



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

DISEÑO DE UN AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO UTILIZANDO BALANCE DE ENERGÍA ESTOCÁSTICA

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO AUTOMOTRIZ

PRESENTA:

LUIS DAVID LÓPEZ GABRIEL

DIRECTOR DE TESIS:

DR. EDUARDO BARREDO HERNÁNDEZ

CO-DIRECTOR DE TESIS:

DR. JOSÉ GABRIEL MENDOZA LARIOS

HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA, MÉXICO, 2023

Dedicatoria

Para mis padres por todo el esfuerzo y sacrificio que han hecho para brindarme las herramientas con las que puedo cumplir mis metas, y en memoria de las personas queridas que formaron parte de mi camino y que hoy en día ya no están conmigo.

Agradecimientos

A cada persona y maestro que formó parte tanto de mi desarrollo personal como de mi formación educativa. Mis agradecimientos más sinceros al Dr. Eduardo Barredo Hernández, ya que gracias a sus conocimientos y orientación pude culminar mis estudios con una tesis de calidad.

Me gustaría agradecer a mi familia por todo el apoyo que me ha brindado en cada decisión y proyecto que he llevado a cabo, animándome siempre a seguir adelante y a mis amigos con quienes he compartido momentos de alegría.

Resumen

Hoy en día, la reducción de las emisiones contaminantes y la constante mejora en la eficiencia de los automóviles, ha provocado el surgimiento de diversas líneas de investigación enfocadas en el aprovechamiento de la energía desperdiciada durante la conducción del vehículo, entre los temas más destacados se encuentran; la recuperación de energía térmica desperdiciada en el motor de combustión interna, regeneración de energía mecánica por los sistemas KERs, y la energía vibratoria disipada en los amortiguadores hidráulicos del sistema de suspensión del vehículo. Siendo este último, uno de los temas más prometedores, ya que existe una gran cantidad de energía cinética que se puede transformar en energía eléctrica a través de diferentes tipos de amortiguadores regenerativos. Por lo tanto, en esta tesis se lleva a cabo el diseño y optimización de un amortiguador regenerativo electromagnético. Luego, se integró en el sistema de suspensión automotriz, para analizar tanto su rendimiento como su capacidad de regeneración de energía, considerando las dinámicas lineales y no lineales del modelo completo del vehículo, perfiles artificiales de carretera y los ciclos de velocidad de conducción estacionarios y no estacionarios, con el fin de obtener resultados precisos y realistas en comparación con aquellos reportados en la literatura.

Abstract

Nowadays, both the reduction of polluting emissions and the constant improvement for internal combustion-based vehicles have led to create new lines of research which focuses on the conversion of energy wasted while driving the vehicle into electrical energy, among the most prominent topics are: the recovery of thermal energy wasted into the internal combustion engine, the regenerative energy by braking (KERs), and the vibration energy dissipated in the hydraulic dampers into the vehicle's suspension system. The latter being one of the most promising topics, since there is a large amount of kinetic energy that can be transformed into electrical energy through different types of regenerative shock absorbers. Therefore, in this work, the optimization of an electromagnetic regenerative shock absorber is carried out. Thereafter, it was integrated into the automotive suspension system to analyze both its dynamic performance and energy regeneration capacity, considering the complete vehicle model's linear and non-linear dynamics, artificial road profiles, and stationary and non-stationary driving speed cycles, in order to obtain more accurate and realistic results than those reported in the literature.

Nomenclatura y simbología

Notación	Descripción
M	Masa suspendida del vehículo (chasis)
m_{ij}	Masa no suspendida del vehículo (ruedas)
M_c, m_m	Masa del conjunto de bobinas y masa del conjunto de imanes del AR electromagnético
C_{ij}, C_{tij}	Coefficientes de amortiguamiento del sistema de suspensión y coeficientes de amortiguamiento de los neumáticos del vehículo
K_{ij}, K_{tij}	Coefficientes de rigidez del sistema de suspensión y coeficiente de rigidez de los neumáticos del vehículo
B_s, B_t	Coefficientes electromecánicos del AR electromagnético
U_{ij}	Voltaje de salida de los AR electromagnéticos
R_i, R_e, L_i	Resistencia interna, resistencia externa e inductancia del circuito eléctrico del AR electromagnético
$Z, Z_{cfl}, Z_{cfr}, Z_{crl}, Z_{crr}$	Desplazamientos longitudinales de la masa suspendida del modelo completo del vehículo
$Z_t, Z_{tfl}, Z_{tfr}, Z_{trl}, Z_{trr}$	Desplazamientos longitudinales de las masas no suspendidas del modelo completo del vehículo
$Z_{gfr}, Z_{gfl}, Z_{grl}, Z_{grr}$	Excitación estocástica en cada neumático del modelo completo de vehículo
Φ, θ	Movimientos rotacionales de la masa suspendida del vehículo completo
I_x, I_y	Momentos polares de inercia de la masa suspendida del modelo completo de vehículo
σ_x^2	Varianza del módulo cuadrado de una función frecuencial continua
S_x	Densidad espectral de potencia (PSD)
H_2	Norma estándar para la determinación de la energía total de vibración
J_i	Índices de rendimiento dinámico
$E[]$	Valor esperado de un proceso estocástico estacionario

Índice general

DEDICATORIA.....	II
AGRADECIMIENTOS	III
RESUMEN	IV
ABSTRACT.....	V
NOMENCLATURA Y SIMBOLOGÍA	VI
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.3 HIPÓTESIS.....	4
1.4 OBJETIVOS	4
1.4.1 <i>Objetivo general</i>	4
1.4.2 <i>Objetivos específicos</i>	4
1.5 METODOLOGÍA	4
1.6 JUSTIFICACIÓN	5
1.7 CONTRIBUCIÓN DEL TRABAJO AL ESTADO DEL ARTE	6
CAPÍTULO 2: ESTADO DEL ARTE	7
2.1 ASPECTOS GENERALES DE LA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ	7
2.2 AMORTIGUADORES REGENERATIVOS PIEZOELÉCTRICOS	9
2.3 AMORTIGUADORES REGENERATIVOS ELECTROMAGNÉTICOS	12
2.4 AMORTIGUADORES REGENERATIVOS ELECTROMECAÑICOS.....	19
2.4.1 <i>Amortiguadores regenerativos con mecanismo de tornillo-bola</i>	19
2.4.2 <i>Amortiguadores regenerativos con mecanismo piñón-cremallera</i>	24
2.4.3 <i>Amortiguadores regenerativos con mecanismo de tornillo algebraico</i>	27
2.5 AMORTIGUADORES REGENERATIVOS ELECTROHIDRÁULICOS	30
2.6 CONCLUSIÓN DEL ESTADO DEL ARTE.....	35
CAPÍTULO 3: MARCO TEÓRICO	37
3.1 INTRODUCCIÓN A LAS DINÁMICAS DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ	37
3.2 MODELO DINÁMICO DE UN CUARTO DE LA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ CONVENCIONAL	38
3.2.1 <i>Modelo no lineal de un cuarto de suspensión automotriz</i>	39
3.2.2 <i>Puntos de equilibrio del modelo dinámico de un cuarto de suspensión automotriz</i>	41
3.2.3 <i>Modelo dinámico de un cuarto de suspensión automotriz convencional simplificado</i>	42
3.2.4 <i>Comportamientos invariantes del modelo dinámico de un cuarto de suspensión automotriz convencional</i>	44
3.3 MODELO DINÁMICO DE MEDIA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ CONVENCIONAL	47
3.3.1 <i>Modelo dinámico de media suspensión automotriz orientado al movimiento de cabeceo</i>	47
3.4 MODELO DINÁMICO DE LA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ CONVENCIONAL COMPLETA	49
3.5 DINÁMICAS DEL AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO	52
3.6 PROCESOS ESTOCÁSTICOS.....	54
3.6.1 <i>Estacionariedad, ergodicidad y valores esperados</i>	54
3.6.2 <i>Norma H_2</i>	55
3.6.3 <i>Parámetros de rendimiento dinámico en la suspensión automotriz</i>	62
3.6.4 <i>Balance de energía estocástica</i>	65
3.7 SOFTWARES	66

CAPÍTULO 4: MODELADO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO.....	67
4.1 MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO PARA UN CUARTO DE VEHÍCULO	67
4.2 MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO DE MEDIO VEHÍCULO	70
4.3 MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO DEL VEHÍCULO COMPLETO.....	74
4.4 ÍNDICES DE RENDIMIENTO DINÁMICO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO	82
4.4.1 <i>Índices de rendimiento dinámico de la suspensión regenerativa electromagnética considerando la frecuencia de corte</i>	86
4.5 OPTIMIZACIÓN DE LOS ÍNDICES DE RENDIMIENTO DINÁMICO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVA ELECTROMAGNÉTICA.....	89
4.6 ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE LOS ÍNDICES DE RENDIMIENTO DINÁMICO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO PARA LOS MODELOS DE ¼ Y ½ VEHÍCULO.....	93
4.7 CUANTIFICACIÓN DE LA POTENCIA REGENERADA POR EL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO	95
4.7.1 <i>Análisis armónico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético completo</i>	95
4.7.2 <i>Análisis estocástico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético completo</i>	97
4.7.2.1 <i>Simulación numérica de la cuantificación de potencia regenerada por el sistema de suspensión regenerativo electromagnético</i>	102
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES.....	106
REFERENCIAS.....	107

Índice de figuras

FIGURA 1: EMISIONES GLOBALES DE CO ₂ DEL TRANSPORTE POR SUBSECTOR EN EL AÑO 2022 (IMAGEN REPRODUCIDA CON DERECHOS DE AUTOR POR LA AGENCIA INTERNACIONAL DE ENERGÍA).....	1
FIGURA 2: METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN DE LA TESIS.....	5
FIGURA 3: PRINCIPALES COMPONENTES DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN EN UN CUARTO DE AUTOMÓVIL (IMAGEN REPRODUCIDA CON DERECHOS DE AUTOR (GOODARZI & KHAJEPOUR, 2017)).	7
FIGURA 4: ANÁLISIS DE LA REGENERACIÓN DE ENERGÍA EN DIFERENTES CLASES DE VEHÍCULOS: A) POTENCIAL DE RECUPERACIÓN DE ENERGÍA, B) EFICIENCIA DEL COMBUSTIBLE UTILIZANDO AMORTIGUADORES REGENERATIVOS (IMÁGENES ADAPTADAS CON PERMISOS DE DERECHO DE AUTOR (ABDELKAREEM ET AL., 2018)).....	8
FIGURA 5: DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DE LOS AMORTIGUADORES REGENERATIVOS (IMAGEN REPRODUCIDA CON DERECHOS DE AUTOR (LEE ET AL., 2013)).....	10
FIGURA 6: REPRESENTACIÓN DEL AMORTIGUADOR CON DOS UBICACIONES DEL ELEMENTO PIEZOELÉCTRICO. A LA IZQUIERDA ENTRE DOS SUPERFICIES Y A LA DERECHA ADHERIDO SOBRE LA SUPERFICIE DEL AMORTIGUADOR (IMAGEN REPRODUCIDA CON DERECHOS DE AUTOR (LAFARGE ET AL., 2015)).....	11
FIGURA 7: DISEÑO DEL AMORTIGUADOR DE RECOLECCIÓN DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICO CON EL SISTEMA DE RODADURA COMPACTA (IMAGEN REPRODUCIDA CON DERECHOS DE AUTOR (H.-X. ZOU ET AL., 2016)).....	12
FIGURA 8: AMORTIGUADOR ELECTROMAGNÉTICO LINEAL DE CUATRO FASES (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (ZUO ET AL., 2010)).....	13
FIGURA 9: ESQUEMA DEL CONJUNTO DE IMÁN PERMANENTE, CONJUNTO DE BOBINA Y CONJUNTO DE CARCASA (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (GUPTA ET AL., 2006)).....	14
FIGURA 10: AMORTIGUADOR HÍBRIDO REGENERATIVO: (A) PROTOTIPO CONSTRUIDO; (B) PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL AMORTIGUADOR REGULABLE (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (SHI ET AL., 2015)).....	16
FIGURA 11: ESQUEMA DEL ACTUADOR HÍBRIDO ELECTROMAGNÉTICO (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (DING ET AL., 2020)).....	17
FIGURA 12: ESTRUCTURA DEL SISTEMA AUTOALIMENTADO DE SUPRESIÓN Y ABSORCIÓN DE VIBRACIONES ELECTROMAGNÉTICAS (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (R. WANG ET AL., 2022)).....	18
FIGURA 13: AMORTIGUADOR BASADO EN TRANSMISIÓN MECÁNICA: TORNILLO-BOLA (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (KAWAMOTO ET AL., 2008)).....	19
FIGURA 14: DISEÑO DE UN AMORTIGUADOR DE RECOLECCIÓN DE ENERGÍA BASADO EN MMR QUE UTILIZA UN MECANISMO DE TORNILLO-BOLA (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (LIU ET AL., 2017))...	21
FIGURA 15: DIAGRAMA DEL AMORTIGUADOR DE RECOLECCIÓN DE ENERGÍA CON MECANISMO DE TORNILLO-BOLA (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (XIE ET AL., 2017)).	22
FIGURA 16: ESTRUCTURA DEL AMORTIGUADOR ELECTROMECAÁNICO DE RECOLECCIÓN DE ENERGÍA BASADO EN MÚLTIPLES MECANISMOS DE TORNILLO-BOLA Y MÚLTIPLES GENERADORES ELÉCTRICOS CONTROLADOS (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (XIE ET AL., 2018)).	23
FIGURA 17: AMORTIGUADOR BASADO EN TRANSMISIÓN MECÁNICA: PIÑÓN-CREMALLERA (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (Z. LI, ZUO, LUHRS, ET AL., 2013)).....	24
FIGURA 18: MODELO DEL AMORTIGUADOR REGENERATIVO CON MECANISMO PIÑÓN-CREMALLERA Y RECTIFICADOR DE MOVIMIENTO (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (Z. LI, ZUO, KUANG, ET AL., 2013)).....	25

FIGURA 19: AMORTIGUADOR REGENERATIVO CON MECANISMO DE DUPLICACIÓN DE VELOCIDAD (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (R. ZHANG ET AL., 2018)).	26
FIGURA 20: PROTOTIPO DE TORNILLO ALGEBRAICO DE SEIS BRAZOS (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (SABZEHGAR ET AL., 2014)).	27
FIGURA 21: AMORTIGUADOR REGENERATIVO CON MECANISMO DE TORNILLO ALGEBRAICO DE DOS BRAZOS: A) DISEÑO CONCEPTUAL, B) PROTOTIPO DEL MECANISMO CONSTRUIDO (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (MARAVANDI & MOALLEM, 2015)).	28
FIGURA 22: AMORTIGUADOR REGENERATIVO CON MECANISMO DE TORNILLO ALGEBRAICO DE CUATRO BRAZOS (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (R. ZHANG & WANG, 2019)).	29
FIGURA 23: AMORTIGUADOR REGENERATIVO CON MECANISMO DE TORNILLO ALGEBRAICO DE CUATRO BRAZOS (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (ABDELKAREEM ET AL., 2022)).	30
FIGURA 24: ESQUEMA DEL AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROHIDRÁULICO (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (Y. ZHANG ET AL., 2017)).	31
FIGURA 25: AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROHIDRÁULICO CON RECTIFICADOR DE MOVIMIENTO (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (C. LI ET AL., 2014)).	32
FIGURA 26: AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROHIDRÁULICO DE DOBLE TUBO (IMAGEN ADAPTADA Y REPRODUCIDA CON PERMISOS DE DERECHOS DE AUTOR (Y. ZHANG ET AL., 2017)).	34
FIGURA 27: SISTEMA DE COORDENADAS FIJAS DEL VEHÍCULO POR CONVENCION DE LA SAE. X - ADELANTE Y EN EL PLANO LONGITUDINAL DE SIMETRÍA; Y - SALIDA LATERAL DEL LADO DERECHO DEL VEHÍCULO; Z - HACIA ABAJO CON RESPECTO AL VEHÍCULO; R - MOMENTO DE INERCIA DE BALANCEO; P - MOMENTO DE INERCIA DE CABECEO; Q - MOMENTO DE INERCIA DE GUIÑADA.	37
FIGURA 28: DIAGRAMA DE UN CUARTO DE LA SUSPENSIÓN PASIVA DEL AUTOMÓVIL.	38
FIGURA 29: DIAGRAMA DE UN CUARTO DE LA SUSPENSIÓN PASIVA SIMPLIFICADO.	40
FIGURA 30: FRECUENCIAS Y AMPLITUDES INVARIANTES DEL MODELO DEL CUARTO DE VEHÍCULO, CON DIFERENTES VALORES DEL COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO: A) FRECUENCIA Y AMPLITUD INVARIANTE DE LA FRF DE LA POTENCIA DISIPADA EN SUSPENSIÓN; B) FRECUENCIA Y AMPLITUD INVARIANTE DE LA FRF DE LA ACELERACIÓN DEL CHASIS; C) FRECUENCIA Y AMPLITUD INVARIANTE DE LA FRF DE LA DEFLEXIÓN DE LA SUSPENSIÓN; D) FRECUENCIAS Y AMPLITUDES INVARIANTES DE LA FRF DE LA CARGA DINÁMICA EN EL NEUMÁTICO.	46
FIGURA 31: DIAGRAMA DEL MODELO DE MEDIA SUSPENSIÓN PASIVA DEL AUTOMÓVIL (ORIENTADO AL CABECEO).	47
FIGURA 32: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL MODELO DE MEDIA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ (ORIENTADO AL CABECEO): A) DESPLAZAMIENTO DEL CHASIS DEL VEHÍCULO; B) ÁNGULO DE ROTACIÓN DEL CHASIS DEL VEHÍCULO; C) DESPLAZAMIENTO DE LA RUEDA TRASERA DEL VEHÍCULO; D) DESPLAZAMIENTO DE LA RUEDA FRONTAL DEL VEHÍCULO.	49
FIGURA 33: MODELO COMPLETO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ CONVENCIONAL.	50
FIGURA 34: CIRCUITO ELÉCTRICO QUE REPRESENTA AL AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO.	52
FIGURA 35: SEÑAL ALEATORIA ESTACIONARIA.	54
FIGURA 36: MODELO DE UN CUARTO DE SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO.	67
FIGURA 37: MODELO DE MEDIO SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO.	71
FIGURA 38: MODELO COMPLETO DE LA SUSPENSIÓN REGENERATIVA ELECTROMAGNÉTICA.	75
FIGURA 39: GRÁFICAS DE OPTIMIZACIÓN DE LOS ÍNDICES DE RENDIMIENTO DINÁMICO SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO: A) ÍNDICE DE REGENERACIÓN DE ENERGÍA; B) ÍNDICE DE CONFORT; C) ÍNDICE DE LA DEFLEXIÓN DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN; D) ÍNDICE DE LA CARGA DINÁMICA ENTRE EL NEUMÁTICO Y LA CARRETERA.	90
FIGURA 40: CÓDIGO EN MATLAB SIMULINK DE LA ECUACIÓN ESTOCÁSTICA QUE REPRESENTA A LA CARRETERA.	91

FIGURA 41: PERFILES ARTIFICIALES DE CARRETERA (CLASE A-H).	92
FIGURA 42: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN CUARTO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO VARIANDO LA RUGOSIDAD DEL TERRENO (CLASE DE CARRETERA) Y LA VELOCIDAD DE CONDUCCIÓN: A) ÍNDICE DE REGENERACIÓN DE ENERGÍA; B) ÍNDICE DE CONFORT; C) ÍNDICE DE LA DEFLEXIÓN DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN; D) ÍNDICE DE LA CARGA DINÁMICA ENTRE EL NEUMÁTICO Y LA CARRETERA.	93
FIGURA 43: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE MEDIO SISTEMA DE SUSPENSIÓN REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO VARIANDO LA RUGOSIDAD DEL TERRENO (CLASE DE CARRETERA) Y LA VELOCIDAD DE CONDUCCIÓN: A) ÍNDICE DE REGENERACIÓN DE ENERGÍA; B) ÍNDICE DE CONFORT; C) ÍNDICE DE LA DEFLEXIÓN DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN; D) ÍNDICE DE LA CARGA DINÁMICA ENTRE EL NEUMÁTICO Y LA CARRETERA.	94
FIGURA 44: CURVAS DE LAS FUNCIONES DE RESPUESTA EN FRECUENCIA (FRFS) DEL CHASIS DEL VEHÍCULO ANTE UNA ENTRADA DE EXCITACIÓN ARMÓNICA: A) DESPLAZAMIENTO VERTICAL DEL CHASIS; B) MOVIMIENTO DE CABECEO DEL CHASIS; C) MOVIMIENTO DE BALANCEO DEL CHASIS.	96
FIGURA 45: CURVAS DE LAS FUNCIONES DE RESPUESTA EN FRECUENCIA (FRFS) DEL DESPLAZAMIENTO DE LOS NEUMÁTICOS ANTE UNA ENTRADA DE EXCITACIÓN ARMÓNICA: A) RUEDA FRONTAL DERECHA; B) RUEDA TRASERA DERECHA; C) RUEDA TRASERA IZQUIERDA; D) RUEDA FRONTAL IZQUIERDA.	96
FIGURA 46: CURVAS DE LAS FUNCIONES DE RESPUESTA EN FRECUENCIA (FRFS) DEL VOLTAJE PRODUCIDO POR CADA AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO ANTE UNA ENTRADA DE EXCITACIÓN ARMÓNICA: A) AMORTIGUADOR FRONTAL DERECHO; B) AMORTIGUADOR TRASERO DERECHO; C) AMORTIGUADOR TRASERO IZQUIERDO; D) AMORTIGUADOR FRONTAL IZQUIERDO.	97
.....	97
FIGURA 47: CICLO DE CONDUCCIÓN MODAL ESTÁNDAR NEDC Y EUDC.	98
FIGURA 48: PERFILES ARTIFICIALES PARA LAS CARRETERAS CLASE C Y D CREADOS UTILIZANDO LOS CICLOS DE CONDUCCIÓN NEDC Y EUDC.	98
FIGURA 49: CICLO DE CONDUCCIÓN DE VELOCIDAD TRANSITORIA WLTP (WORLDWIDE HARMONIZED LIGHT VEHICLES TEST PROCEDURE).	99
FIGURA 50: PERFILES ARTIFICIALES NO ESTACIONARIOS PARA LAS CARRETERAS CLASE C Y D CONSIDERANDO EL CICLO DE CONDUCCIÓN DE VELOCIDAD TRANSITORIA WLTP (WORLDWIDE HARMONIZED LIGHT VEHICLES TEST PROCEDURE).	99
FIGURA 51: CICLO DE CONDUCCIÓN DE VELOCIDAD TRANSITORIA FTP (FEDERAL TEST PROCEDURE).	100
FIGURA 52: PERFILES ARTIFICIALES PARA LAS CARRETERAS CLASE C Y D CONSIDERANDO EL CICLO DE CONDUCCIÓN DE VELOCIDAD TRANSITORIA FTP (FEDERAL TEST PROCEDURE).	100
FIGURA 53: CICLO DE CONDUCCIÓN DE VELOCIDAD TRANSITORIA HWFET (HIGHWAY FUEL ECONOMY TEST).	101
FIGURA 54: PERFILES ARTIFICIALES PARA LAS CARRETERAS CLASE C Y D CONSIDERANDO EL CICLO DE CONDUCCIÓN DE VELOCIDAD TRANSITORIA HWFET (HIGHWAY FUEL ECONOMY TEST).	101
FIGURA 55: CÓDIGO DEL MODELO COMPLETO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO EN MATLAB SIMULINK.	103
FIGURA 56: POTENCIA ELÉCTRICA REGENERADA POR EL AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO ACOPLADO AL MODELO COMPLETO DE LA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ, BAJO EL CICLO DE VELOCIDAD DE CONDUCCIÓN NEDC Y EUDC: LA GRÁFICA DE LÍNEAS PUNTEADAS DE COLOR ROJO REPRESENTA LA POTENCIA ELÉCTRICA PRODUCIDA EN LA SUSPENSIÓN FRONTAL DERECHA, MIENTRAS QUE LA GRÁFICA VERDE REPRESENTA AQUELLA PRODUCIDA EN LA SUSPENSIÓN FRONTAL IZQUIERDA.	103
FIGURA 57: POTENCIA ELÉCTRICA REGENERADA POR EL AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO ACOPLADO AL MODELO COMPLETO DE LA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ, BAJO EL CICLO DE VELOCIDAD DE CONDUCCIÓN WLTP: LA GRÁFICA DE LÍNEAS PUNTEADAS DE COLOR ROJO REPRESENTA LA POTENCIA ELÉCTRICA PRODUCIDA EN LA SUSPENSIÓN FRONTAL DERECHA, MIENTRAS QUE LA GRÁFICA DE COLOR AZUL REPRESENTA AQUELLA PRODUCIDA EN LA SUSPENSIÓN	

FRONTAL IZQUIERDA. EL VALOR RMS DE LA SEÑAL PEFR ES 0.5351 W, MIENTRAS QUE EL DE LA SEÑAL PEFL ES 0.2777 W.
.....104

FIGURA 58: POTENCIA ELÉCTRICA REGENERADA POR EL AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO ACOPLADO AL MODELO COMPLETO DE LA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ, BAJO EL CICLO DE VELOCIDAD DE CONDUCCIÓN FTP: LA GRÁFICA DE LÍNEAS PUNTEADAS DE COLOR NARANJA REPRESENTA LA POTENCIA ELÉCTRICA PRODUCIDA EN LA SUSPENSIÓN FRONTAL DERECHA, MIENTRAS QUE LA GRÁFICA AZUL REPRESENTA AQUELLA PRODUCIDA EN LA SUSPENSIÓN FRONTAL IZQUIERDA. EL VALOR RMS DE LA SEÑAL PE_{FR} ES 0.4730 W, MIENTRAS QUE EL DE LA SEÑAL PE_{FL} ES 0.2455 W.....104

FIGURA 59: POTENCIA ELÉCTRICA REGENERADA POR EL AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO ACOPLADO AL MODELO COMPLETO DE LA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ, BAJO EL CICLO DE VELOCIDAD DE CONDUCCIÓN HWFET: LA GRÁFICA DE LÍNEAS PUNTEADAS DE COLOR VERDE REPRESENTA LA POTENCIA ELÉCTRICA PRODUCIDA EN LA SUSPENSIÓN FRONTAL DERECHA, MIENTRAS QUE LA GRÁFICA DE COLOR NARANJA REPRESENTA AQUELLA PRODUCIDA EN LA SUSPENSIÓN FRONTAL IZQUIERDA. EL VALOR RMS DE LA SEÑAL PE_{FR} ES 0.6443 W, MIENTRAS QUE EL DE LA SEÑAL PE_{FL} ES 0.3343 W.....105

Índice de tablas

TABLA 1: PARÁMETROS DE SIMULACIÓN PARA LA SUSPENSIÓN AUTOMOTRIZ.	46
TABLA 2: PARÁMETROS ÓPTIMOS DEL AMORTIGUADOR REGENERATIVO ELECTROMAGNÉTICO.....	91
TABLA 3: NIVELES DE RUGOSIDAD DE LA CARRETERA CLASIFICADOS POR LA NORMA ISO 8608.....	92

Capítulo 1: Introducción

1.1 Introducción

Actualmente el medio ambiente se encuentra cada vez más afectado por el incremento de las emisiones contaminantes, aunque estas emisiones se generan a través de diversas fuentes, el sector transporte es uno de los principales contribuyentes, ya que representa más de un tercio de las emisiones de CO₂ de los sectores de uso final, además de ser el sector que tiene la mayor dependencia en el uso de combustibles fósiles. En la Figura 1, se pueden observar las gráficas de las emisiones contaminantes que generó el sector transporte por subsector en el año 2022, donde el subsector automotriz o terrestre generó hasta 5.87 Gt de CO₂.

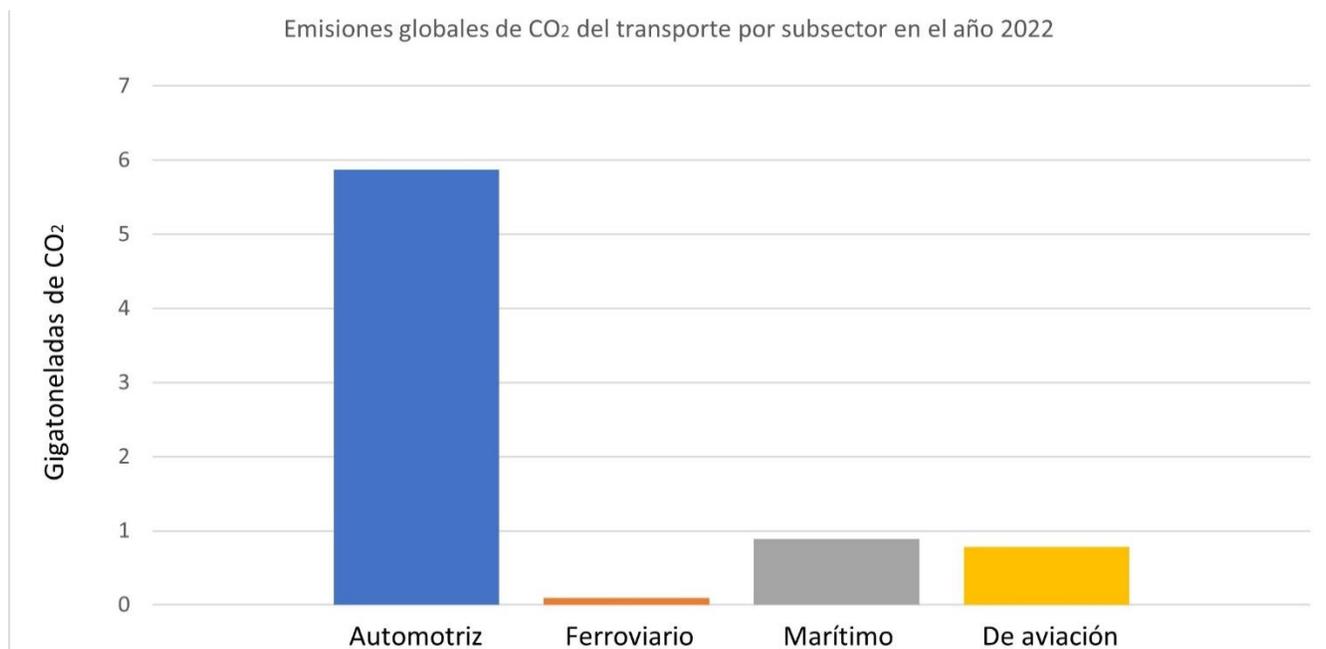


Figura 1: Emisiones globales de CO₂ del transporte por subsector en el año 2022 (imagen reproducida con derechos de autor por la agencia internacional de energía)

Una de las razones por las que este subsector genera niveles tan altos de contaminación, se debe a que los vehículos de combustión interna tienen una eficiencia demasiado baja, causada principalmente por las pérdidas de energía que existen en sus diferentes sistemas mecánicos. De hecho, se ha demostrado que solo el 21.5% de la energía del combustible se utiliza para propulsar el mismo vehículo, de modo que el porcentaje de energía que se pierde es demasiado alto. Por lo tanto, para tratar de resolver las deficiencias energéticas del automóvil, se han desarrollado métodos que se centran en regenerar la energía que se pierde en sus diferentes sistemas durante la conducción. Entre los métodos de regeneración de energía existentes, el que se aplica en el sistema de suspensión automotriz es uno de los más destacados. Puesto que las investigaciones que existen acerca de este tema, muestran que la energía cinética que se pierde cuando se disipan las vibraciones que se acumulan

en el sistema de suspensión debido a las perturbaciones del terreno, es muy elevada, y recuperar una cantidad significativa de esa energía, puede ayudar a mejorar la eficiencia del combustible en los vehículos, lo que ayudaría a disminuir las emisiones contaminantes que estos producen.

La suspensión del automóvil tiene como objetivo primordial mantener el contacto de la rueda con el terreno en todo momento. De modo que, las irregularidades del terreno se transmiten al sistema de suspensión. Para impedir que las vibraciones que provocan dichas irregularidades afecten al vehículo y garantizar la seguridad en la conducción, la suspensión se compone de elementos le dan tanto rigidez como estabilidad al sistema, además cuenta con amortiguadores, los cuales se encargan de disipar la energía mecánica almacenada en el sistema. La energía que es disipada, se podría convertir en energía eléctrica para su uso efectivo en los subsistemas de baja potencia del vehículo a través de dispositivos con la capacidad de regenerar la energía cinética causada por las vibraciones. Por lo tanto, se han desarrollado diferentes tipos de amortiguadores regenerativos, que se clasifican de acuerdo al mecanismo de conversión de energía que utilicen. De los que se pueden mencionar los siguientes:

- Los amortiguadores regenerativos piezoeléctricos. Esta clase de amortiguadores se componen de materiales piezoeléctricos, que generan electricidad al estar bajo la acción de alguna fuerza externa (la vibración de la suspensión), esta fuerza deforma la simetría central de la estructura cristalina del material, formando así un potencial eléctrico.
- Los amortiguadores regenerativos electromagnéticos. Estos amortiguadores funcionan a través de la inducción electromagnética. Entonces, para convertir la energía mecánica de las vibraciones en energía eléctrica, incluyen una bobina eléctrica (elemento eléctrico móvil) que va unida a una masa y un estátor (elemento magnético estacionario) para aplicar flujo magnético al mismo. Así, con la deflexión del sistema de suspensión se genera el movimiento relativo lineal de la bobina eléctrica con respecto al imán, y de acuerdo a la ley de inducción electromagnética de Faraday, dichas vibraciones crean cambios en el flujo magnético y generan señales eléctricas en la bobina.
- Los amortiguadores regenerativos electromecánicos. Estos dispositivos se caracterizan por convertir el movimiento vertical bidireccional del sistema de suspensión en un movimiento de rotación unidireccional, de este modo el generador eléctrico que poseen es activado y genera electricidad. La forma de convertir el movimiento lineal en movimiento rotatorio se puede producir por medio de distintos mecanismos, algunos de estos son: el mecanismo tornillo-bola, mecanismo piñón-cremallera, mecanismo tornillo algebraico, sistema de transmisión basado en engranajes helicoidales, entre otros mecanismos de conversión de energía.
- Los amortiguadores regenerativos electrohidráulicos. Estos dispositivos cuentan principalmente con un cilindro hidráulico, válvulas de retención, tuberías hidráulicas, motor hidráulico, acumuladores y un generador eléctrico. Su funcionamiento comienza cuando el pistón del cilindro hidráulico es impulsado por cierta excitación externa, entonces provoca que el aceite a

alta presión fluya por el amortiguador para lograr llegar al generador hidráulico, donde debido al movimiento del fluido se produce un trabajo mecánico que se convierte en electricidad.

Los amortiguadores regenerativos están en una fuerte competencia en base a muchas características y parámetros, tales como; tiempo de respuesta, rango de controlabilidad, gestión de fallas, fiabilidad a largo plazo, costo, peso y embalaje, requerimientos de electrónica de potencia, capacidad de regeneración de energía, etc. Por estas razones, este tipo de tecnología aún se encuentra en rigurosa investigación. De hecho, hay muchos inconvenientes que aún no se han resuelto en estos sistemas, lo que ha causado el interés de la comunidad científica por mejorar y expandir los estudios de las diferentes tecnologías de regeneración de energía a partir de las vibraciones en los sistemas de suspensión. Además, con el reciente desarrollo de los vehículos híbridos y eléctricos, este tema ha adquirido aún más importancia, ya que surge como una nueva opción para aumentar la eficiencia y reducir el costo de los vehículos eléctricos e híbridos, los cuales son los vehículos del futuro. Por lo tanto, en este proyecto de tesis se proporciona una perspectiva del potencial de regeneración de energía de los amortiguadores regenerativos electromagnéticos, por medio de simulaciones numéricas donde se consideran las dinámicas lineales y no lineales del modelo completo del vehículo, perfiles artificiales de carretera y ciclos de velocidad de conducción.

1.2 Planteamiento del problema

La contaminación al medio ambiente y la creciente demanda de energía, son grandes problemas cuyos daños al planeta son cada vez mayores. Existen diferentes fuentes que producen contaminación y entre ellas el sector automotriz ha demostrado ser de los que contribuyen con el mayor porcentaje de emisiones contaminantes, ya que los automóviles representan el 72% del uso total de energía en el sector del transporte mundial y más del 80% de las emisiones totales de CO₂. Además, según estadísticas básicas del petróleo, el transporte representa el 70% del petróleo consumido, y el 60% de esta porción es utilizada por automóviles. Sin embargo, el automóvil utiliza solo el 21.5% de la energía del combustible para ser conducido. Por lo que existe una gran pérdida de energía que se ve reflejada en una baja eficiencia y una mayor cantidad de emisiones contaminantes por parte del automóvil. Dichas pérdidas de energía se presentan en los diferentes sistemas automotrices, pero una de las principales se da en el sistema de suspensión, donde la energía cinética que se genera a causa de las vibraciones se disipa en forma de calor por los amortiguadores de fluido viscoso. Por esta razón ha surgido una solución inteligente en la que la energía desperdiciada en la suspensión automotriz se convierte en una energía alternativa para los propios automóviles por medio de los amortiguadores regenerativos. Estos dispositivos regenerativos han demostrado que pueden aumentar la eficiencia y extender el kilometraje del vehículo ahorrando una cantidad considerable de combustible (ya sea gasolina o energía eléctrica), y así logran una reducción en la emisión de gases de efecto invernadero. Por lo tanto, en este proyecto de tesis se pretende diseñar y analizar tanto el rendimiento dinámico, como la capacidad de regeneración de energía del amortiguador regenerativo electromagnético.

1.3 Hipótesis

Se pretende demostrar que mediante el uso del balance de energía estocástica se puede maximizar la capacidad de regeneración de energía vibratoria del amortiguador regenerativo electromagnético propuesto.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Diseñar conceptualmente un amortiguador regenerativo electromagnético utilizando balance de energía estocástica para maximizar su capacidad de regeneración de energía.

1.4.2 Objetivos específicos

1. Obtener el modelo matemático del amortiguador regenerativo electromagnético e integrarlo al modelo de un cuarto de vehículo, medio vehículo y del vehículo completo.
2. Calcular los índices de rendimiento dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético.
3. Aplicar el balance de energía estocástica al sistema de suspensión regenerativo electromagnético, para optimizar sus índices de rendimiento.
4. Generar los perfiles artificiales de carretera a partir de una ecuación diferencial estocástica, tomando en cuenta los ciclos de velocidad de conducción del automóvil.
5. Realizar simulaciones numéricas para comprobar el rendimiento del amortiguador regenerativo electromagnético propuesto.
6. Cuantificar la capacidad de regeneración de energía del sistema de suspensión regenerativo electromagnético completo.

1.5 Metodología

El diseño del amortiguador regenerativo electromagnético se determina en base a la metodología siguiente:

1. Planteamiento del problema. La descripción del problema en este proyecto de tesis parte de la siguiente pregunta: ¿Por qué la eficiencia del automóvil de combustión interna es tan baja?, la respuesta a esto está en la pérdida de energía que se tiene en los diferentes sistemas del automóvil. Entonces para delimitar el problema, en esta tesis se aborda uno solo de estos sistemas automotrices, llamado sistema de suspensión, del cual se pretende regenerar la energía que disipa durante su funcionamiento.

2. Recopilación de información. En este punto, se investiga acerca de las características de la suspensión automotriz y de los distintos tipos de amortiguadores regenerativos que existen en la literatura.
3. Conceptualización. Esto implica definir los conceptos y teorías necesarias para que a partir de leyes físicas y matemáticas se genere el modelo dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético.
4. Diseño. El objetivo principal de esta fase es realizar el modelo matemático del amortiguador regenerativo electromagnético y acoplar sus dinámicas al modelo del sistema de suspensión convencional.
5. Optimización. Una vez definido el modelo del sistema de suspensión regenerativo, se pretende optimizar los parámetros del amortiguador regenerativo propuesto, a través de un análisis paramétrico por medio del software Matlab.
6. Evaluación. En este paso se analiza el rendimiento del amortiguador regenerativo propuesto, evaluando el modelo completo del sistema de suspensión regenerativo electromagnético, dicho modelo se implementa en el software de Matlab Simulink, donde se simula el comportamiento del sistema propuesto y se determina su capacidad en la regeneración de energía.
7. Conclusión. Finalmente, se presentan los resultados de los procesos realizados en el desarrollo del diseño del amortiguador regenerativo electromagnético, valorando así el modelo propuesto.

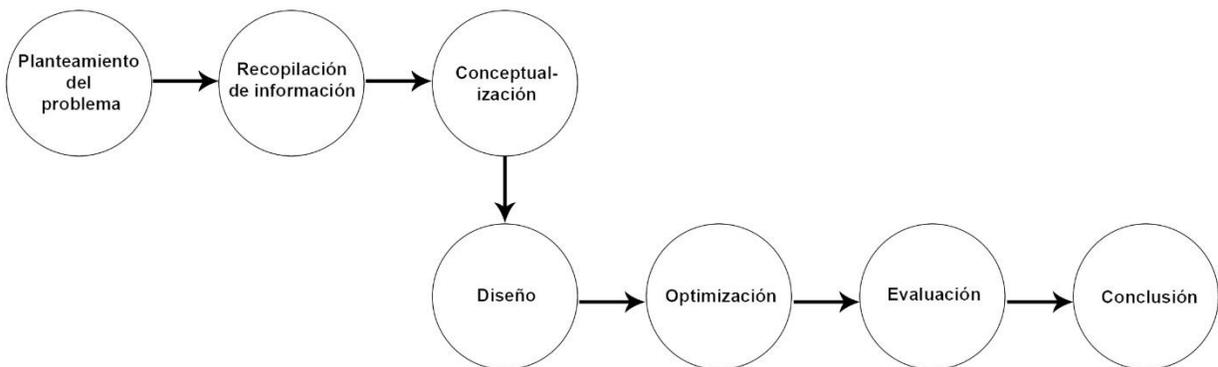


Figura 2: Metodología de investigación.

1.6 Justificación

En esta tesis se simula el comportamiento de un amortiguador regenerativo electromagnético desde una perspectiva más realista, para obtener resultados más precisos. Por lo tanto, las simulaciones numéricas se realizan considerando el modelo de vehículo completo, los perfiles artificiales de carretera y los ciclos de velocidad de conducción. Ya que en la mayoría de estudios dedicados al análisis de los amortiguadores regenerativos, solo se toma en cuenta una cuarta parte del vehículo y no se considera el efecto tanto de los perfiles artificiales de carretera, como de los ciclos de velocidad de conducción del vehículo. Adicionalmente, se calculan analíticamente los índices de rendimiento dinámico de la

suspensión propuesta tales como; el índice de regeneración de energía, el índice del confort, el índice de la calidad de adherencia de los neumáticos sobre la carretera y el índice del nivel de deflexión del sistema de suspensión. Este es otro de los temas que es poco tratado en el análisis de los amortiguadores regenerativos. Por lo tanto, en esta investigación se calculan dichos índices de rendimiento, los cuales serán optimizados para mejorar la eficiencia del sistema de suspensión, pues una eficiencia más elevada en este sistema, proporciona mayor calidad de conducción y mayor eficiencia del combustible, lo que se ve reflejado en la disminución de las emisiones contaminantes del por parte del vehículo.

1.7 Contribución del trabajo al estado del arte

En este trabajo de tesis se diseña un amortiguador regenerativo electromagnético, y se integra al sistema de suspensión automotriz convencional con el objetivo de transformar las vibraciones que se producen por las perturbaciones de la carretera, en energía eléctrica. Adicionalmente, en esta tesis se lleva a cabo un balance de energía estocástica para optimizar al amortiguador regenerativo electromagnético, estableciendo el valor de las resistencias que componen al amortiguador regenerativo en 10 ohm, esto con el objetivo de maximizar su capacidad en la regeneración de energía vibratoria. Para probar el rendimiento del dispositivo desde una perspectiva más realista, se realizan extensas simulaciones numéricas considerando las dinámicas del vehículo completo, excitaciones armónicas, así como, los perfiles artificiales estocásticos estacionarios y no estacionarios. De modo que, se calcula el valor esperado (RMS) de la energía total de vibración que se regenera en el sistema de suspensión regenerativo electromagnético.

Capítulo 2: Estado del arte

2.1 Aspectos generales de la suspensión automotriz

La suspensión automotriz es un sistema que se compone por múltiples elementos mecánicos, como lo son: los muelles o resortes, amortiguadores, barra de torsión, barra estabilizadora, las ruedas, los neumáticos, entre otros, ver Figura 3. Este sistema tiene la función de mantener las llantas adheridas a la carretera, además de absorber y disipar las vibraciones que puedan afectar al vehículo, para garantizar que la conducción sea estable y segura.

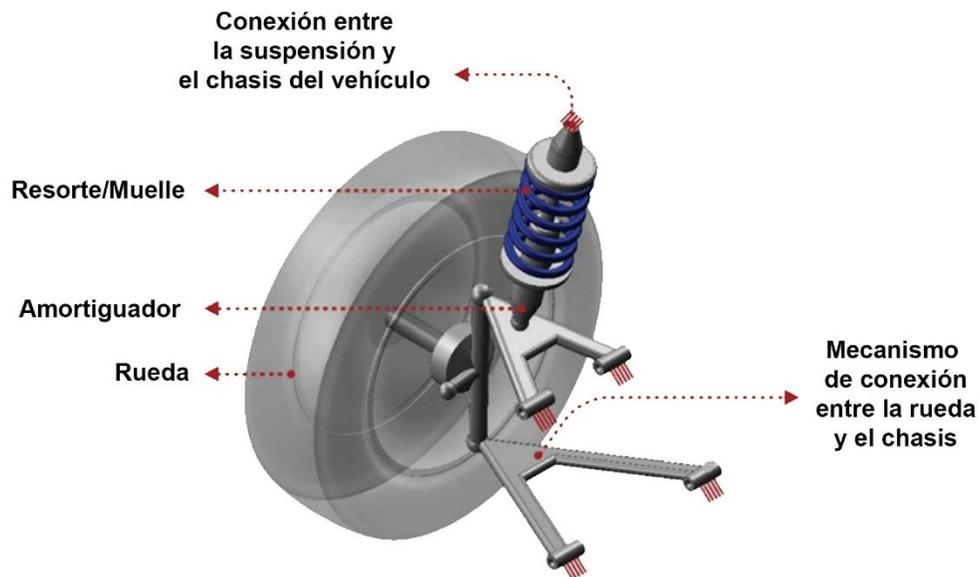


Figura 3: Principales componentes del sistema de suspensión en un cuarto de automóvil (Imagen reproducida con derechos de autor (Goodarzi & Khajepour, 2017)).

La importancia que el sistema de suspensión tiene en los vehículos, ha llevado a la búsqueda de una mejora continua del sistema, intentando, no solo elevar la eficiencia de la suspensión, sino que también del vehículo en términos generales. Esto dio paso a sistemas más complejos en los que se involucra una electrónica avanzada, dichos sistemas de suspensión vehicular se clasifican de acuerdo al tipo de control que se ejerce en sus parámetros físicos. Existen tres categorías diferentes de amortiguación en los sistemas de suspensión, los cuales son: amortiguación pasiva, semiactiva y completamente activa. En los sistemas de suspensión pasivos el resorte pasivo convencional y el amortiguador, en combinación con la geometría del neumático cuentan con características de rigidez y amortiguamiento constantes, que se eligen de acuerdo a las especificaciones del confort, seguridad de conducción y el límite de carrera del sistema de suspensión. Por lo que tienen parámetros predeterminados y no se regulan automáticamente. Por otro lado, se encuentra la suspensión semiactiva, cuya característica se basa en amortiguadores cuyos parámetros son modificados por un control externo, logrando así definir la repuesta del vehículo ante las distintas perturbaciones de la

carretera, aunque esto implica que el sistema genere cierto consumo de energía, y por último se encuentra la suspensión totalmente activa la cual presenta las mejores características comparada con los otros tipos de sistemas de suspensión. Sin embargo, presenta un mayor consumo de energía y su construcción es mucho más costosa. En la actualidad los sistemas de suspensión han evolucionado, no solo con el objetivo de mejorar las dinámicas del sistema, sino que también se busca que el consumo del combustible de los vehículos mejore y con ello se puedan reducir las emisiones contaminantes que el automóvil expulsa. Por esta razón es que nuevas tecnologías de aprovechamiento de energía han surgido. Por ejemplo, en el caso de la suspensión se busca que la vibración provocada por las oscilaciones generadas en el ciclo de trabajo del amortiguador, sea regenerada, y no se pierda o se disipe en forma de calor. Es decir, la energía cinética causada por la velocidad relativa del sistema de suspensión se podría regenerar por medio de amortiguadores regenerativos, y posteriormente reutilizarla para ayudar a la carga de la batería, autoalimentar el sistema de suspensión (en caso de ser semiactivo o totalmente activo) o para alimentar otros subsistemas del vehículo. De hecho, existen algunos estudios que se centran en analizar la cantidad de energía que se puede recuperar de la suspensión en un vehículo y demuestran que la regeneración de energía tiene un gran potencial, tal es el caso de (Zuo & Zhang, 2013) que demostraron que la energía potencial de un automóvil de pasajeros típico está entre 100 y 400 W considerando que el automóvil viaja en carreteras buenas y promedio con una velocidad aproximada de 97 km/h. Además, reportaron que tanto la eficiencia del combustible como la cantidad de energía cosechable depende de los niveles de intensidad de vibración que produce la carretera, la velocidad de conducción del vehículo y del tipo de vehículo.

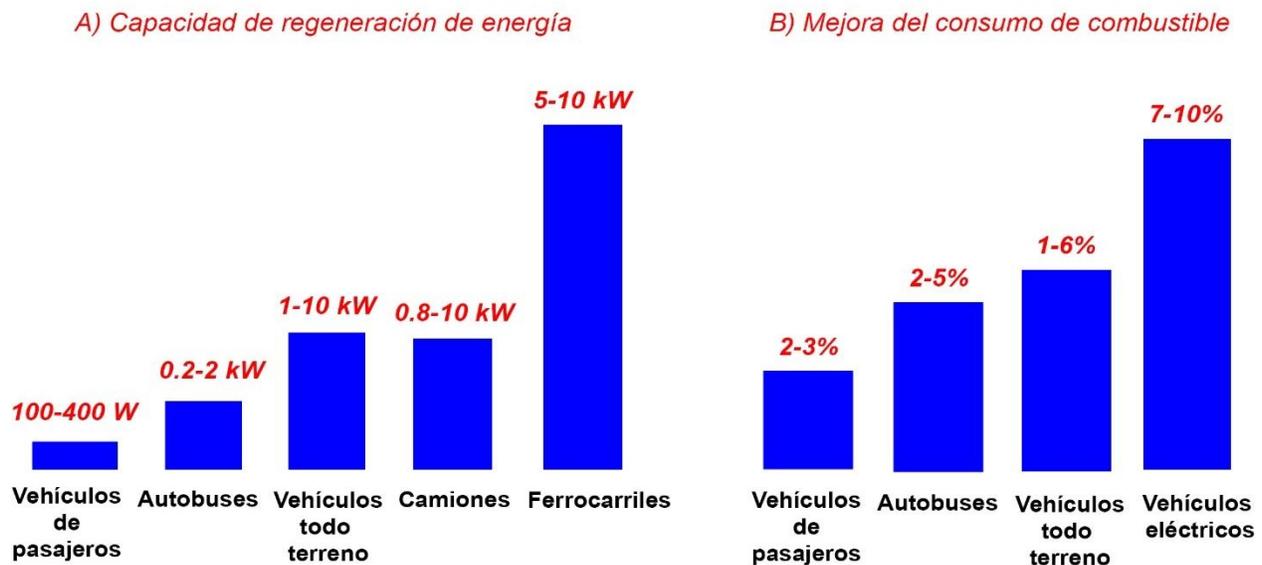


Figura 4: Análisis de la regeneración de energía en diferentes clases de vehículos: A) potencial de recuperación de energía, B) eficiencia del combustible utilizando amortiguadores regenerativos (imágenes adaptadas con permisos de derecho de autor (Abdelkareem et al., 2018)).

