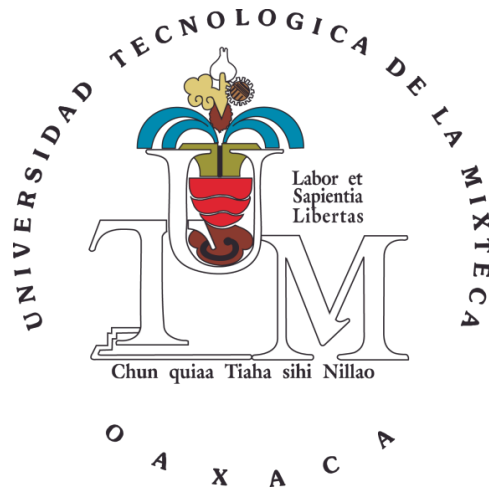




UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

**DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO DE
VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.**

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO EN DISEÑO

PRESENTA:
MARIELA SANCHEZ VERANO

DIRECTORA DE TESIS:
DRA. ALEJANDRA VELARDE GALVÁN

ASESORA DE TESIS:
DRA. LUZ DEL CARMEN ÁLVAREZ MARÍN

HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA. OCTUBRE 2019.

*A mis padres, Alejandro H. Sánchez Juárez y Zita Sara Verano Aquino,
a mis hermanas Alejandra y Yetzel,
gracias por estar siempre a mi lado.*

Agradecimientos

A la Dra. Alejandra Velarde Galván, por su interés y disposición en la dirección de este proyecto, por todo el apoyo brindado en este camino, por su paciencia, sus palabras de aliento y su amistad.

A la Dra. Luz del Carmen Álvarez Marín, por su interés y sus aportaciones a este trabajo, por su tiempo, sus consejos y su amistad.

A la M. en C. Elisabet Rodríguez Vidal, por compartirme sus experiencias, por su confianza y el apoyo brindado, por ser parte de este proyecto.

A mis amigos, Arturo, Yeni, Naye y Martita, por acompañarme en este trayecto, por su amistad sincera y los buenos momentos en la Universidad.

CONTENIDO

Índice de Tablas

Índice de Figuras

Resumen

CAPÍTULO 1

ASPECTOS PRELIMINARES

1.1 Introducción	15
1.2 Planteamiento del problema	17
1.3 Justificación	19
1.4 Objetivo General	24
1.5 Objetivos Específicos y Metas	24
1.6 Metodología	25

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 Materiales y recursos didácticos	27
2.1.1 Definición	27
2.1.2 Clasificación	29
2.1.3 Materiales didácticos en Nivel Medio Superior	31
2.1.4 Análisis de la información	36
2.2 La enseñanza y el aprendizaje escolar	37
2.2.1 Las aportaciones de Jean Piaget	38
2.2.1.1 Etapa cognitiva: Operaciones Formales	39
2.2.2 Las aportaciones de David Ausubel	41
2.2.3 Las aportaciones de Lev Vigotski	42
2.3 Dificultades de aprendizaje	43
2.3.1 Clasificación	43
2.3.2 Discalculia y ansiedad matemática	45
2.3.3 Dificultades de aprendizaje comunes en matemáticas	45
2.4 Matemáticas en el Nivel Medio Superior	46
2.4.1 La transición del pensamiento aritmético al algebraico	47
2.4.2 El lenguaje algebraico	48
2.4.3 El modelo de las 3UV	50

2.4.4 Experiencia con relación al proyecto	54
2.4.5 Diagnóstico	54
2.4.5.1 Estrategia Didáctica	58
2.4.6 Definición del material didáctico a desarrollar	62
2.5 Comunicación visual en el diseño	62
2.5.1 El lenguaje visual	63
2.5.2 Elementos visuales	64
2.5.2.1 Forma	65
2.5.2.2 Color	67
2.5.2.3 Textura	70
2.5.2.4 Medida	71
 CAPÍTULO 3	
CONCEPTUALIZACIÓN	
 3.1 Recopilación de información	73
3.1.1 Encuesta	73
3.2 Perfil de Usuario	76
3.3 Requerimientos de Diseño	77
3.3.1 Requerimientos de Uso	77
3.3.2 Requerimientos de Función	78
3.3.3 Requerimientos Estructurales	79
3.3.4 Requerimientos Formales	80
3.3.5 Tabla de requerimientos	80
3.3.6 Descomposición del sistema	82
3.4 Generación del concepto	83
3.4.1 Análisis morfológico	83
3.4.2 Alternativas de solución	86
3.5 Selección de alternativa	99
3.5.1 Base	100
3.5.2 Recipiente primario	101
3.5.3 Recipientes secundarios	102
3.5.4 Regla y tipo de sujeción	104
3.6 Dimensiones y consideraciones antropométricas	106
3.6.1 Determinación de dimensiones y volúmenes	107
3.6.2 Tipo de deslizamiento y soporte	111
3.6.3 Tipo de caída y gasto de líquido	112

CAPÍTULO 4

DESARROLLO DEL PROTOTIPO

4.1 Selección de materiales	117
4.1.1 Características y tipos de madera	118
4.1.2 Características y tipos de plásticos	120
4.1.2.1 Corte y grabado láser en acrílico	122
4.2 Modelo 3D	124
4.2.1 Planos constructivos	126
4.2.2 Modelo físico	129
4.3 Proceso de construcción	131
4.3.1 Materiales y herramienta	133
4.3.2 Descripción gráfica de construcción	134
4.3.2.1 Base	134
4.3.2.2 Recipientes y bandeja inferior	137
4.3.2.3 Regla	139
4.3.2.4 Otros	140
4.5 Prototipo final	140
4.5.1 Instructivo	144
4.6 Evaluación del prototipo	145
4.6.1 Planeación	145
4.6.2 Desarrollo	145
4.6.3 Resultados obtenidos	150
4.6.3.1 Interacción entre usuario y material didáctico	152
Conclusiones	153
Trabajo a futuro	156
Anexos	
Anexo 1	159
Anexo 2	161
Anexo 3	163
Anexo 4	167
Anexo 5	170
Anexo 6	173
Anexo 7	175
Anexo 8	179
Anexo 9	191
Anexo 10	192
Anexo 11	193
Bibliografía	197

Índice de Tablas

Tabla 1. Descripción genérica de los niveles de desempeño de PISA.	17
Tabla 2. Niveles de logro y resultados de estudiantes en Planea EMS 2017.	18
Tabla 3. Objetivos específicos y metas.	24
Tabla 4. Clasificación de la Guía Didáctica de Matemáticas I, COBAO.	32
Tabla 5. Clasificación de plataforma de GeoGebra.	33
Tabla 6. Clasificación del sitio web Math2me.	34
Tabla 7. Clasificación del material para demostrar el Teorema de Pitágoras.	35
Tabla 8. Etapas de la Teoría del Desarrollo Cognoscitivo de Piaget.	39
Tabla 9. Principales Trastornos del Aprendizaje y otros trastornos asociados.	44
Tabla 10. Problemas con el uso del material durante la estrategia didáctica.	60
Tabla 11. Requerimientos de uso, de función, estructurales y formales.	80
Tabla 12. Elementos de una matriz morfológica de 4 parámetros.	84
Tabla 13. Características generales de posibles materiales para el material didáctico.	85
Tabla 14. Configuración morfológica para base.	86
Tabla 15. Primera configuración morfológica para base.	87
Tabla 16. Segunda configuración morfológica para base.	90
Tabla 17. Tercera configuración morfológica para base.	91
Tabla 18. Configuración morfológica para recipiente primario.	93
Tabla 19. Primera configuración morfológica de recipiente primario.	94
Tabla 20. Segunda configuración morfológica de recipiente primario.	94
Tabla 21. Tercera configuración morfológica de recipiente primario.	95
Tabla 22. Propuestas de recipientes secundarios según la gráfica objetivo.	96
Tabla 23. Configuración morfológica para la regla y el tipo de sujeción.	97
Tabla 24. Primera configuración morfológica para la regla y el tipo de sujeción.	97
Tabla 25. Segunda configuración morfológica para la regla y el tipo de sujeción.	98
Tabla 26. Tercera configuración morfológica para la regla y el tipo de sujeción.	98
Tabla 27. Matriz de factores ponderados para selección de alternativa final.	99
Tabla 28. Evaluación de alternativas de base.	101
Tabla 29. Evaluación de alternativas de recipiente primario.	102
Tabla 30. Evaluación de alternativas de recipientes secundarios.	102
Tabla 31. Características generales de los procesos de formado y moldeo para plásticos.	103
Tabla 32. Evaluación de alternativas de regla y tipo de sujeción.	104
Tabla 33. Medidas antropométricas de jóvenes de 16 años.	106
Tabla 34. Comparación de las características del gasto de líquido.	116

Tabla 35. Grupos de especies vegetales.	118
Tabla 36. Densidad de diez especies comerciales de coníferas y latifoliadas en México.	119
Tabla 37. Escala de dureza de los diferentes tipos de madera.	120
Tabla 38. Clasificación de los plásticos según su comportamiento al calor.	121
Tabla 39. Despiece de la base.	126
Tabla 40. Despiece de cubo y pirámide de base cuadrada.	129
Tabla 41. Materiales, herramienta y maquinaria empleada en la construcción del prototipo.	133
Tabla 42. Propuesta de clasificación del material didáctico desarrollado.	155

Índice de Figuras

Figura 1. Frecuencia de uso de materiales didácticos.	20
Figura 2. Tipo de material que favorece el aprendizaje significativo.	21
Figura 3. Metodología adaptada al proyecto.	26
Figura 4. Clasificación de los materiales educativos según su utilidad.	30
Figura 5. Clasificación de materiales educativos según su formato.	31
Figura 6. Guía Didáctica de Matemáticas I, COBAO.	32
Figura 7. GeoGebra.	33
Figura 8. Sitio web Math2me.	34
Figura 9. Teorema de Pitágoras mediante el uso de volúmenes de agua.	35
Figura 10. Tipos de aprendizaje según Paul Ausubel.	42
Figura 11. Modelo de las 3UV.	50
Figura 12. Materiales ocupados para el desarrollo de la estrategia didáctica.	58
Figura 13. Problemas percibidos con la base y el material de los recipientes.	61
Figura 14. Problemas percibidos con el uso de la manguera y la regla plástica.	61
Figura 15. Elementos del acto comunicativo.	63
Figura 16. La pequeñez como característica relativa.	65
Figura 17. Formas que puede poseer un punto.	65
Figura 18. Características de la forma como línea.	66
Figura 19. Características de la forma como plano.	66
Figura 20. Circulo cromático.	67
Figura 21. Colores primarios.	68
Figura 22. Colores secundarios.	68
Figura 23. Colores terciarios.	68
Figura 24. Colores fríos y cálidos.	69

