguador 1, considerando también un momento de rotación del vehículo, ya sea cabeceo o balanceo. Los resultados demuestran una identificación precisa para cada uno de los parámetros en un tiempo prácticamente instantáneo, menor a 0.1 segundos. Para este modelo se consideran 16 parámetros a identificar.

6.2.3 Simulaciones para el vehículo completo, implementando una suspensión electromagnética.

A continuación, se observan los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para un sistema de suspensión en el vehículo completo, implementando una suspensión electromagnética.



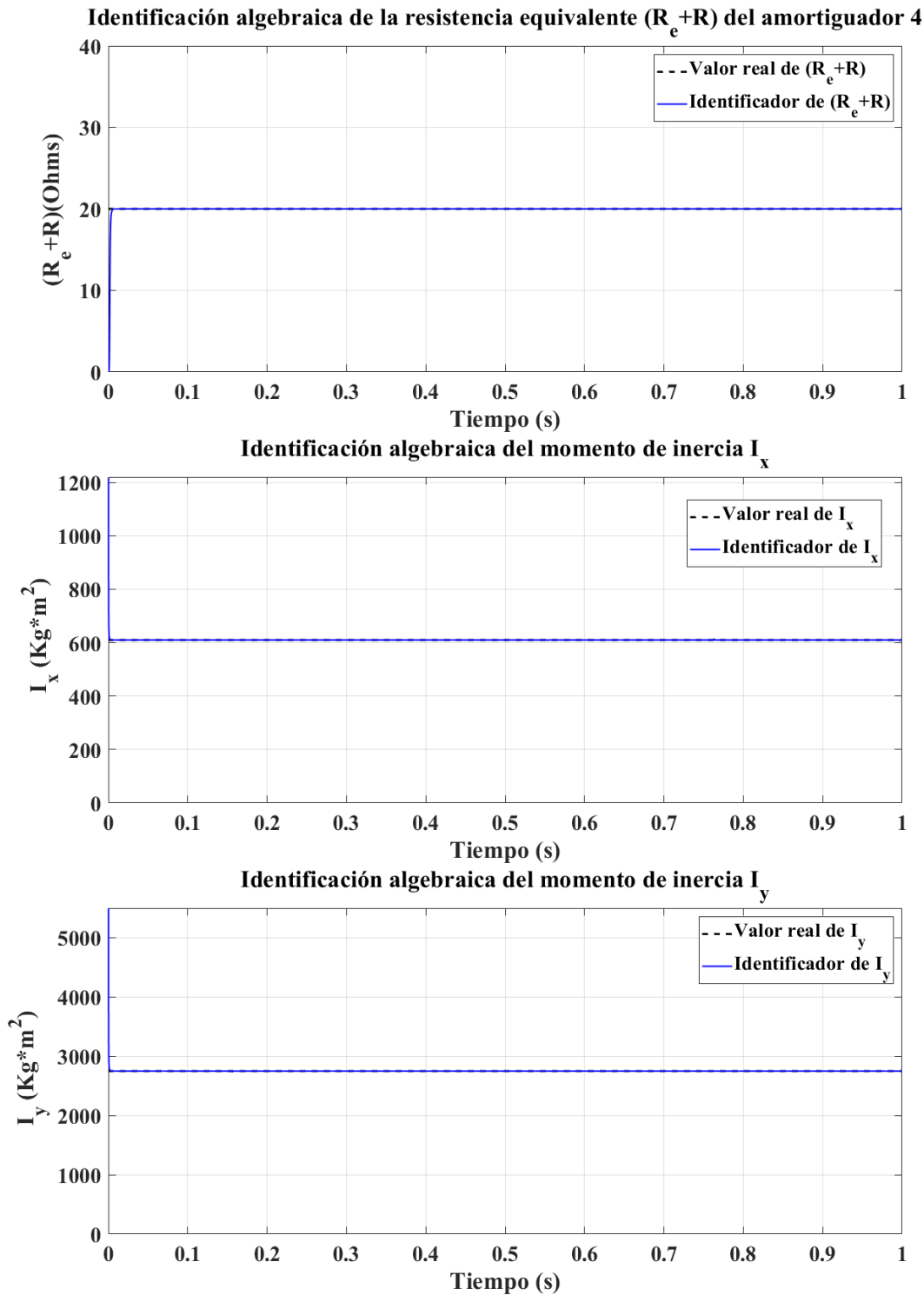


Figura 42. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento B_l , inductancia L_e , resistencia equivalente ($R_e + R$), la inercia I_x y la inercia I_y en la suspensión del vehículo completo basado en amortiguadores electromagnéticos.

Las gráficas presentadas en la Figura 42 muestran el comportamiento de los identificadores en función del tiempo para los parámetros de factor de acoplamiento, inductancia y resistencia en el amortiguador electromagnético 1, además de los identificadores para los

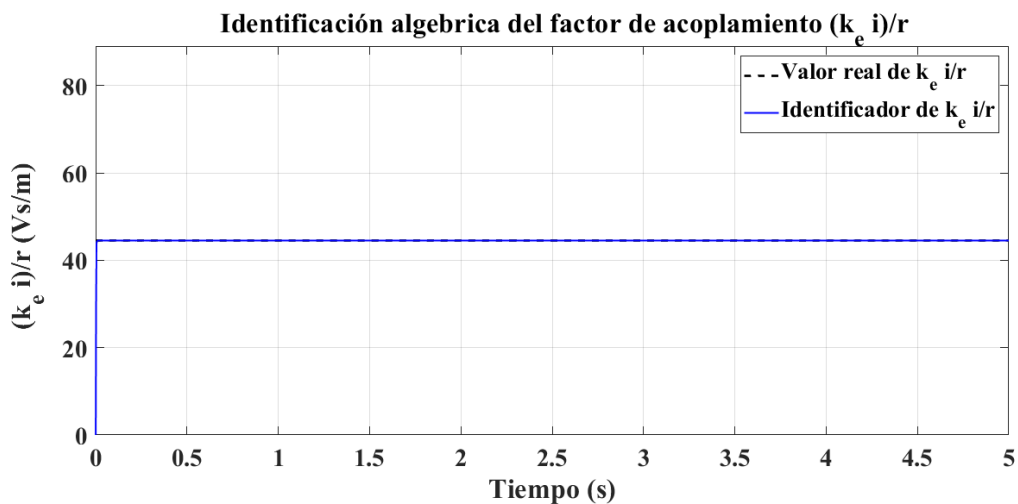
momentos de inercia (cabeceo y balanceo). Los resultados demuestran una identificación satisfactoria para cada uno de los parámetros mencionados en un tiempo prácticamente instantáneo, menor a 0.1 segundos. Con estas pruebas se confirma que la inclusión de amortiguadores regenerativos electromagnéticos en el modelo completo del vehículo no interfiere en la identificación de los parámetros en los circuitos recolectores de energía, dado que en este modelo se contemplan 31 parámetros desconocidos. Sin embargo, debe recordarse que el número de parámetros puede influir en la rapidez de identificación de algunos otros parámetros del sistema.