En la Figura 4 se muestra la capacidad de recuperación de energía que podría tener cada tipo de automóvil, así como el aumento en la eficiencia del consumo de combustible que cada vehículo tendría con el uso de absorbedores regenerativos en la suspensión automotriz. Con base en las investigaciones reunidas por (Abdelkareem et al., 2018) los vehículos híbridos que cuentan con una suspensión regenerativa, podrían lograr una reducción de 3 g/km de emisiones de CO₂. Por lo tanto, al aumentar la eficiencia del sistema de suspensión se logra una disminución en cuanto a las emisiones contaminantes expulsadas por los vehículos. Sin embargo, a pesar de lo prometedor que luce el futuro de los sistemas de suspensión regenerativos, aún quedan varios retos por resolver y mejorar, ya que para llevar a cabo la transformación de la energía vibratoria a electricidad en la suspensión, se involucran muchos aspectos de diseño tales como; el diseño estructural del amortiguador regenerativo, el mecanismo de conversión de energía mecánica traslacional a rotacional, control de las eficiencias mecánicas, eléctricas o hidráulicas del sistema de regeneración, conversión de la energía eléctrica alterna a continua, sistema de almacenamiento (baterías electroquímicas, supercapacitores, y ultracapacitores) de la energía regenerada etc., (Barredo, 2020).

Hoy en día, con el potencial que presenta la regeneración de energía en el sistema automotriz y con el objetivo de tener sistemas más eficientes, este tema se ha vuelto de sumo interés tanto para la industria automotriz como para diversos investigadores, y esto se ha manifestado en el desarrollo de diversas técnicas y dispositivos para la recolección de energía, donde diferentes tipos de amortiguadores regenerativos han sido diseñados teóricamente y analizados experimentalmente. Esta clase de sistemas de amortiguadores de captación de energía (EHSA, por sus siglas en inglés) se clasifican según el método que utilizan para la conversión de la energía cinética causada por la vibración, en electricidad. Entre estos se encuentran los amortiguadores de recolección de energía piezoeléctricos, los electromagnéticos, electromecánicos y electrohidráulicos.

2.2 Amortiguadores regenerativos piezoeléctricos

La propiedad de la pizeoelectricidad fue observada por primera vez por Pierre y Jacques Curie en 1881 estudiando la compresión del cuarzo. Donde se observó que al aplicar compresión mecánica a un material cristalino que carece de centro de simetría provoca una polarización de la carga, generando así electricidad. Es decir, al aplicar esfuerzo sobre un material con propiedades piezoeléctricas, se genera una tensión eléctrica la cual es proporcional al esfuerzo aplicado. Es importante mencionar que, esta forma de transducción de energía es ecológica y no requiere regulaciones para sustancias tóxicas, hecho que ha ocasionado que diversos investigadores muestren interés en el fenómeno piezoeléctrico y su integración con el sistema de suspensión automotriz. Los estudios que se han desarrollado acerca de este tema se centran en los amortiguadores, a los cuales se les conoce como amortiguadores de recolección de energía piezoeléctrica (PEHSA, por sus siglas en inglés). Algunos de estos dispositivos ya han sido diseñados y analizados, por ejemplo (Lee et al., 2013) desarrollaron un sistema que consta de un amortiguador integrado con dos placas piezoeléctricas en la parte inferior del cilindro, mientras tanto

la parte superior del cilindro fue diseñada para tener un sello de aceite y una junta tórica, ver Figura 5. Con este diseño las vibraciones externas que se transmiten a la suspensión, provocan que el pistón del amortiguador empuje el fluido en el cilindro. Luego una pequeña cantidad de fluido pasa por un orificio y el resto del fluido aplica presión a las placas piezoeléctricas, de este modo la presión externa sobre las placas piezoeléctricas causa que se produzca electricidad. La ventaja de esta estructura combinada es que evita daños en el material piezoeléctrico frágil, ya que la presión del fluido se transfiere gradualmente y no de forma directa. Además, utiliza dos placas piezoeléctricas para aumentar el área, lo que provoca que el nivel de la corriente se duplique, mientras que el voltaje de salida permanece constante. Sin embargo, los resultados experimentales mostraron que la cantidad de energía generada por este amortiguador era relativamente pequeña.

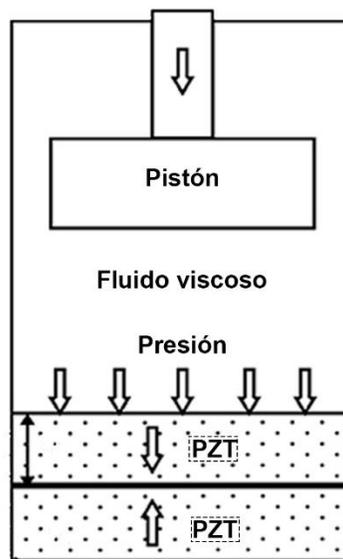


Figura 5: Diagrama esquemático de los amortiguadores regenerativos (Imagen reproducida con derechos de autor (Lee et al., 2013)).

Tratando de mejorar la capacidad de regeneración de energía de este tipo de amortiguadores, (Lafarge et al., 2015) realizaron una investigación para determinar la eficacia de la ubicación del material piezoeléctrico montado en el amortiguador. Como se observa en la Figura 6, hay dos localizaciones que fueron propuestas para colocar el material piezoeléctrico, en la primera ubicación la parte superior y la parte inferior del amortiguador están directamente en contacto con el elemento piezoeléctrico, por lo que está entre dos superficies. Mientras que, para la segunda ubicación, el material piezoeléctrico fue adherido en la parte media de la superficie del amortiguador. Los resultados mostraron que cuando el material piezoeléctrico está entre las dos superficies del amortiguador recolecta más energía que al adherirlo en la superficie del amortiguador, lo que indica que la ubicación es determinante para la generación de energía en esta clase de dispositivos.

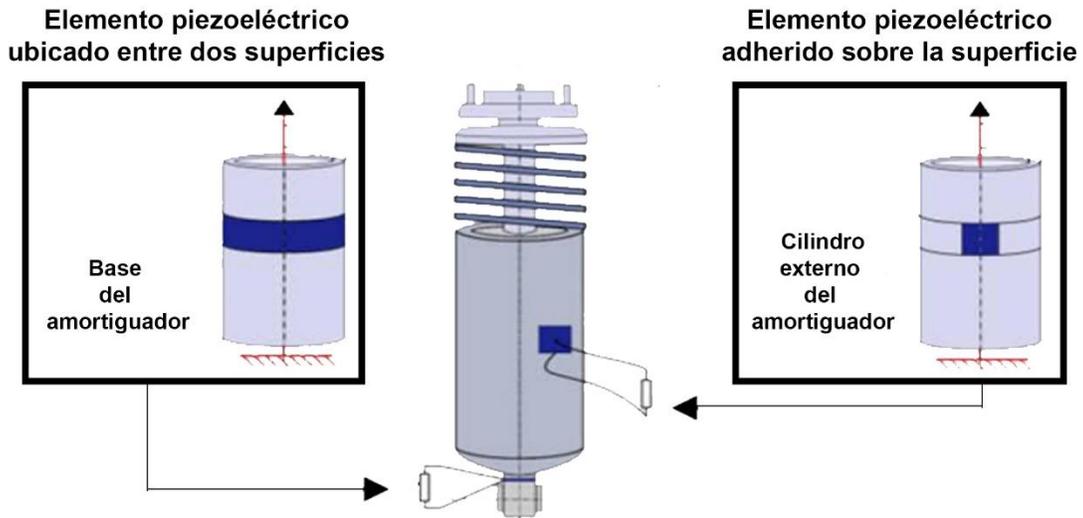


Figura 6: Representación del amortiguador con dos ubicaciones del elemento piezoeléctrico. A la izquierda entre dos superficies y a la derecha adherido sobre la superficie del amortiguador (Imagen reproducida con derechos de autor (Lafarge et al., 2015)).

Más tarde (H.-X. Zou et al., 2016) crearon un novedoso diseño de amortiguador piezoeléctrico. Dicho dispositivo se compone de rodamientos altamente compactos, que se constituyen por un cilindro externo, donde se instala un buje en el cual se incrustan una serie de conjuntos de esferas y el cilindro interno que es donde los manguitos piezoeléctricos van colocados, ver Figura 7. Un manguito piezoeléctrico incluye varias unidades piezoeléctricas unidas simétricamente a una base anular, dichas unidades piezoeléctricas tienen una capa de piezocerámicas y dos capas metálicas elevadas unidas a ambos lados de la capa de piezocerámica. Así cuando la esfera entra en contacto con la placa metálica, se produce una fuerza que provoca que la unidad piezoeléctrica quede sometida bajo los efectos de la presión, esta presión se transfiere a través de la capa metálica y la capa de piezocerámica, para que finalmente tenga lugar la generación de voltaje debido al efecto piezoeléctrico. Los resultados experimentales para este dispositivo indicaron que el amortiguador con rodadura piezoeléctrica puede generar una potencia de aproximadamente $1.5 \mu\text{W}$ con una carga resistiva de $3.3 \text{ M}\Omega$.

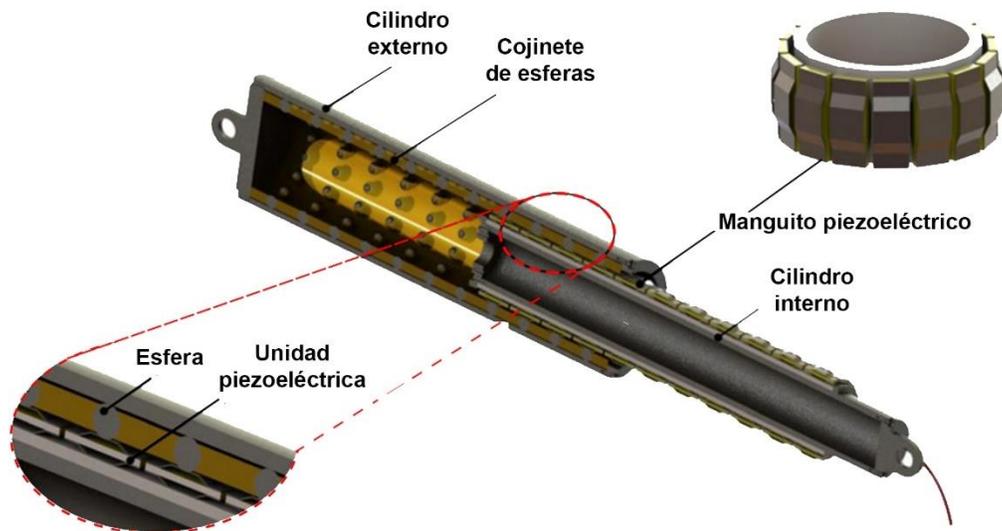


Figura 7: Diseño del amortiguador de recolección de energía piezoeléctrica con el sistema de rodadura compacta (Imagen reproducida con derechos de autor (H.-X. Zou et al., 2016)).

Con base en las investigaciones realizadas tanto teóricamente como experimentalmente, la tecnología piezoeléctrica presenta una capacidad baja en la regeneración de energía vibratoria. Además, las cerámicas piezoeléctricas son vulnerables a las cargas dinámicas de flexión y el rango de deformación es limitado en el modo de flexión (Anton & Sodano, 2007), lo que dificulta su aplicación en la suspensión automotriz, en general se ha visto que el fenómeno piezoeléctrico tiene una mejor aplicación en cuanto a escalas más pequeñas de regeneración de energía se trata.

2.3 Amortiguadores regenerativos electromagnéticos

El fenómeno electromagnético y su uso en la suspensión automotriz se propuso por primera vez hace dos décadas. Desde entonces han sido propuestos diversos diseños de amortiguadores con tecnología electromagnética. En dichos dispositivos el amortiguador se compone por un conjunto de bobinas e imanes permanentes que van instalados en su interior, en la Figura 8 se muestra la estructura básica del amortiguador regenerativo electromagnético lineal. La transducción de energía en esta clase de amortiguador se lleva a cabo cuando la vibración provoca el movimiento del amortiguador, por lo que los imanes que lo componen obtienen un movimiento relativo respecto a la bobina. Este movimiento oscilatorio relativo provoca una variación del flujo magnético dentro de la bobina, y como consecuencia se genera un voltaje inducido en la misma bobina, es decir se transforma el movimiento mecánico en electricidad por medio de la inducción magnética.

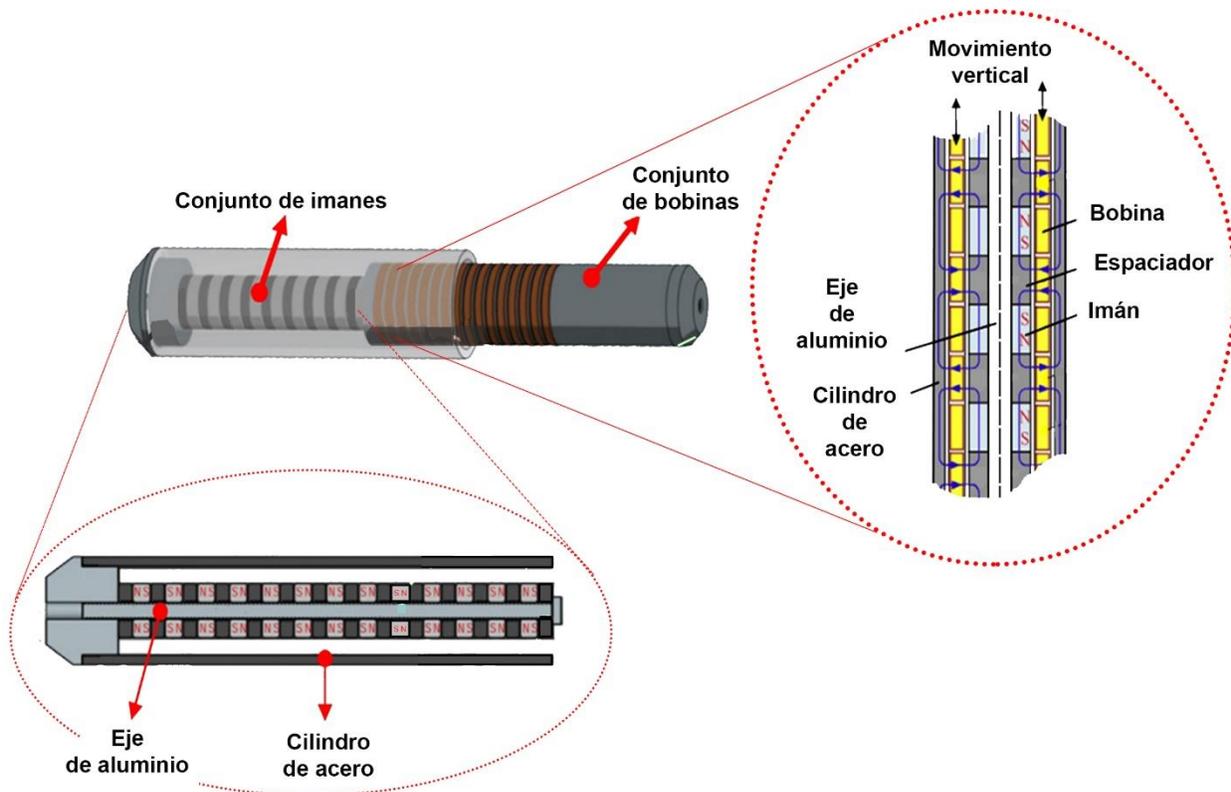


Figura 8: Amortiguador electromagnético lineal de cuatro fases (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Zuo et al., 2010)).

El primero en notar el potencial de esta tecnología fue (Karnopp, 1989), quien propuso un diseño de amortiguador en el que incluyó un motor electromagnético lineal cuyo funcionamiento se daba cuando una bobina del motor eléctrico se ponía en cortocircuito o se conectaba a una resistencia externa. Más tarde (Suda & Shiiba, 1996) desarrollaron una suspensión híbrida con control activo. El sistema incluía un motor lineal de corriente continua en el amortiguador, ya que buscaban reducir el consumo energético del sistema y elevar su rendimiento dinámico. Luego, (Okada & Harada, 1996), propusieron un amortiguador regenerativo electromagnético lineal con un circuito de carga de doble voltaje como elemento de almacenamiento de energía. Sin embargo, en su investigación descubrieron que la transducción de energía se lleva a cabo solo cuando el actuador tiene un movimiento a alta velocidad. Mientras tanto, para el movimiento a baja velocidad se crea la llamada “zona muerta”, que se refiere al momento en el cual el actuador no puede regenerar energía de vibración y tampoco puede producir fuerza de amortiguación. Para resolver este problema (Kim & Okada, 2002) aplicaron un control de interruptor-elevador modulado por ancho de pulso al sistema, así lograron integrar la energía regenerada al sistema de baterías de alto voltaje. Por lo tanto, el amortiguador puede regenerar la vibración, aunque la velocidad del actuador esté en la región de la zona muerta. (Nakano et al., 2003) analizaron el balance entre la energía regenerada y el consumo de energía en una suspensión activa, dicho análisis demostró que es posible obtener una suspensión autoalimentada al regenerar la energía

vibratoria, además con una buena ganancia de retroalimentación del controlador, la suspensión activa puede lograr un buen rendimiento en la mitigación de vibraciones de alta frecuencia. Vale la pena mencionar que, con una suspensión activa basada en amortiguadores regenerativos, se puede combinar una mejor comodidad de conducción y control del vehículo sin añadir una carga al motor de combustión interna, puesto que la suspensión se autoalimenta. Por otra parte, (Goldner & Zerigian, 2005) con el objetivo de gestar una mayor regeneración de energía, diseñaron un amortiguador regenerativo electromagnético lineal que cuenta con la superposición de un conjunto de imanes radiales. Debido a esta superposición vectorial de los campos magnéticos del conjunto de imanes, el dispositivo logró un aumento de casi cuatro veces la densidad de flujo magnético con respecto a los diseños de generadores electromagnéticos convencionales. A partir de estos estudios surgieron más propuestas de amortiguadores electromagnéticos lineales buscando una mayor densidad de flujo electromagnético. Así (Gupta et al., 2006) propusieron un diseño que posee un conjunto de imanes interiores rodeados concéntricamente por otro conjunto de imanes exteriores de mayor diámetro. Cada conjunto consta de tres imanes de anillo magnetizados separados axialmente por dos anillos de postes de hierro y dos anillos de polos adicionales ubicados en los extremos de la pila de imanes, ver Figura 9. Los investigadores realizaron pruebas en el laboratorio y reportaron una regeneración de energía de 3 watts al conducir el vehículo a una velocidad de 0.01 m/s (0.036 km/h) y al conducirlo a una velocidad de 0.05 m/s (0.18 km/h) logró regenerar 54 W de potencia.

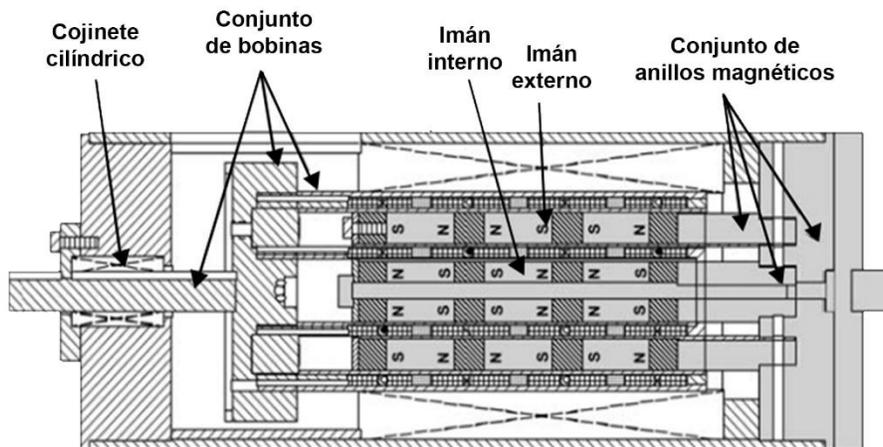


Figura 9: Esquema del conjunto de imán permanente, conjunto de bobina y conjunto de carcasa (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Gupta et al., 2006)).

Adicionalmente a estas pruebas de laboratorio, los investigadores utilizaron un pequeño vehículo todo terreno, al cual le instalaron el prototipo de amortiguador regenerativo para probar su capacidad de regeneración de energía y encontraron que la potencia máxima generada durante la conducción del vehículo fue de 7.4 W. Con esto en mente, (Zuo et al., 2010) desarrollaron un prototipo a escala de un generador lineal de cuatro fases, con un cilindro exterior concéntrico hecho de material de alta permeabilidad magnética para reducir la resistencia de los bucles magnéticos, además la disposición de los imanes en este modelo redirige el flujo magnético en dirección radial para aumentar la densidad del campo magnético en las bobinas. Dicho prototipo fue capaz de recolectar de 2 a 8 W de potencia. Más tarde (Oprea et al., 2012) realizaron un análisis de elemento finito para determinar el tamaño y configuración óptimos para la relación entre el grosor del imán y el paso de los polos, así como de la estructura del amortiguador regenerativo electromagnético lineal. De este modo los investigadores buscaron que el diseño del amortiguador otorgue una mayor densidad de potencia, sin perder la comodidad y maniobrabilidad en el automóvil, y hallaron que el compromiso entre la densidad de potencia y el funcionamiento suave en la suspensión, se debe al número de polos del motor eléctrico. Después (P. Li et al., 2014) propusieron el diseño de un prototipo de amortiguador regenerativo electromagnético lineal, con el objetivo de analizar la capacidad de recolección de energía del dispositivo en una situación real. Para lograr esto, los autores reemplazaron el amortiguador hidráulico original de la rueda trasera izquierda de un vehículo pesado, e instalaron en su lugar al amortiguador regenerativo. Luego, el vehículo fue conducido por una carretera pavimentada. Basados en este hecho, los autores demostraron que la potencia de salida promedio cuando el vehículo iba a una velocidad de 20 mph y 30 mph, fue de 3.2 y 4.8 W respectivamente, mientras que las potencias máximas fueron de hasta 58.2 y 67.5 W. Siguiendo con la búsqueda de un amortiguador que combine una buena comodidad en la conducción y alta densidad en la regeneración de energía, (Shi et al., 2015) desarrollaron un amortiguador regenerativo, compuesto por un motor lineal electromagnético que se encuentra en paralelo con un amortiguador hidráulico ajustable para una suspensión semiactiva, ver Figura 10(A), mientras que en la Figura 10(B), se muestran los diferentes estados de trabajo del amortiguador regulable y la trayectoria de flujo de aceite correspondiente a través de los orificios. Así el motor eléctrico y el amortiguador ajustable funcionan de manera precisa para coordinar el rendimiento de amortiguación y la regeneración de energía de la suspensión.

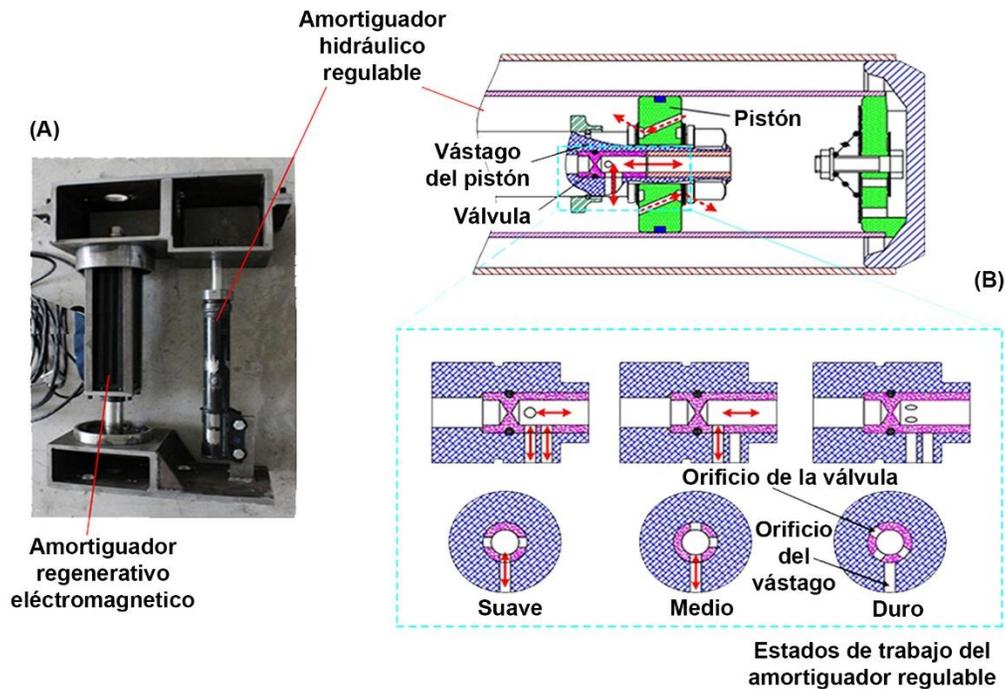


Figura 10: Amortiguador híbrido regenerativo: (A) Prototipo construido; (B) Principio de funcionamiento del amortiguador regulable (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Shi et al., 2015)).

Gracias a la combinación de estos dispositivos, el sistema obtuvo un buen balance entre aislamiento de vibraciones y la recuperación de energía. De hecho, las simulaciones numéricas que realizaron al dispositivo, demostraron que la potencia máxima que podría producir el motor lineal es de 46.57 W, con una eficiencia en la regeneración de energía del 21.86 %. Además de que la comodidad de conducción de la suspensión regenerativa semiactiva resultó mejor frente a la de la suspensión convencional. Más tarde (Asadi et al., 2017) fabricaron el prototipo de un amortiguador electromagnético híbrido de doble tubo. La caracterización para evaluar el rendimiento del dispositivo en cuanto a la fuerza de amortiguación y la potencia regenerada, se llevó a cabo en función de tres permutaciones de conexión de las bobinas; la primera configuración fue la estándar, la cual consiste en que cada bobina se conecta a una resistencia variable individual. Las otras dos configuraciones fueron la de estrella y delta, donde las bobinas se conectan en serie para formar las tres fases del amortiguador. Con estas pruebas los investigadores notaron que la fuerza de amortiguación producida por el motor lineal es proporcional a la corriente inducida en las bobinas. Además de que las pruebas hechas mostraron que la configuración estándar produce mejores resultados en cuanto a amortiguación se refiere, y en cuanto a la potencia regenerada la configuración delta es la que logró la potencia más alta.

Luego (Ding et al., 2020) construyeron un prototipo de amortiguador electromagnético lineal tomando como base de diseño el amortiguador hidráulico, ver Figura 11. El objetivo de su investigación se centraba en verificar la eficacia y el efecto que tiene la estrategia de control al momento de amortiguar vibraciones. En este caso ocuparon el control skyhook modificado, y las pruebas demostraron que el motor lineal simplemente imita la amortiguación skyhook, lo que reduce la demanda de energía en comparación con la suspensión electromagnética convencional. En efecto, una estrategia de control adecuada juega un papel importante en la mejora de las actuaciones dinámicas de un vehículo con suspensión electromagnética, incluido el confort y la seguridad de conducción.

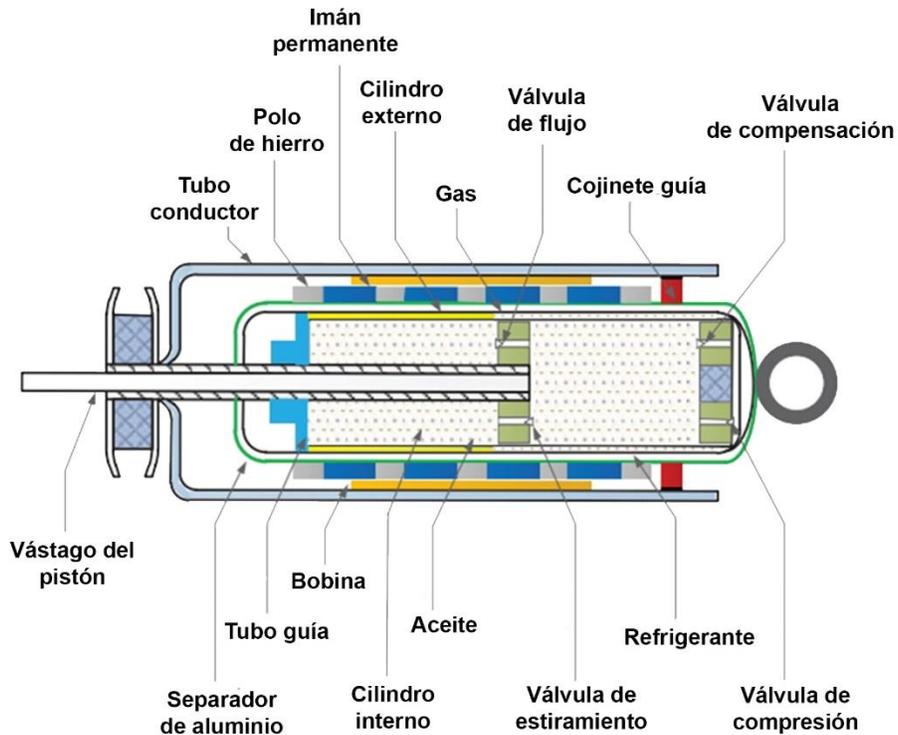


Figura 11: Esquema del actuador híbrido electromagnético (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Ding et al., 2020)).

Por otra parte, (Long et al., 2020) propusieron un amortiguador regenerativo con dos motores lineales para regenerar la potencia de vibración de una suspensión automotriz activa y probaron su rendimiento. Los resultados de las simulaciones mostraron que se genera energía suficiente como para compensar la potencia consumida por el control activo, además de regenerar una potencia media adicional de 4.9, 17.7, 49.2 y 45 W cuando el vehículo es conducido en carreteras de clase A, B, C y D (perfiles artificiales de carretera ISO/TC108/SC2N67), respectivamente. Más tarde (R. Wang et al., 2022) desarrollaron un sistema de supresión y absorción de vibraciones electromagnéticas autoalimentado, el cual se integra con un amortiguador magnetorreológico, que se usa como amortiguador de

suspensión para suprimir la vibración del vehículo y un motor lineal, el cual tiene la función de regenerar la energía vibratoria, ver Figura 12.

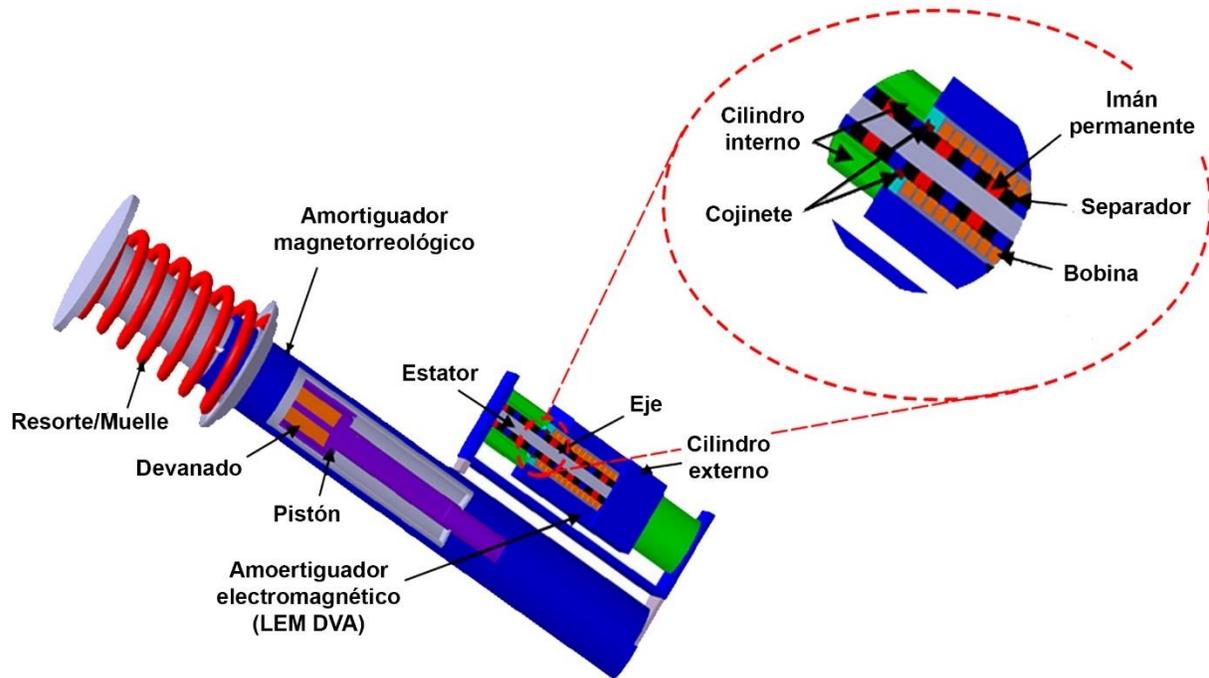


Figura 12: Estructura del sistema autoalimentado de suspensión y absorción de vibraciones electromagnéticas (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (R. Wang et al., 2022)).

Para evaluar el rendimiento del dispositivo descrito en la Figura 12, los investigadores realizaron algunas simulaciones y pruebas de banco. Los resultados mostraron que la energía regenerada por el amortiguador puede compensar adecuadamente su propia energía consumida, puesto que la potencia regenerada por el dispositivo de recolección es 2.48 W, 5.86 W y 8.68 W (en valores RMS de la potencia) y la potencia consumida por el amortiguador magnetorreológico es 1.64 W, 1.84 W y 2.32 W en carreteras de clase B, C y D, respectivamente.

Así, se puede concluir que el amortiguador regenerativo electromagnético lineal presenta un diseño simple, por lo que es fácil integrarlos en la suspensión automotriz. Además, con este tipo de transducción de energía se obtiene una respuesta rápida, gran capacidad de control y una buena eficiencia de conversión de energía (Z. Li et al., 2011), (P. Li & Zuo, 2013). Sin embargo, poseen dos inconvenientes, ya que su capacidad de amortiguación y la densidad de potencia que generan son limitadas. Aunque ya hay una enorme cantidad de investigaciones reportadas que tratan de resolver estos problemas, proponiendo soluciones para mejorar la capacidad de conversión de energía, un estudio exhaustivo en lo que respecta a los parámetros físicos de su circuito de recolección de energía no ha sido reportado aún.

2.4 Amortiguadores regenerativos electromecánicos

La búsqueda de un método para aumentar la densidad de la energía cinética que producen los amortiguadores regenerativos ha dado como resultado el desarrollo de los amortiguadores regenerativos electromecánicos. Dichos dispositivos se caracterizan por convertir el movimiento vertical bidireccional de la suspensión en un movimiento rotacional unidireccional, utilizando mecanismos de transmisión de movimiento mecánico. La forma de convertir el movimiento lineal en movimiento rotatorio puede generarse a través de diversos métodos, algunos de estos son: el mecanismo tornillo-bola (ball-screw mechanism), mecanismo piñón-cremallera (rack-pinion mechanism), mecanismo tornillo algebraico (algebraic screw mechanism), sistema de transmisión basado en engranajes helicoidales (helical gears transmission), entre otros mecanismos de conversión de energía.

2.4.1 Amortiguadores regenerativos con mecanismo de tornillo-bola

Inicialmente (Arsem, 1971), quien investigaba como reducir la contaminación producida por los automóviles, inventó el primer amortiguador regenerativo que funcionaba por medio del mecanismo tornillo-bola. En la Figura 13 se puede apreciar un ejemplo de este tipo de amortiguador regenerativo. Así, surgieron diversas propuestas de suspensiones regenerativas que incluyen el amortiguador de tornillo-bola, como la de (Murty & Heights, 1989) quienes propusieron un amortiguador de tornillo-bola cuya fuerza de amortiguación se puede ajustar variando una resistencia de derivación. Más tarde (Nakano, 2004) integró un amortiguador regenerativo basado en el mecanismo tornillo-bola en un sistema de suspensión activo y analizó tanto sus características dinámicas, como su capacidad de regeneración de energía. El amortiguador propuesto por Nakano, logró cosechar una potencia promedio de 31.63 W, mientras que el sistema de suspensión activo absorbió una potencia promedio de 55.39 W, logrando una eficiencia de regeneración de energía del 36%.

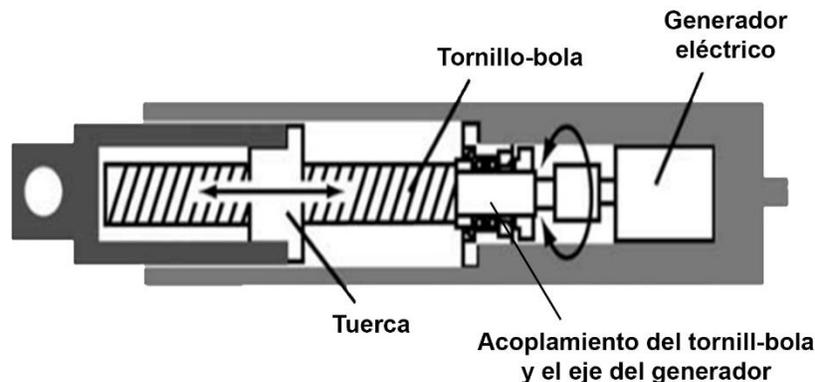


Figura 13: Amortiguador basado en transmisión mecánica: Tornillo-bola (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Kawamoto et al., 2008)).

Más tarde, (Kawamoto et al., 2008) analizaron el desempeño del amortiguador regenerativo de tornillo-bola en un sistema de suspensión activa y notaron que con este sistema se podría lograr el equilibrio entre el aislamiento de vibraciones y el ahorro de energía. Sin embargo, uno de los motivos en contra de su aplicación en la industria automotriz, es que esta clase de amortiguadores suele ser de mayor volumen y más pesados. Buscando mejorar este aspecto, (Amati et al., 2011) desarrollaron una metodología de diseño, con la cual lograron obtener solo un 20 % más de la masa de un amortiguador convencional. Lo que se considera un buen resultado, ya que en la literatura se encuentran dispositivos de transmisión mecánica cuya masa suele ser varias veces mayor. Por otra parte, (G. Zhang et al., 2012) diseñaron una suspensión que puede operar en dos modos, uno es el control activo para promover la comodidad de conducción y el otro es el control regenerativo de energía. Al comparar los estados de trabajo del dispositivo, los autores encontraron que las aceleraciones de cabeceo y balanceo se reducen mediante ambos modos de control. Sin embargo, el modo de suspensión activa consume bastante energía, mientras que el modo de suspensión de regeneración de energía tiene la ventaja de transformar las vibraciones en energía eléctrica. Más tarde (Tonoli et al., 2013) tuvieron la idea de construir un prototipo de amortiguador regenerativo con mecanismo tornillo-bola para vehículos todo-terreno. De acuerdo con el análisis que realizaron, encontraron que el amortiguamiento del dispositivo cumple con los requisitos requeridos por un vehículo todo-terreno, además de que puede recuperar una parte considerable de la energía intercambiada durante el proceso de amortiguamiento. Luego, (Pires et al., 2013) investigaron las ventajas y desventajas involucradas en el diseño de una suspensión regenerativa con transmisión mecánica tipo tornillo-bola. En dichas investigaciones, los autores analizaron la eficiencia en la extracción de energía, así como su efecto en la dinámica y el control del vehículo. Además, los investigadores revelaron que la desviación del comportamiento ideal del sistema, se debe a efectos no lineales como la fricción mecánica y la holgura (blackash effect) que existe entre sus piezas mecánicas móviles. Adicionalmente (Bao, 2015) estudió la influencia en la dinámica del vehículo de los parámetros físicos del sistema de conversión de movimiento, tales como: la inercia rotacional del tornillo y la tuerca tipo bola, la inercia rotacional del eje del motor eléctrico, el paso del tornillo y el radio de la tuerca. Así, el autor realizó las simulaciones con base en el modelo dinámico de suspensión de dos grados de libertad, considerando dos casos de excitación, el primero con una entrada por pulsos triangulares y el segundo con una entrada de carretera aleatoria. Los resultados mostraron que el factor más significativo que afecta el desempeño de la suspensión regenerativa basada en el amortiguador electromecánico con mecanismo tornillo-bola, es el radio de la tuerca del tornillo, seguido del paso del tornillo; mientras que los efectos del momento de inercia del tornillo-bola y el momento de inercia del motor son menos significativos. Otros aspectos que afectan el rendimiento de esta clase de amortiguadores de acuerdo con (Huang et al., 2015) son la condición de la carretera, la velocidad de conducción, así como los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del sistema de suspensión. Después (Liu et al., 2017) diseñaron un amortiguador regenerativo con mecanismo de tornillo-bola que cuenta con dos embragues unidireccionales, además el dispositivo está integrado por un rectificador de movimiento mecánico (MMR, por sus siglas en inglés), ver Figura 14. Con el fin de analizar las ventajas

del diseño y de incluir un rectificador de movimiento, los investigadores instalaron el dispositivo en un vehículo pesado reemplazando el amortiguador convencional trasero izquierdo del vehículo. Además, agregaron un peso de 300 kg al vehículo para emular una situación real con un camión cargado. El vehículo fue conducido a una velocidad de 40 mph en una carretera pavimentada y como resultado el dispositivo logró reducir la aceleración del chasis en un 11.2 % sobre el amortiguador convencional, además de recolectar simultáneamente una potencia promedio de 13.3 W.

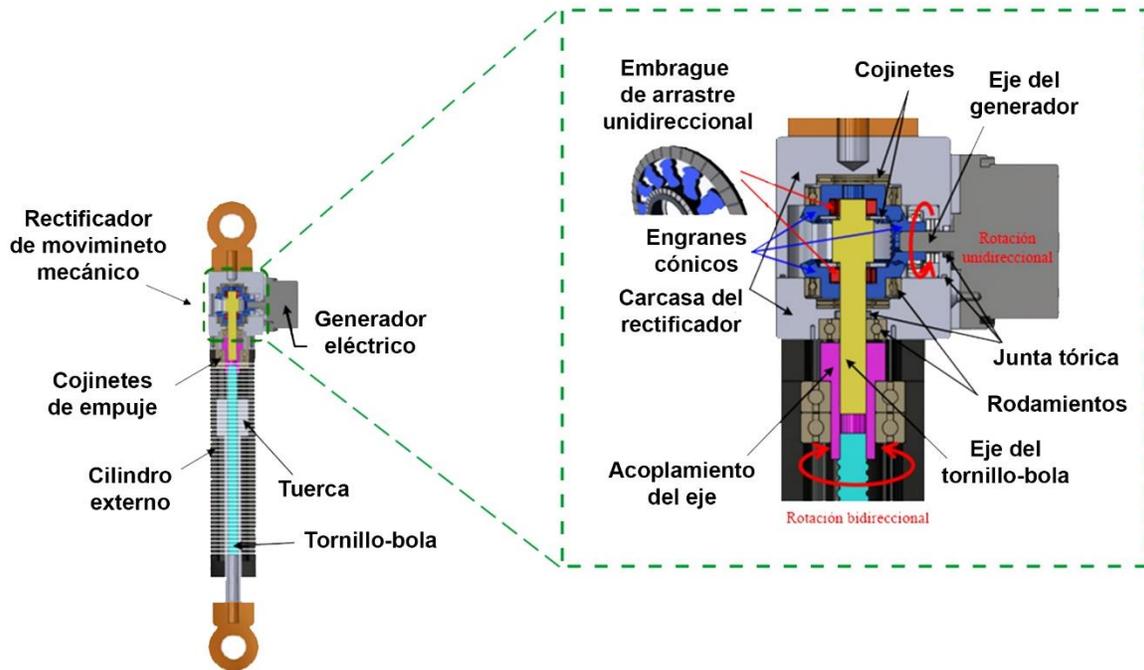


Figura 14: Diseño de un amortiguador de recolección de energía basado en MMR que utiliza un mecanismo de tornillo-bola (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Liu et al., 2017)).

Adicionalmente, (Xie et al., 2017) diseñaron un método novedoso para el control activo del amortiguamiento, así como para mejorar la capacidad de la regeneración de energía para un amortiguador regenerativo que cuenta con un generador de 12 transductores de devanado de ranura, los cuales son controlados de forma independiente, ver Figura 15. Dicho amortiguador tiene la capacidad de cambiar dinámicamente el coeficiente de amortiguamiento, por lo que proporciona buenos resultados mitigando la vibración del sistema de suspensión. Además, los resultados experimentales revelaron que el pico de potencia instantánea de salida puede alcanzar los 400 watts y su valor medio es de aproximadamente 40 watts. Mientras que la potencia eléctrica de salida total puede alcanzar entre los 102 W y 135 W, demostrando que este diseño puede generar una densidad de energía mayor que otros dispositivos.

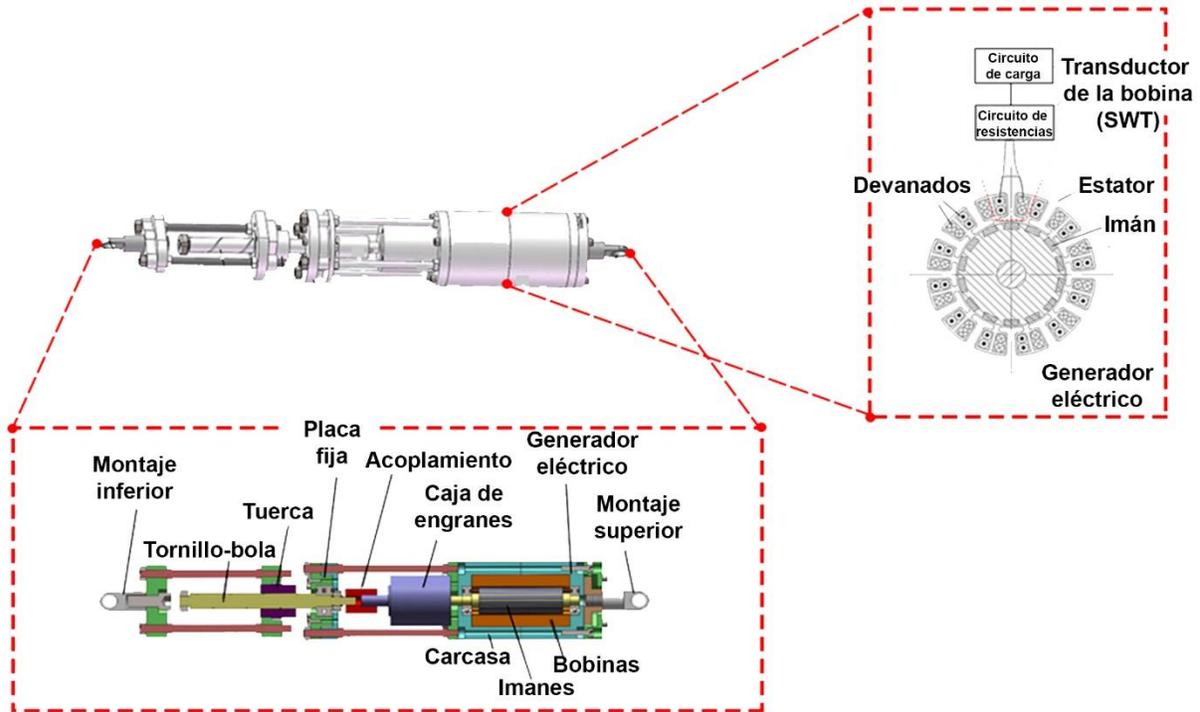


Figura 15: Diagrama del amortiguador de recolección de energía con mecanismo de tornillo-bola (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Xie et al., 2017)).

Más tarde, (Xie et al., 2018) presentaron un nuevo diseño de amortiguador, el cual cuenta con seis generadores, uno de estos generadores se conecta a una resistencia sintonizable para ajustar con precisión el coeficiente de amortiguamiento, mientras que los otros generadores están conectados a un circuito de control y rectificación, cada uno de los cuales regenera electricidad y proporciona un coeficiente de amortiguamiento constante, ver Figura 16. Para demostrar las capacidades del dispositivo, fue puesto a prueba con varias señales de vibración sujeto a diferentes frecuencias y amplitudes, con lo que se pudo observar que una frecuencia de vibración más alta o una amplitud más grande pueden conducir a una mayor potencia de salida. Además, los resultados experimentales coinciden en que a través de este arreglo de generadores el amortiguador cumple con los requisitos de amortiguación durante el funcionamiento del vehículo.

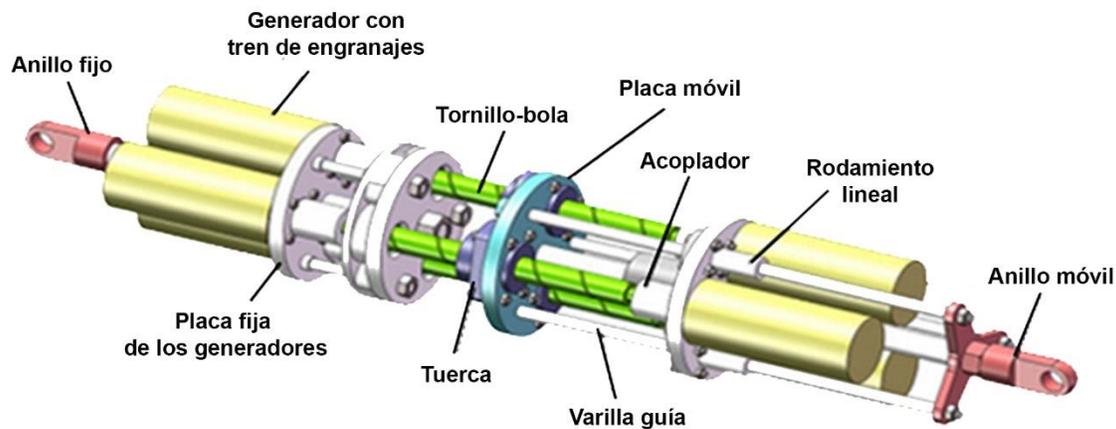


Figura 16: Estructura del amortiguador electromecánico de recolección de energía basado en múltiples mecanismos de tornillo-bola y múltiples generadores eléctricos controlados (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Xie et al., 2018)).

Después (Zhu et al., 2019) fabricaron un nuevo amortiguador basado en inersores, al cual nombraron como amortiguador electromagnético de masa inercial (EIMD, por sus siglas en inglés). La innovación del inersor permite que un diseño de amortiguador pasivo integre elementos de amortiguación, rigidez e inercia en un conjunto, dando una mejora significativa en el rendimiento del control pasivo de vibraciones. Puesto que el efecto de inercia del inersor reduce las frecuencias naturales en una estructura (Chen et al., 2020). En su investigación (Zhu et al., 2019) realizaron un ensayo dinámico del prototipo EIMD con diferentes valores de inercia, y obtuvieron como resultado que la potencia de salida máxima cosechada por EIMD fue de 9.2 watts, además de verificar que el inersor mejora las dinámicas del sistema. Sin embargo, el EIMD es un dispositivo de mayor tamaño, provocando limitantes en su instalación al sistema de suspensión. Otro de los factores limitantes de los amortiguadores regenerativos de tornillo-bola, son las pérdidas por fricción entre sus partes mecánicas móviles. Por esta razón (Bowen et al., 2019) analizaron el efecto que la fricción tiene tanto en la recolección de energía, como en la dinámica del vehículo, para un amortiguador regenerativo con mecanismo tornillo-bola. Esto reveló que, debido a la fricción, la potencia promedio generada se puede reducir entre un 70 % y un 80 %, en comparación con un sistema sin fricción, además el confort del vehículo puede deteriorarse hasta un 15 %. Con esto en mente, (Z. Wang et al., 2020) construyeron un amortiguador regenerativo que utiliza doble mecanismos de tornillo-bola con diferentes direcciones de rotación y diferentes pasos de tornillo. Con este nuevo diseño de amortiguador se logró una excelente absorción de impactos y se cosechó una potencia de salida promedio de 3.7 watts. Con estos resultados, los investigadores calcularon que la autonomía en un vehículo eléctrico, se puede ampliar aproximadamente 1 milla por cada 100 millas conducidas, circulando por carreteras de clase B a una velocidad de 60 km/h. Así, diversas investigaciones demuestran que el mecanismo tornillo-bola tiene gran potencial en la regeneración de energía. Sin embargo, aún existen varios retos por superar para lograr que estos dispositivos trabajen de manera óptima.

2.4.2 Amortiguadores regenerativos con mecanismo piñón-cremallera

Otro tipo de dispositivo electromecánico que convierte el movimiento lineal en movimiento rotatorio en la suspensión del automóvil es el amortiguador con mecanismo piñón-cremallera. En la Figura 17 se puede observar la estructura de uno de estos sistemas. Esta clase de mecanismo también utilizan un par de engranajes cónicos para cambiar el movimiento de rotación del piñón en 90° y así poder transmitir el movimiento a una caja de cambios; la caja de cambios se utiliza para aumentar la velocidad de rotación del eje, ya que en estos dispositivos el voltaje de salida es proporcional a la velocidad de rotación del generador. Luego, se usa un motor electromagnético como generador para regenerar la energía causada por la vibración de la suspensión.