Figura 25. Clasificación de las texturas visuales.	70
Figura 26. Clasificación de las texturas táctiles.	71
Figura 27. Comparación de tamaños de elementos visuales.	71
Figura 28. Figura humana como elemento comparativo.	72
Figura 29. Uso de materiales didácticos.	75
Figura 30. Características visuales de los materiales.	75
Figura 31. Nivel de importancia de las aplicaciones reales.	76
Figura 32. Esquema general de los elementos del material didáctico.	82
Figura 33. Representación de los atributos de la alternativa A1.	88
Figura 34. Alternativa A1.	88
Figura 35. Representación de los atributos de la alternativa A2.	90
Figura 36. Alternativa A2.	91
Figura 37. Representación de los atributos de la alternativa A3.	92
Figura 38. Alternativa A3.	93
Figura 39. Alternativa RP1.	94
Figura 40. Alternativa RP2.	94
Figura 41. Alternativa RP3.	95
Figura 42. Alternativa R1.	97
Figura 43. Alternativa R2.	98
Figura 44. Alternativa R3.	98
Figura 45. Elementos que conformarán el material didáctico.	105
Figura 46. Relación de volúmenes de recipientes secundarios.	105
Figura 47. Base y sus medidas generales.	107
Figura 48. Recipiente primario de capacidad 2.5 L.	108
Figura 49. Recipiente Cubo de capacidad 1.3 L.	108
Figura 50. Recipiente Pirámide de base cuadrada de capacidad 0.4 L.	109
Figura 51. Bandeja inferior de capacidad 0.75 L.	109
Figura 52. Tapa de bandeja inferior.	110
Figura 53. Regla de longitud 20 cm.	110
Figura 54. Ubicación de soportes en la base del material didáctico.	111
Figura 55. Variables para ecuación de tiempo.	112
Figura 56. Vista del tipo de caída y gasto de líquido.	115
Figura 57. Propuesta de tipo de caída de líquido.	115
Figura 58. Colores más comunes de las maderas.	119
Figura 59. Corte láser sobre madera.	123

Figura 60. Modelo de los elementos del prototipo en software CAD 3D.	125
Figura 61. Modelo 3D de la base en su forma compacta.	125
Figura 62. Explosivo de la base.	127
Figura 63. Explosivo del recipiente cubo.	128
Figura 64. Explosivo del recipiente pirámide de base cuadrada.	128
Figura 65. Tipos de uniones de láminas acrílicas.	129
Figura 66. Componentes del material didáctico contruidos como modelo físico.	130
Figura 67. Posición de los componentes de acuerdo al uso del material.	130
Figura 68. Detalle de los soportes analizado mediante modelo físico.	130
Figura 69. Bandeja inferior del material didáctico.	130
Figura 70. Proceso de fabricación de la regla y soporte.	131
Figura 71. Proceso de fabricación de base.	131
Figura 72. Proceso de fabricación de recipientes.	132
Figura 73. Trazo de las piezas de la base.	134
Figura 74. Corte de piezas en la sierra de banco.	134
Figura 75. Lijado de piezas.	135
Figura 76. 1) Laterales A y 2) Laterales B.	135
Figura 77. 1) Guías y 2) colocación de pijas.	136
Figura 78. Parte superior de la base.	136
Figura 79. 1) Colocación de chapa y 2) aplicación de cera.	137
Figura 80. Corte de las piezas en acrílico.	138
Figura 81. Lijado a 45° de las piezas de los recipientes.	138
Figura 82. Lijado de las piezas para quitar imperfecciones de corte.	138
Figura 83. Perforaciones de la tapa de la bandeja inferior.	138
Figura 84. Aplicación de silicón transparente.	139
Figura 85. Piezas de la regla.	139
Figura 86. Boquilla adherida al recipiente primario.	140
Figura 87. Tapa de manguera.	140
Figura 88. 1) Prototipo final y 2) opción de transportación.	141
Figura 89. Elementos del material didáctico.	142
Figura 90. Regla.	142
Figura 91. Bandeja inferior.	142
Figura 92. Sujeción de la regla.	143
Figura 93. Soportes en la base.	143
Figura 94. Ubicación de los elementos del material didáctico.	143

Figura 95. Lectura del instructivo del material didáctico.	147
Figura 96. Colocación de la base del material didáctico.	148
Figura 97. Uso del recipiente primario.	148
Figura 98. Manipulación del material didáctico.	148
Figura 99. Anotación de datos.	148
Figura 100. Lectura del nivel de líquido dentro de los recipientes.	149
Figura 101. Limpieza del material didáctico.	149
Figura 102. Resultados de características generales.	150
Figura 103. Resultados de características específicas del material didáctico.	151
Figura 104. Resultados respecto al instructivo y evaluación diagnóstica.	151

Resumen

El presente trabajo describe el diseño y la construcción de un material didáctico para mostrar el concepto de variable como relación funcional para la enseñanza de las matemáticas de nivel medio superior, mediante características de diseño, entre las que se encuentran practicidad, antropometría, resistencia y seguridad, se da solución a las necesidades del usuario destino.

El concepto, los materiales, los procesos de fabricación y los acabados del material didáctico fueron seleccionados con base a diversos análisis, con el objetivo de garantizar un desempeño eficiente del mismo. Aunado a lo anterior, mediante un prototipo virtual y uno físico se trabajó el concepto permitiendo corregir y mejorar algunas características del mismo y así establecer el diseño definitivo de material didáctico.

Este documento también describe la fase de evaluación que se llevó a cabo para conocer el nivel de aceptación del material didáctico al ser manipulado por alumnos de nivel medio superior en un ambiente real, lo anterior permitió establecer que el material didáctico presenta resultados favorables, lo que ayuda a confirmar el cumplimiento de los requerimientos que demandó el proyecto, así como con los objetivos y las metas establecidos en este trabajo.

CAPÍTULO 1

Aspectos Preliminares

1.1 Introducción

Juárez y Limón (2013) señalan que dentro del área educativa existen alumnos que consideran a las matemáticas como una materia difícil de comprender, por consiguiente, se deriva uno de los problemas más notables en el ámbito educativo: la reprobación. En el área de matemáticas en el nivel medio superior este problema es tan grave que muchas veces ocasiona que los estudiantes opten por desertar o por estudiar carreras profesionales que no tengan que ver con dicha disciplina, lo que conlleva a sacrificar sus verdaderos intereses profesionales. Por esta razón, los autores consideran importante que los docentes, además de contar con una preparación en conocimientos matemáticos y pedagógicos, también deban ser capaces de mostrar las relaciones y las múltiples áreas de aplicación de las matemáticas mediante elementos tangibles con el objetivo de generar motivación en los alumnos.

Son diversos los factores que contribuyen al rechazo de las matemáticas, sin embargo, a partir de la identificación de diversas situaciones relacionadas con los materiales y recursos educativos en el área de matemáticas de nivel medio superior, surgió el interés por diseñar un material didáctico que muestre al alumno la aplicación de conceptos matemáticos.

Para el diseño del material didáctico se empleó la metodología para el Desarrollo de Proyectos de Diseño Industrial de Rodríguez (2014), la cual para el presente proyecto consta de tres fases; Planteamiento, Desarrollo Proyectual y Producción. Así mismo, se consideraron principios de comunicación visual, los cuales permitieron crear el puente entre el material didáctico y el usuario destino, favoreciendo a la correcta interpretación del material didáctico dentro de la estrategia didáctica.

Con base a lo anterior, el presente proyecto se encuentra conformado por cuatro capítulos. En el capítulo uno se describe el problema, la justificación, se establecen los objetivos y las metas que deberán ser cumplidos durante el desarrollo del proyecto, además, se profundiza en la metodología mencionada anteriormente.

En el capítulo dos se abordan aspectos teóricos sobre la enseñanza y el aprendizaje en el área de matemáticas, así también, se describe la importancia del lenguaje algebraico en el nivel medio superior, posteriormente se presenta un diagnóstico que favoreció a la determinación del tipo de material didáctico a diseñar y con base a lo anterior se establecieron los principios de comunicación visual entre objeto y usuario. De este capítulo surgieron las bases teóricas que fundamentan y determinan el tipo de material didáctico a desarrollar.

El capítulo tres abarca la fase de conceptualización, la cual inicia con el análisis de una encuesta aplicada a alumnos de nivel medio superior, lo anterior permitió establecer los requerimientos de diseño del proyecto y posteriormente a la generación de ideas que al ser evaluadas pudieron determinar el concepto más viable a desarrollar.

Para finalizar, en el capítulo cuatro se presenta el desarrollo del prototipo de material didáctico escala 1:1, se inició con un análisis de los materiales para la fabricación abarcando la elaboración de un modelo virtual y uno físico, después se establecieron los procesos de fabricación adecuados a los materiales seleccionados considerando los acabados más viables para los mismos. Así mismo, en este mismo capítulo se presenta el reporte de los resultados de la evaluación con alumnos de nivel medio superior en un ambiente real, acción que permitió verificar el cumplimiento de los requerimientos de diseño, así como de los objetivos establecidos al inicio del proyecto.

1.2 Planteamiento del problema

En México se aplican dos pruebas que evalúan el desempeño escolar de los alumnos en niveles de educación básica y medio superior, una de ellas se conoce como el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés: *Programme for International Student Assessment*), esta prueba es internacional y es aplicada cada tres años a países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) y a países no miembros que la soliciten.

La prueba *Planea*, Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes es una prueba nacional puesta en operación cada año por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en coordinación con la Secretaría de Educación Pública (SEP), las características principales de estas pruebas se encuentran descritas en el Anexo 1.

Los resultados más recientes publicados por PISA corresponden a la prueba aplicada en el año 2015, los cuales señalan que existe bajo desempeño escolar en los estudiantes mexicanos de nivel medio superior en las áreas de Ciencias (al obtenerse 416 puntos de una media de 493 puntos), Lectura (423 puntos de una media de 493 puntos) y Matemáticas (408 puntos de una media de 490 puntos), el desempeño de los estudiantes se encontró por debajo del promedio de la OCDE, así entonces, estos indicadores señalan que menos del 1% de los estudiantes mexicanos logran alcanzar niveles de competencia de excelencia (OCDE, 2016), en la escala PISA estos niveles corresponden al 5 y 6 como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Descripción genérica de los niveles de desempeño de PISA.

Niveles	
Nivel 6 Nivel 5 Nivel 4	Situarse en uno de estos niveles significa que un estudiante tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva: matemática, científica u otras.
Nivel 3	Por arriba del mínimo necesario y por ello bastante bueno, aunque no el deseable para realizar actividades cognitivas más complejas.
Nivel 2	Identifica el mínimo adecuado para desempeñarse en la sociedad contemporánea.
Nivel 1a Nivel 1b Debajo del Nivel 1 o 1b	Insuficiente o bajos (en especial el Debajo del nivel 1 o 1b) para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.

Fuente: INEE, 2013.

La prueba Planea Educación Media Superior (Planea EMS) clasifica los resultados obtenidos en *Niveles de logro*, los cuales se muestran en la Tabla 2. Planea EMS utiliza cuatro niveles de logro, los cuales varían de acuerdo al área que se evalúa; Lenguaje y Comunicación, o bien, Matemáticas. Los resultados más recientes correspondientes al año 2017 arrojan que en matemáticas 6 de cada 10 estudiantes se ubican en el nivel I (66%); casi 2 de cada 10 se ubican en el nivel II (23 %); en el nivel III, sólo 8 de cada 100 estudiantes (8%); y en el nivel IV, casi 3 estudiantes por cada 100 (2.5%) (Planea EMS, 2017).

Tabla 2. Niveles de logro y resultados de estudiantes en Planea EMS 2017.

