



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

REGENERACIÓN DE ENERGÍA VIBRATORIA EN VEHÍCULOS USANDO TRANSDUCTORES PIEZOELÉCTRICOS

TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO AUTOMOTRIZ

PRESENTA:

AMAURY JIMÉNEZ LORENZANO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ GABRIEL MENDOZA LARIOS

H. Cd. de Huajuapán De León, Oaxaca, México; febrero de 2024.

DEDICATORIA

Dedicado

A mi hermosa madre Ruth, a mi tía Nancy, a mi novia Mariana, a mi familia, a mi tío Iván, a mis hermanos Checo, Lichi y Varito, a todos mis amigos, a todos los que fueron parte de esta etapa.

Los quiero.

AGRADECIMIENTOS

Primero que nada, agradezco a Dios por permitirme desarrollar este proyecto de investigación y por el regalo de la vida.

Agradezco a mi motor más grande en la vida, mi hermosa madre, te doy las gracias por siempre motivarme a dar el extra en la vida, por tus grandiosos consejos, por siempre estar ahí cuando más te he necesitado y por siempre darme esa palmadita en la espalda para seguir adelante a pesar de las circunstancias. Sin ti nada de esto sería posible, te amo infinitamente mamá.

Doy gracias a mi tía Nancy, quien, a pesar de no estar físicamente presente en esta vida, sigue motivándome su ejemplo, sabiduría y su infinito amor. La vida es bella, mi guerrera incansable.

A mis tíos y abuelita, les doy las gracias por sus sabios consejos y buenos deseos siempre presentes. En especial, quiero agradecer a mi tío Ivan, quien para mí es un ejemplo a seguir y ha sido una parte fundamental en la culminación de mi carrera universitaria.

A el Dr. Eduardo Barredo Hernández y a el Dr. José Gabriel Mendoza Larios por la confianza y los conocimientos compartidos.

A mi novia Mariana, por su maravillosa compañía durante este proceso, por motivarme siempre y “echarme flores”, te amo, chiquita.

A mi perrita Chuleta, por ese amor incontrolable en su corazoncito que siempre me anima.

Muchas gracias.

RESUMEN

En la búsqueda constante por mejorar la eficiencia energética y reducir la dependencia de combustibles fósiles en la industria automotriz, ha surgido un interés creciente en el desarrollo de tecnologías de regeneración de energía en vehículos; una de estas tecnologías prometedoras es la regeneración de energía piezoeléctrica en suspensiones automotrices.

Por otro lado, las suspensiones automotrices juegan un papel crucial en el confort y la seguridad de los vehículos, al absorber las irregularidades del terreno y mantener la estabilidad del chasis; sin embargo, gran parte de la energía cinética generada durante la movilidad del vehículo se disipa en forma de calor en los sistemas de amortiguación convencionales. La integración de materiales piezoeléctricos en las suspensiones automotrices abre la posibilidad de capturar y aprovechar una parte de esta energía y utilizarla en otros subsistemas de bajo consumo de potencia eléctrica.

Para lograr dicha integración piezoeléctrica, en esta tesis se presenta un análisis exhaustivo de las suspensiones automotrices compuestas por transductores piezoeléctricos con el fin de analizar el potencial de regeneración de energía piezoeléctrica considerando las principales dinámicas que afectan al vehículo, así como, los perfiles de carretera estocásticos estacionarios y no estacionarios con el objetivo de realizar simulaciones lo más apegadas a la realidad, y así evaluar la viabilidad de este método de recolección energía. Adicionalmente, se utiliza tanto el balance de energía estocástica como el método de simulación de Monte Carlo para revelar la influencia paramétrica en la función de respuesta en frecuencia de la potencia eléctrica cosechada por el transductor piezoeléctrico. Con los parámetros óptimos del dispositivo piezoeléctrico, se realizan simulaciones numéricas en Matlab/Simulink considerando los patrones de conducción del vehículo con la finalidad de revelar la potencia eléctrica total cosechada por los transductores del modelo de vehículo completo. Finalmente, se proporcionan no solo las conclusiones del trabajo de investigación, sino también los posibles trabajos futuros.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS	8
ÍNDICE DE TABLAS	10
CAPÍTULO 1	11
1.1. INTRODUCCIÓN	11
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
1.3. OBJETIVOS.....	13
1.4. JUSTIFICACIÓN.....	14
1.5. HIPÓTESIS.....	15
CAPÍTULO 2	16
2.1. ESTADO DEL ARTE.....	16
2.2. MARCO TEÓRICO.....	31
CAPÍTULO 3: MODELOS MATEMÁTICOS	41
3.1. MODELO MATEMÁTICO DE UN CUARTO DE VEHÍCULO CON TRANSDUCTOR PIEZOELÉCTRICO ACOPLADO	41
3.2. MODELO MATEMÁTICO DE LA MITAD DEL VEHÍCULO	44
3.3. MODELO MATEMÁTICO DEL VEHÍCULO COMPLETO	47
3.4. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA	51
3.5. FUNCIÓN DE RESPUESTA EN FRECUENCIA	52
3.6. SIMULACIÓN MONTE CARLO	53
3.7. NORMA \mathcal{H}_2	54
3.8. ÍNDICES DE RENDIMIENTO DINÁMICO DE LAS SUSPENSIONES AUTOMOTRICES.....	58
CAPÍTULO 4: SIMULACIÓN NUMÉRICA Y RESULTADOS	61
4.1. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN CUARTO DE VEHÍCULO.....	61
4.2. ANÁLISIS DE LA POTENCIA ELECTRICA RECOLECTADA EN EL MODELO DINÁMICO DE UN CUARTO, MEDIO Y DE VEHÍCULO COMPLETO.....	70
4.3. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO CON CICLOS DE CONDUCCIÓN...	73
4.4. SIMULACIÓN DEL MODELO DINÁMICO DEL VEHÍCULO COMPLETO CON SUSPENSIONES Y NEUMÁTICOS PIEZOELÉCTRICOS.....	80
CONCLUSIONES	89
APÉNDICE	91
REFERENCIAS.....	95

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Estructura mecánica en voladizo de generadores piezoeléctricos con construcción a) unimorfo y b) bimorfo (Sezer & Koç, 2021a)	18
Figura 2. Estructura del platillo: (a) vista transversal y (b) vista superior (Arnold et al., 2011).....	18
Figura 3. Estructura tipo pila en a) serie y b) paralelo (Li et al., 2018)	19
Figura 4. Modos de operación de los transductores piezoeléctricos (Sezer & Koç, 2021a).	20
Figura 5. Circuito de Extracción de Carga Eléctrica Síncrona (SECE) (X. Wang, 2016a).	23
Figura 6. Interruptor Síncrono en Inductor en paralelo (SSHI-Paralelo) (X. Wang, 2016a).	24
Figura 7. Circuito Estándar (X. Wang, 2016a).....	24
Figura 8. Interruptor Síncrono en Inductor en serie (SSHI-Series) (X. Wang, 2016a).....	25
Figura 9. Diagrama de flujo de funcionamiento de un sistema de monitoreo de presión de neumáticos (TPMS).	27
Figura 10. Amortiguador piezoeléctrico de recolección de energía (PEHSA) (Lee et al., 2013).	28
Figura 11. Modelo de la mitad del vehículo completo(Al-Yafeai et al., 2019).	29
Figura 12. a) Mecanismo de palanca del material piezoeléctrico, b) Representación gráfica de un cuarto de vehículo y c) Modelo de un cuarto de vehículo (Xie & Wang, 2015).....	29
Figura 13. Grados de libertad del cuerpo de un vehículo sin restricciones (E. Barredo, 2019).	31
Figura 14. Representación de un sistema de suspensión en un cuarto de vehículo (E. Barredo, 2019).....	32
Figura 15 Modelo de una cuarta parte del vehículo.	34
Figura 16. Modelo de una cuarta parte del vehículo con transductor piezoeléctrico acoplado.....	41
Figura 17. Circuito de recolección de energía piezoeléctrica básico (X. Wang, 2016a).	43
Figura 18. Modelo de la mitad del vehículo.	45
Figura 19. Modelo del sistema de suspensión del vehículo completo.	48
Figura 20. Relación de desplazamiento de las masas M_s y M_{us} con respecto a la excitación de entrada Y en un rango de frecuencia de ω	62
Figura 21. Relación del voltaje recolectado con respecto a la excitación de entrada en un rango de frecuencia ω	63
Figura 22. Simulación Monte Carlo de la respuesta en frecuencia del modelo matemático de un cuarto de vehículo sin variación.....	64
Figura 23. Simulación Monte Carlo de la respuesta en frecuencia de VY con variación.....	65
Figura 24. Voltaje recolectado por los circuitos a) Estándar, b) SECE, c) SSHI-paralelo y d) SSHI-serie.....	66
Figura 25. Análisis de índices de rendimiento de la suspensión sin considerar la frecuencia de corte en el dominio de la frecuencia.....	67
Figura 26. Análisis de índices de rendimiento de la suspensión considerando la frecuencia de corte en el dominio de la frecuencia.....	68
Figura 27. Análisis de índices de rendimiento en el dominio del tiempo.	69
Figura 28. Gráficas de la potencia eléctrica del modelo matemático de un cuarto de vehículo con velocidad y rugosidad del camino variable.	71
Figura 29 Gráficas de la potencia eléctrica recolectada del modelo matemático de la mitad de vehículo con velocidad y rugosidad del camino variable.....	72
Figura 30 Gráficas de la potencia eléctrica del modelo matemático del vehículo completo con velocidad y rugosidad del camino variable.	73
Figura 31. Ciclo de conducción modal estándar NEDC.....	74

Figura 32 Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D creados utilizando el ciclo de conducción NEDC.....	74
Figura 33. Ciclo de conducción de velocidad transitoria WLTP (Worldwide harmonized Light Vehicles Test Procedure).	75
Figura 34. Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D creados utilizando el ciclo de conducción WLTP.....	75
Figura 35. Ciclo de conducción de velocidad transitoria FTP (Federal Test Procedure).	75
Figura 36. Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D creados utilizando el ciclo de conducción FTP.....	76
Figura 37. Ciclo de conducción de velocidad transitoria HWFET (Highway Fuel Economy Test)	76
Figura 39. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones considerando el modelo matemático del vehículo completo sujeto al ciclo de conducción NEDC.....	77
Figura 40. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones considerando el modelo matemático del vehículo completo sujeto al ciclo de conducción WLTP.....	78
Figura 41. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones considerando el modelo matemático del vehículo completo sujeto al ciclo de conducción FTP.....	78
Figura 42. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones considerando el modelo matemático del vehículo completo sujeto al ciclo de conducción HWFET.	79
Figura 43. Modelo del sistema de suspensión del vehículo completo utilizando elementos piezoeléctricos tanto en las suspensiones como en los neumáticos.....	80
Figura 44. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones y neumáticos utilizando el modelo matemático del vehículo completo considerando el ciclo de conducción NEDC.	82
Figura 45. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones y neumáticos utilizando el modelo matemático del vehículo completo considerando el ciclo de conducción WLTP.	83
Figura 46 Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones y neumáticos utilizando el modelo matemático del vehículo completo considerando el ciclo de conducción FTP.	84
Figura 47. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones y neumáticos utilizando el modelo matemático del vehículo completo considerando el ciclo de conducción HWFET.....	85
Figura 48. Comparación de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho y las suspensiones del eje izquierdo con el ciclo de conducción NEDC.	86
Figura 49. Comparación de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho y las suspensiones del eje izquierdo con el ciclo de conducción WLTP.	87
Figura 50. Comparación de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho y las suspensiones del eje izquierdo con el ciclo de conducción FTP.	87
Figura 51. Comparación de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho y de las suspensiones del eje izquierdo con el ciclo de conducción HWFET.....	88

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Parámetros de simulación del modelo de un cuarto de vehículo de una suspensión automotriz con elemento piezoeléctrico.	62
Tabla 2. Parámetros de simulación.....	70
Tabla 3. Variación de la velocidad.....	71
Tabla 4. Niveles de rugosidad de la carretera clasificados por la norma ISO 8608	71
Tabla 5. Potencia RMS regenerada por las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados utilizando el ciclo de conducción NEDC	82
Tabla 6. Potencia RMS regenerada por los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos utilizando el ciclo de conducción NEDC	83
Tabla 7. Potencia RMS regenerada por las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados utilizando el ciclo de conducción WLTP.	83
Tabla 8. Potencia RMS regenerada por los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos utilizando el ciclo de conducción WLTP.	83
Tabla 9. Potencia RMS regenerada por las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados utilizando el ciclo de conducción FTP.	84
Tabla 10. Potencia RMS regenerada por los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos utilizando el ciclo de conducción FTP.	85
Tabla 11. Potencia RMS regenerada por las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados utilizando el ciclo de conducción HWFET.	85
Tabla 12. Potencia RMS regenerada por los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos utilizando el ciclo de conducción HWFET.	85

CAPÍTULO 1

1.1. INTRODUCCIÓN

La recolección de energía ha sido un tema de especial interés para los investigadores debido a la crisis energética mundial y las preocupaciones ambientales que se viven actualmente. En respuesta a esta problemática se han desarrollado diferentes tipos de tecnologías para la recolección de energía, tales como: recuperación de energía de frenado (KERS), recolección de energía térmica desperdiciada por el motor de combustión interna, suspensiones regenerativas automotrices, entre otras. Actualmente, existen diferentes tecnologías para la regeneración de energía vibratoria que se caracterizan principalmente por su capacidad de conversión de energía. Es importante mencionar que, los amortiguadores regenerativos basados en mecanismos que amplifican la energía cinética del sistema de suspensión son dispositivos de alta densidad de regeneración de energía. Mientras que, los dispositivos de baja densidad de regeneración de energía son aquellos que no utilizan un mecanismo de conversión de energía, estos dispositivos son bien conocidos en la literatura como transductores piezoeléctricos. Generalmente, los transductores piezoeléctricos se utilizan como sensores autoalimentados ya que presentan la versatilidad tanto de regeneración de energía vibratoria como de actuación.

Existe una gran cantidad de energía cinética que se disipa en forma de calor debido a los amortiguadores de fluido viscoso, los cuales forman parte del sistema de suspensión como mecanismo de disipación de energía vibratoria. Esta energía cinética producida por la velocidad relativa del sistema de suspensión se podría aprovechar ya sea utilizando los amortiguadores regenerativos inteligentes o por medio de los transductores piezoeléctricos, con la finalidad de cubrir los requerimientos de demanda de potencia del tren motriz del vehículo, especialmente en trenes de potencia híbridos. Cuando el transductor piezoeléctrico se acopla al sistema de suspensión automotriz, se genera un diferencial de voltaje en sus terminales. Actualmente, existen diferentes topologías de diseño de los transductores piezoeléctricos que se diferencian básicamente de su eficiencia de conversión de energía mecánica. En este trabajo se utilizan cuatro representaciones eléctricas (circuitos eléctricos) de los transductores piezoeléctricos (PT, piezoelectric transducer) para cuantificar el potencial de regeneración de energía vibratoria considerando el modelo de cuarto, medio y del vehículo completo. Luego, se realiza un análisis de sensibilidad paramétrica para encontrar los parámetros que ofrecen mayor capacidad de regeneración de energía. Finalmente, se presentan las conclusiones y posibles aplicaciones del estudio realizado.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una de las problemáticas más grandes que la industria de la transportación presenta es, generalmente, el uso óptimo de la energía química proveniente de los combustibles fósiles en motores de combustión interna. Durante muchos años, este tema ha sido de gran interés en la comunidad científica y, debido a esto, ha surgido una brecha de investigación prometedora que tiene como objetivo encontrar los medios adecuados para el uso eficiente de la energía del combustible tanto en trenes de transmisión de potencia híbridos como simples.

Es cierto que una manera de incrementar directamente el rendimiento del combustible es mediante la adición de nuevos aditivos directamente sobre el combustible, produciendo mayor movilidad del vehículo. Aunque, los aditivos ayudan a mejorar el rendimiento del motor, la pérdida de energía en el sistema de transmisión de potencia es inevitable.

Se ha demostrado teórica y experimentalmente que más del 70% de la energía térmica del combustible se desperdicia en forma de calor debido a los procesos térmicos que ocurren en el motor y a las entradas ambientales al sistema de transmisión de potencia tales como: los efectos aerodinámicos sobre el vehículo, fricción mecánica, el perfil irregular de la carretera y los ciclos de velocidad de conducción. En particular, la intensidad de vibración inducida por la carretera provoca que el sistema de suspensión disipe una cantidad considerable de energía mecánica en el amortiguador de fluido viscoso cuya finalidad es proveer principalmente seguridad de conducción y confort al conductor. Es bien sabido que, las suspensiones automotrices que proveen estos requerimientos de diseño son aquellas que utilizan amortiguadores accionados electrónicamente, que demandan una cantidad de potencia eléctrica para balancear las dinámicas no sincronizadas del chasis; esto origina una carga significativa en la demanda de potencia del sistema de propulsión del vehículo, que afecta indirectamente al rendimiento del combustible. Para abordar esta cuestión, en este trabajo de tesis se utiliza el enfoque de recolección de energía vibratoria basado en la tecnología de transductores piezoeléctricos. Vale la pena mencionar que, además de minimizar la carga de la batería, los transductores piezoeléctricos se pueden utilizar como sensores autoalimentados a partir de la energía regenerada.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Obtener el diseño óptimo del sistema de suspensión automotriz basado en el acoplamiento de un transductor piezoeléctrico utilizando el método de simulación Monte Carlo y aplicando el criterio de rendimiento de la máxima potencia disipada.

1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1.- Determinar el modelo matemático del sistema de suspensión automotriz acoplando los diferentes tipos de circuitos de recolección de energía.

2.- Analizar el potencial de recolección de energía de cada circuito en el dominio del tiempo considerando el modelo matemático de un cuarto de suspensión con transductor piezoeléctrico acoplado.

3.- Analizar paramétricamente la respuesta en frecuencia de la potencia cosechada, con el objetivo de evaluar la sensibilidad del potencial de recolección de energía vibratoria mediante el método de simulación Monte Carlo.

4.- Aplicar el criterio de la máxima potencia disipada utilizando la norma \mathcal{H}_2 , para obtener los parámetros óptimos del sistema de regeneración de energía.

5.- Acoplar las dinámicas del transductor piezoeléctrico a los modelos de medio y de vehículo completo para la obtención de los modelos matemáticos en el dominio del tiempo.

6.- Realizar la cuantificación de energía vibratoria en Matlab/Simulink considerando perfiles artificiales de carretera y ciclos de velocidad de conducción.

1.4. JUSTIFICACIÓN

A medida que se incrementa la demanda de energía en la industria de la movilidad, muchos investigadores han desarrollado diferentes tipos de tecnologías para regeneración, recolección y conversión de energía producida ya sea por las vibraciones endógenas o exógenas, todo esto con la finalidad de optimizar el uso de la energía en el sistema de propulsión. La tecnología de recolección de energía vibratoria mediante el uso de transductores piezoeléctricos podría ser una alternativa viable, ya que no requieren del uso de un mecanismo de conversión y/o amplificación adicional para realizar la transducción de energía. Vale la pena mencionar que, debido a la naturaleza capacitiva de los dispositivos piezoeléctricos logran emitir un alto voltaje a una baja corriente, lo cual podría ser de utilidad en el área de la electrónica automotriz.

Esta investigación es prometedora puesto que, al igual que al ser una suspensión regenerativa piezoeléctrica, basaría su funcionamiento en el aprovechamiento de la frecuencia vibratoria presente en el chasis y la suspensión debido a la rugosidad del camino. Estas vibraciones están dirigidas principalmente hacia al sistema de suspensión del vehículo donde se agrega un elemento piezoeléctrico, el cual tiene como característica transformar dichas perturbaciones en energía eléctrica. Es importante mencionar que, aún no se han desarrollado investigaciones en las cuales se revele la capacidad de regeneración de energía vibratoria de los transductores piezoeléctricos bajo el efecto de entradas ambientales más realistas en el vehículo. Cabe recalcar que, las investigaciones acerca de los materiales piezoeléctricos demuestran que el campo de aplicación es prometedor, principalmente en las redes de sensores inalámbricos. Además, el continuo incremento del número de sensores desplegados en diversos campos, como lo es el área automotriz, hace que esta tecnología de regeneración de energía sea de gran importancia en la comunidad científica.

Aunque esta investigación se centra principalmente en un sistema de suspensión de un vehículo, la metodología de análisis empleada se podría extender a otras aplicaciones de ingeniería a mayor escala. Además, en este estudio se utilizarán técnicas de optimización que permiten obtener un mayor potencial de regeneración de energía, tales como: el análisis de sensibilidad paramétrica mediante el método de simulación de Montecarlo, esto con el fin de encontrar los valores óptimos que ayuden a mejorar la recolección de energía del sistema y aplicación de la técnica del balance de energía estocástica.

1.5. HIPÓTESIS

A través del método de simulación Monte Carlo y de la técnica del balance de energía estocástica se cuantificará el potencial de regeneración de energía vibratoria de sistemas de suspensiones automotrices basadas en transductores piezoeléctricos considerando los modelos matemáticos de un cuarto, la mitad y el vehículo completo. Asimismo, se integrarán los ciclos de velocidad de conducción para lograr un ambiente de simulación numérica más realista a la forma de conducción del vehículo.

CAPÍTULO 2

2.1. ESTADO DEL ARTE

En el campo de estudio de la recolección de energía se han propuesto múltiples alternativas de mecanismos de transducción. La transducción de energía piezoeléctrica emplea materiales con propiedades útiles para convertir las tensiones mecánicas en energía eléctrica. Las tensiones mecánicas se originan principalmente cuando existe una interacción entre una estructura y un medio de excitación, dando origen a cantidades físicas medibles, por ejemplo, las deformaciones y/o deflexiones estructurales, que se pueden convertir en tensiones eléctricas mediante el mecanismo de transducción piezoeléctrica.

El uso de traductores piezoeléctricos para la regeneración de energía es un tema que ha ganado popularidad en la comunidad científica debido a que podría ser una alternativa viable para mejorar los estados de carga de las baterías electroquímicas convencionales como fuentes de energía en dispositivos de baja potencia, es decir principalmente en el área electrónica. Además, este tipo de transductores se basa únicamente en la polarización intrínseca del material para generar energía (Sezer & Koç, 2021). Es decir, con solo aplicar una tensión mecánica al material piezoeléctrico se genera electricidad.

La recolección de energía piezoeléctrica serviría como un generador eléctrico para un dispositivo electrónico. Dicho generador se alimentaría de energía parásita disponible en el medio ambiente que rodea al dispositivo tales como las vibraciones generadas por máquinas industriales, vehículos, movimiento de las actividades humanas e incluso el movimiento de los órganos del ser humano. Esta energía sería convertida en energía eléctrica útil para dispositivos autoalimentados.

Los generadores piezoeléctricos son duraderos, confiables, más sensibles a las deformaciones diminutas, y exhiben de 3 a 5 veces más densidad de energía de salida y mayor voltaje de salida, comparados con otros métodos de recolección de energía de baja densidad. Además, los generadores piezoeléctricos se pueden fabricar en dimensiones pequeñas y estructuras compactas, y se pueden integrar fácilmente a sistemas microelectromecánicos. Además, no se ven afectados por factores ambientales, como lo es la humedad (Sezer & Koç, 2021).

El efecto piezoeléctrico fue descubierto por primera vez por los hermanos Pierre y Jacques Curie en 1880. Ellos lo describieron como el desplazamiento asimétrico de cargas o iones en el material piezoeléctrico cuando se exponen a tensión mecánica (Sezer & Koç, 2021). Existen dos tipos de efectos piezoeléctricos, el efecto directo consiste en aplicar una tensión mecánica sobre el material para generar electricidad, y el efecto inverso que consiste en aplicar un potencial eléctrico para generar deformaciones mecánicas al material piezoeléctrico. Ambos efectos son útiles en diversas aplicaciones; específicamente, el efecto directo se usa como un sensor y transductor de energía, mientras que el efecto inverso se usa como un actuador (Kim et al., 2011; Rajabi et al., 2015).

Las ecuaciones constitutivas del efecto piezoeléctrico directo e inverso son las siguientes:

$$\vec{D} = d\vec{T} + \varepsilon\vec{E}, (\text{Efecto directo}) \quad (1)$$

$$\vec{X} = s\vec{T} + d\vec{E} (\text{Efecto inverso}) \quad (2)$$

Donde \vec{D} es el desplazamiento eléctrico, d es el coeficiente piezoeléctrico, \vec{T} tensión, ε permitividad del material, \vec{E} campo eléctrico, \vec{X} deformación y s es la constante de elasticidad del material (Sezer & Koç, 2021). Como se observa la ecuación del efecto directo, el desplazamiento piezoeléctrico \vec{D} depende mayormente del cambio de tensión que se ejerce sobre el elemento piezoeléctrico, es decir $d\vec{T}$. Por otra parte, en la ecuación del efecto inverso, la deformación \vec{X} depende del campo eléctrico inducido sobre el material piezoeléctrico, esto lo denota $d\vec{E}$.

La búsqueda de la implementación del material piezoeléctrico como un transductor, comienza con la mejora de la eficiencia de los sistemas de recolección de energía. Esto se consigue optimizando distintos aspectos de diseño de los transductores piezoeléctricos, tales como el tipo de material, la configuración del dispositivo que hará la recolección, tipo de estructura del material, entre otros.

2.1.1. ESTRUCTURA DE DISPOSITIVOS DE RECOLECCIÓN DE ENERGÍA

La viga en voladizo con una o dos capas de material piezoeléctrico, denominado como unimorfo o bimorfo, respectivamente, es la estructura más utilizada para generadores de energía piezoeléctrica, (ver Figura 1). Usualmente se agrega una masa física en el extremo en voladizo de la viga para ajustar la frecuencia resonante de la estructura a la frecuencia ambiental disponible, que generalmente está por debajo de los 100 Hz (Priya & Inman, 2009).

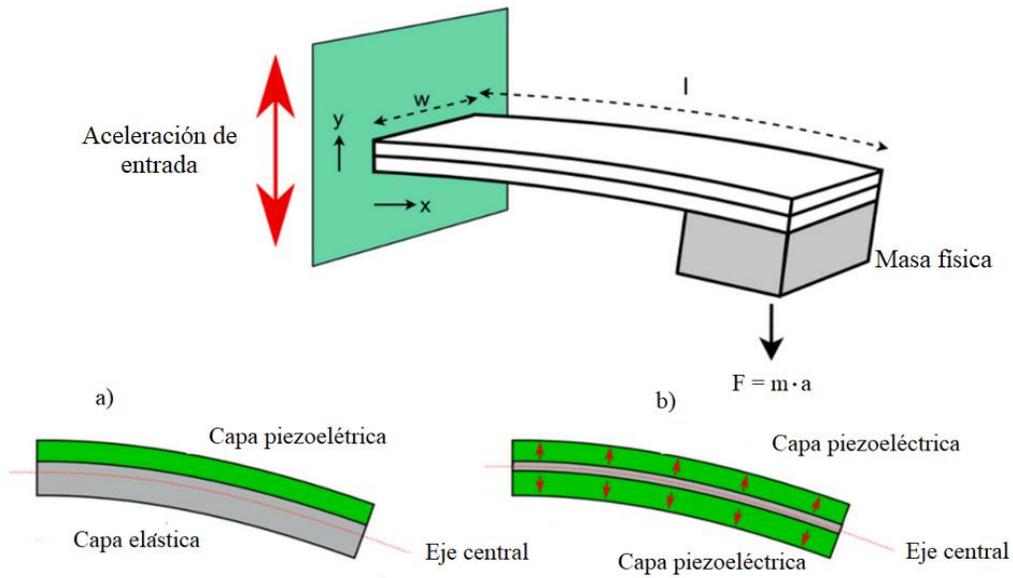


Figura 1. Estructura mecánica en voladizo de generadores piezoeléctricos con construcción a) unimorfo y b) bimorfo (Sezer & Koç, 2021a) .

Otra estructura para los dispositivos piezoeléctricos es la estructura de platillos que fue propuesta en (Sugawara et al., 1992), la cual consiste en dos tapas metálicas en forma de platillo y un disco piezoeléctrico colocados entre ellas, como se muestra en la Figura 2. Las tapas metálicas en forma de platillo mejoran la resistencia del disco piezoeléctrico bajo el efecto de cargas altas (Sezer & Koç, 2021a).

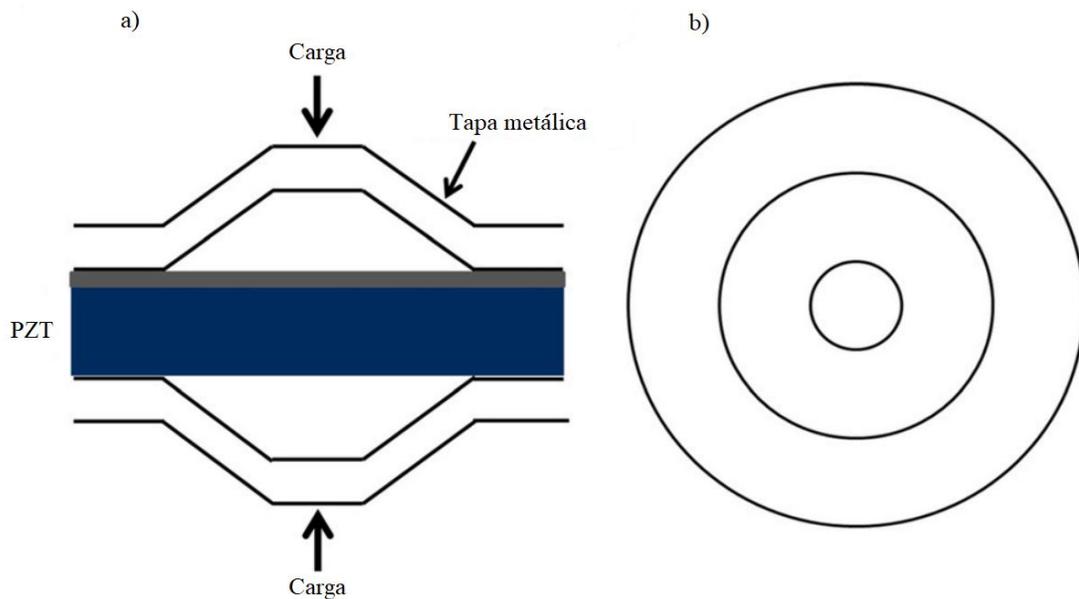


Figura 2. Estructura del platillo: (a) vista transversal y (b) vista superior (Arnold et al., 2011).

Además de las estructuras tipo vigas en voladizo y de platillo, se pueden organizar mediante un gran número de materiales piezoeléctricos delgados a lo largo de la dirección del campo eléctrico para formar una estructura tipo pila. De esta manera, la producción de energía se puede mejorar de manera efectiva. Adicionalmente, la estructura tipo pila es una opción adecuada para aplicaciones de alta carga, cuya cualidad es de utilidad en estructuras sujetas a diferentes cargas ambientales. Sin embargo, el proceso complicado de apilamiento en espacios confinados es la principal barrera de la configuración tipo pila (Li et al., 2018). En la Figura 3 se muestra la estructura tipo pila con conexiones en serie y en paralelo.

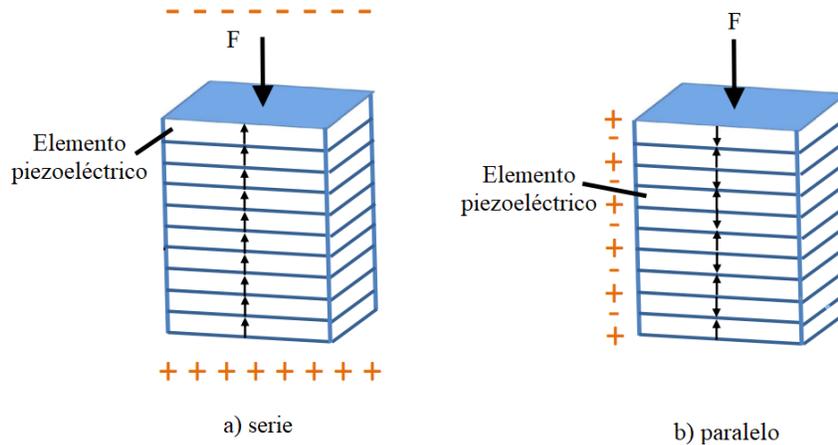


Figura 3. Estructura tipo pila en a) serie y b) paralelo (Li et al., 2018) .

2.1.2. MODOS DE OPERACIÓN

Otra alternativa para mejorar el rendimiento de recolección de energía de los materiales piezoeléctricos es el modo de operación que está relacionado con el eje polar que expone el material piezoeléctrico y la dirección de la fuerza aplicada sobre este. Considerando la Figura 4 se puede observar el eje polar, el cual se denota como la dirección ordenada 3 y otras direcciones en ángulo recto con respecto al eje polar se denota como dirección 1. La dirección de la fuerza aplicada puede ser también a lo largo del eje polar, es decir, en la dirección 3 o en ángulo recto, es decir en dirección 1, lo que resulta como modo 33 y modo 31, respectivamente. En efecto, estos son los dos modos comunes utilizados en la recolección de energía piezoeléctrica (Sezer & Koç, 2021). El modo de operación del dispositivo afecta la salida piezoeléctrica. El modo 33 produce una salida de voltaje más alta, mientras que el modo 31 es superior en la salida de alta corriente (Liu et al., 2018) .