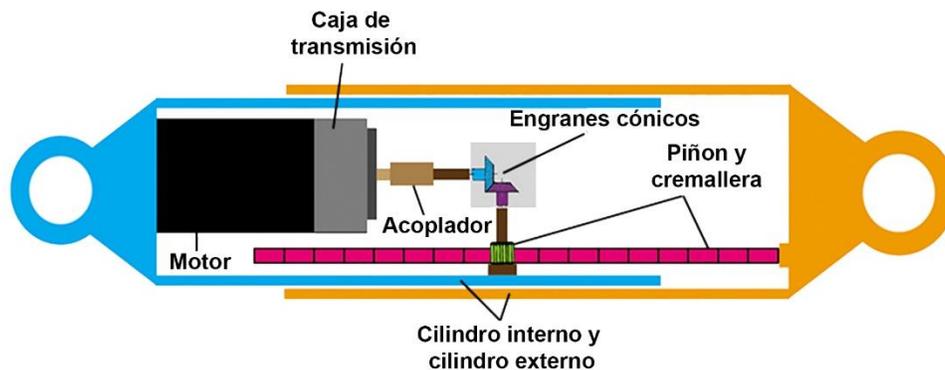


Figura 17: Amortiguador basado en transmisión mecánica: Piñón-cremallera (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Z. Li, Zuo, Luhrs, et al., 2013)).

Debido a que este tipo de amortiguadores genera una mayor densidad en la regeneración de energía, se han aplicado a diferentes sistemas de recolección de energía, tales como: sistemas de mitigación y conversión de energía en cables, en la regeneración de energía marítima, en sistemas de aislamiento y recolección de energía vibratoria sísmica, entre otros campos de interés. Sin embargo, aún quedan algunos inconvenientes en su diseño, como con los efectos de inercia rotacional que se agrega al sistema de suspensión por la relación de transmisión de potencia. Así, (Z. Li et al., 2011) demostraron que la rigidez dinámica del sistema se ve afectada principalmente por la inercia de las partes móviles del dispositivo. Además, los autores encontraron que el valor medio de la potencia de salida es de 7.3 watts y la eficiencia global es del 44 %. Esta baja eficiencia se debe principalmente a la pequeña carga externa de 1Ω (la resistencia interna del motor es de $0,8 \Omega$) y, como resultado, la eficiencia mecánica se puede calcular en un 78 %. Después (Z. Li, Zuo, Kuang, et al., 2013) añadieron un rectificador de movimiento mecánico (MMR, por sus siglas en inglés) al amortiguador con mecanismo piñón-cremallera, ver Figura 18. Esta configuración tenía el objetivo de mejorar significativamente la eficiencia de recolección de energía y reducir las fuerzas de impacto causadas por la oscilación. La eficacia del prototipo se comprobó mediante pruebas en carretera, donde encontraron que la potencia

de salida promedio en un vehículo que se conduce a 15 mph en una carretera pavimentada clase A, fue de 15.4 W (por un solo amortiguador).

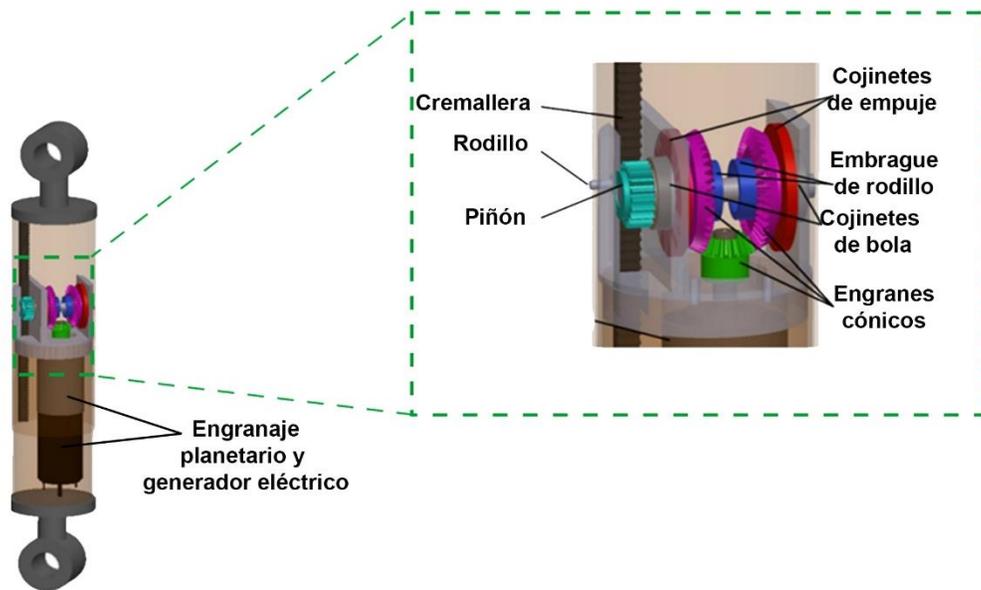


Figura 18: Modelo del amortiguador regenerativo con mecanismo piñón-cremallera y rectificador de movimiento (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Z. Li, Zuo, Kuang, et al., 2013)).

Después, (P. Li & Zuo, 2013) realizaron una comparación entre un amortiguador regenerativo con mecanismo piñón-cremallera simple y uno que cuenta con rectificador de movimiento mecánico. De este modo los investigadores reportaron que el amortiguador electromecánico que integraba el rectificador de movimiento mecánico logró una buena comodidad en la conducción y el buen manejo en carretera, consiguiendo un rendimiento cercano al del amortiguador tradicional. Además, en comparación con los amortiguadores regenerativos que no cuentan con MMR, el MMR mejora tanto la aceleración de la carrocería del vehículo como la fuerza dinámica de los neumáticos. Sin embargo, el desempeño de amortiguadores MMR se ve afectado principalmente por la selección de la masa equivalente y la resistencia externa. Por otra parte (R. Zhang et al., 2018) presentaron el diseño y modelado de un novedoso amortiguador regenerativo con mecanismo de amplificación de velocidad. El amortiguador está equipado con un par de mecanismos piñón-cremallera, que se ubican entre los imanes y las bobinas, ver Figura 19. Adicionalmente compararon las capacidades entre un amortiguador regenerativo con amplificador de velocidad y el amortiguador regenerativo sin mecanismo amplificador de velocidad, y notaron que la potencia generada por el dispositivo con amplificador de velocidad era cuatro veces mayor que la del dispositivo sin amplificador. Por lo tanto, este diseño de amortiguador regenerativo puede aumentar la eficiencia de recolección de energía y ya que se trata de una estructura simple, puede lograrlo sin aumentar la complejidad del sistema de suspensión.

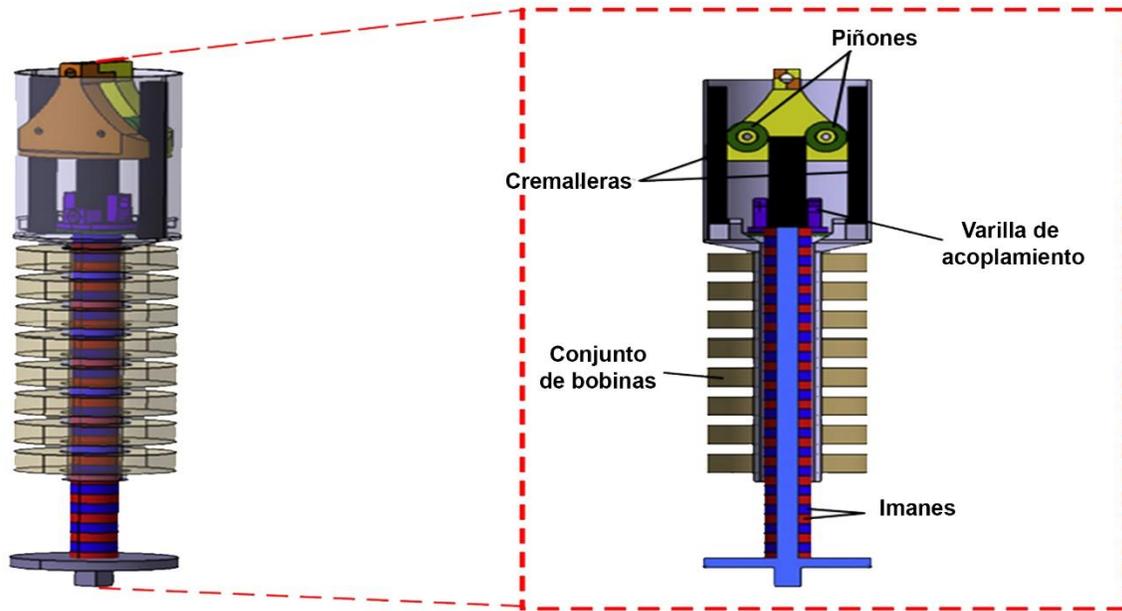


Figura 19: Amortiguador regenerativo con mecanismo de duplicación de velocidad (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (R. Zhang et al., 2018)).

Recientemente, (Amini et al., 2020) diseñaron un amortiguador regenerativo con una caja de engranajes (reductor de velocidad). Dicho dispositivo fue creado con el objetivo de tener un amortiguador regenerativo con la capacidad de trabajar bajo movimientos a baja frecuencia de manera eficiente. En el diseño se utilizaron dos juegos de mecanismo de piñón-cremallera y engranajes unidireccionales con conector de cadena. Este prototipo logró cosechar una potencia máxima de 35 W y el rendimiento máximo alcanzado fue del 34.36%. El rango del coeficiente de amortiguamiento calculado está entre los 4800 y 16000 Ns/m, que es un rango conveniente para vehículos comerciales y de pasajeros. En general los amortiguadores con mecanismo piñón-cremallera presentan una mejor recuperación de energía, puesto que sus mecanismos generan una mayor densidad energética al momento de la transducción. Sin embargo, poseen mecanismos más complejos que elevan sus costos de producción y dificultan su adaptación en el mercado automotriz.

2.4.3 Amortiguadores regenerativos con mecanismo de tornillo algebraico

En estudios más recientes ha sobresalido un modelo de amortiguador basado en un mecanismo de tornillo algebraico, ver Figura 20. Este sistema fue propuesto por (Sabzehgar et al., 2014), el amortiguador consta de una unidad de masa-resorte acoplada con un par cinemático de tornillo algebraico y un generador síncrono de imanes permanentes rotativos conectado a una batería.

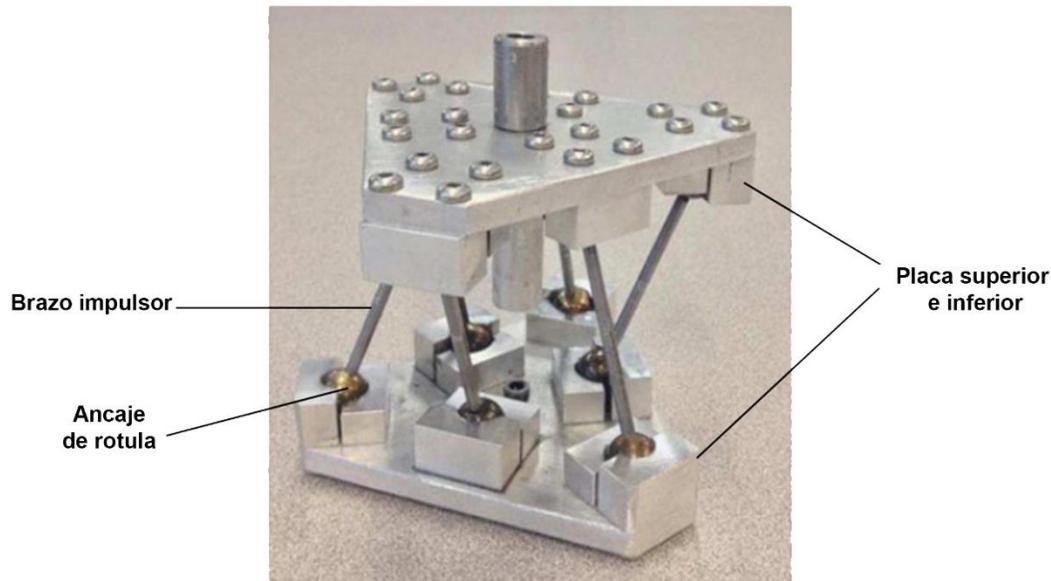


Figura 20: Prototipo de tornillo algebraico de seis brazos (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Sabzehgar et al., 2014)).

Este tipo de amortiguador regenerativo convierte la vibración de traslación en un movimiento rotatorio alternativo por medio del tornillo algebraico y con esto impulsa el generador a través de un engranaje planetario. En comparación con los mecanismos hidráulicos, de tornillo-bola y de piñón-cremallera, el sistema con tornillo algebraico tiene ciertas ventajas en términos de eficiencia y simplicidad. Luego, (Maravandi & Moallem, 2015) desarrollaron un amortiguador que incluye el mecanismo tipo tornillo algebraico de dos brazos que llamaron mecanismo de dos patas, ver Figura 21. En sus estudios, los investigadores demostraron que el amortiguador regenerativo de dos patas puede proporcionar amortiguación y un tamaño físico acorde con los de un automóvil de pasajeros. Además, la energía de vibración se puede regenerar con una eficiencia mecánica medida entre 71% y 84%. Después (Syuhri et al., 2018) analizaron un amortiguador regenerativo con mecanismo de tornillo algebraico de dos brazos, y registraron un valor máximo de potencia mecánica y potencia regenerada de 4.67 W y 3.14 W, respectivamente.

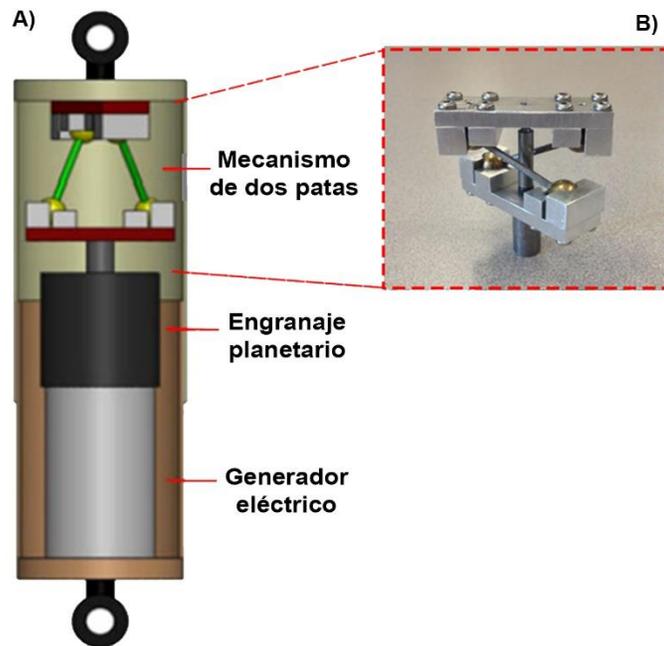


Figura 21: Amortiguador regenerativo con mecanismo de tornillo algebraico de dos brazos: A) diseño conceptual, B) prototipo del mecanismo construido (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Maravandi & Moallem, 2015)).

Más tarde (R. Zhang & Wang, 2019) diseñaron un amortiguador regenerativo que utiliza un mecanismo de dientes de brazo, ver Figura 22. Cuando el amortiguador funciona en la fase de compresión debido a la excitación de la superficie irregular de la carretera, los brazos impulsores en ángulo empujan el volante de inercia de los dientes del brazo para que gire. Cuando el amortiguador del sistema de suspensión opera en la fase de retroceso, los brazos impulsores y el volante de dientes del brazo se desacoplan y el volante continúa girando en una dirección como resultado de la inercia. Después la caja de engranajes conectada al generador amplifica la velocidad de rotación del volante para aumentar la potencia de salida y generar mayor densidad de energía. Dicho dispositivo fue analizado con base en el modelo del sistema de suspensión de medio vehículo y se evaluó bajo la excitación de los perfiles de superficie de la carretera de Clase A, C y E (ISO 8606). En efecto, los autores encontraron que el sistema es capaz de recolectar más energía con un ancho de banda de frecuencia más amplio, además notaron que el modelo de sistema de suspensión de medio vehículo puede simular mejor la respuesta del vehículo ya que incluye el movimiento del modo de cabeceo.

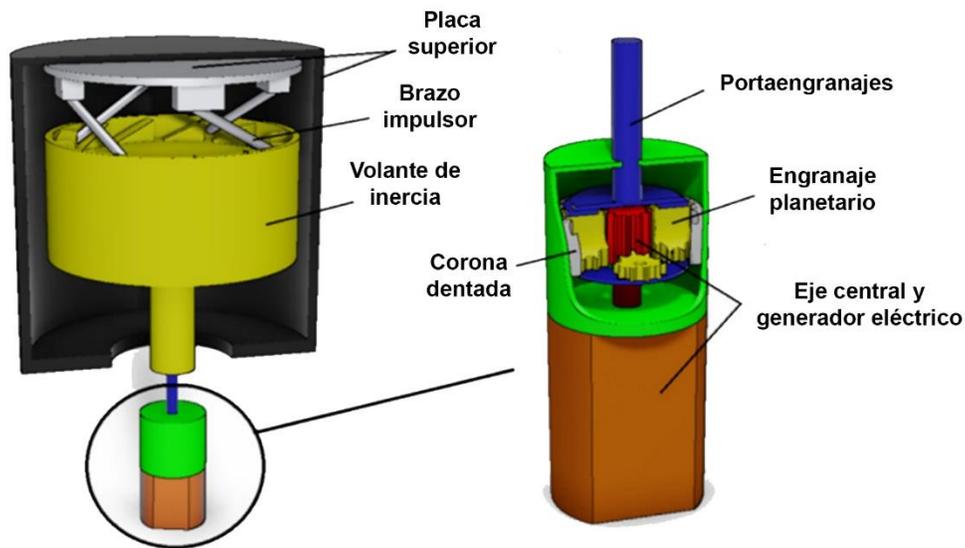


Figura 22: Amortiguador regenerativo con mecanismo de tornillo algebraico de cuatro brazos (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (R. Zhang & Wang, 2019)).

Recientemente, (Abdelkareem et al., 2022) analizaron el potencial de recolección de energía vibratoria del recolector de energía electromagnético rotativo de accionamiento indirecto con dientes de brazos laterales, en vehículos pesados de semirremolque. Como se ve en la Figura 23, el dispositivo cuenta con 4 brazos impulsores, un volante dentado y un generador de corriente continua integrado con un engranaje planetario. Los investigadores evaluaron el amortiguador regenerativo de cuatro brazos instalándolo en un vehículo pesado, dicho vehículo fue conducido a una velocidad de 120 km/h en carreteras de clase B, C, D, E y logró una cosecha de 0.33 W, 1.33 W, 5.24 W y 21.3 W de potencia media, respectivamente. Además, la suspensión del camión aún pudo mantener un índice de conducción cómodo, puesto que el amortiguador apenas influyó en la dinámica general del camión, incluida la comodidad de manejo y la adherencia de los neumáticos al camino, en los cuales el efecto es casi insignificante.

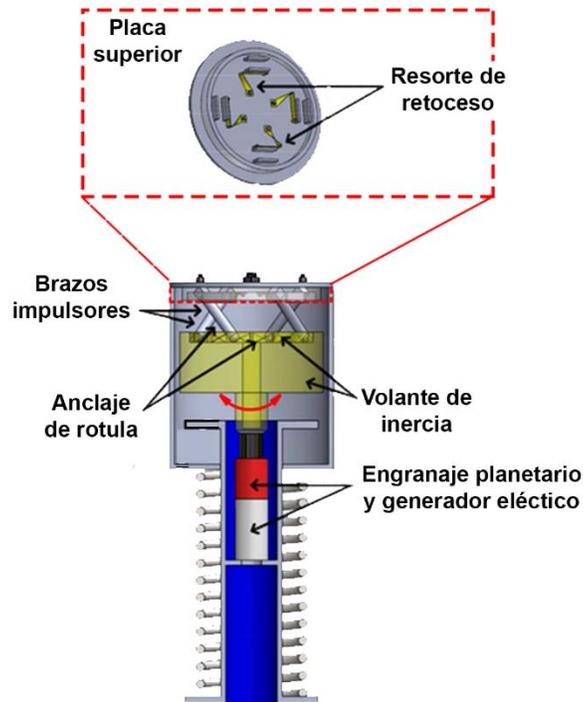


Figura 23: Amortiguador regenerativo con mecanismo de tornillo algebraico de cuatro brazos (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Abdelkareem et al., 2022)).

Esta clase de amortiguadores con mecanismo de tornillo algebraico han demostrado tener una eficiencia mecánica elevada en la regeneración de energía, mayor aún que la demostrada por amortiguadores que funcionan con otra clase de mecanismo. Sin embargo, sus niveles de amortiguamiento aún son algo deficientes.

2.5 Amortiguadores regenerativos electrohidráulicos

Por otro lado, existe otro sistema de suspensión que se ha desarrollado para la regeneración de energía vibratoria, y es el que funciona por medio de amortiguadores regenerativos electrohidráulicos, ver Figura 24. Estos dispositivos cuentan principalmente con un cilindro hidráulico, válvulas de retención, tuberías hidráulicas, motor hidráulico, acumuladores y un generador eléctrico. Su funcionamiento comienza cuando el pistón del cilindro hidráulico es impulsado por cierta excitación externa, entonces provoca que el aceite a alta presión fluya hacia el rectificador hidráulico, el cual está compuesto por cuatro válvulas de retención que se encargan de dirigir el aceite en las tuberías para que fluya a través del acumulador, que se utiliza para generar la estabilidad de los niveles de amortiguamiento en los estados de compresión y tensión del amortiguador. Así, cuando el fluido logra llegar al motor hidráulico, se produce un trabajo mecánico que se convierte en electricidad.

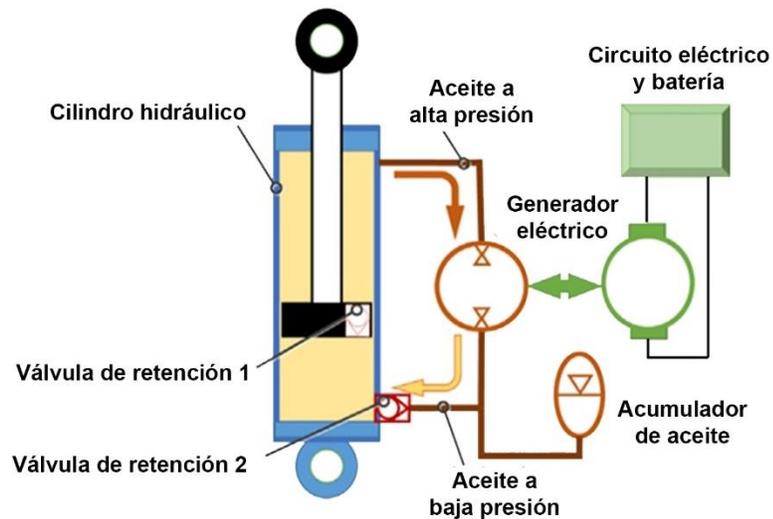


Figura 24: Esquema del amortiguador regenerativo electrohidráulico (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Y. Zhang et al., 2017)).

Los primeros en desarrollar un dispositivo de esta clase, fueron (Jolly & Margolis, 1997), quienes construyeron un sistema de regeneración de energía basados en un amortiguador hidráulico convencional de vehículo, el cual modificaron tapando las válvulas de cabeza de pistón y agregando un actuador eléctrico de fuerza regenerativa para imponer amortiguación por inercia sobre la masa suspendida. Después (Fang et al., 2013) construyeron un prototipo de amortiguador electrohidráulico y probaron su capacidad de regeneración de energía, alcanzando una recolección de potencia de 200 W aproximadamente. Sin embargo, la eficiencia del rectificador hidráulico disminuye con el aumento de la frecuencia de excitación, lo que eventualmente conduce a una reducción en la eficiencia de recuperación de energía, que en este caso fue del 16.6%. Después (C. Li et al., 2014) construyeron un amortiguador de recolección de energía que emplea un rectificador hidráulico, ver Figura 25, y probaron sus capacidades tanto de amortiguamiento como de regeneración de energía. Los resultados revelaron que este dispositivo pudo cosechar una potencia instantánea máxima de 248.8 W y una potencia promedio de 114.1 W, y logró una eficiencia de recolección de energía máxima de 38.81% utilizando una resistencia de 7.5 Ω como carga externa y con una excitación armónica con amplitud de 8 mm y una frecuencia de 2 Hz.

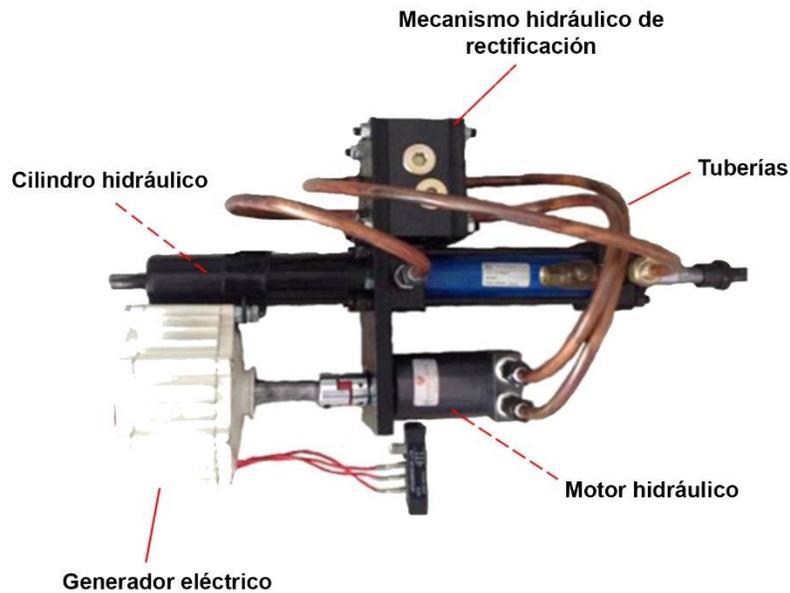


Figura 25: Amortiguador regenerativo electrohidráulico con rectificador de movimiento (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (C. Li et al., 2014)).

Adicionalmente los investigadores aplicaron el método de optimización GA para mejorar el rendimiento del dispositivo y lograron regenerar una potencia de 33.4 W. Luego, (Guo et al., 2014) desarrollaron y estudiaron el rendimiento de un sistema de suspensión hidráulica interconectada basada en un amortiguador regenerativo electrohidráulico. Dicho sistema se instaló en un vehículo para poder analizar tanto su rendimiento de dinámico, como su capacidad de regeneración de energía, donde los autores observaron que con este sistema el ángulo de balanceo se reduce en un 80% en comparación con la suspensión convencional. Además, el vehículo mostró un buen rendimiento de conducción con una potencia regenerada de 380 W, bajo una excitación de onda sinusoidal de 1 Hz y 50 mm de amplitud. Aunque los amortiguadores electrohidráulicos presentan buenas características para la regeneración de energía y aislamiento de vibraciones, aún hay factores que limitan el funcionamiento óptimo de dicho dispositivo. Esto llevo a (H. Zhang et al., 2014) a estudiar cuales eran los factores que influían en el funcionamiento del dispositivo, y hallaron que el factor más notable en el desempeño del amortiguador electrohidráulico fue el desplazamiento rotacional del eje del motor hidráulico, seguido por el área del orificio de la válvula de retención, el diámetro interno de la tubería y la presión de carga del acumulador. Por otro lado, (Y. Zhang et al., 2015) propusieron un dispositivo compuesto por un actuador hidráulico, una bomba hidráulica, un generador, un acumulador, dos válvulas de retención y un circuito regenerativo. En esta investigación se analizó la capacidad de regenerar energía del amortiguador con la bomba trabajando en diferentes planos de operación, y los resultados revelaron que, si la capacidad de la bomba aumenta, la velocidad de rotación del generador disminuye, entonces el pico de la potencia eléctrica de salida disminuye. Además, los autores demostraron que el actuador con una carga externa constante pudo lograr una eficiencia hidráulica del 73.2%, por lo que este amortiguador puede

proporcionar con éxito las fuerzas de amortiguación necesarias para un automóvil. Más tarde (Peng et al., 2016) estudiaron los índices de evaluación del amortiguador electrohidráulico. En su análisis realizaron simulaciones numéricas basadas en los modelos dinámicos del vehículo, y encontraron que las diferencias de los índices de evaluación de la comodidad de conducción y la estabilidad de manejo del automóvil entre el amortiguador electrohidráulico y el amortiguador tradicional están dentro del 9.2%. Además, la potencia regenerada por el amortiguador regenerativo electrohidráulico está en un rango de 41.72 a 339.88 W con un rango de velocidad que va de los 30 a 70 km/h en carreteras aleatorias de clase B y C. Así en la búsqueda de mejorar las prestaciones del amortiguador electrohidráulico se introdujeron diseños, en los que se incluye principalmente un rectificador de movimiento mecánico. Intentando demostrar si incluir este mecanismo era una ventaja o una desventaja, (Galluzzi et al., 2016) compararon las capacidades que hay entre un amortiguador electrohidráulico tradicional y uno que cuenta con rectificador de movimiento mecánico por medio de simulaciones numéricas que toman en cuenta el modelo de un cuarto de vehículo, revelando que el amortiguador regenerativo electrohidráulico con rectificador de movimiento mecánico mejora tanto en la eficiencia de conversión de energía, como en el rendimiento dinámico de la suspensión automotriz. Así, la rectificación podría presentar beneficios potenciales en cuanto a menor desgaste en las piezas giratorias y a una mayor eficiencia volumétrica de la bomba. Después (Guo et al., 2017) construyeron un prototipo de amortiguador electrohidráulico para vehículos pesados y crearon un modelado dinámico para estudiar sus características de amortiguación de vibraciones y recolección de energía, así como la eficiencia hidráulica. Mediante algunas pruebas, los autores observaron que el coeficiente de amortiguamiento del dispositivo oscila entre 32 y 91 KNs/m, el cual es un buen rango para camiones pesados típicos. Además, la potencia media regenerada por el dispositivo alcanzó los 220 W con una eficiencia hidráulica correspondiente al 30%, ante una entrada de vibración de 3 Hz de frecuencia, 7 mm de amplitud y una resistencia externa de 4 Ω . Más tarde, (Y. Zhang et al., 2017) presentaron un amortiguador electrohidráulico de recolección de energía con diseño de bombeo bitubo, ver Figura 26. Este dispositivo cuenta con un tubo interior entre el tubo de presión y el tubo de reserva del actuador, que tiene un orificio de circulación para conectar la cavidad superior y la entrada del motor hidráulico; la salida del motor hidráulico está conectada a la cavidad de reserva a través de una tubería de aceite. Para lograr un flujo de aceite unidireccional, se tienen dos válvulas de retención en el circuito, una válvula de retención dispuesta en el pistón y otra en la válvula base. El estudio experimental de este amortiguador mostró que con una velocidad de excitación máxima de 0.52 m/s y una carga externa de 10 Ω , la potencia de salida máxima alcanza unos 200 W y la potencia promedio es de 110.6 W.

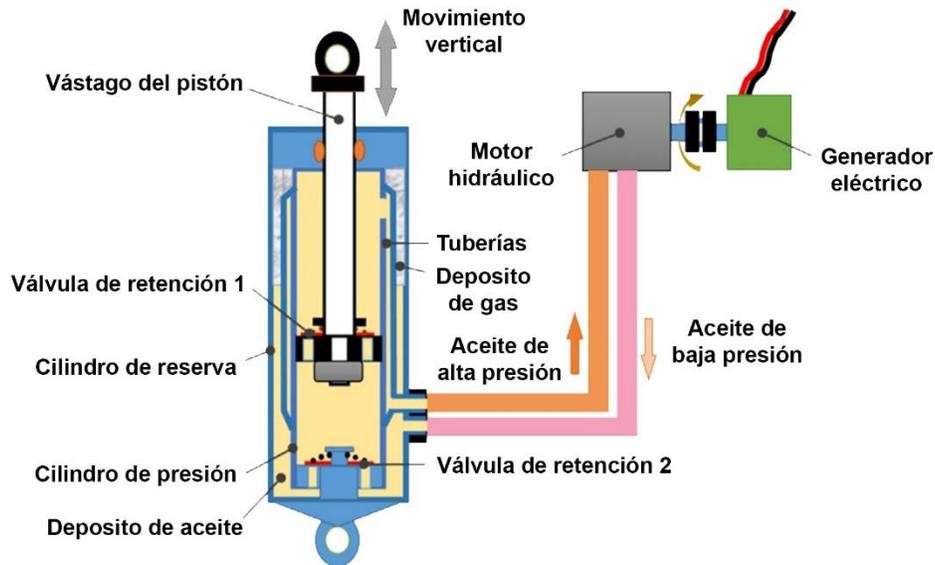


Figura 26: Amortiguador regenerativo electrohidráulico de doble tubo (imagen adaptada y reproducida con permisos de derechos de autor (Y. Zhang et al., 2017)).

Luego, (J. Zou et al., 2017) construyeron un amortiguador hidráulico regenerativo basado en el amortiguador tradicional y realizaron un análisis de sensibilidad paramétrica del potencial de regeneración de energía utilizando el modelo de un cuarto de la suspensión del vehículo. En dicha investigación, los autores analizaron la sensibilidad de los parámetros del vehículo con las limitaciones de las diferentes superficies de la carretera, y se observó que la rigidez del neumático tuvo la mayor influencia en la energía regenerada, además el análisis también indicó que el desplazamiento del motor hidráulico y la carga externa tienen grandes efectos sobre la energía regenerada. Después de esto (J. Zou et al., 2018) propusieron otro novedoso sistema de suspensión electrohidráulica interconectada. El sistema se compone de ocho válvulas de retención, motor hidráulico, generador eléctrico y dos cilindros hidráulicos. Con el fin de analizar parámetros como la capacidad anticabeceo y las propiedades de recolección de energía del dispositivo, los investigadores llevaron a cabo estudios basados en un modelo de medio vehículo de 4 grados de libertad. Los resultados mostraron que el vehículo con el sistema de suspensión electrohidráulica interconectada tiene una eficiencia de regeneración de energía mayor que la del amortiguador electrohidráulico simple. Además, se observó un efecto positivo en la dinámica lateral o longitudinal del vehículo. En un estudio más reciente (Wu & Xu, 2020) modelaron y analizaron un amortiguador electrohidráulico y encontraron que a una velocidad de excitación de 0.19 m/s la potencia recuperada fue de 103.7 W y la eficiencia de regeneración fue del 14.5%. En general los amortiguadores electrohidráulicos presentan un buen rendimiento dinámico. Sin embargo, su eficiencia en la regeneración de energía es baja comparada con la eficiencia que se obtiene mediante amortiguadores regenerativos de otras clases.

2.6 Conclusión del estado del arte

Los diferentes tipos de amortiguadores regenerativos que existen presentan tanto sus ventajas como sus desventajas, por lo que aún hay varios desafíos que impiden su aplicación real en la industria automotriz. Por esta razón es que el estudio de la regeneración la energía cinética asociada con el movimiento vibratorio de la suspensión automotriz es un campo de estudio muy demandado hoy en día, además este tema representa una nueva forma de aprovechar la energía, por lo que tiene un gran potencial en cuanto a energías limpias se refiere. Así lo demuestran la amplia variedad de investigaciones que existen acerca de los amortiguadores regenerativos, las cuales revelan resultados prometedores para lograr una mayor eficiencia y reducir las emisiones contaminantes en los vehículos. De hecho, los estudios realizados para revelar el potencial de recolección de energía de la suspensión automotriz, han demostrado que se puede conseguir una reducción de las emisiones de CO₂ de 3 gramos por cada kilómetro recorrido. Además de que se podría recuperar una potencia promedio de aproximadamente 150 W en un ciclo de conducción estándar. Sin embargo, esto depende del tipo de amortiguador regenerativo que se utilice en la suspensión, puesto que los diferentes sistemas de transducción de energía que existen logran diferentes densidades de conversión energía y diferentes rendimientos mecánicos. Por ejemplo, los amortiguadores regenerativos piezoeléctricos logran un rango bajo en la regeneración de energía vibratoria, que va de los microwatts a los miliwatts. Además de presentar un limitado aislamiento de las vibraciones que se generan en la suspensión del vehículo, por lo que los sistemas piezoeléctricos son los más rezagados en la industria automotriz. En efecto, en la literatura recomiendan el uso del fenómeno piezoeléctrico en aplicaciones donde se requiera regenerar escalas más pequeñas de energía. Por otro lado, el amortiguador regenerativo electromagnético lineal tiene la capacidad de regenerar un rango de energía que va de los 5 a los 300 watts y logran un rango de eficiencia en la regeneración de energía que va del 10 al 50%. Esta clase de amortiguadores tienen la ventaja de tener una respuesta rápida para el control de las dinámicas del vehículo, por lo que se ve como una buena opción para que las suspensiones semiactivas o activas logren un buen comportamiento dinámico. Además, ya que su diseño es simple y no requiere de mecanismos de transmisión de movimiento, presenta mayor facilidad de fabricación respecto a los otros tipos de amortiguadores regenerativos. Por lo tanto, la implementación de estos dispositivos al sistema de suspensión se genera de manera fácil y confiable. Sin embargo, estos amortiguadores aún presentan una capacidad de amortiguación limitada. Tratando de mejorar los inconvenientes de los amortiguadores regenerativos electromagnéticos, los amortiguadores regenerativos electromecánicos lograron alcanzar una alta eficiencia mecánica y no solo eso, también presentan una mayor densidad de potencia, por lo que su eficiencia de conversión de energía es mayor comparada con otro tipo de amortiguadores regenerativos, esta eficiencia de recolección de energía se encuentra en un rango que va del 20 al 77%, logrando una capacidad de regeneración de energía que va de los 6 a los 400 watts. No obstante, la capacidad de conversión de energía de estos dispositivos está directamente influenciada por el mecanismo de transmisión de potencia que utilizan, el cual agrega más piezas al sistema y aumenta el tamaño del dispositivo. Además, el efecto de inercia rotacional producido por su mecanismo

de rectificación de movimiento es perjudicial para el sistema de suspensión a altas frecuencias de excitación, y es difícil de controlar al tener una entrada no uniforme debido a su no linealidad. Por otro lado, se encuentran los amortiguadores electrohidráulicos que presentan una eficiencia en la regeneración energía que va del 9 al 38%, logrando una capacidad de regeneración de energía que va de los 6 a los 260 watts. Aunque la conversión de energía en estos dispositivos es baja, además de que son sistemas más complejos y de mayor volumen, tienen la ventaja de generar una gran fuerza de amortiguación a frecuencias bajas y altas que le dan la capacidad de absorber impactos de gran fuerza de manera efectiva. Por esta razón este tipo de amortiguador ha sido propuesto para sistemas de recolección de energía a gran escala; por ejemplo; camiones y vehículos todo terreno. Otra alternativa son los amortiguadores híbridos, dichos dispositivos combinan sus mecanismos de regeneración de energía y amortiguación para tratar de resolver los inconvenientes que se presentan en otros amortiguadores regenerativos. Sin embargo, estos amortiguadores híbridos al igual que los demás, presentan sus ventajas y desventajas. La mayoría de modelos en los que están basados los análisis para cuantificar la regeneración de energía y probar el rendimiento dinámico de los diferentes amortiguadores regenerativos, solo toman en cuenta un cuarto de la suspensión del vehículo, por lo que se dificulta saber con precisión y de forma realista las capacidades que los diferentes tipos de amortiguadores regenerativos puedan ofrecer. Para lograr un análisis más profundo y realista acerca de estos dispositivos regenerativos, es ineludible que las simulaciones numéricas tomen en cuenta el modelo del sistema de suspensión automotriz completo, después agregar los modelos dinámicos lineales y no lineales del amortiguador regenerativo y observar su comportamiento bajo diferentes perfiles artificiales tanto de velocidad de conducción de los vehículos, como en los diferentes perfiles artificiales de carretera. Con el objetivo de probar el rendimiento dinámico de los amortiguadores regenerativos electromagnéticos y conocer con precisión su capacidad de regeneración de energía, en este trabajo de tesis se presentan simulaciones numéricas del modelo de vehículo completo considerando dinámicas lineales y no lineales del amortiguador regenerativo electromagnético bajo excitación estocástica basada en los ciclos de velocidad de conducción tanto estacionarios como no-estacionarios.

Capítulo 3: Marco teórico

En el siguiente capítulo se establecen algunos conceptos necesarios para poder aplicar los métodos analíticos y numéricos que existen para calcular la respuesta dinámica del sistema de suspensión automotriz. Así, para llevar a cabo el análisis de las respuestas que se tienen del automóvil al estar sometido a las vibraciones producidas por las irregularidades de la carretera, es necesario definir algunos conceptos como el de estacionariedad y ergodicidad, los cuales ayudan al desarrollo del modelo matemático de señales estocásticas de la carretera. Dichos modelos se toman como excitación de entrada para el desarrollo de los modelos de un cuarto, medio y del vehículo completo, con el fin de evaluar el rendimiento dinámico de la suspensión automotriz. Adicionalmente, se establecen las dinámicas del amortiguador regenerativo electromagnético, las cuales son necesarias para el desarrollo del modelo analítico del sistema de suspensión regenerativo propuesto.

3.1 Introducción a las dinámicas del sistema de suspensión automotriz

El desempeño dinámico de los vehículos se relaciona con los movimientos de aceleración, frenado, giro y conducción del automóvil, dichos movimientos son una respuesta a fuerzas impuestas por los neumáticos contra la carretera, la gravedad y la aerodinámica. Por lo tanto, la dinámica de vehículos tiene como objetivo el estudio de las fuerzas que son impuestas en el automóvil durante una maniobra en particular, así como de la respuesta del vehículo ante estas fuerzas. Esto es posible siguiendo las leyes conocidas de la física, con las cuales se pueden establecer modelos analíticos que son utilizados para analizar el rendimiento de la aceleración, frenado, giro y conducción del automóvil.

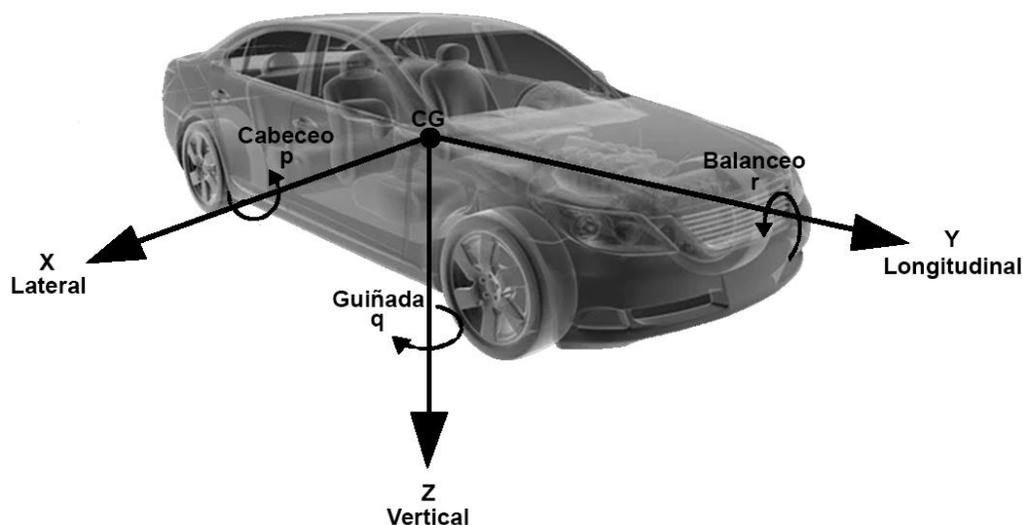


Figura 27: Sistema de coordenadas fijas del vehículo por convención de la SAE. x - adelante y en el plano longitudinal de simetría; y - salida lateral del lado derecho del vehículo; z - hacia abajo con respecto al vehículo; r - momento de inercia de balanceo; p - momento de inercia de cabeceo; q - momento de inercia de guiñada.

Como se observa en la Figura 27, en la mayoría de los análisis de la dinámica de vehículos se toma en cuenta una masa concentrada ubicada en el centro de gravedad (CG) del automóvil con sus momentos de inercia de rotación apropiados. Sin embargo, para el análisis de conducción es necesario tratar las ruedas como masas agrupadas separadas. Es decir, se considera una masa suspendida, la cual representa a la carrocería del vehículo y las masas no suspendidas, que representan al conjunto de las llantas. Así, los modelos que se presentan son generales y están influenciados directamente por las dinámicas longitudinales, laterales, de guiñada, etc. Aunque la mayoría de estudios se enfocan en la dinámica vertical del vehículo. Tal es el caso del sistema de suspensión automotriz, el cual normalmente se modela con la dinámica vertical de la cuarta parte del vehículo. A pesar de ser simple, dicho modelo es suficiente para representar la dinámica esencial del automóvil y así estudiar los índices de desempeño del sistema de suspensión.

3.2 Modelo dinámico de un cuarto de la suspensión automotriz convencional

Una suspensión, en su configuración más clásica y convencional está constituida por tres elementos principales, los cuales son: un elemento elástico (típicamente un resorte helicoidal) que entrega una fuerza de restitución F_k ; un elemento de amortiguación/disipación (típicamente un amortiguador hidráulico) que entrega una fuerza F_d , y un conjunto de elementos mecánicos que vinculan a la masa suspendida con la masa no suspendida. Entonces, la representación gráfica del modelo de un cuarto de suspensión desde el punto de vista dinámico, consta de una masa suspendida que representa al chasis; un resorte y un amortiguador, que son los dos elementos dinámicos clave de la suspensión; una masa no suspendida que comprende la masa de la rueda, el freno, el caliper, etc. y los neumáticos que se representan como un elemento elástico, ver Figura 28.

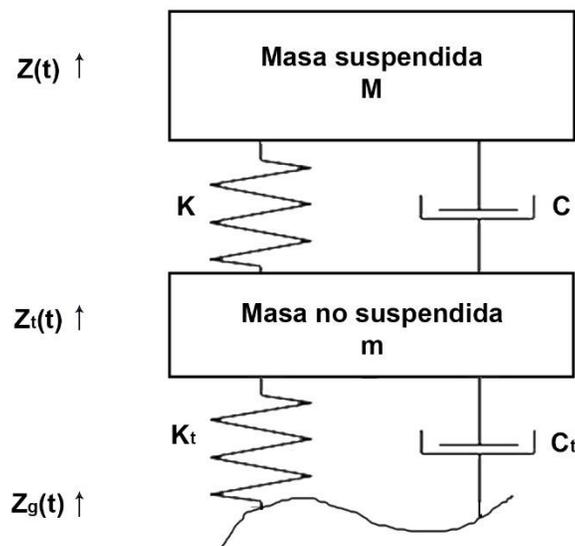


Figura 28: Diagrama de un cuarto de la suspensión pasiva del automóvil.

El modelo de un cuarto de automóvil tiene como objetivo describir las interacciones entre el sistema de suspensión, el neumático y el chasis en una sola esquina de un vehículo. Dicho comportamiento dinámico se puede describir por medio de ecuaciones diferenciales lineales o no lineales que surgen después de aplicar la segunda ley de Newton o de métodos energéticos.

3.2.1 Modelo no lineal de un cuarto de suspensión automotriz

El modelo de cuarto de automóvil pasivo se define de forma general con el siguiente modelo matemático:

$$M\ddot{Z}(t) = F_k(t) + F_d(t) + F_L(t) - Mg \quad (1)$$

$$m\ddot{Z}_t(t) = -F_k(t) - F_d(t) + F_{kt}(t) + F_{dt}(t) - mg \quad (2)$$

Donde, $F_k(t)$ es la función en el dominio del tiempo que describe la fuerza vertical del resorte de suspensión, $F_d(t)$ la función que describe la fuerza vertical del amortiguador de suspensión. Por otro lado, $F_{kt}(t)$ y $F_{dt}(t)$ son las funciones que describen la rigidez y las fuerzas verticales de amortiguación del neumático, respectivamente. Mientras que g es la constante gravitatoria, M la masa del chasis y m la masa de la rueda. Las funciones de los desplazamientos absolutos del chasis y del rebote de las ruedas se denotan con $Z(t)$ y $Z_t(t)$, respectivamente. Finalmente, se tiene a $Z_g(t)$ como la perturbación vertical de la carretera y a $F_L(t)$ como la carga sobre el chasis. Sin embargo, dicha carga vertical $F_L(t)$ que es causada por la carrocería del automóvil, se utiliza para modelar los efectos de transferencia de carga que ocurren bajo maniobras de dirección y frenado. Por lo tanto, para el análisis de conducción, esta carga no es considerada, entonces $F_L(t)=0$. Por otro lado, para el análisis de las capacidades de filtrado de vibraciones de la suspensión, es importante la descripción lineal de la fuerza del resorte del neumático, entonces se tiene:

$$F_{kt}(t) = -K_t(Z_t(t) - Z_g(t) - R_t) \quad (3)$$

donde $K_t \in \mathbb{R}^+$ y $R_t \in \mathbb{R}^+$ son la rigidez linealizada y la longitud nominal del resorte del neumático, respectivamente. Es importante mencionar que generalmente, el coeficiente de amortiguamiento del neumático es muy pequeño, no tiene relevancia en el análisis de la suspensión, por lo tanto, $F_{dt}(t)=0$. Mientras que la descripción lineal de la fuerza del resorte de suspensión es la siguiente:

$$F_k(t) = -K(Z(t) - Z_t(t) - L) \quad (4)$$

donde $K \in \mathbb{R}^+$ es la rigidez linealizada y $L \in \mathbb{R}^+$ la longitud nominal del resorte de suspensión.

Finalmente, para la descripción lineal de la fuerza de amortiguamiento en la suspensión se tiene:

$$F_d(t) = -C \left(\dot{Z}(t) - \dot{Z}_t(t) \right) \quad (5)$$

donde $C \in \mathbb{R}^+$ es el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión.

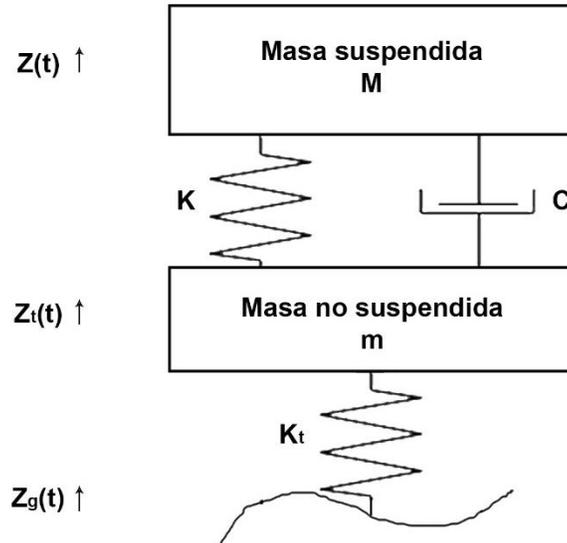


Figura 29: Diagrama de un cuarto de la suspensión pasiva simplificado.

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, el modelo de un cuarto de vehículo se simplifica, tal como se observa en la Figura 29. Por lo tanto, el modelo matemático se puede reescribir de la siguiente manera:

$$M\ddot{Z}(t) = -K(Z(t) - Z_t(t) - L) - C \left(\dot{Z}(t) - \dot{Z}_t(t) \right) - Mg \quad (6)$$

$$m\ddot{Z}_t(t) = K(Z(t) - Z_t(t) - L) + C \left(\dot{Z}(t) - \dot{Z}_t(t) \right) - K_t(Z_t(t) - Z_g(t) - R_t) - mg \quad (7)$$

Estas ecuaciones son válidas bajo un dominio restrictivo y se puede considerar válido si y solo si:

- Las irregularidades del camino son las únicas que actúan sobre la suspensión y son lo suficientemente pequeñas como para sobrepasar las limitaciones y las no linealidades del sistema de suspensión: $|Z(t) - Z_t(t) - L| \leq L_{\text{máx}}$ (donde $L_{\text{máx}}$ es el límite de deflexión de la suspensión).
- El neumático siempre permanece unido a la carretera, ya que cuando la rueda deja de estar en contacto con la carretera, el vehículo no es controlable.