Matemáticas (extracto)		
Nivel IV	Dominan las reglas para transformar y operar con el lenguaje matemático (por ejemplo, las leyes de los signos); expresan en el lenguaje matemático las relaciones que existen entre dos variables de una situación o fenómeno; y determinan algunas de sus características (por ejemplo, deducen la ecuación de la línea recta a partir de su gráfica).	2.5 NIV
Nivel III	Emplean el lenguaje matemático para resolver problemas que requieren del cálculo de valores desconocidos, y para analizar situaciones de proporcionalidad.	8.0 NIII
Nivel II	Expresan en lenguaje matemático situaciones donde se desconoce un valor o las relaciones de proporcionalidad entre dos variables, y resuelven problemas que implican proporciones entre cantidades (por ejemplo, el cálculo de porcentajes).	23.3 NII
Nivel I	Tienen dificultades para realizar operaciones con fracciones y operaciones que combinen incógnitas o variables (representadas con letras), así como para establecer y analizar relaciones entre dos variables.	66.2 NI

Fuente: Planea EMS, 2017.

Partiendo de las cifras mencionadas anteriormente se puede determinar que más de la mitad de los estudiantes mexicanos evaluados en el año 2017 presentaron dificultades en el área de matemáticas relacionadas con la resolución de operaciones con fracciones y operaciones donde intervienen incógnitas o variables representadas con letras, es decir, de acuerdo a Planea EMS son dificultades principalmente en el área de *Álgebra*.

Las pruebas PISA y Planea que se aplican actualmente en México son importantes instrumentos de evaluación que permiten conocer la situación del desempeño de los estudiantes con cierta periodicidad, si bien, la situación del desempeño académico en México no ha presentado un cambio significativo en los últimos años, estos resultados facilitan la identificación del área que requiere mayor atención y de esta forma trabajar en estrategias que permitan un desarrollo y crecimiento de los niveles de educación en el país.

A sabiendas de la situación del área educativa, recientemente en México se ha implementado diversas acciones en esta área que pretenden generar mejoras significativas. En respuesta al desarrollo en áreas como la económica, política, tecnológica, social y cultural, la Dirección General del Bachillerato dio inicio a la Actualización de Programas de Estudio (Dirección General del Bachillerato, 2017).

La Dirección General del Bachillerato (2017) define que el propósito principal de la actualización de los planes de estudio es “... *aportar las herramientas pedagógicas y disciplinares a los docentes para que estos logren potenciar el papel de los educandos como gestores autónomos de su propio aprendizaje ...*” (p. 6).

Aunado a lo anterior, en el Marco Institucional para la Docencia, de la Universidad Autónoma Nacional de México (UNAM), se ha establecido que las actividades docentes deben poseer un desarrollo acompañado de diversos recursos físicos y materiales, los cuales forman parte esencial del proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos (Fragoso, 2012).

1.3 Justificación

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, por sus siglas en inglés; *United Nations Educational, Scientific, and Cultural Organization*, 1989) menciona que los materiales didácticos “... *despiertan el interés de quien los utiliza; mantiene su atención; hacen el aprendizaje más activo; propician el trabajo productivo mediante el planteamiento de problemas y la inducción de observaciones y de experimentos.*” (p. 9). Así mismo, los materiales didácticos deberán dar la oportunidad de transferir a la práctica los conocimientos teóricos, propiciando a la ejercitación y generalización de los conocimientos, habilidades y destrezas del alumno.

Por su parte, Albornoz (2002) hace referencia a las Matemáticas como una ciencia y señala que:

“Actualmente son muy pocos los instrumentos (tangibles) que se utilizan para la enseñanza de la ciencia, la mayoría no son atractivos para los estudiantes y son vistos como objetos alejados de su realidad. Al presentarles algunos instrumentos educativos, lo que se produce en el estudiante es una reacción de rechazo que refuerza las preconcepciones hacia la enseñanza de las ciencias como algo difícil, aburrido y sin ninguna utilidad práctica y los aleja aún más de los temas científicos” (p. 293).

Derivado de lo anterior, en la fase de anteproyecto se aplicó un cuestionario exploratorio a 20 profesores del área de matemáticas de nivel medio superior con el objetivo de conocer aspectos relacionados al uso de los medios y materiales didácticos durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área, el formato de dicho cuestionario y los resultados obtenidos se presentan en el Anexo 2 y 3.

Cabe destacar que en primer instancia el cuestionario exploratorio fue dirigido a profesores debido a que son ellos los principales promotores del empleo de medios y materiales didácticos dentro de las aulas, a través de este cuestionario exploratorio se pudo conocer que la mayoría de los profesores (80%) actualmente siguen optando por el uso frecuente de materiales tradicionales como los libros de texto, es decir, no frecuentan el uso de otros tipos de materiales didácticos como los de tipo manipulables, proyectados o digitales, situación que limita a los alumnos a que puedan comprender los temas mediante el uso de otros tipos de materiales durante la clase (Figura 1).

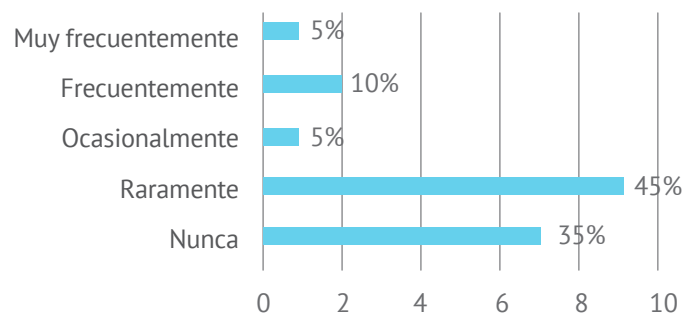


Figura 1. Frecuencia de uso de materiales didácticos.

Fuente: Elaboración propia, con información del Cuestionario Exploratorio.

Con base a lo anterior, un 85% coincide en que los materiales didácticos en el nivel medio superior para el área de matemáticas son escasos, y que de los existentes en el mercado en su mayoría son difíciles de conseguir y mayormente se concentran en otros niveles educativos como lo es principalmente nivel primaria, situación que limita aún más a los profesores a emplear nuevos materiales en la enseñanza.

En consecuencia, la situación de escasos de materiales obliga a que poco más de la mitad de los profesores encuestados (55%) elabore de forma ocasional su propio material didáctico con recursos de fácil adquisición, sin embargo, un 80% ha presentado alguna dificultad con su propio material, situación que llega a repercutir en el cumplimiento del objetivo de dicho material en el proceso de enseñanza.

El cuestionario exploratorio también ayudó a conocer las características de contenido y diseño en la que los profesores ponen mayor atención al momento de elegir o de crear un material didáctico para emplearlo en el aula. Entre las características de contenido destacan; proyectar aplicaciones reales, seguido de permitir al alumno experimentar y de presentar un contenido interesante que concentre su atención, por su parte, los aspectos de diseño que destacaron fueron practicidad, seguridad y/o confiabilidad y facilidad de comprensión y uso. Otras características que los profesores consideran importantes de un material didáctico tienen que ver con la integración entre alumnos, es decir, que permita la colaboración y el trabajo en equipo, así como retroalimentación de los conceptos trabajados y finalmente que sea de fácil acceso o adquisición.

Así mismo, dicho cuestionario permitió conocer desde la experiencia de los profesores, los tipos de materiales que de acuerdo a su formato contribuyen en mayor medida a la obtención de un aprendizaje significativo en los alumnos (Figura 2), de aquí resaltaron los materiales didácticos manipulables (40%) seguidamente de los materiales audiovisuales (30%).

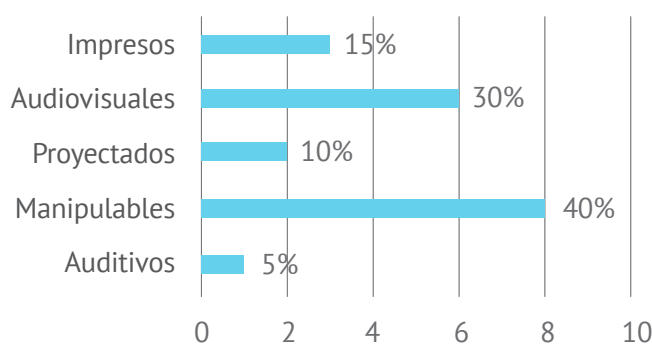


Figura 2. Tipo de material que favorece el aprendizaje significativo.
Fuente: Elaboración propia, con información del Cuestionario Exploratorio.

Para concluir el cuestionario exploratorio, se les preguntó a los profesores sobre el área de las matemáticas en la que perciben que los alumnos presentan mayores dificultades, la mayoría de los profesores (60%) señala que álgebra es el área en la que detectan más dificultades, siendo algunas de estas, la incorrecta aplicación de las propiedades del álgebra y algunas deficiencias en conceptos aritméticos, entre otros. Por todo lo mencionado anteriormente, surge la necesidad de diseñar un material didáctico dirigido a alumnos de nivel medio superior que muestre al alumno conceptos relacionados a la variable como relación funcional.

Para concluir, el cuestionario exploratorio favoreció para establecer la pertinencia del presente proyecto y el enfoque del mismo. Las características mencionadas anteriormente permitieron orientar el desarrollo del presente proyecto de tesis, así como crear las bases para el diseño de material didáctico.

Aunado a lo anterior, se llevaron a cabo dos entrevistas con especialistas en el tema de la enseñanza de las matemáticas con el objetivo de conocer su opinión sobre esta situación y obtener características que favorecieran y nutrieran el objetivo del presente proyecto. La estructura de la entrevista se presenta en el Anexo 4.

Por medio de estas entrevistas se pudo conocer que actualmente las evaluaciones parciales en instituciones como el Colegio de Bachilleres del Estado de Oaxaca Plantel 01 contemplan en un 40% la aplicación de un examen de conocimientos y un 60% la aplicación de diversas actividades que permiten el desarrollo de inteligencias múltiples, como la visual-espacial, verbal-lingüística, entre otras, por medio de estas actividades se puede confirmar el desempeño de los estudiantes en la materia, lo que abre la oportunidad de implementar diversas estrategias y recursos didácticos que favorezcan al desarrollo de otras habilidades en los alumnos.

También se conoció que desde el punto de vista del especialista uno de los problemas característicos de los alumnos en el área de las matemáticas se presenta al resolver problemas de aplicación, considerando como causa que los profesores generalmente enseñen el algoritmo y no el significado del problema.

Otro aspecto importante de resaltar es que los especialistas coinciden en que una estrategia que podría mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es realizar aportaciones creativas, implementar recursos que permitan trabajar el mismo tema de forma diferente, convirtiéndose en un reto para el maestro y el estudiante. Explicaron que el objetivo sería que los alumnos mediante diferentes recursos generen pensamiento, ya que cuando el alumno genera la mayor parte de las actividades es cuando se logra un mayor aprendizaje y se despierta en él un mayor interés por los temas de ciencias.

Bajo estas consideraciones, las entrevistas favorecieron a enfocar el presente proyecto, así como a destacar la importancia de intervenir en el área educativa realizando aportaciones que contribuyan en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

De acuerdo a los resultados del cuestionario exploratorio y las entrevistas se determinó que la elaboración de un material didáctico es un área de oportunidad para aportar una opción que contribuya como herramienta para mostrar temas matemáticos a alumnos de nivel medio superior.