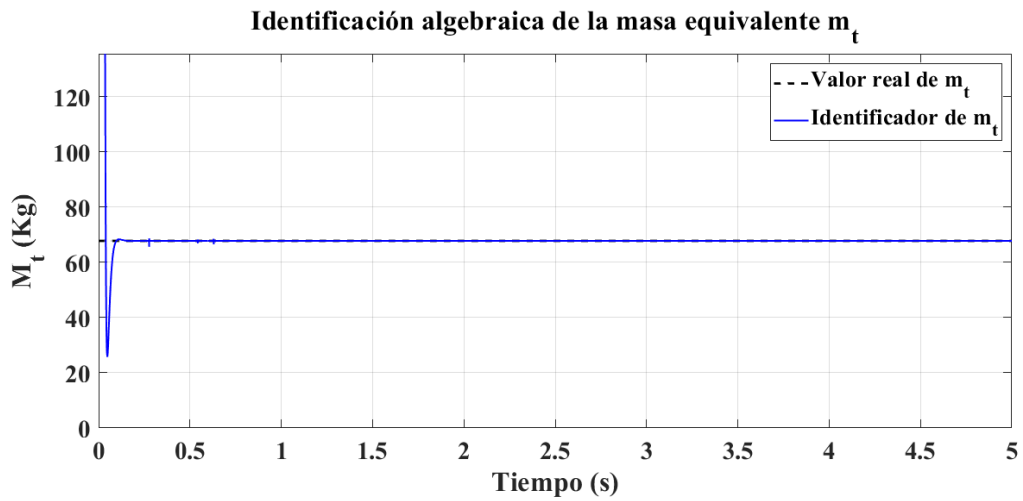
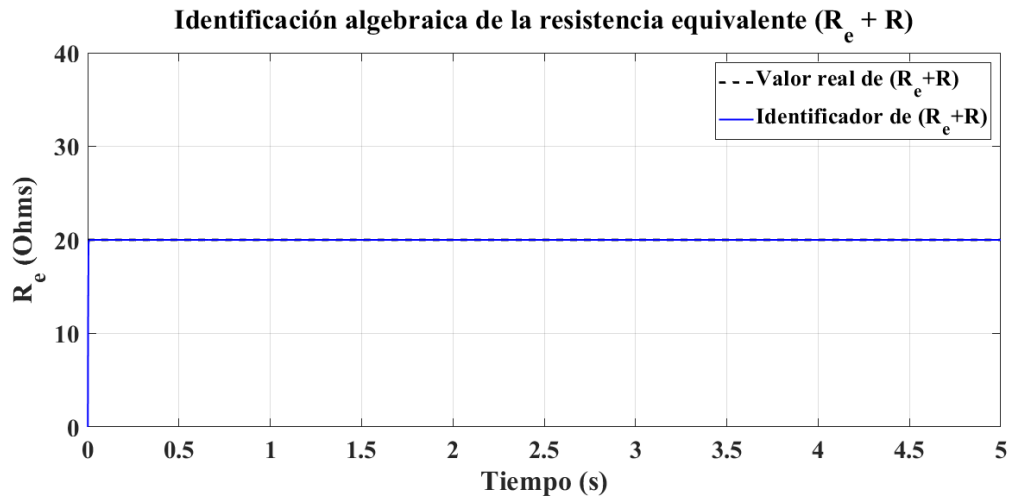
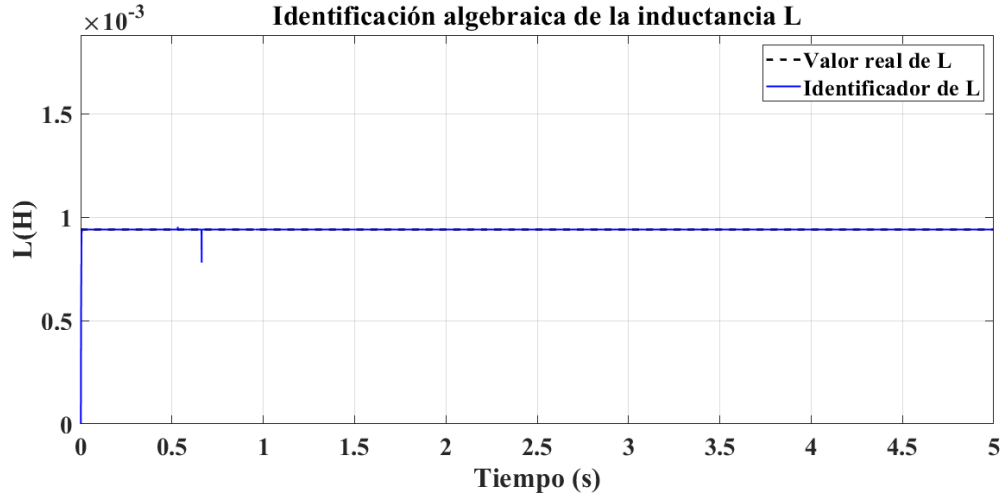
6.3 Simulaciones para una suspensión regenerativa basada en amortiguadores electromecánicos.

6.3.1 Simulaciones para un cuarto de suspensión electromecánica.

Se programan las ecuaciones de movimiento del sistema y los identificadores desarrollados, utilizando los parámetros registrados en la Tabla 5 para el sistema de suspensión de un cuarto de vehículo, y añadiendo los parámetros para el amortiguador electromecánico, proporcionados en la Tabla 9:

A continuación, se muestran los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para los parámetros $\frac{k_e i}{r}$, L , $(R + R_e)$, m_t , $(c + c_L)$.





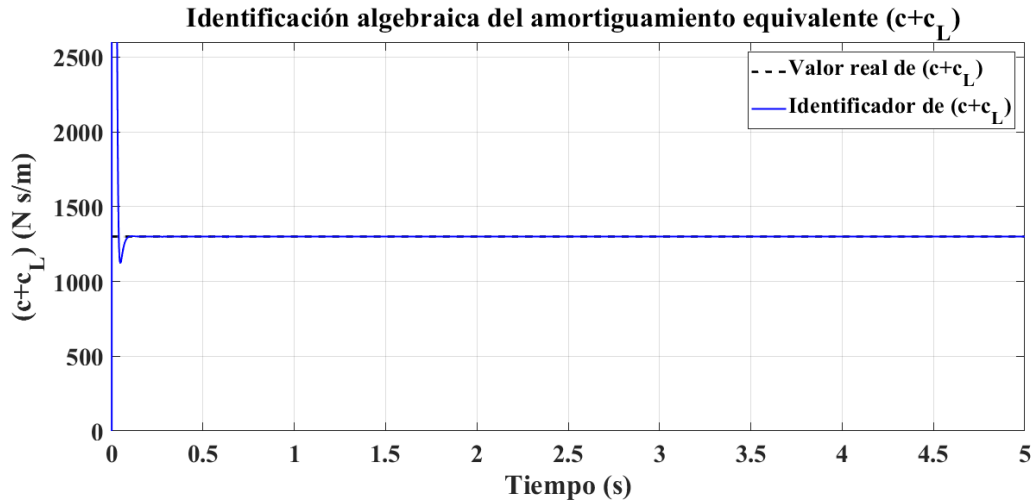


Figura 43. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento ($\frac{k_e I}{r}$), inductancia (L) resistencia equivalente ($R_e + R$), amortiguamiento equivalente ($c + c_L$) y masa equivalente (m_t) en un cuarto de vehículo basado en amortiguadores electromecánicos.

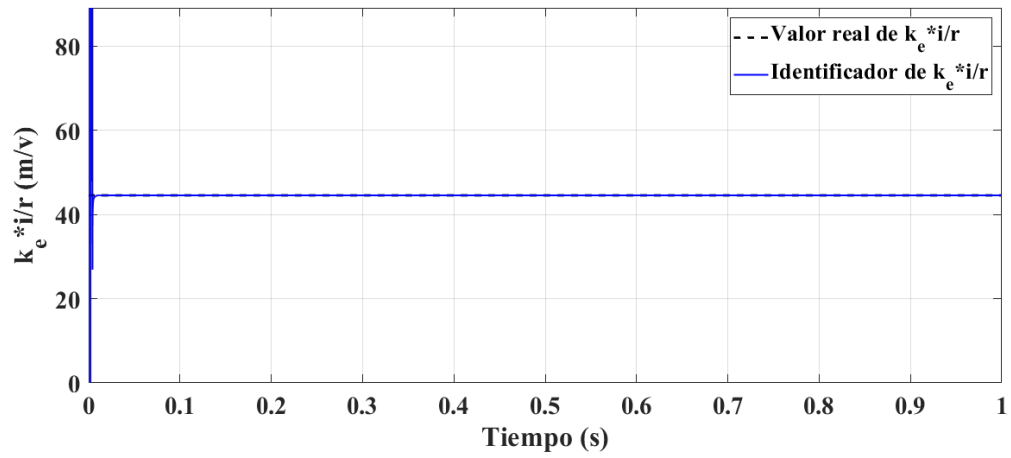
Las gráficas presentadas en la Figura 43 muestran el comportamiento de los identificadores en función del tiempo para parámetros como el factor de acoplamiento electromecánico, inductancia y resistencia del circuito electromecánico, además de incluir el identificador para el coeficiente de amortiguamiento equivalente. Los resultados demuestran una identificación satisfactoria para cada uno de estos parámetros, ya que cada estimación se da en un tiempo menor a 0.5 segundos para posteriormente mantenerse estable a lo largo del tiempo.