3.2.2 Puntos de equilibrio del modelo dinámico de un cuarto de suspensión automotriz

Los puntos de equilibrio del sistema son los desplazamientos verticales de la masa suspendida y no suspendida cuando el sistema está en reposo. A partir del modelo simplificado de un cuarto de automóvil dado por las ecuaciones (6) y (7), el punto de equilibrio del sistema se deriva simplemente de la siguiente manera:

$$-K(Z^{eq} - Z_t^{eq} - L) - Mg = 0 \quad (8)$$

$$K(Z^{eq} - Z_t^{eq} - L) - K_t(Z_t^{eq} - Z_g^{eq} - R_t) - mg = 0 \quad (9)$$

Entonces para la solución del sistema de ecuaciones se tiene:

$$\begin{bmatrix} Z^{eq} \\ Z_t^{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K & K \\ K & -K - K_t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Mg - KL \\ mg + KL - K_t R_t - K_t Z_g^{eq} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Luego, eligiendo $Z_g^{eq}=0$; el punto de equilibrio se puede reescribir como,

$$\begin{bmatrix} Z^{eq} \\ Z_t^{eq} \end{bmatrix} = \frac{1}{KK_t} \begin{bmatrix} K + K_t & K \\ K & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Mg - KL \\ mg + KL - K_t R_t \end{bmatrix} \quad (11)$$

Simplificando la ecuación (11) se obtiene,

$$\begin{bmatrix} Z^{eq} \\ Z_t^{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L - \frac{Mg}{K} + R_t - \frac{(M+m)g}{K_t} \\ R_t - \frac{(M+m)g}{K_t} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Los puntos de equilibrio se utilizan para simplificar una vez más el modelo matemático del sistema. Por lo tanto, a continuación, se presenta el modelo del cuarto de vehículo simplificado con el objetivo de investigar las propiedades intrínsecas del sistema de suspensión convencional, y así mismo proporcionar las desventajas de una suspensión semiactiva en relación con los puntos invariantes del sistema.

3.2.3 Modelo dinámico de un cuarto de suspensión automotriz convencional simplificado

De acuerdo al punto de equilibrio definido por la ecuación (12), se puede obtener el modelo de un cuarto de vehículo simplificado. Por lo tanto, los modelos matemáticos lineales invariantes en el tiempo (LTI) tanto de la masa suspendida como la masa no suspendida alrededor del punto de equilibrio se pueden representar de la siguiente manera.

$$M\ddot{Z}(t) = -K(Z(t) - Z_t(t)) - C(\dot{Z}(t) - \dot{Z}_t(t)) \quad (13)$$

$$m\ddot{Z}_t(t) = K(Z(t) - Z_t(t)) + C(\dot{Z}(t) - \dot{Z}_t(t)) - K_t(Z_t(t) - Z_g(t)) \quad (14)$$

donde $K \in \mathbb{R}^+$ y $K_t \in \mathbb{R}^+$ son los coeficientes de rigidez linealizados del sistema de suspensión y del neumático, respectivamente. $C \in \mathbb{R}^+$ es el coeficiente de amortiguamiento linealizado. M es la masa de del chasis y m la masa de la rueda. Z es el desplazamiento de rebote de la carrocería y Z_t de la rueda. Por último, se tiene a Z_g como la perturbación provocada por el perfil irregular de la carretera. Para calcular las propiedades invariantes de este modelo, es conveniente derivar una representación de espacio de estado lineal invariante en el tiempo (LTI), por lo tanto, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} \ddot{Z} \\ \dot{Z} \\ \ddot{Z}_t \\ \dot{Z}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-C}{M} & \frac{-K}{M} & \frac{C}{M} & \frac{K}{M} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C}{m} & \frac{K}{m} & -C & -K - K_t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z} \\ Z \\ \dot{Z}_t \\ Z_t \end{bmatrix} + Z_g \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Al aplicar la transformada de Laplace a la representación de espacio de estado (LTI) dado en la ecuación (15). Entonces se definen las funciones de transferencia del chasis del vehículo respecto a la perturbación vertical de la carretera ($Z(S)/Z_g(S)$), tal como se ve en la ecuación siguiente,

$$F_z(S) = \frac{(CK_t)S + K_tK}{(Mm)S^4 + (Cm + CM)S^3 + (MK + mK + MK_t)S^2 + (CK_t)S + K_tK} \quad (16)$$

De modo que, para la aceleración del chasis se tiene,

$$F_{\ddot{z}}(S) = S^2 F_z(S) := F_{z_{accel}}(S) \quad (17)$$

Las funciones de transferencia de las ecuaciones (16) y (17) están relacionadas con especificaciones de confort, por lo que son puntos importantes en el análisis de la suspensión. Además, es interesante notar que $F_Z(S)$ tiene una ganancia estática unitaria y tiende a cero a medida que $S=j\omega$ aumenta, es decir, el chasis sigue los movimientos de la carretera, mientras que $F_{Z_t}(S)$ tiene una ganancia estática nula y tiende a cero a medida que aumenta $S=j\omega$. Por otro lado, se define la función de transferencia entre los neumáticos y la perturbación vertical de la carretera ($Z_t(S)/Z_g(S)$), tal como se ve en la ecuación siguiente,

$$F_{Z_t}(S) = \frac{(MK_t)S^2 + (CK_t)S + K_tK}{(Mm)S^4 + (Cm + CM)S^3 + (MK + mK + MK_t)S^2 + (CK_t)S + K_tK} \quad (18)$$

Donde, la deflexión de la suspensión $Z_{zdef}=Z(S)-Z_t(S)$ y la deflexión del neumático $Z_{ztdef}=Z_t(S)-Z_g(S)$ se definen respectivamente como:

$$F_{Z-z_t}(S) = F_Z(S) - F_{Z_t}(S) := F_{Zdeflex}(S) \quad (19)$$

$$F_{Z_t-z_g}(S) = K_t(F_{Z_t}(S) - 1) := F_{Ztyreload}(S) \quad (20)$$

Mientras que para la potencia disipada por el sistema de suspensión se tiene,

$$F_{zpdisp} = S \left[C \left(F_Z(S) - F_{Z_t}(S) \right) \right] \quad (21)$$

Estas funciones de transferencia suelen estar relacionadas con las especificaciones de limitación tanto de la aceleración de la masa suspendida, así como de la capacidad de adherencia entre los neumáticos y la carretera. Por lo tanto, con las definiciones anteriores es posible caracterizar puntos específicos en el dominio de la frecuencia, los cuales permiten conocer las limitaciones que posee la suspensión convencional. Por lo tanto, es necesario tener un mayor entendimiento de estas propiedades.

3.2.4 Comportamientos invariantes del modelo dinámico de un cuarto de suspensión automotriz convencional

El modelo de un cuarto de vehículo exhibe algunos puntos invariantes (o comportamientos dinámicos invariantes) con respecto al coeficiente de amortiguamiento que posee el amortiguador del sistema de suspensión. Estos comportamientos no se pueden modificar en una suspensión automotriz pasiva, por esta razón son llamados puntos invariantes. Para poder encontrar estos puntos se considera una función de transferencia dada por $F(j\omega, C)$, donde $C \in \mathbb{R}^+$ es un coeficiente que entra en la descripción de la función de transferencia y $\omega \in \mathbb{R}^+$.

La función de transferencia $F(j\omega, C)$ tiene un punto invariante (o comportamiento invariante) con respecto al parámetro C (coeficiente de amortiguamiento) si:

$$\{\exists \eta \in \mathbb{R}^+ \text{ y } \omega_0 \in \Omega \text{ tal que } \forall C \in \mathbb{R}^+, |F(j\omega, C)|_{\omega=\omega_0} = \eta\}$$

Puntos invariantes de un cuarto de automóvil para $F_z(j\omega)$: La función de transferencia $F_z(j\omega)$ del modelo de un cuarto de automóvil tiene cuatro puntos invariantes en $\omega \in \mathbb{R}^+$, definidos como sigue:

$$\omega_1 = 0 \quad (22)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{mM\sqrt{2}} \cdot \sqrt{mM(MK_t + 2MK + 2mK - \alpha)} \quad (23)$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{K_t}{m}} \quad (24)$$

$$\omega_4 = \frac{1}{mM\sqrt{2}} \cdot \sqrt{mM(MK_t + 2MK + 2mK + \alpha)} \quad (25)$$

donde,

$$\alpha = \sqrt{4m^2K^2 - 4mKMK_t + 8MK^2m + M^2K_t^2 + 4M^2KK_t + 4M^2K^2} \quad (26)$$

Las ecuaciones (22)-(25), representan los puntos invariantes de un cuarto de automóvil para la función de transferencia $F_{z_t-z_r}(j\omega)$ del modelo de un cuarto de automóvil, dicha función de transferencia cuenta con tres puntos invariantes en $\omega \in \mathbb{R}^+$, definidos como sigue:

$$\omega_1 = 0 \quad (27)$$

$$\omega_5 = \frac{1}{2\sqrt{mM(M+m)}} \cdot \sqrt{4MmK + 2m^2K + 2mMK_t + 2M^2K + K_tM^2 - \sqrt{\alpha}} \quad (28)$$

$$\omega_6 = \frac{1}{2\sqrt{mM(M+m)}} \cdot \sqrt{4MmK + 2m^2K + 2mMK_t + 2M^2K + K_tM^2 + \sqrt{\alpha}} \quad (29)$$

donde,

$$\alpha = 4m^4K^2 + 4M^4K^2 + K_t^2M^4 - 12M^2m^2KK_t - 8m^3KMK_t + 24M^2m^2K^2 + 16Mm^3K^2 + 16M^3mK^2 + 4m^2M^2K_t^2 + 4mM^3K_t^2 + 4M^4KK_t \quad (30)$$

Nótese que las ecuaciones (27)-(29), representan los puntos invariantes de un cuarto de automóvil para la función de transferencia $F_{z-z_t}(j\omega)$ del modelo de un cuarto de automóvil, donde se tienen dos puntos invariantes en $\omega \in \mathbb{R}^+$, definidos como sigue:

$$\omega_1 = 0 \quad (31)$$

$$\omega_7 = \sqrt{\frac{K_t}{M+m}} \quad (32)$$

Es importante resaltar que los puntos invariantes en ω_1 , ω_3 y ω_7 también son independientes del parámetro K. Es decir, estos puntos no se modifican sin importar cual sea la suspensión diseñada (pasiva, semiactiva o incluso activa). De hecho, estas propiedades deben tenerse en cuenta durante el diseño del control de la suspensión. Con el fin de poder mostrar los comportamientos dinámicos invariantes que se presentan en las curvas de las funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) de este sistema, se realizan simulaciones numéricas que permiten observar las amplitudes invariantes y su dependencia ante las rigideces y masas del sistema de suspensión. En dicho análisis se utilizaron los parámetros para un cuarto de vehículo que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros de simulación para la suspensión automotriz.

Modelo:	Un cuarto de vehículo	Medio vehículo	Vehículo completo	Unidades
M	300	600	1200	kg
m_{ij}	40	40	40	kg
K_{ij}	26000	26000	26000	N/m
K_{tij}	130000	130000	130000	N/m
C_{ij}	520	520	520	N s/m
C_{tij}	0	0	0	N s/m
l_f		1.6	1.6	m
l_r		1.6	1.6	m
t_l			0.7	m
t_r			0.7	m
l_x		574	574	N m
l_y			3000	N m

Por lo tanto, con los parámetros anteriores tomados del artículo de (R. Zhang et al., 2018) se realizó la simulación para obtener las FRFs, las cuales se muestran a continuación,

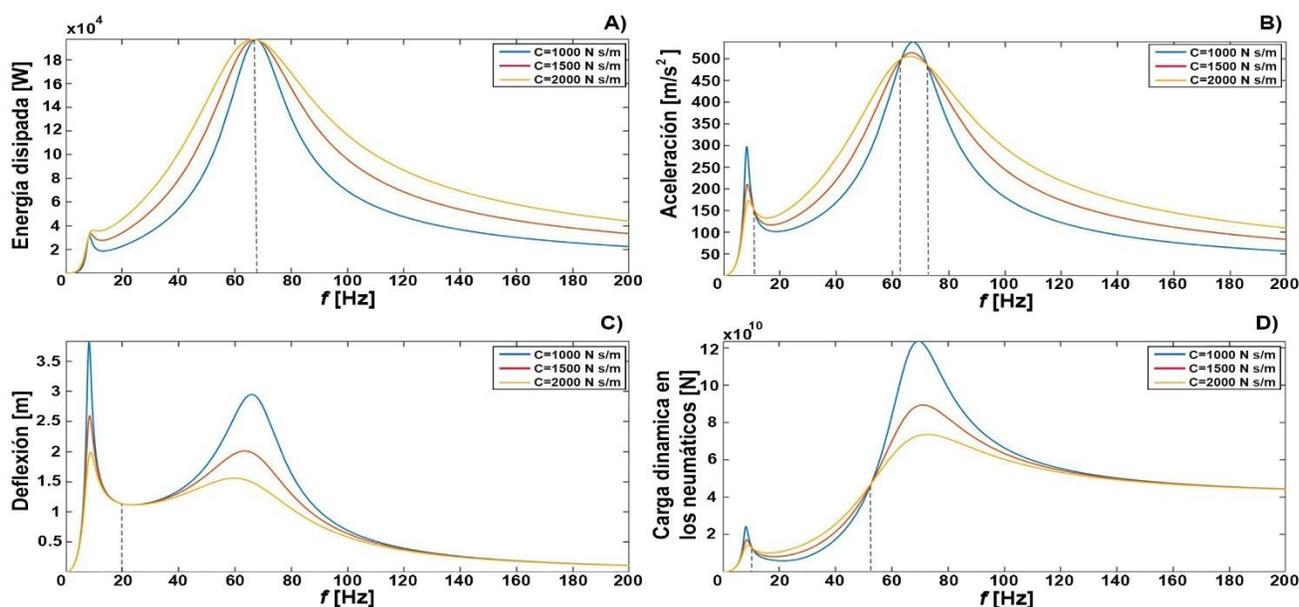


Figura 30: Frecuencias y amplitudes invariantes del modelo del cuarto de vehículo, con diferentes valores del coeficiente de amortiguamiento: A) Frecuencia y amplitud invariante de la FRF de la potencia disipada en suspensión; B) Frecuencia y amplitud invariante de la FRF de la aceleración del chasis; C) Frecuencia y amplitud invariante de la FRF de la deflexión de la suspensión; D) Frecuencias y amplitudes invariantes de la FRF de la carga dinámica en el neumático.

Así, con las gráficas que se presentan en la Figura 30, se puede observar que el rendimiento dinámico del sistema de suspensión está limitado por los comportamientos invariantes mostrados en las curvas FRF del sistema de suspensión. Esto deja en evidencia la importancia que tienen estos comportamientos en el diseño de una suspensión automotriz, y ya que en este proyecto de investigación se enfoca en mejorar tanto el rendimiento dinámico, como el consumo de energía eléctrica del sistema de suspensión de un automóvil. Con el objetivo de realizar análisis más realistas y obtener simulaciones numéricas más precisas en la siguiente sección se presenta el modelado matemático de medio vehículo.

3.3 Modelo dinámico de media suspensión automotriz convencional

El modelo de media suspensión es una extensión natural del modelo de un cuarto de automóvil. Sin embargo, dicho modelo incluye la dinámica del movimiento de cabeceo (Φ) o balanceo (θ) en su análisis. Por lo tanto, describe mejor el comportamiento que la suspensión tiene bajo las distintas perturbaciones de la carretera.

3.3.1 Modelo dinámico de media suspensión automotriz orientado al movimiento de cabeceo

El modelo no lineal de media suspensión automotriz consiste en la vinculación de dos modelos de un cuarto de vehículo, ver Figura 31. Este modelo involucra el movimiento de cabeceo, por lo tanto, se añade una nueva ecuación que representa la dinámica de cabeceo (Φ), además de la relación cinemática que define la posición delantera y trasera del chasis (Z_f y Z_r).

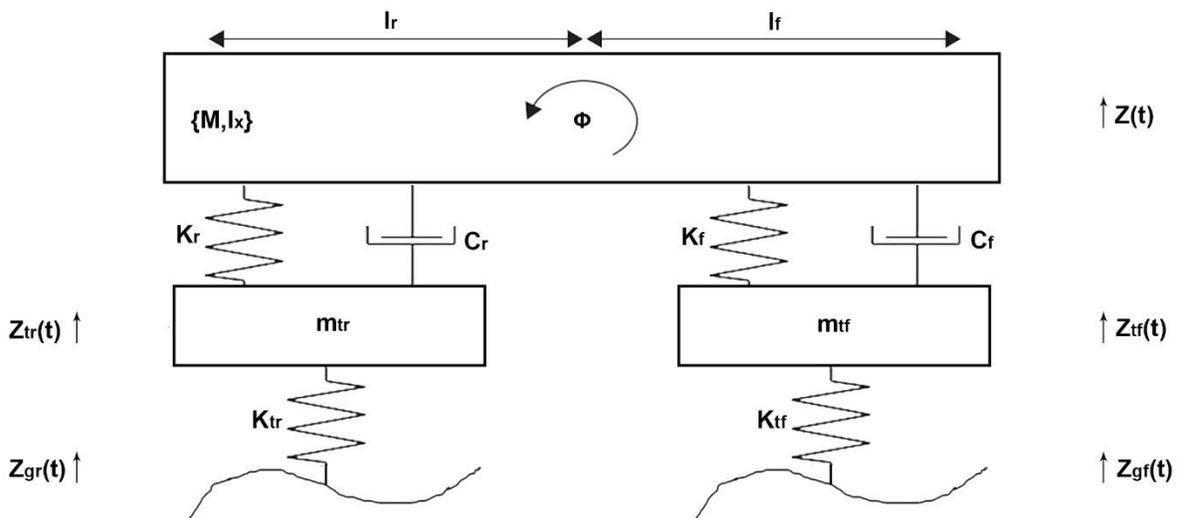


Figura 31: Diagrama del modelo de media suspensión pasiva del automóvil (orientado al cabeceo).

El modelo de medio automóvil orientado al cabeceo, viene dado por las siguientes ecuaciones dinámicas:

$$M\ddot{z} = -K_f(Z_f - Z_{tf}) - K_r(Z_r - Z_{tr}) - C_f(\dot{Z}_f - \dot{Z}_{tf}) - C_r(\dot{Z}_r - \dot{Z}_{tr}) \quad (33)$$

$$m_{tf}\ddot{Z}_{tf} = K_f(Z_f - Z_{tf}) + C_f(\dot{Z}_f - \dot{Z}_{tf}) - K_{tf}(Z_{tf} - Z_{gf}) \quad (34)$$

$$m_{tr}\ddot{Z}_{tr} = K_r(Z_r - Z_{tr}) + C_r(\dot{Z}_r - \dot{Z}_{tr}) - K_{tr}(Z_{tr} - Z_{gr}) \quad (35)$$

$$I_y\ddot{\phi} = l_f \left(K_f(Z_f - Z_{tf}) + C_f(\dot{Z}_f - \dot{Z}_{tf}) \right) - l_r \left(K_r(Z_r - Z_{tr}) + C_r(\dot{Z}_r - \dot{Z}_{tr}) \right) + M_{dy} \quad (36)$$

Las posiciones, velocidades y aceleraciones de las esquinas del chasis, se describen linealmente como,

$$Z_f = Z + l_f \cdot \phi; \dot{Z}_f = \dot{Z} + l_f \cdot \dot{\phi}; \ddot{Z}_f = \ddot{Z} + l_f \cdot \ddot{\phi} \quad (37)$$

$$Z_r = Z - l_r \cdot \phi; \dot{Z}_r = \dot{Z} - l_r \cdot \dot{\phi}; \ddot{Z}_r = \ddot{Z} - l_r \cdot \ddot{\phi} \quad (38)$$

donde $K_f \in \mathbb{R}^+$, $K_r \in \mathbb{R}^+$ y $K_t \in \mathbb{R}^+$ son los coeficientes linealizados de rigidez de la suspensión delantera, trasera y del neumático, respectivamente. $C_f \in \mathbb{R}^+$ y $C_r \in \mathbb{R}^+$ son los coeficientes de amortiguación delantero y trasero. Mientras que M es la masa del chasis, m_{tf} la masa de la rueda delantera y m_{tr} de la rueda trasera. I_y es el momento inercia del cabeceo; l_f la distancia entre el centro de gravedad y la parte delantera, l_r es la distancia entre el centro de gravedad y la parte trasera del vehículo. También se tiene a Z_f y Z_r que son los desplazamientos del chasis de la parte delantera y trasera y Z_{tf} y Z_{tr} son los desplazamientos de rebote de las ruedas delanteras y traseras. Finalmente, las perturbaciones de la carretera están descritas por Z_{gf} , Z_{gr} , que son los desplazamientos delantero y trasero de la carretera respectivamente. Además, se tiene M_{dy} como el momento de cabeceo. De manera similar al modelo orientado al cabeceo, se puede derivar el modelo orientado al balanceo no lineal, reemplazando la ecuación dinámica de cabeceo (Φ) por una de balanceo (θ), e involucrando tanto la suspensión izquierda, como la derecha, además de la inercia de balanceo. Para demostrar el comportamiento dinámico del modelo de media suspensión (orientado al cabeceo), se realizan simulaciones numéricas enfocadas a la nueva variable y dinámica introducida con el ángulo de inclinación (Φ), tal como se observa en las siguientes gráficas.

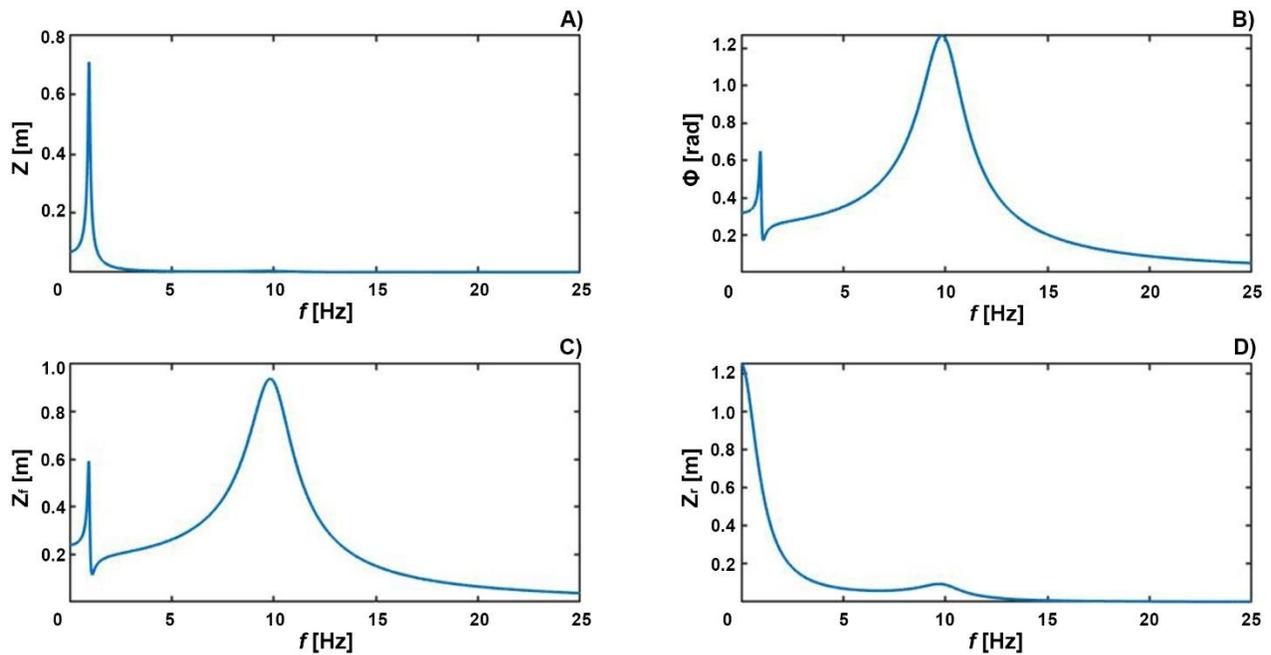


Figura 32: Comportamiento dinámico del modelo de media suspensión automotriz (orientado al cabeceo): A) Desplazamiento del chasis del vehículo; B) Ángulo de rotación del chasis del vehículo; C) Desplazamiento de la rueda trasera del vehículo; D) Desplazamiento de la rueda frontal del vehículo.

En efecto, se puede notar en las gráficas de la Figura 32, que la respuesta dinámica del modelo de media suspensión con respecto al desnivel de la carretera presenta un comportamiento particular, causado por la dinámica del cabeceo (Φ). Puesto que la dinámica del cabeceo, agrega un efecto de filtrado al sistema de suspensión, el cual actúa como una perturbación de carga que atenúa la oscilación del chasis. De esta manera, con la simulación numérica del modelo de medio vehículo se logra observar un comportamiento más aproximado a la realidad. Sin embargo, esto no es suficiente, ya que existen otras dinámicas que afectan al vehículo y que no son posibles de representar con dicho modelo. Por lo tanto, es necesario modelar el sistema de suspensión del vehículo completo, no solo para obtener un comportamiento más realista a través de las simulaciones numéricas, sino que también para poder mejorar los requerimientos dinámicos del sistema de suspensión convencional.

3.4 Modelo dinámico de la suspensión automotriz convencional completa

Ahora se puede mencionar la descripción del modelo de vehículo completo, que es la vinculación de dos modelos de medio vehículo, incluyendo las dinámicas verticales, de balanceo y de cabeceo, además involucra muchos subsistemas y dinámicas no lineales acopladas, por lo que el modelado completo del vehículo es una tarea complicada. Por lo tanto, para facilitar dicho análisis se consideran los siguientes puntos:

- Se ignoran los efectos cinemáticos debidos a la geometría de la suspensión (es decir, las suspensiones solo proporcionan fuerzas verticales al chasis).

- No se consideran las barras estabilizadoras (nótese que juegan un papel importante para los vehículos pesados, sujetas a importantes momentos de balanceo). De hecho, las barras antivuelco proporcionan un efecto de atenuación en la ganancia del ángulo de balanceo y en su frecuencia de corte.
- El plano del chasis del vehículo se considera paralelo a la carretera, mientras que los automóviles suelen estar inclinados para mejorar la penetración del aire y reducir la resistencia aerodinámica.

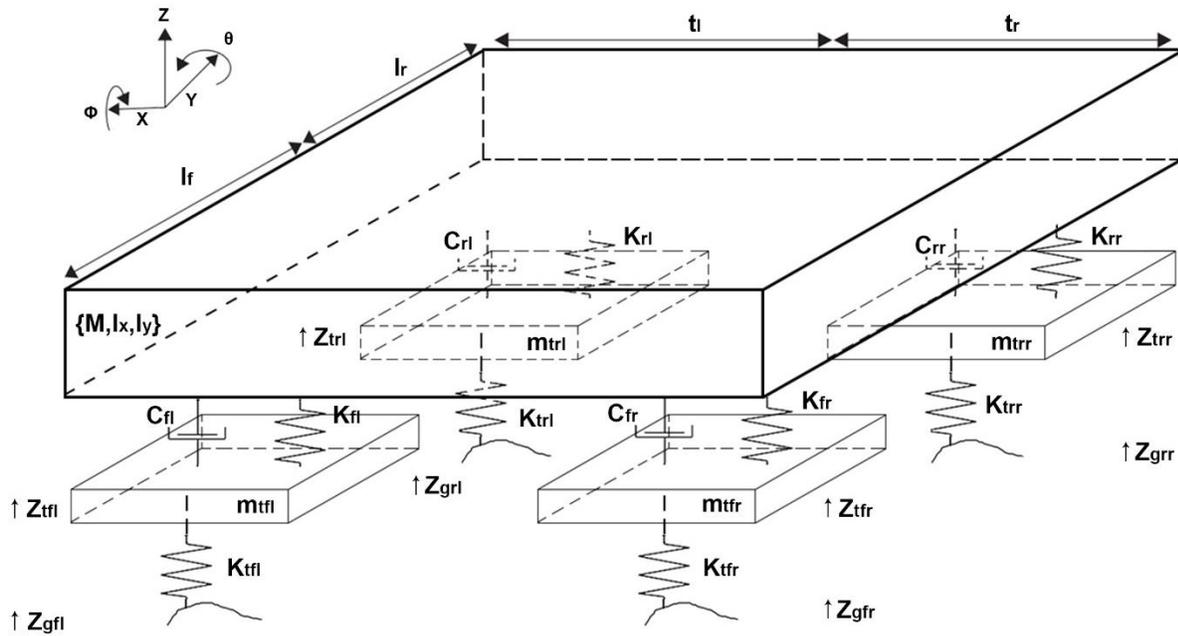


Figura 33: Modelo completo del sistema de suspensión automotriz convencional.

En la Figura 33 se muestra el modelo dinámico del vehículo completo, donde l_f , l_r , t_l y t_r , son las dimensiones geométricas del modelo. Mientras que la masa del vehículo está representada por la variable M y las masas de los neumáticos por las variables m_{tfl} , m_{tfr} , m_{trl} , m_{trr} , respectivamente. Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de la suspensión delantera están dados por K_{fl} , C_{fl} , K_{fr} y C_{fr} ; para la parte trasera se tiene K_{rl} , C_{rl} , K_{rr} y C_{rr} . Las rigideces de los neumáticos delanteros y traseros están dadas por las variables K_{tfl} , K_{tfr} , K_{trl} , K_{trr} , respectivamente. Por otro lado, la cinemática de los extremos del chasis del vehículo se representa por medio de una función de cuatro variables, las cuales son Z_{cfl} , Z_{cfr} , Z_{crl} y Z_{crr} ; mientras que la cinemática de las ruedas se denota por Z_{tfl} , Z_{tfr} , Z_{trl} y Z_{trr} . Las variables Φ , θ , l_y , l_x , representan tanto los ángulos de rotación como los momentos de inercia de las dinámicas de cabeceo y balanceo del vehículo, respectivamente. Por último, para las excitaciones estocásticas del perfil irregular de la carretera se tienen las variables Z_{gfl} , Z_{gfr} , Z_{grl} , Z_{grr} .

Así, el modelo completo del automóvil es un sistema dinámico de siete grados de libertad, por lo tanto, se representa por medio de las ecuaciones dinámicas siguientes,

$$M\ddot{Z} = K_{fl}(Z_{tfl} - Z_{cfl}) + C_{fl}(\dot{Z}_{tfl} - \dot{Z}_{cfl}) + K_{fr}(Z_{tfr} - Z_{cfr}) + C_{fr}(\dot{Z}_{tfr} - \dot{Z}_{cfr}) + K_{rl}(Z_{trl} - Z_{crl}) + C_{rl}(\dot{Z}_{trl} - \dot{Z}_{crl}) + K_{rr}(Z_{trr} - Z_{crr}) + C_{rr}(\dot{Z}_{trr} - \dot{Z}_{crr}) \quad (39)$$

$$I_y\ddot{\phi} = -l_f[K_{fl}(Z_{tfl} - Z_{cfl}) + C_{fl}(\dot{Z}_{tfl} - \dot{Z}_{cfl}) + K_{fr}(Z_{tfr} - Z_{cfr}) + C_{fr}(\dot{Z}_{tfr} - \dot{Z}_{cfr})] + l_r[K_{rl}(Z_{trl} - Z_{crl}) + C_{rl}(\dot{Z}_{trl} - \dot{Z}_{crl}) + K_{rr}(Z_{trr} - Z_{crr}) + C_{rr}(\dot{Z}_{trr} - \dot{Z}_{crr})] \quad (40)$$

$$I_x\ddot{\theta} = t[-K_{fl}(Z_{tfl} - Z_{cfl}) - C_{fl}(\dot{Z}_{tfl} - \dot{Z}_{cfl}) + K_{fr}(Z_{tfr} - Z_{cfr}) + C_{fr}(\dot{Z}_{tfr} - \dot{Z}_{cfr})] + t[-K_{rl}(Z_{trl} - Z_{crl}) - C_{rl}(\dot{Z}_{trl} - \dot{Z}_{crl}) + K_{rr}(Z_{trr} - Z_{crr}) + C_{rr}(\dot{Z}_{trr} - \dot{Z}_{crr})] \quad (41)$$

$$m_{tfl}\ddot{Z}_{tfl} = K_{fl}(Z_{cfl} - Z_{tfl}) + C_{fl}(\dot{Z}_{cfl} - \dot{Z}_{tfl}) + K_{tfl}(Z_{tfl} - Z_{gfl}) \quad (42)$$

$$m_{tfr}\ddot{Z}_{tfr} = K_{fr}(Z_{cfr} - Z_{tfr}) + C_{fr}(\dot{Z}_{cfr} - \dot{Z}_{tfr}) + K_{tfr}(Z_{tfr} - Z_{gfr}) \quad (43)$$

$$m_{trl}\ddot{Z}_{trl} = K_{rl}(Z_{crl} - Z_{trl}) + C_{rl}(\dot{Z}_{crl} - \dot{Z}_{trl}) + K_{trl}(Z_{trl} - Z_{grl}) \quad (44)$$

$$m_{trr}\ddot{Z}_{trr} = K_{rr}(Z_{crr} - Z_{trr}) + C_{rr}(\dot{Z}_{crr} - \dot{Z}_{trr}) + K_{trr}(Z_{trr} - Z_{grr}) \quad (45)$$

donde las posiciones, velocidades y aceleraciones de las esquinas del chasis, se describen como,

$$Z_{cfl} = Z - l_f \cdot \phi - t_l \cdot \theta; \dot{Z}_{cfl} = \dot{Z} - l_f \cdot \dot{\phi} - t_l \cdot \dot{\theta}; \ddot{Z}_{cfl} = \ddot{Z} - l_f \cdot \ddot{\phi} - t_l \cdot \ddot{\theta} \quad (46)$$

$$Z_{cfr} = Z - l_f \cdot \phi + t_r \cdot \theta; \dot{Z}_{cfr} = \dot{Z} - l_f \cdot \dot{\phi} + t_r \cdot \dot{\theta}; \ddot{Z}_{cfr} = \ddot{Z} - l_f \cdot \ddot{\phi} + t_r \cdot \ddot{\theta} \quad (47)$$

$$Z_{crl} = Z + l_r \cdot \phi - t_l \cdot \theta; \dot{Z}_{crl} = \dot{Z} + l_r \cdot \dot{\phi} - t_l \cdot \dot{\theta}; \ddot{Z}_{crl} = \ddot{Z} + l_r \cdot \ddot{\phi} - t_l \cdot \ddot{\theta} \quad (48)$$

$$Z_{crr} = Z + l_r \cdot \phi + t_r \cdot \theta; \dot{Z}_{crr} = \dot{Z} + l_r \cdot \dot{\phi} + t_r \cdot \dot{\theta}; \ddot{Z}_{crr} = \ddot{Z} + l_r \cdot \ddot{\phi} + t_r \cdot \ddot{\theta} \quad (49)$$

Por otro lado, para las excitaciones estocásticas del perfil irregular de la carretera (Z_{gfl} , Z_{gfr} , Z_{grl} , Z_{grr}) se pueden obtener mediante la solución de la siguiente ecuación diferencial estocástica,

$$\dot{Z}_g(t) = 2\pi \cdot n_o \cdot w(t) \cdot \sqrt{G_q(n_o) \cdot V} - 2\pi \cdot f_o \cdot Z_g(t) \quad (50)$$

donde f_0 representa la frecuencia de corte y η_0 es la frecuencia espacial de referencia, mientras que $G_x(\eta_0)$ es el coeficiente de rugosidad de la carretera, $V(t)$ es la velocidad de conducción del vehículo, y $W(t)$ es un proceso estocástico estacionario con media temporal igual a cero, llamado ruido blanco gaussiano. Finalmente, $Z_g(t)$ es el perfil irregular de la carretera.

3.5 Dinámicas del amortiguador regenerativo electromagnético

En el diseño del sistema de suspensión regenerativo se supe al amortiguador convencional con uno que posea un mecanismo de transducción de energía vibratoria, o se incluye un amortiguador regenerativo extra al sistema de suspensión convencional para generar un sistema de suspensión híbrido. En este proyecto de tesis, el análisis se realiza a un sistema de suspensión automotriz híbrido que incluye un amortiguador electromagnético lineal (C_e). La representación de dicho dispositivo de regeneración de energía consta de un motor eléctrico modelado como una fuente de voltaje, un inductor (L) y una resistencia (R_i) conectados en serie, además cuenta con una resistencia de carga externa (R_e), ver Figura 34.

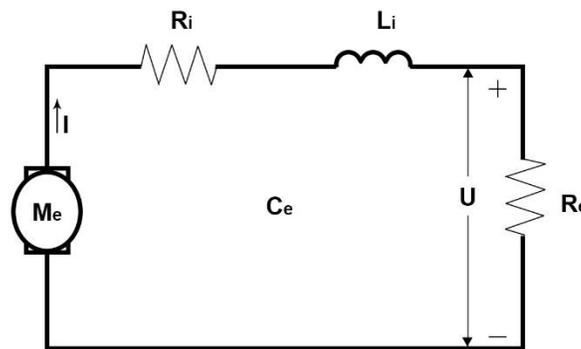


Figura 34: Circuito eléctrico que representa al amortiguador regenerativo electromagnético.

El funcionamiento de este dispositivo se basa en la ley de inducción magnética de Faraday. De modo que a través del movimiento lineal que se genera en el sistema de suspensión, se produce una fuerza repulsiva (fuerza contraelectromotriz, e) que es proporcional a la velocidad de la parte móvil del amortiguador electromagnético lineal, pero de signo opuesto (Nakano et al., 2003). Entonces, para el voltaje de circuito abierto de U_0 , se tiene:

$$U_0 = -e = B_s \cdot \dot{Z} \tag{51}$$

donde B_s es la constante fem inversa del generador electromagnético, la cual depende de las propiedades geométricas y magnéticas del amortiguador y Z es la amplitud del desplazamiento del amortiguador. Por otro lado, cuando se cierra el circuito, el voltaje de circuito abierto impulsa una corriente en la bobina y que fluye en el circuito, entonces al aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff se tiene,

$$U = L \cdot \dot{I} + R_i \cdot I + R_e \cdot I \quad (52)$$

Al contar con una carga eléctrica externa de resistencia constante R_e , y considerando un valor muy pequeño de la inductancia L , por lo tanto, es despreciable. La ecuación (52) se puede reescribir de siguiente forma,

$$I = \frac{U}{R_i + R_e} \quad (53)$$

Luego, de acuerdo con la ley de Lorentz, la fuerza de amortiguamiento que se genera en la parte móvil del amortiguador es proporcional a la corriente en la bobina:

$$F_{em} = B_t \cdot I \quad (54)$$

donde B_t es la constante de fuerza del amortiguador, que es igual a B_s . Por lo tanto, $B_t = B_s$. Además, la potencia regenerada se puede calcular como,

$$P_{em} = \frac{U^2}{R_e} \quad (55)$$

Mientras tanto, la fuerza de amortiguamiento del amortiguador regenerativo electromagnético se puede proporcionar a través del amortiguamiento equivalente asociado con el motor eléctrico. De modo que, C_e puede expresarse de la manera siguiente,

$$C_e = \frac{B_t \cdot U}{R_e} \quad (56)$$

Es importante mencionar que la electrónica de los sistemas de almacenamiento de energía del amortiguador regenerativo (supercapacitores, ultracapacitores y baterías recargables) influyen significativamente en las características de amortiguación de vibraciones y recolección de energía del sistema. Es decir, la eficiencia del sistema se ve afectada por el sistema de almacenamiento que se utilice. Otro concepto que ya se ha mencionado y que es importante definir, es el de los procesos estocásticos, ya que dichos procesos son necesarios para calcular la respuesta del modelo de vehículo completo ante la acción de las vibraciones. Por lo tanto, en la siguiente sección se definen los procesos estocásticos estacionarios.

3.6 Procesos estocásticos

El estudio de la dinámica de conducción de los vehículos, se enfoca en el análisis de las respuestas vibratorias del sistema al estar sometido a las vibraciones que resultan de las irregularidades de la carretera. Por lo tanto, el modelo de la excitación de entrada por parte de la carretera es la base del estudio del confort de conducción (Yonglin & Jiafan, 2006). La irregularidad de la carretera se considera como un proceso gaussiano ergódico y estacionario de media cero (proceso estocástico), de modo que, para desarrollar el modelo matemático de señales estocásticas de la carretera es necesario comprender conceptos como la estacionariedad, la ergodicidad, entre otros, para poder aplicar los métodos analíticos y numéricos que existen para calcular la respuesta dinámica del sistema.

3.6.1 Estacionariedad, ergodicidad y valores esperados

La estacionariedad se refiere a que las propiedades estadísticas de una señal son constantes en el dominio del tiempo. Este concepto es importante, ya que de este modo se puede obtener información significativa de la señal, como media, varianza y las correlaciones que existen entre distintos valores de la señal. La ergodicidad, por otro lado, se expresa a través del comportamiento de los promedios de tiempo de un grupo de varias señales aleatorias, las cuales son similares en sus propiedades estadísticas. En la Figura 35, se puede apreciar una señal aleatoria estacionaria.

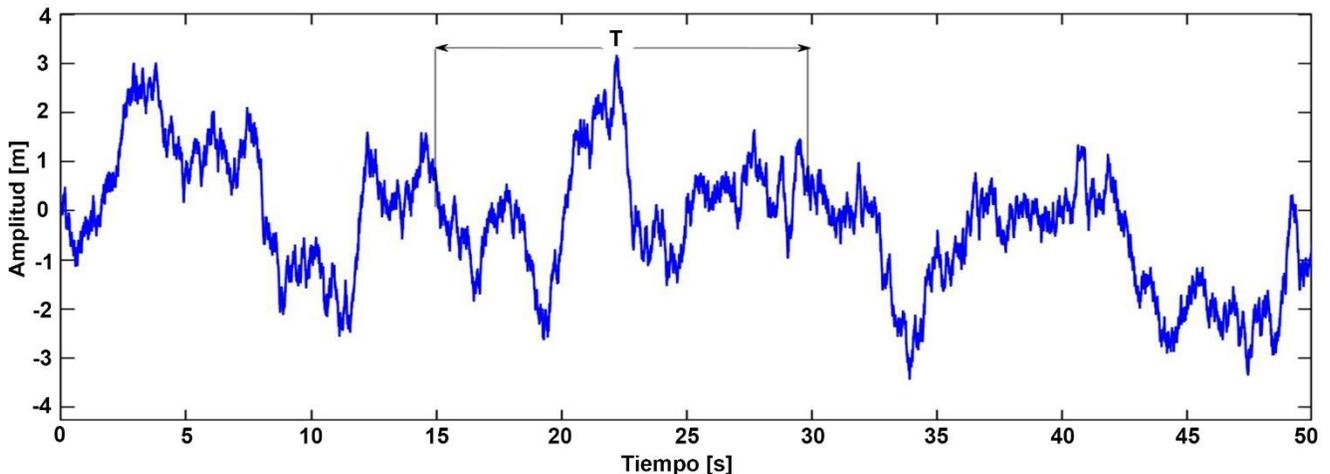


Figura 35: Señal aleatoria estacionaria.

El valor esperado, es el valor que se obtiene al promediar una señal en el intervalo de tiempo de $-\infty$ a $+\infty$, entonces el valor esperado de una señal aleatoria estacionaria se representa como $E[x(t)]$, donde la señal es $x(t)$ y el valor esperado se puede expresar como el valor medio de dicha señal, $\langle x(t) \rangle$. Así, en la siguiente sección se aplica la norma H_2 al sistema de suspensión automotriz para obtener información de sus señales de respuesta ante la señal de entrada que representa a la carretera, con el objetivo de evaluar el rendimiento de la suspensión.

3.6.2 Norma H_2

En la teoría de sistemas lineales, la norma H_2 es el valor RMS de la salida bajo la entrada de ruido blanco con intensidad unitaria (Xie et al., 2018). Por lo tanto, por medio de la norma H_2 se puede obtener información estadística importante acerca de una señal, en el caso de la suspensión automotriz, la norma H_2 se aplica con el fin de calcular el valor RMS de la velocidad del chasis de donde se obtiene la potencia media que disipan los amortiguadores del sistema, el valor RMS de la fuerza dinámica entre los neumáticos y el terreno, el valor RMS de la aceleración del chasis que es lo que determina el confort de marcha y el valor RMS de la deflexión que sufre el sistema de suspensión. Por lo tanto, para aplicar dicha norma se ocupan las ecuaciones de movimiento de un cuarto de vehículo (6) y (7), descritas en la subsección 3.2.1, al aplicar la transformada de Laplace a dichas ecuaciones se pueden reescribir como,

$$S^2MZ + K(Z - Z_t) + SC(Z - Z_t) = 0 \quad (57)$$

$$S^2mZ_t - K(Z - Z_t) - SC(Z - Z_t) + SC_t(Z_t) + K_t(Z_t) = f_0 \quad (58)$$

Ahora se establecen las siguientes variables adimensionales,

$$\mu = \frac{M}{m} \quad (59)$$

$$\nu = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (60)$$

$$\lambda = \frac{\omega}{\omega_2} \quad (61)$$

$$\zeta_1 = \frac{C}{(2M\omega_1)} \quad (62)$$

$$\zeta_2 = \frac{C_t}{(2m\omega_2)} \quad (63)$$

donde, $\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{M}}$ y $\omega_2 = \sqrt{\frac{K_t}{m}}$.

Las ecuaciones (57) y (58) se pueden expresar de la siguiente manera,

$$S^2 \frac{M}{M} Z + \frac{K}{M} (Z - Z_t) + S \frac{C}{M} (Z - Z_t) = 0 \quad (64)$$

$$S^2 \frac{m}{m} Z_t - \frac{K}{m} (Z - Z_t) - S \frac{C}{m} (Z - Z_t) + S \frac{C_t}{m} (Z_t) + \frac{K_t}{m} (Z_t) = \frac{f_0}{m} \quad (65)$$

De modo que, al manipular las variables adimensionales descritas en las ecuaciones (59)-(63) para sustituirlas en las ecuaciones (64) y (65) se obtiene lo siguiente,

$$S^2 Z + 2S\nu\omega_2\zeta_1 (Z - Z_t) + \nu^2\omega_2^2 (Z - Z_t) = 0 \quad (66)$$

$$S^2 Z_t - 2S\mu\nu\omega_2\zeta_1 (Z - Z_t) + 2S\omega_2\zeta_2 (Z_t) + \omega_2^2 (Z_t) - \nu^2\omega_2^2\mu (Z - Z_t) = \frac{f_0}{m} \quad (67)$$

Al dividir las ecuaciones (66) y (67) por la frecuencia natural no amortiguada de la masa no suspendida se obtiene,

$$\frac{S^2}{\omega_2^2} Z + \frac{2S\nu\zeta_1}{\omega_2} (Z - Z_t) + \nu^2 (Z - Z_t) = 0 \quad (68)$$

$$\frac{S^2}{\omega_2^2} Z_t - \frac{2S\mu\nu\zeta_1}{\omega_2} (Z - Z_t) + \frac{2S\zeta_2}{\omega_2} (Z_t) + Z_t - \nu^2\mu (Z - Z_t) = \frac{f_0}{m\omega_2^2} \quad (69)$$

Luego, sustituyendo $m = \frac{K_t}{\omega_2^2}$ y la variable de Laplace $S = I \cdot \omega$, en las ecuaciones (68) y (69) se tiene,

$$\frac{\omega^2}{\omega_2^2} Z + \frac{2(I\omega)\nu\zeta_1}{\omega_2} (Z - Z_t) + \nu^2 (Z - Z_t) = 0 \quad (70)$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_2^2} Z_t - \frac{2(I\omega)\mu\nu\zeta_1}{\omega_2} (Z - Z_t) + \frac{2(I\omega)\zeta_2}{\omega_2} (Z_t) + Z_t - \nu^2\mu (Z - Z_t) = \frac{f_0}{K_t} \quad (71)$$

Despejando a ω de la ecuación (61) y sustituyendo en las ecuaciones (70) y (71) se obtienen las ecuaciones de movimiento del sistema en términos de las variables adimensionales, tal como sigue,

$$\lambda Z + 2I\lambda\nu\zeta_1 (Z - Z_t) + \nu^2 (Z - Z_t) = 0 \quad (72)$$

$$\lambda Z_t - 2I\lambda\mu\nu\zeta_1(Z - Z_t) + 2I\lambda\zeta_2(Z_t) + Z_t - \nu^2\mu(Z - Z_t) = \frac{f_0}{K_t} \quad (73)$$

Por lo tanto, las respuestas para las masas inerciales se pueden expresar de manera adimensional como se muestra a continuación,

$$\frac{ZK_t}{f_0} = -\frac{(2I\lambda\nu\zeta_1 + \nu^2)}{2I\lambda^3\mu\nu\zeta_1 + 2I\lambda^3\nu\zeta_1 + 2I\lambda^3\zeta_2 - 2I\lambda\nu^2\zeta_2 + \lambda^2\mu\nu^2 + 4\lambda^2\nu\zeta_1\zeta_2 - 2I\lambda\nu\zeta_1 - \lambda^4 + \lambda^2\nu^2 + \lambda^2 - \nu^2} \quad (74)$$

$$\frac{Z_tK_t}{f_0} = -\frac{(2I\lambda\nu\zeta_1 + \nu^2 - \lambda^2)}{2I\lambda^3\mu\nu\zeta_1 + 2I\lambda^3\nu\zeta_1 + 2I\lambda^3\zeta_2 - 2I\lambda\nu^2\zeta_2 + \lambda^2\mu\nu^2 + 4\lambda^2\nu\zeta_1\zeta_2 - 2I\lambda\nu\zeta_1 - \lambda^4 + \lambda^2\nu^2 + \lambda^2 - \nu^2} \quad (75)$$

Nótese que las ecuaciones (74) y (75) son funciones complejas de los desplazamientos en estado estable de la masa no suspendida (m) y la masa suspendida (M), respectivamente. Luego, las magnitudes de la respuesta para cada masa inercial se pueden expresar de la siguiente manera,

$$\frac{ZK_t}{f_0} = H_1 = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}} \quad (76)$$

$$\frac{Z_tK_t}{f_0} = H_2 = \sqrt{\frac{E^2 + F^2}{C^2 + D^2}} \quad (77)$$

donde, H_1 y H_2 representan la función de respuesta en frecuencia sin dimensión para cada masa física inercial. Luego, las subfunciones reales tanto de H_1 y H_2 son las siguientes,

$$A = \lambda^2 - \nu^2$$

$$B = -2\lambda\nu\zeta_1$$

$$C = -\lambda^4 + (\mu\nu^2 + 4\nu\zeta_1\zeta_2 + \nu^2 + 1)\lambda^2 - \nu^2$$

$$D = (2\mu\nu\zeta_1 + 2\nu\zeta_1 + 2\zeta_2)\lambda^3 + (-2\nu^2\zeta_2 - 2\nu\zeta_1)$$

$$E = -v^2$$

$$F = -2\lambda v \zeta_1$$

Nótese que las respuestas Z y Z_t se pueden escribir en términos de las FRF sin dimensión H_1 y H_2 como sigue,

$$Z = H_1 \cdot \frac{f_0}{K_t} \quad (78)$$

$$Z_t = H_2 \cdot \frac{f_0}{K_t} \quad (79)$$

Las ecuaciones (78) y (79) son los desplazamientos en estado estable de las masas inerciales M y m , respectivamente. Ahora se define la velocidad en estado estable de cada masa inercial, donde se tiene lo siguiente

$$V_1 = S \cdot \frac{H_1 f_0}{K_t} \quad (80)$$

$$V_2 = S \cdot \frac{H_2 f_0}{K_t} \quad (81)$$

Así, al combinar la variable de Laplace $S = I \cdot \omega$, con la ecuación (61), se puede reescribir como sigue

$$S = I \cdot \lambda \omega_2 \quad (82)$$

Sustituyendo la ecuación (82) y $K_t = \omega^2 m$, en las ecuaciones (80) y (81), se tiene,

$$V_1 = \frac{H_1 f_0 I \lambda}{\omega_2 m} \quad (83)$$

$$V_2 = \frac{H_2 f_0 I \lambda}{\omega_2 m} \quad (84)$$

Nótese, que $\omega_2 \cdot m = \sqrt{K_t m}$, por lo que las ecuaciones (83) y (84), se pueden escribir como,

$$V_1 \sqrt{K_t m} = H_1 f_0 I \lambda \quad (85)$$

$$V_2 \sqrt{K_t m} = H_2 f_0 I \lambda \quad (86)$$

En las ecuaciones (85) y (86), $I = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria, por otro lado f_0 es la amplitud máxima de la fuerza de excitación en el sistema, que está dada en Newtons. De hecho, la fuerza en el dominio del tiempo $F(t) = f_0 e^{I\omega t}$ para el caso general de excitación de fuerza armónica. Luego, la unidad imaginaria I se puede eliminar como sigue,

$$\begin{aligned} V_1 \sqrt{K_t m} &= H_1 f_0 I \lambda = I \lambda \left(\frac{A + IB}{C + ID} \right) f_0 = \left(\frac{I\lambda A + I^2 \lambda B}{C + ID} \right) f_0 = \left(\frac{I\lambda A - \lambda B}{C + ID} \right) f_0 = f_0 \lambda \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}} \\ &= (\lambda H_1) f_0 \end{aligned} \quad (87)$$

$$\begin{aligned} V_2 \sqrt{K_t m} &= H_2 f_0 I \lambda = I \lambda \left(\frac{E + IF}{C + ID} \right) f_0 = \left(\frac{I\lambda E + I^2 \lambda F}{C + ID} \right) f_0 = \left(\frac{I\lambda E - \lambda F}{C + ID} \right) f_0 = f_0 \lambda \sqrt{\frac{E^2 + F^2}{C^2 + D^2}} \\ &= (\lambda H_2) f_0 \end{aligned} \quad (88)$$

Entonces la velocidad en estado estable de las masas inerciales se puede expresar de manera adimensional como,

$$\frac{V_1 \sqrt{K_t m}}{f_0} = \lambda H_1 \quad (89)$$

$$\frac{V_2 \sqrt{K_t m}}{f_0} = \lambda H_2 \quad (90)$$

Luego, la energía cinética de la masa no suspendida (m), se puede calcular a partir de la siguiente expresión

$$E_k = \frac{1}{2} m (\dot{Z}_t)^2 \quad (91)$$

Al aplicar la transformada de Fourier a la ecuación (91) se obtiene lo siguiente,

$$E_k = \frac{1}{2} m \left(\frac{H_2 f_0 \lambda}{\sqrt{K_t m}} \right)^2 \quad (92)$$

Dividiendo la ecuación (92) por la frecuencia natural ω_2 ,

$$E_k = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{f_0^2}{\omega_2} \lambda^2 H_2^2}{\frac{K_t}{\omega_2}} \right) \quad (93)$$

donde, $\frac{f_0^2}{\omega_2} = S_f$ es la densidad espectral de potencia (PSD) de la fuerza de excitación en el sistema. Entonces,

$$E_k = \frac{1}{2} \left(\frac{S_f \lambda^2 H_2^2 \omega_2}{K_t} \right) \quad (94)$$

Tal como se observa en la ecuación (94) la energía cinética es una función racional que varía a medida que cambia la frecuencia forzada (λ). Por lo tanto, el valor esperado para la función de energía de la ecuación (94) se tiene,

$$E[Vel] = \frac{1}{2} \left(\frac{S_f \omega_2}{K_t} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^2 H_2^2 d\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{S_f \omega_2}{K_t} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^2 \left(\frac{E^2 + F^2}{C^2 + D^2} \right) d\lambda \quad (95)$$

El valor esperado que de hecho es la varianza de la función velocidad en estado estable se puede expresar de forma adimensional al dividir la ecuación (95) por el término $\frac{S_f \omega_2}{K_t}$

$$J_k = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^2 \left(\frac{E^2 + F^2}{C^2 + D^2} \right) d\lambda \quad (96)$$

La ecuación (96) es conocida como el índice de rendimiento H_2 o la norma H_2 de una señal en el dominio de la frecuencia. Además, se debe notar que la función racional del integrando de esa ecuación es la función de la velocidad de la masa no suspendida que también es bien conocida en la literatura como la función de movilidad de la estructura primaria.