En conclusión, la problemática educativa puede ser abordada desde varias perspectivas, siendo una de ellas el diseño de materiales didácticos como herramientas para mostrar y trabajar conceptos matemáticos, para lo cual, el Ingeniero en Diseño posee el perfil profesional que le permite de manera interdisciplinaria identificar, evaluar y aportar soluciones de diseño en diversas áreas como lo es la educativa, por tal motivo, en el presente proyecto de tesis se propone el diseño de un material didáctico que permita mostrar conceptos matemáticos partiendo del desarrollo de actividades experimentales como sucede en una estrategia didáctica diseñada para la enseñanza del tema de la variable como relación funcional en el nivel medio superior.

1.4 Objetivo general

Diseñar un prototipo de material didáctico para mostrar el concepto de variable como relación funcional dirigido a alumnos de nivel medio superior.

1.5 Objetivos específicos y Metas

Los objetivos específicos y las metas que deberán desarrollarse a lo largo del presente proyecto y que permitirán alcanzar el objetivo general se resumen en la Tabla 3.

Tabla 3. *Objetivos específicos y metas.*

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	METAS
• Analizar los materiales didácticos empleados en el área matemática.	• Análisis bibliográfico de los materiales didácticos.
• Definir los requerimientos de diseño para el prototipo de material didáctico.	• Consulta a alumnos de nivel medio superior para identificar aspectos relacionados a: Elementos visuales (color, forma, tamaño) Elementos físicos (materiales, elementos) Uso y manipulación
• Conceptualizar el diseño de tres propuestas de material didáctico.	• Matriz evaluativa las tres propuestas.
• Seleccionar los materiales más apropiados para la construcción del prototipo de material didáctico.	• Listado de los materiales y sus características para poder analizar y determinar su viabilidad.
• Construir el prototipo de material didáctico escala 1:1.	• Planos constructivos del prototipo de material didáctico.
• Evaluar el prototipo de material didáctico con alumnos de nivel medio superior.	• Reporte de resultados obtenidos de la evaluación con base a un cuestionario escala Likert.

Fuente: Elaboración propia.

1.6 Metodología

Para el desarrollo del proyecto se empleó la metodología para el Desarrollo de Proyectos de Diseño Industrial de Rodríguez (2014), la cual esta constituida por las fases de Planteamiento, Desarrollo Proyectual y Producción. Estas fases o macroestructuras como también las denomina el autor contemplan microestructuras o etapas específicas, las cuales ayudan a cumplir con el objetivo de cada fase o macroestructura, las etapas del presente proyecto se definieron de acuerdo a las demandas del problema. Dicha metodología se empleó debido a que es flexible y se adapta a las variables del problema de diseño a solucionar permitiendo de acuerdo a dicha finalidad, desarrollar un proceso particular de diseño.

En la fase de Planteamiento se obtienen los datos y las características principales del presente proyecto, iniciando con la identificación del problema. Con base a una recopilación y análisis de datos que consiste en investigación documental, la aplicación de cuestionarios y entrevistas y un diagnóstico, en esta fase se identifican y determinan aspectos como el contenido matemático a abarcar y el tipo de material didáctico a diseñar, así mismo, se definen los requerimientos de diseño de uso, de función, estructurales y formales.

En la fase de Desarrollo Proyectual se generan las alternativas de solución mediante la técnica de creatividad denominada Análisis morfológico, las cuales se presentan mediante bocetos que permiten visualizar las características principales de cada propuesta. Después, mediante el método de Factores ponderados se evalúa cada grupo de alternativas obteniendo aquella que satisface en mayor medida los requerimientos de diseño del proyecto.

En la última fase de Producción se realiza un modelo virtual a través de un software CAD 3D y un modelo físico que permitieron observar y establecer detalles de construcción y de uso, ayudando a mejorar características principalmente de tipo físicas, habiendo hecho las correcciones necesarias se obtuvieron los planos constructivos que facilitaron la fabricación del prototipo escala 1:1 en los talleres de la Universidad Tecnológica de la Mixteca.

Esta última fase concluye con la elaboración de un reporte de resultados de la Evaluación con alumnos de nivel medio superior, en donde se describe dicho proceso y la intervención del material didáctico, evaluando a través de un cuestionario el nivel de aceptación del material didáctico por parte de los usuarios.

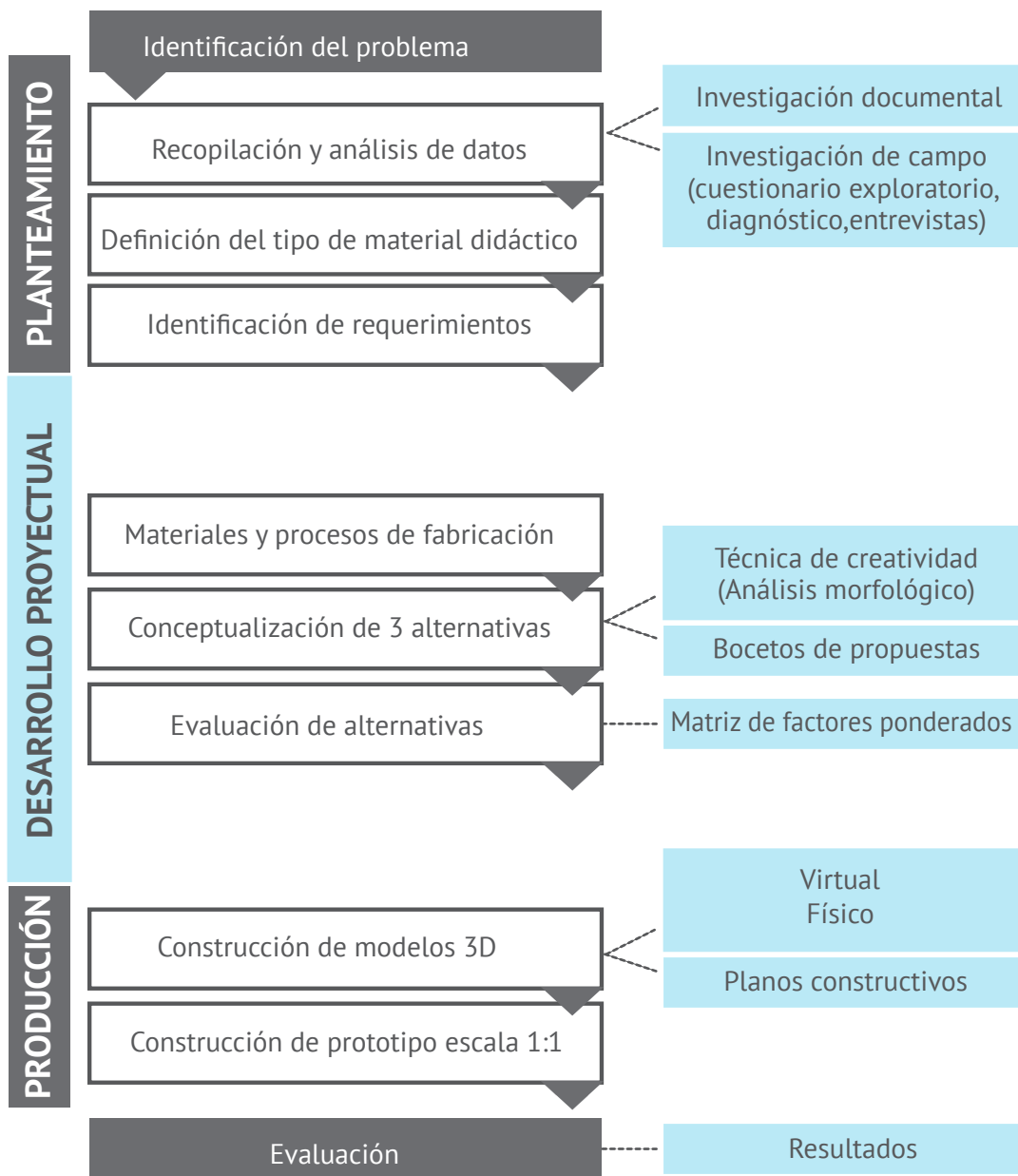


Figura 3. Metodología adaptada al proyecto.
Fuente: Elaboración propia, con información de Rodríguez (2014).

CAPÍTULO 2

Marco Teórico

2.1 Materiales y recursos didácticos

Actualmente existe una gran variedad de términos relacionados a materiales o recursos didácticos, que a su vez son considerados sinónimos, sin embargo, dentro de la literatura no existe una definición precisa de cada concepto, delimitando el amplio número de términos existentes, en este apartado solo se hará referencia a los conceptos de materiales y recursos didácticos.

2.1.1 Definición

Carretero, Coriat y Nieto (1955, citados por Flores et al., 2011) definen la palabra recursos como “... cualquier material diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado que el profesor decide incorporar en sus enseñanzas” (p.8), así también, hacen énfasis en que los recursos son diferentes a los materiales porque estos últimos “inicialmente se diseñan con fines educativos (si bien, en general, un buen material didáctico trasciende la intención de uso original y admite variadas aplicaciones; por ello, no hay una raya que delimite claramente qué es un material y qué es un recurso)” (p.8).

Con base a los conceptos anteriormente mencionados los mismos autores señalan algunos ejemplos, para los recursos, indican que la calculadora, la fotografía y diapositiva, programas con anuncios de radio, TV y los videos, entre otros, son ejemplos de ello, por otra parte, los materiales son las hojas de trabajo que el profesor prepara, así como los programas de ordenador con propósitos específicos, los materiales manipulativos, etc.

Por su parte, Guerrero (2009) afirma que “... *material didáctico es cualquier elemento que, en un contexto educativo determinado, es utilizado con una finalidad didáctica o para facilitar el desarrollo de las actividades formativas*” (p.1-2). El mismo autor establece como ejemplos de materiales didácticos los libros, carteles, mapas, láminas, videos etc., y menciona además que también son materiales didácticos los equipos que ayudan a presentar y desarrollar los contenidos que van dirigidos a los alumnos.

Así mismo, Guerrero (2009) considera que los materiales didácticos cumplen con las siguientes funciones:

Innovación

Cada nuevo material didáctico plantea una nueva forma de innovación. En unas ocasiones provoca que cambie el proceso, en otras refuerza la situación existente.

Motivación

Acerca el aprendizaje a los intereses del alumno y de contextualizarlo social y culturalmente, superando así el verbalismo como única vía.

Estructuración de la realidad

Al ser los materiales mediadores de la realidad, el hecho de utilizar distintos medios facilita el contacto con las distintas realidades, así como distintas versiones y aspectos de la misma.

Facilitadores de acción didáctica

Los materiales facilitan la organización de las experiencias de aprendizaje, actuando como guías, no solo en cuanto nos ponen en contacto con los contenidos, sino también en cuanto que requieren la realización de un trabajo con el propio medio.

Formativa

Los distintos materiales permiten y provocan la aparición y expresión de emociones, informaciones y valores que transmiten diversas modalidades de relación, cooperación o comunicación.