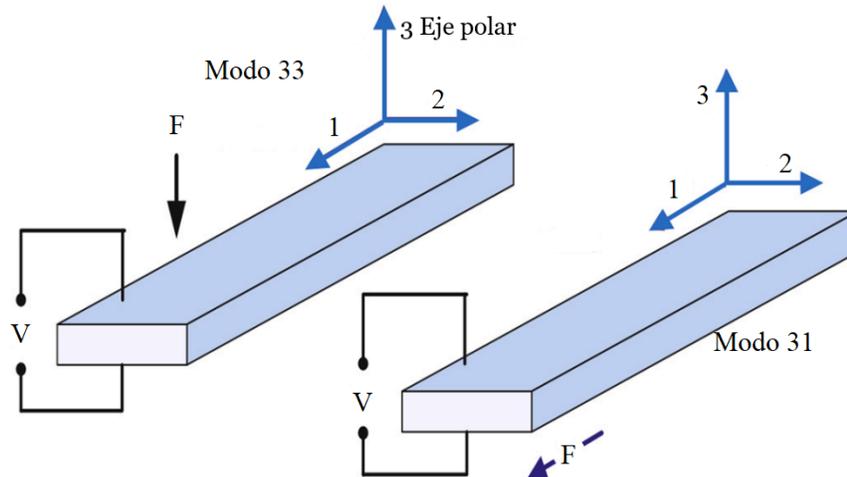


Figura 4. Modos de operación de los transductores piezoeléctricos (Sezer & Koç, 2021a).

Por otra parte, en (Baker et al., 2005) desarrollaron un análisis comparativo de los modos de operación y configuración estructural de los recolectores de energía piezoeléctrica, en el cual se comparó una estructura tipo pila con un modo de operación 33 y una estructura tipo viga en voladizo con modo de operación 31, considerando las mismas condiciones de volumen del dispositivo y fuerza aplicada. Además, el estudio reveló que la viga en voladizo mostró mejor potencia de salida con la misma fuerza aplicada, debido a la alta rigidez que presenta la estructura tipo pila. Con esto se concluye que, a menores niveles de fuerza aplicada, es decir, un ambiente con bajo nivel de vibraciones, la configuración de viga en voladizo con modo de operación 31 resulta ser más eficiente. Por otro lado, en un ambiente con altos niveles de vibración, como lo son las vibraciones de la maquinaria pesada, en periodos prolongados de operación, la configuración tipo pila con modo de operación 33 muestra ser la mejor opción debido que sería más duradera y se generaría mayor energía eléctrica útil.

Asimismo, en (Yang et al., 2005) se realizó un estudio para una placa piezoeléctrica en modo de operación 33, y demostraron que la salida de potencia del dispositivo es proporcional al coeficiente de acoplamiento k y a la constante dieléctrica ϵ .

Esto confirma que, dispositivos con mayores coeficientes de acoplamiento producirían mayor potencial de recolección de energía y, por lo tanto, serán más eficientes. Además, a través de la realización de cálculos analíticos se ha probado que, cuando la frecuencia de excitación está cerca de la frecuencia resonante del sistema, la salida de potencia se incrementa significativamente (Anton & Sodano, 2007).

2.1.3. MATERIALES PIEZOELÉTRICOS

El tipo de material es un parámetro que tiene una gran influencia en el potencial de recolección y actuación del dispositivo piezoeléctrico. Hasta la fecha se han desarrollado distintos tipos de materiales piezoeléctricos, tales como: los materiales inorgánicos, orgánicos y compuestos.

Los parámetros físicos más importantes de los materiales piezoeléctricos para la recolección de energía son: la constante de deformación piezoeléctrica d , que es la polarización inducida por unidad de fuerza aplicada; voltaje constante g , es el campo eléctrico inducido por unidad de fuerza aplicada; factor de acoplamiento electromecánico k , este se describe como la raíz cuadrada de la eficiencia de conversión de energía mecánica-eléctrica; factor de calidad mecánica Q , es el grado de amortiguamiento (valores bajos indican amortiguaciones más altas) y la constante dieléctrica ϵ , relacionada a la capacidad del material para almacenar carga (Sezer & Koç, 2021). Estas propiedades varían con respecto al tipo de material que se esté utilizando. Por ejemplo, el valor de d , k y ϵ para materiales inorgánicos suelen ser mayores que el de los polímeros piezoeléctricos. Por otro lado, las constantes g de los polímeros son más altas, ya que presentan constantes dieléctricas ϵ mucho más bajas comparadas con los materiales inorgánicos.

Los materiales piezo-cerámicos se caracterizan por sus grandes coeficientes dieléctricos y piezoeléctricos, y factores de acoplamiento electromecánico elevados, así como altas tasas de conversión de energía. Sin embargo, estos son muy frágiles por lo que no pueden absorber grandes tensiones mecánicas. En contraste, los piezo-polímeros exhiben bajos factores de acoplamiento electromecánico, pero estos son altamente flexibles (Kim et al., 2011), los cuales podrían ser de utilidad en los amortiguadores regenerativos.

Para la recolección de energía piezoeléctrica se utilizan materiales con una estructura cristalina de wurtzita o perovskita. Estos materiales exhiben un buen comportamiento para este tipo de aplicaciones; sin embargo, los materiales con estructura perovskita normalmente muestran un mejor rendimiento piezoeléctrico que los de estructura wurtzita (Sezer & Koç, 2021). Una de las limitantes de los materiales con estructura perovskita es que se requiere implementar un proceso de poling (polarización) para inducir la propiedad piezoeléctrica. Este proceso de poling consiste en aplicar un campo eléctrico al material policristalino, lo cual le otorga las propiedades piezoeléctricas permanentemente.

El estudio de los materiales piezoeléctricos comenzó desde 1880 con el descubrimiento del efecto piezoeléctrico por los hermanos Pierre y Jacques Curie; sin embargo, no fue hasta 1941 cuando se descubrió el BaTiO_3 , abreviado como BT , donde Erie Resistor Company descubrieron las propiedades sobresalientes de la constante dieléctrica que presentaba este material (Randall et al., 1944). El BT y otras clases desarrolladas más tarde de materiales cerámicos sintéticos se denominaron ferroeléctricos. La constante piezoeléctrica (d_{33}) de los materiales

ferroeléctricos fue significativamente mayor que los materiales naturales (Sezer & Koç, 2021). Este hallazgo muestra que los materiales inorgánicos son los más adecuados para aplicaciones de recolección de energía.

Existe una gran variedad de materiales piezoeléctricos descubiertos hasta la fecha; sin embargo, el tipo de material más común para aplicaciones de recolección de energía es el titanio circonato de plomo, una cerámica piezoeléctrica o piezocerámica, conocida como *PZT*. Aunque este material es ampliamente utilizado en aplicaciones de recolección de energía, la naturaleza del material extremadamente frágil provoca limitaciones en cuanto a la cantidad de energía que puede absorber sin dañarse (Anton & Sodano, 2007). Otra desventaja que tiene el *PZT* es que están compuestos por plomo, y este tipo de material suele ser tóxico para el ser humano, por lo que, las regulaciones gubernamentales han restringido la fabricación de muchos productos con este tipo de material. Además, para aplicaciones relacionadas al área de salud no suelen ser convenientes. Esto ha provocado un incremento de esfuerzos por parte de los investigadores para desarrollar materiales con propiedades sobresalientes libres de plomo o compuestos tóxicos. A pesar de ser un material extremadamente frágil y tóxico sigue siendo hasta ahora el material más usado debido su alto rendimiento en cuanto a recolección de energía.

La gama de materiales piezoeléctricos es amplia, ya que existen muchos tipos de aplicaciones de recolección de energía (Anton & Sodano, 2007), por ejemplo, no se exige la misma flexibilidad o resistencia a la fuerza en una aplicación automotriz que en una aplicación del área de salud. La elección del material debe estar en sintonía con los diversos requerimientos de la aplicación deseada.

2.1.4. CIRCUITOS DE RECOLECCION DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICA.

El diseño del circuito de recolección de energía piezoeléctrica es otro factor importante para realizar adecuadamente la transducción piezoeléctrica. Actualmente, se han realizado investigaciones enfocadas en este tema debido a que se podría mejorar considerablemente la recolección de energía de estos dispositivos. Los circuitos de recolección de energía para este tipo de aplicaciones requieren que la energía recolectada sea rectificadora, es decir pasar de energía eléctrica alterna a directa para así facilitar su uso en dispositivos electrónicos de baja potencia. Además, los dispositivos piezoeléctricos tienen la propiedad de emitir un alto voltaje a baja corriente, por lo cual, en ocasiones es necesario un circuito convertidor que reduzca el voltaje recolectado y así la batería permita almacenarlo correctamente. Existe una gran cantidad de requerimientos para el diseño de los circuitos de recolección de energía dependiendo del tipo de aplicación que se requiera. Por ejemplo, tanto en la investigación de (Ottman et al., 2003) como la de (Lesieutre et al., 2004), se mejoró la eficiencia de la recolección de energía a través de la implementación de un convertidor reductor CC-CC de conmutación en el circuito de recolección de energía. La investigación mostró los efectos de la optimización del ciclo de trabajo del convertidor para una frecuencia de excitación especificada. Adicionalmente, se demostró que el valor óptimo del ciclo de trabajo cambia

drásticamente con la frecuencia de excitación. Vale la pena mencionar que el convertidor funciona en dos etapas, las cuales son: a frecuencias altas de excitación, el convertidor se activa y se utiliza un ciclo de trabajo constante y casi óptimo, mientras que, a excitación de baja frecuencia, el ciclo de trabajo óptimo varía considerablemente, y la energía consumida por los circuitos del convertidor supera la potencia cosechada del piezoeléctrico. En efecto, el convertidor se omite y la batería se carga directamente desde un circuito rectificador (Anton & Sodano, 2007).

Una de las limitaciones más grandes que presentan los circuitos de recolección de energía, se origina cuando la frecuencia de excitación del sistema y el ciclo de trabajo no están altamente relacionados. Para cubrir este inconveniente, se han desarrollado investigaciones de circuitos auto-adaptativos que pretenden sincronizar la vibración del sistema con la extracción de carga eléctrica. Por ejemplo, en (Lefeuvre et al., 2005) implementaron dicho trabajo cuyo nombre fue denotado como Extracción de Carga Eléctrica Síncrona (“Synchronous Electric Charge Extraction” o SECE). El circuito utilizado para esta extracción síncrona contiene un puente de diodo rectificador, un inductor denotado por la letra L , un interruptor S , un capacitor como filtro del voltaje C_{st} y una resistencia de carga R , como se muestra en la Figura 5. Así, el circuito de control es capaz de detectar el voltaje a través del rectificador de diodos y, cuando ese voltaje alcanza un máximo, el interruptor se activa, y la carga se transfiere al inductor para posteriormente ser almacenado en la batería o entregado a la resistencia de carga. Cuando la carga eléctrica en el piezoeléctrico se ha extraído por completo, el circuito de control desactiva el convertidor y detiene la transferencia de energía. El proceso continúa cuando se detecta la siguiente tensión máxima, sincronizando así la extracción de carga con las vibraciones mecánicas del sistema. El dispositivo mostró una eficiencia de conversión del 70%.

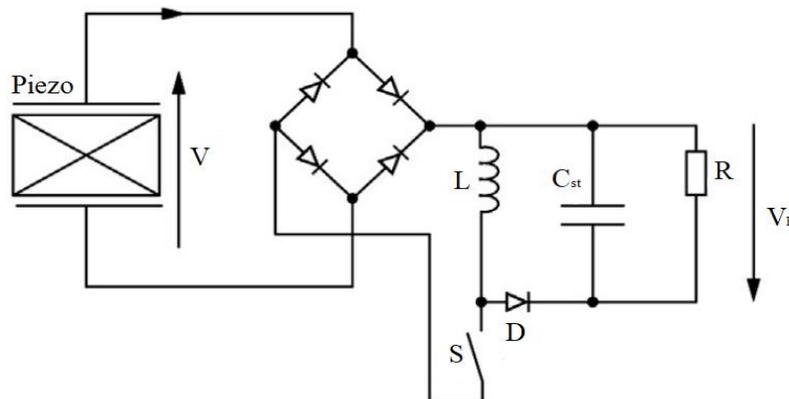


Figura 5. Circuito de Extracción de Carga Eléctrica Síncrona (SECE) (X. Wang, 2016).

En estudios similares, propuestos en (Lefeuvre et al., 2004), (Badel et al., 2005) y (Guyomar et al., 2005) desarrollaron otro método para sincronizar la extracción de carga eléctrica de un elemento piezoeléctrico bajo excitaciones vibratorias. La nueva técnica fue nombrada Recolección de Interruptor Síncrono en Inductor (SSHI), y se basa principalmente en el procesamiento no lineal del voltaje piezoeléctrico. El

circuito posteriormente pasó a llamarse parallel-SSHI, el cual contiene un dispositivo de conmutación electrónica que se activa en los desplazamientos máximos y mínimos del dispositivo piezoeléctrico. El dispositivo de conmutación S y un inductor en serie L se colocan en paralelo con el piezoeléctrico antes del puente de diodos rectificador como se muestra en la Figura 6, además del capacitor C_{st} y la resistencia de carga R . Después del puente de diodo, se coloca un condensador en paralelo con la batería. Similar a la técnica de extracción de carga eléctrica síncrona descrita por Lefeuvre, el dispositivo de conmutación se cierra en un desplazamiento máximo, lo que permite que la carga se transfiera a la batería. Una vez que se ha invertido el voltaje en el elemento piezoeléctrico, lo que indica que se ha eliminado toda la carga, se abre el interruptor y se detiene la transferencia de energía. La técnica parallel-SSHI se comparó tanto analítica como experimentalmente con un circuito estándar que contenía solo el rectificador de puente de diodo y el condensador. Los resultados muestran que el circuito SSHI es capaz de ofrecer un aumento cuatro veces mayor en la potencia recolectada comparado con el circuito estándar, que se muestra en la Figura 7.

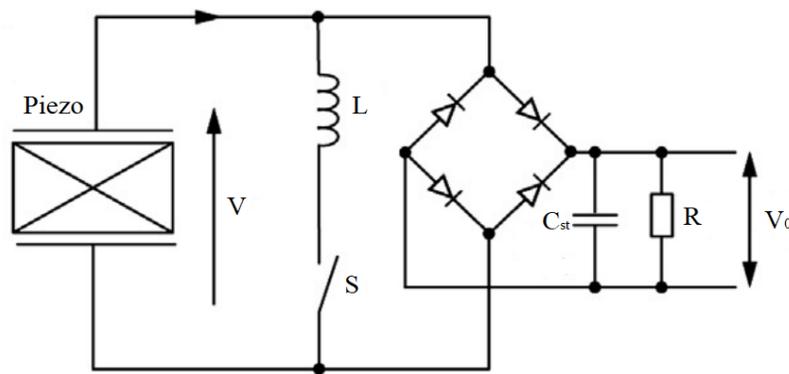


Figura 6. Circuito de extracción de Interruptor Síncrono en Inductor en paralelo (SSHI-Parallel) (X. Wang, 2016).

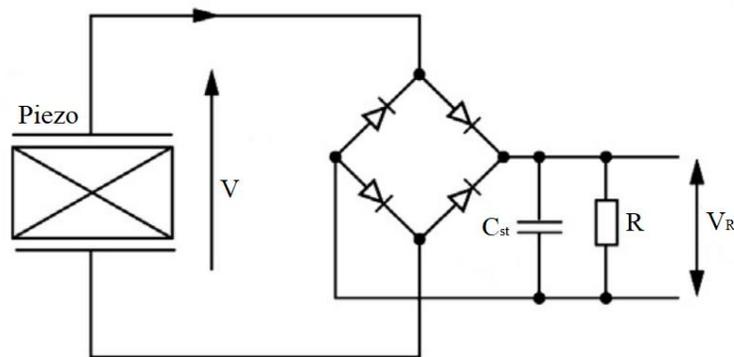


Figura 7. Circuito Estándar (X. Wang, 2016).

En estudios posteriores por parte de (Lefeuvre et al., 2006a) se consideró una adaptación de la técnica SSHI desarrollada en (Lefeuvre et al., 2004) y (Badel et al., 2005). La configuración eléctrica de la conexión del dispositivo de conmutación al

material piezoeléctrico se modificó para investigar los efectos del cambio en la eficiencia del circuito. En estos estudios, el dispositivo de conmutación S y el inductor L se colocaron primero en serie con el material piezoeléctrico como se muestra en la Figura 8. La nueva técnica se denominó series-SSHI.

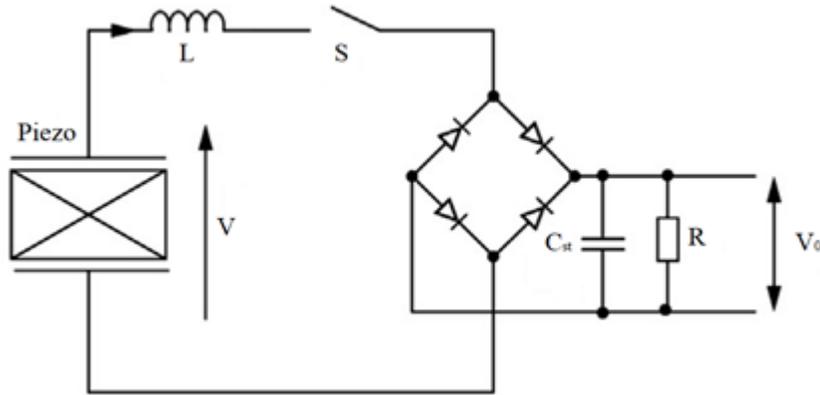


Figura 8. Interruptor Síncrono en Inductor en serie (SSHI-Series) (X. Wang, 2016).

Estas cuatro interfaces de circuito de recolección de energía, mostradas en las Figura 5-8, fueron comparadas en la investigación de Lefeuvre et. al [22], en la cual se analizó el rendimiento de cada técnica. En el estudio se analizaron dos escenarios: en el primero, se aplicó una excitación de amplitud de fuerza constante al piezoeléctrico, mientras que, en el segundo, se aplicó una excitación de amplitud de desplazamiento constante. En cada ensayo, tanto la resistencia a la carga como el coeficiente de acoplamiento, k^2 , fueron variados. Bajo una excitación de amplitud de fuerza constante, todas las técnicas resultaron con la misma potencia máxima de salida. Sin embargo, la potencia obtenida en el circuito SECE no se vio afectada por la resistencia de carga. Además, esta técnica mostró la máxima potencia de salida con el coeficiente de acoplamiento más bajo, lo que significa un sistema más eficiente. Por otro lado, en el ensayo donde la excitación de amplitud de desplazamiento era constante, ambas técnicas SSHI generaron hasta 15 veces más potencia que las otras técnicas cuando la carga resistiva se ajustó al sistema (Anton & Sodano, 2007).

Se concluyó que, bajo un entorno de excitación de fuerza constante, el método de extracción de carga eléctrica síncrona será el más eficiente, demostrando que esta técnica aumenta la potencia cosechada en un factor de 4 según la investigación de (Lefeuvre et al., 2006c). En un entorno de excitación de desplazamiento constante, los métodos SSHI paralelo y en serie tienen la mayor eficiencia cuando se ajusta con precisión el valor de la resistencia de carga, ya que este parámetro está fuertemente ligado con la potencia recolectada. Adicionalmente, los resultados teóricos y experimentales de Lefeuvre revelaron que, la ganancia de potencia de estas técnicas es superior hasta 15 veces en comparación con la técnica estándar en el caso de sistemas débilmente acoplados o en el caso de sistemas no resonantes. Por último, las interfaces de circuitos SECE, Parallel-SSHI y Series-SSHI permitieron una disminución significativa de la cantidad de material piezoeléctrico requerida para la recolección de energía (Lefeuvre et al., 2006c).

2.1.5. APLICACIONES AUTOMOTRICES DE RECOLECTORES DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICOS

Con base en la investigación de (Hendrowati et al., 2012), se ha demostrado que el rango de 10-16% de la energía del combustible se utiliza para vencer la resistencia de la fricción de la carretera y la resistencia del aire cuando se realiza la conducción de un vehículo. En efecto, la mayor parte de esta energía se disipa en forma de calor debido a los procesos térmicos irreversibles del motor. Para dar solución a este inconveniente se han desarrollado estudios referentes a la recolección de la energía mecánica en vehículos. Dichas investigaciones pretenden recolectar la mayor cantidad de energía disipada en neumáticos, suspensiones y motor.

La tecnología de recolección de energía piezoeléctrica ha ganado popularidad en los últimos años debido a su alto factor de acoplamiento electromecánico y su coeficiente piezoeléctrico en comparación con otros métodos de transducción como lo son la electrostática, electromecánica y triboeléctrica (Sezer & Koç, 2021). A pesar de ser dispositivos de baja densidad de regeneración de energía, estos materiales tienen la propiedad de generar altos voltajes a baja corriente, lo cual los vuelve una excelente alternativa hablando de generadores de energía autosostenibles, principalmente en el área electrónica con especial interés en las redes de sensores.

Por ejemplo, en (Wu et al., 2009) presentaron un sistema de monitoreo de presión de neumáticos (TPMS) alimentado mediante una recolección de energía piezoeléctrica. Este sistema tiene el propósito de monitorear la presión de los neumáticos con un sensor que además se comunica con la MCU y transmite datos a otros sistemas, como por ejemplo algún tablero electrónico que muestre el valor numérico de la presión (Figura 9). Todos estos componentes se alimentan por la energía recolectada por el dispositivo de recolección de energía que se encuentra sobre los neumáticos. En esa investigación se reportó que la salida de voltaje del recolector es de 3 V y aproximadamente 10 mA durante casi 20 ms en un modo de trabajo recurrente del sensor de presión. La transmisión de datos ocurre a una frecuencia de 433 Mhz para su correcto funcionamiento.

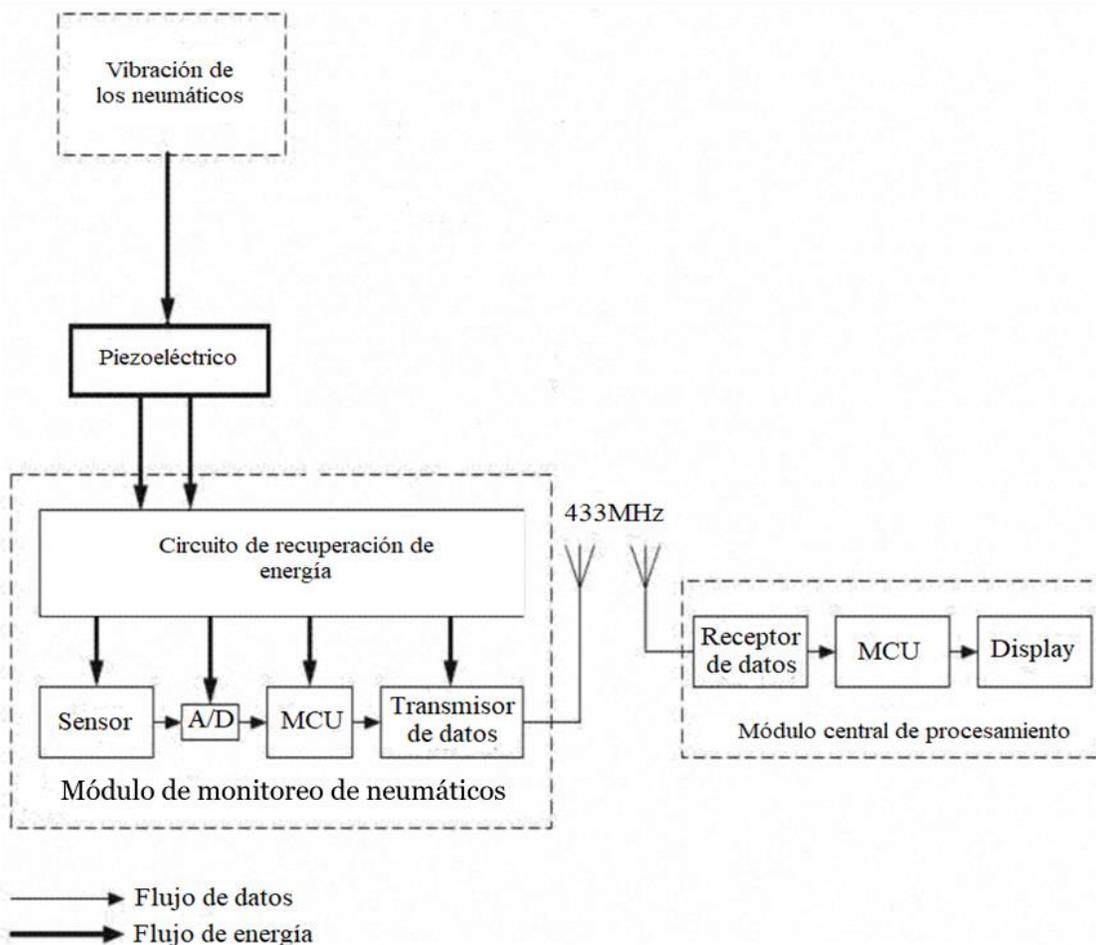


Figura 9. Diagrama de flujo de funcionamiento de un sistema de monitoreo de presión de neumáticos (TPMS) (Wu et al., 2009).

Además, en (Lee et al., 2013), desarrollaron un nuevo sistema de amortiguador piezoeléctrico de recolección de energía (PEHSA) para vehículos; en este estudio se implementó el material piezoeléctrico *PZT* como capas apiladas dentro del cilindro del amortiguador de fluido viscoso, ver Figura 10, para generar electricidad a partir de los cambios de presión del fluido producidos por las vibraciones del pistón. El modelo propuesto se fabricó con un amortiguador a escala 1/10 comparado con el de un vehículo real, debido a estas limitantes los resultados obtenidos se consideraron relativamente pequeños. Por lo tanto, si las condiciones se aplicaran a un ambiente más apegado a la realidad se lograría un aumento en los resultados según Lee.

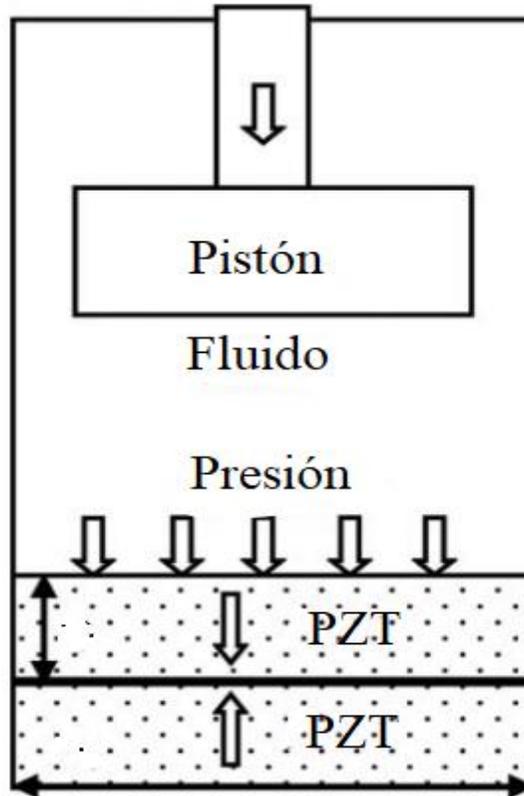


Figura 10. Amortiguador piezoeléctrico de recolección de energía (PEHSA) (Lee et al., 2013).

Asimismo, en (Al-Yafeai et al., 2019), se acoplaron materiales piezoeléctricos a los sistemas de suspensión de la mitad del vehículo, como se describe en la Figura 11. Nótese que, M_s representa la masa del chasis, M_{uf} y M_{ur} representan las masas de los neumáticos frontal y trasero, PZT el elemento piezoeléctrico acoplado a la suspensión, K_f y K_r los coeficientes de rigidez del resorte, C_f y C_r los coeficientes de amortiguamiento de la suspensión frontal y trasera respectivamente. De igual manera, los coeficientes de rigidez, K_{tf} y K_{tr} , y amortiguamiento, C_{tf} y C_{tr} , de los neumáticos. Y_s es la coordenada generalizada del desplazamiento vertical de la masa del chasis, θ_s representa el desplazamiento angular que provoca el movimiento de cabeceo, y Y_{uf} y Y_{ur} representan las coordenadas de desplazamiento vertical de la masa de los neumáticos frontal y trasero respectivamente, y por último Y_{rr} y Y_{rf} son las entradas de movimiento al sistema provocadas principalmente por las irregularidades de la carretera. Asimismo, para el modelo de un cuarto de vehículo (Figura 16), en este estudio se comparó el resultado de simulación en MATLAB/Simulink, tanto el voltaje como la potencia eléctrica, que recolectaban estos modelos. El modelo de un cuarto de vehículo completo registró un voltaje de salida pico y potencia de 274.62 V y 2.84 W, respectivamente. El resultado del modelo de la mitad del vehículo logró un aumento de 77% para el voltaje y un 57% para la potencia, con respecto al modelo de un cuarto de suspensión.

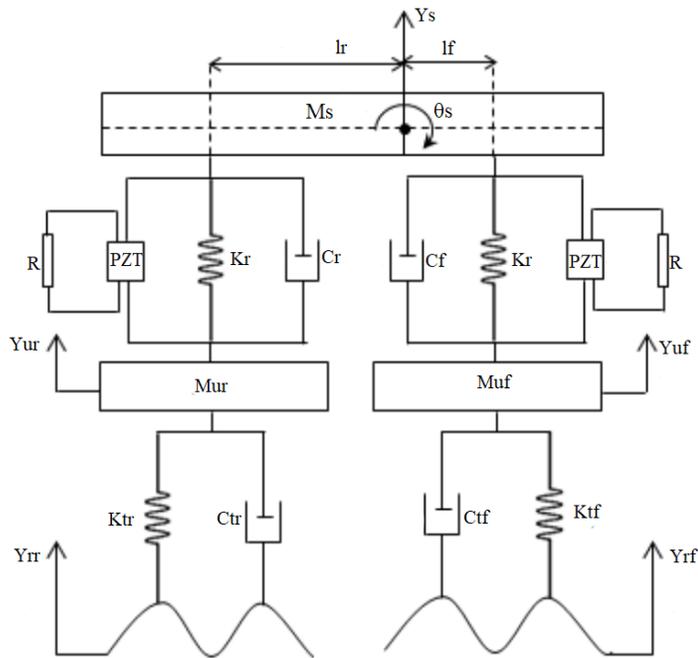


Figura 11. Modelo de la mitad del vehículo completo (Al-Yafeai et al., 2019).

Por otro lado, en (Xie & Wang, 2015) propusieron un recolector de energía piezoeléctrica conectado al modelo de un cuarto de vehículo. En este estudio se implementó un mecanismo para agregar el material piezoeléctrico, dicho mecanismo constaba de un resorte con un coeficiente de rigidez K , una palanca AB que consta de un brazo de momento largo AC con una longitud $L1$ y un brazo de momento corto BC con una longitud $L2$, una bisagra fija para restringir los desplazamientos lineales de la palanca en el punto C , y una barra piezoeléctrica, tal como se muestra en la Figura 12.

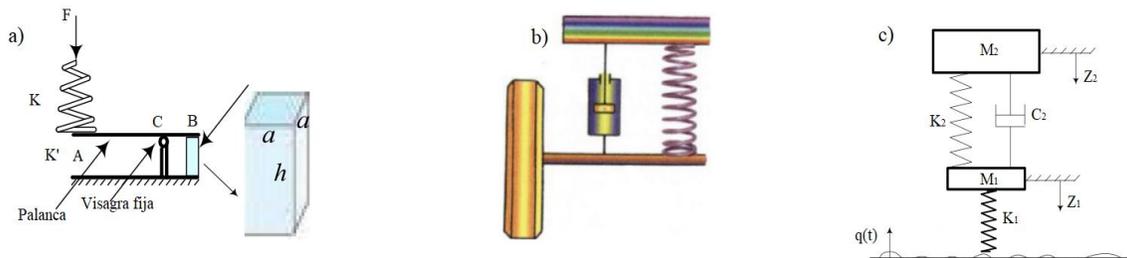


Figura 12. a) Mecanismo de palanca del material piezoeléctrico, b) Representación gráfica de un cuarto de vehículo y c) Modelo de un cuarto de vehículo (Xie & Wang, 2015).

El modelo demostró que la potencia disipada por el amortiguador de fluido viscoso fue de 738 W . Además, se determinó que esta potencia podría ser generada por un práctico generador de barras piezoeléctricas con un ancho y una altura de solo $1,5 \text{ cm}$ y 10 cm , respectivamente.

2.1.6. CONCLUSION DEL ESTADO DEL ARTE

En este estado del arte se ha presentado una revisión exhaustiva de diversos aspectos relacionados con la tecnología de recolección de energía piezoeléctrica. Asimismo, se ha explorado la diversidad de estructuras, modos de operación y los materiales comúnmente empleados en aplicaciones de ingeniería. Además, se han analizado las distintas topologías de los circuitos de recolección de energía piezoeléctrica, así como la relevancia de esta tecnología en el ámbito automotriz.

Es importante mencionar que, la mayoría de las investigaciones que utilizan elementos piezoeléctricos se centran en el uso del material como un transductor de energía y/o sensor; sin embargo, esto no descarta su uso en el modo de actuación para futuras investigaciones. Con esto en mente, existe una gran variedad de materiales piezoeléctricos tales como inorgánicos, orgánicos y compuestos, cada uno con distintas propiedades que benefician la recolección de energía en diferentes áreas de aplicación. Haciendo énfasis en los materiales compuestos, los cuales muestran propiedades destacadas, como lo son la alta flexibilidad y susceptibilidad a altas tensiones mecánicas, por lo que, los convierte en una alternativa prometedora para aplicaciones en el área automotriz.