Es relevante mencionar que la inclusión de un amortiguador electromecánico puede influir en la rapidez de algunos estimadores, esto debido a que se consideran más parámetros relacionados con la masa y el amortiguamiento del dispositivo electromecánico. En este modelo específico se consideran 9 parámetros desconocidos. Esta influencia se refleja en los parámetros de masa del transductor regenerativo y el amortiguamiento equivalente en la suspensión, donde se observa un pequeño retraso en la estimación. Sin embargo, se destaca que este dispositivo no afecta a los identificadores del circuito de recolección de energía eléctrica.

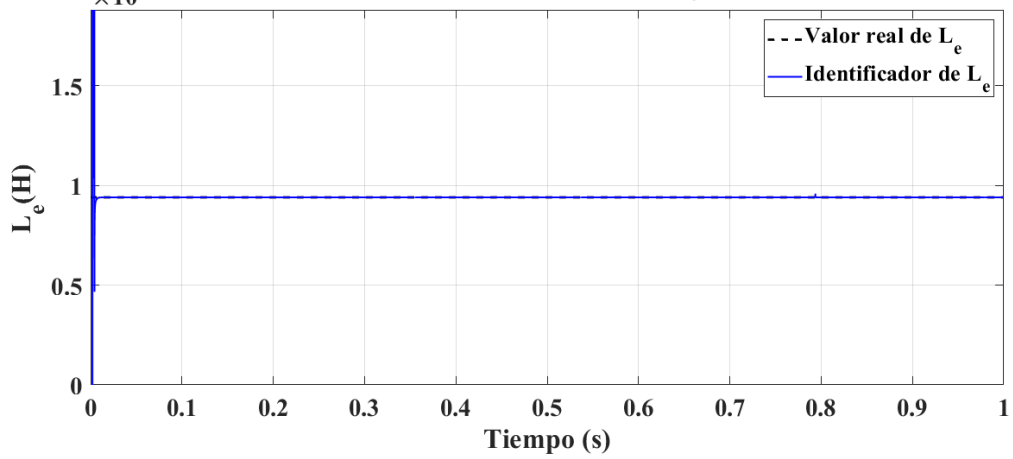
6.3.2 Simulaciones para medio vehículo basado en una suspensión electromecánica.

A continuación, se observan los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para un sistema de suspensión de medio vehículo, implementando una suspensión electromecánica.

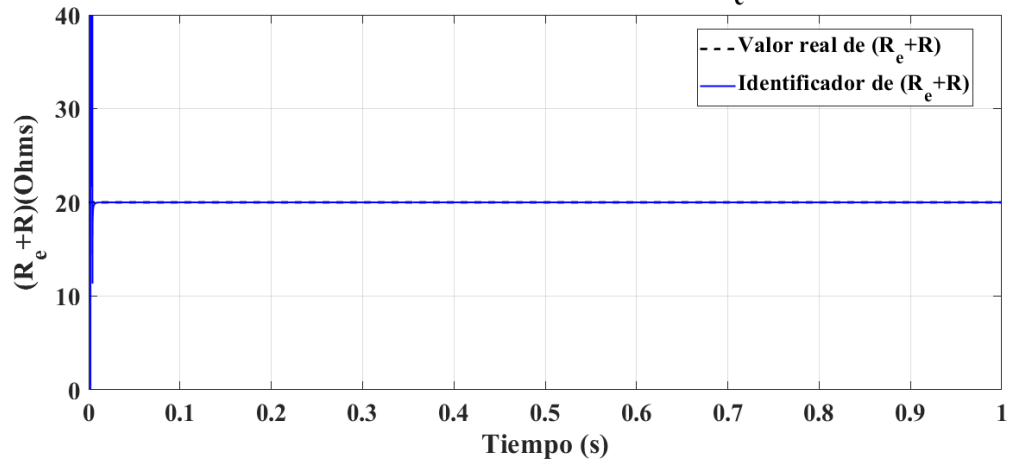
Identificación algebraica del factor de acoplamiento ($k_e i$)/r del amortiguador 2



Identificación algebraica de la inductancia L_e del amortiguador 2



Identificación algebraica de la resistencia equivalente ($R_e + R$) del amortiguador 2



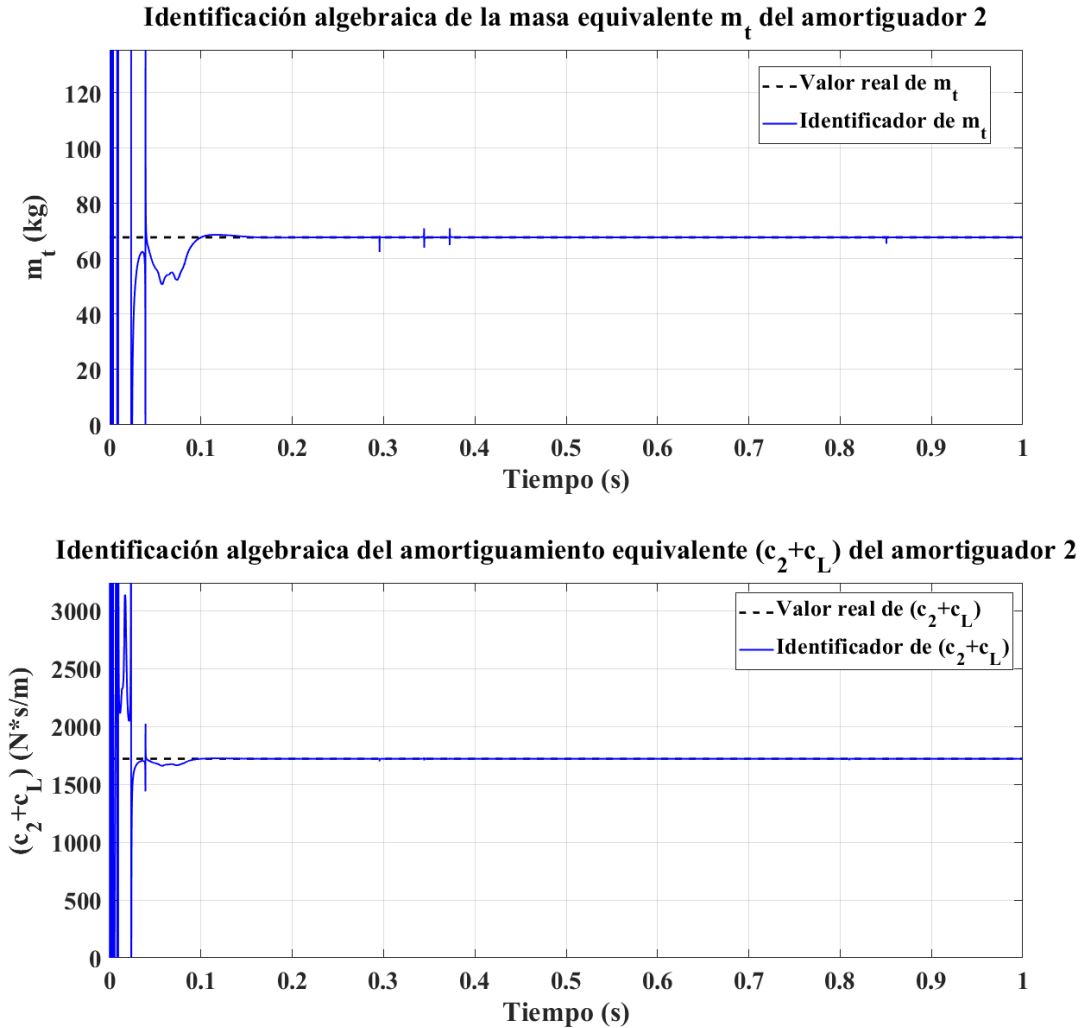
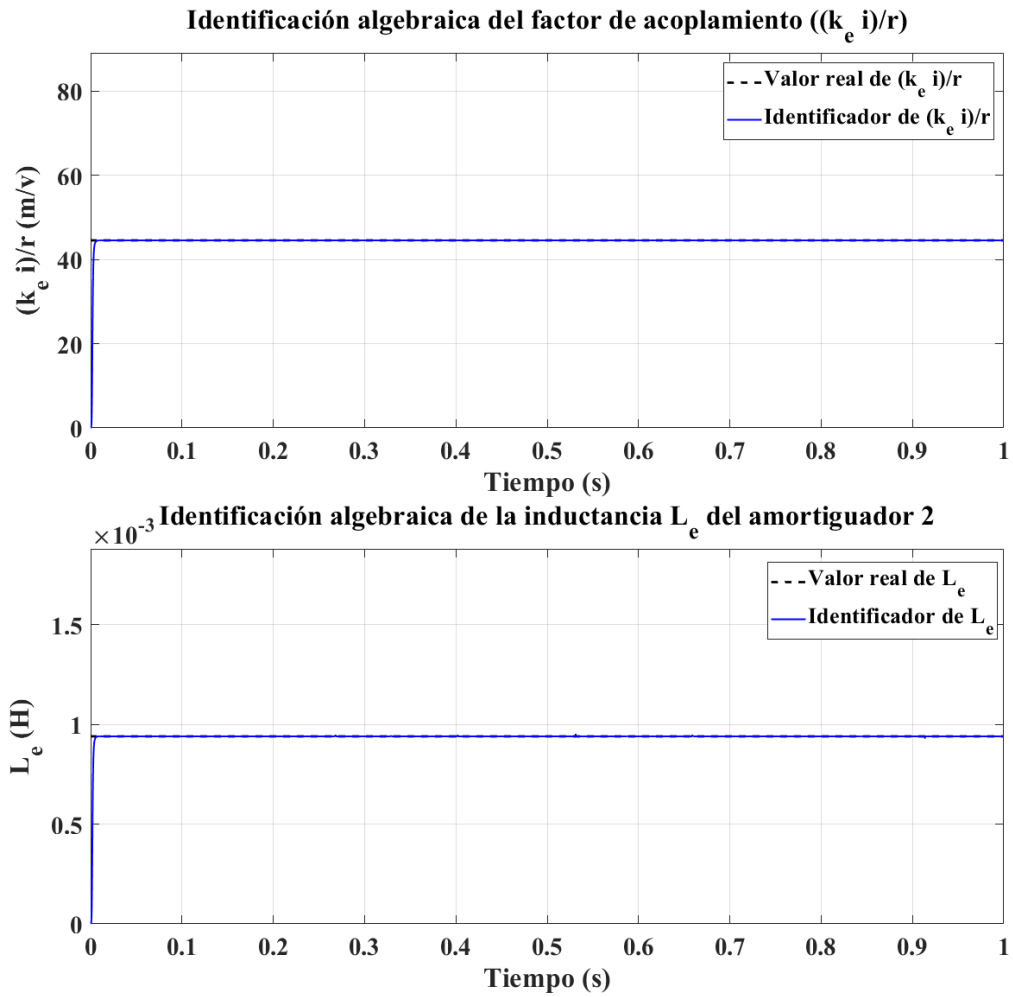