2.1.2 Clasificación

Cascallana (1988, citado en Flores et al., 2011) en el área matemática distingue entre *materiales estructurados* y *materiales no estructurados*. Los materiales estructurados son específicos para la enseñanza, ya que han sido diseñados especialmente para ese fin, los materiales no estructurados, por su parte, son aquellos que ayudan a captar las cualidades matemáticas y a que los alumnos se relacionen con las formas, posiciones, posibilidades de movimiento, medidas etc.

Centrándose un poco más en los materiales estructurados, Flores et al. (2011) establece que los materiales se clasifican en dos grupos, el primero según su *utilidad* y el segundo según el *formato*. Dentro de la clasificación por utilidad (Figura 4) se encuentra el contenido; el cual se refiere al tema o área de matemáticas al que está enfocado el material, el nivel educativo; se refiere al nivel educativo de los usuarios al que está dirigido el material, otro aspecto es el momento en que se utiliza; es decir, pre-instruccional si el material se utiliza para introducir un concepto al inicio de la clase, co-instruccional si se utiliza durante la clase para trabajar el concepto, o bien post-instruccional para utilizar el material o recurso al finalizar la clase con el objetivo de repasar algo que ya se abordó.

Otro aspecto es el tipo de tarea y actividad; donde se establece si el material solo ayuda a mostrar y observar, si permite su manipulación, si solo ayuda a plantear y resolver problemas, o si crea las condiciones para desarrollar estrategias para resolver dichos problemas, el último aspecto que se considera en esta clasificación es el tipo de aprendizaje; el cual se refiere a analizar si el material ayuda a memorizar el o los conceptos (por ejemplo las fichas de términos y definiciones), o a comprender y aplicar los conceptos estudiados (por ejemplo los materiales manipulativos) o bien, para ejercitarse en algoritmos (como el dominó).

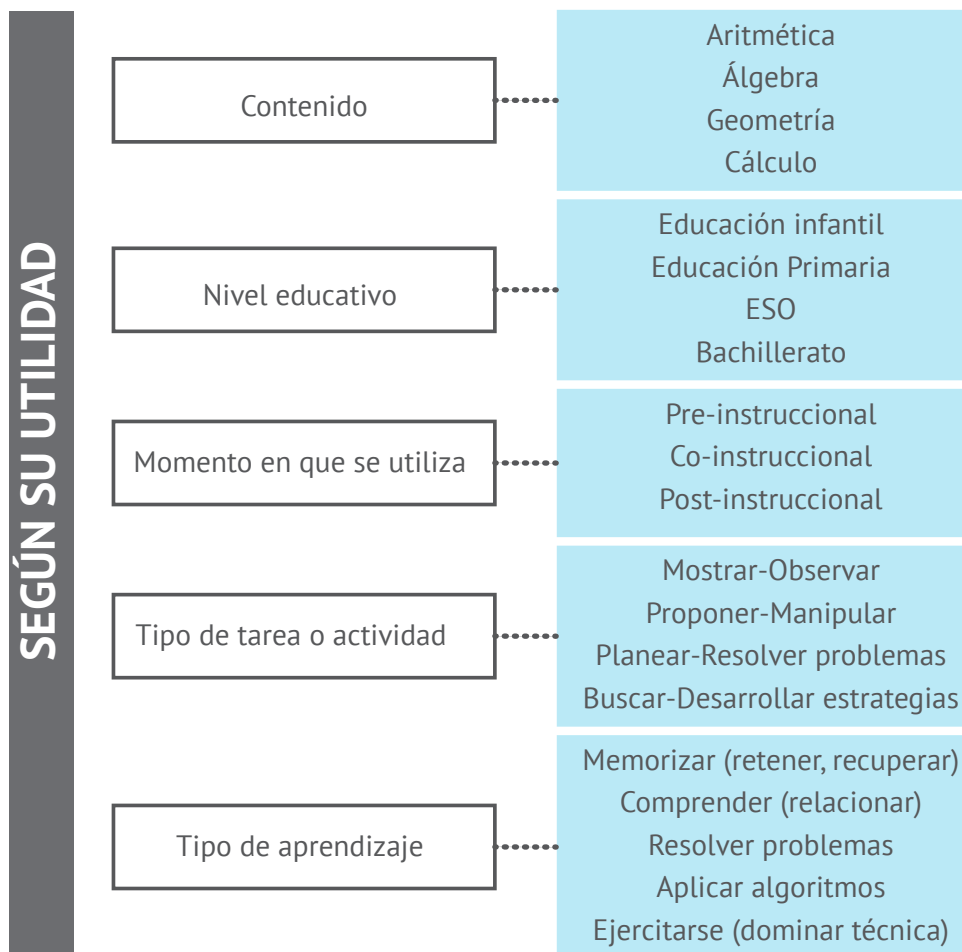


Figura 4. Clasificación de los materiales educativos según su utilidad.
Fuente: Flores et al., 2011.

Por otro lado, la clasificación de los materiales según su formato (Figura 5) se encuentra enfocada según la presentación de los materiales, por lo que se contemplan aspectos como el soporte; que se refiere al tipo de material de fabricación o el medio de presentación, otro aspecto es el de la accesibilidad; es decir, determinar si el material es fácil de encontrar en el mercado o si solamente en un lugar o comercio especializado, por último se considera el grado de difusión; en donde se determina si el material es muy conocido y difundido o bien si es muy específico y difundido.

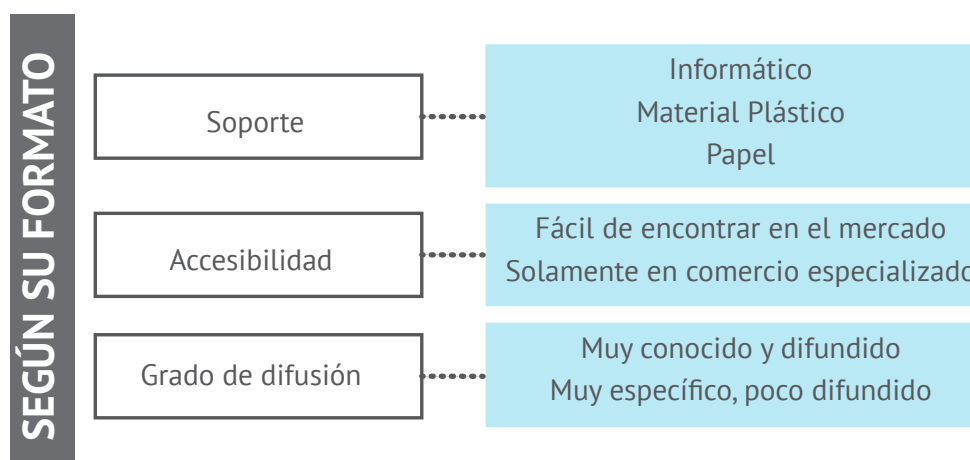


Figura 5. Clasificación de materiales educativos según su formato.

Fuente: Flores et al., 2011.

En síntesis, el material didáctico, término al que se hará referencia en la presente investigación, es considerado como una herramienta que favorece la comprensión de los conceptos en el proceso de aprendizaje, permitiendo interpretaciones y promoviendo la exploración de un mismo tema desde varios enfoques.

2.1.3 Materiales didácticos en Nivel Medio Superior

A continuación se exponen algunos de los materiales didácticos utilizados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en nivel medio superior, estos materiales se analizaron de acuerdo al tipo de soporte y a la clasificación según su utilidad y formato que propone Flores et al. (2011), cabe destacar que la clasificación se realizó con ayuda de un especialista y las tablas solo son una propuesta ya que cada material puede abarcar más de una opción.

- **Manual de ejercicios – material impreso**

Los manuales, guías y libros son ejemplo de material impreso utilizados en la enseñanza de las matemáticas, un ejemplo es la Guía Didáctica de Matemáticas I del Colegio de Bachilleres del Estado de Oaxaca (Figura 6), la cual contiene numerosos ejercicios resueltos y propuestos usando diferentes métodos, este tipo de material esta dirigido a los alumnos que se encuentran en el primer semestre de Bachillerato, la Tabla 4 muestra la clasificación percibida para este tipo de material didáctico.



Figura 6. Guía Didáctica de Matemáticas I, COBAO.
Fuente: COBAO, 2017.

Tabla 4. Clasificación de la Guía Didáctica de Matemáticas I, COBAO.

CLASIFICACIÓN SEGÚN SU:	
UTILIDAD	FORMATO
Contenido: Matemáticas I	Soporte: Papel
Nivel educativo: Bachillerato	Accesibilidad: Fácil de encontrar
Momento en que se utiliza: Pre-instruccional	Grado de difusión: Conocido y difundido
Tipo de tarea: Planear-Resolver problemas	
Tipo de aprendizaje: Resolver problemas y/o ejercitarse	

Fuente: Elaboración propia con información de Flores et al., 2011.

• GeoGebra – material digital

GeoGebra es un software libre de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficos y estadística (Figura 7). La interfaz de GeoGebra es muy interactiva y se encuentra disponible en diferentes plataformas para su uso. Mediante GeoGebra se pueden llevar a cabo trazados dinámicos de construcciones geométricas, así como representaciones gráficas de funciones y sus variables, entre otros, la Tabla 5 presenta su clasificación.

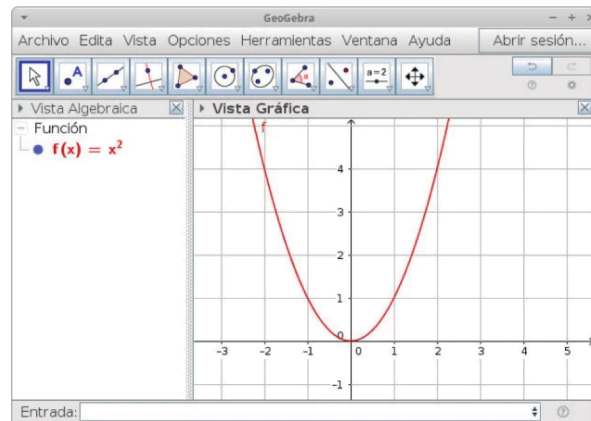


Figura 7. GeoGebra.

Fuente: <http://cort.as/-JuEW>

Tabla 5. Clasificación de plataforma de GeoGebra.

CLASIFICACIÓN SEGÚN SU:	
UTILIDAD	FORMATO
Contenido: Varios (matemáticas, estadística)	Soporte: Digital
Nivel educativo: Secundaria y Bachillerato	Accesibilidad: Fácil de encontrar
Momento en que se utiliza: Co y/o Pos-instruccional	Grado de difusión: Conocido y difundido
Tipo de tarea: Proponer-Manipular, Resolver problemas	
Tipo de aprendizaje: Resolver problemas y/o ejercitarse	

Fuente: Elaboración propia con información de Flores et al., 2011.

● Mat2me – material audiovisual

Es un sitio web gratuito con una gran variedad de contenido educativo sobre temas de matemáticas y física, dirigido principalmente a alumnos de niveles educativos como secundaria y bachillerato, posee videos que explican diferentes temas, además cuenta con su propio canal de internet con clases dirigidas también a estudiantes de nivel primaria hasta estudiantes de universidad, las características de este material se pueden apreciar en la Figura 8 y la Tabla 6.



Figura 8. Sitio web Math2me.
Fuente: <https://www.math2me.com>

Tabla 6. Clasificación del sitio web Math2me.