Por otra parte, el modo de operación 33, según los resultados de (Baker et al., 2005), ha demostrado mejores cualidades para aplicaciones automotrices como mayor resistencia a tensiones mecánicas y, por lo tanto, mayor durabilidad para regenerar energía. Por último, los circuitos de recolección optimizan la transferencia de la energía recolectada a la batería o al dispositivo de almacenamiento. En este sentido, estos circuitos actúan como convertidores y rectificadores; es decir, rectifican la energía regenerada de CA a CD, y del mismo modo, regulan el nivel de voltaje de salida para no dañar los dispositivos de almacenamiento. En este estado del arte se recopilieron las ventajas y desventajas de cuatro topologías de diseño, sin embargo, cada una mostró distintas cualidades que benefician a distintos ambientes de aplicación. Es importante mencionar que las topologías SECE, SSHI-Parallel y SSHI-Series, mostraron mejores resultados comparadas con el circuito estándar de recolección de energía piezoeléctrica.

Con base en los hallazgos de esta investigación, se planteó la viabilidad de un estudio más detallado sobre la recolección de energía en el sistema de suspensión automotriz. Sorprendentemente, hasta la fecha, no se han encontrado contribuciones en la literatura que aborden la cantidad de energía recolectada por un modelo de vehículo completo utilizando transductores piezoeléctricos. Este vacío sugiere una oportunidad prometedora para la investigación y desarrollo de sistemas de este tipo, lo que podría generar un impacto significativo en la eficiencia energética y la sostenibilidad de la industria automotriz.

2.2. MARCO TEÓRICO

El objetivo principal de un sistema de suspensión es brindar confort y estabilidad al vehículo, esto se logra mejorando múltiples requerimientos de diseño para contrarrestar las perturbaciones entrantes al sistema. Dichas perturbaciones son generadas por dos factores principalmente. El primer factor se debe a las fuerzas inerciales que el mismo vehículo provoca, y el segundo, a las que el ambiente exterior ejerce sobre el automóvil. Estas perturbaciones van desde el perfil de la carretera que transmite vibraciones a los neumáticos y estos a su vez a la suspensión del vehículo, como también, de las dinámicas generadas por la fricción del aire sobre la aerodinámica del chasis que deterioran la estabilidad del vehículo.

Es por esto que, se deben incluir las principales dinámicas de un vehículo completo en el modelado del sistema de suspensión. Tales como el momento de inercia de la guiñada, el balanceo y el cabeceo del vehículo, así mismo los valores del producto cruz de inercia entre los 3 ejes de referencia que generarían efectos perjudiciales en la dinámica del cuerpo del vehículo como se muestra en la Figura 13.

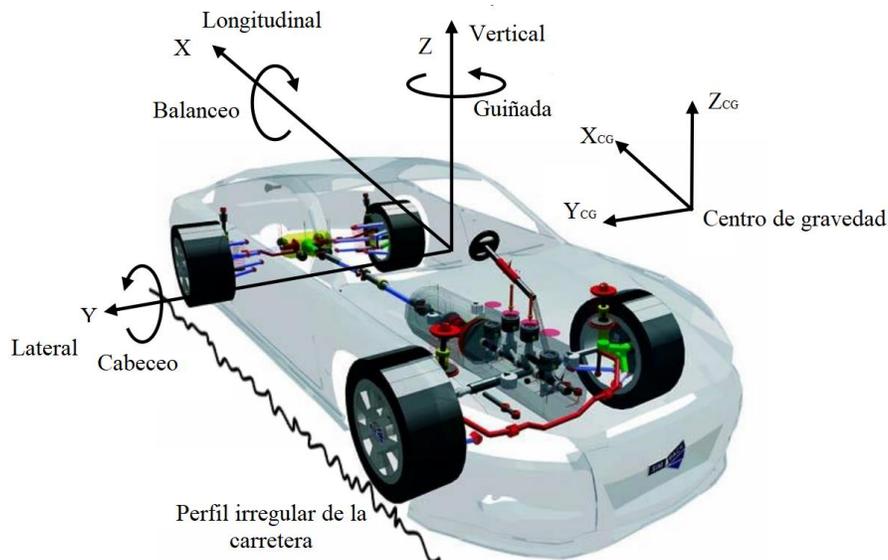


Figura 13. Grados de libertad del cuerpo de un vehículo sin restricciones (E. Barredo, 2019).

Debido a la complejidad que presenta el modelado del sistema de suspensión del vehículo completo, es bien sabido que para estudiar el desempeño del sistema de suspensión se utiliza solo una cuarta parte del vehículo, suponiendo que el vehículo es totalmente simétrico (E. Barredo, 2019). Sin embargo, en (Zhang et al., 2020) mencionaron que cada modelo matemático es preciso en determinadas áreas con resultados específicos, es por ello, que es necesario modelar la mitad y el vehículo. Con estos modelos parciales del vehículo completo se lograrán simplificar las condiciones que rigen el comportamiento del sistema de suspensión como se muestra en la Figura 14.

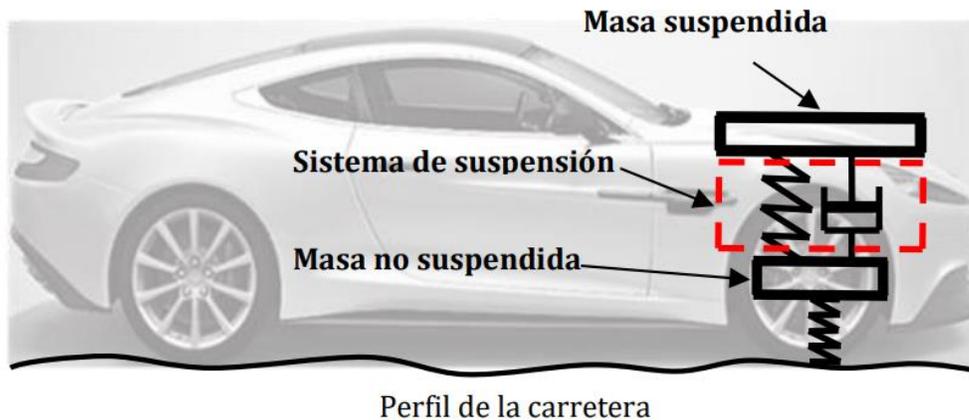


Figura 14. Representación de un sistema de suspensión en un cuarto de vehículo (E. Barredo, 2019).

Adicionalmente, Barredo en (E. Barredo, 2019) enfatizó que, a estos modelos se les puede incluir efectos lineales y no lineales de la suspensión con la finalidad de mejorar la confiabilidad de los resultados numéricos con respecto a los obtenidos experimentalmente. Estos modelos matemáticos poseen una enorme relevancia, ya que en el dominio de Fourier proporcionan la respuesta en frecuencia del ancho de banda. Esto es esencial para lograr una optimización tanto del coeficiente de amortiguamiento como el de rigidez, lo que a su vez se traduce en mayor comodidad, y mejor agarre a la carretera.

2.2.1. ECUACION DE EULER-LAGRANGE

Las leyes de movimiento de Newton son comúnmente utilizadas para la formulación de problemas de sistemas mecánicos. Sin embargo, en ocasiones esto se puede complicar debido a la descomposición vectorial de las fuerzas externas que actúan en el sistema. Debido a esto, existe un método en particular que se basa en el principio de conservación de la energía. Dicha formulación fue planteada por Joseph Louis Lagrange y a pesar de que tales procedimientos se reducen a las leyes de Newton, este tipo de formulación se caracteriza principalmente por brindar soluciones a problemas en áreas de investigación avanzada (Spiegel, 2007). Además, debido a la contribución por parte de Euler, las ecuaciones de este método energético se denominan formulación de Euler-Lagrange.

La expresión matemática de las ecuaciones de Lagrange para sistemas conservativos es:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (3)$$

Donde el subíndice $i = 1, 2, 3, \dots, n$, se utiliza para representar cada una de las coordenadas generalizadas y L se conoce como la función Lagrangiana o

simplemente como el Lagrangiano. El Lagrangiano se define como la diferencia de la energía cinética T y la energía potencial V del sistema, es decir:

$$L = T - V \quad (4)$$

Asimismo, existe una segunda ecuación para sistemas no conservativos, en la cual se considera una función de disipación de energía o función de Rayleigh denotada como D . Esta función, considera las pérdidas de energía del sistema por fricción, calor, entre otros mecanismos de disipación de energía mecánica. La ecuación de Euler-Lagrange para sistemas no conservativos se define como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i; \quad (5)$$

donde la variable q_i representa las coordenadas generalizadas y \dot{q}_i su derivada con respecto al tiempo. Asimismo, Q_i representa las fuerzas externas generalizadas correspondientes a cada coordenada (I. Maldonado, 2021).

2.2.2. TRANSFORMADA DE LAPLACE Y FOURIER

La transformada de Laplace y Fourier son dos herramientas matemáticas que se utilizan para representar una ecuación definida en el tiempo, en el dominio de Laplace y de la frecuencia. La transformada de Laplace no solo proporciona un método eficiente para resolver ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes, sino también permite escribir una sola expresión algebraica que relaciona la entrada de excitación y la respuesta de un sistema. Esta expresión es mejor conocida como función de transferencia del sistema. El método de la transformada de Laplace es ampliamente utilizado para resolver las ecuaciones del modelo matemático de un sistema dinámico a través de funciones de forzamiento discontinuo. Estas funciones brindan la respuesta de sistemas que son susceptibles a las entradas de excitación que no son continuas, considerando condiciones iniciales.

La transformación de Laplace de $x(t)$ está definida por la siguiente integral:

$$X(s) = L[x(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} x(t) dt, \quad s \in \mathbb{R}, \quad (6)$$

en caso de ser convergente y e^{-st} es el núcleo de la transformada (I. Maldonado, 2021).

Por otra parte, la transformada de Fourier es una herramienta matemática que descompone una función periódica en una integral de funciones sinusoidales, lo que permite analizar la función en términos de sus componentes de frecuencia. Esta

transformada es ampliamente utilizada para el procesamiento de señales, análisis de sistemas lineales, y otras áreas de ingeniería.

$$X(\omega) = F\{x(t)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (7)$$

Donde ω es la frecuencia angular, i es la unidad imaginaria. La transformada de Fourier convierte una función en el dominio del tiempo en su representación en el dominio de la frecuencia, mostrando qué frecuencias están presentes en la señal original y con qué amplitudes y fases (I. Maldonado, 2021).

2.2.3. BALANCE DE ENERGÍA

Considerando el modelo matemático un cuarto de vehículo mostrado en la Figura 15 se puede realizar la deducción del balance energético del sistema de suspensión. Este modelo de dos grados de libertad parece ser simple dado que solo supone la dinámica vertical de la cuarta parte del vehículo; sin embargo, es suficiente para estudiar los índices de desempeño del sistema de suspensión (E. Barredo, 2019).

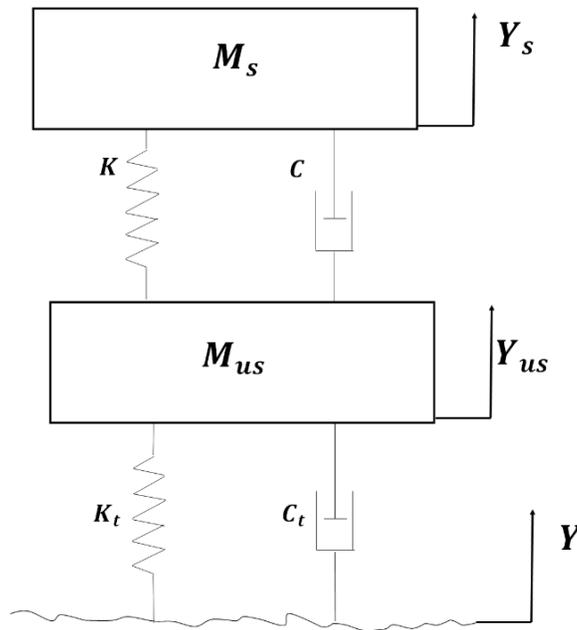


Figura 15 Modelo de una cuarta parte del vehículo.

En este modelo, la masas M_s y M_{us} , representan la masa de una cuarta parte del chasis y de un neumático, respectivamente. En esta misma dirección, la suspensión se compone de un resorte con coeficiente de rigidez K y un amortiguador de fluido viscoso con su coeficiente de amortiguamiento C . En el caso del neumático, se debe

considerar cierta amortiguación que brinda al sistema, por lo que, K_t y C_t son los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del neumático, respectivamente. Por otra parte, el vehículo es excitado debido al perfil irregular de la carretera, dicha excitación se representa con la coordenada Y , esta transmite el desplazamiento vertical a los neumáticos y estos a su vez a la carrocería del automóvil, dichos desplazamientos están representados por las coordenadas Y_{us} y Y_s , respectivamente (Al-Yafeai et al., 2019).

Las ecuaciones que rigen el comportamiento de este sistema se obtienen aplicando el formulismo de Euler-Lagrange anteriormente mencionado. Con esto en mente, se obtiene el Lagrangiano L , el cual se define como:

$$L(t) = \frac{1}{2}M_s\dot{Y}_s^2 + \frac{1}{2}M_{us}\dot{Y}_{us}^2 - \frac{1}{2}K(Y_s - Y_{us})^2 - \frac{1}{2}K_t(Y_{us} - Y)^2. \quad (8)$$

Por otro lado, la función de disipación de energía D del modelo de un cuarto de vehículo se expresa de la siguiente manera:

$$D(t) = \frac{1}{2}C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us})^2 + \frac{1}{2}C_t(\dot{Y}_{us} - \dot{Y})^2. \quad (9)$$

Asimismo, al aplicar el formulismo de Euler-Lagrange, se producen dos ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del sistema. El conjunto de ecuaciones resultante es el siguiente:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_s} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{us}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{us}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{us}} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

A partir del sistema (10) se obtienen las ecuaciones de movimiento de la masa del chasis M_s , ecuación (11), y de la masa del neumático M_{us} , ecuación (12).

$$M_s\ddot{Y}_s = -K(Y_s - Y_{us}) - C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) \quad (11)$$

$$M_{us}\ddot{Y}_{us} = K(Y_s - Y_{us}) - K_t(Y_{us} - Y) + C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) - C_t(\dot{Y}_{us} - \dot{Y}) \quad (12)$$

Donde $M_s \ddot{Y}_s$ y $M_{us} \ddot{Y}_{us}$ representan las fuerzas inerciales producidas por las masas del chasis y el neumático, respectivamente. Adicionalmente, $K(Y_s - Y_{us})$ y $K_t(Y_{us} - Y)$ representan las fuerzas producidas debido los desplazamientos relativos que experimenta la suspensión y el neumático, respectivamente. Por último, $C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us})$ y $C_t(\dot{Y}_{us} - \dot{Y})$, denotan las fuerzas de amortiguamiento originadas debido a las velocidades relativas en suspensión y neumático, respectivamente.

Con las ecuaciones anteriores en mente y para realizar el balance de energía de este sistema de un cuarto de vehículo, se multiplica la ecuación (12) por \dot{Y}_{us} , y después integrando con respecto del tiempo, se obtiene la siguiente expresión:

$$\int_0^t M_{us} \ddot{Y}_{us} \dot{Y}_{us} d\tau - \int_0^t K(Y_s - Y_{us}) \dot{Y}_{us} d\tau - \int_0^t C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) \dot{Y}_{us} d\tau + \int_0^t K_t(Y_{us} - Y) \dot{Y}_{us} d\tau + \int_0^t C_t(\dot{Y}_{us} - \dot{Y}) \dot{Y}_{us} d\tau = 0 \quad (13)$$

La segunda y tercera integral en (13), se pueden escribir como:

$$\int_0^t K(Y_s - Y_{us}) \dot{Y}_{us} d\tau = - \int_0^t K(Y_s - Y_{us}) (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) d\tau + \int_0^t K(Y_s - Y_{us}) \dot{Y}_s d\tau, \quad (14)$$

$$\int_0^t C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) \dot{Y}_{us} d\tau = - \int_0^t C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) d\tau + \int_0^t C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) \dot{Y}_s d\tau; \quad (15)$$

Al sustituir (14) y (15) en la ecuación (13), se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\int_0^t M_{us} \ddot{Y}_{us} \dot{Y}_{us} d\tau + \int_0^t K(Y_s - Y_{us}) (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) d\tau - \int_0^t K(Y_s - Y_{us}) \dot{Y}_s d\tau + \int_0^t C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) d\tau - \int_0^t C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) \dot{Y}_s d\tau + \int_0^t K_t(Y_{us} - Y) \dot{Y}_{us} d\tau + \int_0^t C_t(\dot{Y}_{us} - \dot{Y}) \dot{Y}_{us} d\tau = 0 \quad (16)$$

Por otra parte, de la ecuación (11) se despeja el término $K(Y_s - Y_{us})$ para obtener la siguiente ecuación:

$$K(Y_s - Y_{us}) = -M_s \ddot{Y}_s - C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}). \quad (17)$$

Sustituyendo la ecuación (17) en la ecuación (16) se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
& \int_0^t M_{us} \ddot{Y}_{us} \dot{Y}_{us} d\tau + \int_0^t K(Y_s - Y_{us}) (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) d\tau + \int_0^t M_s \ddot{Y}_s \dot{Y}_s d\tau \\
& + \int_0^t C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) d\tau + \int_0^t K_t Y_{us} \dot{Y}_{us} d\tau \\
& + \int_0^t C_t \dot{Y}_{us} \dot{Y}_{us} d\tau = \int_0^t K_t Y \dot{Y}_{us} d\tau + \int_0^t C_t \dot{Y} \dot{Y}_{us} d\tau.
\end{aligned} \tag{18}$$

Asimismo, considerando la siguiente identidad descrita en (Gao et al., 2023):

$$\frac{d}{dt} \int_0^t E_k d\tau = \frac{d}{dt} \int_0^t M_{us} \dot{Y}_{us}^2 d\tau = 0 \tag{19}$$

Se puede observar que E_k , representa la energía cinética del sistema; sin embargo, al integrarse con respecto a τ resulta un escalar que no depende del tiempo, por lo tanto, al derivarla con respecto al mismo resulta 0.

$$\int_0^t M_{us} \ddot{Y}_{us} \dot{Y}_{us} d\tau = M_{us} \frac{d}{dt} E[\dot{Y}_{us}^2] = 0 \tag{20}$$

$$\int_0^t M_s \ddot{Y}_s \dot{Y}_s d\tau = M_s \frac{d}{dt} E[\dot{Y}_s^2] = 0 \tag{21}$$

$$\int_0^t K(Y_s - Y_{us}) (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) d\tau = K \frac{d}{dt} E[(Y_s - Y_{us})^2] = 0 \tag{22}$$

$$\int_0^t K_t Y_{us} \dot{Y}_{us} d\tau = K_t \frac{d}{dt} E[Y_{us}^2] = 0 \tag{23}$$

$$\int_0^t C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us})^2 d\tau = C \frac{d}{dt} E[(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us})^2] \tag{24}$$

$$\int_0^t C_t \dot{Y}_{us}^2 d\tau = C_t \frac{d}{dt} E[\dot{Y}_{us}^2] \tag{25}$$

$$\int_0^t K_t Y \dot{Y}_{us} d\tau + \int_0^t C_t \dot{Y} \dot{Y}_{us} d\tau = E[e_{input}] \tag{26}$$

Por lo tanto, el balance de energía se describe por la siguiente ecuación:

$$\underbrace{\int_0^t K_t Y \dot{Y}_{us} dt + \int_0^t C_t \dot{Y} \dot{Y}_{us} dt}_{\text{Energía de entrada}} = \underbrace{\int_0^t C (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us})^2 dt + \int_0^t C_t \dot{Y}_{us}^2 dt}_{\text{Energía de salida}} \quad (27)$$

Por otra parte, considerando que el coeficiente de amortiguamiento del neumático C_t no influye significativamente en la respuesta del sistema debido a que es mucho menor que el coeficiente del amortiguador de fluido viscoso C , la ecuación (27) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\underbrace{\int_0^t K_t Y \dot{Y}_{us} dt}_{\text{Energía de entrada}} = \underbrace{\int_0^t C (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us})^2 dt}_{\text{Energía de salida}} \quad (28)$$

Por lo tanto, se puede afirmar que la energía entrante al sistema, proveniente de la excitación de la carretera, es igual a la energía que se disipa en el amortiguador de fluido viscoso en el sistema de suspensión piezoeléctrica. Asimismo, esto demuestra que, una parte de dicha energía se puede regenerar por el transductor piezoeléctrico aprovechando únicamente la velocidad relativa del amortiguador de fluido viscoso.

2.2.4. ECUACIONES DE LOS CIRCUITOS DE RECOLECCIÓN DE ENERGÍA

Una interfaz de circuito de recolección de energía piezoeléctrica se utiliza para maximizar y optimizar la transferencia de energía entre un generador piezoeléctrico y un sistema de almacenamiento o uso de energía. Su función principal es rectificar y acondicionar la señal eléctrica generada por el material piezoeléctrico. Esto implica convertir la señal de salida de CA (corriente alterna) del generador piezoeléctrico en una señal de CC (corriente continua) utilizable para cargar baterías, alimentar dispositivos electrónicos u otros usos.

2.2.4.1. CIRCUITO ESTÁNDAR

El circuito estándar es el enfoque más básico y simple para la recolección de energía piezoeléctrica. Consiste en un rectificador de media onda o de onda completa, seguido de un condensador de almacenamiento para suavizar la salida de voltaje, tal como se muestra en la Figura 7. Este circuito convierte la señal de salida de CA del generador piezoeléctrico en una señal de CC, que puede ser utilizada directamente o almacenada en una batería.

De acuerdo con (X. Wang, 2016), las ecuaciones que rigen el comportamiento del voltaje V_{DC} y la potencia eléctrica P en la resistencia de carga son las siguientes:

$$V_{DC} = \frac{R_L \alpha}{R_L C_0 \omega + \frac{\pi}{2}} \omega Y_{piezo}; \quad (29)$$

$$P = \frac{V_{DC}^2}{R_L}; \quad (30)$$

donde R_L es la resistencia de carga, α es el factor de fuerza del transductor piezoeléctrico, C_0 es la capacitancia de bloqueo interna, ω es la frecuencia resonante y Y_{piezo} es el desplazamiento relativo.

2.2.4.2. CIRCUITO SECE

El circuito SECE típico que se describe en la Figura 5, se basa en la sincronización precisa de la conmutación de los elementos del circuito para lograr una mayor eficiencia de conversión de energía. En dicho circuito se utilizan condensadores adicionales junto con el condensador de recolección de energía para permitir una conmutación precisa y eficiente. Estos condensadores se cargan y descargan en sincronía con el ciclo de vibración del material piezoeléctrico, lo que mejora la transferencia de energía al circuito.

Con base en la investigación de (X. Wang, 2016), la ecuación que rige el comportamiento del voltaje en la resistencia de carga es la siguiente:

$$V_m = \frac{2\alpha Y_{piezo}}{C_0}. \quad (31)$$

donde V_m es el voltaje antes de la inversión de voltaje. Por otra parte, en (H. Wang et al., 2015) se menciona que para calcular el voltaje V_M después de dicha inversión se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$V_M = \gamma V_m; \quad (32)$$

$$\gamma = e^{-\frac{\pi}{2Q_i}}. \quad (33)$$

Donde, Q_i denota el factor de calidad del elemento piezoeléctrico.

2.2.4.3. CIRCUITO SSHI-PARALELO

El circuito de recolección de energía piezoeléctrica SSHI (Synchronized Switch Harvesting on Inductor) es una técnica de acondicionamiento de energía diseñada para mejorar la eficiencia de la recolección de energía de dispositivos piezoeléctricos. SSHI se basa en la sincronización de conmutación de varios condensadores en paralelo o en serie con una bobina de inductor para maximizar la transferencia de energía.

En el circuito SSHI-Paralelo, varios condensadores se conectan en paralelo con la bobina de inductor. Cada condensador se carga y descarga en sincronía con el ciclo de vibración del material piezoeléctrico, aprovechando al máximo la energía

generada. La conmutación de los condensadores en paralelo se realiza mediante transistores controlados por voltaje o interruptores MOSFET. La sincronización precisa de la conmutación ayuda a minimizar las pérdidas de energía y mejorar la eficiencia de la recolección de energía.

De acuerdo con (X. Wang, 2016), la ecuación que rige el comportamiento del voltaje en la resistencia de carga es la siguiente:

$$V_{DC} = \frac{2R_L\alpha}{R_L C_0(1+e^{-\frac{\pi}{2Q_i}})\omega+\pi} \omega Y_{piezo}. \quad (34)$$

2.2.4.4. CIRCUITO SSHI-SERIE

En este circuito, varios condensadores se conectan en serie con la bobina de inductor. Al igual que en el caso del SSHI-Paralelo, cada condensador se carga y descarga en sincronía con el ciclo de vibración. Sin embargo, en este caso, la configuración en serie permite alcanzar voltajes más altos. Al conmutar los condensadores en serie, se puede lograr una mayor eficiencia y una mejor adaptación a diferentes condiciones de carga.

De acuerdo con (X. Wang, 2016), la ecuación que rige el comportamiento del voltaje en la resistencia de carga es la siguiente:

$$V_{DC} = \frac{2R_L\alpha\omega Y_{piezo}(1+e^{-\frac{\pi}{2Q_i}})}{2R_L C_0\omega(1+e^{-\frac{\pi}{2Q_i}}) + \pi(1-e^{-\frac{\pi}{2Q_i}})}. \quad (35)$$

CAPÍTULO 3: MODELOS MATEMÁTICOS

3.1. MODELO MATEMÁTICO DE UN CUARTO DE VEHÍCULO CON TRANSDUCTOR PIEZOELECTRICO ACOPLADO

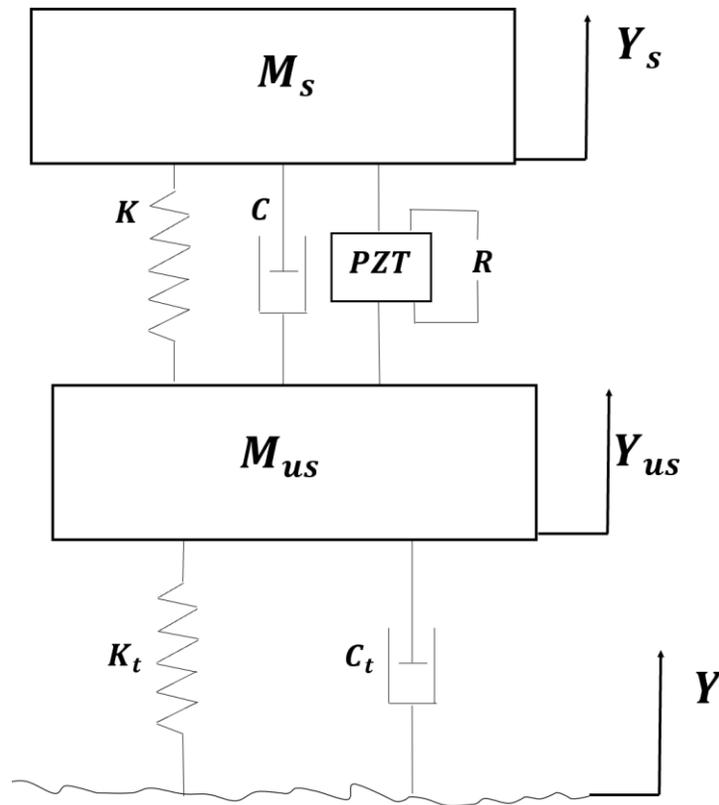


Figura 16. Modelo de una cuarta parte del vehículo con transductor piezoeléctrico acoplado.

En la Figura 16 se puede observar el modelo de una cuarta parte del vehículo con el transductor piezoeléctrico acoplado, este modelo es similar al mostrado anteriormente; sin embargo, en este nuevo modelo se agrega el elemento piezoeléctrico PZT acoplado al sistema de suspensión. En este mismo contexto y debido a las velocidades y desplazamientos relativos que ocurren en el sistema de suspensión, el elemento piezoeléctrico genera un voltaje de salida V , este último se logra determinar a partir del modelo matemático del circuito de recolección de energía. Con esto en mente, R hace referencia a la resistencia de la carga de dicho circuito.

En el caso de las masas de la carrocería y el neumático, los coeficientes de amortiguamiento y coeficientes de rigidez se representan de la misma manera que en el modelo matemático de un cuarto de vehículo revisado en la subsección 2.2.3.

Asimismo, el vehículo es excitado debido al perfil irregular de la carretera, dicha excitación se representa con la coordenada Y , esta transmite el desplazamiento vertical a los neumáticos Y_{us} y estos a su vez a la carrocería del automóvil Y_s (Al-Yafeai et al., 2019).

Las ecuaciones que rigen el comportamiento del modelo de un cuarto de vehículo se obtienen a partir del balance energético que proporciona la formulación de Euler-Lagrange, dichas ecuaciones son las siguientes:

El Lagrangiano L de este sistema se define como:

$$L(t) = \frac{1}{2}M_s\dot{Y}_s^2 + \frac{1}{2}M_{us}\dot{Y}_{us}^2 - \frac{1}{2}K(Y_s - Y_{us})^2 - \frac{1}{2}K_t(Y_{us} - Y)^2. \quad (36)$$

Por otro lado, la función de disipación de energía D del modelo de un cuarto de vehículo se expresa de la siguiente manera:

$$D(t) = \frac{1}{2}C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us})^2 + \frac{1}{2}C_t(\dot{Y}_{us} - \dot{Y})^2. \quad (37)$$

Luego, aplicando el formulismo de Euler-Lagrange se obtienen las dos ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del sistema. Estas son las siguientes:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_s} + \alpha V = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{us}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{us}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{us}} - \alpha V = 0 \end{cases} \quad (38)$$

De las ecuaciones anteriores se observa el termino α que denota el factor de fuerza piezoeléctrica, y V el voltaje generado por el elemento piezoeléctrico.

A partir del conjunto de ecuaciones (38) se obtienen las ecuaciones de movimiento de la masa del chasis M_s y de la masa del neumático M_{us} :

$$M_s\ddot{Y}_s = -K(Y_s - Y_{us}) - C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) - \alpha V \quad (39)$$

$$M_{us}\ddot{Y}_{us} = K(Y_s - Y_{us}) - K_t(Y_{us} - Y) + C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) - C_t(\dot{Y}_{us} - \dot{Y}) + \alpha V \quad (40)$$

Donde $M_s\ddot{Y}_s$ y $M_{us}\ddot{Y}_{us}$ representan las fuerzas inerciales producidas por las masas del chasis y el neumático, respectivamente. Adicionalmente, $K(Y_s - Y_{us})$ y $K_t(Y_{us} - Y)$ representan las fuerzas de restitución, $C(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us})$ y $C_t(\dot{Y}_{us} - \dot{Y})$ son las

fuerzas de amortiguamiento originadas en la suspensión y en el neumático, respectivamente. Por último, la excitación del perfil irregular de la carretera \dot{Y} , la cual se puede aproximar mediante la siguiente ecuación diferencial estocástica,

$$\dot{Y}(t) = -2\pi f_0 Y(t) + 2\pi\eta_0 W(t)\sqrt{Gx(\eta_0)\gamma(t)} \quad (41)$$

donde $f_0 = 0.0628 \text{ Hz}$ representa la frecuencia de corte, $\eta_0 = 0.1 \text{ m}^{-1}$ es la frecuencia espacial de referencia, $Gx(\eta_0)$ es el coeficiente de rugosidad de la carretera, $\gamma(t)$ es la velocidad de conducción del vehículo, y $W(t)$ es un proceso estocástico estacionario (ruido blanco gaussiano) con media temporal igual a cero. Finalmente, $Y(t)$ es el perfil irregular de la carretera (Xie & Wang, 2015).

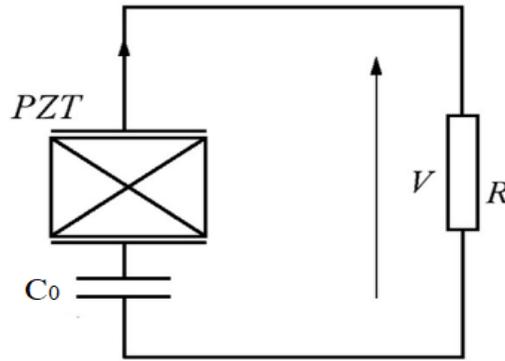


Figura 17. Circuito de recolección de energía piezoeléctrica básico (X. Wang, 2016).

Con base en ley de la conservación de la energía, la energía disipada por el amortiguador es igual a la energía recolectada por el material piezoeléctrico (Xie & Wang, 2015), el voltaje V generado por el elemento PZT se calcula a partir de la ecuación (42). Dicha ecuación no es más que el producto del factor de fuerza α , por la velocidad relativa del material piezoeléctrico, esto se denota en la parte izquierda de la ecuación (42) y con base en el análisis del circuito de recolección de energía piezoeléctrica (Figura 17) se obtiene la parte derecha de la ecuación (42).

$$\alpha(\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) = \frac{V}{R} + C_0 \dot{V}. \quad (42)$$

Además, en (Guyomar et al., 2009) se define el factor de fuerza α como la cantidad de fuerza necesaria para generar 1 V en el material piezoeléctrico, asimismo se representa en unidades de $\frac{N}{V}$ o $\frac{A*s}{m}$, mientras que la capacitancia C_0 representa la propiedad capacitiva interna del material piezoeléctrico, sus unidades son los Faradios. Las ecuaciones que describen α y C_0 son las siguientes:

$$\alpha = -\frac{e_{33} * S_0}{H}, \quad (43)$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{33}^S * S_0}{H}; \quad (44)$$

donde e_{33} y ε_{33}^S son la constante piezoeléctrica y la permitividad, respectivamente, mientras que S_0 y H son el área de superficie y el grosor del disco piezoeléctrico, respectivamente.