Figura 44. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento $(\frac{k_e i}{r})$, inductancia L_e , resistencia equivalente $(R_e + R)$, masa equivalente m_t y el amortiguamiento equivalente $(c_2 + c_L)$ en suspensión de medio vehículo basado en amortiguadores electromecánicos.

Las gráficas presentadas en la Figura 44 muestran el comportamiento de los identificadores en función del tiempo para los parámetros de factor de acoplamiento, inductancia, resistencia equivalente y masa del amortiguador electromecánico 2, además, se muestra la respuesta del identificador para el amortiguamiento equivalente en el mismo dispositivo. Los resultados reflejan una precisa identificación para cada uno de estos parámetros. Se observa que los identificadores del circuito de recolección de energía eléctrica son prácticamente instantáneos, con un tiempo menor a 0.1 segundos. Sin embargo, el aumento de parámetros influye en la respuesta de la masa y amortiguamiento equivalente, identificándose en un tiempo cercano a 0.1 segundos. Cabe mencionar que este modelo en particular se enfoca en la identificación de 18 parámetros desconocidos.

6.3.2 Simulaciones para el vehículo completo basado en una suspensión electromecánica.

A continuación, se observan los resultados de simulación de los identificadores desarrollados para un sistema del vehículo completo, implementando una suspensión electromecánica.



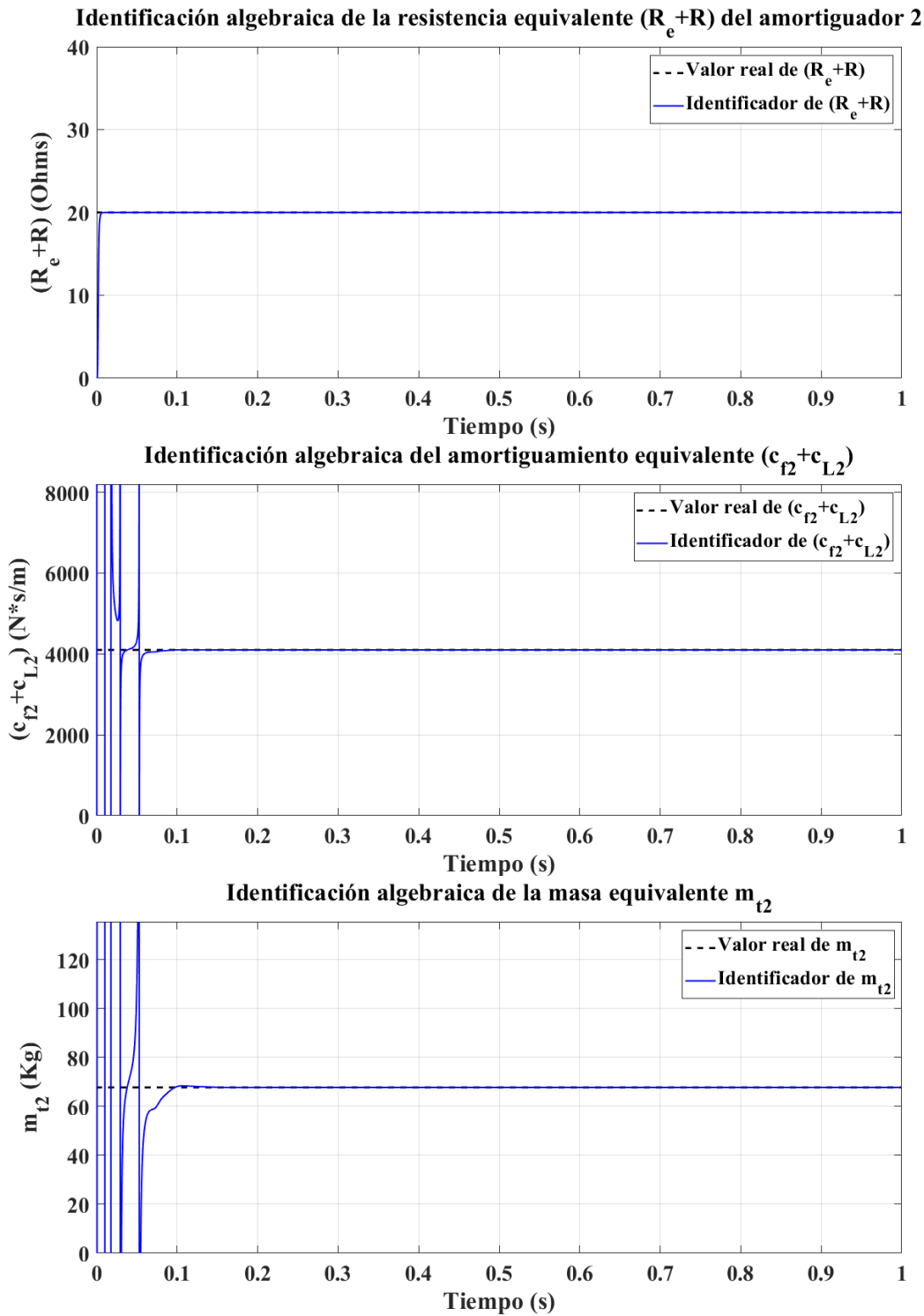


Figura 45. Identificación algebraica del parámetro de factor de acoplamiento $(\frac{k_e i}{r})$, inductancia L_e , resistencia equivalente $(R_e + R)$, masa equivalente m_{t2} y el amortiguamiento equivalente $(c_{f2} + c_L)$ en suspensión del vehículo completo basado en amortiguadores electromecánicos.