CLASIFICACIÓN SEGÚN SU:	
UTILIDAD	FORMATO
Contenido: Matemáticas y física	Soporte: Digital
Nivel educativo: Secundaria y Bachillerato	Accesibilidad: Fácil de encontrar
Momento en que se utiliza: Pos-instruccional	Grado de difusión: Conocido y difundido
Tipo de tarea: Mostrar-Observar, Resolver problemas	
Tipo de aprendizaje: Comprender	

Fuente: Elaboración propia con información de Flores et al., 2011.

• Teorema de Pitágoras – material manipulativo

Este es un ejemplo de material didáctico manipulable que le permite al alumno visualizar el Teorema de Pitágoras, (el cual establece que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos), dicha demostración que se puede plantear en términos de áreas permite conformar una propuesta utilizando volúmenes de agua como se muestra en la Figura 9, por su parte la Tabla 7 presenta la clasificación percibida para este tipo de material didáctico.

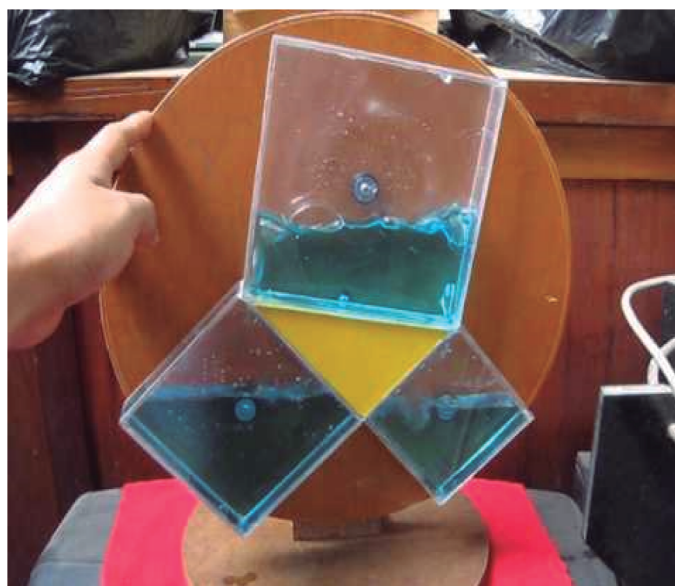


Figura 9. Teorema de Pitágoras mediante el uso de volúmenes de agua.
Fuente: <http://cort.as/-JuHP>

Tabla 7. Clasificación del material para demostrar el Teorema de Pitágoras.

CLASIFICACIÓN SEGÚN SU:	
UTILIDAD	FORMATO
Contenido: Trigonometría	Soporte: Material plástico
Nivel educativo: Secundaria y Bachillerato	Accesibilidad: Difícil de encontrar
Momento en que se utiliza: Pos-instruccional	Grado de difusión: Específico y poco difundido
Tipo de tarea: Mostrar-Observar	
Tipo de aprendizaje: Comprender	

Fuente: Elaboración propia con información de Flores et al., 2011.

Con la información descrita anteriormente se pudo realizar la recopilación de información de algunos materiales y recursos didácticos existentes que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, su clasificación permitió conocer el fin de dichos materiales y su función dentro de los procesos mencionados anteriormente. A continuación, se presente un análisis de los tipos de materiales expuestos de acuerdo a la percepción de algunos autores especialistas en el tema, lo anterior ayudó a identificar de forma general las fortalezas y debilidades de los tipos de materiales didácticos.

2.1.4 Análisis de la información

El material impreso como lo son los libros de texto, manuales y guías de estudios se ha convertido por mucho tiempo en el material básico para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, hoy en día es un material de fácil acceso, sin embargo, el uso constante de este tipo de material genera en los alumnos poca motivación por aprender, debido principalmente a que no favorecen el acceso a la realidad total de las situaciones o contextos que este tipo de materiales pueden proponer (Andersson, 2011).

Por otra parte, actualmente el uso de recursos tecnológicos como los softwares, videos, sitios web, entre otros, es muy común, sin embargo, Flores et al., (2011) mencionan que el uso de estos puede provocar desde el punto de vista cognitivo, que los estudiantes pierdan destrezas o habilidades básicas si todo se resuelve ocupando estos medios, así mismo, señalan que puede suceder que los alumnos se ocupen más por el manejo técnico de un software que en la propia actividad que el profesor propone realizar, acción que puede perjudicar en cierta medida la comprensión de los temas.

Aunado a lo anterior, Lupiáñez y Codina (2004, citados por Flores et al., 2011) mencionan que los softwares o medios audiovisuales como son los videos, se han convertido hoy en día en recursos tecnológicos con un gran potencial para la educación en general, y más precisamente para la educación matemática y las ciencias exactas, sin embargo, recomiendan que lo apropiado es usarlos basándose en una planificación detallada de los contenidos para evitar abusar de su versatilidad.

Valenzuela (2012) señala que *“El conocimiento humano se adquiere por medio de los sentidos, el conocimiento matemático específicamente utiliza el sentido del tacto, completándolo con la audición y la visión”* (p.26), por lo que la formación de los conceptos y el desarrollo de procedimientos matemáticos se adquieren de forma favorable utilizando materiales estructurados, como lo son los materiales de tipo manipulativos. Entre las ventajas de los materiales manipulativos se encuentra el permitir a los alumnos experimentar situaciones de forma táctil o manipulativa, es decir, conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas por medio de las sensaciones.

De forma general, los materiales didácticos permiten al alumno acercarse a la realidad de lo que se está aprendiendo, ofreciendo un contexto más exacto del fenómeno estudiado, los materiales didácticos manipulativos comúnmente concretan e ilustran los conceptos abstractos dando la oportunidad de manifestar aptitudes y desarrollar habilidades (López, 2014).

El uso del material didáctico permite llevar un concepto abstracto a una aplicación real, esta ventaja de acuerdo a López (2014) aporta una base concreta para el pensamiento conceptual, desarrolla la continuidad de pensamiento brindando una experiencia real que estimula y genera un alto grado de interés en los alumnos ya que los materiales didácticos actúan como un mediador entre lo abstracto y lo real.

Una vez conocidas las características generales de los materiales didácticos, también se consideró importante analizar las principales singularidades de las teorías y enfoques relacionados a los procesos de enseñanza y aprendizaje a través de la literatura, ya que son los aspectos que de manera conjunta permitieron ubicar la problemática dentro de un conjunto de conocimientos que a su vez conformaron el contexto en el cual se enmarcó el presente proyecto de tesis.

2.2 La enseñanza y el aprendizaje escolar

A través del tiempo se han realizado numerosas y significativas investigaciones sobre el campo educativo, uno de los enfoques más sobresalientes es el *Constructivismo*, el cual es considerado como una teoría explicativa sobre la naturaleza del conocimiento humano, esta teoría propone una forma de entender el proceso de enseñanza-aprendizaje principalmente mediante enfoques cognitivos. Personajes como Jean Piaget, David Ausubel y Lev Vigotski realizaron grandes aportaciones a este campo, las cuales se han convertido en referentes teóricos que han ilustrado la corriente del Constructivismo (Doménech, 2011).

2.2.1 Las aportaciones de Jean Piaget

Jean Piaget es considerado como el padre del Constructivismo y el principal exponente del Enfoque del Desarrollo Cognitivo. Nieda y Macedo (1997, citados en Tünnermann, 2011) refieren que para Piaget el conocimiento o la cognición humana se construye desde el interior, es decir:

“El mecanismo básico de adquisición de conocimientos consiste en un proceso en el que las nuevas informaciones se incorporan a los esquemas o estructuras preexistentes en la mente de las personas, que se modifican y reorganizan según un mecanismo de asimilación y acomodación facilitado por la actividad de la persona” (p. 24).

Según el análisis de Doménech (2011), Piaget señala que la forma en que un niño se adapta a su entorno es mediante la *asimilación* y la *acomodación*, los cuales son dos procesos complementarios y simultáneos que explican los cambios del conocimiento que el niño adquiere a lo largo de su vida.

En este mismo análisis se menciona que la asimilación es el proceso que permite la integración de nuevas experiencias a los esquemas previos del niño, es decir, a lo que ya sabe, después se da paso a la acomodación, proceso que consiste en modificar los esquemas actuales en respuesta a las demandas del medio que permiten dar sentido a nuevos ámbitos de la realidad, es decir al nuevo conocimiento.

Piaget considera importante que durante el proceso de aprendizaje se relacione la información actual con los esquemas previos, así mismo, refiere que la consecuencia de aplicar la asimilación y la acomodación es llegar a un *estado de equilibrio* de las estructuras cognitivas, es decir, cuando la nueva información se considera compatible con la que ya se conoce.

Aunado a lo anterior, Piaget también consideró que la construcción del conocimiento se da al interactuar con el medio, derivado de ello los esquemas cognitivos sufren modificaciones, estos esquemas cognitivos son representaciones de una realidad experiencial, así entonces cuando estos esquemas cognitivos se vuelven más complejos se interactúa con el medio de forma diferente, lo anterior es a lo que Piaget denomina *Etapas del desarrollo cognitivo* o también conocidos como *Estadios cognitivos* (Doménech, 2011), la Tabla 8 presenta estas etapas y sus principales características.

Tabla 8. *Etapas de la Teoría del Desarrollo Cognitivo de Piaget.*

Etapa	Edad	Característica
Sensoriomotora El niño activo	Del nacimiento a los 2 años	Los niños aprenden la conducta propositiva, el pensamiento orientado a medios y fines, la permanencia de los objetos.
Preoperacional El niño intuitivo	De los 2 a los 7 años	El niño puede usar símbolos y palabras para pensar. Solución intuitiva de los problemas, pero el pensamiento está limitado por la rigidez, la centralización y el egocentrismo.
Operaciones concretas El niño práctico	De 7 a 11 años	El niño aprende las operaciones lógicas de seriación, de clasificación y de conservación. El pensamiento está ligado a los fenómenos y objetos del mundo real.
Operaciones formales El niño reflexivo	De 11 a 12 años y en adelante	El niño aprende sistemas abstractos del pensamiento que le permiten usar la lógica proposicional, el razonamiento científico y el razonamiento proposicional.

Fuente: Rafael, 2008.

Aguirre (1994), por su parte, menciona que “*la estructura humana está en un proceso de cambio continuo: cada vez que adquirimos una habilidad- mental o motriz; se producen cambios en nuestra estructura cognitiva*” (p.152), es así como toda actividad que permita al alumno desarrollar una habilidad mental o física contribuirá a mejorar su estructura cognitiva, ya que estará incorporando un nuevo conocimiento que le permitirá enriquecer su formación.

Una vez conocidas las etapas cognitivas, la etapa de interés a analizar es *Operaciones formales*, la cual tiene su comienzo a partir de los 11 o 12 años aproximadamente y en adelante.

2.2.1.1 Etapa cognitiva: Operaciones Formales

Aguirre (1994) señala que cuando el alumno ingresa en la última etapa cognitiva, sus conocimientos adquiridos en etapas anteriores se integran a los nuevos sistemas. Así también la rapidez o lentitud con la que el alumno atraviese por las etapas cognitivas es una variable que dependerá directamente del medio, y de este dependerá la facilidad o dificultad del paso de una etapa a otra, sin embargo, también se puede dar el caso de alumnos que no desarrollen su capacidad cognitiva y no puedan completar dicho proceso.