Las subfunciones tanto del numerador como del denominador del integrando de la ecuación (96) se pueden generalizar como aquella generalización reportada por (J. B. Roberts y P. D. Spanos, 2003). Por lo tanto,

$$J_k = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G_m(\lambda)}{E_m(I\lambda) \cdot E_m(-I\lambda)} d\lambda \quad (97)$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_{m-1} \cdot \lambda^{2(m-1)} + B_{m-2} \cdot \lambda^{2(m-2)} + B_{m-1} \cdot \lambda^{2(m-3)} + \dots + B_0}{A_m(I\lambda)^m + A_{m-1}(I\lambda)^{m-1} + A_{m-2}(I\lambda)^{m-2} + \dots + A_0} d\lambda$$

De modo que, la integral impropia de la ecuación (96) se puede reescribir como sigue,

$$J_k = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^2 \left(\frac{E^2 + F^2}{C^2 + D^2} \right) d\lambda = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G_m(\lambda)}{E_m(I\lambda) \cdot E_m(-I\lambda)} d\lambda \quad (98)$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_3 \cdot \lambda^6 + B_2 \cdot \lambda^4 + B_1 \cdot \lambda^2 + B_0}{A_4(I\lambda)^4 + A_3(I\lambda)^3 + A_2(I\lambda)^2 + A_1(I\lambda) + A_0} d\lambda$$

De hecho (J. B. Roberts y P. D. Spanos, 2003), hacen referencia al método de integración de los residuos o a la Integral de Cauchy, que en efecto es una integral de contorno o cerrada. Luego, la solución de la integral para el caso del modelo de un cuarto de suspensión convencional, se puede expresar como,

$$J_k = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_3 \cdot \lambda^6 + B_2 \cdot \lambda^4 + B_1 \cdot \lambda^2 + B_0}{A_4(I\lambda)^4 + A_3(I\lambda)^3 + A_2(I\lambda)^2 + A_1(I\lambda) + A_0} d\lambda \quad (99)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{A_4}{\pi} \cdot \frac{\left\| \begin{array}{cccc} B_3 & B_2 & B_1 & B_0 \\ -A_4 & A_2 & -A_0 & 0 \\ 0 & -A_3 & A_1 & 0 \\ 0 & A_4 & -A_2 & A_0 \end{array} \right\|}{\left\| \begin{array}{cccc} A_3 & -A_1 & 0 & 0 \\ -A_4 & A_2 & -A_0 & 0 \\ 0 & -A_3 & A_1 & 0 \\ 0 & A_4 & -A_2 & A_0 \end{array} \right\|}$$

Por lo tanto,

$$J_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi(-A_0^2 A_3 B_3 + A_0 A_1 A_2 B_3 + A_0 A_1 A_4 B_2 + A_0 A_3 A_4 B_1 - A_1 A_4^2 B_0 + A_2 A_3 A_4 B_0)}{A_4(-A_0^2 A_3^2 - A_0 A_1^2 A_4 + A_0 A_1 A_2 A_3)} \quad (100)$$

A partir de la solución de la norma H_2 que se muestra en la ecuación (100) se logra obtener el cálculo de los índices de rendimiento del sistema de suspensión automotriz convencional, dichos índices son requerimientos muy importantes en el proceso de diseño del amortiguador automotriz. Por lo que, en la siguiente subsección se formulan los parámetros de rendimiento dinámico de la suspensión automotriz convencional.

3.6.3 Parámetros de rendimiento dinámico en la suspensión automotriz

El rendimiento dinámico del sistema de suspensión se evalúa de acuerdo a la comodidad de los pasajeros, lo que depende de la aceleración de la masa suspendida y la calidad del contacto de los neumáticos con la carretera. Para poder cuantificar estos requisitos de diseño, existen cinco parámetros que se conocen como: índice de confort (J_A); índice del nivel de deflexión del sistema de suspensión (J_D); índice de la carga dinámica de los neumáticos sobre la carretera (J_T); índice de potencia disipada en el amortiguador del sistema de suspensión (J_P) y el índice de la carga dinámica sobre el sistema de suspensión (J_{DS}), (Barredo, 2020). Por otro lado, la excitación de entrada que representa la irregularidad del camino, se puede expresar por medio de una densidad espectral de potencia (PSD) en términos de frecuencia temporal, por lo que es necesario reescribir la ecuación (50) como sigue:

$$\dot{Z}_g(t) = 2\pi \cdot n_o \cdot w(t) \cdot \sqrt{G_q(n_o) \cdot V} - 2\pi \cdot f_o \cdot Z_g(t) \quad (101)$$

donde $Z_g(t)$ es el desplazamiento de excitación del camino en m; $G_q(n_o)$ es el coeficiente de rugosidad de la carretera en m^3 ; n_o es una frecuencia espacial de referencia que es igual a 0.1 m^{-1} ; f_o es una frecuencia de corte con un valor de 0.0628 Hz ; V es la velocidad de conducción en m/s ; $w(t)$ es una señal de ruido blanco gaussiano en el dominio del tiempo. Al aplicar Laplace a la ecuación (101), se obtiene lo siguiente,

$$Z_g(S) = \frac{2\pi \cdot n_o \cdot w(S) \cdot \sqrt{G_q(n_o) \cdot V}}{S + 2\pi \cdot f_o} \quad (102)$$

Ya que $H_i(S) = \frac{Z(S)}{Z_g(S)}$, $Z(S)$ se puede expresar de la manera siguiente,

$$Z(S) = H_i(S) \cdot Z_g(S) = H_i(S) \left(\frac{2\pi \cdot n_o \cdot w(S) \cdot \sqrt{G_q(n_o) \cdot V}}{S + 2\pi \cdot f_o} \right) \quad (103)$$

Reemplazando la variable de Laplace $S=j\omega$ en la ecuación (103), y obteniendo su valor absoluto se tiene,

$$Z(j\omega) = H_i(j\omega) \cdot Z_g(j\omega) = H_i(j\omega) \left(\frac{2\pi \cdot n_o \cdot w(j\omega) \cdot \sqrt{G_q(n_o) \cdot V}}{j\omega + 2\pi \cdot f_o} \right) \quad (104)$$

$$|Z(j\omega)| = |H_i(j\omega)| \left(\frac{(2\pi \cdot n_o)^2 \cdot (G_q(n_o) \cdot V)}{\omega^2 + (2\pi \cdot f_o)^2} \right)^{1/2} |w(j\omega)|$$

Ahora para el cálculo del valor esperado se tiene la siguiente expresión $E[|X(j\omega)|^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} X_i^2(t) dt$. Por lo tanto,

$$E[|Z(j\omega)|^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} |H_i(j\omega)|^2 \cdot |Z_g(j\omega)|^2 \cdot |w(j\omega)|^2 d\omega \quad (105)$$

donde, $S_x^2 = |w(j\omega)|^2$ y $|Z_g(j\omega)|^2 = \left(\frac{(2\pi \cdot n_o)^2 \cdot (G_q(n_o) \cdot V)}{\omega^2 + (2\pi \cdot f_o)^2} \right)$.

Así, al resolver la ecuación (105) para obtener el valor esperado del sistema, resulta lo siguiente

$$E[|Z(j\omega)|^2] = S_x^2 \cdot (2\pi \cdot n_o)^2 \cdot G_q \cdot V \int_{-\infty}^{+\infty} |H_i(j\omega)|^2 \left[\frac{1}{\omega^2 + 2\pi \cdot f_o} \right] d\omega \quad (106)$$

Por lo tanto, al resolver la ecuación (106), se obtiene la formulación para el cálculo para los índices de rendimiento del sistema de suspensión regenerativo electromagnético se puede representar mediante la siguiente expresión,

$$J = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_i(j\omega)|^2 \left(\frac{1}{\omega^2 + 2\pi \cdot f_o} \right) d\omega \right)^{1/2}$$

Cuando se considera, $f_o \approx 0$

$$J = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\omega^2} \right) \cdot |H_i(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2} \quad (107)$$

En efecto, como se ha mencionado anteriormente, las varianzas de las funciones de transferencia del sistema de suspensión automotriz regenerativo electromagnético, representan los índices de rendimiento. Dichos índices son de principal interés en este proyecto, puesto que son los parámetros de diseño del amortiguador regenerativo electromagnético.

Por lo tanto, a partir de la ecuación (107) la formulación de los índices de rendimiento del sistema de suspensión automotriz se define como,

$$E[|H_{Acel}(j\omega)|^2] = J_A = \sqrt{2\pi G_x(\eta_0)V} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{j\omega} H_{Acel}(j\omega) \right|^2 d\omega \quad (108)$$

$$E[|H_{SuspDeflec}(j\omega)|^2] = J_D = \sqrt{2\pi G_x(\eta_0)V} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{j\omega} H_{SuspDeflec}(j\omega) \right|^2 d\omega \quad (109)$$

$$E[|H_{TyreLoad}(j\omega)|^2] = J_T = \sqrt{2\pi G_x(\eta_0)V} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{j\omega} H_{TyreLoad}(j\omega) \right|^2 d\omega \quad (110)$$

$$E[|H_{PowerDisip}(j\omega)|^2] = J_P = \sqrt{2\pi G_x(\eta_0)V} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{j\omega} H_{PowerDisip}(j\omega) \right|^2 d\omega \quad (111)$$

De esta manera, las medidas de desempeño dinámico del sistema de suspensión quedan definidas por las ecuaciones (108)-(111), y representan la salida de energía total de vibración en cada parte del sistema de suspensión. Aunque estos cuatro índices son en los que se centra este trabajo de tesis para el diseño del amortiguador regenerativo electromagnético, cabe mencionar que existe un quinto índice (índice de la carga dinámica sobre el sistema de suspensión) el cual relaciona los efectos dinámicos causados por la acción de frenado y arranque del vehículo con la transferencia de energía máxima en el sistema de suspensión. En efecto, a partir de cada una de estas medidas de rendimiento se puede obtener el diseño óptimo de un amortiguador, por lo que se debe utilizar un proceso de optimización cuidadoso para obtener el mejor compromiso entre los índices de rendimiento del sistema de suspensión. Adicionalmente, en la siguiente subsección, se presenta el método de optimización que se utiliza en este trabajo de tesis, con el objetivo de obtener el diseño de un amortiguador regenerativo electromagnético con una capacidad de regeneración de energía máxima.

3.6.4 Balance de energía estocástica

Para diversos análisis el modelo completo de la suspensión automotriz se considera simétrico, de modo que analizar un cuarto de la suspensión del vehículo es más conveniente. Por lo tanto, en esta subsección el análisis de conservación de la energía se realiza con base en el modelo de un cuarto de vehículo. Dicho análisis puede ser establecido como punto de partida para el cálculo del potencial de recolección de energía, entonces la ecuación que satisface la conservación de potencia en el sistema de suspensión automotriz se puede expresar como,

$$P_{en} = \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + P_{dis} \quad (112)$$

donde, E_p y E_k representan la energía potencial y la energía cinética del sistema de suspensión durante la conducción sobre una carretera irregular, respectivamente.

$$E_p = \frac{1}{2}K(Z - Z_t)^2 + \sum \frac{1}{2}K_{ij}(Z_i - Z_j)^2 \quad (113)$$

$$E_k = \sum \frac{1}{2}m_i(\dot{Z}_i)^2 \quad (114)$$

Al derivar respecto al tiempo las ecuaciones (113) y (114) se obtienen las siguientes expresiones matemáticas

$$\frac{dE_p}{dt} = K(Z - Z_t) \cdot (\dot{Z} - \dot{Z}_t) + \sum K_{ij}(Z_i - Z_j)(\dot{Z}_i - \dot{Z}_j) \quad (115)$$

$$\frac{dE_k}{dt} = \sum m_i \dot{Z}_i \ddot{Z}_i \quad (116)$$

De modo que, si para un sistema lineal su excitación de entrada es estacionaria, su respuesta de estado estable será estacionaria también. Además, el valor esperado en estos procesos para la respuesta de estado estable es cero (Caughey, 1971). Por lo tanto, a partir de la deducción de las ecuaciones (113)-(116) se obtiene la siguiente expresión,

$$\left\langle \frac{dE_p}{dt} \right\rangle = \left\langle \frac{dE_k}{dt} \right\rangle = 0 \quad (117)$$

La ecuación (117) indica que la energía cinética y la energía potencial de un sistema lineal permanecen estadísticamente constantes en estado estacionario. Calculado el valor medio de cada término de la ecuación (112) y usando la ecuación (117) se tiene,

$$\langle P_{en} \rangle = \langle P_{dis} \rangle \quad (118)$$

La ecuación (118) representa que, para el modelo de un cuarto de vehículo en estado estable, la potencia de entrada debido a la excitación de la carretera es igual en el sentido estadístico a la energía disipada por los amortiguadores. De este modo se asegura el aprovechamiento máximo en la regeneración de energía, y puesto que el objetivo de esta tesis es diseñar un amortiguador regenerativo electromagnético óptimo, con una capacidad de regeneración de energía elevada es preciso aplicar el balance de energía estocástica al sistema de suspensión regenerativo electromagnético propuesto en este trabajo. Los problemas de optimización de este tipo, se pueden resolver por medio de herramientas de matemática simbólica. La disponibilidad los softwares que cuentan con estas herramientas de optimización, va desde softwares de código abierto como SciLab, Octave y Python, por nombrar solo algunos, hasta optimizadores incluidos en paquetes de software comúnmente disponibles como Microsoft Excel, Matlab, Maplesoft, etc. Ya que en esta tesis se utiliza el software de Matlab y Matlab Simulink para realizar los análisis del sistema regenerativo electromagnético, es importante relacionarse y conocer las herramientas de dichos programas.

3.7 Softwares

Los softwares de cálculo científico son herramientas con la capacidad de resolver problemas numéricos complicados y tratar gráficamente los problemas. Uno de estos programas y el que es utilizado en esta tesis es el software Matlab, que es una plataforma de programación y computación numérica utilizada para analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos. Además, este programa tiene integrado un editor gráfico llamado Simulink, el cual proporciona bibliotecas de bloques personalizables y solucionadores para modelar y simular el comportamiento de sistemas dinámicos. Dichas herramientas suelen resolver eficientemente varios tipos de problemas. Sin embargo, dichos métodos generalmente requieren una preparación técnica considerable por parte del usuario y, a menudo, también requieren una cantidad sustancial de tiempo de computadora. Por lo tanto, es importante tener buenos conocimientos acerca de estos softwares y sus algoritmos de optimización, ya que esto facilita la implementación de dichos programas en algún problema en particular de ingeniería, además de garantizar un análisis más preciso y confiable.

Capítulo 4: Modelado y simulación numérica del sistema de suspensión regenerativo electromagnético

Para garantizar una buena conducción, el sistema de suspensión automotriz debe cumplir con ciertas especificaciones de comodidad y agarre a la carretera. Dichas especificaciones se pueden describir a través de rangos de frecuencia, por ejemplo; idealmente, el desplazamiento vertical del chasis debería ser el mismo que el de la carretera para bajas frecuencias (inferiores a 1 Hz) y atenuado para altas frecuencias (superiores a 1 Hz), además, especialmente para frecuencias altas, la rueda debe permanecer siempre en contacto con la carretera. Sin embargo, la evaluación de la respuesta humana a la vibración es compleja, ya que los resultados están influenciados por las variaciones en la sensibilidad individual y por los métodos de prueba utilizados por diferentes investigadores. Por esta razón, se han propuesto numerosos criterios de confort de conducción que definen la amplitud aceptable de vibración en función de la frecuencia. Por lo tanto, es necesario caracterizar el modelo dinámico de la suspensión automotriz regenerativa a través de sus funciones de respuestas de frecuencia (FRF's) y de los índices de rendimiento (en el dominio de la frecuencia). De modo que, el objetivo en esta sección es presentar dichas FRF's del sistema de suspensión automotriz regenerativo propuesto.

4.1 Modelo dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético para un cuarto de vehículo

Para el caso del modelo de un cuarto de vehículo, la suspensión regenerativa se compone por un amortiguador viscoso, un resorte o muelle y el amortiguador regenerativo electromagnético, tal como se observa en la Figura 36.

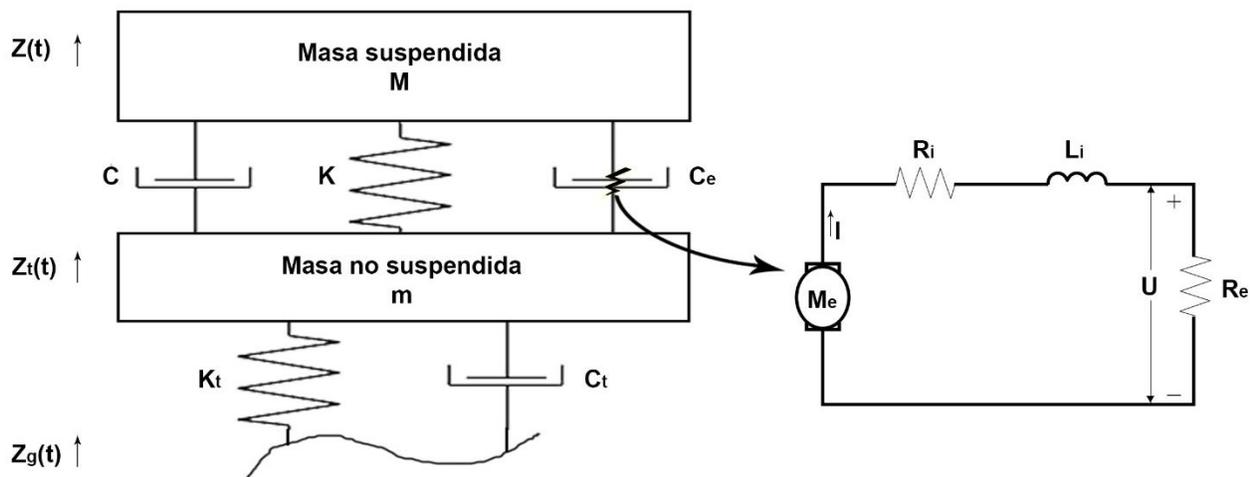


Figura 36: Modelo de un cuarto de sistema de suspensión regenerativo electromagnético.

Por medio del modelo de la Figura 36, se pueden deducir las ecuaciones que describen las dinámicas de un cuarto de vehículo con base en el formulismo de Euler-Lagrange. Por lo tanto, el sistema de ecuaciones se puede expresar como,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}} + \frac{B_t U}{R_e} = 0 \quad (119)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_t} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z_t} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}_t} - \frac{B_t U}{R_e} = 0 \quad (120)$$

donde $L = T - V$; T representa la energía cinética total del sistema de suspensión regenerativo como resultado de las masas recíprocas, en este sistema es necesario considerar la masa del conjunto de bobinas m_c , y la masa del conjunto de imanes m_m , por lo que se tiene, $T = \frac{1}{2}(M + m_c)\dot{Z}^2 + \frac{1}{2}(m + m_m)\dot{Z}_t^2$; V es la energía potencial de los resortes, $V = \frac{1}{2}K(Z - Z_t)^2 + \frac{1}{2}K_t(Z_t - Z_g)^2$, y se añade la energía de amortiguamiento por parte de los amortiguadores $D = \frac{1}{2}C(\dot{Z} - \dot{Z}_t)^2 + \frac{1}{2}C_t(\dot{Z}_t - \dot{Z}_g)^2$, además de considerar la energía de amortiguamiento del amortiguador regenerativo electromagnético, la cual se expresa como $\frac{B_t U}{R_e}$, donde $B_t = Bl$ es la constante de acoplamiento electromecánico; B es la intensidad del campo magnético, l es la longitud total de las bobinas, U es el voltaje de salida y la resistencia externa se denota como R_e .

Adicionalmente, se agrega al sistema, la ecuación gobernante del circuito eléctrico del amortiguador electromagnético que se observa en la Figura 36, la cual está dada por la siguiente expresión matemática,

$$L_i \left(\frac{\dot{U}}{R_e} \right) + U \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = B_s(\dot{Z} - \dot{Z}_t) \quad (121)$$

De modo que, al resolver las ecuaciones (119), (120) y (121), se obtiene el sistema de ecuaciones gobernantes de un cuarto de suspensión regenerativa electromagnética,

$$(M + m_c) \cdot \ddot{Z} + K \cdot (Z - Z_t) + C \cdot (\dot{Z} - \dot{Z}_t) + \frac{B_t \cdot U}{R_e} = 0 \quad (122)$$

$$(m + m_m) \cdot \ddot{Z}_t - C \cdot (\dot{Z} - \dot{Z}_t) - K \cdot (Z - Z_t) + C_t \cdot (\dot{Z}_t - \dot{Z}_g) + K_t \cdot (Z_t - Z_g) - \frac{B_t \cdot U}{R_e} = 0 \quad (123)$$

$$B_s \cdot (\dot{Z} - \dot{Z}_t) - L_i \cdot \left(\frac{\dot{U}}{R_e} \right) - (R_i + R_e) \cdot \left(\frac{U}{R_e} \right) = 0 \quad (124)$$

Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones (122), (123) y (124), y expresando el sistema de ecuaciones en forma matricial, se tiene

$$\begin{bmatrix} S^2 \cdot (M + m_c) + S \cdot C & -K - S \cdot C & \frac{B_t}{R_e} \\ -S \cdot C - K & S^2 \cdot (m + m_m) \cdot + S \cdot C + K + S \cdot C_t + K_t & -\frac{B_t}{R_e} \\ S \cdot B_s & -S \cdot B_s & -S \cdot \frac{L_i}{R_e} - \frac{R_e + R_i}{R_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{Z(S)}{Z_g(S)} \\ \frac{Z_t(S)}{Z_g(S)} \\ \frac{U(S)}{Z_g(S)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_t + S \cdot C_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (125)$$

A partir de la ecuación (125) se obtiene la función de transferencia $H_M(S) = \frac{Z(S)}{Z_g(S)}$, la cual relaciona la excitación de la carretera y el movimiento absoluto del chasis del vehículo, y $H_m(S) = \frac{Z_t(S)}{Z_g(S)}$, que es la función de transferencia que relaciona la excitación de la carretera y la dinámica de las ruedas del vehículo. De modo que H_M y H_m se pueden expresar como se muestra en las siguientes ecuaciones,

$$H_M(S) = \frac{CC_t L_i S^3 + (B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i) S^2 + (B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i) S + KK_t R_e + KK_t R_i}{(L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) S^5 + (CL_i M + CL_i m + CL_i m_c + CL_i m_m + C_t L_i M + C_t L_i m_c + MR_e m) S^4 + (MR_e m_m + MR_i m + MR_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m) S^4 + (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + CC_t L_i + CMR_e + CMR_i + CR_e m) S^3 + (CR_e m_c + CR_e m_m + CR_i m + CR_i m_c + CR_i m_m + C_t MR_e + C_t MR_i + C_t R_e m_c) S^3 + (C_t R_i m_c + KL_i M + KL_i m + KL_i m_c + KL_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c) S^3 + (B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i + KMR_e + KMR_i + KR_e m) S^2 + (KR_e m_c + KR_e m_m + KR_i m + KR_i m_c + KR_i m_m + K_t MR_e + K_t MR_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c) S^2 + (B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i) S + KK_t R_e + KK_t R_i} \quad (126)$$

$$H_m(S) = \frac{(C_t L_i M + C_t L_i m_c) S^4 + (CC_t L_i + C_t MR_e + C_t MR_i + C_t R_e m_c + C_t R_i m_c + K_t L_i M + K_t L_i m_c) S^3 + (B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i + K_t MR_e + K_t MR_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c) S^2 + (B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i) S + KK_t R_e + KK_t R_i}{(L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) S^5 + (CL_i M + CL_i m + CL_i m_c + CL_i m_m + C_t L_i M + C_t L_i m_c + MR_e m) S^4 + (MR_e m_m + MR_i m + MR_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m) S^4 + (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + CC_t L_i + CMR_e + CMR_i + CR_e m) S^3 + (CR_e m_c + CR_e m_m + CR_i m + CR_i m_c + CR_i m_m + C_t MR_e + C_t MR_i + C_t R_e m_c) S^3 + (C_t R_i m_c + KL_i M + KL_i m + KL_i m_c + KL_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c) S^3 + (B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i + KMR_e + KMR_i + KR_e m) S^2 + (KR_e m_c + KR_e m_m + KR_i m + KR_i m_c + KR_i m_m + K_t MR_e + K_t MR_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c) S^2 + (B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i) S + KK_t R_e + KK_t R_i} \quad (127)$$

Así, con las ecuaciones (126) y (127) se relaciona la excitación de la carretera y el movimiento absoluto del vehículo, y con esto se obtienen las funciones de transferencia de la aceleración del chasis, de la deflexión de la suspensión, de la carga dinámica sobre los neumáticos y de la potencia regenerada por el amortiguador regenerativo electromagnético. De modo que, la formulación de dichas funciones de transferencia se muestra a continuación,

$$H_A(S) = S^2 \cdot H_M(S) \quad (128)$$

$$H_D(S) = H_M(S) - H_m(S) \quad (129)$$

$$H_T(S) = K_t \cdot (H_m(S) - 1) \quad (130)$$

Mientras que para la función de transferencia que relaciona la excitación de la carretera y el voltaje producido por el amortiguador regenerativo electromagnético se tiene,

$$H_U(S) = \frac{U(S)}{Z_g(S)} \quad (131)$$

Las funciones de transferencia mostradas en las ecuaciones (128), (129), (130) y (131), relacionan las respuestas del sistema de suspensión regenerativo ante la excitación de entrada que representa a la carretera. De modo que, con estas funciones de respuesta se puede predecir el comportamiento del vehículo para analizar su rendimiento, de hecho, como se mencionó en la subsección 3.6.2 al aplicar la norma H_2 a estas funciones de respuesta, se obtienen los índices de rendimiento del sistema de suspensión regenerativo electromagnético.

4.2 Modelo dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético de medio vehículo

El modelo de medio vehículo, se compone por la vinculación de dos modelos de un cuarto de vehículo, teniendo así, dos puntos de entrada para la excitación que se genera por las perturbaciones de la carretera, por lo que se produce un ángulo de giro en el chasis del automóvil. Dicho movimiento se denomina cabeceo, y se denota con la letra griega Φ , tal como se muestra en el diagrama mostrado en la Figura 37. Donde, la rueda trasera y la rueda delantera del vehículo se consideran como los puntos de entrada para la excitación que produce la carretera.

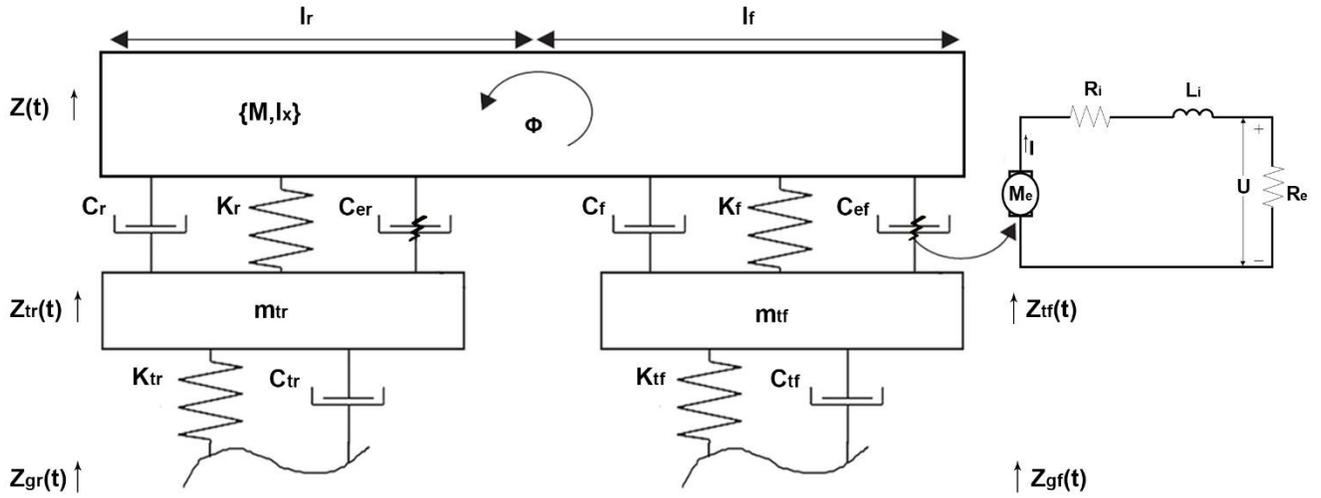


Figura 37: Modelo de medio sistema de suspensión regenerativo electromagnético.

A partir de la aplicación de las leyes de la física en el diagrama de cuerpo libre descrito en la figura anterior se obtienen las ecuaciones dinámicas del sistema de suspensión regenerativo electromagnético de medio vehículo. De modo que, la formulación lagrangiana se describe como sigue:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}} + \frac{B_t U_f}{R_e} + \frac{B_t U_r}{R_e} = 0 \quad (132)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\phi}} - l_f \left(\frac{B_t U_f}{R_e} \right) + l_r \left(\frac{B_t U_r}{R_e} \right) = 0 \quad (133)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_{tf}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z_{tf}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}_{tf}} - \frac{B_t U_f}{R_e} = 0 \quad (134)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_{tr}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z_{tr}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}_{tr}} - \frac{B_t U_r}{R_e} = 0 \quad (135)$$

$$L_i \left(\frac{\dot{U}_f}{R_e} \right) + U_f \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = B_s (Z_{cf} - Z_{tf}) \quad (136)$$

$$L_i \left(\frac{\dot{U}_r}{R_e} \right) + U_r \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = B_s (Z_{cr} - Z_{tr}) \quad (137)$$

donde $L = T - V$; T representa la energía cinética total del sistema de suspensión regenerativo como resultado de las masas recíprocas, por lo que se puede expresar como, $T = \frac{1}{2} M \dot{Z}^2 + \frac{1}{2} m_c (\dot{Z}_{cf} + \dot{Z}_{cr})^2 + \frac{1}{2} (m_{tf} + m_m) \dot{Z}_{tf}^2 + \frac{1}{2} (m_{tr} + m_m) \dot{Z}_{tr}^2$; V es la energía potencial de los resortes del sistema, y se expresa como, $V = \frac{1}{2} K_f (Z_{cf} - Z_{tf})^2 + \frac{1}{2} K_r (Z_{cr} - Z_{tr})^2 + \frac{1}{2} K_{tf} (Z_{tf} - Z_{gf})^2 + \frac{1}{2} K_{tr} (Z_{tr} - Z_{gr})^2$, además se añade la energía de amortiguamiento por parte de los amortiguadores convencionales del sistema $D = \frac{1}{2} C_f (\dot{Z}_{cf} - \dot{Z}_{tf})^2 + \frac{1}{2} C_r (\dot{Z}_{cr} - \dot{Z}_{tr})^2 + \frac{1}{2} C_{tf} (\dot{Z}_{tf} - \dot{Z}_{gf})^2 + \frac{1}{2} C_{tr} (\dot{Z}_{tr} - \dot{Z}_{gr})^2$. Así, al resolver las ecuaciones (132), (133), (134), (135), (136) y (137), se obtiene el modelo de media suspensión regenerativa electromagnética, el cual se puede expresar por medio de las ecuaciones dinámicas siguientes,

$$M \ddot{Z} + m_c (\ddot{Z}_{cf} + \ddot{Z}_{cr}) + C_f (\dot{Z}_{cf} - \dot{Z}_{tf}) + C_r (\dot{Z}_{cr} - \dot{Z}_{tr}) + K_f (Z_{cf} - Z_{tf}) + K_r (Z_{cr} - Z_{tr}) + \frac{B_t U_f}{R_e} + \frac{B_t U_r}{R_e} = 0 \quad (138)$$

$$I_x \ddot{\phi} - l_f \left(m_c \ddot{Z}_{cf} + C_f (\dot{Z}_{cf} - \dot{Z}_{tf}) + K_f (Z_{cf} - Z_{tf}) + \frac{B_t U_f}{R_e} \right) + l_r \left(m_c (\ddot{Z}_{cr} + \ddot{Z}_{cr}) + C_r (\dot{Z}_{cr} - \dot{Z}_{tr}) + K_r (Z_{cr} - Z_{tr}) + \frac{B_t U_r}{R_e} \right) = 0 \quad (139)$$

$$(m_{tf} + m_m) \ddot{Z}_{tf} - K_f (Z_{cf} - Z_{tf}) - C_f (\dot{Z}_{cf} - \dot{Z}_{tf}) + K_{tf} (Z_{tf} - Z_{gf}) + C_{tf} (\dot{Z}_{tf} - \dot{Z}_{gf}) - \frac{B_t U_f}{R_e} = 0 \quad (140)$$

$$(m_{tr} + m_m) \ddot{Z}_{tr} - K_r (Z_{cr} - Z_{tr}) - C_r (\dot{Z}_{cr} - \dot{Z}_{tr}) + K_{tr} (Z_{tr} - Z_{gr}) + C_{tr} (\dot{Z}_{tr} - \dot{Z}_{gr}) - \frac{B_t U_r}{R_e} = 0 \quad (141)$$

$$B_s (\dot{Z}_{cf} - \dot{Z}_{tf}) - L_i \left(\frac{\dot{U}_f}{R_e} \right) - U_f \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = 0 \quad (142)$$

$$B_s (\dot{Z}_{cr} - \dot{Z}_{tr}) - L_i \left(\frac{\dot{U}_r}{R_e} \right) - U_r \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = 0 \quad (143)$$

donde las posiciones, velocidades y aceleraciones de las esquinas del chasis, se describen linealmente como,

$$Z_{cf} = Z + l_f \cdot \phi; \dot{Z}_{cf} = \dot{Z} + l_f \cdot \dot{\phi}; \ddot{Z}_{cf} = \ddot{Z} + l_f \cdot \ddot{\phi} \quad (144)$$

$$Z_{cr} = Z - l_r \cdot \phi; \dot{Z}_{cr} = \dot{Z} - l_r \cdot \dot{\phi}; \ddot{Z}_{cr} = \ddot{Z} - l_r \cdot \ddot{\phi} \quad (145)$$

Después, se aplica el teorema de Laplace a las ecuaciones (138)-(143) para analizar el sistema en el dominio de la frecuencia, por lo que el sistema se puede expresar de la manera siguiente,

$$\begin{aligned} \frac{B_t U_f}{R_e} + \frac{B_t U_r}{R_e} + (j\omega C_f + j\omega C_r - \omega^2 M - 2\omega^2 m_c + K_f + K_r)Z + (-j\omega C_f - K_f)Z_f \\ + (-j\omega C_r - K_r)Z_r + (-\omega^2 m_c(l_f - l_r) + j\omega C_f l_f - j\omega C_r l_r + K_f l_f - K_r l_r)\phi = 0 \end{aligned} \quad (146)$$

$$\begin{aligned} -\frac{B_t U_f l_f}{R_e} + \frac{B_t U_r l_r}{R_e} + (j\omega C_f + j\omega C_r - 2\omega^2 m_c + K_f + K_r)Z + (-j\omega C_f - K_f)Z_f \\ + (-j\omega C_r - K_r)Z_r + (-\omega^2 I_x - \omega^2 m_c(l_f - l_r) + j\omega C_f l_f - j\omega C_r l_r + K_f l_f - K_r l_r)\phi = 0 \end{aligned} \quad (147)$$

$$\begin{aligned} -\frac{B_t U_r}{R_e} + (-j\omega C_r - K_r)Z + (-\omega^2(m_r + m_m) + j\omega C_{tr} + j\omega C_r + K_{tr} + K_r)Z_r \\ + (j\omega C_r l_r + K_r l_r)\phi - j\omega C_{tr} Z_{gr} - K_{tr} Z_{gr} = 0 \end{aligned} \quad (148)$$

$$\begin{aligned} -\frac{B_t U_f}{R_e} + (-j\omega C_f - K_f)Z + (-\omega^2(m_f + m_m) + j\omega C_{tf} + j\omega C_f + K_{tf} + K_f)Z_f \\ + (-j\omega C_f l_f - K_f l_f)\phi - j\omega C_{tf} Z_{gf} - K_{tf} Z_{gf} = 0 \end{aligned} \quad (149)$$

$$\left(\frac{-j\omega L_i}{R_e} - \frac{(R_e + R_i)}{R_e} \right) U_r + j\omega B_s Z - j\omega B_s Z_r - j\omega B_s l_r \phi = 0 \quad (150)$$

$$\left(\frac{-j\omega L_i}{R_e} - \frac{(R_e + R_i)}{R_e} \right) U_f + j\omega B_s Z - j\omega B_s Z_f + j\omega B_s l_f \phi = 0 \quad (151)$$

De modo que, el sistema se puede expresar en forma matricial, como se ve en la ecuación (152),

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 & E_1 & F_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 & E_2 & F_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 & E_3 & F_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 & E_4 & F_4 \\ A_5 & B_5 & C_5 & D_5 & E_5 & F_5 \\ A_6 & B_6 & C_6 & D_6 & E_6 & F_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z(j\omega) \\ \phi(j\omega) \\ Z_r(j\omega) \\ Z_f(j\omega) \\ U_r(j\omega) \\ U_f(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (K_{tr} + j\omega C_{tr}) \cdot Z_{gr} \\ (K_{tf} + j\omega C_{tf}) \cdot Z_{gf} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (152)$$

donde los coeficientes de la matriz se muestran a continuación,

$$A_1 = j\omega C_f + j\omega C_r - \omega^2 M - 2\omega^2 m_c + K_f + K_r; A_2 = j\omega C_f + j\omega C_r - 2j\omega^2 m_c + K_f + K_r; \\ A_3 = -j\omega C_r - K_r; A_4 = -j\omega C_f - K_f; A_5 = A_6 = j\omega B_s;$$

$$B_1 = -\omega^2 m_c (l_f - l_r) + j\omega C_f l_f - j\omega C_r l_r + K_f l_f - K_r l_r; \\ B_2 = -\omega^2 I_x - \omega^2 m_c (l_f - l_r) + j\omega C_f l_f - j\omega C_r l_r + K_f l_f - K_r l_r; \\ B_3 = j\omega C_r l_r + K_r l_r; B_4 = -j\omega C_f l_f - K_f l_f; B_5 = -j\omega B_s l_r; B_6 = j\omega B_s l_f$$

$$C_1 = -j\omega C_f - K_f; C_2 = -j\omega C_f - K_f; C_3 = 0; C_4 = -\omega^2 (m_f + m_m) + j\omega C_{tf} + j\omega C_f + K_{tf} + K_f; \\ C_5 = 0; C_6 = -j\omega B_s$$

$$D_1 = -j\omega C_r - K_r; D_2 = -j\omega C_r - K_r; D_3 = -\omega^2 (m_r + m_m) + j\omega C_{tr} + j\omega C_r + K_{tr} + K_r; D_4 = 0; \\ D_5 = -j\omega B_s; D_6 = 0$$

$$E_1 = \frac{B_t}{R_e}; E_2 = -\frac{l_f \cdot B_t}{R_e}; E_3 = 0; E_4 = -\frac{B_t}{R_e}; E_5 = 0; E_6 = -\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{(R_e + R_i)}{R_e}$$

$$F_1 = \frac{B_t}{R_e}; F_2 = \frac{l_r \cdot B_t}{R_e}; F_3 = -\frac{B_t}{R_e}; F_4 = 0; F_5 = -\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{(R_e + R_i)}{R_e}; F_6 = 0$$

Con el modelo dinámico de medio sistema de suspensión regenerativo electromagnético de la ecuación (152), se pueden determinar las funciones de transferencia del sistema de suspensión regenerativo para hallar las respuestas en frecuencia del sistema en estado estable, para así conocer la aceleración del chasis, la deflexión de la suspensión, la carga dinámica que ejerce el neumático sobre la carretera, y la cantidad de potencia regenerada por el sistema de suspensión regenerativo electromagnético. Adicionalmente, en la siguiente sección se realiza el análisis para el modelo dinámico del vehículo completo y así obtener un panorama completo del comportamiento del vehículo y el desempeño del sistema de suspensión regenerativo electromagnético.

4.3 Modelo dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético del vehículo completo

En esta sección se obtiene el modelo dinámico de la suspensión regenerativa electromagnética considerando el vehículo completo. Con esto se pretende analizar de forma más realista la capacidad de regeneración de energía que se puede obtener de la suspensión regenerativa completa. A continuación, se presenta el modelo del vehículo completo considerando sus principales dinámicas, ver Figura 38.

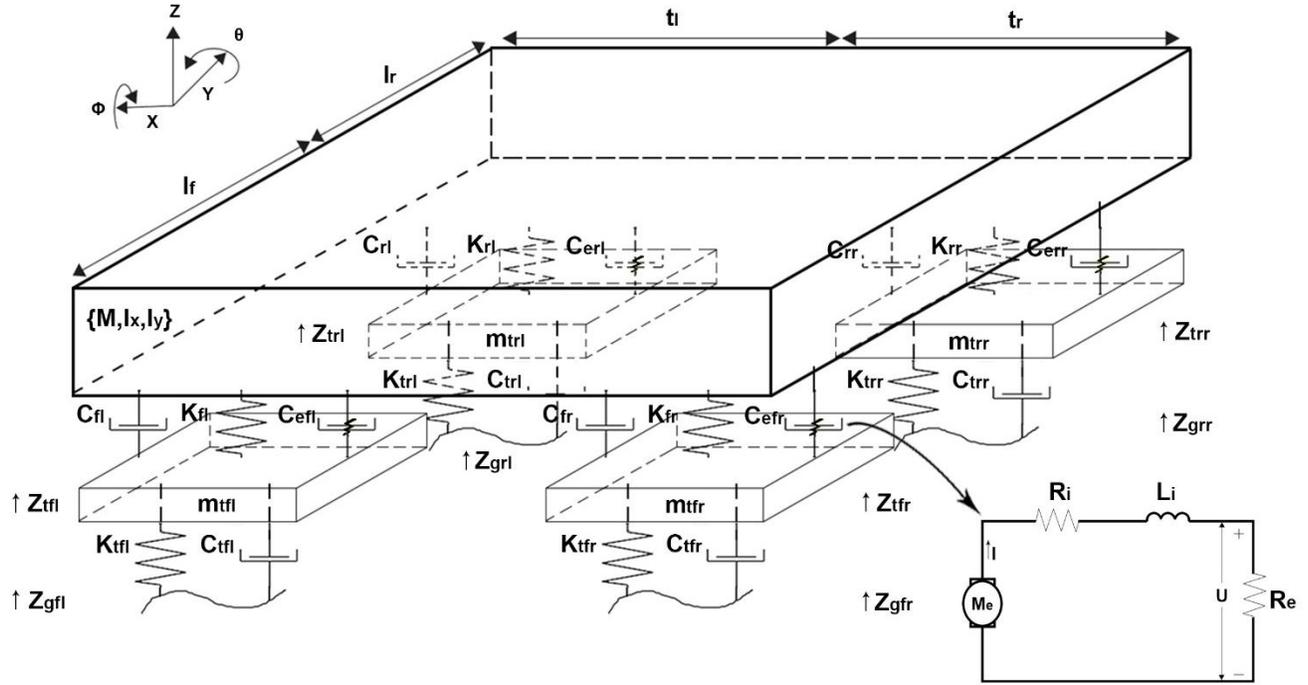


Figura 38: Modelo completo de la suspensión regenerativa electromagnética.

Como se observa en la Figura 38 el sistema de suspensión convencional ha sido modificado, añadiendo amortiguadores regenerativos electromagnéticos, los cuales han demostrado tener una buena capacidad en la regeneración de energía. Así, a partir de este modelo se pueden obtener las ecuaciones dinámicas del sistema de suspensión regenerativo electromagnético del vehículo completo. Entonces, la formulación lagrangiana del sistema se describe de la siguiente manera,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}} + \frac{B_t U_{fl}}{R_e} + \frac{B_t U_{fr}}{R_e} + \frac{B_t U_{rl}}{R_e} + \frac{B_t U_{rr}}{R_e} = 0 \quad (153)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\phi}} - l_f \left(\frac{B_t U_{fl}}{R_e} + \frac{B_t U_{fr}}{R_e} \right) + l_r \left(\frac{B_t U_{rl}}{R_e} + \frac{B_t U_{rr}}{R_e} \right) = 0 \quad (154)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} - t_f \left(\frac{B_t U_{fl}}{R_e} + \frac{B_t U_{fr}}{R_e} \right) + t_r \left(\frac{B_t U_{rl}}{R_e} + \frac{B_t U_{rr}}{R_e} \right) = 0 \quad (155)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_{tfl}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z_{tfl}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}_{tfl}} - \frac{B_t U_{fl}}{R_e} = 0 \quad (156)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_{tfr}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z_{tfr}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}_{tfr}} - \frac{B_t U_{fr}}{R_e} = 0 \quad (157)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_{trl}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z_{trl}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}_{trl}} - \frac{B_t U_{rl}}{R_e} = 0 \quad (158)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_{trr}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Z_{trr}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{Z}_{trr}} - \frac{B_t U_{rr}}{R_e} = 0 \quad (159)$$

$$L_i \left(\frac{\dot{U}_{fl}}{R_e} \right) + U_{fl} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = B_s (Z_{cfl} - Z_{tfl}) \quad (160)$$

$$L_i \left(\frac{\dot{U}_{fr}}{R_e} \right) + U_{fr} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = B_s (Z_{cfr} - Z_{tfr}) \quad (161)$$

$$L_i \left(\frac{\dot{U}_{rl}}{R_e} \right) + U_{rl} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = B_s (Z_{crl} - Z_{trl}) \quad (162)$$

$$L_i \left(\frac{\dot{U}_{rr}}{R_e} \right) + U_{rr} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = B_s (Z_{crr} - Z_{trr}) \quad (163)$$

donde $L = T - V$; T representa la energía cinética total del sistema de suspensión regenerativo como resultado de las masas recíprocas, por lo que se puede expresar como, $T = \frac{1}{2} M \dot{Z}^2 + \frac{1}{2} m_c (Z_{cfl} + Z_{cfr} + Z_{crl} + Z_{crr})^2 + \frac{1}{2} (m_{tfl} + m_m) Z_{tfl}^2 + \frac{1}{2} (m_{tfr} + m_m) Z_{tfr}^2 + \frac{1}{2} (m_{trl} + m_m) Z_{trl}^2 + \frac{1}{2} (m_{trr} + m_m) Z_{trr}^2$; V es la energía potencial de los resortes del sistema, $V = \frac{1}{2} K_{fl} (Z_{cfl} - Z_{tfl})^2 + \frac{1}{2} K_{fr} (Z_{cfr} - Z_{tfr})^2 + \frac{1}{2} K_{rl} (Z_{crl} - Z_{trl})^2 + \frac{1}{2} K_{rr} (Z_{crr} - Z_{trr})^2 + \frac{1}{2} K_{tfl} (Z_{tfl} - Z_{gfl})^2 + \frac{1}{2} K_{tfr} (Z_{tfr} - Z_{gfr})^2 + \frac{1}{2} K_{trl} (Z_{trl} - Z_{grl})^2 + \frac{1}{2} K_{trr} (Z_{trr} - Z_{grr})^2$, y se añade la energía de amortiguamiento por parte de los amortiguadores convencionales $D = \frac{1}{2} C_{fl} (Z_{cfl} - Z_{tfl})^2 + \frac{1}{2} C_{fr} (Z_{cfr} - Z_{tfr})^2 + \frac{1}{2} C_{rl} (Z_{crl} - Z_{trl})^2 + \frac{1}{2} C_{rr} (Z_{crr} - Z_{trr})^2 + \frac{1}{2} C_{tfl} (Z_{tfl} - Z_{gfl})^2 + \frac{1}{2} C_{tfr} (Z_{tfr} - Z_{gfr})^2 + \frac{1}{2} C_{trl} (Z_{trl} - Z_{grl})^2 + \frac{1}{2} C_{trr} (Z_{trr} - Z_{grr})^2$.