Las gráficas presentadas en la Figura 45 muestran el comportamiento del identificador en función del tiempo para los parámetros de factor de acoplamiento, inductancia, resistencia equivalente y masa del amortiguador electromecánico 2. Asimismo, se muestra la respuesta del identificador para el amortiguamiento en la suspensión 2. Los resultados demuestran una identificación satisfactoria para cada uno de estos parámetros. Se observa que los identificadores del circuito eléctrico de recolección de energía son prácticamente instantáneos, logrando converger en un tiempo menor a 0.1 segundos. Sin embargo, como se ha observado, el incremento de parámetros en el sistema influye en la respuesta de algunos estimadores, tal es el caso de la masa equivalente de los amortiguadores electromecánicos y el coeficiente de amortiguamiento equivalente de la suspensión, los cuales tienden a estabilizarse a partir de 0.1 segundos aproximadamente. Es importante señalar que este modelo específico involucra estimadores para 35 parámetros desconocidos.

CAPÍTULO 7

PRUEBA DE ROBUSTEZ Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARAMÉTRICA

Con los resultados obtenidos en el capítulo 6, se puede observar que el identificador es capaz de monitorear el valor de cada uno de los parámetros, ya sea para un cuarto de vehículo, medio vehículo y el vehículo completo, además, es capaz de reconocer los parámetros relacionados a los circuitos eléctricos de regeneración de energía dado por los amortiguadores electromagnéticos y electromecánicos.

En esta sección se busca observar el comportamiento del identificador al variar el valor de la masa equivalente del amortiguador electromecánico aplicado a la suspensión de un cuarto de vehículo, además de observar su comportamiento ante diferentes perfiles de carretera.

Para la prueba de robustez se usarán 5 perfiles de carretera, los cuales son: perfil de carretera armónico y carreteras de clase A, B, C y D, especificados en los apéndices A y B. Por otro lado, para el análisis de sensibilidad paramétrica se utilizará una función de distribución de probabilidad dada por la función Makedist en Matlab, la cual permitirá crear valores aleatorios con una variación de $\pm 15\%$ del valor real.

Cabe mencionar que al observar las excelentes respuestas de simulación en el capítulo 6, las pruebas se realizarán únicamente al parámetro de la masa equivalente, ya que se podría asumir que se cumplirá para los demás parámetros, o al menos para la mayoría. Las pruebas se muestran a continuación:

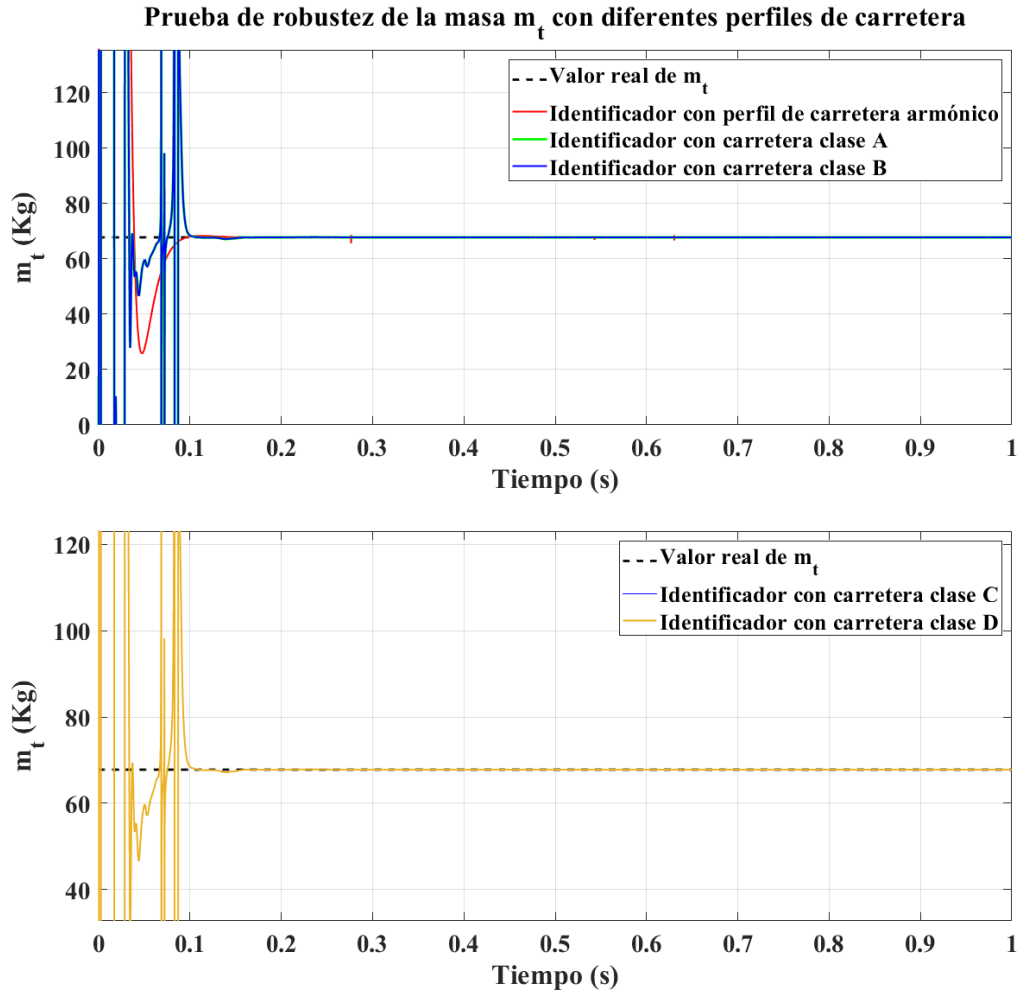


Figura 46. Prueba de robustez para el identificador de la masa equivalente m_t en un cuarto de vehículo implementando un amortiguador electromecánico.

Identificación algebraica de la masa equivalente m_t aplicando análisis de sensibilidad paramétrica

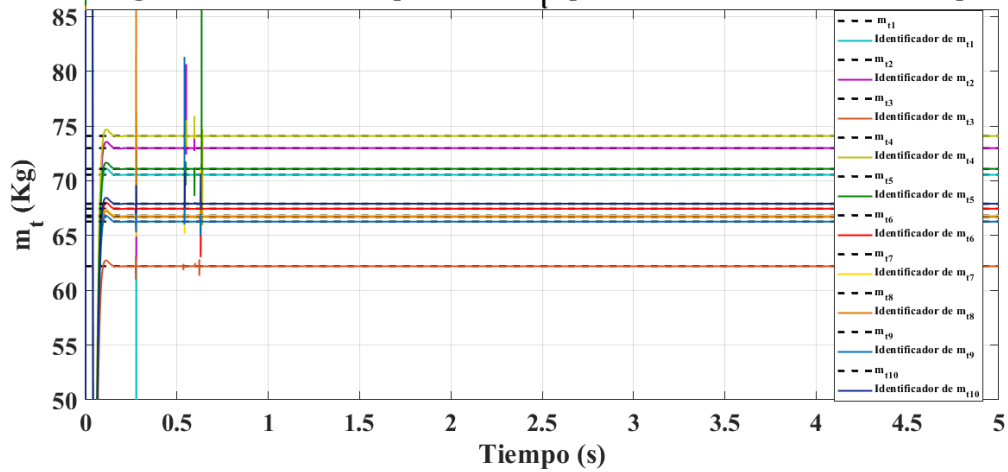


Figura 47. Análisis de sensibilidad paramétrica para el identificador de la masa m_t en un cuarto de vehículo implementando un amortiguador electromecánico.

Las gráficas presentadas en la Figura 46 muestran las respuestas generadas por el identificador desarrollado para la masa equivalente del amortiguador electromecánico en el modelo de un cuarto de vehículo. Los resultados obtenidos reflejan la gran robustez del identificador al someter al sistema a distintos perfiles de carretera. Es importante señalar que la línea punteada corresponde al valor real del parámetro, mientras que las líneas continuas representan el desempeño del identificador frente a diversas perturbaciones de entrada.