3.2. MODELO MATEMÁTICO DE LA MITAD DEL VEHÍCULO

El modelo de la mitad de vehículo, mostrado en la (Figura 18), es un sistema con 4 grados de libertad; en este modelo se considera la mitad del automóvil partido por el eje longitudinal del vehículo, con esto en mente la masa de la mitad del vehículo se representa por M_s , mientras que la masa de los neumáticos M_{ur} y M_{uf} trasero y frontal, respectivamente. Por otra parte, las principales dinámicas que considera este modelo son: el desplazamiento vertical del chasis Y_s , los desplazamientos de los neumáticos delanteros Y_{ur} y traseros Y_{uf} , y el desplazamiento angular θ_s , que representa el movimiento de cabeceo del vehículo. Es importante mencionar que, debido al movimiento angular se considera el momento de inercia polar de la masa del chasis, el cual se denota con I_s . Por otro lado, l_r y l_f , son las distancias con respecto al centro de masa del chasis. Por último, Y_{rr} y Y_{rf} son las excitaciones estocásticas provocadas por el perfil irregular de la carretera.

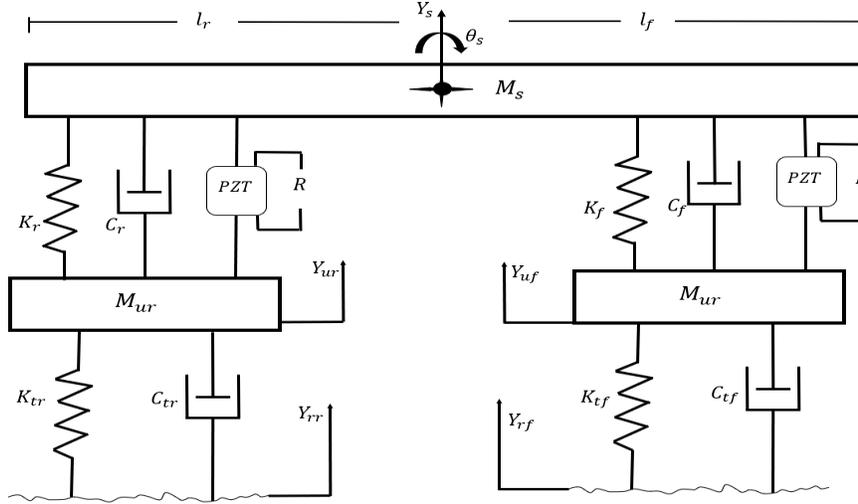


Figura 18. Modelo de la mitad del vehículo.

Este modelo cuenta con los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del sistema de suspensión denotados como K_r , K_f , C_r y C_f , respectivamente. Por otra parte, el elemento piezoeléctrico PZT se acopla a cada uno de los sistemas de suspensión, en este caso al frontal y al trasero. A su vez, una resistencia de carga R se conecta al circuito de recolección de energía. Por último, se consideran los coeficientes de rigidez y de amortiguamiento del neumático trasero y frontal, que se denotan como K_{tr} , K_{tf} , C_{tr} y C_{tf} , respectivamente.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento dinámico del modelo de la mitad del vehículo se obtienen a partir del balance energético que proporciona la formulación de Euler-Lagrange. Así, el Lagrangiano $L(t)$ resulta de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 L(t) = & \frac{1}{2} M_s \dot{Y}_s^2 + \frac{1}{2} M_{ur} \dot{Y}_{ur}^2 + \frac{1}{2} M_{uf} \dot{Y}_{uf}^2 + \frac{1}{2} I_s \dot{\theta}_s^2 \\
 & - \frac{1}{2} K_r (Y_s + l_r \theta_s - Y_{ur})^2 - \frac{1}{2} K_f (Y_s - l_f \theta_s - Y_{uf})^2 \\
 & - \frac{1}{2} K_{tr} (Y_{ur} - Y_{rr})^2 - \frac{1}{2} K_{tf} (Y_{uf} - Y_{rf})^2
 \end{aligned} \tag{45}$$

La función de disipación de energía $D(t)$ del modelo de la mitad del vehículo se define como:

$$\begin{aligned}
 D(t) = & \frac{1}{2} C_r (\dot{Y}_s + l_r \dot{\theta}_s - \dot{Y}_{ur})^2 + \frac{1}{2} C_f (\dot{Y}_s - l_f \dot{\theta}_s - \dot{Y}_{uf})^2 + \frac{1}{2} C_{tr} (\dot{Y}_{ur} - \dot{Y}_{rr})^2 \\
 & + \frac{1}{2} C_{tf} (\dot{Y}_{uf} - \dot{Y}_{rf})^2
 \end{aligned} \tag{46}$$

Por lo tanto, las ecuaciones del balance energético utilizando el formulismo de Euler-Lagrange son:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_s} + \alpha_r V_r + \alpha_f V_f = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_s} + l_r (\alpha_r V_r) - l_f (\alpha_f V_f) = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{ur}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{ur}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{ur}} - \alpha_r V_r = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{uf}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{uf}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{uf}} - \alpha_f V_f = 0 \end{cases} \quad (47)$$

Del sistema (47) se observa a V_r y V_f que representan los voltajes generadores por los transductores piezoeléctricos trasero y delantero, respectivamente. Adicionalmente, de estas ecuaciones se obtiene la ecuación de movimiento de la masa del chasis \dot{Y}_s :

$$\begin{aligned} M_s \ddot{Y}_s = & -K_r (Y_s + l_r \theta_s - Y_{ur}) - K_f (Y_s - l_f \theta_s - Y_{uf}) - C_r (\dot{Y}_s + l_r \dot{\theta}_s - \dot{Y}_{ur}) \\ & - C_f (\dot{Y}_s - l_f \dot{\theta}_s - \dot{Y}_{uf}) - \alpha_r V_r - \alpha_f V_f \end{aligned} \quad (48)$$

Asimismo, del sistema (47) se obtiene la ecuación del movimiento de cabeceo del chasis $\ddot{\theta}_s$:

$$\begin{aligned} I_s \ddot{\theta}_s = & l_f [K_f (Y_s - l_f \theta_s - Y_{uf}) + C_f (\dot{Y}_s - l_f \dot{\theta}_s - \dot{Y}_{uf}) + \alpha_f V_f] \\ & - l_r [K_r (Y_s + l_r \theta_s - Y_{ur}) + C_r (\dot{Y}_s + l_r \dot{\theta}_s - \dot{Y}_{ur}) + \alpha_r V_r] \end{aligned} \quad (49)$$

Del sistema (47) se obtienen las ecuaciones de movimiento de las masas de los neumáticos, trasero \ddot{Y}_{ur} y delantero \ddot{Y}_{uf} :

$$\begin{aligned} M_{ur} \ddot{Y}_{ur} = & K_r (Y_s + l_r \theta_s - Y_{ur}) + C_r (\dot{Y}_s + l_r \dot{\theta}_s - \dot{Y}_{ur}) \\ & - K_{tr} (Y_{ur} - Y_{rr}) - C_{tr} (\dot{Y}_{ur} - \dot{Y}_{rr}) + \alpha_r V_r \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} M_{uf} \ddot{Y}_{uf} = & K_f (Y_s - l_f \theta_s - Y_{uf}) + C_f (\dot{Y}_s - l_f \dot{\theta}_s - \dot{Y}_{uf}) \\ & - K_{tf} (Y_{uf} - Y_{rf}) - C_{tf} (\dot{Y}_{uf} - \dot{Y}_{rf}) + \alpha_f V_f \end{aligned} \quad (51)$$

Donde \dot{Y}_{rr} y \dot{Y}_{rf} denotan la excitación del perfil irregular de la carretera, las cuales están dadas por la siguiente ecuación:

$$\dot{Y}_{rr} = \dot{Y}_{rf}(t) = -2\pi f_0 Y(t) + 2\pi\eta_0 W(t)\sqrt{Gx(\eta_0)\gamma(t)} \quad (52)$$

Por último, se obtienen las ecuaciones dinámicas en el dominio eléctrico del circuito de recolección de energía piezoeléctrica utilizando las leyes de Kirchhoff:

$$\alpha_r(\dot{Y}_s + l_r\dot{\theta}_s - \dot{Y}_{ur}) = \frac{V_r}{R_r} + C_{0r}\dot{V}_r, \quad (53)$$

$$\alpha_f(\dot{Y}_s - l_f\dot{\theta}_s - \dot{Y}_{uf}) = \frac{V_f}{R_f} + C_{0f}\dot{V}_f; \quad (54)$$

donde C_{0r} y C_{0f} son las capacitancias de bloqueo del elemento piezoeléctrico trasero y frontal, respectivamente. R_r y R_f las resistencias de carga de los circuitos de recolección trasero y frontal. \dot{V}_r y \dot{V}_f representan las variaciones de voltaje con respecto al tiempo.

3.3. MODELO MATEMÁTICO DEL VEHÍCULO COMPLETO

El modelo de vehículo completo es un sistema de 7 grados de libertad, que considera las dinámicas tanto de cabeceo como de balanceo del vehículo. Este modelo está constituido por la masa del chasis M_b , las cuatro masas de los neumáticos M_{nti} , M_{nfi} , M_{ntd} y M_{nfd} trasero izquierdo, frontal izquierdo, trasero derecho y frontal derecho, respectivamente. Adicionalmente, debido a los movimientos de cabeceo α , y balanceo β , se consideran los momentos de inercia de masa con respecto a los ejes de rotación del chasis; dichos momentos de inercia están respectivamente representados por I_a e I_b . Nótese que, las distancias longitudinales L_t , L_f , L_i y L_d se miden a partir del centro de gravedad de masa del chasis, como se muestran en la Figura 19. Adicionalmente, este modelo considera la rigidez, amortiguamiento y el material piezoeléctrico acoplado a cada una de las cuatro suspensiones del vehículo, es decir, existen K_{ti} , C_{ti} y PZT trasero izquierdo; K_{fi} , C_{fi} y PZT frontal izquierdo; K_{td} , C_{td} y PZT trasero derecho; y por último K_{fd} , C_{fd} y PZT frontal derecho. En el caso de la rigidez y amortiguamiento de los neumáticos, se considera de igual manera, K_{nti} y C_{nti} trasero izquierdo; K_{nfi} y C_{nfi} frontal izquierdo; K_{ntd} y C_{ntd} trasero derecho; y por último un K_{nfd} y C_{nfd} frontal derecho.

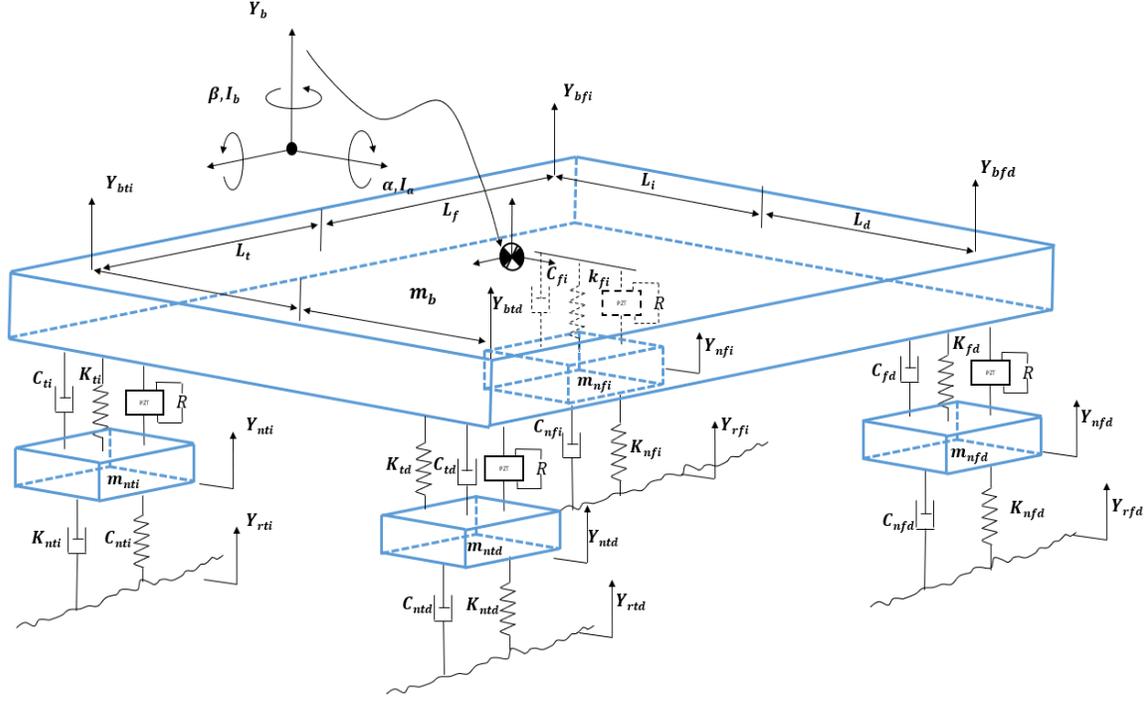


Figura 19. Modelo del sistema de suspensión del vehículo completo.

Las coordenadas de posición de cada masa se representan como Y_b que describe el desplazamiento de la masa del chasis, Y_{nti} , Y_{nfi} , Y_{ntd} y Y_{nfd} , coordenadas de desplazamiento de los cuatro neumáticos del vehículo. Por último, las excitaciones estocásticas provocadas por el perfil irregular de la carretera se representan con las siguientes variables de entrada Y_{rti} , Y_{rfi} , Y_{rtd} y Y_{rfd} .

Las ecuaciones que rigen el comportamiento dinámico del modelo de vehículo completo se obtienen a partir del balance energético que proporciona la formulación de Euler-Lagrange, tal como se muestra en la subsección 2.2.1. El Lagrangiano $L(t)$ de este sistema se describe a partir de la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 L(t) = & \frac{1}{2}M_b\dot{Y}_b^2 + \frac{1}{2}I_a\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}I_b\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}M_{nti}\dot{Y}_{nti}^2 + \frac{1}{2}M_{nfi}\dot{Y}_{nfi}^2 + \frac{1}{2}M_{ntd}\dot{Y}_{ntd}^2 \\
 & + \frac{1}{2}M_{nfd}\dot{Y}_{nfd}^2 - \frac{1}{2}K_{ti}(Y_b + L_i\beta + L_t\alpha - Y_{nti})^2 \\
 & - \frac{1}{2}K_{fi}(Y_b + L_i\beta - L_f\alpha - Y_{nfi})^2 - \frac{1}{2}K_{td}(Y_b - L_d\beta + L_t\alpha - Y_{ntd})^2 \\
 & - \frac{1}{2}K_{fd}(Y_b - L_d\beta - L_f\alpha - Y_{nfd})^2 - \frac{1}{2}K_{nti}(Y_{nti} - Y_{rti})^2 \\
 & - \frac{1}{2}K_{nfi}(Y_{nfi} - Y_{rfi})^2 - \frac{1}{2}K_{ntd}(Y_{ntd} - Y_{rtd})^2 \\
 & - \frac{1}{2}K_{nfd}(Y_{nfd} - Y_{rfd})^2
 \end{aligned} \tag{55}$$

Asimismo, con base en la formulación de Euler-Lagrange descrita en (Spiegel, 2007) se obtiene la función de disipación de energía $D(t)$, denotada en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
D(t) = & \frac{1}{2} C_{ti} (\dot{Y}_b + L_i \dot{\beta} + L_t \dot{\alpha} - \dot{Y}_{nti})^2 + \frac{1}{2} C_{fi} (\dot{Y}_b + L_i \dot{\beta} - L_f \dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfi})^2 \\
& + \frac{1}{2} C_{td} (\dot{Y}_b - L_d \dot{\beta} + L_t \dot{\alpha} - \dot{Y}_{ntd})^2 \\
& + \frac{1}{2} C_{fd} (\dot{Y}_b - L_d \dot{\beta} - L_f \dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfd})^2 + \frac{1}{2} C_{nti} (\dot{Y}_{nti} - \dot{Y}_{rti})^2 \\
& + \frac{1}{2} C_{nfi} (\dot{Y}_{nfi} - \dot{Y}_{rfi})^2 + \frac{1}{2} C_{ntd} (\dot{Y}_{ntd} - \dot{Y}_{rtd})^2 \\
& + \frac{1}{2} C_{nfd} (\dot{Y}_{nfd} - \dot{Y}_{rfd})^2
\end{aligned} \tag{56}$$

Con base en el diagrama del modelo de vehículo completo y mediante el balance de energía proporcionado por la formulación de Euler-Lagrange, se obtienen las ecuaciones que rigen el comportamiento de cada coordenada de movimiento. Estas son las siguientes:

$$\left\{ \begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_b} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_b} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_b} + \alpha_{ti} V_{ti} + \alpha_{fi} V_{fi} + \alpha_{td} V_{td} + \alpha_{fd} V_{fd} &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} + L_t (\alpha_{ti} V_{ti}) - L_f (\alpha_{fi} V_{fi}) + L_t (\alpha_{td} V_{td}) - L_f (\alpha_{fd} V_{fd}) &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\beta}} + L_i (\alpha_{ti} V_{ti}) + L_i (\alpha_{fi} V_{fi}) - L_d (\alpha_{td} V_{td}) - L_d (\alpha_{fd} V_{fd}) &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{nti}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{nti}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{nti}} - \alpha_{ti} V_{ti} &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{nfi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{nfi}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{nfi}} - \alpha_{fi} V_{fi} &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{ntd}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{ntd}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{ntd}} - \alpha_{td} V_{td} &= 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{nfd}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{nfd}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{nfd}} - \alpha_{fd} V_{fd} &= 0
\end{aligned} \right. \tag{57}$$

Asimismo, con base en el sistema (57), se obtiene la expresión que describe el movimiento de la masa del chasis \ddot{Y}_b ,

$$\begin{aligned}
M_b \ddot{Y}_b = & -K_{ti}(Y_b + L_i\beta + L_t\alpha - Y_{nti}) - K_{fi}(Y_b + L_i\beta - L_f\alpha - Y_{nfi}) \\
& - K_{td}(Y_b - L_d\beta + L_t\alpha - Y_{ntd}) \\
& - K_{fd}(Y_b - L_d\beta - L_f\alpha - Y_{nfd}) - C_{ti}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nti}) \\
& - C_{fi}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfi}) - C_{td}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{ntd}) \\
& - C_{fd}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfd}) - \alpha_{ti}V_{ti} - \alpha_{fi}V_{fi} - \alpha_{td}V_{td} \\
& - \alpha_{fd}V_{fd}
\end{aligned} \tag{58}$$

La ecuación del movimiento de cabeceo del chasis $\ddot{\alpha}$,

$$\begin{aligned}
I_a \ddot{\alpha} = & -L_t [K_{ti}(Y_b + L_i\beta + L_t\alpha - Y_{nti}) + K_{td}(Y_b - L_d\beta + L_t\alpha - Y_{ntd}) \\
& + C_{ti}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nti}) + C_{td}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{ntd}) \\
& + \alpha_{ti}V_{ti} + \alpha_{td}V_{td}] \\
& + L_f [K_{fi}(Y_b + L_i\beta - L_f\alpha - Y_{nfi}) \\
& + K_{fd}(Y_b - L_d\beta - L_f\alpha - Y_{nfd}) + C_{fi}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfi}) \\
& + C_{fd}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfd}) + \alpha_{fi}V_{fi} + \alpha_{fd}V_{fd}]
\end{aligned} \tag{59}$$

la ecuación del movimiento de balanceo del chasis $\ddot{\beta}$,

$$\begin{aligned}
I_b \ddot{\beta} = & L_i [-K_{ti}(Y_b + L_i\beta + L_t\alpha - Y_{nti}) - K_{fi}(Y_b + L_i\beta - L_f\alpha - Y_{nfi}) \\
& - C_{ti}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nti}) - C_{fi}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfi}) \\
& - \alpha_{ti}V_{ti} - \alpha_{fi}V_{fi}] \\
& + L_d [K_{td}(Y_b - L_d\beta + L_t\alpha - Y_{ntd}) \\
& + K_{fd}(Y_b - L_d\beta - L_f\alpha - Y_{nfd}) \\
& + C_{td}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{ntd}) + C_{fd}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfd}) \\
& + \alpha_{td}V_{td} + \alpha_{fd}V_{fd}],
\end{aligned} \tag{60}$$

y las ecuaciones de movimiento de las masas de los cuatro neumáticos.

$$\begin{aligned}
M_{nti} \ddot{Y}_{nti} = & K_{ti}(Y_b + L_i\beta + L_t\alpha - Y_{nti}) - K_{nti}(Y_{nti} - Y_{rti}) \\
& + C_{ti}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nti}) - C_{nti}(\dot{Y}_{nti} - \dot{Y}_{rti}) + \alpha_{ti}V_{ti};
\end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}
M_{nfi} \ddot{Y}_{nfi} = & K_{fi}(Y_b + L_i\beta - L_f\alpha - Y_{nfi}) - K_{nfi}(Y_{nfi} - Y_{rfi}) \\
& + C_{fi}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfi}) - C_{nfi}(\dot{Y}_{nfi} - \dot{Y}_{rfi}) + \alpha_{fi}V_{fi};
\end{aligned} \tag{62}$$

$$\begin{aligned}
M_{ntd} \ddot{Y}_{ntd} = & K_{td}(Y_b - L_d\beta + L_t\alpha - Y_{ntd}) - K_{ntd}(Y_{ntd} - Y_{rtd}) \\
& + C_{td}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{ntd}) - C_{ntd}(\dot{Y}_{ntd} - \dot{Y}_{rtd}) + \alpha_{td}V_{td};
\end{aligned} \tag{63}$$

$$\begin{aligned}
M_{nfd}\ddot{Y}_{nfd} = & K_{fd}(Y_b - L_d\beta - L_f\alpha - Y_{nfd}) - K_{nfd}(Y_{nfd} - Y_{rfd}) \\
& + C_{fd}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfd}) - C_{nfd}(\dot{Y}_{nfd} - \dot{Y}_{rfd}) \\
& + \alpha_{fd}V_{fd}.
\end{aligned} \tag{64}$$

Por último, se obtienen las ecuaciones, en el dominio eléctrico, de los elementos piezoeléctricos acoplados al sistema de suspensión, considerando el análisis de la energía producida por la velocidad relativa del elemento en cada suspensión.

$$\alpha_{ti}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nti}) = \frac{V_{ti}}{R_{ti}} + C_{0ti}\dot{V}_{ti}; \tag{65}$$

$$\alpha_{fi}(\dot{Y}_b + L_i\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfi}) = \frac{V_{fi}}{R_{fi}} + C_{0fi}\dot{V}_{fi}; \tag{66}$$

$$\alpha_{td}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} + L_t\dot{\alpha} - \dot{Y}_{ntd}) = \frac{V_{td}}{R_{td}} + C_{0td}\dot{V}_{td}; \tag{67}$$

$$\alpha_{fd}(\dot{Y}_b - L_d\dot{\beta} - L_f\dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfd}) = \frac{V_{fd}}{R_{fd}} + C_{0fd}\dot{V}_{fd}. \tag{68}$$

Por último, \dot{Y}_{gti} , \dot{Y}_{gfi} , \dot{Y}_{gtd} y \dot{Y}_{gfd} denotan la excitación del perfil irregular de la carretera, las cuales están dadas por la siguiente ecuación:

$$\dot{Y}_{gti}(t) = \dot{Y}_{gfi}(t) = \dot{Y}_{gtd}(t) = \dot{Y}_{gfd}(t) = -2\pi f_0 Y(t) + 2\pi\eta_0 W(t) \sqrt{Gx(\eta_0)\gamma(t)} \tag{69}$$

3.4. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

En vibraciones mecánicas, la función de transferencia del sistema describe la relación entre la respuesta y la excitación aplicada, que generalmente es una representación matemática en el dominio de la frecuencia. Es una herramienta fundamental para analizar y comprender el comportamiento dinámico de un sistema vibratorio tanto en el estado transitorio como estable. Matemáticamente, se expresa como la relación entre la transformada de Fourier de la entrada con respecto a las fuerzas conservativas y no conservativas del sistema.

Para obtener la función de transferencia de un sistema mecánico, es necesario aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones del modelo matemático que rige el comportamiento dinámico del sistema de suspensión piezoeléctrico. Es importante mencionar que, dado que en el modelo del vehículo con suspensión pasiva convencional en muchos casos es simétrico, por simplicidad, es conveniente analizar un cuarto de la suspensión del vehículo. Esta cuarta parte del sistema es un modelo simplificado del modelo del vehículo completo (E. Barredo, 2019).

Al aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones (39), (40) y (42), se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\alpha V(s) + (M_s s^2 + Cs + K)Y_s(s) + (-Cs - K)Y_{us}(s) = 0 \quad (70)$$

$$-\alpha V(s) + (-Cs - K)Y_s(s) + (M_{us}s^2 + Cs + C_t s + K + K_t)Y_{us}(s) - (C_t s + K_t)Y(s) = 0 \quad (71)$$

$$\left(-sC_0 - \frac{1}{R}\right)V(s) + s\alpha Y_s(s) - s\alpha Y_{us}(s) = 0 \quad (72)$$

Es importante mencionar que, las condiciones iniciales del desplazamiento, velocidad y voltaje en el transductor piezoeléctrico se asumen iguales a cero, $Y_s(0)$, $Y_{us}(0)$ y $V(0)$ (X. Wang, 2016).

A partir de las ecuaciones anteriores se resuelve el sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, y como resultado se obtienen las funciones de transferencia, que relacionan cada variable $Y_s(s)$, $Y_{us}(s)$ y $V(s)$ con la excitación de entrada ($Y(s)$).

$$G_1(s) = \frac{Y_s(s)}{Y(s)} \quad (73)$$

$$G_2(s) = \frac{Y_{us}(s)}{Y(s)} \quad (74)$$

$$G_3(s) = \frac{V(s)}{Y(s)} \quad (75)$$

3.5. FUNCIÓN DE RESPUESTA EN FRECUENCIA

La función de respuesta en frecuencia proporciona información sobre cómo un sistema mecánico responde a diferentes frecuencias de excitación, lo que permite analizar y caracterizar su comportamiento dinámico, específicamente en condiciones de resonancia. Asimismo, se utiliza para el diseño de sistemas de control y para evaluar la efectividad de mitigación de vibración de los sistemas anti-vibratorios.

Para obtener la función de respuesta en frecuencia del sistema de suspensión piezoeléctrico, es necesario aplicar la transformada de Fourier a las ecuaciones (39), (40) y (42). Como resultado se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\alpha V(I\omega) + (-\omega^2 M_s + I\omega c + k)Y_s(I\omega) + (-I\omega c - k)Y_{us}(I\omega) = 0 \quad (76)$$

$$-\alpha V(I\omega) + (-I\omega c - k)Y_s(I\omega) + (-\omega^2 M_{us} + I\omega c + I\omega c_t + k + k_t)Y_{us}(I\omega) - (I\omega c_t + k_t)Y(I\omega) = 0 \quad (77)$$

$$\left(-I\omega C_0 - \frac{1}{R}\right)V(I\omega) + (I\omega\alpha)Y_s(I\omega) - (I\omega\alpha)Y_{us}(I\omega) = 0 \quad (78)$$

Estas ecuaciones se utilizan para analizar el comportamiento dinámico en el dominio de la frecuencia del circuito de recolección de energía vibratoria, ya que al variar la frecuencia de excitación ω en un rango determinado, es posible cuantificar la potencia eléctrica generada por el transductor piezoeléctrico.

3.6. SIMULACIÓN MONTE CARLO

La simulación Monte Carlo es una técnica estadística que se utiliza para modelar y analizar sistemas complejos mediante la generación de muestras aleatorias y así obtener múltiples resultados numéricos. Esta técnica se basa en la generación de valores aleatorios dentro de un rango determinado para simular eventos y realizar un análisis estadístico de los resultados. Adicionalmente, este análisis estadístico proporciona una orientación para el diseño y la toma de decisiones operativas. Asimismo, desempeña un papel importante en la selección de los parámetros del sistema, que optimizan ciertas medidas de rendimiento (Rubinstein & Kroese, 2017). En el contexto de los sistemas mecánicos vibratorios y la recolección de energía vibratoria en suspensiones automotrices, la simulación Monte Carlo puede ser utilizada para evaluar y optimizar el rendimiento de estos sistemas. Al aplicar la simulación Monte Carlo se pueden tener en cuenta diversas fuentes de incertidumbre, como lo es la variabilidad en las características de las vibraciones de entrada al vehículo y los parámetros del sistema de suspensión basado en transductores piezoeléctricos, tales como, el coeficiente de rigidez, amortiguamiento y del material piezoeléctrico.

Los beneficios de aplicar la simulación Monte Carlo en sistemas mecánicos vibratorios y la recolección de energía vibratoria en suspensiones automotrices son los siguientes:

- Evaluación de rendimiento: Permite evaluar de manera exhaustiva el rendimiento del sistema en un amplio rango de condiciones y escenarios. Esto ayuda a identificar posibles problemas, limitaciones y áreas de mejora.
- Optimización del diseño: Al utilizar la simulación Monte Carlo, es posible realizar análisis de sensibilidad y optimización del diseño del sistema. Se pueden evaluar diferentes configuraciones, materiales y parámetros para maximizar la eficiencia y la recolección de energía.

- Manejo de incertidumbre: La técnica Monte Carlo tiene en cuenta la incertidumbre inherente a los sistemas mecánicos vibratorios y las vibraciones del vehículo. Esto proporciona una visión más realista de los resultados, además, ayuda a contemplar los escenarios más probables en lugar de depender de valores fijos o estimaciones puntuales.

En resumen, la simulación Monte Carlo es una herramienta poderosa para modelar y analizar sistemas mecánicos vibratorios y la recolección de energía vibratoria en suspensiones automotrices. Asimismo, permite evaluar el rendimiento del sistema anti-vibratorio, optimizar su diseño, manejar la incertidumbre y realizar un análisis estadístico para la toma de decisiones.

Con base en lo anterior, se modela el sistema de recolección de energía piezoeléctrica acoplado a la suspensión automotriz en el dominio de la frecuencia, para generar múltiples muestras aleatorias de los parámetros de interés. Estos parámetros, se relacionan principalmente con la cantidad de energía regenerada por el dispositivo piezoeléctrico. Posteriormente, se realizan los cálculos de simulación para cada muestra repetidamente.

Los análisis de sensibilidad del ancho de banda se llevan a cabo con el fin de identificar y enfatizar la correlación de sensibilidad de los índices de rendimiento y la dinámica de la suspensión. Estas simulaciones de análisis de sensibilidad paramétrica se ejecutan utilizando MATLAB/Simulink (Abdelkareem et al., 2020).

3.7. NORMA \mathcal{H}_2

Para realizar el análisis de señales estocásticas mediante la norma \mathcal{H}_2 es importante considerar algunos conceptos de probabilidad y estadística debido a las características aleatorias que poseen este tipo de señales. El concepto de valor esperado o esperanza $E[x(t)]$ de un proceso aleatorio representa el valor que se obtiene al promediar una señal definida en el tiempo desde $-\infty$ hasta $+\infty$. De hecho, el valor esperado $E[x(t)]$ de una señal $x(t)$ es el valor medio $\bar{x}(t)$. Similarmente, $E[x^2(t)]$ es el valor medio cuadrático o $\overline{x^2}(t)$.

Por otra parte, la varianza se define como $\sigma_x^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}(t)]^2 dt$, la cual, desarrollando resulta como; $\sigma_x^2 = \overline{x^2}(t) - \bar{x}(t)^2$, que no es mas que el valor medio cuadrático menos el valor medio, elevados al cuadrado. Adicionalmente, el concepto de desviación estándar se define como la raíz cuadrada de la varianza. Con esto en mente y considerando un proceso estocástico con media igual a cero (E. Barredo, 2019), la desviación estándar resulta ser el valor RMS (root mean square), es decir, la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de un conjunto de valor, $RMS = \sqrt{\overline{x^2}}$. Estas propiedades anteriormente mencionadas, son de gran importancia para determinar la respuesta vibratoria de una estructura bajo vibración estocástica.

La norma \mathcal{H}_2 de la teoría del control óptimo se utiliza para diseñar controladores que minimicen la energía de vibración en un sistema, reduciendo así la respuesta vibratoria no deseada. La norma \mathcal{H}_2 mide de la energía cuadrática promedio de la respuesta del sistema sujeto a vibración aleatoria estacionaria.