Así, al resolver el sistema de ecuaciones lagrangianas (153)-(163), se obtiene el modelo completo de la suspensión regenerativa electromagnética, el cual se expresa a través de las ecuaciones dinámicas siguientes,

$$\begin{aligned}
M\ddot{Z} + m_c(Z_{cfl}'' + Z_{cfr}'' + Z_{crl}'' + Z_{crr}'') + C_{fl}(Z_{cfl}' - Z_{tfl}') + C_{fr}(Z_{cfr}' - Z_{tfr}') + C_{rl}(Z_{crl}' - Z_{trl}') \\
+ C_{rr}(Z_{crr}' - Z_{trr}') + K_{fl}(Z_{cfl} - Z_{tfl}) + K_{fr}(Z_{cfr} - Z_{tfr}) + K_{rl}(Z_{crl} - Z_{trl}) + K_{rr}(Z_{crr} - Z_{trr}) \\
+ \frac{B_t U_{fl}}{R_e} + \frac{B_t U_{fr}}{R_e} + \frac{B_t U_{rl}}{R_e} + \frac{B_t U_{rr}}{R_e} = 0
\end{aligned} \quad (164)$$

$$\begin{aligned}
I_x \ddot{\phi} - I_f \left(m_c(Z_{cfl}'' + Z_{cfr}'') + C_{fl}(Z_{cfl}' - Z_{tfl}') + C_{fr}(Z_{cfr}' - Z_{tfr}') \right. \\
\left. + K_{fl}(Z_{cfl} - Z_{tfl}) + K_{fr}(Z_{cfr} - Z_{tfr}) + \frac{B_t U_{fl}}{R_e} + \frac{B_t U_{fr}}{R_e} \right) \\
+ I_r \left(m_c(Z_{crl}'' + Z_{crr}'') + C_{rl}(Z_{crl}' - Z_{trl}') + C_{rr}(Z_{crr}' - Z_{trr}') \right. \\
\left. + K_{rl}(Z_{crl} - Z_{trl}) + K_{rr}(Z_{crr} - Z_{trr}) + \frac{B_t U_{rl}}{R_e} + \frac{B_t U_{rr}}{R_e} \right) = 0
\end{aligned} \quad (165)$$

$$\begin{aligned}
I_y \ddot{\theta} - t_l \left(m_c(Z_{cfl}'' + Z_{crl}'') + C_{fl}(Z_{cfl}' - Z_{tfl}') + C_{rl}(Z_{crl}' - Z_{trl}') \right. \\
\left. + K_{fl}(Z_{cfl} - Z_{tfl}) + K_{rl}(Z_{crl} - Z_{trl}) + \frac{B_t U_{fl}}{R_e} + \frac{B_t U_{rl}}{R_e} \right) \\
+ t_r \left(m_c(Z_{cfr}'' + Z_{crr}'') + C_{fr}(Z_{cfr}' - Z_{tfr}') + C_{rr}(Z_{crr}' - Z_{trr}') \right. \\
\left. + K_{fr}(Z_{cfr} - Z_{tfr}) + K_{rr}(Z_{crr} - Z_{trr}) + \frac{B_t U_{fr}}{R_e} + \frac{B_t U_{rr}}{R_e} \right) = 0
\end{aligned} \quad (166)$$

$$\begin{aligned}
(m_{tfl} + m_m)Z_{tfl}'' - K_{fl}(Z_{cfl} - Z_{tfl}) - C_{fl}(Z_{cfl}' - Z_{tfl}') + K_{tfl}(Z_{tfl} - Z_{fl}) + C_{tfl}(Z_{tfl}' - Z_{fl}') \\
- \frac{B_t U_{fl}}{R_e} = 0
\end{aligned} \quad (167)$$

$$\begin{aligned}
(m_{tfr} + m_m)Z_{tfr}'' - K_{fr}(Z_{cfr} - Z_{tfr}) - C_{fr}(Z_{cfr}' - Z_{tfr}') + K_{tfr}(Z_{tfr} - Z_{fr}) \\
+ C_{tfr}(Z_{tfr}' - Z_{fr}') - \frac{B_t U_{fr}}{R_e} = 0
\end{aligned} \quad (168)$$

$$\begin{aligned}
(m_{trl} + m_m)Z_{trl}'' - K_{rl}(Z_{crl} - Z_{trl}) - C_{rl}(Z_{crl}' - Z_{trl}') + K_{trl}(Z_{trl} - Z_{rl}) + C_{trl}(Z_{trl}' - Z_{rl}') \\
- \frac{B_t U_{rl}}{R_e} = 0
\end{aligned} \quad (169)$$

$$\begin{aligned}
(m_{trr} + m_m)Z_{trr}'' - K_{rr}(Z_{crr} - Z_{trr}) - C_{rr}(Z_{crr}' - Z_{trr}') + K_{trr}(Z_{trr} - Z_{rr}) + C_{trr}(Z_{trr}' - Z_{rr}') \\
- \frac{B_t U_{rr}}{R_e} = 0
\end{aligned} \quad (170)$$

$$B_s(Z_{cfl} \dot{-} Z_{tfl}) - L_i \left(\frac{U_{fl}}{R_e} \right) - U_{fl} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = 0 \quad (171)$$

$$B_s(Z_{cfr} \dot{-} Z_{tfr}) - L_i \left(\frac{U_{fr}}{R_e} \right) - U_{fr} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = 0 \quad (172)$$

$$B_s(Z_{crl} \dot{-} Z_{trl}) - L_i \left(\frac{U_{rl}}{R_e} \right) - U_{rl} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = 0 \quad (173)$$

$$B_s(Z_{crr} \dot{-} Z_{trr}) - L_i \left(\frac{U_{rr}}{R_e} \right) - U_{rr} \left(\frac{R_e + R_i}{R_e} \right) = 0 \quad (174)$$

donde las posiciones, velocidades y aceleraciones de las esquinas del chasis, se describen linealmente como,

$$Z_{cfl} = Z - l_f \cdot \phi - t_l \cdot \theta; \dot{Z}_{cfl} = \dot{Z} - l_f \cdot \dot{\phi} - t_l \cdot \dot{\theta}; \ddot{Z}_{cfl} = \ddot{Z} - l_f \cdot \ddot{\phi} - t_l \cdot \ddot{\theta} \quad (175)$$

$$Z_{cfr} = Z - l_f \cdot \phi + t_r \cdot \theta; \dot{Z}_{cfr} = \dot{Z} - l_f \cdot \dot{\phi} + t_r \cdot \dot{\theta}; \ddot{Z}_{cfr} = \ddot{Z} - l_f \cdot \ddot{\phi} + t_r \cdot \ddot{\theta} \quad (176)$$

$$Z_{crl} = Z + l_r \cdot \phi - t_l \cdot \theta; \dot{Z}_{crl} = \dot{Z} + l_r \cdot \dot{\phi} - t_l \cdot \dot{\theta}; \ddot{Z}_{crl} = \ddot{Z} + l_r \cdot \ddot{\phi} - t_l \cdot \ddot{\theta} \quad (177)$$

$$Z_{crr} = Z + l_r \cdot \phi + t_r \cdot \theta; \dot{Z}_{crr} = \dot{Z} + l_r \cdot \dot{\phi} + t_r \cdot \dot{\theta}; \ddot{Z}_{crr} = \ddot{Z} + l_r \cdot \ddot{\phi} + t_r \cdot \ddot{\theta} \quad (178)$$

De modo que las ecuaciones (164)-(174) se pueden analizar en el dominio de la frecuencia, y se representan de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} & (j\omega C_{fl} + j\omega C_{fr} + j\omega C_{rl} + j\omega C_{rr} - \omega^2 M - 4m_c \omega^2 + K_{fl} + K_{fr} + K_{rl} + K_{rr})Z \\ & + (-j\omega C_{fl} - K_{fl})Z_{tfl} + (-j\omega C_{fr} - K_{fr})Z_{tfr} + (-j\omega C_{rl} - K_{rl})Z_{trl} + (-j\omega C_{rr} - K_{rr})Z_{trr} \\ & + (-m_c(-2l_f + 2l_r)\omega^2 - j\omega C_{fl}l_f - j\omega C_{fr}l_f + j\omega C_{rl}l_r + j\omega C_{rr}l_r - K_{fl}l_f - K_{fr}l_f + K_{rl}l_r + K_{rr}l_r)\phi \\ & + (-m_c(-2t_l + 2t_r)\omega^2 - j\omega C_{fl}t_l + j\omega C_{fr}t_r - j\omega C_{rl}t_l + j\omega C_{rr}t_r - K_{fl}t_l + K_{fr}t_r - K_{rl}t_l + K_{rr}t_r)\theta \\ & + \frac{B_t U_{fl}}{R_e} + \frac{B_t U_{fr}}{R_e} + \frac{B_t U_{rl}}{R_e} + \frac{B_t U_{rr}}{R_e} = 0 \end{aligned} \quad (179)$$

$$\begin{aligned}
& \left(-l_f(j\omega C_{fl} + j\omega C_{fr} - 2m_c\omega^2 + K_{fl} + K_{fr}) + l_r(j\omega C_{rl} + j\omega C_{rr} - 2m_c\omega^2 + K_{rl} + K_{rr}) \right) Z \\
& -l_f(-j\omega C_{fl} - K_{fl})Z_{tfl} - l_f(-j\omega C_{fr} - K_{fr})Z_{tfr} + l_r(-j\omega C_{rl} - K_{rl})Z_{trl} + l_r(-j\omega C_{rr} - K_{rr})Z_{trr} \\
& + \left(-\omega^2 I_x - l_f(-j\omega C_{fl}l_f - j\omega C_{fr}l_f + 2m_cl_f\omega^2 - K_{fl}l_f - K_{fr}l_f) \right) \phi \\
& + \left(l_r(j\omega C_{rl}l_r + j\omega C_{rr}l_r - 2m_cl_r\omega^2 + K_{rl}l_r + K_{rr}l_r) \right) \phi \\
& + \left(-l_f(-m_c(-t_l + t_r)\omega^2 - j\omega C_{fl}t_l + j\omega C_{fr}t_r - K_{fl}t_l + K_{fr}t_r) \right) \theta \\
& + \left(l_r(-m_c(-t_l + t_r)\omega^2 - j\omega C_{rl}t_l + j\omega C_{rr}t_r - K_{rl}t_l + K_{rr}t_r) \right) \theta \\
& -l_f \frac{B_t U_{fl}}{R_e} - l_f \frac{B_t U_{fr}}{R_e} + l_r \frac{B_t U_{rl}}{R_e} + l_r \frac{B_t U_{rr}}{R_e} = 0
\end{aligned} \tag{180}$$

$$\begin{aligned}
& \left(-t_l(j\omega C_{fl} + j\omega C_{rl} - 2m_c\omega^2 + K_{fl} + K_{rl}) + t_r(j\omega C_{fr} + j\omega C_{rr} - 2m_c\omega^2 + K_{fr} + K_{rr}) \right) Z \\
& -t_l(-j\omega C_{fl} - K_{fl})Z_{tfl} + t_r(-j\omega C_{fr} - K_{fr})Z_{tfr} - t_l(-j\omega C_{rl} - K_{rl})Z_{trl} + t_r(-j\omega C_{rr} - K_{rr})Z_{trr} \\
& + \left(-t_l(-m_c(-l_f + l_r)\omega^2 - j\omega C_{fl}l_f + j\omega C_{rl}l_r - K_{fl}l_f + K_{rl}l_r) \right) \phi \\
& + \left(t_r(-m_c(-l_f + l_r)\omega^2 - j\omega C_{fr}l_f + j\omega C_{rr}l_r - K_{fr}l_f + K_{rr}l_r) \right) \phi \\
& + \left(-\omega^2 I_y - t_l(-j\omega C_{fl}t_l - j\omega C_{rl}t_l + 2m_c\omega^2 t_l - K_{fl}t_l - K_{rl}t_l) \right) \theta \\
& + \left(t_r(j\omega C_{fr}t_r + j\omega C_{rr}t_r - 2m_c\omega^2 t_r + K_{fr}t_r + K_{rr}t_r) \right) \theta \\
& -t_l \frac{B_t U_{fl}}{R_e} + t_r \frac{B_t U_{fr}}{R_e} - t_l \frac{B_t U_{rl}}{R_e} + t_r \frac{B_t U_{rr}}{R_e} = 0
\end{aligned} \tag{181}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_t U_{fl}}{R_e} + (-j\omega C_{fl} - K_{fl})Z + (-\omega^2(m_{tfl} + m_m) + K_{fl} + j\omega C_{fl} + K_{tfl} + j\omega C_{tfl})Z_{tfl} \\
& + (j\omega C_{fl}l_f + K_{fl}l_f)\phi + (j\omega C_{fl}t_l + K_{fl}t_l)\theta - j\omega C_{tfl}Z_{fl} - K_{tfl}Z_{fl} = 0
\end{aligned} \tag{182}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_t U_{fr}}{R_e} + (-j\omega C_{fr} - K_{fr})Z + (-\omega^2(m_{tfr} + m_m) + K_{fr} + j\omega C_{fr} + K_{tfr} + j\omega C_{tfr})Z_{tfr} \\
& + (j\omega C_{fr}l_f + K_{fr}l_f)\phi + (-j\omega C_{fr}t_r - K_{fr}t_r)\theta - j\omega C_{tfr}Z_{fr} - K_{tfr}Z_{fr} = 0
\end{aligned} \tag{183}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_t U_{rl}}{R_e} + (-j\omega C_{rl} - K_{rl})Z + (-\omega^2(m_{trl} + m_m) + K_{rl} + j\omega C_{rl} + K_{trl} + j\omega C_{trl})Z_{trl} \\
& + (-j\omega C_{rl}l_r - K_{rl}l_r)\phi + (j\omega C_{rl}t_l + K_{rl}t_l)\theta - j\omega C_{trl}Z_{rl} - K_{trl}Z_{rl} = 0
\end{aligned} \tag{184}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_t U_{rr}}{R_e} + (-j\omega C_{rr} - K_{rr})Z + (-\omega^2(m_{trr} + m_m) + K_{rr} + j\omega C_{rr} + K_{trr} + j\omega C_{trr})Z_{trr} \\
& + (-j\omega C_{rr}l_r - K_{rr}l_r)\phi + (-j\omega C_{rr}t_r - K_{rr}t_r)\theta - j\omega C_{trr}Z_{rr} - K_{trr}Z_{rr} = 0
\end{aligned} \tag{185}$$

$$-j\omega B_s l_f \phi - j\omega B_s t_l \theta + \left(-\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{R_e + R_i}{R_e} \right) U_{fl} + j\omega B_s Z - j\omega B_s Z_{tfl} = 0 \tag{186}$$

$$-j\omega B_s l_f \phi + j\omega B_s t_r \theta + \left(-\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{R_e + R_i}{R_e} \right) U_{fr} + j\omega B_s Z - j\omega B_s Z_{tfr} = 0 \quad (187)$$

$$j\omega B_s l_r \phi - j\omega B_s t_l \theta + \left(-\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{R_e + R_i}{R_e} \right) U_{rl} + j\omega B_s Z - j\omega B_s Z_{trl} = 0 \quad (188)$$

$$j\omega B_s l_r \phi + j\omega B_s t_r \theta + \left(-\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{R_e + R_i}{R_e} \right) U_{rr} + j\omega B_s Z - j\omega B_s Z_{trr} = 0 \quad (189)$$

Nótese que las ecuaciones (179)-(189) se pueden expresar matricialmente, como se observa en la ecuación (190),

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 & E_1 & F_1 & G_1 & H_1 & I_1 & J_1 & K_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 & E_2 & F_2 & G_2 & H_2 & I_2 & J_2 & K_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 & E_3 & F_3 & G_3 & H_3 & I_3 & J_3 & K_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & D_4 & E_4 & F_4 & G_4 & H_4 & I_4 & J_4 & K_4 \\ A_5 & B_5 & C_5 & D_5 & E_5 & F_5 & G_5 & H_5 & I_5 & J_5 & K_5 \\ A_6 & B_6 & C_6 & D_6 & E_6 & F_6 & G_6 & H_6 & I_6 & J_6 & K_6 \\ A_7 & B_7 & C_7 & D_7 & E_7 & F_7 & G_7 & H_7 & I_7 & J_7 & K_7 \\ A_8 & B_8 & C_8 & D_8 & E_8 & F_8 & G_8 & H_8 & I_8 & J_8 & K_8 \\ A_9 & B_9 & C_9 & D_9 & E_9 & F_9 & G_9 & H_9 & I_9 & J_9 & K_9 \\ A_{10} & B_{10} & C_{10} & D_{10} & E_{10} & F_{10} & G_{10} & H_{10} & I_{10} & J_{10} & K_{10} \\ A_{11} & B_{11} & C_{11} & D_{11} & E_{11} & F_{11} & G_{11} & H_{11} & I_{11} & J_{11} & K_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z(j\omega) \\ \phi(j\omega) \\ \theta(j\omega) \\ Z_{tfl}(j\omega) \\ Z_{tfr}(j\omega) \\ Z_{trl}(j\omega) \\ Z_{trr}(j\omega) \\ U_{fl}(j\omega) \\ U_{fr}(j\omega) \\ U_{rl}(j\omega) \\ U_{rr}(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (K_{tfl} + j\omega C_{tfl}) \cdot Z_{fl} \\ (K_{tfr} + j\omega C_{tfr}) \cdot Z_{fr} \\ (K_{trl} + j\omega C_{trl}) \cdot Z_{rl} \\ (K_{trr} + j\omega C_{trr}) \cdot Z_{rr} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (190)$$

donde, para los coeficientes de la matriz se tiene,

$$\begin{aligned} A_1 &= j\omega C_{fl} + j\omega C_{fr} + j\omega C_{rl} + j\omega C_{rr} - \omega^2 M - 4m_c \omega^2 + K_{fl} + K_{fr} + K_{rl} + K_{rr} \\ A_2 &= -l_f(j\omega C_{fl} + j\omega C_{fr} - 2m_c \omega^2 + K_{fl} + K_{fr}) + l_r(j\omega C_{rl} + j\omega C_{rr} - 2m_c \omega^2 + K_{rl} + K_{rr}) \\ A_3 &= -t_l(j\omega C_{fl} + j\omega C_{rl} - 2m_c \omega^2 + K_{fl} + K_{rl}) + t_r(j\omega C_{fr} + j\omega C_{rr} - 2m_c \omega^2 + K_{fr} + K_{rr}) \\ A_4 &= -j\omega C_{fl} - K_{fl}; \quad A_5 = -j\omega C_{fr} - K_{fr}; \quad A_6 = -j\omega C_{rl} - K_{rl}; \quad A_7 = -j\omega C_{rr} - K_{rr}; \\ A_8 &= A_9 = A_{10} = A_{11} = j\omega B_s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1 &= -m_c(-2l_f + 2l_r)\omega^2 - j\omega C_{fl}l_f - j\omega C_{fr}l_f + j\omega C_{rl}l_r + j\omega C_{rr}l_r - K_{fl}l_f - K_{fr}l_f + K_{rl}l_r + K_{rr}l_r \\ B_2 &= -\omega^2 I_x - l_f(-j\omega C_{fl}l_f - j\omega C_{fr}l_f + 2m_c l_f \omega^2 - K_{fl}l_f - K_{fr}l_f) \\ &\quad + l_r(j\omega C_{rl}l_r + j\omega C_{rr}l_r - 2m_c l_r \omega^2 + K_{rl}l_r + K_{rr}l_r) \\ B_3 &= -t_l(-m_c(-l_f + l_r)\omega^2 - j\omega C_{fl}l_f + j\omega C_{rl}l_r - K_{fl}l_f + K_{rl}l_r) \\ &\quad + t_r(-m_c(-l_f + l_r)\omega^2 - j\omega C_{fr}l_f + j\omega C_{rr}l_r - K_{fr}l_f + K_{rr}l_r) \\ B_4 &= j\omega C_{fl}l_f + K_{fl}l_f; \quad B_5 = j\omega C_{fr}l_f + K_{fr}l_f; \quad B_6 = -j\omega C_{rl}l_r - K_{rl}l_r; \quad B_7 = -j\omega C_{rr}l_r - K_{rr}l_r; \\ B_8 &= B_9 = -j\omega B_s l_f; \quad B_{10} = B_{11} = j\omega B_s l_r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_1 &= -m_c(-2t_l + 2t_r)\omega^2 - j\omega C_{fl}t_l + j\omega C_{fr}t_r - j\omega C_{rl}t_l + j\omega C_{rr}t_r - K_{fl}t_l + K_{fr}t_r - K_{rl}t_l + K_{rr}t_r \\
C_2 &= -l_f(-m_c(-t_l + t_r)\omega^2 - j\omega C_{fl}t_l + j\omega C_{fr}t_r - K_{fl}t_l + K_{fr}t_r) \\
&\quad + l_r(-m_c(-t_l + t_r)\omega^2 - j\omega C_{rl}t_l + j\omega C_{rr}t_r - K_{rl}t_l + K_{rr}t_r) \\
C_3 &= -\omega^2 I_y - t_l(-j\omega C_{fl}t_l - j\omega C_{rl}t_l + 2m_c\omega^2 t_l - K_{fl}t_l - K_{rl}t_l) \\
&\quad + t_r(j\omega C_{fr}t_r + j\omega C_{rr}t_r - 2m_c\omega^2 t_r + K_{fr}t_r + K_{rr}t_r) \\
C_4 &= j\omega C_{fl}t_l + K_{fl}t_l; C_5 = -j\omega C_{fr}t_r - K_{fr}t_r; C_6 = j\omega C_{rl}t_l + K_{rl}t_l; C_7 = -j\omega C_{rr}t_r - K_{rr}t_r \\
C_8 &= C_{10} = -j\omega B_s t_l; C_9 = C_{11} = j\omega B_s t_r
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_1 &= -j\omega C_{fl} - K_{fl}; D_2 = -l_f(-j\omega C_{fl} - K_{fl}); D_3 = -t_l(-j\omega C_{fl} - K_{fl}) \\
D_4 &= -\omega^2(m_{tfl} + m_m) + K_{fl} + j\omega C_{fl} + K_{tfl} + j\omega C_{tfl}; D_8 = -j\omega B_s \\
D_5 &= D_6 = D_7 = D_9 = D_{10} = D_{11} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_1 &= -j\omega C_{fr} - K_{fr}; E_2 = -l_f(-j\omega C_{fr} - K_{fr}); E_3 = t_r(-j\omega C_{fr} - K_{fr}) \\
E_5 &= -\omega^2(m_{tfr} + m_m) + K_{fr} + j\omega C_{fr} + K_{tfr} + j\omega C_{tfr}; E_9 = -j\omega B_s \\
E_4 &= E_6 = E_7 = E_8 = E_{10} = E_{11} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_1 &= -j\omega C_{rl} - K_{rl}; F_2 = l_r(-j\omega C_{rl} - K_{rl}); F_3 = -t_l(-j\omega C_{rl} - K_{rl}) \\
F_6 &= -\omega^2(m_{trl} + m_m) + K_{rl} + j\omega C_{rl} + K_{trl} + j\omega C_{trl}; F_{10} = -j\omega B_s \\
F_4 &= F_5 = F_7 = F_8 = F_9 = F_{11} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_1 &= -j\omega C_{rr} - K_{rr}; G_2 = l_r(-j\omega C_{rr} - K_{rr}); G_3 = t_r(-j\omega C_{rr} - K_{rr}) \\
G_7 &= -\omega^2(m_{trr} + m_m) + K_{rr} + j\omega C_{rr} + K_{trr} + j\omega C_{trr}; G_{11} = -j\omega B_s \\
G_4 &= G_5 = G_6 = G_8 = G_9 = G_{10} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_1 &= \frac{B_t}{R_e}; H_2 = -\frac{l_f B_t}{R_e}; H_3 = -\frac{t_l B_t}{R_e}; H_4 = -\frac{B_t}{R_e}; H_8 = -\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{(R_e + R_i)}{R_e} \\
H_5 &= H_6 = H_7 = H_9 = H_{10} = H_{11} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{B_t}{R_e}; I_2 = -\frac{l_f B_t}{R_e}; I_3 = \frac{t_r B_t}{R_e}; I_5 = -\frac{B_t}{R_e}; I_9 = -\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{(R_e + R_i)}{R_e} \\
I_4 &= I_6 = I_7 = I_8 = I_{10} = I_{11} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_1 &= \frac{B_t}{R_e}; J_2 = \frac{l_r B_t}{R_e}; J_3 = -\frac{t_l B_t}{R_e}; J_6 = -\frac{B_t}{R_e}; J_{10} = -\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{(R_e + R_i)}{R_e} \\
J_4 &= J_5 = J_7 = J_8 = J_9 = J_{11} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{B_t}{R_e}; K_2 = \frac{l_r B_t}{R_e}; K_3 = \frac{t_r B_t}{R_e}; K_7 = -\frac{B_t}{R_e}; K_{11} = -\frac{j\omega L_i}{R_e} - \frac{(R_e + R_i)}{R_e} \\
K_4 &= K_5 = K_6 = K_8 = K_9 = K_{10} = 0
\end{aligned}$$

Nótese que el modelo dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético está representado en el dominio de la frecuencia por la ecuación (190). A partir de dicho modelo se pueden determinar las funciones de transferencia del sistema de suspensión regenerativo, con esto, el cálculo de los índices de rendimiento considerando las respuestas del sistema en estado estable (FRF del nivel de aceleración de la masa suspendida, FRF de la deflexión del sistema de suspensión, FRF de la carga dinámica del neumático, y FRF de la potencia regenerada). Por lo tanto, en la siguiente sección se presenta el modelado y optimización de todos los índices de rendimiento de la suspensión regenerativa propuesta. Además, se realizarán simulaciones numéricas tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia a partir del modelo con los índices de rendimiento óptimos, con el objetivo de cuantificar su rendimiento dinámico y su eficiencia en la regeneración de energía.

4.4 Índices de rendimiento dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético

El diseño y optimización del sistema de suspensión depende de cuatro requisitos denominados, índices de rendimiento dinámico (índice de confort, índice del nivel de deflexión de la suspensión, índice de la carga dinámica de los neumáticos, índice de la carga dinámica de la suspensión y en el caso de la suspensión regenerativa, el índice de la potencia regenerada por los amortiguadores regenerativos). Por lo tanto, en esta sección, se presenta el cálculo de tales índices, con el objetivo de diseñar una suspensión automotriz que brinde una excelente calidad de conducción, y una regeneración máxima de energía. Para realizar el cálculo de los índices de rendimiento dinámico del sistema propuesto, es necesario definir las funciones de transferencia del sistema, dichas funciones se generan a partir de las ecuaciones (128), (129), (130) y (131) desarrolladas en la sección 4.1, por lo que se tiene lo siguiente,

$$\begin{aligned}
 H_A(j\omega) = & \frac{CC_t L_i (j\omega)^5 + (B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i) (j\omega)^4}{(L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) (j\omega)^5} \\
 & + \frac{(B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i) (j\omega)^3 + (KK_t R_e + KK_t R_i) (j\omega)^2}{(L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) (j\omega)^5} \\
 & + (CL_i M + CL_i m + CL_i m_c + CL_i m_m + C_t L_i M + C_t L_i m_c + MR_e m + MR_e m_m) (j\omega)^4 \\
 & + (MR_i m + MR_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m) (j\omega)^4 \\
 & + (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + CC_t L_i + CMR_e + CMR_i + CR_e m) (j\omega)^3 \\
 & + (CR_e m_c + CR_e m_m + CR_i m + CR_i m_c + CR_i m_m + C_t MR_e + C_t MR_i) (j\omega)^3 \\
 & + (C_t R_e m_c + C_t R_i m_c + KL_i M + KL_i m + KL_i m_c + KL_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c) (j\omega)^3 \\
 & + (B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i + KMR_e + KMR_i + KR_e m + KR_e m_c) (j\omega)^2 \\
 & + (KR_e m_m + KR_i m + KR_i m_c + KR_i m_m + K_t MR_e + K_t MR_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c) (j\omega)^2 \\
 & + (B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i) (j\omega) + KK_t R_e + KK_t R_i
 \end{aligned} \tag{191}$$

$$\begin{aligned}
H_D(j\omega) = & \frac{(-C_t L_i M - C_t L_i m_c)(j\omega)^4}{(-C_t M R_e - C_t M R_i - C_t R_e m_c - C_t R_i m_c - K_t L_i M - K_t L_i m_c)(j\omega)^3} \\
& + \frac{(-K_t M R_e - K_t M R_i - K_t R_e m_c - K_t R_i m_c)(j\omega)^2}{(L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m)(j\omega)^5} \\
& + (C L_i M + C L_i m + C L_i m_c + C L_i m_m + C_t L_i M + C_t L_i m_c + M R_e m + M R_e m_m)(j\omega)^4 \\
& + (M R_i m + M R_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m)(j\omega)^4 \\
& + (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + C C_t L_i + C M R_e + C M R_i + C R_e m)(j\omega)^3 \\
& + (C R_e m_c + C R_e m_m + C R_i m + C R_i m_c + C R_i m_m + C_t M R_e + C_t M R_i)(j\omega)^3 \\
& + (C_t R_e m_c + C_t R_i m_c + K L_i M + K L_i m + K L_i m_c + K L_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c)(j\omega)^3 \\
& + (B_s B_t C_t + C C_t R_e + C C_t R_i + C K_t L_i + C_t K L_i + K M R_e + K M R_i + K R_e m + K R_e m_c)(j\omega)^2 \\
& + (K R_e m_m + K R_i m + K R_i m_c + K R_i m_m + K_t M R_e + K_t M R_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c)(j\omega)^2 \\
& + (B_s B_t K_t + C K_t R_e + C K_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + K K_t L_i)(j\omega) + K K_t R_e + K K_t R_i
\end{aligned} \tag{192}$$

$$\begin{aligned}
H_T(j\omega) = & \frac{-K_t(j\omega)^5(L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m)}{-K_t(j\omega)^4(C L_i M + C L_i m + C L_i m_c + C L_i m_m + M R_e m + M R_e m_m)} \\
& - K_t(j\omega)^4(M R_i m + M R_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m) \\
& - K_t(j\omega)^3(B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + C M R_e + C M R_i + C R_e m) \\
& - K_t(j\omega)^3(C R_e m_c + C R_e m_m + C R_i m + C R_i m_c + C R_i m_m + K L_i M + K L_i m + K L_i m_c + K L_i m_m) \\
& - K_t(j\omega)^2(K M R_e + K M R_i + K R_e m + K R_e m_c + K R_e m_m + K R_i m + K R_i m_c + K R_i m_m) \\
& (L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m)(j\omega)^5 \\
& + (C L_i M + C L_i m + C L_i m_c + C L_i m_m + C_t L_i M + C_t L_i m_c + M R_e m + M R_e m_m)(j\omega)^4 \\
& + (M R_i m + M R_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m)(j\omega)^4 \\
& + (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + C C_t L_i + C M R_e + C M R_i + C R_e m)(j\omega)^3 \\
& + (C R_e m_c + C R_e m_m + C R_i m + C R_i m_c + C R_i m_m + C_t M R_e + C_t M R_i)(j\omega)^3 \\
& + (C_t R_e m_c + C_t R_i m_c + K L_i M + K L_i m + K L_i m_c + K L_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c)(j\omega)^3 \\
& + (B_s B_t C_t + C C_t R_e + C C_t R_i + C K_t L_i + C_t K L_i + K M R_e + K M R_i + K R_e m + K R_e m_c)(j\omega)^2 \\
& + (K R_e m_m + K R_i m + K R_i m_c + K R_i m_m + K_t M R_e + K_t M R_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c)(j\omega)^2 \\
& + (B_s B_t K_t + C K_t R_e + C K_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + K K_t L_i)(j\omega) + K K_t R_e + K K_t R_i
\end{aligned} \tag{193}$$

$$\begin{aligned}
H_U(j\omega) = & \frac{-B_s R_e(j\omega)^3((C_t M + C_t m_c)(j\omega) + K_t M + K_t m_c)}{(L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m)(j\omega)^5} \\
& + (C L_i M + C L_i m + C L_i m_c + C L_i m_m + C_t L_i M + C_t L_i m_c + M R_e m + M R_e m_m)(j\omega)^4 \\
& + (M R_i m + M R_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m)(j\omega)^4 \\
& + (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + C C_t L_i + C M R_e + C M R_i + C R_e m)(j\omega)^3 \\
& + (C R_e m_c + C R_e m_m + C R_i m + C R_i m_c + C R_i m_m + C_t M R_e + C_t M R_i)(j\omega)^3 \\
& + (C_t R_e m_c + C_t R_i m_c + K L_i M + K L_i m + K L_i m_c + K L_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c)(j\omega)^3 \\
& + (B_s B_t C_t + C C_t R_e + C C_t R_i + C K_t L_i + C_t K L_i + K M R_e + K M R_i + K R_e m + K R_e m_c)(j\omega)^2 \\
& + (K R_e m_m + K R_i m + K R_i m_c + K R_i m_m + K_t M R_e + K_t M R_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c)(j\omega)^2 \\
& + (B_s B_t K_t + C K_t R_e + C K_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + K K_t L_i)(j\omega) + K K_t R_e + K K_t R_i
\end{aligned} \tag{194}$$

Por lo tanto, a partir de la ecuación (107) desarrollada en la subsección 3.6.3 la formulación de los índices de rendimiento del sistema de suspensión regenerativo electromagnético se expresan como,

$$E[|H_A(j\omega)|^2] = J_A = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{j\omega} \cdot |H_A(j\omega)| \right)^2 d\omega \right)^{1/2} \quad (195)$$

$$E[|H_D(j\omega)|^2] = J_D = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{j\omega} \cdot |H_D(j\omega)| \right)^2 d\omega \right)^{1/2} \quad (196)$$

$$E[|H_T(j\omega)|^2] = J_T = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{j\omega} \cdot |H_T(j\omega)| \right)^2 d\omega \right)^{1/2} \quad (197)$$

$$E[|H_U(j\omega)|^2] = J_P = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{R_e} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{j\omega} \cdot |H_U(j\omega)| \right)^2 d\omega \right)^{1/2} \quad (198)$$

Luego, cada una de las integrales que se observan en las ecuaciones (195)-(198), son integrales impropias. De modo que cada una de estas integrales se pueden resolver utilizando el método de integración del residuo, tal como se desarrolló en la subsección 3.6.2. Por lo tanto, a partir de la ecuación (98) se puede definir la siguiente expresión,

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{j\omega} \cdot H_m(j\omega) \right)^2 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G_m(\omega)}{E_m(j\omega) \cdot E_m(-j\omega)} d\omega \quad (199)$$

Por lo tanto,

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_4 \cdot \omega^8 + B_3 \cdot \omega^6 + B_2 \cdot \omega^4 + B_1 \cdot \omega^2 + B_0}{A_5(j\omega)^5 + A_4(j\omega)^4 + A_3(j\omega)^3 + A_2(j\omega)^2 + A_1(j\omega) + A_0} d\omega \quad (200)$$

Así, al resolver la integral impropia de la ecuación (200), se tiene los siguiente,

$$L = \pi \frac{\left(\begin{aligned} &A_0^2 A_1 A_5 B_4 - A_0^2 A_3^2 B_4 - A_0^2 A_3 A_5 B_3 - A_0^2 A_5^2 B_2 - A_0 A_1^2 A_4 B_4 + A_0 A_1 A_2 A_3 B_4 \\ &+ A_0 A_1 A_2 A_5 B_3 + A_0 A_1 A_4 A_5 B_2 - A_0 A_2 A_5^2 B_1 + A_0 A_3 A_4 A_5 B_1 \\ &+ A_0 A_4 A_5^2 B_0 - A_1 A_4^2 A_5 B_0 - A_2^2 A_5^2 B_0 + A_2 A_3 A_4 A_5 B_0 \end{aligned} \right)}{\left(A_5(-A_0^3 A_5^2 + 2A_0^2 A_1 A_4 A_5 + A_0^2 A_2 A_3 A_5 - A_0^2 A_3^2 A_4 - A_0 A_1^2 A_4^2 - A_0 A_1 A_2^2 A_5 + A_0 A_1 A_2 A_3 A_4) \right)} \quad (201)$$

donde, los coeficientes para cada índice de rendimiento se definen como sigue,

$$\begin{aligned}
A_0 &= KK_t R_e + KK_t R_i; A_1 = B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i; \\
A_2 &= B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i + KMR_e + KMR_i + KR_e m + KR_e m_c + KR_e m_m + KR_i m \\
&+ KR_i m_c + KR_i m_m + K_t MR_e + K_t MR_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c; A_3 = B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m \\
&+ CC_t L_i + CMR_e + CMR_i + CR_e m + CR_e m_c + CR_e m_m + CR_i m + CR_i m_c + CR_i m_m + C_t MR_e + C_t MR_i + C_t R_e m_c \\
&+ C_t R_i m_c + KL_i M + KL_i m + KL_i m_c + KL_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c; A_4 = CL_i M + CL_i m + CL_i m_c + CL_i m_m \\
&+ C_t L_i M + C_t L_i m_c + MR_e m + MR_e m_m + MR_i m + MR_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m; \\
A_5 &= L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0^{JA} &= 0; B_1^{JA} = (KK_t R_e + KK_t R_i)^2; B_2^{JA} = (-B_s B_t K_t - CK_t R_e - CK_t R_i - C_t K R_e - C_t K R_i - KK_t L_i)^2 \\
&+ (2(KK_t R_e + KK_t R_i))(-B_s B_t C_t - CC_t R_e - CC_t R_i - CK_t L_i - C_t K L_i); \\
B_3^{JA} &= (2(-B_s B_t K_t - CK_t R_e - CK_t R_i - C_t K R_e - C_t K R_i - KK_t L_i))CC_t L_i \\
&+ (-B_s B_t C_t - CC_t R_e - CC_t R_i - CK_t L_i - C_t K L_i)^2; B_4^{JA} = C^2 C_t^2 L_i^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0^{JD} &= 0; B_1^{JD} = (-K_t MR_e - K_t MR_i - K_t R_e m_c - K_t R_i m_c)^2; \\
B_2^{JD} &= (C_t MR_e + C_t MR_i + C_t R_e m_c + C_t R_i m_c + K_t L_i M + K_t L_i m_c)^2 \\
&+ (2(-K_t MR_e - K_t MR_i - K_t R_e m_c - K_t R_i m_c))(C_t L_i M + C_t L_i m_c); \\
B_3^{JD} &= (C_t L_i M + C_t L_i m_c)^2; B_4^{JD} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0^{JT} &= 0; B_1^{JT} = K_t^2 (KMR_e + KMR_i + KR_e m + KR_e m_c + KR_e m_m + KR_i m + KR_i m_c + KR_i m_m)^2; \\
B_2^{JT} &= K_t^2 (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + CMR_e + CMR_i + CR_e m + CR_e m_c + CR_e m_m)^2 \\
&+ K_t^2 (CR_i m + CR_i m_c + CR_i m_m + KL_i M + KL_i m + KL_i m_c + KL_i m_m)^2 \\
&- 2K_t^2 (KMR_e + KMR_i + KR_e m + KR_e m_c + KR_e m_m + KR_i m + KR_i m_c + KR_i m_m) \\
&\left(\begin{aligned} &CL_i M + CL_i m + CL_i m_c + CL_i m_m + MR_e m + MR_e m_m \\ &+ MR_i m + MR_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m \end{aligned} \right); \\
B_3^{JT} &= -2K_t^2 (L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) \\
&(B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + CMR_e) \\
&- 2K_t^2 (L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) \\
&(CMR_i + CR_e m + CR_e m_c + CR_e m_m + CR_i m + CR_i m_c + CR_i m_m) \\
&- 2K_t^2 (L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) (KL_i M + KL_i m + KL_i m_c + KL_i m_m) \\
&+ K_t^2 \left(\begin{aligned} &CL_i M + CL_i m + CL_i m_c + CL_i m_m + MR_e m + MR_e m_m \\ &+ MR_i m + MR_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m \end{aligned} \right)^2; \\
B_4^{JT} &= K_t^2 (L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m)^2
\end{aligned}$$

$$B_0^{JP} = 0; B_1^{JP} = 0; B_2^{JP} = (K_t M + K_t m_c)^2 B_s^2 R_e^2; B_3^{JP} = (C_t M + C_t m_c)^2 B_s^2 R_e^2; B_4^{JP} = 0$$

Por lo tanto, la formulación de los índices de rendimiento del sistema de suspensión regenerativo electromagnético se puede representar de la siguiente manera,

$$J_A = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \cdot L\right)^{1/2} \quad (202)$$

$$J_D = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \cdot L\right)^{1/2} \quad (203)$$

$$J_T = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \cdot L\right)^{1/2} \quad (204)$$

$$J_P = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{R_e} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot L\right)^{1/2} \quad (205)$$

4.4.1 Índices de rendimiento dinámico de la suspensión regenerativa electromagnética considerando la frecuencia de corte

En el análisis frecuencial, se calculan los índices de rendimiento considerando su frecuencia de corte, por lo tanto, a partir de la ecuación (107) se tiene,

$$J_{AW} = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\left(\frac{1}{j\omega + \omega_0}\right) \cdot |H_A(j\omega)|\right)^2 d\omega\right)^{1/2} \quad (206)$$

$$J_{DW} = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\left(\frac{1}{j\omega + \omega_0}\right) \cdot |H_D(j\omega)|\right)^2 d\omega\right)^{1/2} \quad (207)$$

$$J_{TW} = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\left(\frac{1}{j\omega + \omega_0}\right) \cdot |H_T(j\omega)|\right)^2 d\omega\right)^{1/2} \quad (208)$$

$$J_{PW} = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{R_e} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\left(\frac{1}{j\omega + \omega_0}\right) \cdot |H_P(j\omega)|\right)^2 d\omega\right)^{1/2} \quad (209)$$

donde, $\omega_0 = 2\pi f_0$.

De modo que, con la nueva función que se crea de la convolución entre el espectro de densidad de potencia de la carretera y las funciones de transferencia del sistema de suspensión regenerativo, las integrales se pueden expresar de la siguiente forma,

$$L_w = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_5 \cdot \omega^{10} + B_4 \cdot \omega^8 + B_3 \cdot \omega^6 + B_2 \cdot \omega^4 + B_1 \cdot \omega^2 + B_0}{A_6(j\omega)^6 + A_5(j\omega)^5 + A_4(j\omega)^4 + A_3(j\omega)^3 + A_2(j\omega)^2 + A_1(j\omega) + A_0} d\omega \quad (210)$$

Así, al resolver la integral impropia de la expresión (210), se tiene lo siguiente,

$$L_w = \pi \cdot \frac{\begin{pmatrix} -A_0^3 A_5^2 B_5 - A_0^2 A_1 A_3 A_6 B_5 + 2A_0^2 A_1 A_4 A_5 B_5 + A_0^2 A_1 A_5 A_6 B_4 \\ + A_0^2 A_2 A_3 A_5 B_5 - A_0^2 A_3^2 A_4 B_5 - A_0^2 A_3^2 A_6 B_4 - A_0^2 A_3 A_5 A_6 B_3 \\ - A_0^2 A_5^2 A_6 B_2 + A_0 A_1^2 A_2 A_6 B_5 - A_0 A_1^2 A_4^2 B_5 - A_0 A_1^2 A_4 A_6 B_4 \\ - A_0 A_1^2 A_6^2 B_3 - A_0 A_1 A_2^2 A_5 B_5 + A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 B_5 + A_0 A_1 A_2 A_3 A_6 B_4 \\ + A_0 A_1 A_2 A_5 A_6 B_3 - A_0 A_1 A_3 A_6^2 B_2 + A_0 A_1 A_4 A_5 A_6 B_2 + A_0 A_1 A_5 A_6^2 B_1 \\ - A_0 A_2 A_5^2 A_6 B_1 - A_0 A_3^2 A_6^2 B_1 + A_0 A_3 A_4 A_5 A_6 B_1 - A_0 A_3 A_5 A_6^2 B_0 \\ + A_0 A_4 A_5^2 A_6 B_0 - A_1^2 A_6^3 B_0 + 2A_1 A_2 A_5 A_6^2 B_0 + A_1 A_3 A_4 A_6^2 B_0 \\ - A_1 A_4^2 A_5 A_6 B_0 - A_2^2 A_5^2 A_6 B_0 - A_2 A_3^2 A_6^2 B_0 + A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 B_0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} A_6 A_0 (-A_0^2 A_5^3 - 3A_0 A_1 A_3 A_5 A_6 + 2A_0 A_1 A_4 A_5^2) \\ + A_6 A_0 (A_0 A_2 A_3 A_5^2 + A_0 A_3^3 A_6 - A_0 A_3^2 A_4 A_5 - A_1^3 A_6^2 + 2A_1^2 A_2 A_5 A_6) \\ + A_6 A_0 (A_1^2 A_3 A_4 A_6 - A_1^2 A_4^2 A_5 - A_1 A_2^2 A_5^2 - A_1 A_2 A_3^2 A_6 + A_1 A_2 A_3 A_4 A_5) \end{pmatrix}} \quad (211)$$

donde, los coeficientes se definen como,

$$\begin{aligned} A_0 &= \omega_0 (KK_t R_e + KK_t R_i); \\ A_1 &= (\omega_0 (B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i) + KK_t R_e + KK_t R_i)(j\omega); \\ A_2 &= (\omega_0 (B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i + KMR_e + KMR_i + KR_e m))(j\omega)^2 \\ &+ (\omega_0 (KR_e m_c + KR_e m_m + KR_i m + KR_i m_c + KR_i m_m + K_t M R_e + K_t M R_i + K_t R_e m_c))(j\omega)^2 \\ &+ (\omega_0 (K_t R_i m_c) + B_s B_t K_t + CK_t R_e + CK_t R_i + C_t K R_e + C_t K R_i + KK_t L_i)(j\omega)^2; \\ A_3 &= + (\omega_0 (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + CC_t L_i + CMR_e + CMR_i + CR_e m))(j\omega)^3 \\ &+ (\omega_0 (+CR_e m_c + CR_e m_m + CR_i m + CR_i m_c + CR_i m_m + C_t M R_e + C_t M R_i + C_t R_e m_c))(j\omega)^3 \\ &+ (\omega_0 (C_t R_i m_c + KL_i M + KL_i m + KL_i m_c + KL_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c))(j\omega)^3 \\ &+ (B_s B_t C_t + CC_t R_e + CC_t R_i + CK_t L_i + C_t K L_i + KMR_e + KMR_i + KR_e m)(j\omega)^3 \\ &+ (KR_e m_c + KR_e m_m + KR_i m + KR_i m_c + KR_i m_m + K_t M R_e + K_t M R_i + K_t R_e m_c + K_t R_i m_c)(j\omega)^3; \\ A_4 &= (\omega_0 (CL_i M + CL_i m + CL_i m_c + CL_i m_m + C_t L_i M + C_t L_i m_c + MR_e m))(j\omega)^4 \\ &+ (\omega_0 (MR_e m_m + MR_i m + MR_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m))(j\omega)^4 \\ &+ (B_s B_t M + B_s B_t m + B_s B_t m_c + B_s B_t m_m + CC_t L_i + CMR_e + CMR_i + CR_e m)(j\omega)^4 \\ &+ (CR_e m_c + CR_e m_m + CR_i m + CR_i m_c + CR_i m_m + C_t M R_e + C_t M R_i + C_t R_e m_c)(j\omega)^4 \\ &+ (C_t R_i m_c + KL_i M + KL_i m + KL_i m_c + KL_i m_m + K_t L_i M + K_t L_i m_c)(j\omega)^4; \\ A_5 &= (\omega_0 (L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) + CL_i M + CL_i m + CL_i m_c + CL_i m_m + C_t L_i M)(j\omega)^5 \\ &+ (C_t L_i m_c + MR_e m + MR_e m_m + MR_i m + MR_i m_m + R_e m m_c + R_e m_c m_m + R_i m m_c + R_i m_c m_m)(j\omega)^5; \\ A_6 &= (L_i M m + L_i M m_m + L_i m m_c + L_i m_c m_m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0^{JAW} &= 0; B_1^{JAW} = 0; B_2^{JAW} = (-KK_tR_e - KK_tR_i)^2; \\
B_3^{JAW} &= (2(-KK_tR_e - KK_tR_i))(B_sB_tC_t + CC_tR_e + CC_tR_i + CK_tL_i + C_tKL_i) \\
&\quad + (-B_sB_tK_t - CK_tR_e - CK_tR_i - C_tKR_e - C_tKR_i - KK_tL_i)^2; \\
B_4^{JAW} &= (B_sB_tC_t + CC_tR_e + CC_tR_i + CK_tL_i + C_tKL_i)^2 \\
&\quad + (2(-B_sB_tK_t - CK_tR_e - CK_tR_i - C_tKR_e - C_tKR_i - KK_tL_i))CC_tL_i \\
B_5^{JAW} &= C^2C_t^2L_i^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0^{JDW} &= 0; B_1^{JDW} = 0; \\
B_2^{JDW} &= (K_tMR_e + K_tMR_i + K_tR_em_c + K_tR_im_c)^2; \\
B_3^{JDW} &= \left((2(K_tMR_e + K_tMR_i + K_tR_em_c + K_tR_im_c))(-C_tL_iM - C_tL_im_c) \right) \\
&\quad + ((C_tMR_e + C_tMR_i + C_tR_em_c + C_tR_im_c + K_tL_iM + K_tL_im_c)^2); \\
B_4^{JDW} &= (-C_tL_iM - C_tL_im_c)^2, B_5^{JDW} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0^{JTW} &= 0; B_1^{JTW} = 0; B_2^{JTW} = K_t^2(KMR_e + KMR_i + KR_em + KR_em_c + KR_em_m + KR_im + KR_im_c + KR_im_m)^2; \\
B_3^{JTW} &= +2K_t^2(KMR_e + KMR_i + KR_em + KR_em_c + KR_em_m + KR_im + KR_im_c + KR_im_m) \\
&\quad (-CL_iM - CL_im - CL_im_c - CL_im_m - MR_em - MR_em_m) \\
&\quad + 2K_t^2(KMR_e + KMR_i + KR_em + KR_em_c + KR_em_m + KR_im + KR_im_c + KR_im_m) \\
&\quad (-MR_im - MR_im_m - R_emm_c - R_emcm_m - R_imm_c - R_imcm_m) \\
&\quad + K_t^2(B_sB_tM + B_sB_tm + B_sB_tm_c + B_sB_tm_m + CMR_e + CMR_i + CR_em + CR_em_c)^2 \\
&\quad + K_t^2(+CR_em_m + CR_im + CR_im_c + CR_im_m + KL_iM + KL_im + KL_im_c + KL_im_m)^2; \\
B_4^{JTW} &= K_t^2(-CL_iM - CL_im - CL_im_c - CL_im_m - MR_em - MR_em_m)^2 \\
&\quad + K_t^2(-MR_im - MR_im_m - R_emm_c - R_emcm_m - R_imm_c - R_imcm_m)^2 \\
&\quad + (-2K_t^2(B_sB_tM + B_sB_tm + B_sB_tm_c + B_sB_tm_m + CMR_e)(L_iMm + L_iMm_m + L_iimm_c + L_imcm_m)) \\
&\quad + (-2K_t^2(CMR_i + CR_em + CR_em_c + CR_em_m + CR_im)(L_iMm + L_iMm_m + L_iimm_c + L_imcm_m)) \\
&\quad + (-2K_t^2(CR_im_c + CR_im_m + KL_iM + KL_im + KL_im_c + KL_im_m)(L_iMm + L_iMm_m + L_iimm_c + L_imcm_m)); \\
B_5^{JTW} &= K_t^2(L_iMm + L_iMm_m + L_iimm_c + L_imcm_m)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_0^{JPW} &= 0; B_1^{JPW} = 0; B_2^{JPW} = 0; B_3^{JPW} = B_s^2R_e^2(K_tM + K_tm_c)^2 \\
B_4^{JPW} &= B_s^2R_e^2(C_tM + C_tm_c)^2; B_5^{JPW} = 0
\end{aligned}$$

Luego, los índices de rendimiento considerando la frecuencia de corte se pueden representar de la siguiente manera,

$$J_{AW} = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \cdot L_w\right)^{1/2} \quad (212)$$

$$J_{DW} = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \cdot L_w\right)^{1/2} \quad (213)$$

$$J_{TW} = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \cdot L_w\right)^{1/2} \quad (214)$$

$$J_{PW} = (2\pi \cdot n_o) \cdot \sqrt{G_q \cdot V \cdot S_x} \cdot \left(\frac{1}{R_e} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot L_w\right)^{1/2} \quad (215)$$

Con el cálculo de los índices de rendimiento dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético se puede conocer la energía de vibración total que entra al sistema. Sin embargo, dicha energía tiene un impacto negativo en el sistema de suspensión, y debe ser minimizada. En el caso de la suspensión regenerativa electromagnética propuesta se busca minimizar la energía del índice de confort, índice de carga dinámica del neumático, así como del índice de deflexión de la suspensión, y maximizar la energía del índice de regeneración de energía vibratoria, con el objetivo de obtener los parámetros dinámicos óptimos del amortiguador regenerativo electromagnético.

4.5 Optimización de los índices de rendimiento dinámico del sistema de suspensión regenerativa electromagnética

En esta sección, se presenta la evaluación gráfica de los índices de rendimiento dinámico, con dicho procedimiento de optimización se pretende minimizar el desplazamiento cuadrático medio del chasis cuando es excitado por una fuerza aleatoria de densidad espectral de potencia no uniforme. Además, se busca maximizar la cantidad de energía que es regenerada por el amortiguador regenerativo electromagnético. Por lo tanto, se realiza un análisis paramétrico de los índices de rendimiento en base a un balance de conservación de la energía, con el objetivo de lograr un mejor compromiso entre los cuatro índices de rendimiento dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético. Así, se obtienen las soluciones que se observan en la Figura 39.