Como se puede observar, el identificador logra converger con el valor real del parámetro en un tiempo menor a 0.2 segundos, independientemente del perfil de carretera al cual se someta el sistema. Con esto se comprueba la eficacia del estimador ante variadas condiciones de operación, validando su capacidad de enfrentar las perturbaciones de entrada presentadas en este documento.

En cuanto a la gráfica presentada en la Figura 47, se muestra el desempeño del identificador frente a variaciones en el valor real de la masa. En esta prueba, se generan 10 valores aleatorios a partir de una función de distribución de probabilidad con una variación de $\pm 15\%$ respecto al valor real. Los resultados obtenidos muestran la eficacia del identificador cuando el parámetro experimenta cambios en su valor óptimo.

Aunque pueden existir ciertos comportamientos en el identificador para cada variación, este demuestra la capacidad de mantenerse estable en un tiempo menor a 1 segundo, sin importar la magnitud de la variación considerada. Con esto se respalda la eficacia del identificador en la monitorización de parámetros ante ciertas incertidumbres paramétricas.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIÓN

La presente investigación se centró en el desarrollo de identificadores algebraicos mediante la aplicación de la técnica de identificación algebraica, cuya función es estimar parámetros desconocidos en sistemas de suspensión automotriz regenerativa, en modelos de entre 2 y 11 grados de libertad. Dichos parámetros son rigideces, coeficientes de amortiguamiento, momentos de inercia, masas y parámetros en los circuitos eléctricos de recolección de energía, con el objetivo de monitorear y optimizar el rendimiento de dichos sistemas.

Tras un desarrollo detallado y la presentación de simulaciones en los capítulos 6 y 7, se muestra que los identificadores propuestos en los diferentes modelos logran converger eficazmente a los valores reales de los parámetros del sistema. Estos identificadores utilizan las posiciones verticales y angulares de las masas del sistema, así como el voltaje generado, como datos de entrada. Es importante destacar que los identificadores de los parámetros en los circuitos eléctricos son más estables que los del sistema de suspensión, sin embargo, todos los parámetros logran converger en un tiempo menor a 1 segundo.

Durante el análisis, se observaron factores que influyen en la rapidez y estabilidad del identificador. Estos factores incluyen el método y paso de integración utilizado tanto para el cálculo de la respuesta del sistema como para los identificadores algebraicos, así como los parámetros desconocidos a estimar en el modelo matemático. Estos factores también pueden influir en el comportamiento transitorio al inicio de los identificadores, siendo más evidente en modelos que incorporan amortiguadores electromecánicos, debido a la presencia de más parámetros desconocidos. Cabe mencionar que este trabajo se realizó en modelos con un mínimo de 5 y un máximo de 35 parámetros desconocidos, todos identificados eficazmente.

Los resultados validan la rapidez inherente del método, respaldando la hipótesis planteada y alcanzando en su totalidad los objetivos propuestos. Además, las pruebas de robustez y análisis de sensibilidad paramétrica demuestran la eficiencia del método al identificar los parámetros en diversos modos de operación, como perfiles de carretera aleatorios e incertidumbre en los parámetros.

Estos resultados respaldan la capacidad del método para adaptarse a condiciones variables y resaltan su utilidad en entornos dinámicos. La investigación no solo contribuye al conocimiento y la optimización de sistemas de suspensión regenerativa, sino que también destaca la aplicabilidad y fiabilidad de la técnica de identificación algebraica demostrando su utilidad para futuras investigaciones y aplicaciones prácticas.

8.1 Trabajos futuros

A continuación, se presentan algunos proyectos a futuro que podrían mejorar algunos aspectos del presente trabajo de investigación, así como ampliar su alcance.

- Desarrollar identificadores para una suspensión regenerativa basada en amortiguadores electrohidráulicos, con el fin de abarcar todas las suspensiones regenerativas existentes hasta el momento.
- Llevar la identificación algebraica desarrollada a la experimentación, tanto para un vehículo de suspensión pasiva como para vehículos que incorporan suspensiones regenerativas.
- Realizar una comparación entre los resultados obtenidos de forma teórica y los resultados experimentales para demostrar la efectividad de los identificadores.

APÉNDICE A

PERFILES DE CARRETERA

La excitación armónica de la carretera está dada por la ecuación:

$$x_r(t) = 0.1\text{sen}(50t) \quad (\text{A.1})$$

La cual representa el desplazamiento adquirido en la base del sistema que va de $\pm 0.1 \text{ m}$ y se muestra en la Figura 48:

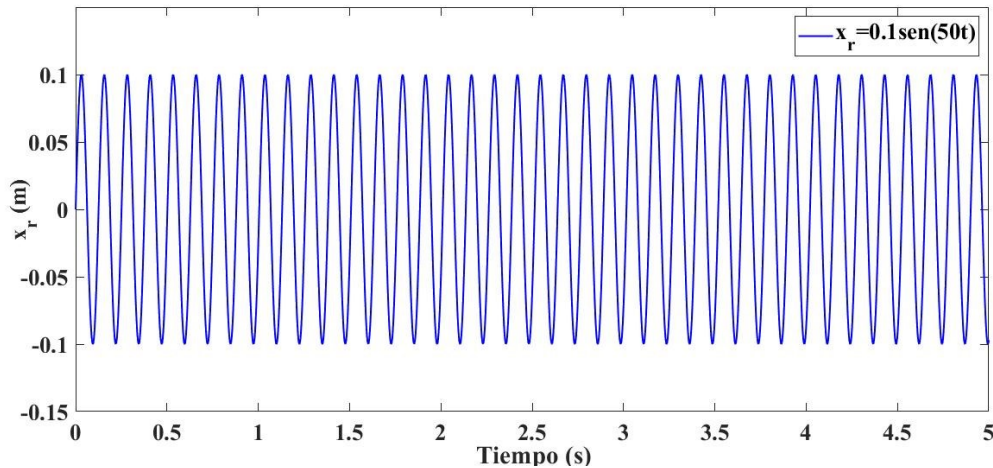


Figura 48. Perfil de carretera $x_r(t)$ tipo armónico.

Por su parte, los perfiles de carretera artificiales se pueden crear a partir de la aproximación de la ecuación diferencial estocástica (A.2):

$$\dot{x}_g(t) = -2\pi f_0 x_g(t) + 2\pi n_0 W(t) \sqrt{G_x(n_0) V(t)} \quad (\text{A.2})$$

donde $f_0=0.0628$ Hz representa la frecuencia de corte, $n_0 = 0.1 \text{ m}^{-1}$ es la frecuencia espacial de referencia, $G_x(n_0)$ es el coeficiente de rugosidad de la carretera especificado por la norma ISO 8608, $V(t)$ es la velocidad de conducción del vehículo dada por 20 Km/h, $W(t)$ es un proceso estocástico estacionario (ruido blanco gaussiano) con media temporal igual a cero y finalmente, $x_g(t)$ es el perfil irregular de la carretera. Nótese que de (A.2) se puede observar que los niveles de intensidad de vibración en el vehículo dependen fuertemente de la rugosidad de la carretera $G_x(n_0)$ y de la velocidad de conducción del vehículo $V(t)$.

En la Tabla 4 se observan los valores necesarios para obtener las excitaciones estocásticas de la carretera:

Tabla 4. Niveles de rugosidad de la carretera según la norma ISO 8608.