Por su parte, Rafael (2008) menciona que en esta última etapa el alumno adquiere las herramientas cognoscitivas que le permiten desarrollar el pensamiento lógico, reflexivo y abstracto, el pensamiento permite la transición de lo real a lo posible, es decir, el alumno puede generar ideas de eventos que nunca sucedieron y puede realizar predicciones sobre hechos hipotéticos o futuros, partiendo de lo anterior y como un ejemplo del mismo, en el campo de las matemáticas el alumno es capaz de realizar razonamientos sobre relaciones y analogías proporcionales, resolución de ecuaciones algebraicas, geométricas, así como proponer y validar argumentos.

La Etapa cognitiva: Operaciones Formales posee cuatro características principales de pensamiento; la Lógica proposicional, el Razonamiento científico, el Razonamiento combinatorio y el Razonamiento sobre probabilidades y proporciones. De acuerdo a Rafael (2008) estas características consisten en:

Lógica proposicional

El razonamiento es la reflexión sobre las relaciones lógicas. Un ejemplo de lo anterior es la resolución de problemas en el campo de las matemáticas, donde se requiere analizar y reflexionar sobre proposiciones algebraicas, es importante destacar que el alumno que desarrolla esta habilidad tiende a relacionarse más con las personas de su entorno, así, cuando se trata de discutir sobre algún tema, éste sabe cómo y con qué argumentos defender mejor sus ideas.

Razonamiento científico

El pensamiento hipotético-deductivo es un proceso lógico y sistemático en el cual se comienzan a formular hipótesis o a hacer predicciones, para ello en esta etapa el alumno desarrollará la capacidad de abordar el problema de forma sistemática, considerará todas las variables o posibilidades que existen para probar su hipótesis y así poder llegar a la conclusión que le permita determinar si su hipótesis es verdadera o falsa.

Razonamiento combinatorio

El alumno es capaz de pensar y deducir en causas múltiples, es decir, desarrolla la capacidad de jugar con las variables y formar sistemáticamente todas las posibles combinaciones o soluciones que se puedan establecer para un problema.

Razonamiento sobre las probabilidades y las proporciones

El alumno hará uso de un sistema lógico cualitativamente distinto a un niño en la etapa de Operaciones concretas (7 a 12 años) ya que reflexionará y analizará de acuerdo a proporciones o cantidades, aquí el alumno pondrá mayor interés en la razón, es decir, la relación deducida entre dos cantidades,.

Así entonces, los alumnos que se encuentran en la etapa de las Operaciones formales desarrollan un razonamiento hipotético-deductivo que les permite adquirir la habilidad de experimentar con el fin de evaluar sus hipótesis y crear juicios correctos sobre el tema (Aguirre, 1994).

En síntesis, la etapa de las Operaciones formales da paso al desarrollo de nuevas características que en gran medida determinarán la personalidad del alumno y de acuerdo a Piaget se seguirán desarrollando esquemas y estructuras cognitivas más complejas, es decir, se continuarán adquiriendo, desarrollando y perfeccionando los conocimientos a lo largo de la vida.

2.2.2 Las aportaciones de David Ausubel

David Paul Ausubel fue a quien se le atribuyó el concepto de *Aprendizaje significativo*, es decir, un aprendizaje no memorístico y no mecánico. Ausubel considera que la importancia de la cognición humana radica en relacionar los nuevos conocimientos con los que la persona ya posee, así también señala que la estructura cognoscitiva se encuentra integrada por aspectos como la cantidad, claridad y organización de los conocimientos previos que posee el alumno, (Domenéch, 2011).

Ausubel establece tres condiciones para generar aprendizaje significativo:

1. Que los materiales de enseñanza estén compuestos y basados en una jerarquía conceptual, ubicando en la parte superior los materiales más generales, inclusivos y poco diferenciados.
2. Que la enseñanza se organice tomando en cuenta los conocimientos previos y el estilo de aprendizaje del alumno.
3. Que el alumno demuestre actitud favorable para aprender, es decir, que esté motivado para aprender.

Según Ausubel, los tipos de aprendizaje escolar se representan mediante dos ejes, el eje horizontal alberga los modos de enseñar y en el eje vertical los modos de aprender (Figura 10).



Figura 10. Tipos de aprendizaje según Paul Ausubel.
Fuente: Doménech, 2011.

Aprendizaje por recepción

El alumno recibe el nuevo conocimiento en forma directa y completa, posteriormente debe asimilarlo, comprenderlo y reproducirlo de la misma forma que lo recibió.

Aprendizaje por descubrimiento

El alumno recibe información incompleta y debe descubrir las relaciones existentes entre este y sus conocimientos previos.

Aprendizaje memorístico

El nuevo conocimiento se guarda como lo presenta y se recupera de la misma forma.

Aprendizaje significativo

El nuevo conocimiento se relaciona con los conocimientos previos.

Derivado de lo anterior Ausubel señala que el aprendizaje significativo proviene principalmente del aprendizaje receptivo, lo que suele suceder en niveles educativos superiores como el universitario, por el contrario, el aprendizaje por descubrimiento se presenta con lentitud y es mayormente percibido en niveles educativos inferiores como lo es en la educación preescolar y los primeros años de primaria (Doménech, 2011).

2.2.3 Las aportaciones de Lev Vigotski

Lev Vigotski propuso el concepto de *Zona de desarrollo próximo*, el cual establece la zona en la que el profesor interviene como facilitador en el desarrollo de estructuras mentales en el alumno con la intención de que éste construya aprendizajes cada vez más complejos. Vigotski denominó a su método instrumental debido a que comprobó que la intervención de un instrumento psicológico aumentaba la capacidad de resolución de tareas. La importancia de

este método radica en la utilización de instrumentos como los materiales didácticos y juguetes educativos además de los procesos de mediación desarrollados por la cultura en la que el alumno se encuentre inmerso. (Doménech, 2011).

Entre las principales implicaciones de la teoría de Vigotski se encuentra:

1. La intervención pedagógica del profesor debe ir dirigida a la zona de desarrollo próximo.
2. El papel del profesor en la enseñanza es el de mediador (mediador social).
3. Favorecer las interacciones dentro del aula, profesor-estudiante y estudiante- estudiante (mediadores sociales), el trabajo cooperativo es la principal forma.
4. La capacidad de aprender del alumno aumenta si se utilizan recursos y materiales didácticos de apoyo apropiados.

2.3 Dificultades de aprendizaje

En el ámbito educativo González (2010) considera común que los alumnos presenten problemas o dificultades al inicio del aprendizaje, sin embargo, cuando estos problemas persisten se denominan *Dificultades de aprendizaje*, este término ha sido empleado por profesionales de la educación, investigadores y demás especialistas para explicar el problema de los alumnos que carecen de una base sólida de conocimientos necesarios de acuerdo a su edad biológica y a su nivel escolar.

El mismo autor hace énfasis en que los alumnos quienes presentan dificultades de aprendizaje poseen una forma diferente de percibir las cosas, en la mayoría de los casos, la dificultad radica en captar, procesar y dominar la información que reciben para posteriormente desarrollarla. Los retos a los que se enfrenta un alumno con dificultades de aprendizaje son muchos y muy variados, sin embargo, entre los más comunes que pueden identificarse; seguir instrucciones, concentrarse durante las actividades, generar ideas de forma fluida, entre otros.

2.3.1 Clasificación

Dada sus características, González (2010) clasifica las dificultades de aprendizaje en:

Problemas Generales de Aprendizaje (PGA)

Se consideran globales ya que dentro del proceso de aprendizaje se manifiestan con lentitud y sutileza, a veces pueden aparecer como deficiencias en la atención y concentración. Los

PGA dependen en gran medida de las características de las metas y objetivos propuestos por los programas curriculares de cada curso y de la exigencia, sin tomar en cuenta la madurez escolar o el nivel de desarrollo intelectual de los alumnos.

Trastornos Específicos de Aprendizaje (TEA)

Se refieren a las dificultades de seguir un ritmo normal en alumnos con inteligencia normal, las dificultades se limitan a ciertas áreas del aprendizaje manifestándose de forma constante, y no se solucionan con los métodos de enseñanza comunes. Se asocian y dependen de alteraciones en el desarrollo de la maduración neuropsicológica del alumno y se pueden manifestar en el nivel de recepción, comprensión, integración, y asociación mental de los procesos asimilados, entre otros.

Al respecto, Málaga y Arias (2010) señalan que:

“La definición más utilizada de trastorno del aprendizaje es la incapacidad persistente, inesperada y específica para adquirir de forma eficiente determinadas habilidades académicas... y que ocurren a pesar de que el niño tenga una inteligencia normal, siga una escolarización adecuada y su entorno socio-cultural sea favorable” (p.43).

Sin embargo, mientras el alumno presente una mayor capacidad cognitiva mejor podrá enfrentarse a un trastorno de aprendizaje. La Tabla 9 resume los principales Trastornos de Aprendizaje.

Tabla 9. Principales Trastornos del Aprendizaje y otros trastornos asociados.

Trastorno	Prevalencia estimada	Tipo de alteración
Dislexia (Trastorno de la lecto-escritura)	5-10%	Problemas para la lectura y la escritura.
Discalculia (Trastorno de las matemáticas)	4-6 %	Problemas para la adquisición de conceptos numéricos y la aritmética.
Trastorno del aprendizaje no verbal (TANV)		Problemas de coordinación, motricidad fina, aprendizaje y socialización, con una importante diferencia entre las capacidades verbales (respetadas) y las no verbales (alteradas).
TDA-H (Trastorno por déficit de atención con/sin hiperactividad)	4-10 %	Problemas atencionales y/o de impulsividad e hiperactividad, alteración de las funciones ejecutivas.

Fuente: Málaga y Arias, 2010.

2.3.2 Discalculia y ansiedad matemática

De acuerdo a Málaga y Arias (2010), la *discalculia* es un trastorno de aprendizaje persistente que provoca dificultades para la adquisición de habilidades matemáticas en alumnos con inteligencia normal y con factores externos favorables. La discalculia repercute en la vida de los alumnos afectados ya que el uso de las matemáticas es común y muy constante.

Otro trastorno se denomina *Ansiedad matemática*, el cual puede presentarse en alumnos que ya sean poseedores del trastorno de discalculia como parte de las dificultades del mismo, sin embargo, también puede aparecer en alumnos que no posean discalculia. Los alumnos afectados por este trastorno evitan todo lo relacionado con las matemáticas y como consecuencia en la etapa de la adolescencia esta situación llega a condicionar el futuro de los alumnos, ya que muchos de ellos deciden estudiar una carrera profesional en la cual no se involucren aspectos matemáticos (Málaga y Arias, 2010).

2.3.3 Dificultades de aprendizaje comunes en matemáticas

Desde la perspectiva de González (2010), las principales dificultades que presentan los alumnos en el área de matemáticas son:

- 1. En la organización espacial.** Esta característica corresponde a los alumnos que tienen problemas con organizar los números según la actividad, o bien para seguir un orden lógico de los procedimientos.
- 2. De procedimientos.** Sucede cuando el alumno omite, agrega o confunde los pasos a seguir dentro un procedimiento determinado.
- 3. De juicio y razonamiento.** Esto sucede cuando el alumno obtiene errores perceptibles y aun así no se da cuenta de los mismos.
- 4. Con la memoria mecánica.** Cuando el alumno olvida la secuencia del procedimiento, esta dificultad se incrementa cuando la actividad o el material se vuelve más complejo.
- 5. Con problemas razonados.** Cuando el alumno no logra comprender los múltiples pasos que puede llevar un procedimiento para encontrar la respuesta correcta.