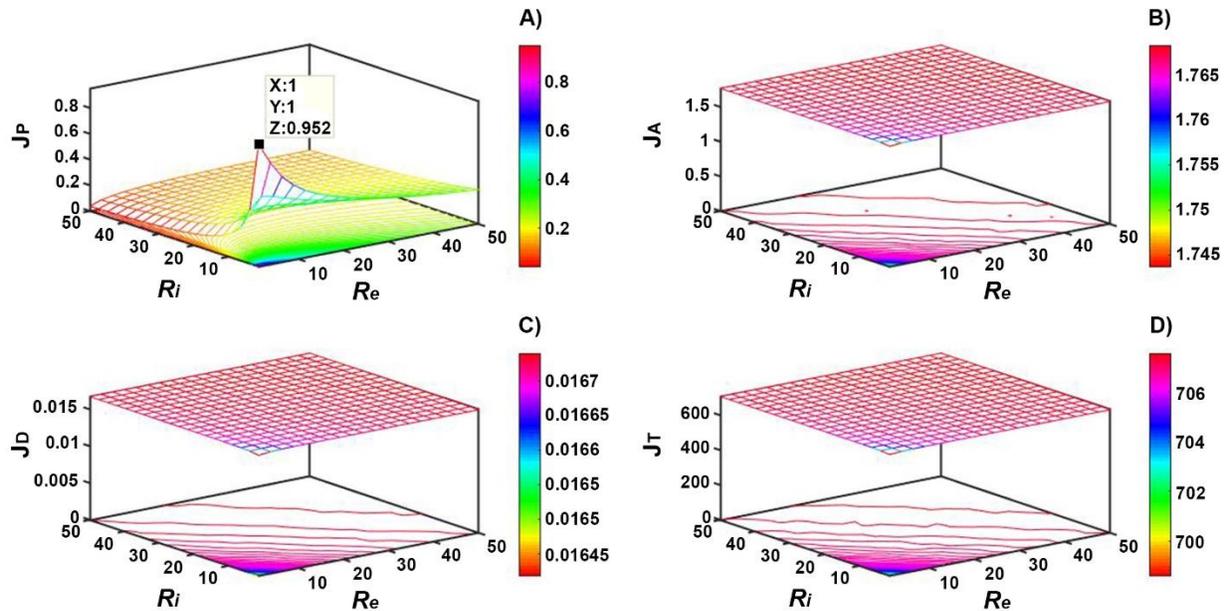


Figura 39: Gráficas de optimización de los índices de rendimiento dinámico sistema de suspensión regenerativo electromagnético: A) Índice de regeneración de energía; B) Índice de confort; C) Índice de la deflexión del sistema de suspensión; D) Índice de la carga dinámica entre el neumático y la carretera.

El balance de energía de los índices de rendimiento dinámico se realizó a través del software Matlab, en dicho programa se programaron los índices de rendimiento del sistema de suspensión regenerativo y se analizó su comportamiento al variar los valores tanto de la resistencia interna (R_i), como de la resistencia externa (R_e) del amortiguador regenerativo electromagnético. Además, se consideraron los valores que se muestran en la Tabla 1, como los valores de los parámetros de la simulación. Las soluciones gráficas de este análisis se muestran en la Figura 39, donde se observa el comportamiento de cada índice de rendimiento del sistema de suspensión regenerativo electromagnético, los cuales son: Figura 39 A) Índice de regeneración de energía; Figura 39 B) Índice de confort; Figura 39 C) Índice de la deflexión del sistema de suspensión; Figura 39 D) Índice de la carga dinámica entre el neumático y la carretera. En dichas gráficas se puede notar que el rendimiento del amortiguador regenerativo electromagnético tiene un efecto poco significativo sobre el índice de confort, el índice de deflexión de la suspensión y el índice de carga dinámica sobre el neumático. Por otro lado, el rendimiento del índice de regeneración de potencia es mucho mayor, cuando la resistencia interna (R_i), y la resistencia externa (R_e) del amortiguador regenerativo electromagnético tienen un valor de 10 ohm. Así, cuando las resistencias del amortiguador regenerativo son de menor valor, el compromiso entre los índices de rendimiento tiende a mejorar y el sistema logra una mayor capacidad de regeneración de potencia, tal como se muestra en la Figura 39 A). Además, otro factor que también tiene un impacto en el incremento de la densidad de potencia es el coeficiente electromecánico, ya que cuanto más fuerte sea la intensidad del campo magnético mayor será la potencia regenerada. Por lo tanto, considerando los parámetros del artículo de (R. Zhang et al., 2018) y con base en los resultados

del balance de conservación de energía se pueden definir los valores óptimos que componen al amortiguador regenerativo electromagnético propuesto, tal como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2: Parámetros óptimos del amortiguador regenerativo electromagnético.

Parámetros	Valor	Unidad
B_s	6.5	T
L_i	0.000094	H
R_i	10	Ω
R_e	10	Ω
m_c	1.256	kg
m_m	2.428	kg

Luego, para comprobar el rendimiento del amortiguador regenerativo electromagnético diseñado a partir de los parámetros mostrados en la Tabla 2, se realizaron simulaciones numéricas considerando diferentes perfiles artificiales de carretera, los cuales se pueden crear resolviendo la ecuación estocástica diferencial (50) mencionada en la sección 3.4. Dicha ecuación se codificó a través de Matlab Simulink como se muestra en la Figura 40, con la finalidad de mostrar gráficamente la señal de la carretera.

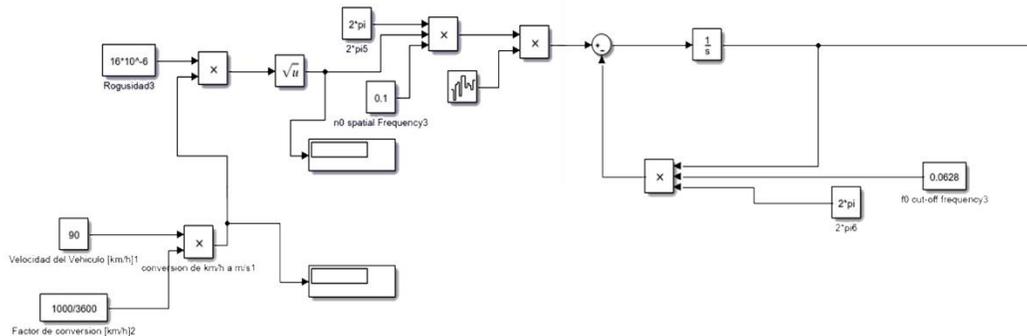


Figura 40: Código en Matlab Simulink de la ecuación estocástica que representa a la carretera.

El código de la Figura 40, se resuelve por medio de un algoritmo de programación secuencial, el cual nos da como resultado la señal de excitación de entrada (Z_g). Donde, para representar los diferentes grados del perfil de la carretera, es necesario variar la rugosidad del terreno, la cual se clasifica de acuerdo a la norma ISO 8608. A continuación, en la Tabla 3 se muestran los parámetros para generar los perfiles artificiales de carretera.

Tabla 3: Niveles de rugosidad de la carretera clasificados por la norma ISO 8608.

Grado del perfil de la carretera	$G_x(\eta_0)$ (10^{-6}) [m^3] $\eta_0 = 0.1$ [m^{-1}] Media geométrica
Clase A	16
Clase B	46
Clase C	256
Clase D	1024
Clase E	4096
Clase F	16384
Clase G	65536
Clase H	262144

Por lo tanto, al solucionar la ecuación diferencial estocástica (50) de la sección 3.4 se obtienen las señales que representan los diferentes grados del perfil artificial de la carretera. Así las señales resultantes se presentan en la Figura 41,

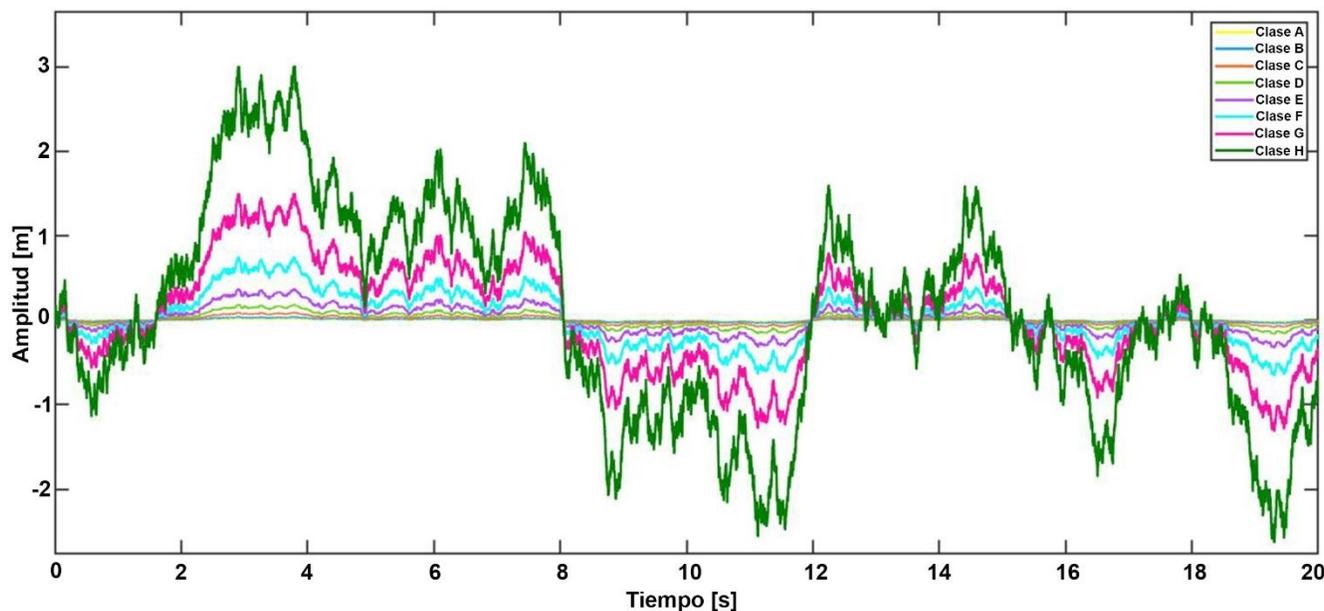


Figura 41: Perfiles artificiales de carretera (clase A-H).

4.6 Análisis paramétrico de los índices de rendimiento dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético para los modelos de $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$ vehículo

El análisis paramétrico también considera la evaluación de los índices de rendimiento dinámico, que incluyen las principales dinámicas del vehículo completo. Existen cuatro principales respuestas que se deben tomar en cuenta para realizar dicho análisis, estas respuestas dinámicas son; la potencia regenerada por los amortiguadores regenerativos, la deflexión de la suspensión, la aceleración de la masa suspendida, y la carga dinámica entre el neumático y la carretera. Por lo tanto, considerando los perfiles artificiales de carretera que se muestran en la Figura 41 como fuente de excitación para el sistema de suspensión regenerativo propuesto, se generaron simulaciones numéricas utilizando los modelos de un cuarto y de medio vehículo. A continuación, se muestran las variaciones de dichos índices en función de la velocidad de conducción y de la rugosidad de la carretera.

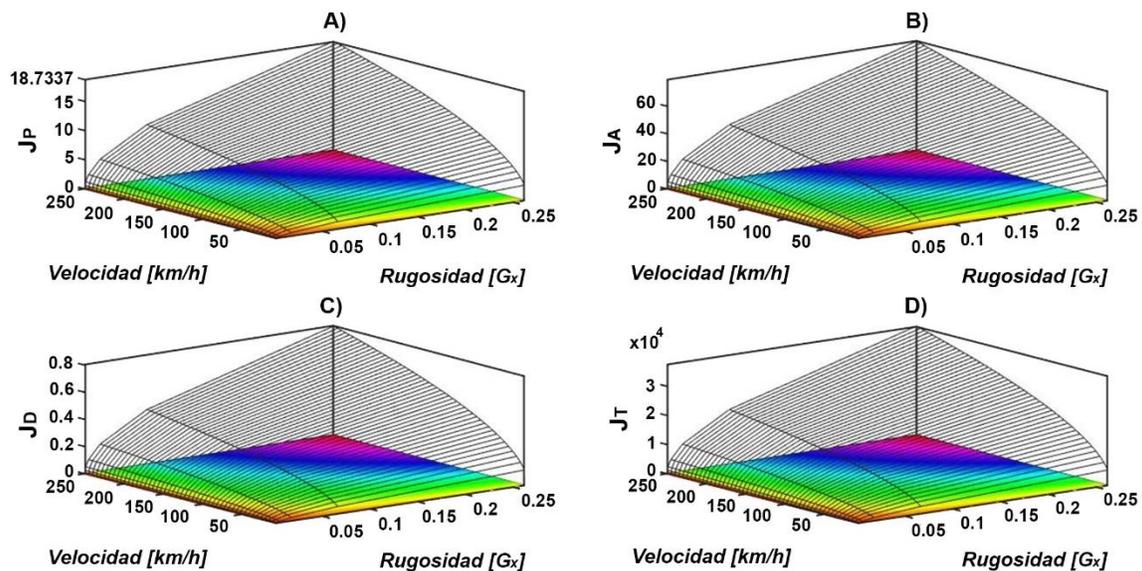


Figura 42: Comportamiento dinámico de un cuarto del sistema de suspensión regenerativo electromagnético variando la rugosidad del terreno (clase de carretera) y la velocidad de conducción: A) Índice de regeneración de energía; B) Índice de confort; C) Índice de la deflexión del sistema de suspensión; D) Índice de la carga dinámica entre el neumático y la carretera.

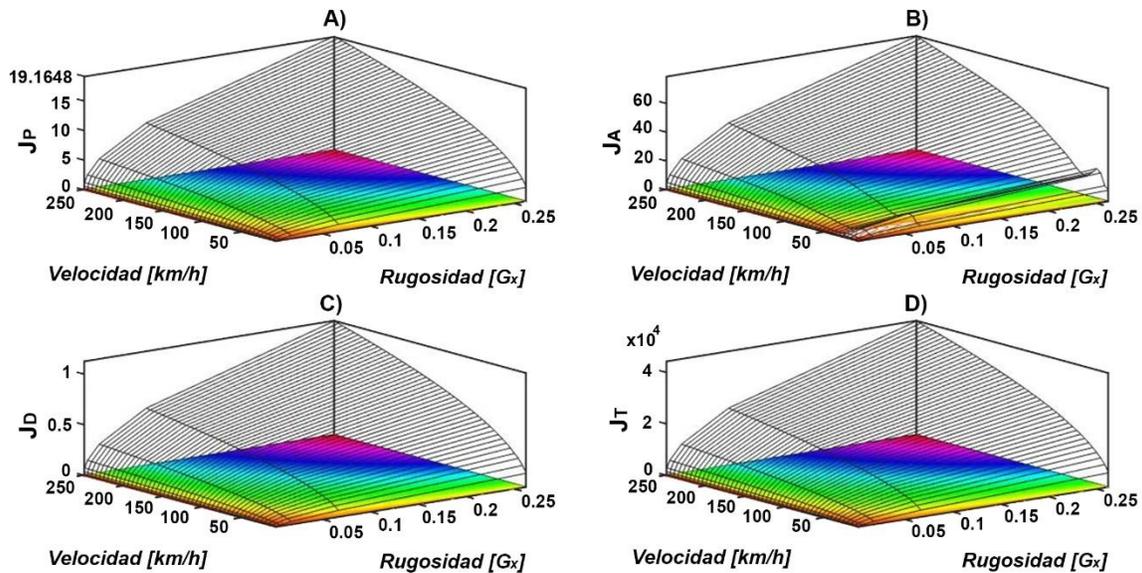


Figura 43: Comportamiento dinámico de medio sistema de suspensión regenerativo electromagnético variando la rugosidad del terreno (clase de carretera) y la velocidad de conducción: A) Índice de regeneración de energía; B) Índice de confort; C) Índice de la deflexión del sistema de suspensión; D) Índice de la carga dinámica entre el neumático y la carretera.

En la Figura 42 y la Figura 43 se puede notar que se tiene un aumento en la potencia regenerada al elevarse la velocidad del vehículo. De igual forma sucede con la rugosidad de la carretera, cuando ésta aumenta se obtiene una mayor densidad de regeneración de energía. De hecho, esto es algo lógico, ya que tanto la velocidad del vehículo como la calidad de la carretera tienen una gran influencia en la vibración del sistema de suspensión. Por lo tanto, al aumentar dichos factores se eleva la vibración que entra al sistema y así se incrementa la energía por regenerar. Sin embargo, al tener una vibración elevada en el sistema de suspensión provoca que el confort de conducción, la deflexión de la suspensión, así como la carga dinámica entre el neumático y la carretera se deterioren drásticamente, por esta razón se tiene que lograr un perfecto balance entre cada uno de los índices de rendimiento dinámico. Por otro lado, comparando los resultados entre el modelo de un cuarto de suspensión regenerativa y el modelo de media suspensión regenerativa, se puede observar cómo entre más completo sea el modelo se obtienen resultados más cercanos a la realidad, notándose que la potencia regenerada tiene un aumento significativo entre un modelo y otro, pero sin haber mucha diferencia entre los índices restantes. Así, en la siguiente sección se presentan las simulaciones numéricas del modelo completo del sistema de suspensión regenerativo electromagnético propuesto, tomando en cuenta los perfiles artificiales de carretera y los ciclos de velocidad de conducción, con el objetivo de cuantificar la potencia regenerada por un vehículo durante su ciclo de trabajo, de la forma más realista posible.

4.7 Cuantificación de la potencia regenerada por el sistema de suspensión regenerativo electromagnético

En esta subsección se presenta el análisis numérico para conocer la capacidad de regeneración de energía en el sistema de suspensión regenerativo electromagnético considerando todas las dinámicas del vehículo completo. Primero, se lleva a cabo un análisis donde las excitaciones de entrada al sistema son señales armónicas, con el fin de observar el comportamiento y rendimiento del sistema propuesto. Después, se realiza otro análisis considerando las excitaciones de entrada al sistema como señales estocásticas, dichas señales se generan por medio de ciclos de velocidad de conducción, entre los que se encuentran: los ciclos modales de conducción, tales como el NEDC (New European Driving Cycle) y el EUDC (Extra Urban Driving Cycle), y los ciclos transitorios, los cuales son los ciclos de velocidad variable WLTP (Worldwide harmonized Light Vehicles Test Procedure), FTP (Federal Test Procedure) y el HWFET (Highway Fuel Economy Test). Por tanto, con el segundo modo de simulación se busca cuantificar la potencia regenerada por el sistema de suspensión regenerativo electromagnético propuesto de manera más realista. Así, con estos análisis se pueden conocer todos los aspectos de la suspensión regenerativa y la mejoría que se tiene al integrar un amortiguador regenerativo electromagnético al sistema.

4.7.1 Análisis armónico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético completo

El modelo dinámico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético completo proporciona tanto efectos lineales como no lineales debido al movimiento no sincronizado del chasis del vehículo, lo que fue mencionado y desarrollado en la sección 4.4. A través de las ecuaciones obtenidas en dicha sección se realizó la programación en Matlab, donde se utilizó una señal armónica de diferente amplitud como la excitación de entrada para cada neumático del vehículo, además se consideraron los parámetros de simulación que se observan en la Tabla 1. Por lo tanto, las respuestas en función de la frecuencia del modelo propuesto se tienen,

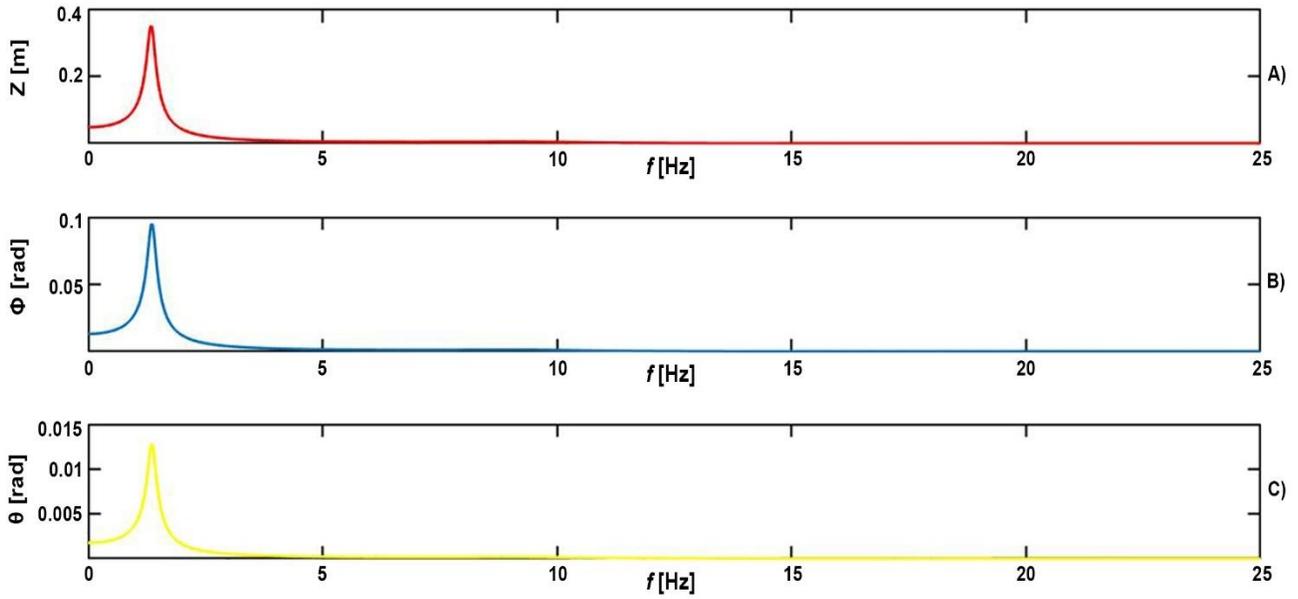


Figura 44: Curvas de las funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) del chasis del vehículo ante una entrada de excitación armónica: A) Desplazamiento vertical del chasis; B) Movimiento de cabeceo del chasis; C) Movimiento de balanceo del chasis.

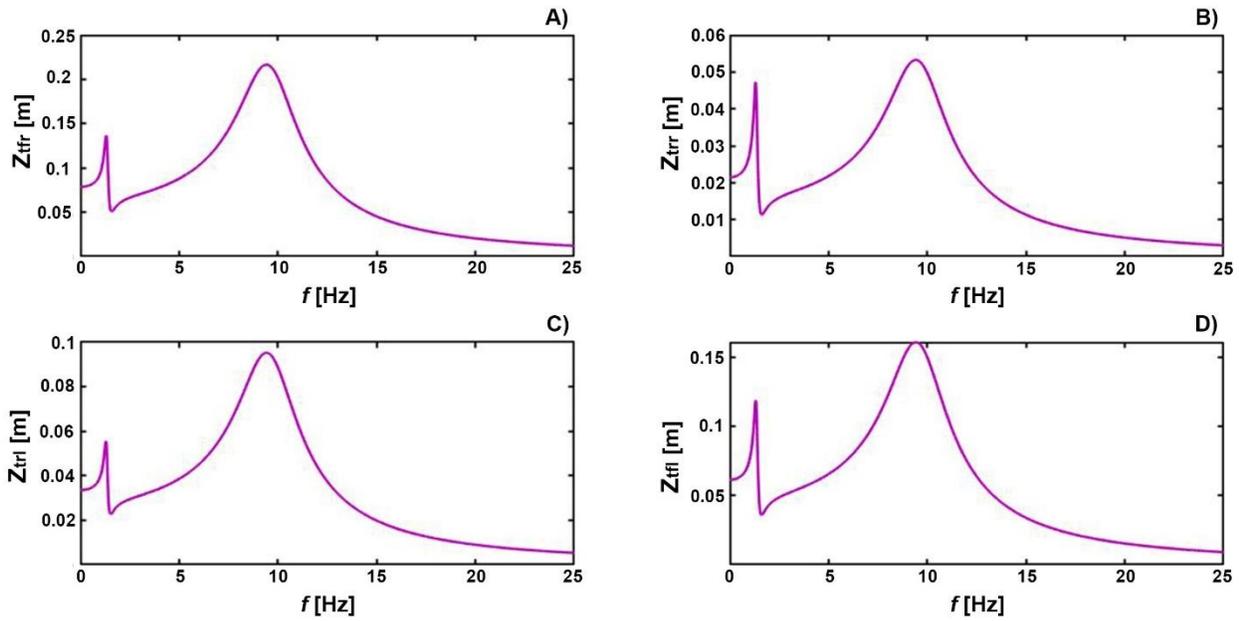


Figura 45: Curvas de las funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) del desplazamiento de los neumáticos ante una entrada de excitación armónica: A) Rueda frontal derecha; B) Rueda trasera derecha; C) Rueda trasera izquierda; D) Rueda frontal izquierda.

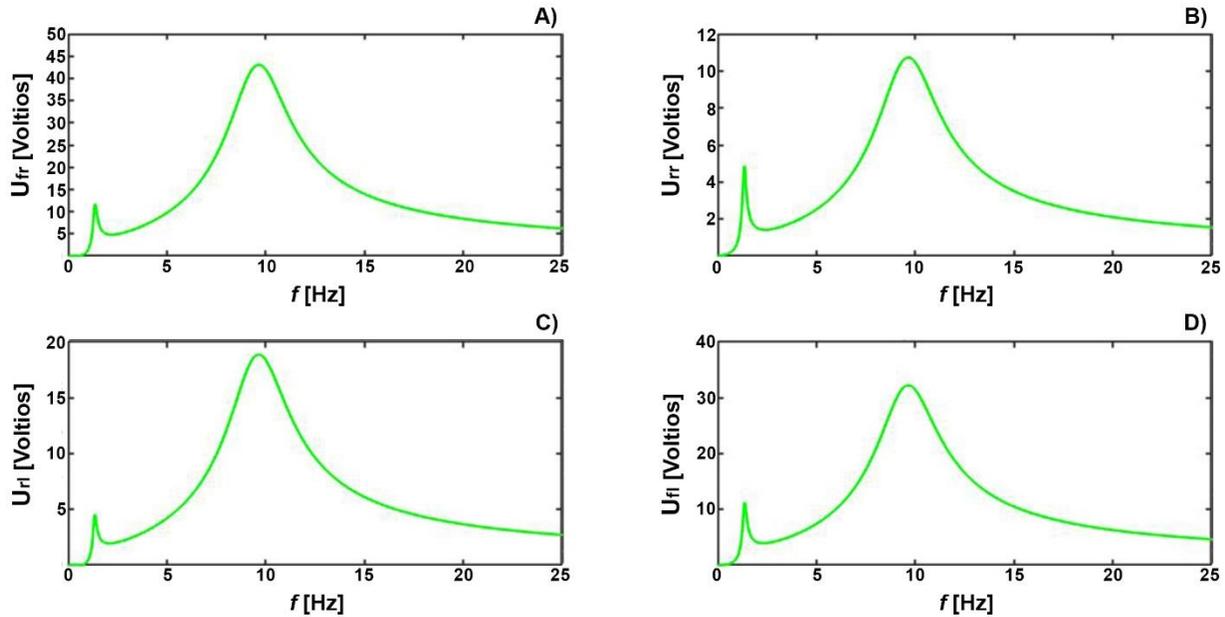


Figura 46: Curvas de las funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) del voltaje producido por cada amortiguador regenerativo electromagnético ante una entrada de excitación armónica: A) Amortiguador frontal derecho; B) Amortiguador trasero derecho; C) Amortiguador trasero izquierdo; D) Amortiguador frontal izquierdo.

Nótese que las gráficas que se muestran en la Figura 44 muestran el comportamiento dinámico del chasis ante una entrada armónica, mientras que la Figura 45 indica el desplazamiento que hay en cada neumático. Finalmente, en la Figura 46 se puede apreciar el nivel de voltaje producido por cada amortiguador regenerativo electromagnético, en donde se tiene un rango que va de los 10 hasta los 40 Voltios. Estas respuestas en el dominio de la frecuencia permiten observar el comportamiento dinámico del modelo completo de la suspensión automotriz regenerativa electromagnética de manera más amplia. No obstante, para obtener resultados más realistas y poder medir la capacidad de regeneración de energía del sistema propuesto con mayor precisión, es necesario realizar simulaciones considerando los perfiles artificiales de carretera y ciclos de conducción de velocidad, mencionados anteriormente.

4.7.2 Análisis estocástico del sistema de suspensión regenerativo electromagnético completo

En esta subsección se presenta el análisis numérico para demostrar la capacidad de regeneración de energía que tiene el amortiguador regenerativo electromagnético diseñado, bajo el efecto de señales estocásticas de entrada, donde se utilizan patrones de velocidad de conducción para generar el perfil de la carretera. En dicho análisis se consideran los parámetros de rugosidad de carretera de clase C y D que se muestran en la Tabla 3. Como se ha mencionado anteriormente, a partir de dichos parámetros y solucionando la ecuación diferencial estocástica (50) de la sección 3.4 se pueden generar los perfiles artificiales de carretera que actúan tanto en los neumáticos delanteros como traseros. De este modo, se pueden implementar los perfiles artificiales de carretera considerando los ciclos de velocidad de

conducción en Matlab-Simulink, donde es posible obtener las gráficas de velocidad de cada ciclo de conducción y los respectivos perfiles de carretera que se generan. A continuación, se muestran los resultados de cada ciclo,

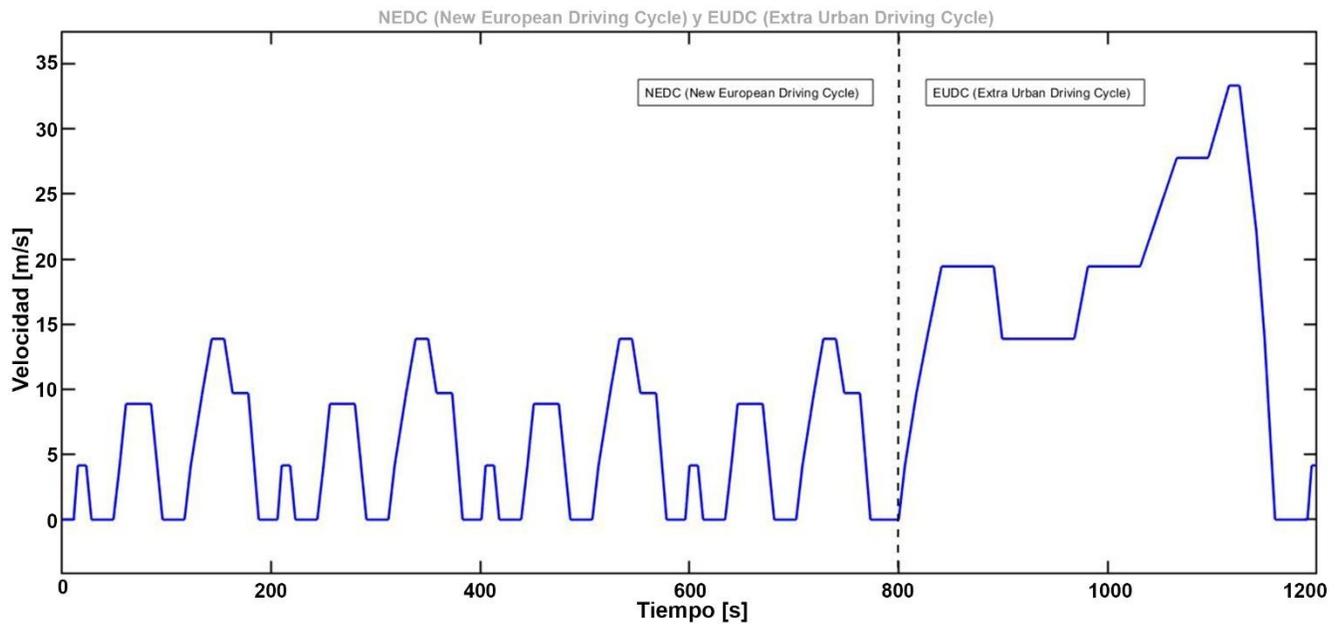


Figura 47: Ciclo de conducción modal estándar NEDC y EUDC.

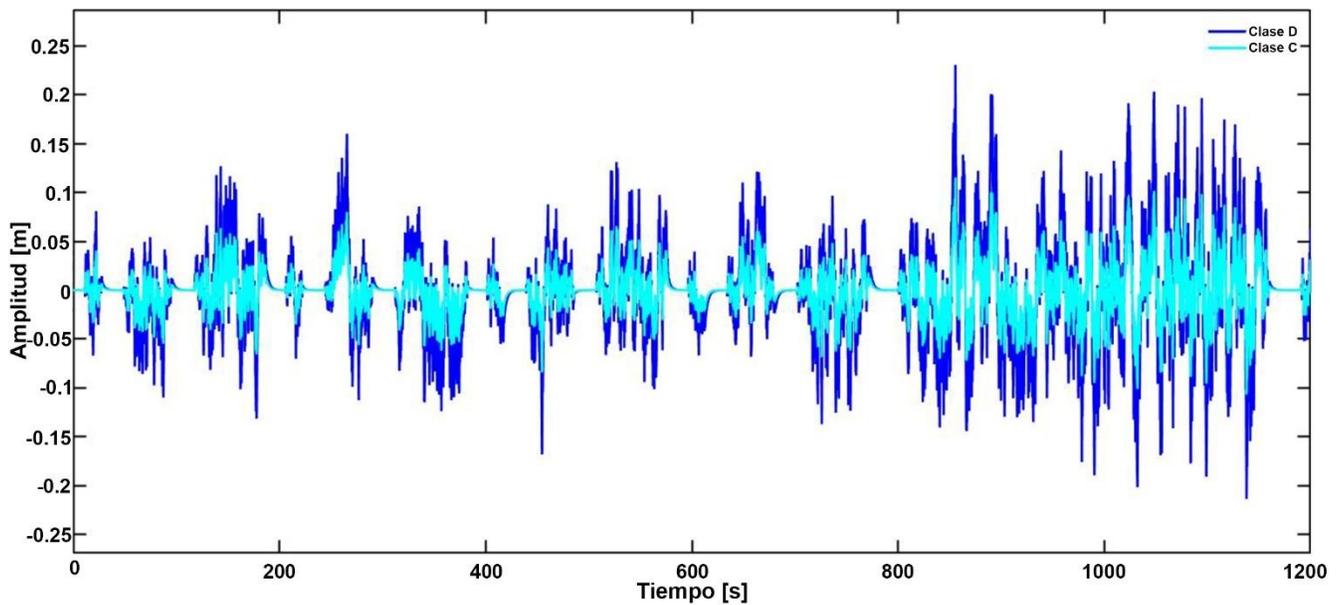


Figura 48: Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D creados utilizando los ciclos de conducción NEDC y EUDC.

Así, las gráficas de velocidad de los ciclos de conducción modal estándar NEDC y EUDC, se pueden apreciar en la Figura 47, donde se observa que en el ciclo de conducción NEDC el vehículo

alcanza una velocidad máxima de 50 km/h. Mientras que en el ciclo EUDC la velocidad máxima es de 120 km/h. Además, los perfiles de carretera que se generaron al aplicar dichos ciclos de conducción se muestran en la Figura 48. Luego, las gráficas del ciclo de conducción transitorio WLTP se muestra en las figuras siguientes,

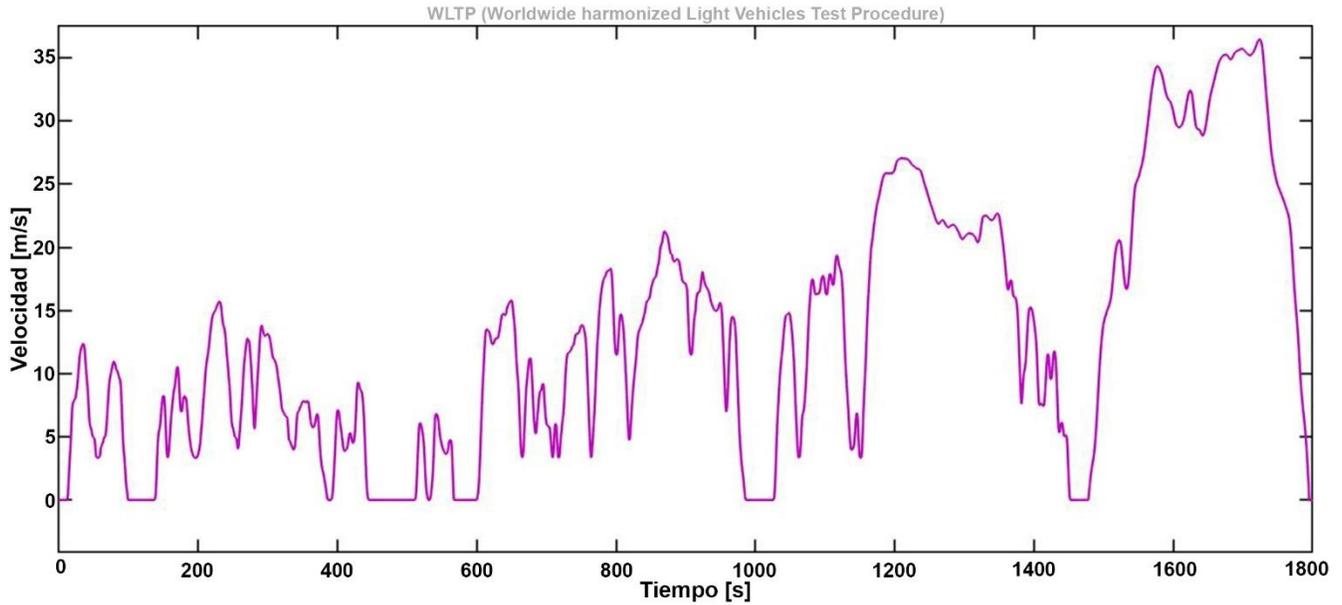


Figura 49: Ciclo de conducción de velocidad transitoria WLTP (Worldwide harmonized Light Vehicles Test Procedure).

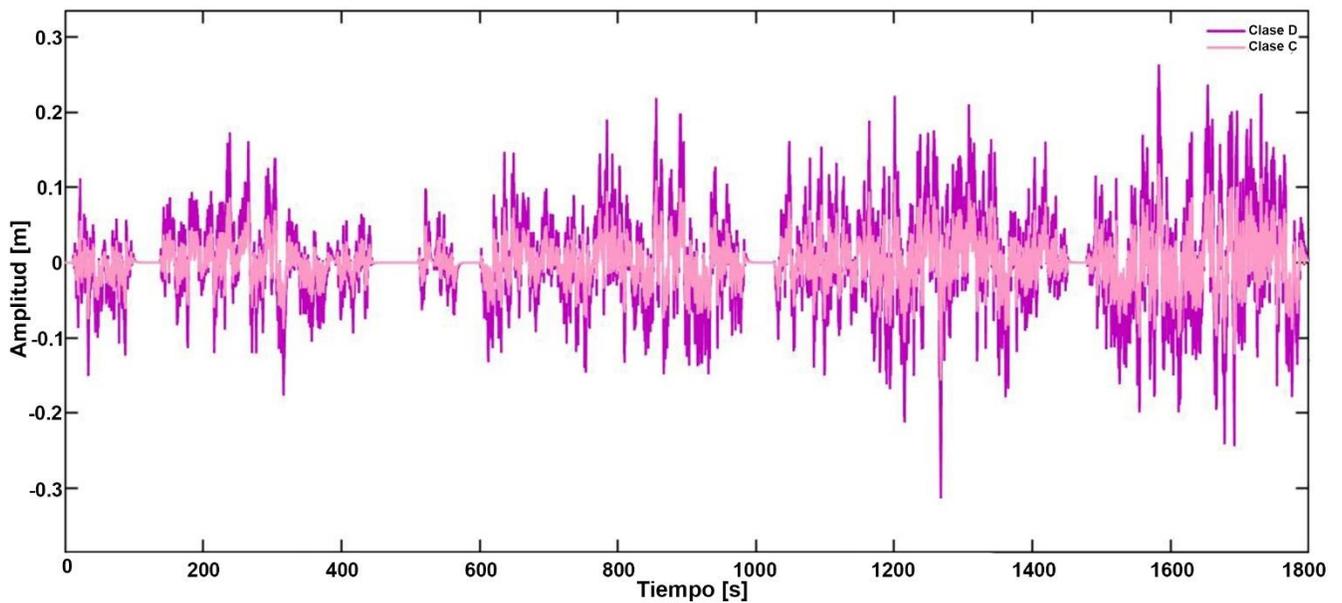


Figura 50: Perfiles artificiales no estacionarios para las carreteras clase C y D considerando el ciclo de conducción de velocidad transitoria WLTP (Worldwide harmonized Light Vehicles Test Procedure).

En la Figura 49 se puede ver la gráfica de velocidad del ciclo de conducción transitorio WLTP, donde el vehículo alcanza una velocidad máxima de conducción que rebasa los 120 km/h. Además, en la Figura 50 se observan los perfiles de carreteras clase C y D generados al utilizar el ciclo WLTP. Otro ciclo de conducción de velocidad transitoria es el FTP, del cual se puede observar su gráfica de velocidad en la Figura 51, nótese que en este ciclo de conducción la velocidad máxima que el automóvil alcanza es de 90 km/h. Mientras que en la Figura 52 se muestran sus respectivos perfiles de carretera de clase C y D.

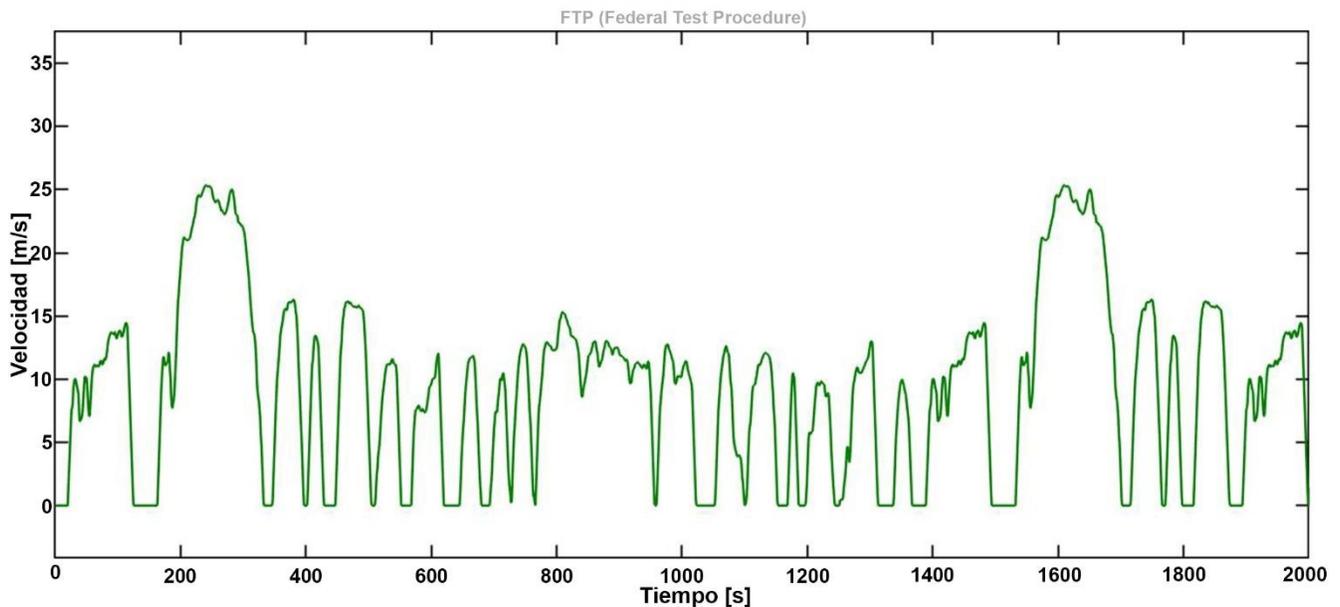


Figura 51: Ciclo de conducción de velocidad transitoria FTP (Federal Test Procedure).

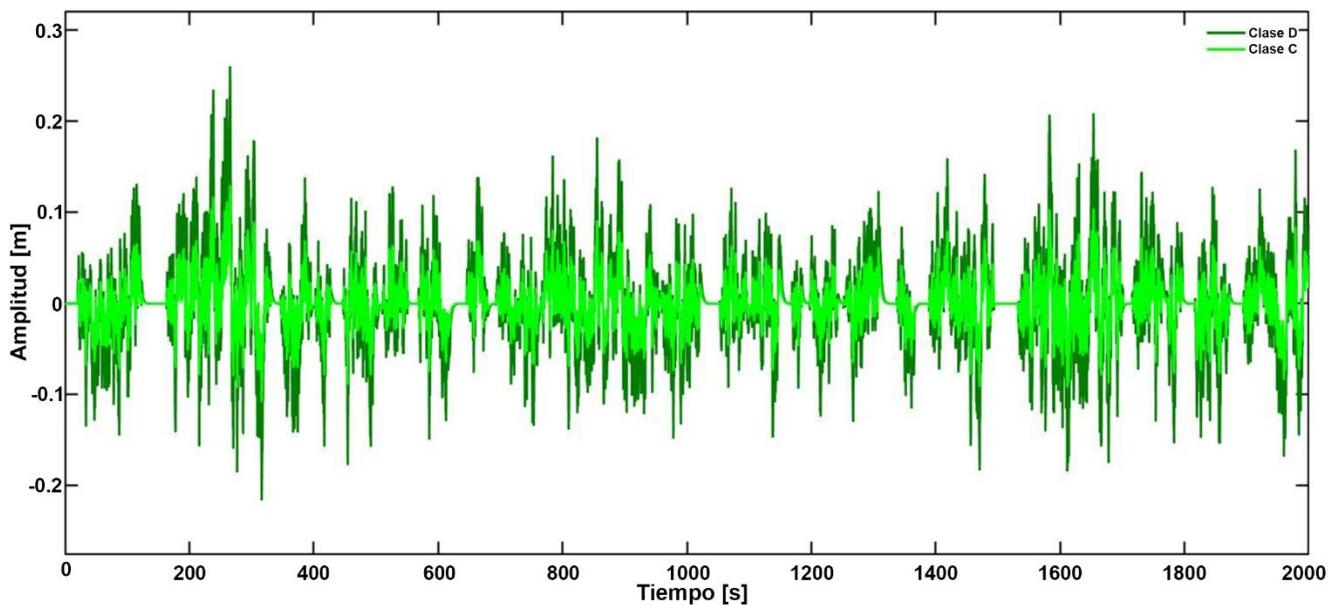


Figura 52: Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D considerando el ciclo de conducción de velocidad transitoria FTP (Federal Test Procedure).

Nótese que el ciclo de conducción de velocidad variable FTP consiste de una sección de velocidad transitoria desde el tiempo cero hasta el tiempo 1400 segundos, después el ciclo es repetitivo. Finalmente, el ciclo de conducción de velocidad transitorio HWFET y sus perfiles de carretera se muestran en la Figura 53 y la Figura 54, respectivamente.

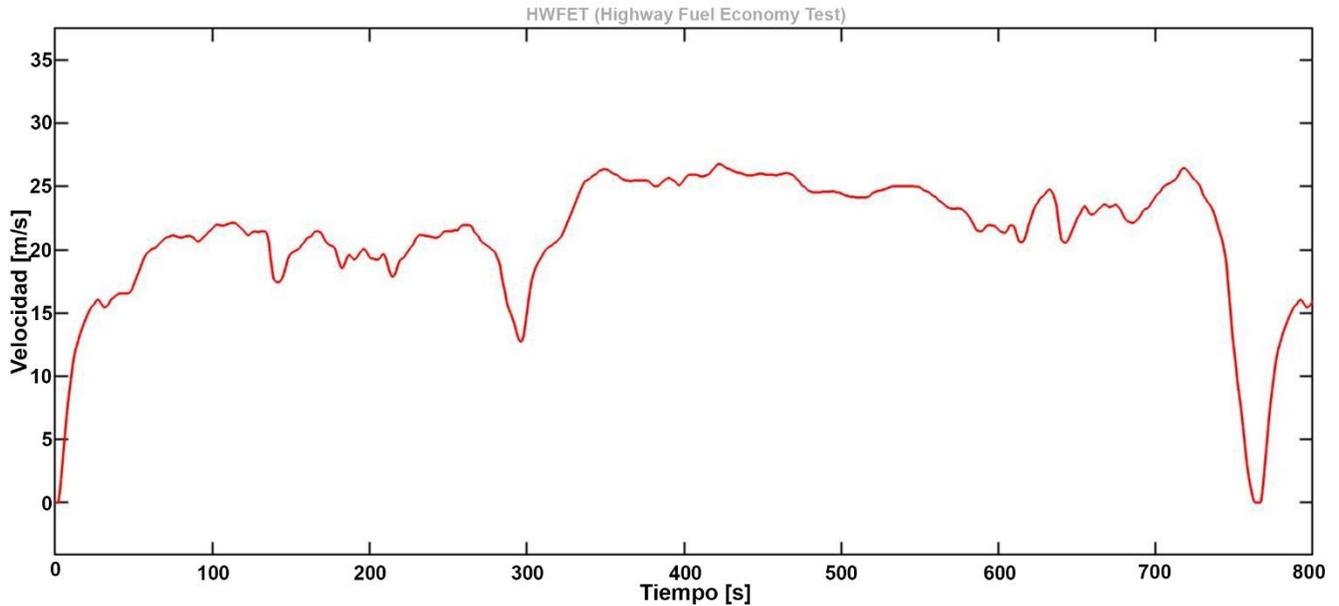


Figura 53: Ciclo de conducción de velocidad transitoria HWFET (Highway Fuel Economy Test).

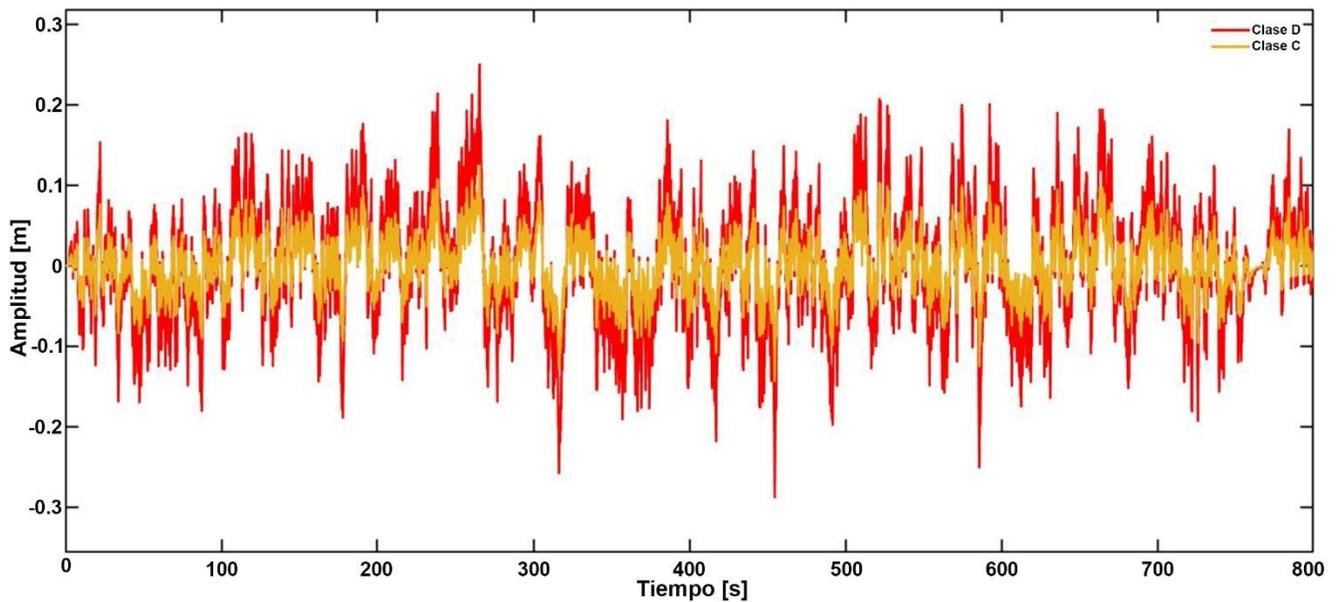


Figura 54: Perfiles artificiales para las carreteras clase C y D considerando el ciclo de conducción de velocidad transitoria HWFET (Highway Fuel Economy Test).