Grado de perfil de la carretera	$G_x(n_0)(10^{-6})(m^3)$ $n_0 = 0.1 [m^{-1}]$ Media geométrica
Clase A	16
Clase B	46
Clase C	256
Clase D	1024
Clase E	4096
Clase F	65536
Clase G	262144

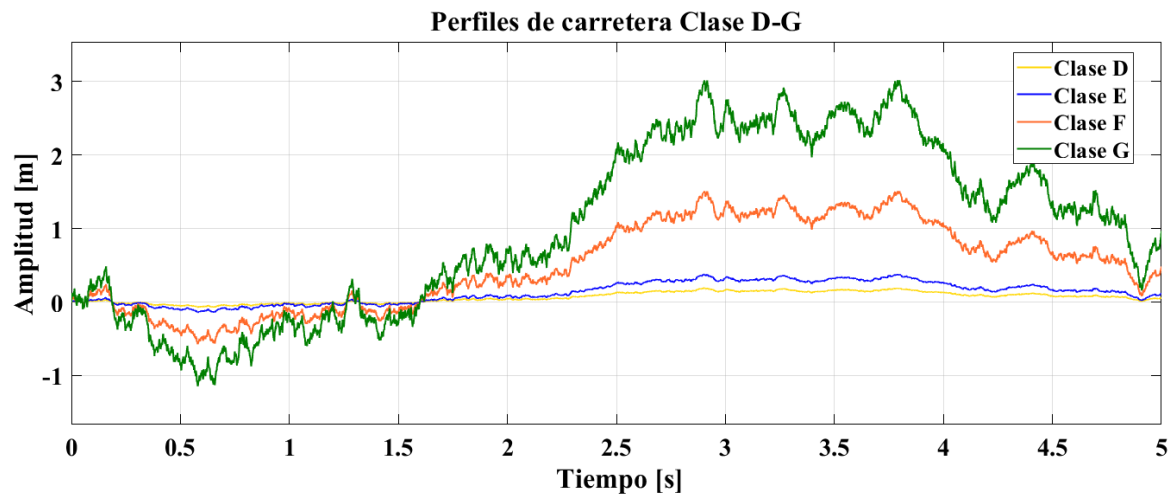
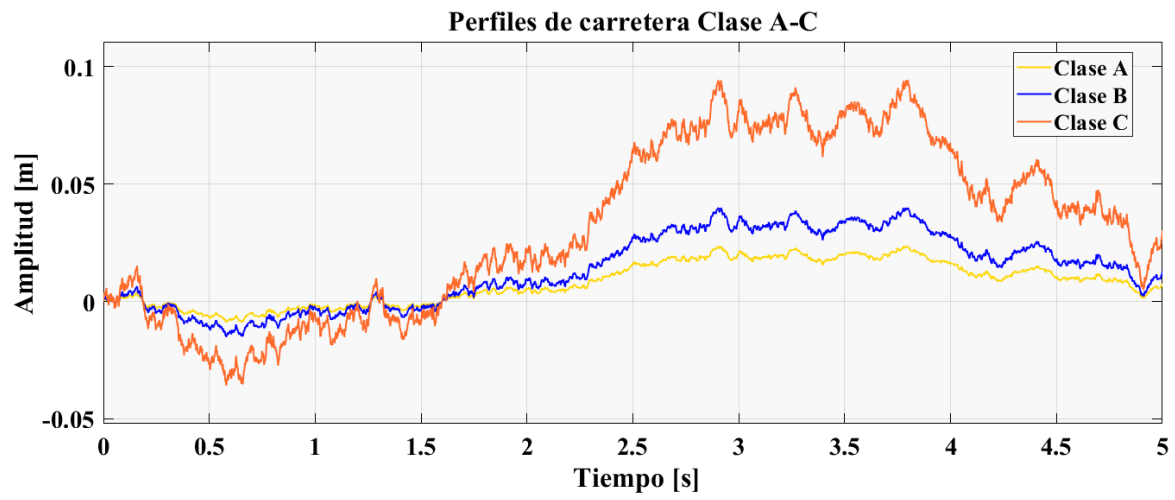


Figura 49. Perfiles artificiales de carretera de Clase A-C y Clase D-G.

APÉNDICE B

PARÁMETROS

En las siguientes tablas se muestran los parámetros de los sistemas de suspensión a considerar tanto para un cuarto de vehículo, medio vehículo y vehículo completo, así como los parámetros que se utilizarán para el amortiguador electromagnético y electromecánico:

Tabla 5. Parámetros para el sistema de suspensión de un cuarto de vehículo.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
m_s	Masa de la carrocería	216.75	kg
m_u	Masa del neumático	28.85	kg
k_s	Coficiente de rigidez de la suspensión	21700	$\frac{N}{m}$
c	Coficiente de amortiguamiento de la suspensión	1 200	$\frac{Ns}{m}$
k_t	Coficiente de rigidez del neumático	184 000	$\frac{N}{m}$

Tabla 6. Parámetros de medio vehículo.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
m_s	Masa de la carrocería	730	kg
m_1	Masa de la rueda delantera	40	kg
m_2	Masa de la rueda trasera	35.3	kg

k_1	Coeficiente de rigidez de la suspensión derecha	19 960	$\frac{N}{m}$
k_2	Coeficiente de rigidez de la suspensión izquierda	17 500	$\frac{N}{m}$
c_1	Coeficiente de amortiguamiento de la suspensión derecha	1 290	$\frac{Ns}{m}$
c_2	Coeficiente de amortiguamiento de la suspensión izquierda	1 620	$\frac{Ns}{m}$
k_{t1}	Coeficiente de rigidez del neumático derecho	175 500	$\frac{N}{m}$
k_{t2}	Coeficiente de rigidez del neumático izquierdo	175 500	$\frac{N}{m}$
I	Momento de inercia de la carrocería	2 460	$kg\ m^2$
d_1	Distancia del C.G al eje derecho	1.011	m
d_2	Distancia del C.G al eje izquierdo	1.803	m

Tabla 7. Parámetros de un vehículo completo.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
m	Masa de la carrocería	1450	kg
I_y	Inercia de cabeceo del vehículo	2750	$kg\ m^2$
I_x	Inercia de balanceo del vehículo	610	$kg\ m^2$
m_1, m_2	Masa de las ruedas delanteras	39	kg
m_3, m_4	Masa de las ruedas traseras	32	kg
k_{f1}, k_{f2}	Coeficiente de rigidez de las suspensiones delanteras	30 000	$\frac{N}{m}$
k_{r3}, k_{r4}	Coeficiente de rigidez de las suspensiones traseras	18 000	$\frac{N}{m}$
c_{f1}, c_{f2}	Coeficiente de amortiguamiento de las suspensiones delanteras	4 000	$\frac{Ns}{m}$
c_{r3}, c_{r4}	Coeficiente de amortiguamiento de las suspensiones traseras	3 000	$\frac{Ns}{m}$

k_{tf1}, k_{tf2}	Coefficiente de rigidez de los neumáticos delanteros	200 000	$\frac{N}{m}$
k_{tr1}, k_{tr2}	Coefficiente de rigidez de los neumáticos traseros	190 000	$\frac{N}{m}$
a_1	Distancia del C.G a las suspensiones delanteras	1.06	m
a_2	Distancia del C.G a las suspensiones traseras	1.7	m
b_1	Distancia del C.G a las suspensiones de la derecha	0.7	m
b_2	Distancia del C.G a las suspensiones de la izquierda	0.7	m

Tabla 8. Parámetros del circuito eléctrico recolector de energía de un amortiguador electromagnético.

Parámetro	Valor
Bl	2.8 [Tm]
L_e	0.00415 [H]
R_e	10 [Ω]
R	10 [Ω]

Tabla 9. Parámetros del circuito eléctrico recolector de energía de un amortiguador electromecánico.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
m_{tp}	Masa del bloque de la placa superior	3.722	Kg
m_p	Masa del engrane planetario	0.049	Kg
Bl	Coefficiente de acoplamiento electromagnético	6.5	Tm
R_e	Resistencia de la bobina	10	Ω
R	Resistencia de carga externa	10	Ω
L	Inductancia interna de la bobina	$9.4e^{-4}$	H

i	Relación de engranajes	22.6	---
J_{FW}	Coefficiente de inercia rotacional del volante	$6.65e^{-2}$	$kg\ m^2$
J_{am}	Coefficiente de inercia rotacional del brazo impulsor	$1.92e^{-4}$	$kg\ m^2$
J_{pcr}	Coefficiente de inercia rotacional del portador de engranajes planetarios	$5.64e^{-7}$	$kg\ m^2$
J_p	Coefficiente de inercia rotacional del engranaje planetario	$5.6e^{-7}$	$kg\ m^2$
J_g	Coefficiente de inercia rotacional del generador	$5.75e^{-6}$	$kg\ m^2$
J_s	Coefficiente de inercia rotacional del engranaje solar	$2.45e^{-7}$	$kg\ m^2$
r_p	Radio del engranaje planetario	0.00925	m
r	Radio equivalente	0.033	m
r_g	Radio del rotor del generador	0.01	m
c_L	Coefficiente de amortiguamiento equivalente	100	$\frac{Ns}{m}$
η_{tp}	Eficiencia del bloque de la placa superior	92	%
η_p	Eficiencia del engranaje planetario	80	%
η_g	Eficiencia del generador	65	%
k_e	Constante del generador	0.065	$\frac{V}{rad}$