Para calcular y optimizar la norma \mathcal{H}_2 , se debe considerar que el perfil de la carretera es un proceso estocástico estacionario que se puede representar a través de una función de densidad espectral de potencia (PSD) (E. Barredo, 2019). Luego, al aplicar la transformada de Fourier a la ecuación (41), la cual describe la excitación del perfil irregular de la carretera, se obtiene la expresión que describe la FRF (función de respuesta en frecuencia) de la excitación de entrada $Y_{entrada}(I\omega)$,

$$Y_{entrada}(I\omega) = \frac{2\pi\eta_0\sqrt{G_x(\eta_0)a(t)}}{I\omega + 2\pi f_0} W(I\omega). \quad (79)$$

Considerando que la respuesta del sistema se suele expresar en términos de densidades espectrales, se obtiene la expresión, ecuación (80), que describe el espectro de potencia de salida del sistema de suspensión piezoeléctrico, donde $Y_{salida}(I\omega)$ representa la FRF de la salida del sistema y $|H_i(I\omega)|$ representa el valor absoluto de la función de transferencia del sistema,

$$Y_{salida}(I\omega) = |H_i(I\omega)|Y_{entrada}(I\omega) = |H_i(I\omega)|\frac{2\pi\eta_0\sqrt{G_x(\eta_0)a(t)}}{I\omega + 2\pi f_0} W(I\omega). \quad (80)$$

Con el objetivo de calcular el valor RMS del espectro de potencia de salida se utilizan las definiciones anteriormente mencionadas de valor esperado, varianza y desviación estándar. Por lo tanto, el valor esperado de Y^2_{salida} , se denota en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} E[Y^2_{salida}] \\ = (2\pi\eta_0)^2 G_x(\eta_0)a(t)|W(I\omega)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(I\omega)|^2 \frac{1}{I\omega + 2\pi f_0} d\omega W(I\omega). \end{aligned} \quad (81)$$

Nótese que, en la ecuación (81), la PSD del ruido blanco Gaussiano es $|W(I\omega)|^2 = S_x = cte$. Adicionalmente, se aplica la definición de desviación estándar anteriormente mencionada y el teorema de Parseval (E. Barredo, 2019) para obtener el valor RMS de la PSD de salida. La expresión obtenida se presenta a continuación:

$$E[Y^2_s] = (2\pi\eta_0)\sqrt{G_x S_x a(t)} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| H_i(I\omega) \frac{1}{I\omega + 2\pi f_0} \right|^2 d\omega \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (82)$$

De la ecuación (82), la expresión $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| H_i(I\omega) \frac{1}{I\omega + 2\pi f_0} \right|^2 d\omega$, es la definición de la norma \mathcal{H}_2 , la cual proporciona la energía total de vibración del sistema. Y al calcular su valor RMS se obtiene la magnitud promedio de la señal.

Por otra parte, la definición de la norma \mathcal{H}_2 también puede expresarse de la siguiente manera con el fin de obtener una solución de la integral (E. Barredo, 2019):

$$\begin{aligned} \|H(I\omega)\|_2^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(I\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi I} \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(-I\omega)||H_i(I\omega)| d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi I} \oint |H_i(-I\omega)||H_i(I\omega)| d\omega = \frac{1}{2\pi} 2\pi I \sum_{k=1}^n \text{Res}[f_n; I\omega_k] \end{aligned} \quad (83)$$

Como se observa, la ecuación anterior es una integral de contorno que se puede resolver usando el método de integración por residuos. Dicho método en la mayoría de los casos es difícil de resolver, por lo que, se ha optado por resolver la integral de la norma \mathcal{H}_2 obteniendo la solución única de la ecuación de Lyapunov. La representación de dicha solución esta descrita en la ecuación (84).

$$\begin{aligned} \|H(I\omega)\|_2^2 \text{norm} &= \|[\mathbf{C}](s\{\mathbf{I}\} - \{\mathbf{A}\})^{-1}[\mathbf{B}]\|_2^2 = \frac{1}{2\pi I} \oint |H_i(-I\omega)||H_i(I\omega)| d\omega \\ &= \text{Trace}([\mathbf{C}][\mathbf{L}][\mathbf{C}]^T) \end{aligned} \quad (84)$$

En la ecuación anterior, se encuentran las matrices $[\mathbf{A}]$, $[\mathbf{B}]$, $[\mathbf{C}]$, las cuales se obtienen a partir de los coeficientes de los polinomios de la FRF de $|H_i(I\omega)|$, ecuación (85). En esa misma línea, $\{\mathbf{I}\}$ representa la matriz identidad, por otra parte, la matriz $[\mathbf{L}]$ denota la solución única de Lyapunov ($[\mathbf{A}][\mathbf{L}] + [\mathbf{L}][\mathbf{A}]^T + [\mathbf{B}][\mathbf{B}]^T = [0]$). En la ecuación (86), se observan las matrices anteriormente mencionadas.

$$|H_i(I\omega)| = \left| \frac{B_{n-1}(I\omega)^{n-1} + \dots + B_1(I\omega) + B_0}{(I\omega)^{n-1} + A_{n-1}(I\omega)^{n-1} + \dots + A_1(I\omega) + A_0} \right|^{\frac{1}{2}} \quad (85)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{A}] &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -A_0 & -A_1 & -A_2 & \dots & A_{n-1} \end{bmatrix}; [\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \\ [\mathbf{C}] &= [B_0 \quad B_1 \quad B_2 \quad \dots \quad B_{n-1}] \end{aligned} \quad (86)$$

Con ayuda del software Maple, se obtiene analíticamente la solución única de Lyapunov. Es importante mencionar que para dar solución a la integral de la norma \mathcal{H}_2 , la solución única depende fuertemente de los coeficientes del polinomio de la FRF. Con esto en mente, al formular este polinomio, los coeficientes resultantes difieren al considerar la frecuencia de corte, es por esto que, en la ecuación (87), se describe la integral con los coeficientes del polinomio que incluye dicha frecuencia, y en la ecuación (88) sin contemplar la frecuencia de corte. Dichos coeficientes se encuentran en el apartado del APÉNDICE.

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\mathbf{I}\omega + \omega_0} H_i(\mathbf{I}\omega) \right)^2 d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_5 \omega^{10} + B_4 \omega^8 + B_3 \omega^6 + B_2 \omega^4 + B_1 \omega^2 + B_0}{A_6 (\mathbf{I}\omega)^6 + A_5 (\mathbf{I}\omega)^5 + A_4 (\mathbf{I}\omega)^4 + A_3 (\mathbf{I}\omega)^3 + A_2 (\mathbf{I}\omega)^2 + A_1 (\mathbf{I}\omega) + A_0} d\omega \end{aligned} \quad (87)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\mathbf{I}\omega} H_i(\mathbf{I}\omega) \right)^2 d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_4 \omega^8 + B_3 \omega^6 + B_2 \omega^4 + B_1 \omega^2 + B_0}{A_5 (\mathbf{I}\omega)^5 + A_4 (\mathbf{I}\omega)^4 + A_3 (\mathbf{I}\omega)^3 + A_2 (\mathbf{I}\omega)^2 + A_1 (\mathbf{I}\omega) + A_0} d\omega \end{aligned} \quad (88)$$

Donde i representa la i -ésima FRF del sistema de suspensión con transductor piezoeléctrico. La solución única de Lyapunov considerando la frecuencia de corte se describe en la ecuación (89), mientras que la solución sin frecuencia en la ecuación (90).

$$L_A = \frac{\pi}{A_6} \cdot \left(\begin{array}{c} \det \begin{bmatrix} B_5 & B_4 & B_3 & B_2 & B_1 & B_0 \\ -A_6 & A_4 & -A_2 & A_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -A_5 & A_3 & -A_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_6 & -A_4 & A_2 & -A_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_5 & -A_3 & A_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -A_6 & A_4 & -A_2 & A_0 \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} A_5 & -A_3 & A_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -A_6 & A_4 & -A_2 & A_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -A_5 & A_3 & -A_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_6 & -A_4 & A_2 & -A_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_5 & -A_3 & A_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -A_6 & A_4 & -A_2 & A_0 \end{bmatrix} \end{array} \right) \quad (89)$$

$$L_A = \left(\frac{\pi}{A_5} \cdot \frac{\det \begin{bmatrix} B_4 & B_3 & B_2 & B_1 & B_0 \\ -A_5 & A_3 & -A_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -A_4 & A_2 & -A_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_5 & -A_3 & A_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_4 & -A_2 & A_0 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} A_4 & -A_2 & A_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -A_5 & A_3 & -A_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -A_4 & A_2 & -A_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_5 & -A_3 & A_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_4 & -A_2 & A_0 \end{bmatrix}} \right) \quad (90)$$

Estas soluciones representan el valor RMS de energía contenida en la i-ésima FRF, estas soluciones se pueden aplicar a los índices de rendimiento con el fin de conocer la energía contenida en cada uno. Dichos índices de rendimiento se analizarán en la subsección 3.8.

3.8. ÍNDICES DE RENDIMIENTO DINÁMICO DE LAS SUSPENSIONES AUTOMOTRICES

Los índices de rendimiento dinámico de las suspensiones automotrices son medidas utilizadas para evaluar y comparar el desempeño de un sistema de suspensión en términos de su capacidad para proporcionar confort, estabilidad y control en diferentes condiciones de conducción.

Estos índices de rendimiento dinámico se basan en mediciones y análisis de las respuestas de la suspensión ante excitaciones externas, como baches, irregularidades en la carretera o maniobras del vehículo. Existen distintos índices de rendimiento, sin embargo, los índices de especial interés son: el índice de la comodidad o confort, índice de la deflexión del sistema de suspensión, índice de carga dinámica sobre los neumáticos y el índice de la potencia eléctrica recolectada. Cabe recalcar que, estos índices de rendimiento están fuertemente relacionados con las funciones de transferencia anteriormente mencionadas, estas mismas que describen la respuesta en frecuencia de un sistema.

Índice de confort: el índice de confort evalúa la capacidad de la suspensión para proporcionar un viaje suave y cómodo para los ocupantes del vehículo, con el fin de minimizar las vibraciones transmitidas al chasis. Se basa principalmente en las mediciones de aceleración vertical en el chasis. Un índice de confort más bajo indica un viaje más suave y cómodo. Matemáticamente, en el dominio de Laplace, la función de transferencia de la respuesta de aceleración del chasis se representa mediante la siguiente expresión:

$$H_{Acet}(s) = s^2 \frac{Y_s(s)}{Y(s)} \quad (91)$$

Índice de la deflexión del sistema de suspensión: este índice se refiere a la medida de la cantidad de movimiento o deflexión que experimenta el sistema de suspensión en respuesta a una excitación externa. Indica la capacidad de la suspensión para absorber y amortiguar las irregularidades del terreno. Un índice de deflexión más bajo indica una menor cantidad de movimiento y, por lo tanto, una mejor capacidad de la suspensión para mantener la estabilidad y el control.

$$H_{DeflecSusp}(s) = \frac{Y_s(s)}{Y(s)} - \frac{Y_{us}(s)}{Y(s)} \quad (92)$$

Índice de carga dinámica sobre los neumáticos: este índice evalúa la distribución de la carga sobre los neumáticos en función de las condiciones de conducción y las características de la suspensión. La carga dinámica sobre los neumáticos varía a medida que el vehículo se mueve y se enfrenta a diferentes fuerzas, como la aceleración, la desaceleración, las curvas y los baches. Un índice de carga dinámica adecuado indica una distribución equilibrada de la carga, lo que contribuye a una mejor adherencia de los neumáticos sobre la carretera, y consecuentemente mejor estabilidad dinámica.

$$H_{TyreLoad}(s) = \left(\frac{Y_{us}(s)}{Y(s)} - \frac{Y(s)}{Y(s)} \right) k_t \quad (93)$$

Índice de potencia eléctrica recolectada: este índice se refiere a la cantidad de energía eléctrica generada y recolectada por el sistema de suspensión mediante el uso de tecnologías de recuperación de energía, como lo es el sistema de recolección de energía piezoeléctrica. Esta energía recuperada puede utilizarse para alimentar otros componentes del vehículo y reducir la carga en el sistema eléctrico principal del vehículo. Un índice de potencia eléctrica recolectada más alto indica una mayor eficiencia y aprovechamiento de la energía en el sistema de suspensión.

$$H_{ElectricPower}(s) = \frac{V(s)}{Y(s)} \quad (94)$$

Estos índices de rendimiento dinámico se pueden utilizar para comparar diferentes configuraciones de suspensión, sistemas de amortiguación o ajustes de parámetros en el diseño de suspensiones automotrices. También son útiles para evaluar y mejorar el desempeño de las suspensiones existentes, y optimizar su rendimiento en diferentes condiciones de conducción.

Considerando que la PSD de la carretera describe la distribución de energía vibratoria en diferentes frecuencias de excitación, resulta posible examinar la cantidad de energía presente en los índices de rendimiento. Este análisis se lleva a cabo con el propósito de realizar una evaluación de sensibilidad paramétrica,

específicamente, en el índice de potencia eléctrica, el cual brinda la cantidad de energía eléctrica regenerada por el sistema de suspensión piezoeléctrico.

Para realizar este análisis resulta fundamental la identificación de cuatro de los índices de rendimiento primordiales en los vehículos, los cuales comprenden el índice de confort, el índice de deflexión de la suspensión, el índice de carga dinámica sobre los neumáticos y el índice de potencia eléctrica recolectada. Estos índices se describen en las ecuaciones (91), (92), (93) y (94), respectivamente. Teniendo en mente estas ecuaciones, se pueden determinar las funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) de los índices de rendimiento mediante la transformada de Fourier. Posteriormente, al considerar el espectro del perfil irregular de la carretera como la excitación de entrada al sistema de suspensión, el espectro de potencia de salida se puede expresar como se definió en la ecuación (82). Las ecuaciones que describen los índices de rendimiento se presentan a continuación:

$$\begin{aligned}
E[|H_{Acel}(I\omega)|^2] &= J_A = (2\pi\eta_0)^2(G_x S_x V) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| H_{Acel}(I\omega) \frac{1}{I\omega + 2\pi f_0} \right|^2 d\omega \right] \\
E[|H_{SuspDeflec}(I\omega)|^2] &= J_{SP} = (2\pi\eta_0)^2(G_x S_x V) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| H_{SuspDeflec}(I\omega) \frac{1}{I\omega + 2\pi f_0} \right|^2 d\omega \right] \\
E[|H_{TyreLoad}(I\omega)|^2] &= J_{TL} = (2\pi\eta_0)^2(G_x S_x V) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| H_{TyreLoad}(I\omega) \frac{1}{I\omega + 2\pi f_0} \right|^2 d\omega \right] \\
E[|H_{ElectricPower}(I\omega)|^2] &= J_{EP} = (2\pi\eta_0)^2(G_x S_x V) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| H_{ElectricPower}(I\omega) \frac{1}{I\omega + 2\pi f_0} \right|^2 d\omega \right]
\end{aligned} \tag{95}$$

Dichas ecuaciones se resuelven mediante la solución única de Lyapunov analizada en la subsección 3.7.

CAPÍTULO 4: SIMULACIÓN NUMÉRICA Y RESULTADOS

El análisis en el dominio de la frecuencia de un sistema de recolección de energía piezoeléctrica en una suspensión automotriz se presenta como un enfoque fundamental para comprender el comportamiento del sistema y optimizar su rendimiento. Este tipo de análisis permite determinar la eficiencia de la conversión de energía piezoeléctrica, ya que está directamente relacionada con la resonancia del sistema y la capacidad de respuesta a las vibraciones.

En esta tesis, se llevará a cabo un análisis detallado de las propiedades de frecuencia del sistema de recolección de energía piezoeléctrica en una suspensión automotriz. Se investigarán los factores que influyen en la respuesta en frecuencia del sistema, además, se examinará el impacto de la variación de la frecuencia de vibración del vehículo en la generación de energía eléctrica.

El objetivo principal de este estudio es obtener una comprensión profunda del comportamiento en el dominio de la frecuencia del sistema de recolección de energía piezoeléctrica en una suspensión automotriz, con el fin de optimizar su rendimiento y maximizar la eficiencia de conversión de energía. Los resultados obtenidos pueden contribuir al desarrollo de sistemas de recolección de energía más eficientes y sostenibles, con aplicaciones potenciales en el ámbito automotriz y otras áreas relacionadas.

4.1. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN CUARTO DE VEHÍCULO

Para realizar el análisis en el dominio de la frecuencia se programaron las ecuaciones (76), (77) y (78) en MATLAB, que describen el comportamiento del sistema de suspensión piezoeléctrica en el dominio de la frecuencia. Se muestrea la frecuencia ω , en un rango de 0 a 15Hz, además, se eligieron los siguientes parámetros para esta simulación con base en las investigaciones reportadas en (Al-Yafeai et al., 2019; Fu et al., 2021),(Drissa Mohamed Malo & Erol Uzal, 2022),(X. Wang & Lin, 2013):

Tabla 1. Parámetros de simulación del modelo de un cuarto de vehículo de una suspensión automotriz con elemento piezoeléctrico.

PARAMETRO	TIPO	UNIDADES	VALORES
M_s	Masa del chasis	Kg	260
M_{us}	Masa del neumático	Kg	40
c	Coefficiente de amortiguamiento de la suspensión	$\frac{N \cdot s}{m}$	520
c_t	Coefficiente de amortiguamiento del neumático	$\frac{N \cdot s}{m}$	264.73
k	Coefficiente de rigidez de la suspensión	$\frac{N}{m}$	26 000
k_t	Coefficiente de rigidez del neumático	$\frac{N}{m}$	130 000
C_0	Capacitancia de bloqueo del elemento piezoeléctrico	F	1.89×10^{-8}
f_n	Frecuencia natural del sistema	Hz	1.5
α	Factor de fuerza piezoeléctrica	$\frac{N}{volts}$	0.00152
R	Resistencia de carga	Ω	30 455.3

Para conocer el comportamiento del modelo de una cuarta parte del vehículo con suspensión piezoeléctrica en el dominio de la frecuencia, se resuelven las ecuaciones por el método de funciones de transferencia, dicho método se puede representar con matrices, esto con el fin de su programación en Matlab para observar la respuesta en frecuencia del desplazamiento de las masas del sistema con respecto a la excitación de entrada, asimismo, se obtiene el voltaje recolectado en ese rango de frecuencias de excitación.

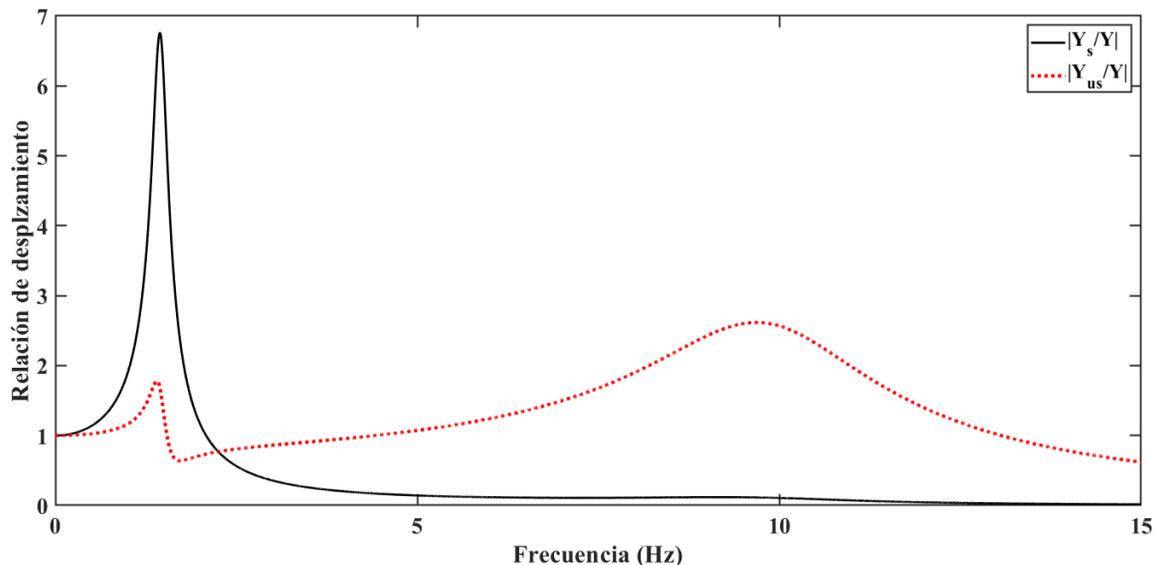


Figura 20. Relación de desplazamiento de las masas M_s y M_{us} con respecto a la excitación de entrada Y en un rango de frecuencia de ω .

La Figura 20 presenta el comportamiento dinámico de la suspensión automotriz con el elemento piezoeléctrico añadido. Dicha señal revela las frecuencias resonantes del sistema, las cuales son 1.4 Hz y 9.6 Hz.

La identificación de estas frecuencias resonantes en el modelo matemático de un cuarto de vehículo desempeña un papel crucial en el análisis de sistemas vibratorios. Al identificar estas frecuencias resonantes, se logra una comprensión más precisa y detallada que resulta esencial para el diseño y la optimización efectiva de dispositivos destinados al aprovechamiento de la energía generada por las vibraciones en el vehículo. Estas frecuencias resonantes representan puntos clave en los que las oscilaciones del vehículo alcanzan su máxima eficiencia de transferencia de energía, lo que, a su vez, permite diseñar sistemas de regeneración de energía que sean altamente efectivos y eficientes.

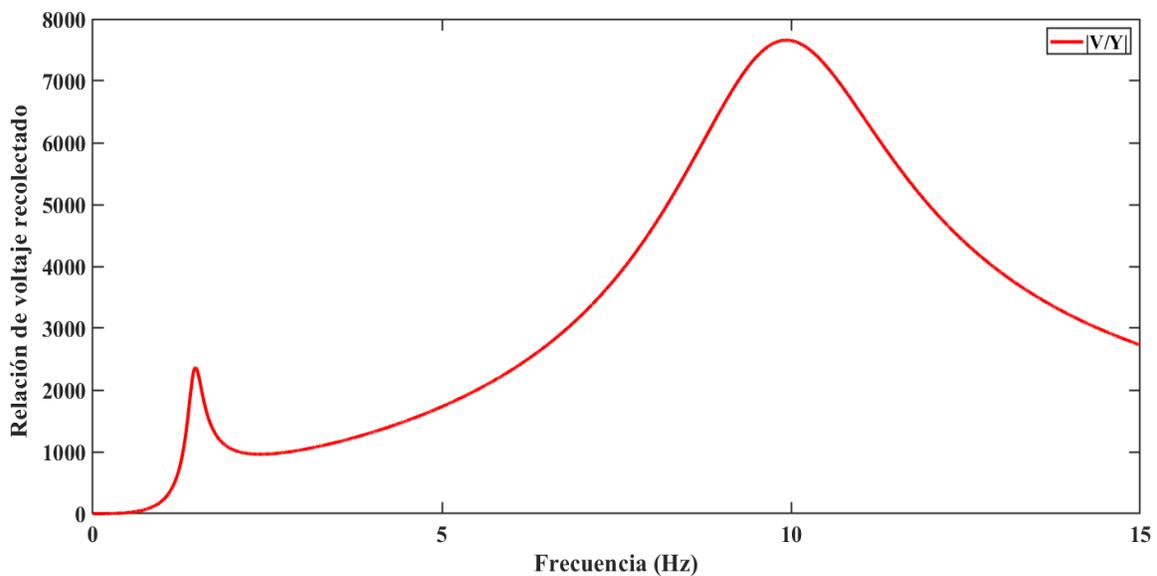


Figura 21. Relación del voltaje recolectado con respecto a la excitación de entrada en un rango de frecuencia ω .

En la Figura 21 se observa como las frecuencias resonantes influyen en la potencial de regeneración de voltaje piezoeléctrico. Además, se observa que en la segunda frecuencia resonante se encuentra el mayor potencial de regeneración.

4.1.1. ANÁLISIS PARAMÉTRICO MEDIANTE SIMULACIÓN MONTE CARLO

Con base en la simulación Monte Carlo se pueden identificar los parámetros que influyen de manera directa en la recolección de energía piezoeléctrica. Dicha simulación se realiza en MATLAB, donde se varía la frecuencia y el parámetro elegido a analizar. Este parámetro se muestrea con una distribución probabilística, en este caso se varió el parámetro con una distribución uniforme considerando una desviación estándar del 20% con respecto al valor nominal del parámetro. Después, se simula repetidamente el modelo matemático en el dominio de la frecuencia para cada muestra, esto con el fin de observar la variabilidad de la respuesta ante el muestreo aleatorio del parámetro. El objetivo de este ejercicio es observar que parámetros influyen en la respuesta de regeneración de energía. En este caso, se varían los parámetros de factor de fuerza piezoeléctrica α y la resistencia de carga R conforme a las condiciones de muestreo anteriormente mencionadas. A continuación, se presentan las gráficas resultantes de estas simulaciones:

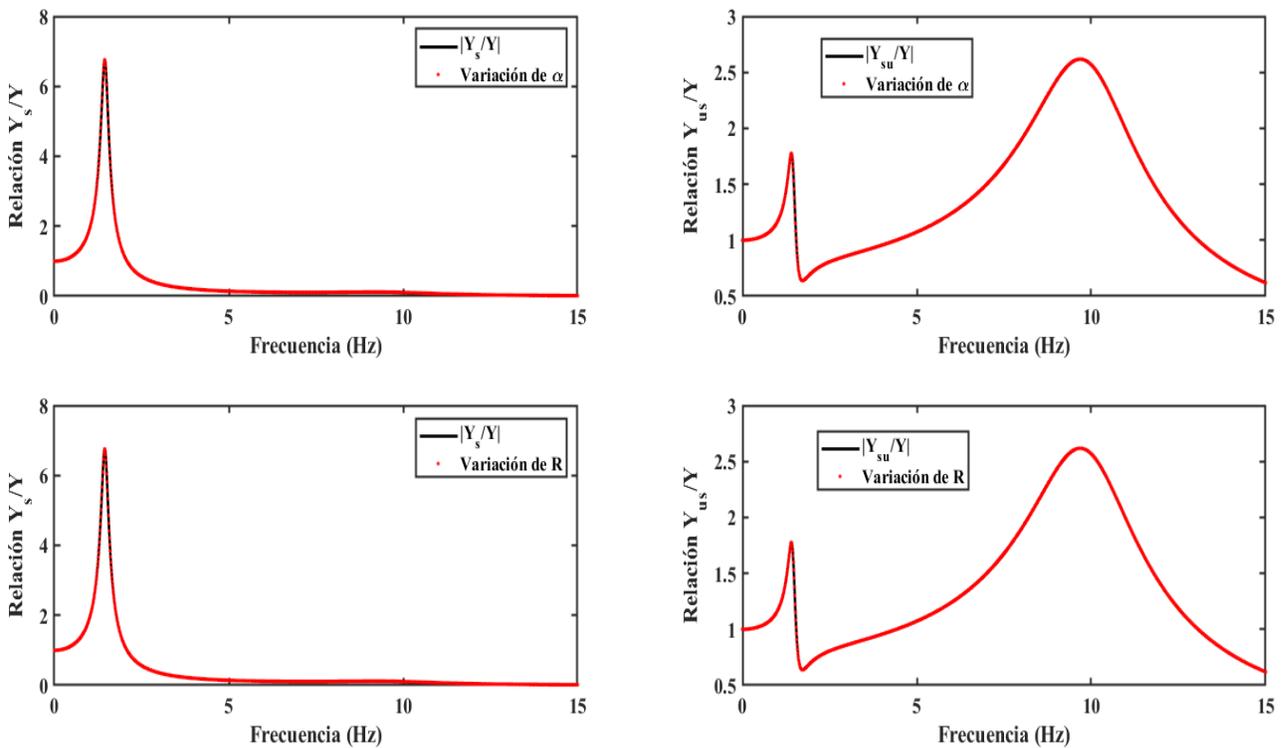


Figura 22. Simulación Monte Carlo de la respuesta en frecuencia del modelo matemático de un cuarto de vehículo sin variación.

Como se muestra en la Figura 22, el parámetro de factor de fuerza piezoeléctrica, α y la resistencia de carga R , no influyen en la respuesta en frecuencia de las relaciones de desplazamiento de las masas. Sin embargo, en la Figura 23 se observa como fluctúa el voltaje principalmente en la segunda frecuencia resonante del sistema, además de demostrar que α y R , son parámetros que influyen directamente en la recolección de energía piezoeléctrica.

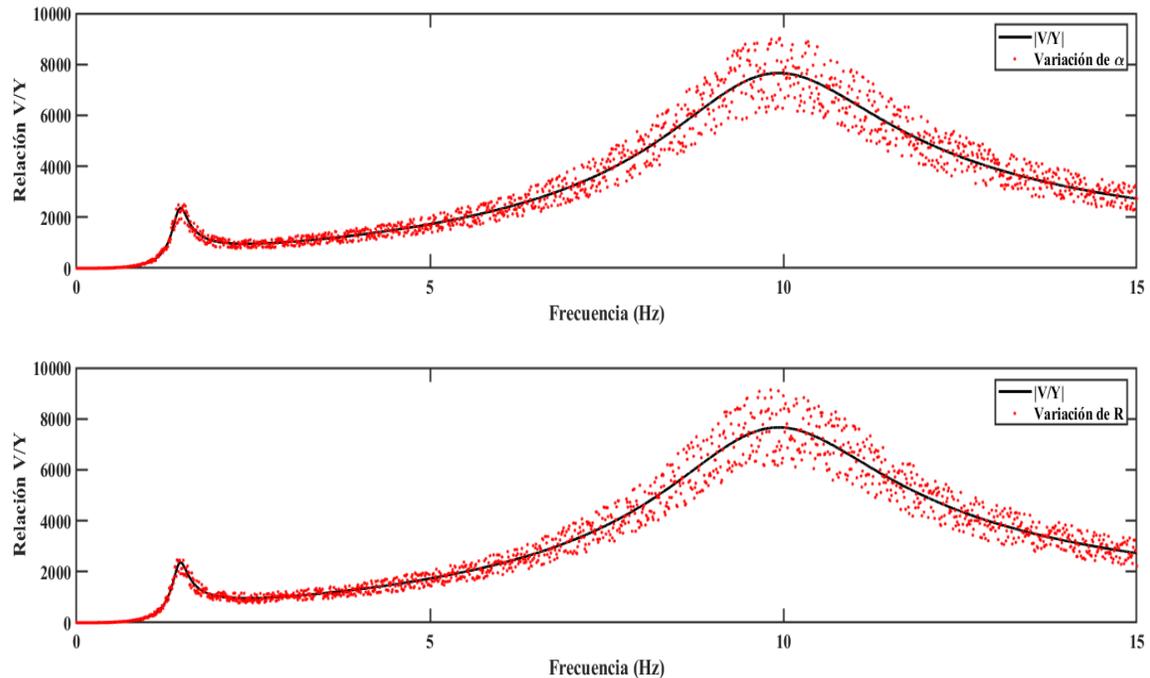


Figura 23. Simulación Monte Carlo de la respuesta en frecuencia de $\frac{V}{Y}$ con variación.

4.1.2. ANÁLISIS DE LOS CIRCUITOS DE RECOLECCIÓN DE ENERGÍA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Para la simulación del modelo matemático del sistema de suspensión con recolección de energía piezoeléctrica en el dominio del tiempo, se realiza la programación de las ecuaciones (32), (33) y (35) en MATLAB/Simulink. Dicha simulación se realizó con base en los datos de la Tabla 1, además, se contempló una excitación armónica de tipo sinusoidal de aceleración con valor RMS de $9.8 \frac{m}{s^2}$ y una frecuencia de excitación de 1.4 Hz .

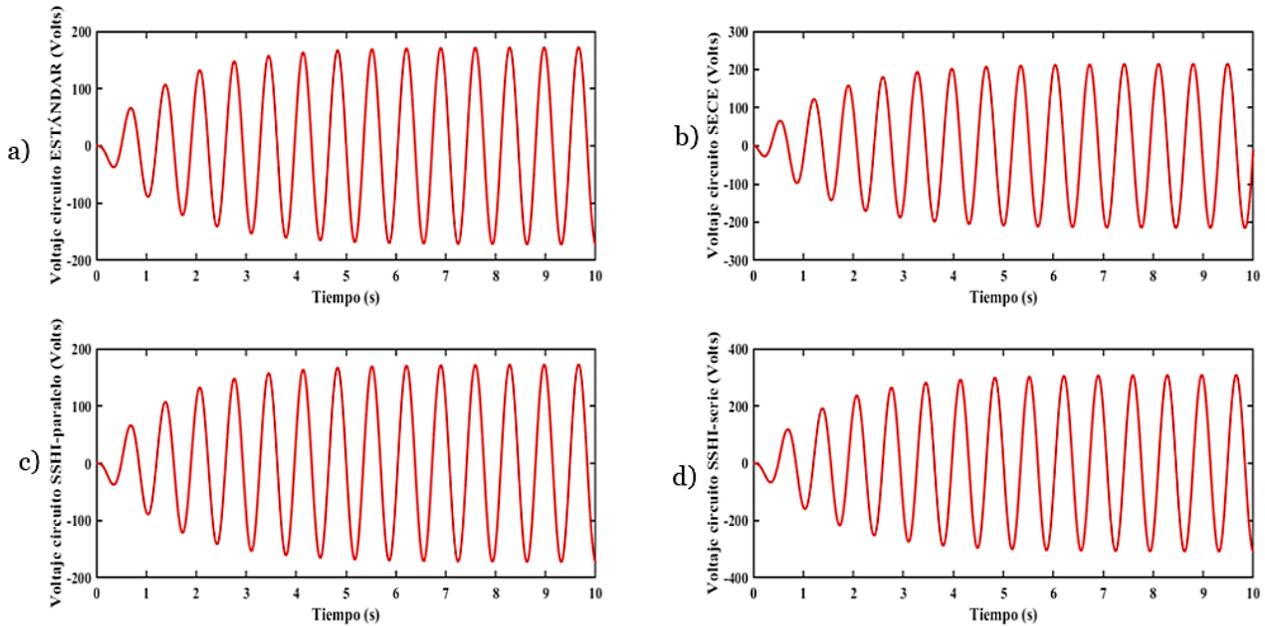


Figura 24. Voltaje recolectado por los circuitos a) Estándar, b) SECE, c) SSHI-paralelo y d) SSHI-serie.