Se puede notar que, en las gráficas de los perfiles de carretera de los diferentes ciclos de conducción, la amplitud de vibración se hace más intensa cuando la velocidad del vehículo se incrementa. De modo que, con los perfiles de carretera como excitaciones de entrada y las ecuaciones dinámicas del modelo completo del sistema de suspensión regenerativo electromagnético desarrollado en la sección 4.3, se puede realizar la simulación numérica para observar la capacidad de regeneración de energía que presenta el amortiguador regenerativo electromagnético. Por lo tanto, en la siguiente subsección se lleva a cabo la codificación del sistema de suspensión regenerativo propuesto y de los perfiles de carretera considerando los ciclos de velocidad de conducción mediante el uso de bloques y funciones inteligentes proporcionados por Matlab Simulink.

4.7.2.1 Simulación numérica de la cuantificación de potencia regenerada por el sistema de suspensión regenerativo electromagnético

En esta subsección se presenta la simulación numérica del potencial de regeneración de energía de los amortiguadores regenerativos electromagnéticos. Para este análisis, se consideran las dinámicas del vehículo completo, y como excitaciones de entrada, se aplican las señales estocásticas generadas a partir de los perfiles de carretera y de los ciclos de velocidad de conducción, esto con el objetivo de simular el comportamiento del vehículo de manera precisa y realista. Por lo tanto, para generar los movimientos simultáneos no sincronizados que se producen en el chasis del vehículo durante su conducción, se aplican dos clases de excitaciones de entrada; una señal con los parámetros de carretera de clase C para ambos neumáticos del lado izquierdo, y otra señal con los parámetros de carretera de clase D para ambos neumáticos del lado derecho del vehículo. De modo que al programar las ecuaciones del modelo completo del sistema de suspensión regenerativo electromagnético diseñado y de los respectivos perfiles de carretera considerando los ciclos de velocidad de conducción, por medio de las herramientas proporcionadas por Matlab Simulink se genera el código con el cual se cuantifica el potencial de regeneración de energía que posee el sistema. En la Figura 55, se pueden observar encerrados con líneas discontinuas, a los bloques que contienen la codificación del conjunto de ecuaciones dinámicas y eléctricas del sistema de suspensión regenerativo que se desarrollaron en la sección 4.3, así como la cinemática lineal y no lineal que representan las ecuaciones (175)-(178).

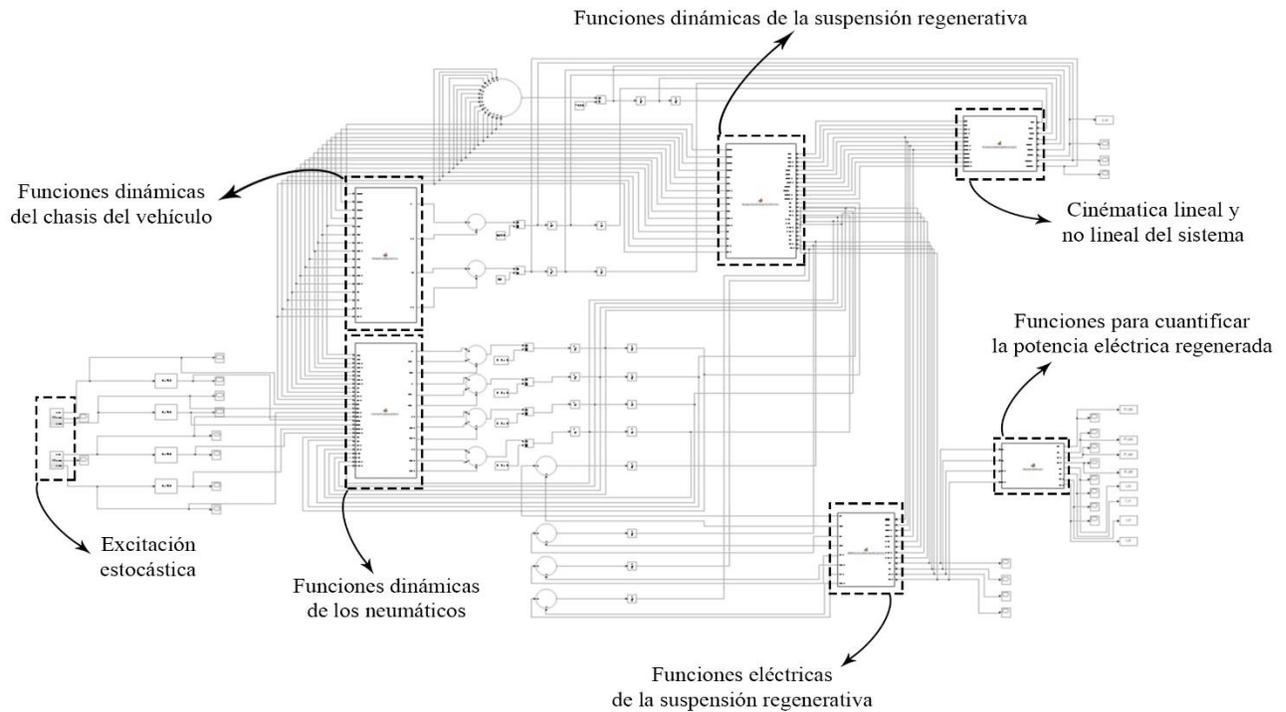


Figura 55: Código del modelo completo del sistema de suspensión automotriz regenerativo electromagnético en Matlab Simulink.

A partir del programa que se observa en la Figura 55 se obtiene la cantidad de potencia eléctrica que logra regenerar el modelo completo del sistema de suspensión regenerativo electromagnético. Donde, la velocidad de conducción del vehículo esta descrita por los ciclos de conducción (NEDC-EUDC, HWFET, FTP, WLTP) y con los parámetros de las carreteras clase C y D como excitación estocástica. Los resultados se muestran en las gráficas siguientes,

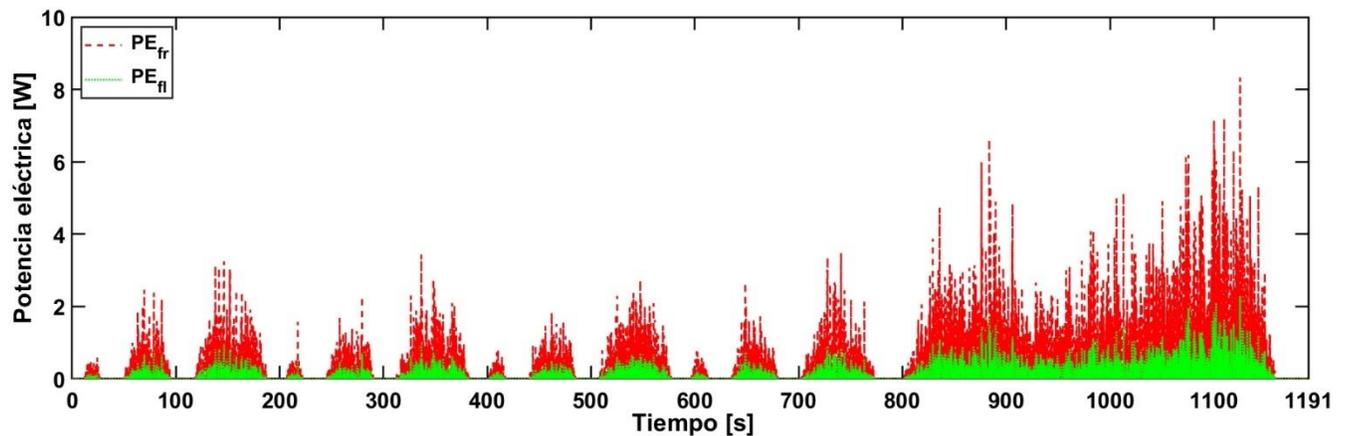


Figura 56: Potencia eléctrica regenerada por el amortiguador regenerativo electromagnético acoplado al modelo completo de la suspensión automotriz, bajo el ciclo de velocidad de conducción NEDC y EUDC: la gráfica de líneas punteadas de color rojo representa la potencia eléctrica producida en la suspensión derecha, mientras que la gráfica verde representa aquella producida en la suspensión izquierda.

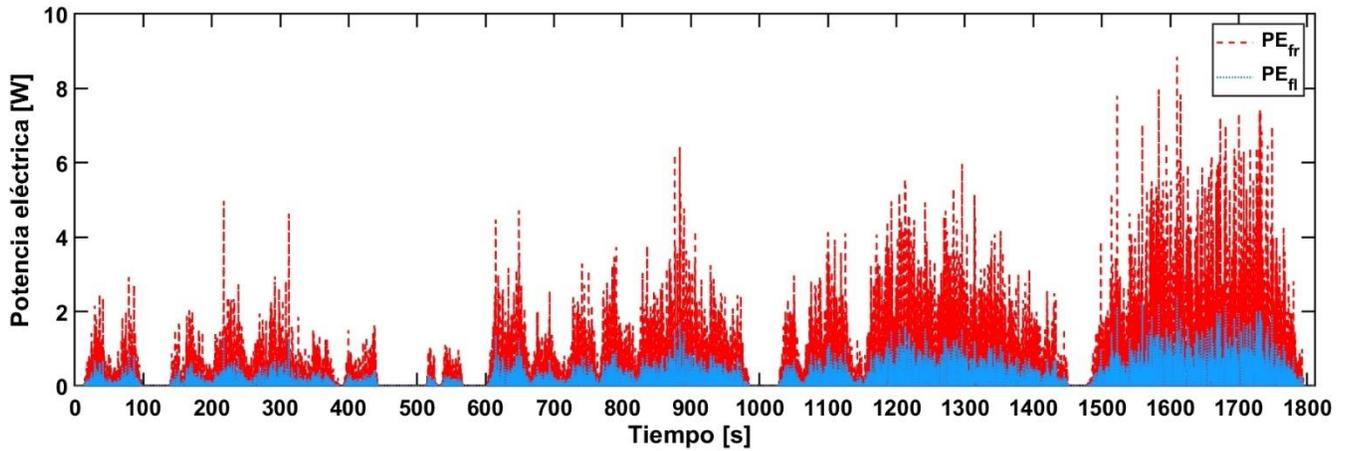


Figura 57: Potencia eléctrica regenerada por el amortiguador regenerativo electromagnético acoplado al modelo completo de la suspensión automotriz, bajo el ciclo de velocidad de conducción WLTP: la gráfica de líneas punteadas de color rojo representa la potencia eléctrica producida en la suspensión derecha, mientras que la gráfica de color azul representa aquella producida en la suspensión izquierda. El valor RMS de la señal PE_{fr} es 0.5351 W, mientras que el de la señal PE_{fl} es 0.2777 W.

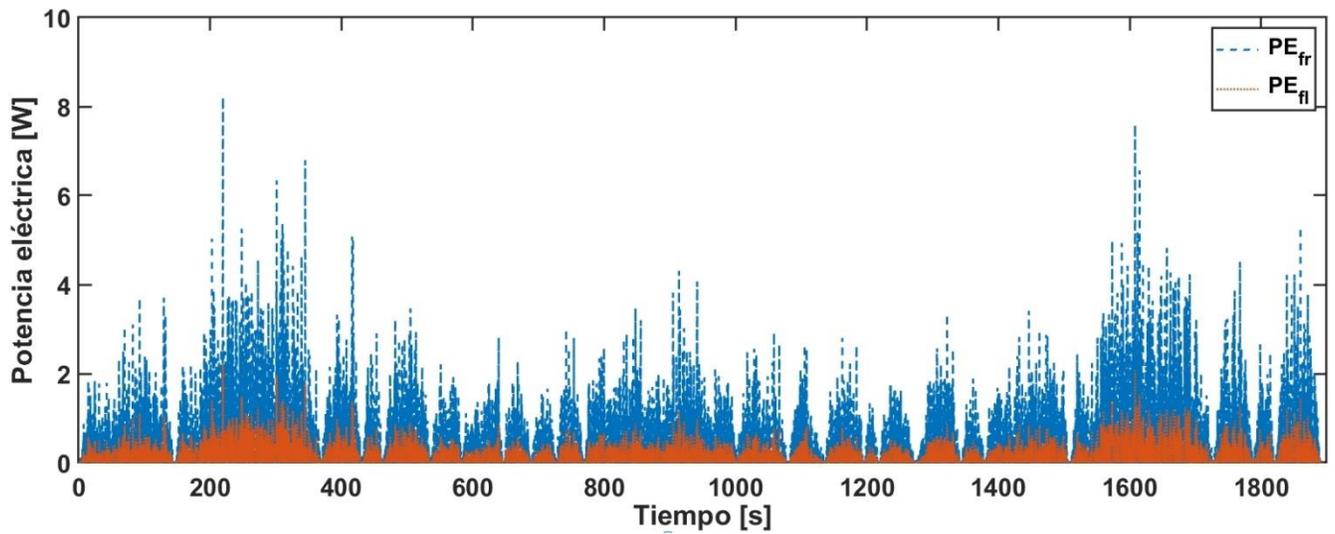


Figura 58: Potencia eléctrica regenerada por el amortiguador regenerativo electromagnético acoplado al modelo completo de la suspensión automotriz, bajo el ciclo de velocidad de conducción FTP: la gráfica de líneas punteadas de color azul representa la potencia eléctrica producida en la suspensión derecha, mientras que la gráfica naranja representa aquella producida en la suspensión izquierda. El valor RMS de la señal PE_{fr} es 0.4730 W, mientras que el de la señal PE_{fl} es 0.2455 W.

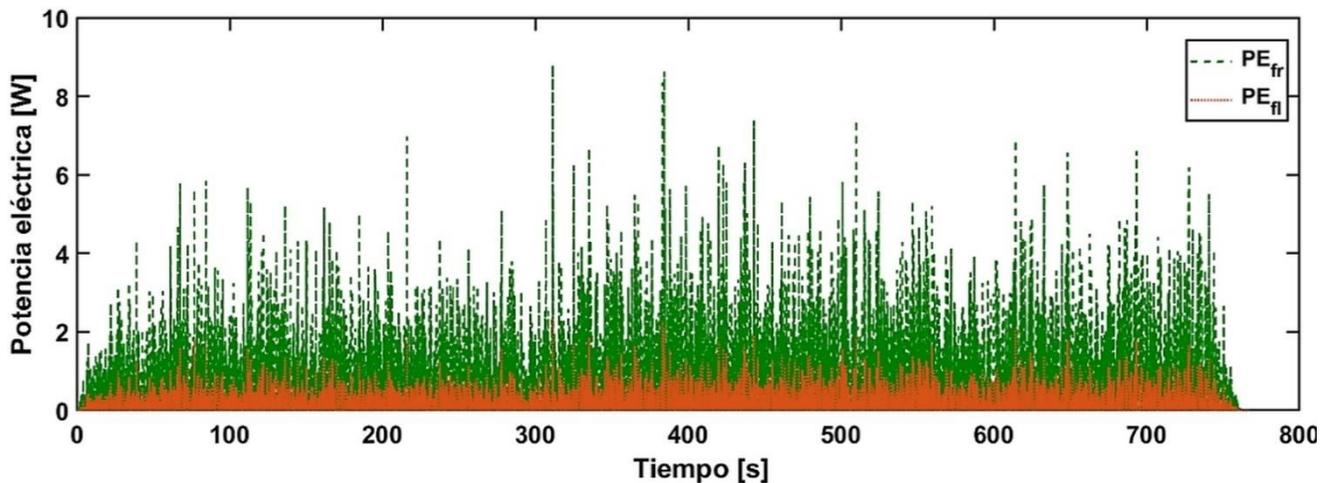


Figura 59: Potencia eléctrica regenerada por el amortiguador regenerativo electromagnético acoplado al modelo completo de la suspensión automotriz, bajo el ciclo de velocidad de conducción HWFET: la gráfica de líneas punteadas de color verde representa la potencia eléctrica producida en la suspensión derecha, mientras que la gráfica de color naranja representa aquella producida en la suspensión izquierda. El valor RMS de la señal PE_{fr} es 0.6443 W, mientras que el de la señal PE_{fl} es 0.3343 W.

Los resultados de las simulaciones numéricas para cuantificar la potencia regenerada por el sistema de suspensión regenerativo electromagnético se pueden apreciar en la Figura 56, Figura 57, Figura 58 y Figura 59. Donde se puede observar que se tiene un aumento en la energía regenerada en los estados transitorios de los ciclos de conducción, en los cuales la velocidad del vehículo es mayor. Además, la potencia eléctrica regenerada por el lado derecho de la suspensión donde se utilizó el perfil de carretera de clase D, es mayor que la del lado izquierdo, donde se ocupó el perfil de carretera de clase C. De hecho, estos resultados son muy lógicos, ya que entre mayor sea la velocidad del vehículo y más elevada sea la rugosidad de la carretera, la vibración en el sistema de suspensión será mayor. Por lo tanto, al aplicar el balance de energía estocástica al sistema se logra conservar la mayor cantidad de potencia de entrada, para ser convertida en potencia eléctrica. Por otro lado, los amortiguadores regenerativos electromagnéticos con los parámetros óptimos propuestos, logran regenerar una buena cantidad de energía, lo que indica que, al integrar este tipo de amortiguadores al sistema de suspensión automotriz, se obtendría una fuente más de energía, la cual puede ser utilizada para alimentar algunos subsistemas del automóvil y así aligerar la carga de trabajo al motor durante su desempeño, lo que provoca una mejora en la eficiencia de la suspensión automotriz y en la eficiencia en el uso del combustible, provocando menos emisiones contaminantes y elevando el desempeño general de los vehículos.

Capítulo 5: Conclusiones

En este trabajo de tesis se diseñó un amortiguador regenerativo electromagnético, del cual se modelaron matemáticamente sus principales dinámicas, y se obtuvieron los valores óptimos de sus parámetros de diseño, estableciendo el valor de las resistencias del circuito que compone al amortiguador regenerativo en 10 ohm, esto a través de un análisis paramétrico de los índices de rendimiento. El amortiguador regenerativo electromagnético optimizado se integró al modelo completo del sistema de suspensión automotriz, con el objetivo de mejorar las propiedades dinámicas de todo el sistema. Por lo tanto, se desarrolló la formulación matemática para el cálculo de los índices de rendimiento dinámico, así como, la varianza de la respuesta dinámica del sistema sujeto a vibración estocástica, a través de la norma H_2 , por medio de la cual se minimiza la energía de vibración de algunos índices de rendimiento tales como; la aceleración del chasis, la deflexión del sistema de suspensión y la carga dinámica del neumático sobre la carretera. Por otro lado, para maximizar la capacidad de regeneración de energía del sistema, se aplica el balance de energía, con lo que se busca que la potencia que ingresa al sistema sea posiblemente la misma que se regenera, sin considerar las pérdidas de energía por roces mecánicos o las del circuito eléctrico del amortiguador regenerativo. Adicionalmente, se analizó la capacidad de regeneración de energía del sistema propuesto por medio de simulaciones numéricas exhaustivas. Para esto, se generaron perfiles artificiales de carretera (proceso estocástico Gaussiano) considerando los diferentes niveles de rugosidad del terreno, así como la velocidad de conducción del vehículo cuando es constante, y cuando es transitoria por medio de los ciclos de velocidad de conducción. De esta forma se logra incrementar los niveles de intensidad de vibración en ciertos rangos de tiempo, obteniendo resultados más precisos y realistas. Así, se desarrolló un algoritmo en Matlab Simulink compuesto principalmente de subrutinas para cuantificar la capacidad de regeneración de energía considerando el modelo completo de la suspensión regenerativa electromagnética y como excitación de entrada se utilizaron los perfiles artificiales de carretera considerando los ciclos de velocidad de conducción. Los resultados mostraron que los amortiguadores regenerativos electromagnéticos propuestos pueden regenerar un rango significativo de energía. Además, se observó que al variar tanto la velocidad de conducción del vehículo como el nivel de rugosidad de la carretera, el potencial de regeneración de energía incrementa. Por lo tanto, con base en la investigación y el análisis realizado en esta tesis se puede determinar que la regeneración de energía por medio de amortiguadores regenerativos electromagnéticos, tiene un gran potencial ya que surge como una nueva opción para aumentar la eficiencia del combustible fósil en los vehículos de combustión interna, disminuir las emisiones CO_2 , así como elevar la eficiencia y reducir el costo de los vehículos eléctricos e híbridos.

Referencias.

- Abdelkareem, M. A. A., Xu, L., Ali, M. K. A., Elagouz, A., Mi, J., Guo, S., Liu, Y., & Zuo, L. (2018). Vibration energy harvesting in automotive suspension system: A detailed review. *Applied Energy*, 229, 672–699. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.08.030>
- Abdelkareem, M. A. A., Zhang, R., Jing, X., Wang, X., & Ali, M. K. A. (2022). Characterization and implementation of a double-sided arm-toothed indirect-drive rotary electromagnetic energy-harvesting shock absorber in a full semi-trailer truck suspension platform. *Energy*, 239, 121976. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.121976>
- Amati, N., Festini, A., & Tonoli, A. (2011). Design of electromagnetic shock absorbers for automotive suspensions. *Vehicle System Dynamics*, 49(12), 1913–1928. <https://doi.org/10.1080/00423114.2011.554560>
- Amini, A., Ekici, Ö., & Yakut, K. (2020). Experimental Study of Regenerative Rotational Damper in Low Frequencies. *International Journal of Automotive Technology*, 21(1), 83–90. <https://doi.org/10.1007/s12239-020-0009-8>
- Anton, S. R., & Sodano, H. A. (2007). A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006). *Smart Materials and Structures*, 16(3), R1–R21. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/16/3/R01>
- Arsem, H. B. (s/f). *ELECTRIC SHOCK ABSORBER* (Patent Núm. 671,038).
- Asadi, E., Ribeiro, R., Khamesee, M. B., & Khajepour, A. (2017). Analysis, Prototyping, and Experimental Characterization of an Adaptive Hybrid Electromagnetic Damper for Automotive Suspension Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66(5), 3703–3713. <https://doi.org/10.1109/TVT.2016.2606607>
- Bao, W. (2015). *Main Parameters Analysis of Ball Screw Shock Absorber on Suspension System Performance*. 2015-01–1504. <https://doi.org/10.4271/2015-01-1504>
- Barredo, E. (2020). *Cuantificación de la capacidad de regeneración de energía en vehículos sujetos a vibración estocástica* [Doctoral]. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Bowen, L., Vinolas, J., & Olazagoitia, J. L. (2019). The influence of friction parameters in a ball-screw energy-harvesting shock absorber. *Nonlinear Dynamics*, 96(4), 2241–2256. <https://doi.org/10.1007/s11071-019-04912-y>
- Caughey, T. K. (1971). Nonlinear Theory of Random Vibrations. En *Advances in Applied Mechanics* (Vol. 11, pp. 209–253). Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(08\)70343-0](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70343-0)
- Chen, S.-A., Jiang, X.-D., Yao, M., Jiang, S.-M., Chen, J., & Wang, Y.-X. (2020). A dual vibration reduction structure-based self-powered active suspension system with PMSM-ball screw actuator via an improved H₂/H_∞ control. *Energy*, 201, 117590. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2020.117590>
- Ding, R., Wang, R., Meng, X., & Chen, L. (2020). A new hybrid electromagnetic actuator for a modified skyhook control strategy with energy reduction. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 234(7), 2025–2037. <https://doi.org/10.1177/0954407019870432>
- Fang, Z., Guo, X., Xu, L., & Zhang, H. (2013). Experimental Study of Damping and Energy Regeneration Characteristics of a Hydraulic Electromagnetic Shock Absorber. *Advances in Mechanical Engineering*, 5, 943528. <https://doi.org/10.1155/2013/943528>

- Galluzzi, R., Tonoli, A., Amati, N., Curcuruto, G., Conti, P., Greco, G., & Nepote, A. (2016). *Regenerative Shock Absorbers and the Role of the Motion Rectifier*. 2016-01–1552. <https://doi.org/10.4271/2016-01-1552>
- Goldner, R. B., & Zerigian, P. (2005). *ELECTROMAGNETIC LINEAR GENERATOR AND SHOCK ABSORBER* (Patent Núm. US 6,952,060 B2).
- Goodarzi, A., & Khajepour, A. (2017). *Vehicle Suspension System Technology and Design*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-01494-9>
- Guo, S., Chen, Z., Guo, X., Zhou, Q., & Zhang, J. (2014). *Vehicle Interconnected Suspension System based on Hydraulic Electromagnetic Energy Harvest: Design, Modeling and Simulation Tests*. 2014-01–2299. <https://doi.org/10.4271/2014-01-2299>
- Guo, S., Xu, L., Liu, Y., Guo, X., & Zuo, L. (2017). Modeling and Experiments of a Hydraulic Electromagnetic Energy-Harvesting Shock Absorber. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(6), 2684–2694. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2760341>
- Gupta, A., Jendrzeczyk, J. A., Mulcahy, T. M., & Hull, J. R. (2006). Design of electromagnetic shock absorbers. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 3(3), 285–291. <https://doi.org/10.1007/s10999-007-9031-5>
- Huang, B., Hsieh, C.-Y., Golnaraghi, F., & Moallem, M. (2015). Development and optimization of an energy-regenerative suspension system under stochastic road excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 357, 16–34. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.07.004>
- Jolly, M. R., & Margolis, D. L. (1997). Regenerative Systems for Vibration Control. *Journal of Vibration and Acoustics*, 119(2), 208–215. <https://doi.org/10.1115/1.2889705>
- Karnopp, D. (1989). Permanent Magnet Linear Motors Used as Variable Mechanical Dampers for Vehicle Suspensions. *Vehicle System Dynamics*, 18(4), 187–200. <https://doi.org/10.1080/00423118908968918>
- Kawamoto, Y., Suda, Y., Inoue, H., & Kondo, T. (2008). Electro-mechanical suspension system considering energy consumption and vehicle manoeuvre. *Vehicle System Dynamics*, 46(sup1), 1053–1063. <https://doi.org/10.1080/00423110802056263>
- Kim, S.-S., & Okada, Y. (2002). Variable Resistance Type Energy Regenerative Damper Using Pulse Width Modulated Step-up Chopper. *Journal of Vibration and Acoustics*, 124(1), 110–115. <https://doi.org/10.1115/1.1419204>
- Lafarge, B., Delebarre, C., Grondel, S., Curea, O., & Hacala, A. (2015). Analysis and Optimization of a Piezoelectric Harvester on a Car Damper. *Physics Procedia*, 70, 970–973. <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2015.08.202>
- Lee, H., Jang, H., Park, J., Jeong, S., Park, T., & Choi, S. (2013). Design of a Piezoelectric Energy-Harvesting Shock Absorber System for a Vehicle. *Integrated Ferroelectrics*, 141(1), 32–44. <https://doi.org/10.1080/10584587.2013.778724>
- Li, C., Zhu, R., Liang, M., & Yang, S. (2014). Integration of shock absorption and energy harvesting using a hydraulic rectifier. *Journal of Sound and Vibration*, 333(17), 3904–3916. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.04.020>
- Li, P., & Zuo, L. (2013). Assessment of Vehicle Performances with Energy-Harvesting Shock Absorbers. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, 6(1), 18–27. <https://doi.org/10.4271/2013-01-0170>

- Li, P., Zuo, L., Lu, J., & Xu, L. (2014). Electromagnetic regenerative suspension system for ground vehicles. *2014 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 2513–2518. <https://doi.org/10.1109/SMC.2014.6974304>
- Li, Z., Brindak, Z., & Zuo, L. (2011). Modeling of an Electromagnetic Vibration Energy Harvester With Motion Magnification. *Volume 7: Dynamic Systems and Control; Mechatronics and Intelligent Machines, Parts A and B*, 285–293. <https://doi.org/10.1115/IMECE2011-65613>
- Li, Z., Zuo, L., Kuang, J., & Luhrs, G. (2013). Energy-harvesting shock absorber with a mechanical motion rectifier. *Smart Materials and Structures*, 22(2), 025008. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/22/2/025008>
- Li, Z., Zuo, L., Luhrs, G., Lin, L., & Qin, Y. (2013). Electromagnetic Energy-Harvesting Shock Absorbers: Design, Modeling, and Road Tests. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 62(3), 1065–1074. <https://doi.org/10.1109/TVT.2012.2229308>
- Liu, Y., Xu, L., & Zuo, L. (2017). Design, Modeling, Lab, and Field Tests of a Mechanical-Motion-Rectifier-Based Energy Harvester Using a Ball-Screw Mechanism. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(5), 1933–1943. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2700485>
- Long, G., Ding, F., Zhang, N., Zhang, J., & Qin, A. (2020). Regenerative active suspension system with residual energy for in-wheel motor driven electric vehicle. *Applied Energy*, 260, 114180. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.114180>
- Maravandi, A., & Moallem, M. (2015). Regenerative Shock Absorber Using a Two-Leg Motion Conversion Mechanism. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(6), 2853–2861. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2015.2395437>
- Masaquiza, Á., Ballesteros, J., Miranda, O., & Rocha, J. (2021). *Estudio de características e innovaciones tecnológicas del amortiguador de sistema de suspensión para vehículos*. 7(1), 702–721. <http://dx.doi.org/10.23857/dc.v7i1.1671>
- Murty, B., & Heights, S. (s/f). *ELECTRIC, VARIABLE DAMPING VEHICLE SUSPENSION* (General Motors Corporation Patent Núm. 4,815,575).
- Nakano, K. (2004). Combined Type Self-Powered Active Vibration Control of Truck Cabins. *Vehicle System Dynamics*, 41(6), 449–473. <https://doi.org/10.1080/00423110512331383858>
- Nakano, K., Suda, Y., & Nakadai, S. (2003). Self-powered active vibration control using a single electric actuator. *Journal of Sound and Vibration*, 260(2), 213–235. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(02\)00980-X](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)00980-X)
- Okada, Y., & Harada, H. (1996). Regenerative control of active vibration damper and suspension systems. *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, 4, 4715–4720. <https://doi.org/10.1109/CDC.1996.577622>
- Oprea, R. A., Mihailescu, M., Chirila, A. I., & Deaconu, I. D. (2012). Design and efficiency of linear electromagnetic shock absorbers. *2012 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM)*, 630–634. <https://doi.org/10.1109/OPTIM.2012.6231813>
- Peng, M., Guo, X., Zou, J., & Zhang, C. (2016). *Simulation Study on Vehicle Road Performance with Hydraulic Electromagnetic Energy-Regenerative Shock Absorber*. 2016-01–1550. <https://doi.org/10.4271/2016-01-1550>
- Pires, L., Smith, M. C., Houghton, N. E., & McMahan, R. A. (2013). Design trade-offs for energy regeneration and control in vehicle suspensions. *International Journal of Control*, 86(11), 2022–2034. <https://doi.org/10.1080/00207179.2013.830197>

- Sabzehgar, R., Maravandi, A., & Moallem, M. (2014). Energy Regenerative Suspension Using an Algebraic Screw Linkage Mechanism. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 19(4), 1251–1259. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2013.2277854>
- Shi, D., Chen, L., Wang, R., Jiang, H., & Shen, Y. (2015). Design and experiment study of a semi-active energy-regenerative suspension system. *Smart Materials and Structures*, 24(1), 015001. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/24/1/015001>
- Suda, Y., & Shiiba, T. (1996). A New Hybrid Suspension System with Active Control and Energy Regeneration. *Vehicle System Dynamics*, 25(sup1), 641–654. <https://doi.org/10.1080/00423119608969226>
- Syuhri, A., Hadi, W., & Syuhri, S. N. H. (2018). Damping properties and energy evaluation of a regenerative shock absorber. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, 12(4), 1385–1397. <https://doi.org/10.1007/s12008-017-0440-x>
- Tonoli, A., Amati, N., Detoni, J. G., Galluzzi, R., & Gasparin, E. (2013). Modelling and validation of electromechanical shock absorbers. *Vehicle System Dynamics*, 51(8), 1186–1199. <https://doi.org/10.1080/00423114.2013.789538>
- Wang, R., Jiang, Y., Ding, R., Liu, W., Meng, X., & Sun, Z. (2022). Design and experimental verification of self-powered electromagnetic vibration suppression and absorption system for in-wheel motor electric vehicles. *Journal of Vibration and Control*, 28(19–20), 2544–2555. <https://doi.org/10.1177/10775463211014419>
- Wang, Z., Zhang, T., Zhang, Z., Yuan Y., & Liu, Y. (2020). A high-efficiency regenerative shock absorber considering twin ball screws transmissions for application in range-extended electric vehicles. *Energy and Built Environment*, 1(1), 36–49. <https://doi.org/10.1016/j.enbenv.2019.09.004>
- Wu, Z., & Xu, G. (2020). Modeling and Analysis of a Hydraulic Energy-Harvesting Shock Absorber. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 1–11. <https://doi.org/10.1155/2020/1580297>
- Xie, L., Li, J., Cai, S., & Li, X. (2017). Electromagnetic Energy-Harvesting Damper With Multiple Independently Controlled Transducers: On-Demand Damping and Optimal Energy Regeneration. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(6), 2705–2713. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2758783>
- Xie, L., Li, J., Li, X., Huang, L., & Cai, S. (2018). Damping-tunable energy-harvesting vehicle damper with multiple controlled generators: Design, modeling and experiments. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 99, 859–872. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.07.005>
- Yonglin, Z., & Jiafan, Z. (2006). Numerical simulation of stochastic road process using white noise filtration. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(2), 363–372. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.01.009>
- Zhang, G., Cao, J., & Yu, F. (2012). Design of active and energy-regenerative controllers for DC-motor-based suspension. *Mechatronics*, 22(8), 1124–1134. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2012.09.007>
- Zhang, H., Guo, X., Xu, L., Hu, S., & Fang, Z. (2014). Parameters Analysis of Hydraulic-Electrical Energy Regenerative Absorber on Suspension Performance. *Advances in Mechanical Engineering*, 6, 836502. <https://doi.org/10.1155/2014/836502>
- Zhang, R., & Wang, X. (2019). Parameter study and optimization of a half-vehicle suspension system model integrated with an arm-teeth regenerative shock absorber using Taguchi method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 126, 65–81. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.02.020>

- Zhang, R., Wang, X., & Liu, Z. (2018). A novel regenerative shock absorber with a speed doubling mechanism and its Monte Carlo simulation. *Journal of Sound and Vibration*, 417, 260–276. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.12.017>
- Zhang, Y., Chen, H., Guo, K., Zhang, X., & Eben Li, S. (2017). Electro-hydraulic damper for energy harvesting suspension: Modeling, prototyping and experimental validation. *Applied Energy*, 199, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.04.085>
- Zhang, Y., Zhang, X., Zhan, M., Guo, K., Zhao, F., & Liu, Z. (2015). Study on a novel hydraulic pumping regenerative suspension for vehicles. *Journal of the Franklin Institute*, 352(2), 485–499. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2014.06.005>
- Zhu, H., Li, Y., Shen, W., & Zhu, S. (2019). Mechanical and energy-harvesting model for electromagnetic inertial mass dampers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 120, 203–220. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.10.023>
- Zou, H.-X., Zhang, W.-M., Wei, K.-X., Li, W.-B., Peng, Z.-K., & Meng, G. (2016). Design and Analysis of a Piezoelectric Vibration Energy Harvester Using Rolling Mechanism. *Journal of Vibration and Acoustics*, 138(5), 051007. <https://doi.org/10.1115/1.4033493>
- Zou, J., Guo, X., Xu, L., Abdelkareem, M. A. A., Gong, B., Zhang, J., & Tan, G. (2018). *Simulation Research of a Hydraulic Interconnected Suspension Based on a Hydraulic Energy Regenerative Shock Absorber*. 2018-01–0582. <https://doi.org/10.4271/2018-01-0582>
- Zou, J., Guo, X., Xu, L., Tan, G., Zhang, C., & Zhang, J. (2017). Design, Modeling, and Analysis of a Novel Hydraulic Energy-Regenerative Shock Absorber for Vehicle Suspension. *Shock and Vibration*, 2017, 1–12. <https://doi.org/10.1155/2017/3186584>
- Zuo, L., Scully, B., Shestani, J., & Zhou, Y. (2010). Design and characterization of an electromagnetic energy harvester for vehicle suspensions. *Smart Materials and Structures*, 19(4), 045003. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/19/4/045003>
- Zuo, L., & Zhang, P.-S. (2013). Energy Harvesting, Ride Comfort, and Road Handling of Regenerative Vehicle Suspensions. *Journal of Vibration and Acoustics*, 135(1), 011002. <https://doi.org/10.1115/1.4007562>
- Abdelkareem, M. A. A., Xu, L., Ali, M. K. A., Elagouz, A., Mi, J., Guo, S., Liu, Y., & Zuo, L. (2018). Vibration energy harvesting in automotive suspension system: A detailed review. *Applied Energy*, 229, 672–699. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.08.030>
- Abdelkareem, M. A. A., Zhang, R., Jing, X., Wang, X., & Ali, M. K. A. (2022). Characterization and implementation of a double-sided arm-toothed indirect-drive rotary electromagnetic energy-harvesting shock absorber in a full semi-trailer truck suspension platform. *Energy*, 239, 121976. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.121976>
- Amati, N., Festini, A., & Tonoli, A. (2011). Design of electromagnetic shock absorbers for automotive suspensions. *Vehicle System Dynamics*, 49(12), 1913–1928. <https://doi.org/10.1080/00423114.2011.554560>
- Amini, A., Ekici, Ö., & Yakut, K. (2020). Experimental Study of Regenerative Rotational Damper in Low Frequencies. *International Journal of Automotive Technology*, 21(1), 83–90. <https://doi.org/10.1007/s12239-020-0009-8>
- Anton, S. R., & Sodano, H. A. (2007). A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006). *Smart Materials and Structures*, 16(3), R1–R21. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/16/3/R01>
- Arsem, H. B. (s/f). *ELECTRIC SHOCK ABSORBER* (Patent Núm. 671,038).

- Asadi, E., Ribeiro, R., Khamesee, M. B., & Khajepour, A. (2017). Analysis, Prototyping, and Experimental Characterization of an Adaptive Hybrid Electromagnetic Damper for Automotive Suspension Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66(5), 3703–3713. <https://doi.org/10.1109/TVT.2016.2606607>
- Bao, W. (2015). *Main Parameters Analysis of Ball Screw Shock Absorber on Suspension System Performance*. 2015-01–1504. <https://doi.org/10.4271/2015-01-1504>
- Barredo, E. (2020). *Cuantificación de la capacidad de regeneración de energía en vehículos sujetos a vibración estocástica* [Doctoral]. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Bowen, L., Vinolas, J., & Olazagoitia, J. L. (2019). The influence of friction parameters in a ball-screw energy-harvesting shock absorber. *Nonlinear Dynamics*, 96(4), 2241–2256. <https://doi.org/10.1007/s11071-019-04912-y>
- Chen, S.-A., Jiang, X.-D., Yao, M., Jiang, S.-M., Chen, J., & Wang, Y.-X. (2020). A dual vibration reduction structure-based self-powered active suspension system with PMSM-ball screw actuator via an improved H₂/H_∞ control. *Energy*, 201, 117590. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2020.117590>
- Ding, R., Wang, R., Meng, X., & Chen, L. (2020). A new hybrid electromagnetic actuator for a modified skyhook control strategy with energy reduction. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 234(7), 2025–2037. <https://doi.org/10.1177/0954407019870432>
- Fang, Z., Guo, X., Xu, L., & Zhang, H. (2013). Experimental Study of Damping and Energy Regeneration Characteristics of a Hydraulic Electromagnetic Shock Absorber. *Advances in Mechanical Engineering*, 5, 943528. <https://doi.org/10.1155/2013/943528>
- Galluzzi, R., Tonoli, A., Amati, N., Curcuruto, G., Conti, P., Greco, G., & Nepote, A. (2016). *Regenerative Shock Absorbers and the Role of the Motion Rectifier*. 2016-01–1552. <https://doi.org/10.4271/2016-01-1552>
- Goldner, R. B., & Zerigian, P. (2005). *ELECTROMAGNETIC LINEAR GENERATOR AND SHOCK ABSORBER* (Patent Núm. US 6,952,060 B2).
- Goodarzi, A., & Khajepour, A. (2017). *Vehicle Suspension System Technology and Design*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-01494-9>
- Guo, S., Chen, Z., Guo, X., Zhou, Q., & Zhang, J. (2014). *Vehicle Interconnected Suspension System based on Hydraulic Electromagnetic Energy Harvest: Design, Modeling and Simulation Tests*. 2014-01–2299. <https://doi.org/10.4271/2014-01-2299>
- Guo, S., Xu, L., Liu, Y., Guo, X., & Zuo, L. (2017). Modeling and Experiments of a Hydraulic Electromagnetic Energy-Harvesting Shock Absorber. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(6), 2684–2694. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2760341>
- Gupta, A., Jendrzeczyk, J. A., Mulcahy, T. M., & Hull, J. R. (2006). Design of electromagnetic shock absorbers. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 3(3), 285–291. <https://doi.org/10.1007/s10999-007-9031-5>
- Huang, B., Hsieh, C.-Y., Golnaraghi, F., & Moallem, M. (2015). Development and optimization of an energy-regenerative suspension system under stochastic road excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 357, 16–34. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.07.004>
- Jolly, M. R., & Margolis, D. L. (1997). Regenerative Systems for Vibration Control. *Journal of Vibration and Acoustics*, 119(2), 208–215. <https://doi.org/10.1115/1.2889705>

- Karnopp, D. (1989). Permanent Magnet Linear Motors Used as Variable Mechanical Dampers for Vehicle Suspensions. *Vehicle System Dynamics*, 18(4), 187–200. <https://doi.org/10.1080/00423118908968918>
- Kawamoto, Y., Suda, Y., Inoue, H., & Kondo, T. (2008). Electro-mechanical suspension system considering energy consumption and vehicle manoeuvre. *Vehicle System Dynamics*, 46(sup1), 1053–1063. <https://doi.org/10.1080/00423110802056263>
- Kim, S.-S., & Okada, Y. (2002). Variable Resistance Type Energy Regenerative Damper Using Pulse Width Modulated Step-up Chopper. *Journal of Vibration and Acoustics*, 124(1), 110–115. <https://doi.org/10.1115/1.1419204>
- Lafarge, B., Delebarre, C., Grondel, S., Curea, O., & Hacala, A. (2015). Analysis and Optimization of a Piezoelectric Harvester on a Car Damper. *Physics Procedia*, 70, 970–973. <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2015.08.202>
- Lee, H., Jang, H., Park, J., Jeong, S., Park, T., & Choi, S. (2013). Design of a Piezoelectric Energy-Harvesting Shock Absorber System for a Vehicle. *Integrated Ferroelectrics*, 141(1), 32–44. <https://doi.org/10.1080/10584587.2013.778724>
- Li, C., Zhu, R., Liang, M., & Yang, S. (2014). Integration of shock absorption and energy harvesting using a hydraulic rectifier. *Journal of Sound and Vibration*, 333(17), 3904–3916. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.04.020>
- Li, P., & Zuo, L. (2013). Assessment of Vehicle Performances with Energy-Harvesting Shock Absorbers. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, 6(1), 18–27. <https://doi.org/10.4271/2013-01-0170>
- Li, P., Zuo, L., Lu, J., & Xu, L. (2014). Electromagnetic regenerative suspension system for ground vehicles. *2014 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 2513–2518. <https://doi.org/10.1109/SMC.2014.6974304>
- Li, Z., Brindak, Z., & Zuo, L. (2011). Modeling of an Electromagnetic Vibration Energy Harvester With Motion Magnification. *Volume 7: Dynamic Systems and Control; Mechatronics and Intelligent Machines, Parts A and B*, 285–293. <https://doi.org/10.1115/IMECE2011-65613>
- Li, Z., Zuo, L., Kuang, J., & Luhrs, G. (2013). Energy-harvesting shock absorber with a mechanical motion rectifier. *Smart Materials and Structures*, 22(2), 025008. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/22/2/025008>
- Li, Z., Zuo, L., Luhrs, G., Lin, L., & Qin, Y. (2013). Electromagnetic Energy-Harvesting Shock Absorbers: Design, Modeling, and Road Tests. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 62(3), 1065–1074. <https://doi.org/10.1109/TVT.2012.2229308>
- Liu, Y., Xu, L., & Zuo, L. (2017). Design, Modeling, Lab, and Field Tests of a Mechanical-Motion-Rectifier-Based Energy Harvester Using a Ball-Screw Mechanism. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(5), 1933–1943. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2700485>
- Long, G., Ding, F., Zhang, N., Zhang, J., & Qin, A. (2020). Regenerative active suspension system with residual energy for in-wheel motor driven electric vehicle. *Applied Energy*, 260, 114180. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.114180>
- Maravandi, A., & Moallem, M. (2015). Regenerative Shock Absorber Using a Two-Leg Motion Conversion Mechanism. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(6), 2853–2861. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2015.2395437>

- Masaquiza, Á., Ballesteros, J., Miranda, O., & Rocha, J. (2021). *Estudio de características e innovaciones tecnológicas del amortiguador de sistema de suspensión para vehículos*. 7(1), 702–721. <http://dx.doi.org/10.23857/dc.v7i1.1671>
- Murty, B., & Heights, S. (s/f). *ELECTRIC, VARIABLE DAMPING VEHICLE SUSPENSION* (General Motors Corporation Patent Núm. 4,815,575).
- Nakano, K. (2004). Combined Type Self-Powered Active Vibration Control of Truck Cabins. *Vehicle System Dynamics*, 41(6), 449–473. <https://doi.org/10.1080/00423110512331383858>
- Nakano, K., Suda, Y., & Nakadai, S. (2003). Self-powered active vibration control using a single electric actuator. *Journal of Sound and Vibration*, 260(2), 213–235. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(02\)00980-X](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)00980-X)
- Okada, Y., & Harada, H. (1996). Regenerative control of active vibration damper and suspension systems. *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, 4, 4715–4720. <https://doi.org/10.1109/CDC.1996.577622>
- Oprea, R. A., Mihailescu, M., Chirila, A. I., & Deaconu, I. D. (2012). Design and efficiency of linear electromagnetic shock absorbers. *2012 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM)*, 630–634. <https://doi.org/10.1109/OPTIM.2012.6231813>
- Peng, M., Guo, X., Zou, J., & Zhang, C. (2016). *Simulation Study on Vehicle Road Performance with Hydraulic Electromagnetic Energy-Regenerative Shock Absorber*. 2016-01–1550. <https://doi.org/10.4271/2016-01-1550>
- Pires, L., Smith, M. C., Houghton, N. E., & McMahon, R. A. (2013). Design trade-offs for energy regeneration and control in vehicle suspensions. *International Journal of Control*, 86(11), 2022–2034. <https://doi.org/10.1080/00207179.2013.830197>
- Sabzehgar, R., Maravandi, A., & Moallem, M. (2014). Energy Regenerative Suspension Using an Algebraic Screw Linkage Mechanism. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 19(4), 1251–1259. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2013.2277854>
- Shi, D., Chen, L., Wang, R., Jiang, H., & Shen, Y. (2015). Design and experiment study of a semi-active energy-regenerative suspension system. *Smart Materials and Structures*, 24(1), 015001. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/24/1/015001>
- Suda, Y., & Shiiba, T. (1996). A New Hybrid Suspension System with Active Control and Energy Regeneration. *Vehicle System Dynamics*, 25(sup1), 641–654. <https://doi.org/10.1080/00423119608969226>
- Syuhri, A., Hadi, W., & Syuhri, S. N. H. (2018). Damping properties and energy evaluation of a regenerative shock absorber. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, 12(4), 1385–1397. <https://doi.org/10.1007/s12008-017-0440-x>
- Tonoli, A., Amati, N., Detoni, J. G., Galluzzi, R., & Gasparin, E. (2013). Modelling and validation of electromechanical shock absorbers. *Vehicle System Dynamics*, 51(8), 1186–1199. <https://doi.org/10.1080/00423114.2013.789538>
- Wang, R., Jiang, Y., Ding, R., Liu, W., Meng, X., & Sun, Z. (2022). Design and experimental verification of self-powered electromagnetic vibration suppression and absorption system for in-wheel motor electric vehicles. *Journal of Vibration and Control*, 28(19–20), 2544–2555. <https://doi.org/10.1177/10775463211014419>

- Wang, Z., Zhang, T., Zhang, Z., Yuan, Y., & Liu, Y. (2020). A high-efficiency regenerative shock absorber considering twin ball screws transmissions for application in range-extended electric vehicles. *Energy and Built Environment*, 1(1), 36–49. <https://doi.org/10.1016/j.enbenv.2019.09.004>
- Wu, Z., & Xu, G. (2020). Modeling and Analysis of a Hydraulic Energy-Harvesting Shock Absorber. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 1–11. <https://doi.org/10.1155/2020/1580297>
- Xie, L., Li, J., Cai, S., & Li, X. (2017). Electromagnetic Energy-Harvesting Damper With Multiple Independently Controlled Transducers: On-Demand Damping and Optimal Energy Regeneration. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(6), 2705–2713. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2758783>
- Xie, L., Li, J., Li, X., Huang, L., & Cai, S. (2018). Damping-tunable energy-harvesting vehicle damper with multiple controlled generators: Design, modeling and experiments. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 99, 859–872. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2017.07.005>
- Yonglin, Z., & Jiafan, Z. (2006). Numerical simulation of stochastic road process using white noise filtration. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(2), 363–372. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2005.01.009>
- Zhang, G., Cao, J., & Yu, F. (2012). Design of active and energy-regenerative controllers for DC-motor-based suspension. *Mechatronics*, 22(8), 1124–1134. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2012.09.007>
- Zhang, H., Guo, X., Xu, L., Hu, S., & Fang, Z. (2014). Parameters Analysis of Hydraulic-Electrical Energy Regenerative Absorber on Suspension Performance. *Advances in Mechanical Engineering*, 6, 836502. <https://doi.org/10.1155/2014/836502>
- Zhang, R., & Wang, X. (2019). Parameter study and optimization of a half-vehicle suspension system model integrated with an arm-teeth regenerative shock absorber using Taguchi method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 126, 65–81. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2019.02.020>
- Zhang, R., Wang, X., & Liu, Z. (2018). A novel regenerative shock absorber with a speed doubling mechanism and its Monte Carlo simulation. *Journal of Sound and Vibration*, 417, 260–276. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.12.017>
- Zhang, Y., Chen, H., Guo, K., Zhang, X., & Eben Li, S. (2017). Electro-hydraulic damper for energy harvesting suspension: Modeling, prototyping and experimental validation. *Applied Energy*, 199, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.04.085>
- Zhang, Y., Zhang, X., Zhan, M., Guo, K., Zhao, F., & Liu, Z. (2015). Study on a novel hydraulic pumping regenerative suspension for vehicles. *Journal of the Franklin Institute*, 352(2), 485–499. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2014.06.005>
- Zhu, H., Li, Y., Shen, W., & Zhu, S. (2019). Mechanical and energy-harvesting model for electromagnetic inertial mass dampers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 120, 203–220. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.10.023>
- Zou, H.-X., Zhang, W.-M., Wei, K.-X., Li, W.-B., Peng, Z.-K., & Meng, G. (2016). Design and Analysis of a Piezoelectric Vibration Energy Harvester Using Rolling Mechanism. *Journal of Vibration and Acoustics*, 138(5), 051007. <https://doi.org/10.1115/1.4033493>
- Zou, J., Guo, X., Xu, L., Abdelkareem, M. A. A., Gong, B., Zhang, J., & Tan, G. (2018). *Simulation Research of a Hydraulic Interconnected Suspension Based on a Hydraulic Energy Regenerative Shock Absorber*. 2018-01–0582. <https://doi.org/10.4271/2018-01-0582>

- Zou, J., Guo, X., Xu, L., Tan, G., Zhang, C., & Zhang, J. (2017). Design, Modeling, and Analysis of a Novel Hydraulic Energy-Regenerative Shock Absorber for Vehicle Suspension. *Shock and Vibration*, 2017, 1–12. <https://doi.org/10.1155/2017/3186584>
- Zuo, L., Scully, B., Shestani, J., & Zhou, Y. (2010). Design and characterization of an electromagnetic energy harvester for vehicle suspensions. *Smart Materials and Structures*, 19(4), 045003. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/19/4/045003>
- Zuo, L., & Zhang, P.-S. (2013). Energy Harvesting, Ride Comfort, and Road Handling of Regenerative Vehicle Suspensions. *Journal of Vibration and Acoustics*, 135(1), 011002. <https://doi.org/10.1115/1.4007562>
- Roberts, JB., & Spanos, PD. (2003). Random vibration and statistical linearization, New York: Dover publications, 399 - 402 y 206 – 211.