REFERENCIAS

- [1] M. Canales, W. Paucar, and N. Juipa, “MÉTODO DE INVESTIGACIÓN PARA INGENIERÍAS BASADO EN LA METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA RESEARCH METHOD FOR ENGINEERING BASED ON THE METHODOLOGY OF SCIENTIFIC RESEARCH,” Perú, 2017.
- [2] Rangel Gil, “MODELACIÓN, IDENTIFICACIÓN Y CONTROL DE SUSPENSIONES AUTOMOTRICES DE DIFERENTE ESTRUCTURA CINEMÁTICA,” 2002.
- [3] M. C. Smith, “Synthesis of mechanical networks: The inerter,” *IEEE Trans Automat Contr*, vol. 47, no. 10, pp. 1648–1662, Oct. 2002, doi: 10.1109/TAC.2002.803532.
- [4] S. Kline and S. Iii, “Vehicle Sprung Mass Parameter Estimation Using an Adaptive Polynomial-Chaos Method,” 2008.
- [5] Chávez Esteban, Cabrera Álvaro, Castillo Rafael, and Pablo José, “Identificación Algebraica en Línea de los Coeficientes de Amortiguamiento y Rigidez de una Suspensión Pasiva de un Cuarto de Automóvil,” 2017.
- [6] Y. Hu, M. Z. Q. Chen, and Z. Shu, “Passive vehicle suspensions employing inerters with multiple performance requirements,” *J Sound Vib*, vol. 333, no. 8, pp. 2212–2225, Apr. 2014, doi: 10.1016/j.jsv.2013.12.016.
- [7] J. Yang *et al.*, “A semi-active suspension using a magnetorheological damper with nonlinear negative-stiffness component,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 147, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.ymssp.2020.107071.
- [8] D. Hernandez-Alcantara, R. Morales-Menendez, L. Amezcuita-Brooks, O. Sename, and L. Dugard, “Fault Estimation Methods for Semi-Active Suspension Systems,” 2015. [Online]. Available: <https://hal.science/hal-01233700>
- [9] H. Du and N. Zhang, “ H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay,” *J Sound Vib*, vol. 301, no. 1–2, pp. 236–252, Mar. 2007, doi: 10.1016/j.jsv.2006.09.022.
- [10] Z. Zhang *et al.*, “A high-efficiency energy regenerative shock absorber using supercapacitors for renewable energy applications in range extended electric vehicle,” *Appl Energy*, vol. 178, pp. 177–188, Sep. 2016, doi: 10.1016/j.apenergy.2016.06.054.
- [11] E. Barredo-Hernández, J. G. Mendoza-Larios, I. A. Maldonado-Bravo, J. Mayén-Chaires, and C. Mazón-Valadez, “Amortiguadores regenerativos para sistemas de suspensión

- automotriz: Una revisión,” *Cultura Científica y Tecnológica*, vol. 19, no. 1, 2022, doi: 10.20983/culcyt.2022.1.3.2.
- [12] J. H. Kim, Y. J. Shin, Y. Do Chun, and J. H. Kim, “Design of 100W Regenerative Vehicle Suspension to Harvest Energy from Road Surfaces,” *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, vol. 19, no. 7, pp. 1089–1096, Jul. 2018, doi: 10.1007/s12541-018-0129-5.
- [13] R. Shashank *et al.*, “Design and development of suspension system for power generation,” in *Materials Today: Proceedings*, Elsevier Ltd, 2020, pp. 758–763. doi: 10.1016/j.matpr.2020.11.164.
- [14] B. Lafarge, S. Grondel, C. Delebarre, O. Curea, and C. Richard, “Linear electromagnetic energy harvester system embedded on a vehicle suspension: From modeling to performance analysis,” *Energy*, vol. 225, Jun. 2021, doi: 10.1016/j.energy.2021.119991.
- [15] R. Zhou *et al.*, “Experimental validations of a magnetic energy-harvesting suspension and its potential application for self-powered sensing,” *Energy*, vol. 239, Jan. 2022, doi: 10.1016/j.energy.2021.122205.
- [16] A. Tonoli, N. Amati, J. G. Detoni, R. Galluzzi, and E. Gasparin, “Modelling and validation of electromechanical shock absorbers,” *Vehicle System Dynamics*, vol. 51, no. 8, pp. 1186–1199, Aug. 2013, doi: 10.1080/00423114.2013.789538.
- [17] R. Zhang, X. Wang, and Z. Liu, “A novel regenerative shock absorber with a speed doubling mechanism and its Monte Carlo simulation,” *J Sound Vib*, vol. 417, pp. 260–276, Mar. 2018, doi: 10.1016/j.jsv.2017.12.017.
- [18] Z. Wang, T. Zhang, Z. Zhang, Y. Yuan, and Y. Liu, “A high-efficiency regenerative shock absorber considering twin ball screws transmissions for application in range-extended electric vehicles,” *Energy and Built Environment*, vol. 1, no. 1, pp. 36–49, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.enbenv.2019.09.004.
- [19] A. Ali, L. Qi, T. Zhang, H. Li, A. Azam, and Z. Zhang, “Design of novel energy-harvesting regenerative shock absorber using barrel cam follower mechanism to power the auxiliaries of a driverless electric bus,” *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, vol. 48, Dec. 2021, doi: 10.1016/j.seta.2021.101565.
- [20] Z. Fang, X. Guo, L. Xu, and H. Zhang, “Experimental study of damping and energy regeneration characteristics of a hydraulic electromagnetic shock absorber,” *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 2013, 2013, doi: 10.1155/2013/943528.
- [21] C. Li and P. W. Tse, “Fabrication and testing of an energy-harvesting hydraulic damper,” *Smart Mater Struct*, vol. 22, no. 6, Jun. 2013, doi: 10.1088/0964-1726/22/6/065024.
- [22] Y. Zhang, X. Zhang, M. Zhan, K. Guo, F. Zhao, and Z. Liu, “Study on a novel hydraulic pumping regenerative suspension for vehicles,” *J Franklin Inst*, vol. 352, no. 2, pp. 485–499, Feb. 2015, doi: 10.1016/j.jfranklin.2014.06.005.

- [23] R. Shashank *et al.*, “Design and development of suspension system for power generation,” *Mater Today Proc*, vol. 42, pp. 758–763, Jan. 2021, doi: 10.1016/J.MATPR.2020.11.164.
- [24] Leonard. Meirovitch, *Fundamentals of vibrations*. McGraw-Hill, 2001.
- [25] Savaresi S.M., Poussot-Vassal C., Spelta C., Sename O., and Dugard L., “Semi-Active Suspension Control Design for Vehicles,” 2010.
- [26] Kanchwala Husain, “Studies in simplified dynamic modeling and characterization of vehicle suspensions,” 2017, doi: 10.13140/RG.2.2.24159.00168.
- [27] J. H. Ezeta, A. Mandow, and A. G. Cerezo, “Los sistemas de suspension activa y semiactiva: Una revision,” *RIAI - Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial*, vol. 10, no. 2, pp. 121–132, 2013, doi: 10.1016/j.riai.2013.03.002.
- [28] R. Zhou *et al.*, “Design, analysis and prototyping of a magnetic energy-harvesting suspension for vehicles,” *Smart Mater Struct*, vol. 29, no. 10, Oct. 2020, doi: 10.1088/1361-665X/aba538.
- [29] H. D. Rojas, H. E. Rojas, and J. A. Cortés, “Algebraic parameter identification assisted by GPI observers for a helicopter with two degrees of freedom,” *Informacion Tecnologica*, vol. 29, no. 5, pp. 3–18, Oct. 2018, doi: 10.4067/S0718-07642018000500003.
- [30] R. Zhang and X. Wang, “Parameter study and optimization of a half-vehicle suspension system model integrated with an arm-teeth regenerative shock absorber using Taguchi method,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 126, pp. 65–81, Jul. 2019, doi: 10.1016/j.ymssp.2019.02.020.
- [31] L. A. Thon, “Electromagnetismo,” 2014.
- [31] Zhang R, “A Study of Vehicle Regenerative Shock Absorber,” 2019.