En la Figura 24, se muestran los voltajes de salida sin considerar el proceso de rectificación de cada circuito de regeneración de energía. Asimismo, se observa como cada circuito entrega un voltaje mayor o menor dependiendo del tipo y características del circuito. Es importante mencionar que, estos circuitos generan inversiones de voltaje, lo cual, se ve reflejado en pérdidas de energía. Estas pérdidas se relacionan directamente con el consumo de voltaje realizado en los procesos de sincronización de los ciclos de trabajo del material piezoeléctrico y el dispositivo de almacenamiento de energía, así como, de los procesos de rectificación. De hecho, la función principal de estos circuitos es acondicionar la señal de voltaje a la salida, es decir, rectificar, atenuar o incrementar los voltajes con el propósito de entregar la energía sin dañar los dispositivos de almacenamiento o carga. Con esto en mente, en estas gráficas, solo se muestra el potencial de regeneración de energía con el circuito piezoeléctrico, mas no, el proceso de rectificación y sincronización de los ciclos de trabajo. En otras palabras, estos circuitos maximizan y optimizan la transferencia de energía entre un generador piezoeléctrico y un sistema de almacenamiento o uso de energía.

Un análisis más adecuado se centraría en observar la señal del voltaje transferido a la resistencia de carga considerando la rectificación y el nivel de voltaje admitido por los dispositivos de almacenamiento de energía. Es importante mencionar que, estos circuitos no afectan directamente a la cantidad de energía que puede recuperarse mediante los elementos piezoeléctricos acoplados al sistema de suspensión, por lo que, en esta investigación no se profundizó más allá de obtener el potencial de energía regenerado usando transductores piezoeléctricos.

4.1.3. ANÁLISIS DE LOS ÍNDICES DE RENDIMIENTO DE UN CUARTO DE VEHICULO

El objetivo principal del análisis de los índices de rendimiento es evaluar el nivel de vibración y ruido que se experimenta en el interior de un vehículo durante su funcionamiento. Asimismo, este análisis se podría aplicar para cuantificar la cantidad de vibración con la que la suspensión piezoeléctrica interactúa, es decir, la cantidad de energía que se puede regenerar en la suspensión.

Para realizar este análisis de sensibilidad paramétrica, se programó en MATLAB el conjunto de ecuaciones (95) combinadas con la ecuación de la solución única de Lyapunov considerando la frecuencia de corte, ecuación (89), y sin frecuencia de corte, ecuación (90). Por otro parte, con base en la simulación Monte Carlo, se muestrearon los valores de la resistencia de carga R y el factor de fuerza α utilizando una distribución probabilística uniforme del 20%, todo lo anterior con el fin de conocer los valores que entreguen una mayor cantidad de regeneración energía. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

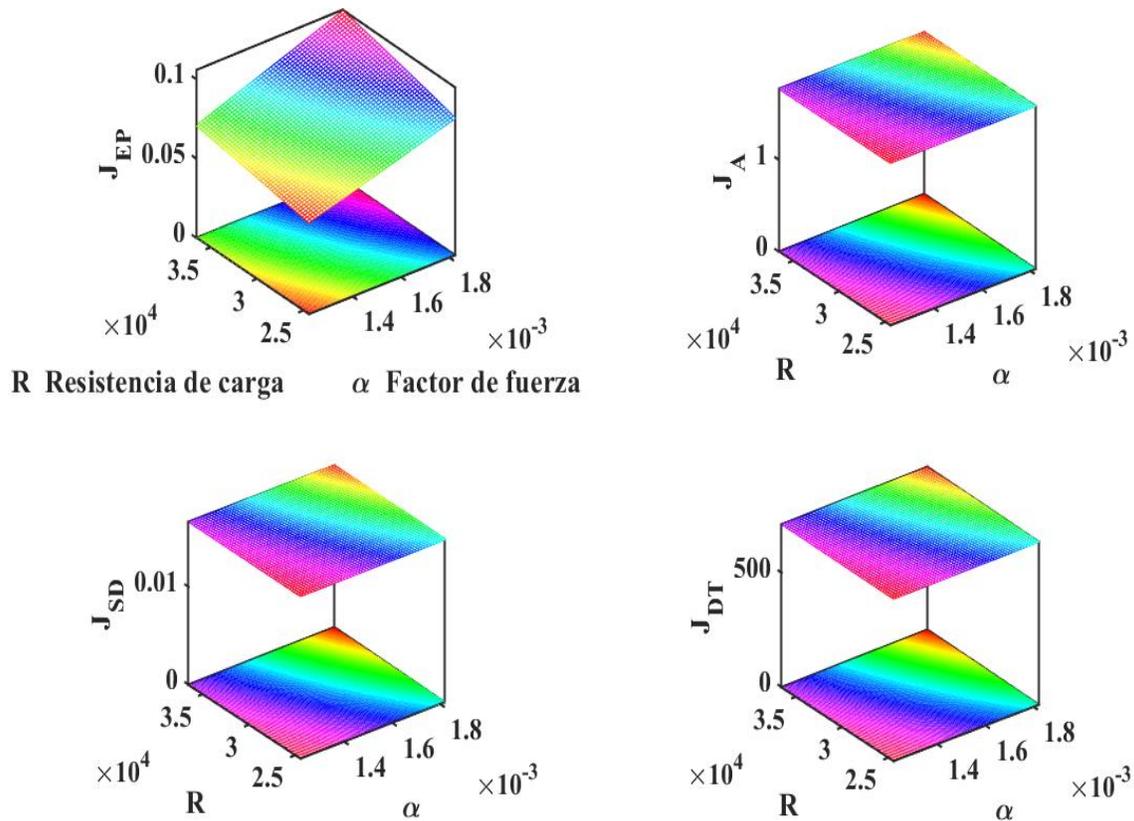


Figura 25. Análisis de índices de rendimiento de la suspensión sin considerar la frecuencia de corte en el dominio de la frecuencia.

Es importante mencionar que, se realizaron tres simulaciones de los índices de rendimiento bajo distintas condiciones. En la primera y segunda simulación se obtienen analíticamente las ecuaciones de los índices de rendimiento resolviendo la integral como se indica en la sección 3.7 y 3.8, mientras que, en la tercera se resuelve por el método numérico proporcionado por MATLAB/Simulink. Los resultados obtenidos son casi idénticos. Si embargo, la primera simulación, se realizó en el dominio de la frecuencia y sin considerar la frecuencia de corte. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 25, donde se observa que el índice de potencia eléctrica regenerada es el único que se ve afectado por la variación de los parámetros mencionados anteriormente. Asimismo, se aprecia que conforme se aumenta R y α se regenera mayor cantidad de energía eléctrica.

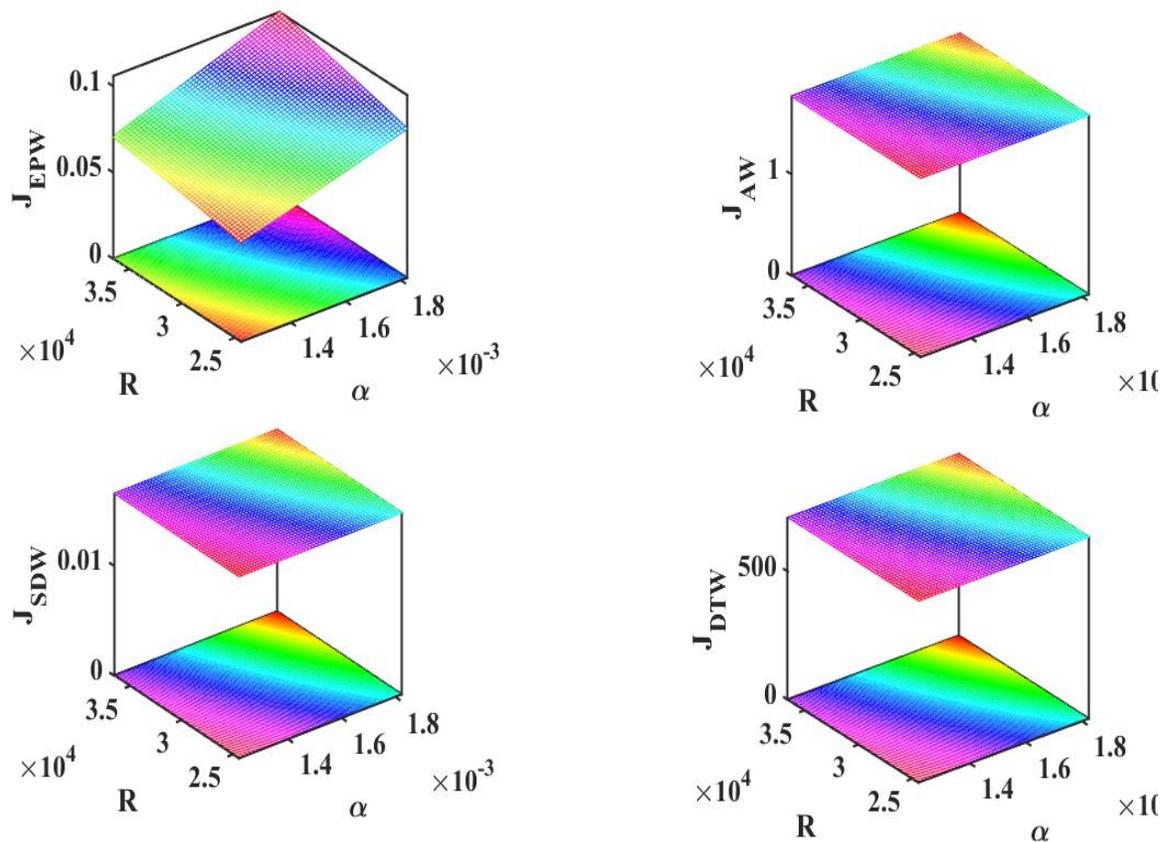


Figura 26. Análisis de índices de rendimiento de la suspensión considerando la frecuencia de corte en el dominio de la frecuencia.

En la segunda simulación, mostrada en la Figura 26, se observa un comportamiento similar al del primer análisis. Sin embargo, en esta simulación se contempla la frecuencia de corte y de igual manera, se ubica en el dominio de la frecuencia. Por otra parte, la tercera simulación, Figura 27, se realizó en el dominio del tiempo y bajo el método numérico de solución que ofrece MATLAB/Simulink. Los resultados coinciden con las dos simulaciones anteriores. Por lo que se puede

concluir que, al realizar este análisis se ofrece mayor robustez y claridad de los resultados obtenidos.

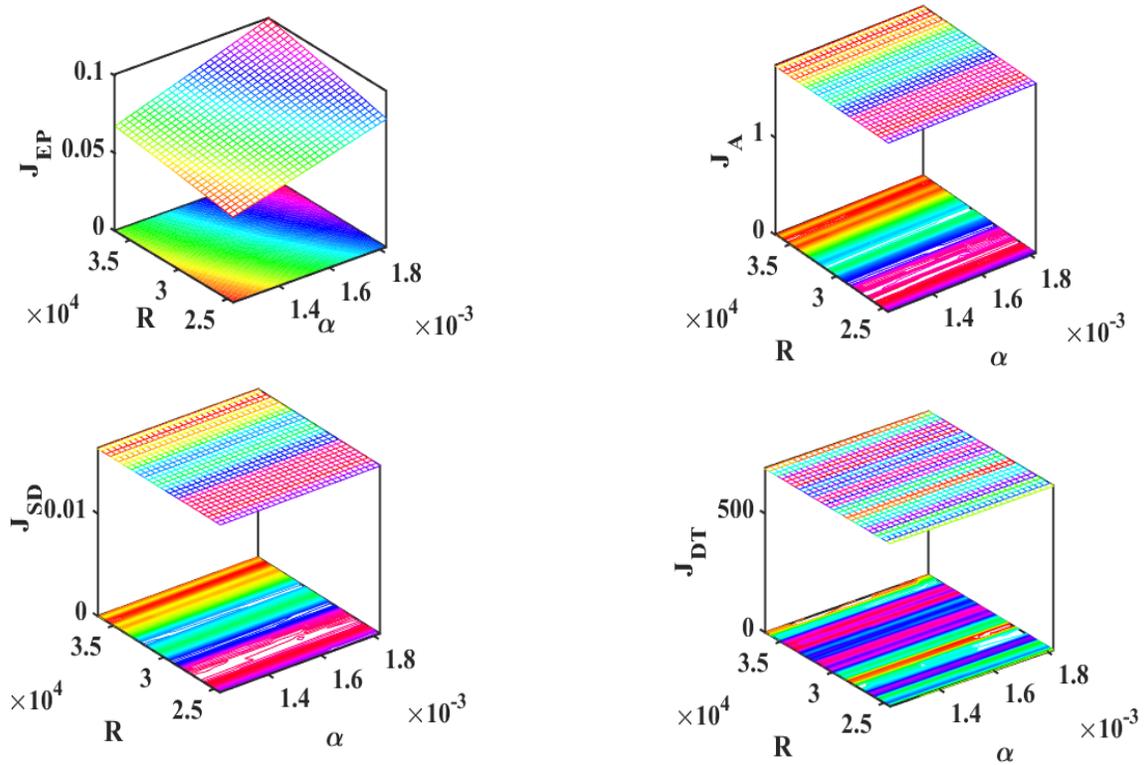


Figura 27. Análisis de índices de rendimiento en el dominio del tiempo.

Como se esperaba, los índices de confort, carga dinámica sobre los neumáticos, y deflexión de la suspensión, no dependen de los parámetros piezoeléctricos. Sin embargo, si se observa un aumento en el índice de la potencia eléctrica con la variación de parámetros de esta simulación. Los parámetros que exponen la máxima mejoría en la potencia eléctrica recolectada son $\alpha = 0.001824 \frac{N}{V}$ y $R = 36550 \Omega$.

4.2. ANÁLISIS DE LA POTENCIA ELECTRICA RECOLECTADA EN EL MODELO DINÁMICO DE UN CUARTO, MEDIO Y DE VEHÍCULO COMPLETO.

Para este análisis se programaron en MATLAB/Simulink las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico del sistema de suspensión en el dominio del tiempo. Las ecuaciones del modelo matemático de un cuarto, mitad y del vehículo completo que se programaron se encuentran en las subsecciones 3.1, 3.2 y 3.3, respectivamente.

Tabla 2. Parámetros de simulación

PARAMETRO	TIPO	UNIDADES	VALORES
M_s	Masa del chasis	Kg	260
M_{us}	Masa del neumático	Kg	40
c	Coefficiente de amortiguamiento de la suspensión	$\frac{N \cdot s}{m}$	520
c_t	Coefficiente de amortiguamiento del neumático	$\frac{N \cdot s}{m}$	264.73
k	Coefficiente de rigidez de la suspensión	$\frac{N}{m}$	26 000
k_t	Coefficiente de rigidez del neumático	$\frac{N}{m}$	130 000
C_0	Capacitancia de bloqueo del elemento piezoeléctrico	F	1.89×10^{-8}
f_n	Frecuencia natural del sistema	Hz	1.5
α	Factor de fuerza piezoeléctrica	$\frac{N}{volts}$	0.001824
R	Resistencia de carga	Ω	36550

Además, en esta nueva simulación en el dominio del tiempo, se utilizaron los valores de los parámetros descritos en la Tabla 2. Por otro lado, la excitación de entrada de vibración estocástica no estacionaria descrita por la ecuación (41), se varió el parámetro de la velocidad $\gamma(t)$ y la rugosidad del camino $Gx(\eta_0)$, los rangos de muestreo de estas dos variables se encuentran en la Tabla 3 y Tabla 4, respectivamente.

Tabla 3. Variación de la velocidad

PARAMETRO	TIPO	RANGO DE VALORES	UNIDADES
$\gamma(t)$	Velocidad de conducción	[1 – 25]	m/s

Tabla 4. Niveles de rugosidad de la carretera clasificados por la norma ISO 8608

Grado del perfil de la carretera	Medida geométrica $Gx(\eta_0)$ [m^3] $\eta_0 = 0.1 [m^{-1}]$	Grado del perfil de la carretera	Medida geométrica $Gx(\eta_0)$ [m^3] $\eta_0 = 0.1 [m^{-1}]$
Clase A	16×10^{-6}	Clase E	4096×10^{-6}
Clase B	46×10^{-6}	Clase F	16384×10^{-6}
Clase C	256×10^{-6}	Clase G	65536×10^{-6}
Clase D	1024×10^{-6}	Clase H	262144×10^{-6}

Estas simulaciones revelan la potencia eléctrica recolectada a distintas condiciones de manejo, es decir, en un ambiente lo más apegado a la realidad. Los valores mostrados en las siguientes gráficas indican el valor RMS de la potencia eléctrica, y RMS promedio de la potencia eléctrica recolectada por los elementos piezoeléctricos cuando la velocidad y rugosidad se varían.

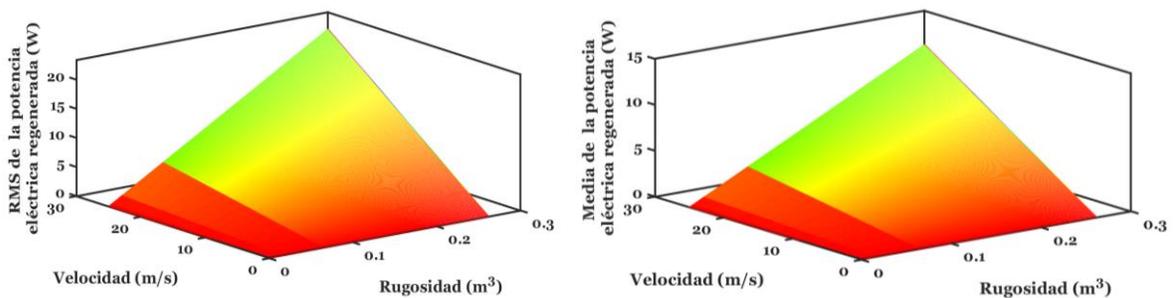


Figura 28. Gráficas de la potencia eléctrica del modelo matemático de un cuarto de vehículo con velocidad y rugosidad del camino variable.

En la Figura 28 se observa la potencia eléctrica regenerada considerando únicamente una cuarta parte del modelo matemático del vehículo completo. Además, se muestra que a mayor velocidad y rugosidad del camino se obtienen mejores resultados en cuanto a potencia eléctrica regenerada.

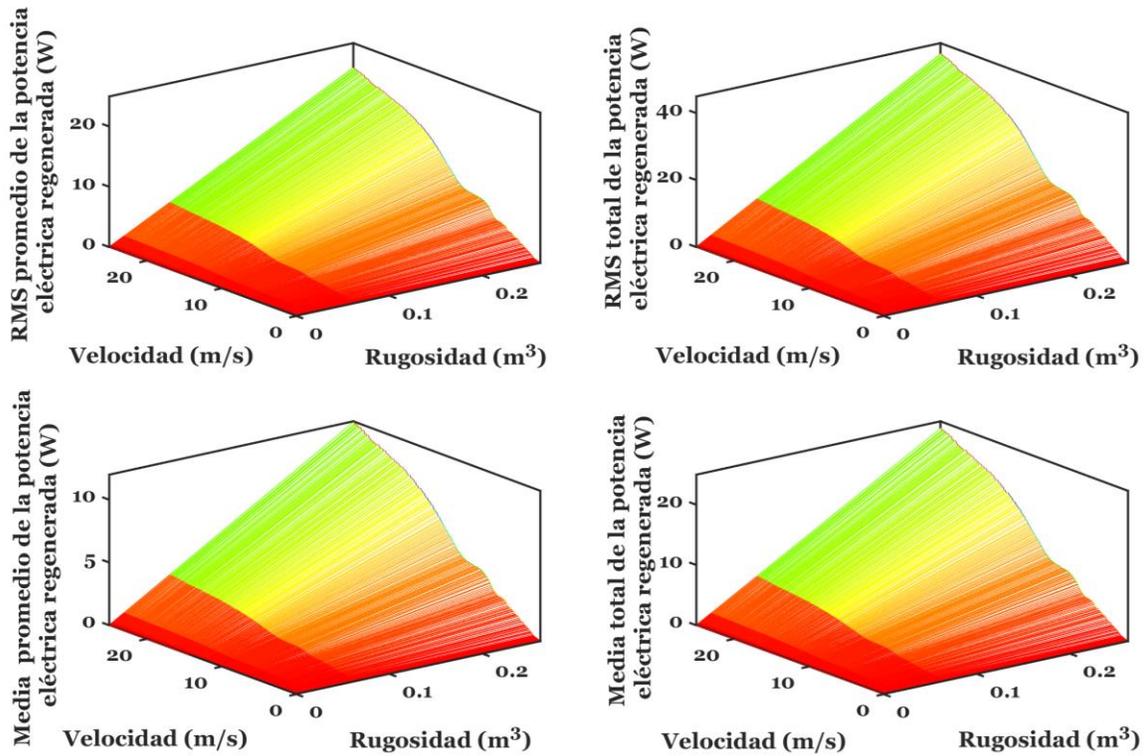


Figura 29 Gráficas de la potencia eléctrica recolectada del modelo matemático de la mitad de vehículo con velocidad y rugosidad del camino variable.

Por otra parte, en la Figura 29, se observan resultados similares, sin embargo, al considerar el modelo matemático de la mitad del vehículo, la potencia eléctrica regenerada aumenta considerablemente.

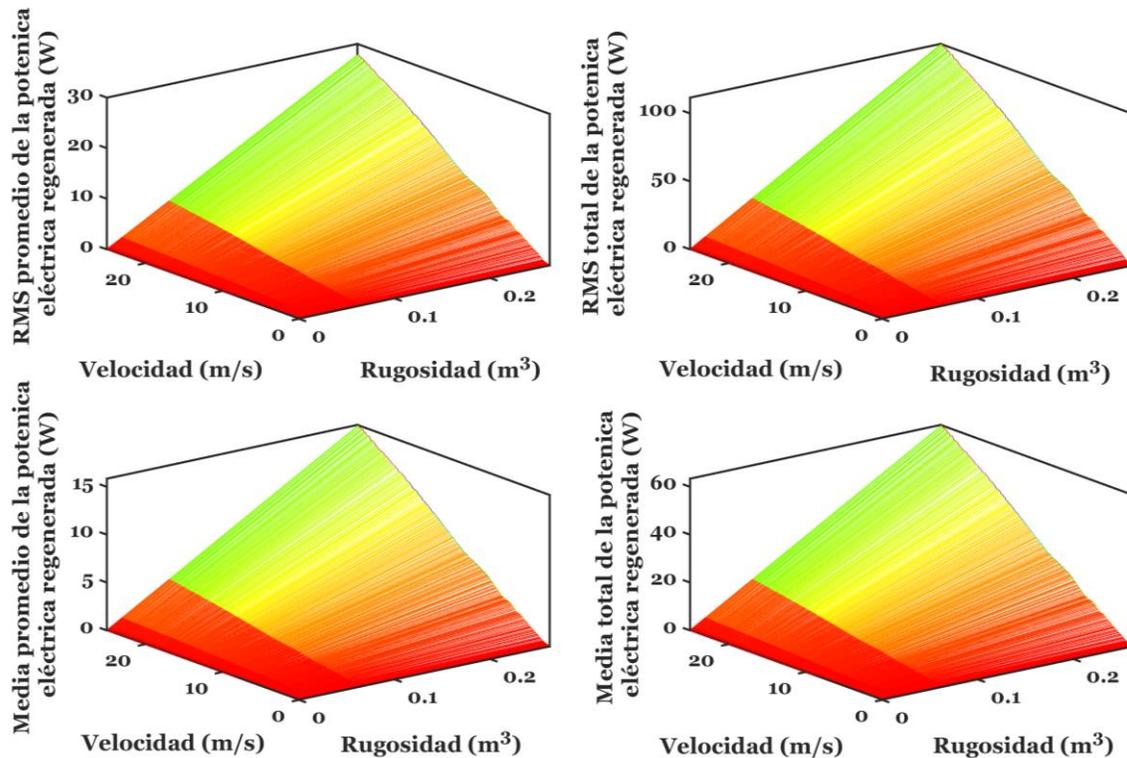


Figura 30 Gráficas de la potencia eléctrica del modelo matemático del vehículo completo con velocidad y rugosidad del camino variable.

En las gráficas de la Figura 30, se observa como a mayor velocidad se alcanza mayor recolección de energía, asimismo, a mayor rugosidad del perfil de la carretera se observa mayor potencial de regeneración de energía. Adicionalmente, estas gráficas muestran como la potencia regenerada total aumenta considerablemente si se añaden más suspensiones piezoeléctricas.

4.3. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO CON CICLOS DE CONDUCCIÓN

Para esta última simulación, se analizó el modelo matemático del vehículo completo mostrado en la sección 3.3 con una entrada de excitación estocástica no estacionaria, esto se logra considerando ciclos de conducción de velocidad transitorios. Un ciclo de conducción es un patrón de velocidad de conducción estandarizado que se utiliza para obtener una comprensión cuantitativa tanto del consumo de combustible como de las emisiones CO_2 de las máquinas de combustión interna de vehículos comerciales. Los ciclos de velocidad de conducción se clasifican en dos categorías, las cuales son; el ciclo modal de conducción conocido como NEDC (New European Driving Cycle), y los ciclos transitorios en los cuales se encuentran principalmente los ciclos de velocidad variable WLTP (Worldwide harmonized Light Vehicles Test Procedure), FTP (Federal Test Procedure), y el HWFET (Highway Fuel Economy Test) (E. Barredo, 2019), esto con el fin de analizar el potencial de regeneración de energía en el vehículo con suspensiones piezoeléctricas.

Además de considerar ciclos de conducción variable, se consideraron dos perfiles de carretera artificiales, uno en el eje izquierdo del vehículo y otro en el eje derecho del vehículo, con el objetivo de producir simulaciones numéricas más realistas. Dichos perfiles de carretera artificiales son: clase C para el eje izquierdo y clase D para el eje derecho, como se describe en la geometría del vehículo completo mostrado en la Figura 19.

En las siguientes gráficas se muestra la velocidad de los cuatro ciclos de conducción, además de la amplitud del perfil artificial de la carretera.

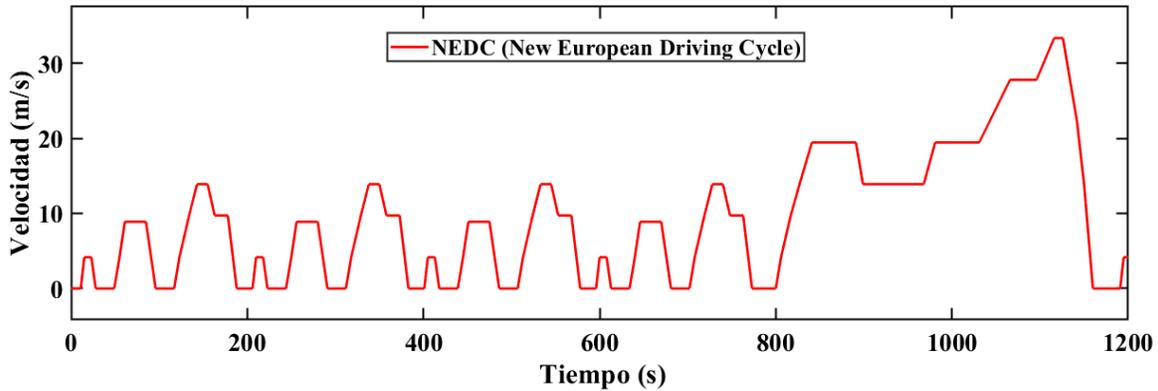


Figura 31. Ciclo de conducción modal estándar NEDC

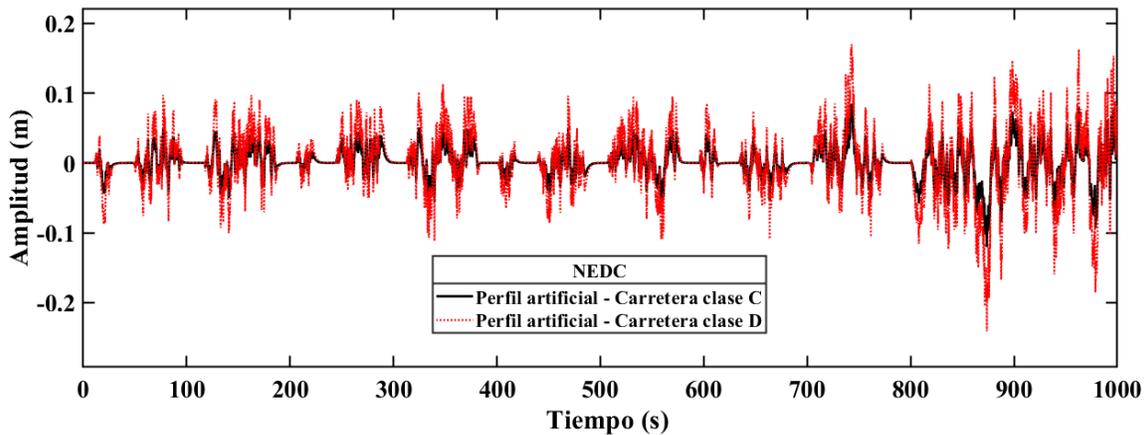


Figura 32 Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D creados utilizando el ciclo de conducción NEDC.

Nótese que en la Figura 31, se muestra el perfil de velocidad del ciclo de conducción tipo NEDC, donde se observa una velocidad de hasta 72 km/h (20 m/s). Por otro lado, en la Figura 32, se muestra la intensidad de vibración, dicha señal describe que a mayor velocidad aumenta la amplitud de vibración. Adicionalmente, en los ciclos de conducción transitorios, Figuras 33, 35 y 37, muestra como la señal de velocidad es totalmente transitoria.

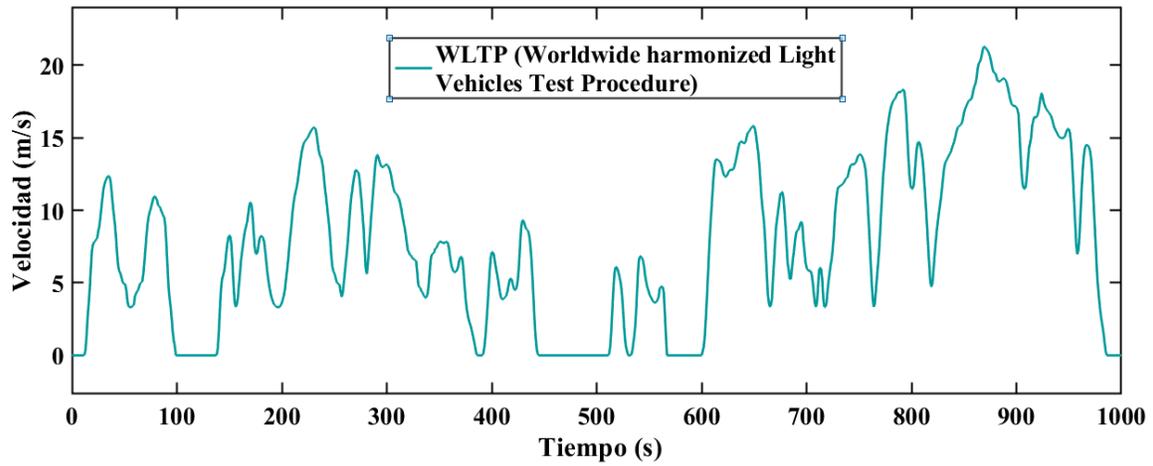


Figura 33. Ciclo de conducción de velocidad transitoria WLTP (Worldwide harmonized Light Vehicles Test Procedure).

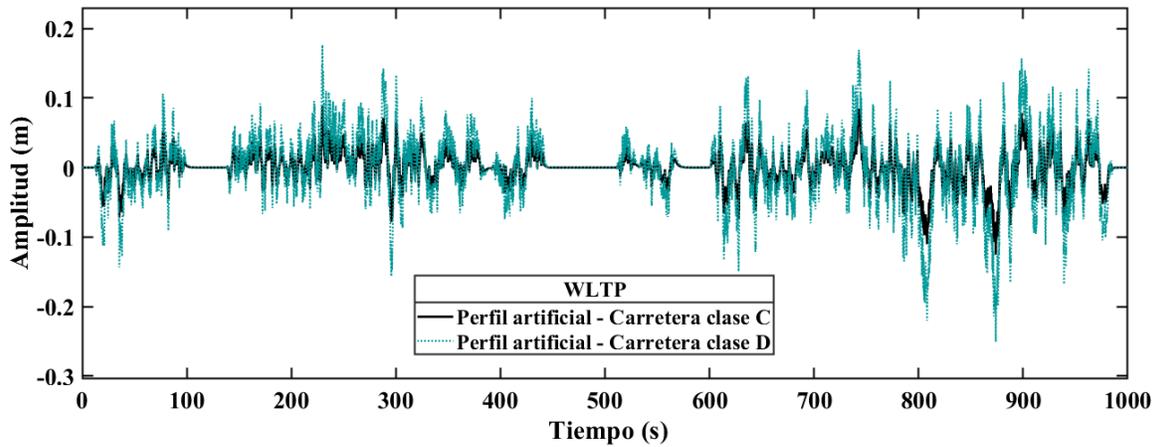


Figura 34. Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D creados utilizando el ciclo de conducción WLTP.

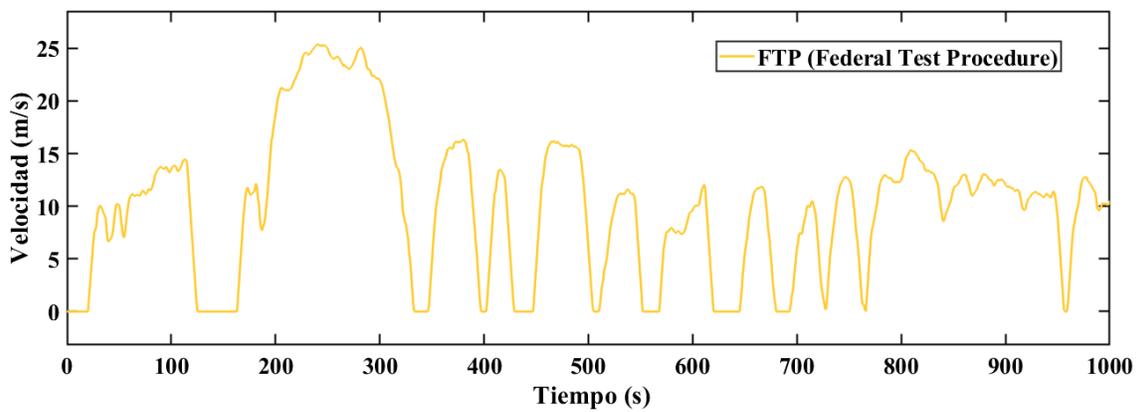


Figura 35. Ciclo de conducción de velocidad transitoria FTP (Federal Test Procedure).

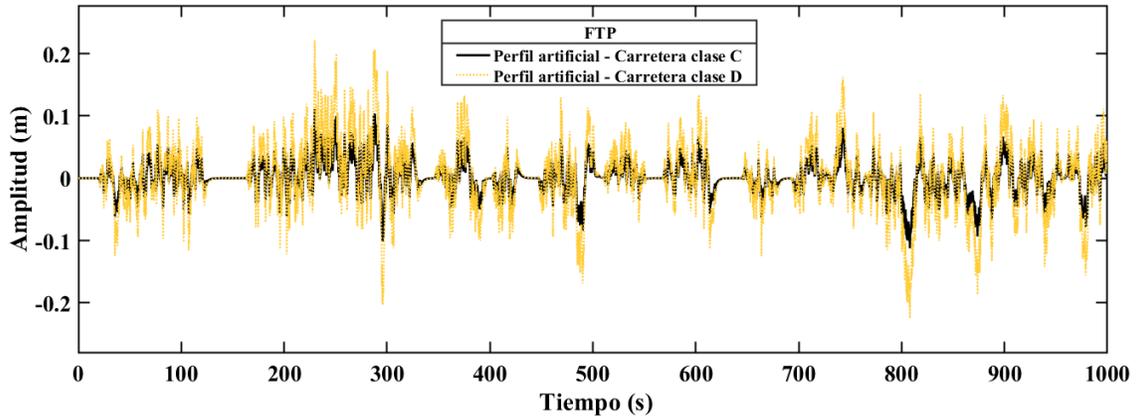


Figura 36. Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D creados utilizando el ciclo de conducción FTP.

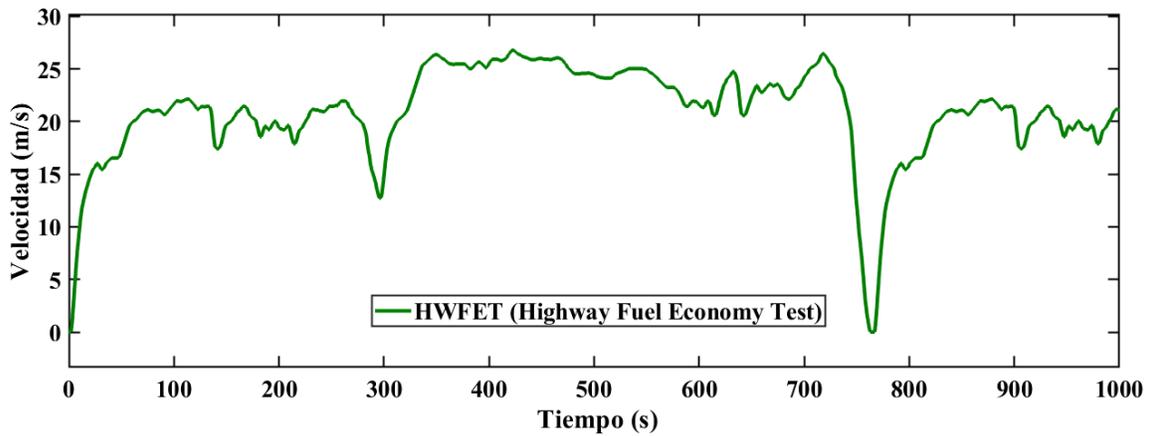


Figura 37. Ciclo de conducción de velocidad transitoria HWFET (Highway Fuel Economy Test).

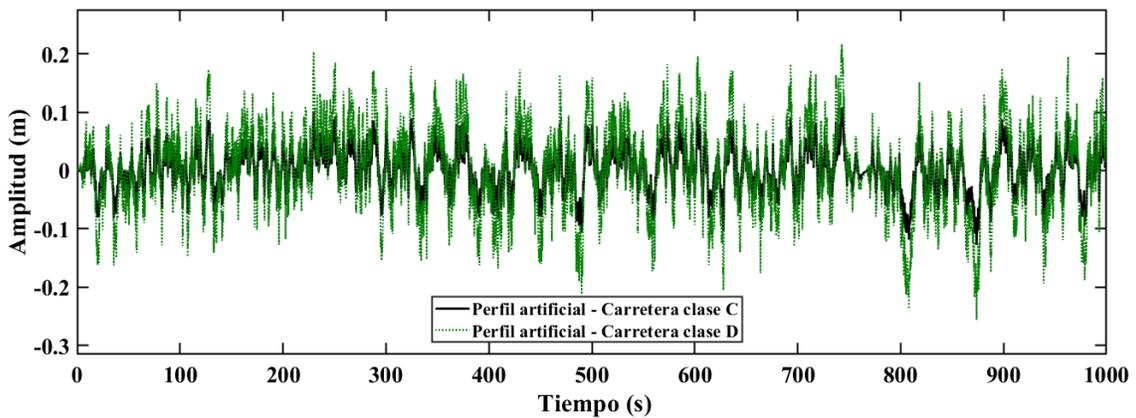


Figura 38. Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D creados utilizando el ciclo de conducción HWFET.

Al considerar el modelo de vehículo completo, es evidente que el retraso en la señal de vibración de entrada afectaría únicamente a los neumáticos traseros. Esto se consigue añadiendo la función llamada Variable Transport Delay, dicha función se encuentra en MATLAB/Simulink. Considerando lo anterior, se analizó principalmente la potencia eléctrica instantánea regenerada en el dominio del tiempo. Por lo tanto, la potencia eléctrica instantánea regenerada por cada suspensión se puede calcular mediante la siguiente expresión matemática:

$$\left\{ \begin{array}{l} PotenciaElectrica_{fi} = \frac{V_{fi}^2}{R} \\ PotenciaElectrica_{ti} = \frac{V_{ti}^2}{R} \\ PotenciaElectrica_{fd} = \frac{V_{fd}^2}{R} \\ PotenciaElectrica_{td} = \frac{V_{td}^2}{R} \end{array} \right. \quad (96)$$

Donde V_{fi} , V_{ti} , V_{fd} y V_{fd} son los voltajes regenerados en las suspensiones frontal izquierda, trasera izquierda, frontal derecha y trasera derecha, respectivamente. Los resultados mostrados, son considerando el eje frontal y trasero, esto para observar con mayor detalle como afectan los dos perfiles de carretera, clase C y D, en la potencia eléctrica regenerada.

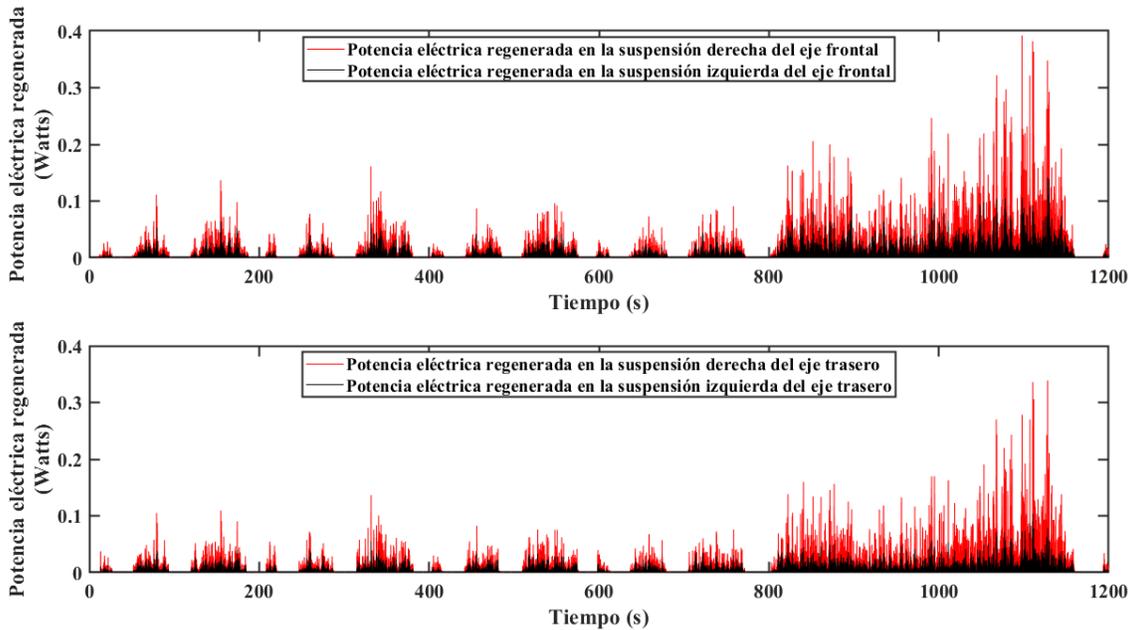


Figura 39. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones considerando el modelo matemático del vehículo completo sujeto al ciclo de conducción NEDC.

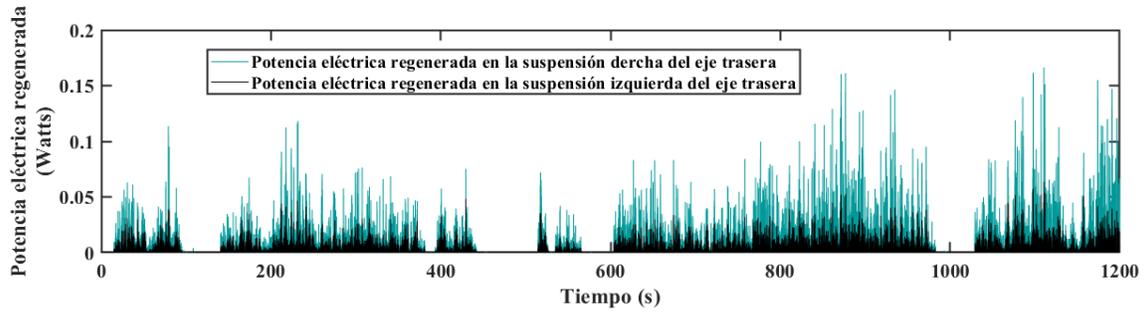
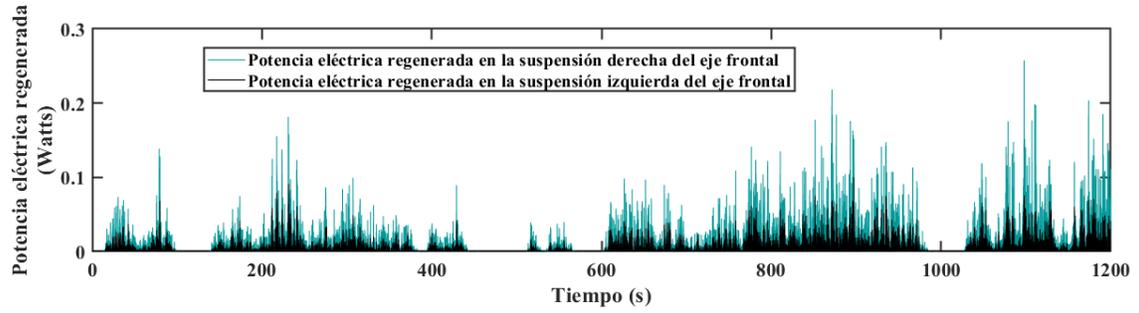


Figura 40. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones considerando el modelo matemático del vehículo completo sujeto al ciclo de conducción WLTP.

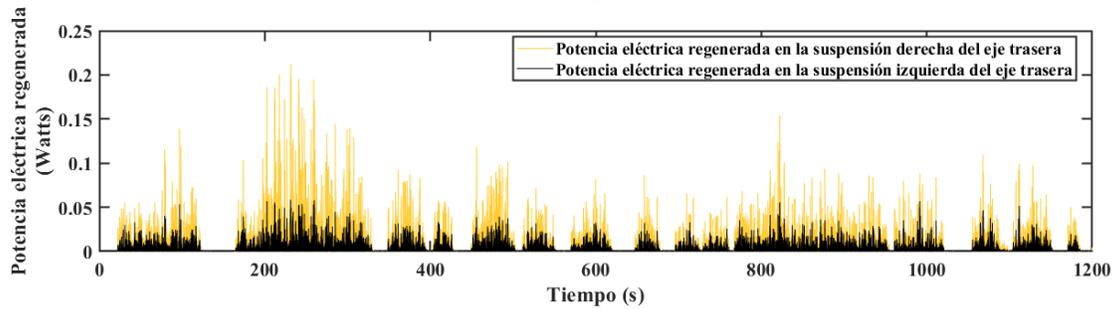
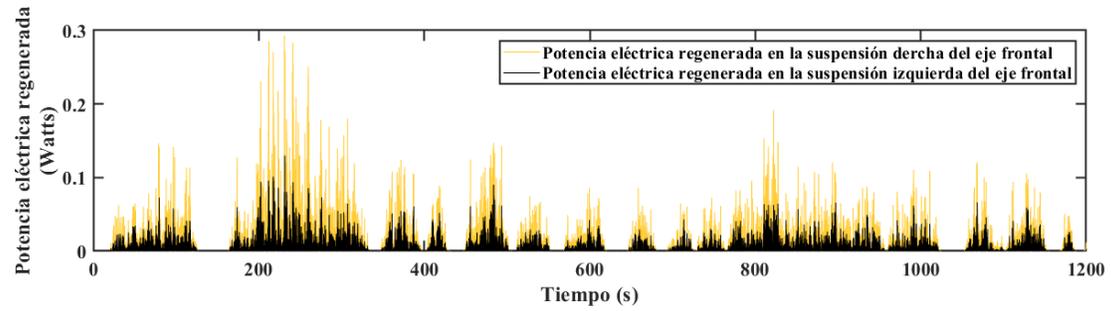


Figura 41. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones considerando el modelo matemático del vehículo completo sujeto al ciclo de conducción FTP.

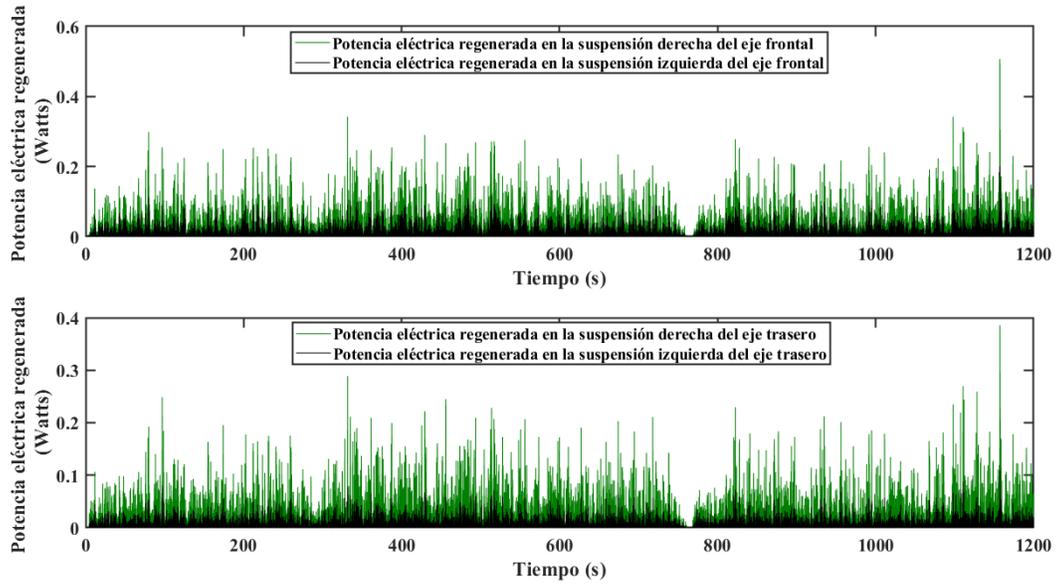


Figura 42. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones considerando el modelo matemático del vehículo completo sujeto al ciclo de conducción HWFET.

Con base en las gráficas de las Figuras 39, 40, 41 y 42, es evidente que el potencial de energía eléctrica regenerada se incrementa a medida que aumenta la velocidad de conducción en todos los ciclos, como en las simulaciones descritas en la sección 4.2. Es por ello que, el ciclo de conducción HWFET muestra las variaciones de potencia regenerada más altas, ver Figura 42.

4.4. SIMULACIÓN DEL MODELO DINÁMICO DEL VEHÍCULO COMPLETO CON SUSPENSIONES Y NEUMÁTICOS PIEZOELECTRICOS.

En este análisis, además de considerar suspensiones piezoeléctricas, como en el análisis de la sección 4.3, se analizó la energía que se puede regenerar añadiendo elementos piezoeléctricos en los neumáticos como se muestra en la Figura 43.

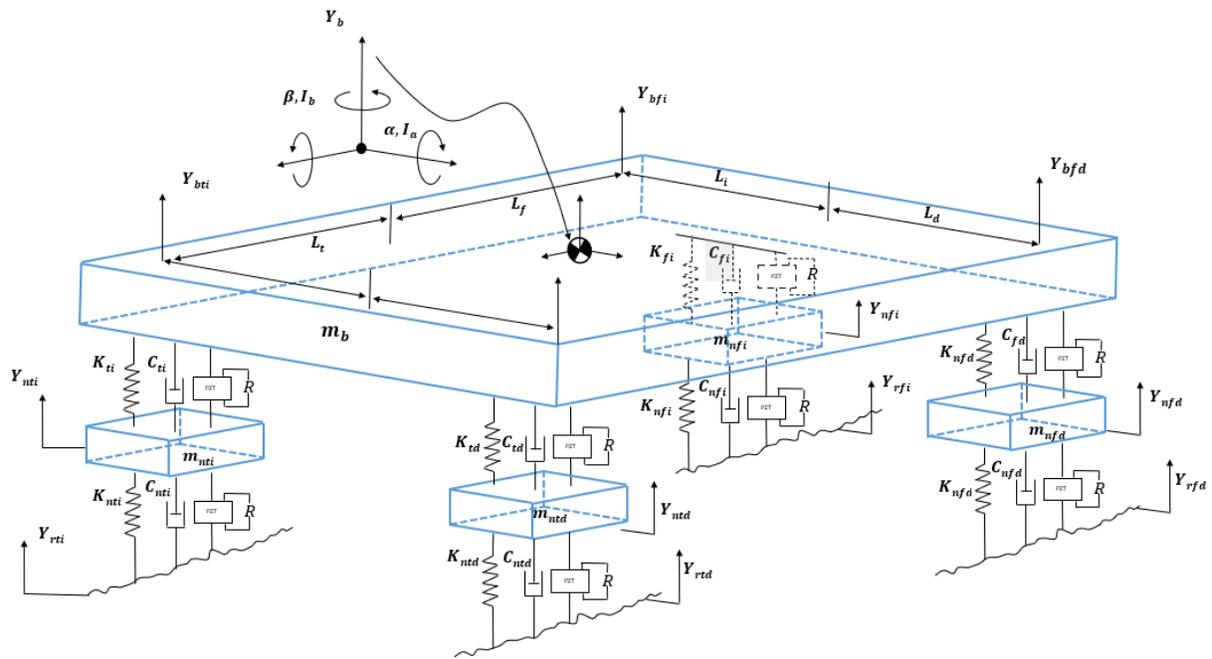


Figura 43. Modelo del sistema de suspensión del vehículo completo utilizando elementos piezoeléctricos tanto en las suspensiones como en los neumáticos.

Es cierto que, el modelo matemático considerado en la sección 3.3 es similar al mostrado en la Figura 42, sin embargo, existen términos que se agregaron para calcular el voltaje regenerado en los neumáticos, así como las ecuaciones del dominio eléctrico que describen el comportamiento de los elementos piezoeléctricos añadidos. A continuación, se presentan las ecuaciones del modelo matemático del vehículo completo con suspensiones y neumáticos con dispositivos piezoeléctricos acoplados:

$$\begin{cases}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_b} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_b} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_b} + \alpha_{ti} V_{ti} + \alpha_{fi} V_{fi} + \alpha_{td} V_{td} + \alpha_{fd} V_{fd} = 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}} + L_t(\alpha_{ti} V_{ti}) - L_f(\alpha_{fi} V_{fi}) + L_t(\alpha_{td} V_{td}) - L_f(\alpha_{fd} V_{fd}) = 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\beta}} + L_i(\alpha_{ti} V_{ti}) + L_i(\alpha_{fi} V_{fi}) - L_d(\alpha_{td} V_{td}) - L_d(\alpha_{fd} V_{fd}) = 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{nti}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{nti}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{nti}} - \alpha_{ti} V_{ti} + \alpha_{tin} V_{tin} = 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{nfi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{nfi}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{nfi}} - \alpha_{fi} V_{fi} + \alpha_{fin} V_{fin} = 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{ntd}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{ntd}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{ntd}} - \alpha_{td} V_{td} + \alpha_{tdn} V_{tdn} = 0 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{nfd}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_{nfd}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Y}_{nfd}} - \alpha_{fd} V_{fd} + \alpha_{fdn} V_{fdn} = 0
\end{cases} \quad (97)$$

Como se muestra en el sistema de ecuaciones (97), los términos $\alpha_{tin} V_{tin}$, $\alpha_{fin} V_{fin}$, $\alpha_{tdn} V_{tdn}$ y $\alpha_{fdn} V_{fdn}$, representa los elementos piezoeléctricos añadidos a los neumáticos trasero izquierdo, frontal izquierdo, trasero derecho y frontal derecho, respectivamente. Asimismo, se observa como estos nuevos términos solo se añaden a las ecuaciones del movimiento de los neumáticos, esto se debe a que, los materiales piezoeléctricos no afectan la dinámica de los neumáticos. Entonces, las ecuaciones que rigen el comportamiento del movimiento resultan exactamente igual como se describen en la sección 3.3, solo añadiendo los términos del factor de fuerza y voltaje regenerado de cada uno de los elementos piezoeléctricos. Por otra parte, las ecuaciones del dominio eléctrico son las siguientes:

$$\alpha_{ti}(\dot{Y}_b + L_i \dot{\beta} + L_t \dot{\alpha} - \dot{Y}_{nti}) = \frac{V_{ti}}{R_{ti}} + C_{0ti} \dot{V}_{ti} \quad (98)$$

$$\alpha_{fi}(\dot{Y}_b + L_i \dot{\beta} - L_f \dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfi}) = \frac{V_{fi}}{R_{fi}} + C_{0fi} \dot{V}_{fi} \quad (99)$$

$$\alpha_{td}(\dot{Y}_b - L_d \dot{\beta} + L_t \dot{\alpha} - \dot{Y}_{ntd}) = \frac{V_{td}}{R_{td}} + C_{0td} \dot{V}_{td} \quad (100)$$

$$\alpha_{fd}(\dot{Y}_b - L_d \dot{\beta} - L_f \dot{\alpha} - \dot{Y}_{nfd}) = \frac{V_{fd}}{R_{fd}} + C_{0fd} \dot{V}_{fd} \quad (101)$$

$$\alpha_{tin}(\dot{Y}_{nti} - \dot{Y}_{rti}) = \frac{V_{tin}}{R_{tin}} + C_{0tin} \dot{V}_{tin} \quad (102)$$

$$\alpha_{fin}(\dot{Y}_{nfi} - \dot{Y}_{rfi}) = \frac{V_{fin}}{R_{fin}} + C_{0fin} \dot{V}_{fin} \quad (103)$$

$$\alpha_{tdn}(\dot{Y}_{ntd} - \dot{Y}_{rtd}) = \frac{V_{tdn}}{R_{tdn}} + C_{0tdn} \dot{V}_{tdn} \quad (104)$$

$$\alpha_{fdn}(\dot{Y}_{nfd} - \dot{Y}_{rfd}) = \frac{V_{fdn}}{R_{fdn}} + C_{0fdn} \dot{V}_{fdn} \quad (105)$$

Las ecuaciones (102)-(105), son las ecuaciones que representan el comportamiento de los elementos piezoeléctricos añadidos a los neumáticos. Dichas ecuaciones muestran que solo la velocidad relativa de la masa de los neumáticos y de la entrada de excitación, influyen en estos transductores.

En este análisis, se consideró la entrada de excitación estocástica no estacionaria con los ciclos de velocidad de conducción transitorios, asimismo, se consideraron dos perfiles de carretera artificiales, clase C para el eje izquierdo y clase D para el eje derecho, tal como se realizó en la sección 4.3.

En los resultados obtenidos, se consideró mostrar el eje frontal y el eje trasero para observar con mayor detalle la variación de regeneración de energía considerando dos perfiles artificiales de la carretera. Asimismo, se presentaron las potencias eléctricas instantáneas regeneradas por cada elemento piezoeléctrico en las suspensiones y neumáticos, esto para analizar con mayor profundidad como varía la regeneración de energía dependiendo de la ubicación del elemento piezoeléctrico.

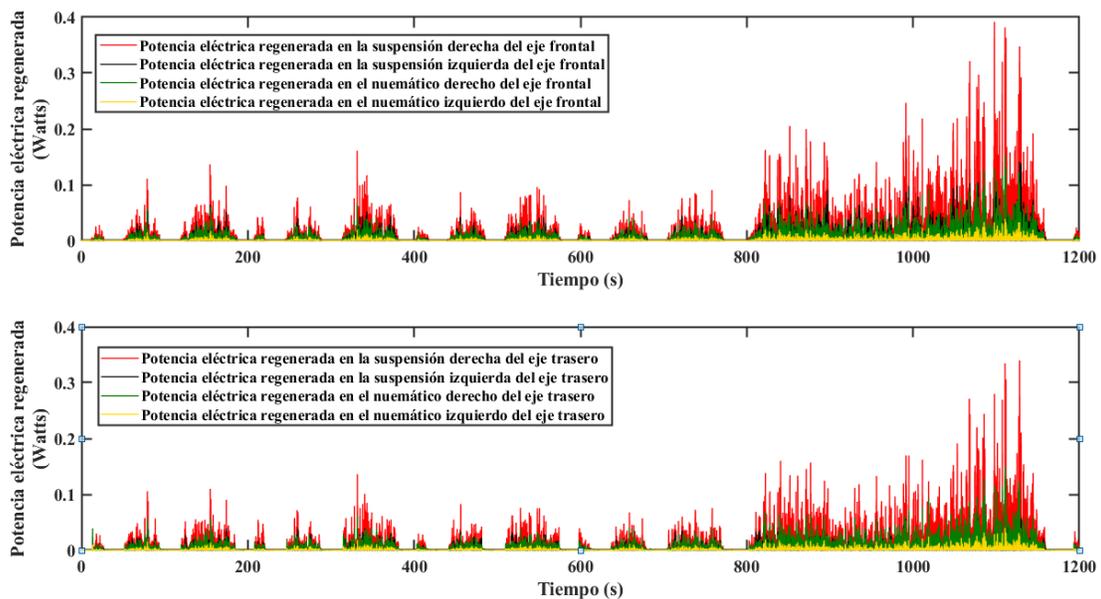


Figura 44. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones y neumáticos utilizando el modelo matemático del vehículo completo considerando el ciclo de conducción NEDC.

Tabla 5. Potencia RMS regenerada por las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados utilizando el ciclo de conducción NEDC

Sistema de suspensión con dispositivo piezoeléctrico	Potencia eléctrica regenerada RMS [W]	Rugosidad del camino
Frontal derecho	0.0186	CLASE D
Trasero derecho	0.0139	
Frontal izquierdo	0.0082	CLASE C
Trasero izquierdo	0.0048	

Tabla 6. Potencia RMS regenerada por los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos utilizando el ciclo de conducción NEDC

Neumático con dispositivo piezoeléctrico	Potencia eléctrica regenerada RMS [W]	Rugosidad del camino
Frontal derecho Trasero derecho	0.0038 0.0037	CLASE D
Frontal izquierdo Trasero izquierdo	0.0011 0.0010	CLASE C

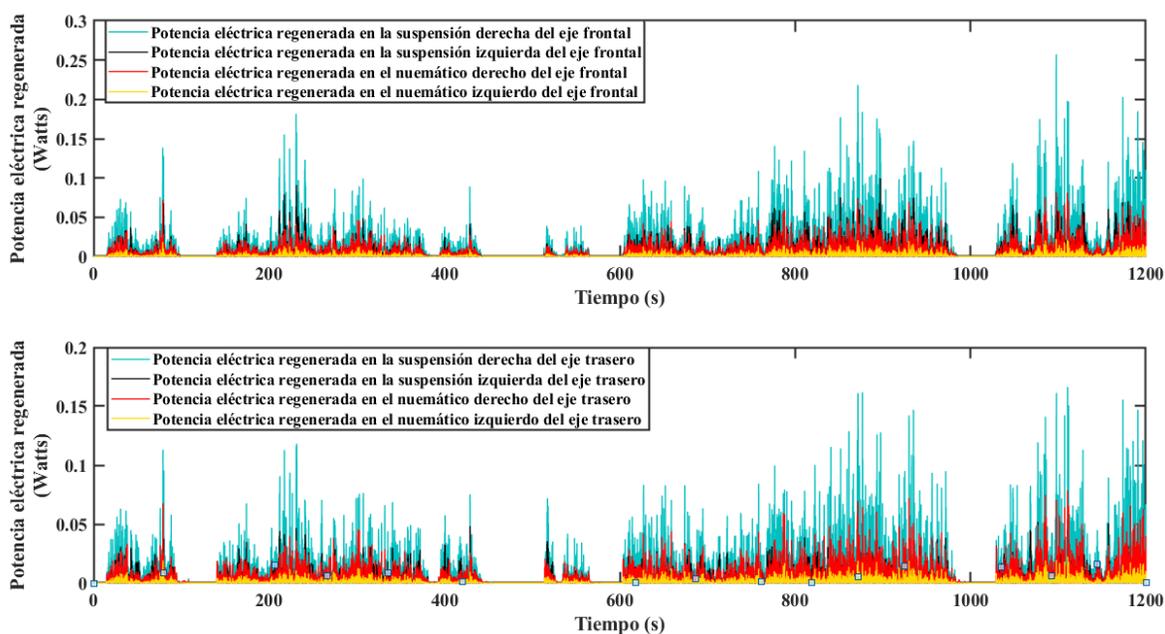


Figura 45. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones y neumáticos utilizando el modelo matemático del vehículo completo considerando el ciclo de conducción WLTP.

Tabla 7. Potencia RMS regenerada por las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados utilizando el ciclo de conducción WLTP.

Sistema de suspensión con dispositivo piezoeléctrico	Potencia eléctrica regenerada RMS [W]	Rugosidad del camino
Frontal derecho Trasero derecho	0.0142 0.0106	CLASE D
Frontal izquierdo Trasero izquierdo	0.0071 0.0044	CLASE C

Tabla 8. Potencia RMS regenerada por los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos utilizando el ciclo de conducción WLTP.

Neumático con dispositivo piezoeléctrico	Potencia eléctrica regenerada RMS [W]	Rugosidad del camino
Frontal derecho	0.0030	CLASE D
Trasero derecho	0.0029	
Frontal izquierdo	8.9354e-04	CLASE C
Trasero izquierdo	8.2122e-04	

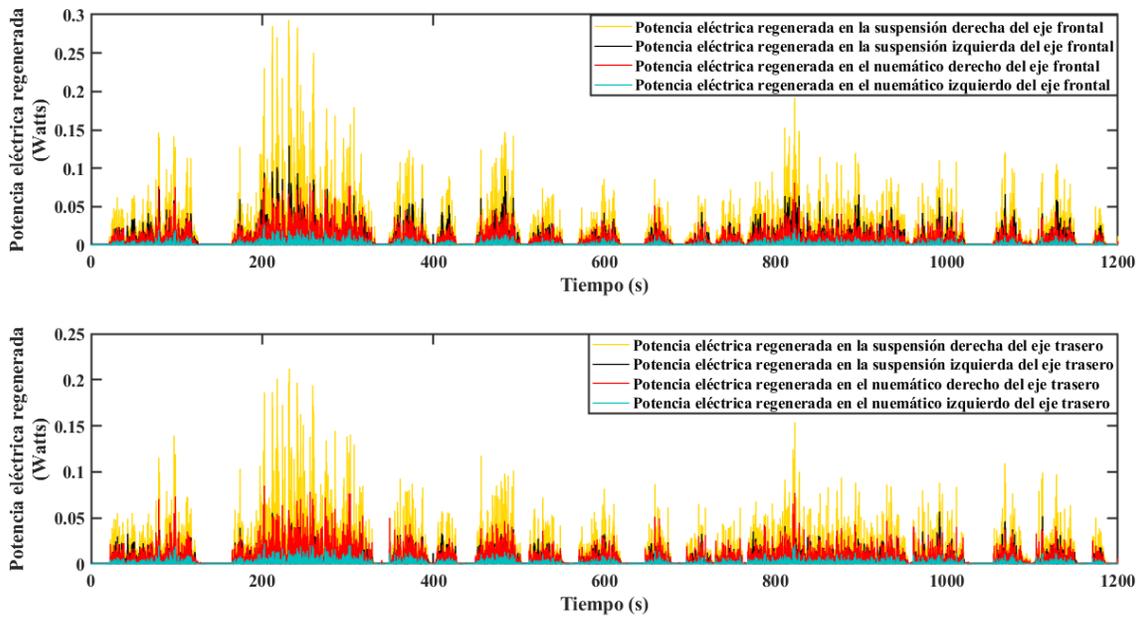


Figura 46 Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones y neumáticos utilizando el modelo matemático del vehículo completo considerando el ciclo de conducción FTP.

Tabla 9. Potencia RMS regenerada por las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados utilizando el ciclo de conducción FTP.

Sistema de suspensión con dispositivo piezoeléctrico	Potencia eléctrica regenerada RMS [W]	Rugosidad del camino
Frontal derecho	0.0161	CLASE D
Trasero derecho	0.0117	
Frontal izquierdo	0.0081	CLASE C
Trasero izquierdo	0.0047	

Tabla 10. Potencia RMS regenerada por los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos utilizando el ciclo de conducción FTP.

Neumático con dispositivo piezoeléctrico	Potencia eléctrica regenerada RMS [W]	Rugosidad del camino
Frontal derecho	0.0033	CLASE D
Trasero derecho	0.0032	
Frontal izquierdo	9.8766e-04	CLASE C
Trasero izquierdo	8.9879e-04	

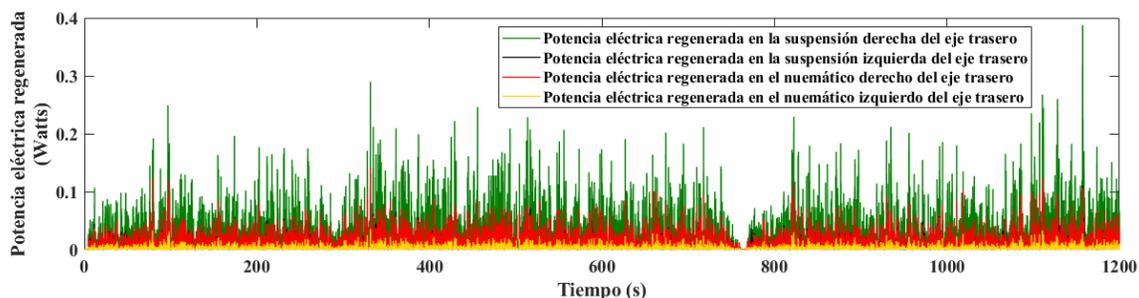
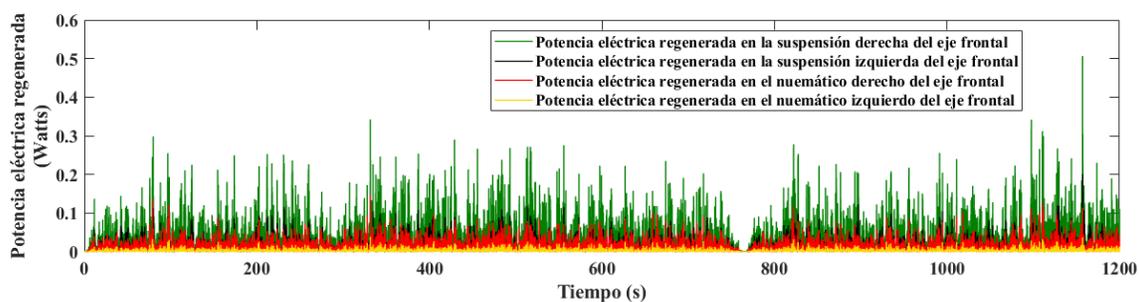


Figura 47. Potencia eléctrica regenerada en las suspensiones y neumáticos utilizando el modelo matemático del vehículo completo considerando el ciclo de conducción HWFET.

Tabla 11. Potencia RMS regenerada por las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados utilizando el ciclo de conducción HWFET.

Sistema de suspensión con dispositivo piezoeléctrico	Potencia eléctrica regenerada RMS [W]	Rugosidad del camino
Frontal derecho	0.0312	CLASE D
Trasero derecho	0.0223	
Frontal izquierdo	0.0136	CLASE C
Trasero izquierdo	0.0068	

Tabla 12. Potencia RMS regenerada por los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos utilizando el ciclo de conducción HWFET.

Neumático con dispositivo piezoeléctrico	Potencia eléctrica regenerada RMS [W]	Rugosidad del camino
Frontal derecho	0.0064	CLASE D
Trasero derecho	0.0058	
Frontal izquierdo	0.0018	CLASE C
Trasero izquierdo	0.0016	

Como se observa en las Figuras de la 44 a la 47, la potencia regenerada por los neumáticos es menor que la regenerada por las suspensiones, sin embargo, en el caso de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho, se puede comparar con la potencia regenerada por las suspensiones del eje izquierdo, esto se debe a que el eje derecho (clase D) tiene una clase de rugosidad más alta que el eje izquierdo (clase C), tal como se muestra en las Figuras de la 48 a la 51, donde se aislaron las potencias generadas por los neumáticos del eje izquierdo y las suspensiones del eje derecho, esto para observar a mayor detalle este caso.

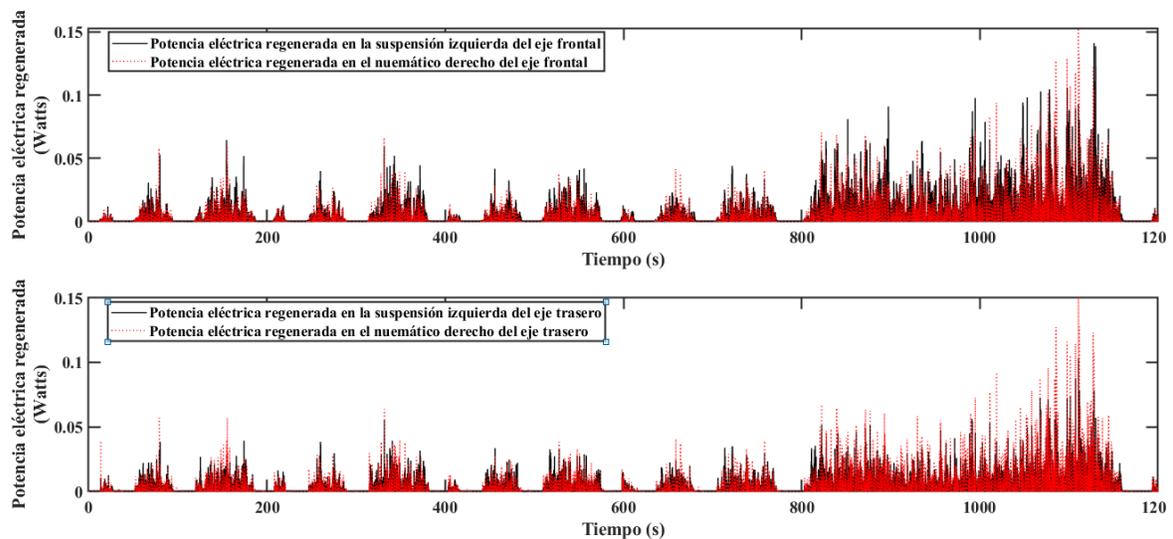


Figura 48. Comparación de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho y las suspensiones del eje izquierdo con el ciclo de conducción NEDC.

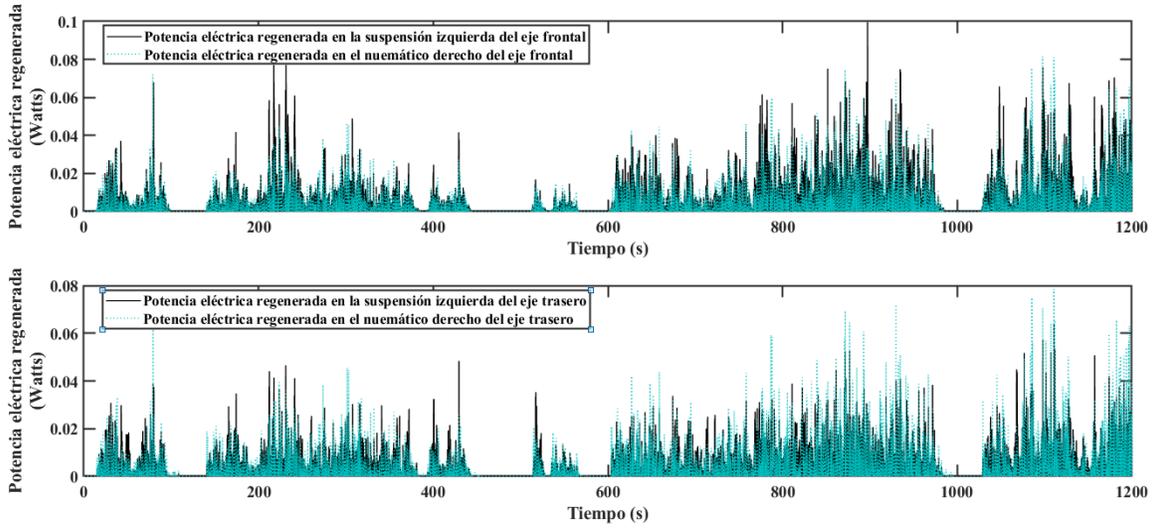


Figura 49. Comparación de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho y las suspensiones del eje izquierdo con el ciclo de conducción WLTP.

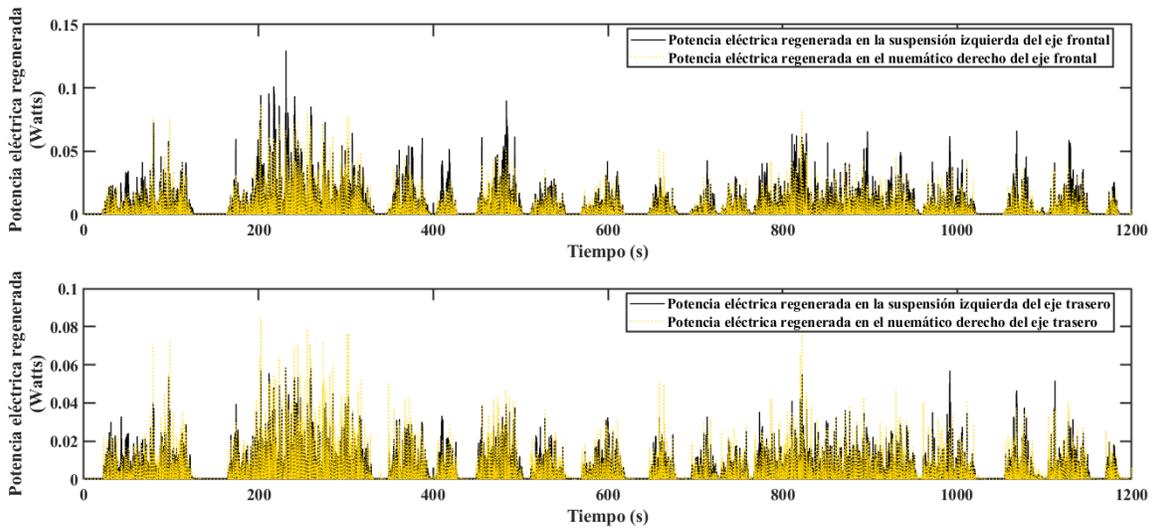


Figura 50. Comparación de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho y las suspensiones del eje izquierdo con el ciclo de conducción FTP.

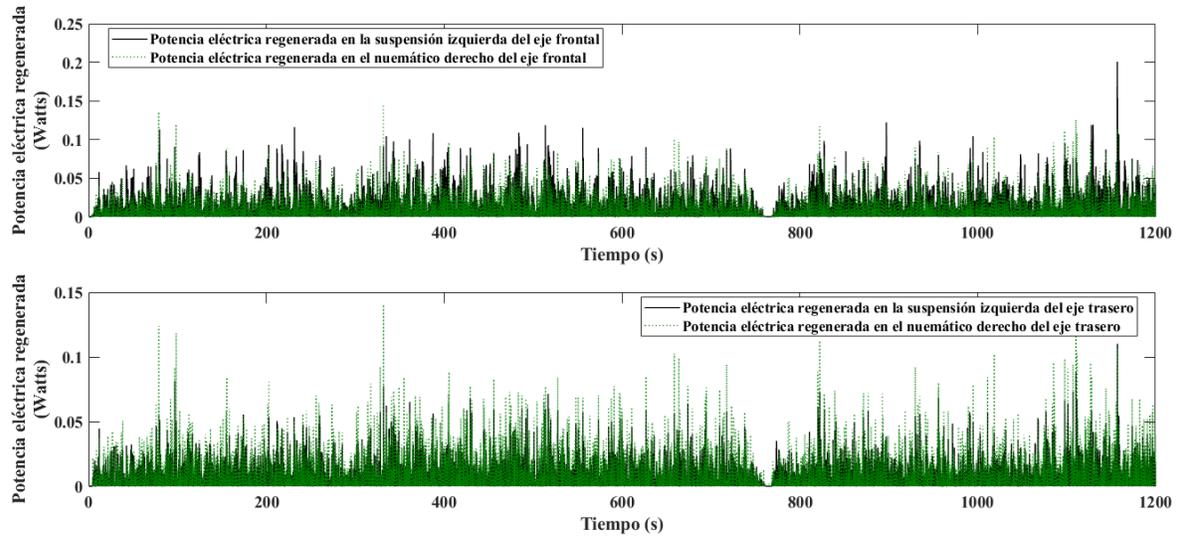


Figura 51. Comparación de la potencia regenerada por los neumáticos del eje derecho y de las suspensiones del eje izquierdo con el ciclo de conducción HWFET.

Como se muestra en las Figuras de la 48 a la 51, la cantidad de potencia eléctrica obtenida es muy similar e incluso en algunos instantes es mayor en los neumáticos con dispositivos piezoeléctricos acoplados que con las suspensiones con dispositivos piezoeléctricos acoplados. Esto muestra la eficiencia que se puede obtener mediante la implementación de ambas técnicas de regeneración de energía vibratoria.

CONCLUSIONES

En esta tesis se realizó un análisis exhaustivo del potencial de generación de energía vibratoria en suspensiones regenerativas piezoeléctricas. Como primer punto, se realizaron simulaciones Monte Carlo para investigar a detalle cómo afecta la variación los parámetros de resistencia de la carga R y el factor de fuerza α en la recolección de voltaje del material piezoeléctrico en el dominio de la frecuencia. Como era de esperarse, dicho análisis reveló una variación significativa en la señal del voltaje de salida. Posteriormente, se realizó un análisis de sensibilidad paramétrica de los índices de rendimiento por medio de la norma \mathcal{H}_2 , centrándose en el índice de la potencia eléctrica regenerada. Los resultados obtenidos mostraron que los valores óptimos de los parámetros del transductor piezoeléctrico se obtienen al maximizar la norma \mathcal{H}_2 .

Posteriormente, se simuló el comportamiento del modelo matemático de un cuarto, la mitad y el vehículo completo en el dominio del tiempo considerando una excitación vibratoria de entrada estocástica estacionaria, como lo es el ruido blanco Gaussiano. Posteriormente, se consideraron los parámetros óptimos calculados al maximizar el índice de la potencia eléctrica regenerada. Adicionalmente, se variaron tanto la velocidad de conducción como la rugosidad de la carretera. Estas simulaciones mostraron que la regeneración de energía se incrementa no solo cuando se aumenta la velocidad de conducción, sino también cuando se incrementa la rugosidad del camino. Adicionalmente, era de esperarse se observa como el modelo de vehículo completo muestra la mayor cantidad de potencia recolectada pues considera las cuatro suspensiones.

Adicionalmente, se realizó la simulación del modelo matemático del vehículo completo en el dominio del tiempo, considerando una excitación de entrada estocástica no estacionaria, esto se logra considerando ciclos de velocidad de conducción transitorios. Dichos ciclos emulan condiciones más realistas de manejo, lo cual se traduce en resultados más certeros. Adicionalmente, se consideraron dos clases de rugosidades, clase C y D, para el eje izquierdo y derecho del vehículo, respectivamente; los resultados obtenidos revelaron que el potencial de regeneración de energía aumenta con ciclos de conducción transitorios. Además, como en el análisis anterior, se demuestra que conforme aumenta la velocidad de conducción se regenera mayor potencial de energía. Por otra parte, el eje derecho muestra mayor cantidad de energía regenerada, esto se debe a que, en dicho eje se consideró la rugosidad de clase D, la cual muestra una mayor amplitud de excitación de entrada al sistema.

Por último, se simuló el modelo matemático del vehículo completo considerando suspensiones y neumáticos piezoeléctricos. Esto se logra añadiendo un elemento piezoeléctrico en cada uno de los neumáticos, lo cual resulta relativamente sencillo de implementar debido a su alto factor de acoplamiento electromecánico que exponen los materiales piezoeléctricos. El escenario de simulación contempla una excitación estocástica no estacionaria con ciclos de conducción transitorios, además

de considerar rugosidades distintas en cada eje, como se realizó anteriormente, eje derecho clase D y eje izquierdo clase C. Los resultados obtenidos muestran las potencias regeneradas por las cuatro suspensiones y los cuatro neumáticos. Es importante mencionar que, la potencia regenerada por los neumáticos excitados con la rugosidad clase D y la potencia regenerada por las suspensiones excitadas con rugosidad clase C son similares, esto comprueba la eficiencia que puede llegar a tener la implementación de estas dos técnicas de regeneración de energía vibratoria en vehículos.

Finalmente, los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas realizadas en esta investigación proporcionan una base sólida para el desarrollo y la implementación de sistemas de regeneración de energía piezoeléctrica en suspensiones automotrices. Este enfoque de recolección de energía vibratoria proporciona una alternativa para aprovechar la energía generada por las vibraciones y el movimiento del vehículo usando transductores piezoeléctricos, lo que permitiría alimentar de manera autónoma los sensores automotrices de baja potencia, como lo son los sensores de presión de los neumáticos, de temperatura, nivel de combustible, velocidad, entre otros.

APÉNDICE

COEFICIENTES DE LOS POLINOMIOS DE LA INTEGRAL DE LOS ÍNDICES DE RENDIMIENTO

En (Roberts & Spanos, 2003), se hace referencia al método de integración de los residuos o a la Integral de Cauchy, que en efecto es una integral de contorno o cerrada como la mostrada en la sección NORMA \mathcal{H}_2 3.7, donde se habla de la NORMA \mathcal{H}_2 . En ese sentido, los coeficientes de los polinomios de la integral de los índices de rendimiento sirven para dar solución a la integral de la ecuación (83).

SIN CONSIDERAR FRECUENCIA DE CORTE

$$A_5 = C_0 M_s M_{us} R$$

$$A_4 = C_0 ((c + c_t) M_s + M_{us} c) R + M_{us} M_s$$

$$A_3 = \left(((k + k_t) M_s + c c_t + M_{us} k) C_0 + \alpha^2 (M_s + M_{us}) \right) R + (c + c_t) M_s + M_{us} c$$

$$A_2 = ((c k_t + c_t k) C_0 + \alpha^2 c_t) R + (k + k_t) M_s + M_{us} k + c c_t$$

$$A_1 = k_t (C_0 k + \alpha^2) R + c k_t + c_t k$$

$$A_0 = k k_t$$

Índice de confort J_A

$$B_4 = C_0^2 R^2 c^2 c_t^2$$

$$B_3 = 2(-c_t k - ((C_0 k + \alpha^2) R + c) k_t) C_0 R c c_t + (-((C_0 k + \alpha^2) R + c) c_t - C_0 R c k_t)^2$$

$$B_2 = (-c_t k - ((C_0 k + \alpha^2) R + c) k_t)^2 + 2k k_t (-((C_0 k + \alpha^2) R + c) c_t - C_0 R c k_t)$$

$$B_1 = k^2 k_t^2$$

$$B_0 = 0$$

Índice de deflexión del sistema de suspensión J_{DS}

$$B_4 = 0$$

$$B_3 = c_t^2 M_s^2 C_0^2 R^2$$

$$B_2 = (C_0 M_s R k_t - M_s c_t)^2 - 2k_t M_s^2 c_t C_0 R$$

$$B_1 = k_t^2 M_s^2$$

$$B_0 = 0$$

Índice de la carga dinámica sobre los neumáticos J_{TL}

$$\begin{aligned}
 B_4 &= M_{us}^2 R^2 C_0^2 M_s^2 k_t^2 \\
 B_3 &= (-2((C_0 k + \alpha^2)R + c)(M_s + M_{us})k_t^2 M_{us} R C_0 M_s \\
 &\quad + (-c C_0 (M_s + M_{us})R - M_s M_{us})^2 k_t^2 \\
 B_2 &= (((C_0 k + \alpha^2)R + c)^2 (M_s + M_{us})k_t^2 \\
 &\quad - 2(M_s + M_{us})k_t^2 (-c C_0 (M_s + M_{us})R - M_s M_{us})) \\
 B_1 &= k_t^2 (M_{us} + M_s)^2 k^2 \\
 B_0 &= 0
 \end{aligned}$$

Índice de la carga dinámica sobre los neumáticos J_{PE}

$$\begin{aligned}
 B_4 &= 0 \\
 B_3 &= M_s^2 R^2 \alpha^2 c_t^2 \\
 B_2 &= M_s^2 R^2 \alpha^2 c_t^2 \\
 B_1 &= 0 \\
 B_0 &= 0
 \end{aligned}$$

CONSIDERANDO LA FRECUENCIA DE CORTE

$$\begin{aligned}
 A_6 &= C_0 M_s M_{us} R \\
 A_5 &= W_0 C_0 M_{us} M_s R + C_0 ((c + c_t)M_s + M_{us}c)R + M_{us}M_s \\
 A_4 &= (W_0 (C_0 ((c + c_t)M_s + M_{us}c)R + M_{us}M_s) \\
 &\quad + (((k + k_t)M_s + M_{us}k + cc_t)C_0 + \alpha^2 (M_s + M_{us}))R + (c + c_t)M_s \\
 &\quad + M_{us}c) \\
 A_3 &= W_0 \left((((k + k_t)M_s + M_{us}k + cc_t)C_0 + \alpha^2 (M_s + M_{us}))R + (c + c_t)M_s + M_{us}c \right) \\
 &\quad + ((ck_t + c_t k)C_0 + \alpha^2 c_t)R + ((k + k_t)M_s + M_{us}k + cc_t) \\
 A_2 &= W_0 (((ck_t + c_t k)C_0 + \alpha^2 c_t)R + ((k + k_t)M_s + M_{us}k + cc_t) + k_t (C_0 k + \alpha^2)R \\
 &\quad + ck_t + c_t k) \\
 A_1 &= W_0 (k_t (C_0 k + \alpha^2)R + ck_t + c_t k) + kk_t \\
 A_0 &= W_0 kk_t
 \end{aligned}$$

Índice de confort J_A

$$B_5 = C_0^2 R^2 c^2 c_t^2$$

$$B_4 = 2(-c_t k - ((C_0 k + \alpha^2)R + c)k_t)C_0 R c c_t + \left(((C_0 k + \alpha^2)R + c)c_t - C_0 R c k_t \right)^2$$

$$B_3 = (-c_t k - ((C_0 k + \alpha^2)R + c)k_t)^2 - 2k k_t \left(((C_0 k + \alpha^2)R + c)c_t + C_0 R c k_t \right)$$

$$B_2 = k^2 k_t^2$$

$$B_1 = 0$$

$$B_0 = 0$$

Índice de deflexión del sistema de suspensión J_{DS}

$$B_5 = 0$$

$$B_4 = c_t^2 M_s^2 C_0^2 R^2$$

$$B_3 = (C_0 M_s R k_t + M_s c_t)^2 - 2k_t M_s^2 c_t C_0 R$$

$$B_2 = k_t^2 M_s^2$$

$$B_1 = 0$$

$$B_0 = 0$$

Índice de la carga dinámica sobre los neumáticos J_{TL}

$$B_5 = M_{us}^2 R^2 C_0^2 M_s^2 k_t^2$$

$$B_4 = (-2((C_0 k + \alpha^2)R + c)(M_s + M_{us})k_t^2 M_{us} R C_0 M_s + (c C_0 (M_s + M_{us})R + M_s M_{us})^2 k_t^2)$$

$$B_3 = (((C_0 k + \alpha^2)R + c)^2 (M_s + M_{us})k_t^2 - 2k(M_s + M_{us})k_t^2 (c C_0 (M_s + M_{us})R + M_s M_{us}))$$

$$B_2 = k_t^2 (M_{us} + M_s)^2 k^2$$

$$B_1 = 0$$

$$B_0 = 0$$

Índice de la carga dinámica sobre los neumáticos J_{PE}

$$B_5 = 0$$

$$B_4 = M_s^2 R^2 \alpha^2 c_t^2$$

$$B_3 = M_s^2 R^2 \alpha^2 c_t^2$$

$$B_2 = 0$$

$$B_1 = 0$$

$$B_0 = 0$$

REFERENCIAS

- Abdelkareem, M. A. A., Eldaly, A. B. M., Kamal, M., Ali, A., Youssef, I. M., & Xu, L. (2020). Monte Carlo sensitivity analysis of vehicle suspension energy harvesting in frequency domain. *Journal of Advanced Research*, 24, 53–67. <https://doi.org/10.1016/j.jare.2020.02.012>
- Al-Yafeai, D., Darabseh, T., & Mourad, A. H. I. (2019). Quarter vs. Half Car Model Energy Harvesting Systems. *2019 Advances in Science and Engineering Technology International Conferences, ASET 2019, March*, 1–5. <https://doi.org/10.1109/ICASET.2019.8714433>
- Anton, S. R., & Sodano, H. A. (2007). A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006). *Smart Materials and Structures*, 16(3). <https://doi.org/10.1088/0964-1726/16/3/R01>
- Arnold, D., Kinsel, W., Clark, W. W., & Mo, C. (2011). Exploration of new cymbal design in energy harvesting. *Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems 2011*, 7977, 79770T. <https://doi.org/10.1117/12.880614>
- Badel, A., Guyomar, D., Lefeuvre, E., & Richard, C. (2005). Efficiency enhancement of a piezoelectric energy harvesting device in pulsed operation by synchronous charge inversion. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 16(10), 889–901. <https://doi.org/10.1177/1045389X05053150>
- Baker, J., Roundy, S., & Wright, P. (2005). Alternative geometries for increasing power density in vibration energy scavenging for wireless sensor networks. *Collection of Technical Papers - 3rd International Energy Conversion Engineering Conference*, 2(August), 959–970. <https://doi.org/10.2514/6.2005-5617>
- Irving Abdiel Maldonado Bravo. (2021). Tesis de maestría: Diseño óptimo y cuantificación de regeneración de energía de un absorbedor de doble masa sintonizadas con inercia rotacional sujeto a vibración estocástica, *Tecnológico Nacional de México*.
- Drissa Mohamed Malo, & Erol Uzal. (2022). Piezoelectric energy harvesting from a dump truck suspension system. *World Journal of Advanced Research and Reviews*, 15(2), 099–113. <https://doi.org/10.30574/wjarr.2022.15.2.0769>
- Eduardo Barredo Hernández. (2019). *Tesis de Doctorado: Cuantificación de la capacidad de regeneración de energía en vehículos sujetos a vibración estocástica*. <https://rinacional.tecnm.mx/handle/TecNM/1374>
- Fu, H., Mei, X., Yurchenko, D., Zhou, S., Theodossiades, S., Nakano, K., & Yeatman, E. M. (2021). Rotational energy harvesting for self-powered sensing. *Joule*, 5(5), 1074–1118. <https://doi.org/10.1016/j.joule.2021.03.006>
- Gao, H., Xing, C., Wang, H., Li, J., & Zhang, Y. (2023). Performance improvement and demand-oriented optimum design of the tuned negative stiffness inerter damper for base-isolated structures. *Journal of Building Engineering*, 63. <https://doi.org/10.1016/j.job.2022.105488>
- Guyomar, D., Badel, A., Lefeuvre, E., & Richard, C. (2005). Toward energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 52(4), 584–594. <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2005.1428041>
- Guyomar, D., Sebald, G., Pruvost, S., Lallart, M., Khodayari, A., & Richard, C. (2009). Energy harvesting from ambient vibrations and heat. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 20(5), 609–624. <https://doi.org/10.1177/1045389X08096888>
- Hendrowati, W., Guntur, H. L., & Sutantra, I. N. (2012). Design, Modeling and Analysis of Implementing a Multilayer Piezoelectric Vibration Energy Harvesting Mechanism in the Vehicle Suspension. *Engineering*, 04(11), 728–738. <https://doi.org/10.4236/eng.2012.411094>

- Kim, H. S., Kim, J. H., & Kim, J. (2011). A review of piezoelectric energy harvesting based on vibration. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 12(6), 1129–1141. <https://doi.org/10.1007/s12541-011-0151-3>
- Lee, H., Jang, H., Park, J., Jeong, S., Park, T., & Choi, S. (2013). Design of a Piezoelectric Energy-Harvesting shock absorber system for a vehicle. *Integrated Ferroelectrics*, 141(1), 32–44. <https://doi.org/10.1080/10584587.2013.778724>
- Lefevre, E., Badel, A., Richard, C., & Guyomar, D. (2004). High-performance piezoelectric vibration energy reclamation. *Smart Structures and Materials 2004: Smart Structures and Integrated Systems*, 5390, 379. <https://doi.org/10.1117/12.532709>
- Lefevre, E., Badel, A., Richard, C., & Guyomar, D. (2005). Piezoelectric energy harvesting device optimization by synchronous electric charge extraction. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 16(10), 865–876. <https://doi.org/10.1177/1045389X05056859>
- Lefevre, E., Badel, A., Richard, C., Petit, L., & Guyomar, D. (2006a). A comparison between several vibration-powered piezoelectric generators for standalone systems. *Sensors and Actuators, A: Physical*, 126(2), 405–416. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2005.10.043>
- Lesieutre, G. A., Ottman, G. K., & Hofmann, H. F. (2004). Damping as a result of piezoelectric energy harvesting. *Journal of Sound and Vibration*, 269(3–5), 991–1001. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00210-4](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00210-4)
- Li, L., Xu, J., Liu, J., & Gao, F. (2018). Recent progress on piezoelectric energy harvesting: structures and materials. *Advanced Composites and Hybrid Materials*, 1(3), 478–505. <https://doi.org/10.1007/s42114-018-0046-1>
- Liu, H., Zhong, J., Lee, C., Lee, S. W., & Lin, L. (2018). A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications. *Applied Physics Reviews*, 5(4). <https://doi.org/10.1063/1.5074184>
- Ottman, G. K., Hofmann, H. F., & Lesieutre, G. A. (2003). Optimized Piezoelectric Energy Harvesting Circuit using step down converter. *Ieee Transactions on Power Electronics*, 18(2), 696–703.
- Priya, S., & Inman, D. J. (2009). Energy harvesting technologies. En *Energy Harvesting Technologies*. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-76464-1>
- Rajabi, A. H., Jaffe, M., & Arinzeh, T. L. (2015). Piezoelectric materials for tissue regeneration: A review. *Acta Biomaterialia*, 24(July), 12–23. <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2015.07.010>
- Randall, C. A., Newnham, R. E., & Cross, L. E. (1944). Hystory of the First Ferroelectric Oxide, BaTiO₃. *Materials Research Institute*, 1–11.
- Roberts, J. B., & Spanos, P. D. (2003). Random Vibration and Statistical Linearization. www.doverpublications.com
- Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P. (2017). *SIMULATION AND THE MONTE CARLO METHOD, Third Edition*. John Wiley & Sons, Inc.
- Sezer, N., & Koç, M. (2021a). A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting. *Nano Energy*, 80(November 2020), 105567. <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2020.105567>
- Spiegel, M. R. (2007). MECANICA TEORICA Teoria y 720 problemas resueltos. En *Access* (Número December). LIBROS MCGRAW – HILL DE MEXICO, S. A. de C. V.

- Sugawara, Y., Onitsuka, K., Yoshikawa, S., Xu, Q., Newnham, R. E., & Uchino, K. (1992). Metal–Ceramic Composite Actuators. *Journal of the American Ceramic Society*, 75(4), 996–998. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1992.tb04172.x>
- Wang, H., Shi, D., & Zheng, S. (2015). Synchronous charge extraction and voltage inversion (SCEVI): A new efficient vibration-based energy harvesting scheme. *Journal of Vibroengineering*, 17(2), 1037–1050.
- Wang, X. (2016). Frequency Analysis of Vibration Energy Harvesting Systems. En *Frequency Analysis of Vibration Energy Harvesting Systems*. <https://doi.org/10.1016/c2014-0-02879-1>
- Wu, L., Wang, Y., Jia, C., & Zhang, C. (2009). Battery-less piezoceramics mode energy harvesting for automobile TPMS. *ASICON 2009 - Proceedings 2009 8th IEEE International Conference on ASIC*, 1205–1208. <https://doi.org/10.1109/ASICON.2009.5351190>
- Xie, X. D., & Wang, Q. (2015). Energy harvesting from a vehicle suspension system. *Energy*, 86, 382–395. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.04.009>
- Yang, J., Zhou, H., Hu, Y., & Jiang, Q. (2005). *Performance of a Piezoelectric Harvester in*. 52(10), 1872–1876.
- Zhang, R., Zhao, L., Qiu, X., Zhang, H., & Wang, X. (2020). A comprehensive comparison of the vehicle vibration energy harvesting abilities of the regenerative shock absorbers predicted by the quarter, half and full vehicle suspension system models. *Applied Energy*, 272(February), 115180. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.115180>