Aunado a lo anterior, la misma autora menciona que es común observar que los alumnos cuenten con poco dominio de los conceptos matemáticos, es decir, desconocen lo que implica llevar a cabo un procedimiento y aspectos relacionados al cómo y el porqué de los problemas o situaciones matemáticas a las que se enfrentan.

2.4 Matemáticas en el Nivel Medio Superior

De acuerdo a la Dirección General del Bachillerato (2017) el área de Matemáticas en el nivel medio superior tiene como eje principal:

“... desarrollar el pensamiento lógico-matemático para interpretar situaciones reales e hipotéticas que le permitan al estudiando, proponer alternativas de solución desde diversos enfoques, priorizando las habilidades del pensamiento tales como la búsqueda de patrones o principios que subyacen a fenómenos cotidianos, la generación de diversas alternativas para la solución de problemas, el manejo de la información, la toma de decisiones basadas en el análisis crítico de información matemática, interpretación de tablas, gráficas, diagramas, textos con símbolos matemáticos que se encuentren en su entorno permitirán, tanto la argumentación de propuestas de solución como la predicción del comportamiento de un fenómeno a partir del análisis de su variable” (p. 6).

De acuerdo a los planes de estudio establecidos por la Dirección General del Bachillerato (2017), el propósito principal de los cursos de matemáticas a lo largo de toda la educación media superior, es promover el pensamiento lógico-matemático abordando diversas áreas, como se describe a continuación:

Matemáticas I

En el primer curso se hace uso de la aritmética, álgebra, probabilidad y estadística, permitiéndole al alumno proponer alternativas de solución a problemas tomados de su vida cotidiana en diversos enfoques tales como el determinista o el aleatorio.

Matemáticas II

Mediante el uso de Geometría Plana y Trigonometría el alumno podrá proponer alternativas de solución de situaciones reales o hipotéticas desde diversos enfoques.

Matemáticas III

En el tercer curso se aborda a la Geometría Analítica y su aplicación (lugares geométricos en el plano, Línea recta, Circunferencia, Parábola, Elipse), se introduce al alumno a conceptos como los relacionados con sistemas de coordenadas, línea recta o cónicas a través de la solución de problemas que le permitan percibir e interpretar su entorno espacial desde un enfoque geométrico analítico.

Matemáticas IV

Mediante el uso de la Teoría de Funciones (Relaciones y funciones, Funciones polinomiales, Funciones racionales y Funciones trascendentes) el alumno se relaciona con conceptos como el uso y aplicación de diversos tipos de funciones a través de la solución de problemas que le permitan percibir e interpretar su entorno, generando a su vez elementos críticos y reflexivos que le permitan confrontar mediante soluciones el impacto de las acciones humanas sobre su entorno.

A partir de lo anterior, Meléndez (2015) afirma que una de las áreas que requiere mayor atención es matemáticas, y más precisamente la materia de *Álgebra*, ya que de su comprensión y dominio depende el desempeño del estudiante en niveles o cursos posteriores. Al respecto, Urisini (2005, citado por Meléndez, 2015) menciona que algunos investigadores consideran que el dominio del álgebra se logra cuando se comprende el concepto de variable y sus diversos usos, por lo que considera importante conocer dos cosas; la transición del pensamiento aritmético al algebraico y el desarrollo del pensamiento algebraico.

2.4.1 La transición del pensamiento aritmético al algebraico

En la actualidad existen diversos estudios cuyo propósito es el de explicar el paso de la aritmética al álgebra, en su tesis doctoral, Esquinas (2009) realiza un resumen sobre algunos investigadores y sus diversos enfoques, los cuales pretenden explicar lo que conlleva la transición del pensamiento aritmético al algebraico.

Uno de estos investigadores es Kaput, quien menciona que la aritmética y el álgebra en conjunto son la base sobre la que se desarrolla el razonamiento cuantitativo, lo que implica dejar atrás el uso y aplicación de algoritmos que tienden a ser memorizados y así dar paso al verdadero sentido de las relaciones cuantitativas que se pueden construir. Para este autor la

aritmética tiene como propósito el análisis y el estudio de valores numéricos específicos, mientras que el álgebra tiene un doble propósito; el de generalizar y formalizar las relaciones cuantitativas, es decir, una generalización de la aritmética.

Así mismo, Kaput afirma que las dificultades que se presentan al aprender álgebra en la escuela se deben principalmente al escaso dominio de la aritmética en cursos anteriores, por lo que sugiere introducir el álgebra como una generalización de la aritmética, ya que de esta forma los alumnos comprenden mejor el sentido de los temas, permitiendo dar paso a un aprendizaje significativo (Esquinas, 2009).

Si bien, el pensamiento aritmético nunca agrupa ni establece relaciones, el pensamiento algebraico sí, Esquinas (2009) señala que el álgebra analiza y estudia las relaciones y estructuras para posteriormente proponer aquellas que permitan dar solución a los problemas que se presentan, por su parte, la aritmética trabaja de forma individual con cada valor numérico que se propone, derivado de lo anterior puede decirse que el objeto del pensamiento aritmético son los números, mientras que en el álgebra son las relaciones que se establecen entre estos.

Ahora bien, Kaput considera que para asegurar el aprendizaje significativo del álgebra esta deberá mostrarse bajo una estrecha relación con el pensamiento aritmético, donde la comprensión de conceptos previos permitan dar paso al establecimiento de las relaciones que propone el álgebra, por lo anterior y para facilitar el aprendizaje se deberá evitar ver al álgebra como una continuación obligada de la aritmética, sino como una continuación natural.

2.4.2 El lenguaje algebraico

De acuerdo a Eudave (1998), la forma más común de definir al álgebra según su desarrollo histórico es como *“la rama de las matemáticas que trata de la simbolización de las relaciones numéricas generales y estructuras matemáticas y con la operación de esas estructuras...”* (p.10). El lenguaje algebraico representa una nueva forma de notación que permite descubrir procedimientos y relaciones generales. Saucedo (2007), afirma que la comprensión del lenguaje algebraico se logra cuando se tienen claras las diferencias y similitudes entre el lenguaje ordinario y el lenguaje de la matemática y más precisamente cuando se conocen las características del lenguaje algebraico, al respecto Eudave (1998) sintetiza las características más relevantes del álgebra y su aprendizaje de la siguiente forma:

1. El aprendizaje de conceptos. Los conceptos básicos en álgebra son la variable, la ecuación y los conceptos que se retoman de la aritmética como lo es el número.

2. Procedimientos. Si bien en la aritmética se aplican algoritmos o procedimientos intuitivos, en el álgebra se hace uso de métodos formales.

3. Jerarquías y estructuras. Para la construcción de estructuras y el establecimiento de jerarquías que permitan la comprensión de los conceptos básicos del álgebra y la aritmética es necesario que los alumnos hagan uso de los principios y reglas de las operaciones en diversos contextos.

4. Representaciones. Aunque se considere al álgebra como un lenguaje simbólico y formal, sus conceptos y procedimientos pueden representarse de diferente forma, la importancia de estas representaciones radica en lograr una adecuada transición de la aritmética al álgebra.

Partiendo de lo anterior, se puede decir que existen diferentes tipos de representaciones que ayudan a la comprensión de los conceptos, por ejemplo, una expresión algebraica se puede representar mediante una ecuación, o bien, mediante una gráfica y aunque ambas son representaciones diferentes ambas son correctas, aunque suceda que para un alumno una puede ser más clara que la otra.

Destacando la importancia de conocer y diferenciar los conceptos básicos del lenguaje algebraico como es la variable, se han realizado numerosos estudios para analizar y comprender las dificultades y errores que los alumnos de diferentes grados escolares presentan en la resolución de problemas algebraicos principalmente con el uso de la variable.

De acuerdo a Trigueros, Ursini y Lozano (2000), aunque se ha detectado que existe la capacidad de interpretar, simbolizar y manipular la variable en expresiones simples sucede lo contrario cuando las expresiones se presentan más complejas, los mismos autores señalan que dentro de la enseñanza del álgebra, es importante mostrar que la variable algebraica puede ser entendida como *incógnita*, *número generalizado* o como *elemento de una relación funcional*, estos tres significados se conocen como *el Modelo de las 3UV* (tres usos de la variable). A continuación se analizará dicho modelo y sus principales características.

2.4.3 El modelo de las 3UV

De acuerdo a Trigueros, Ursini y Lozano (2000) el modelo de las 3UV es una herramienta que permite diferenciar y trabajar la variable desde tres diferentes usos; la variable como incógnita, como número generalizado y como relación funcional (Figura 11).

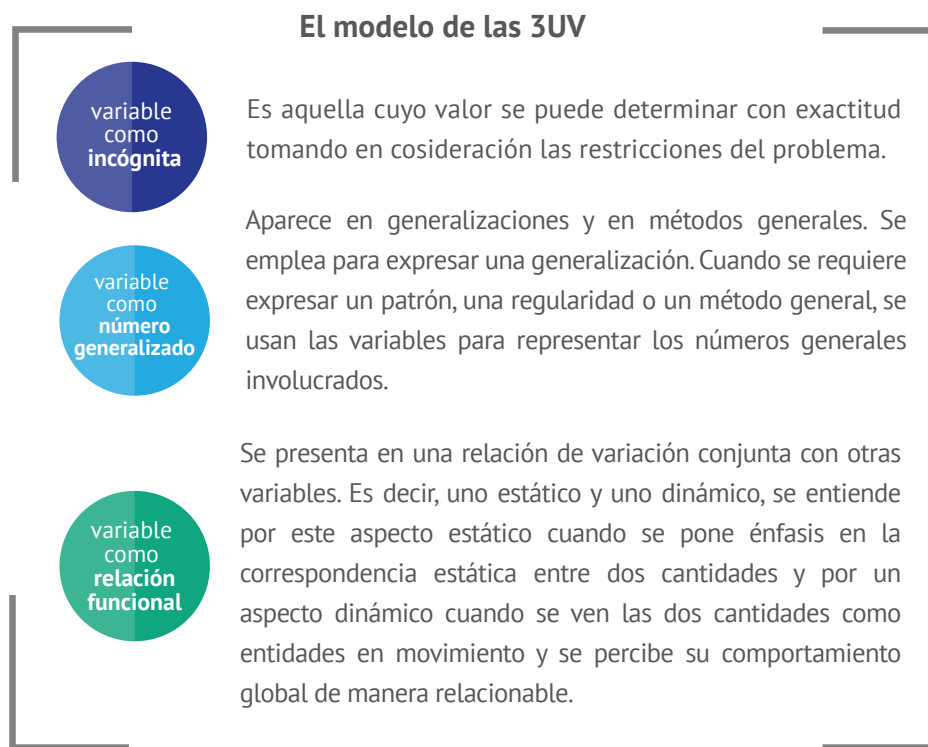


Figura 11. Modelo de las 3UV.

Fuente: Elaboración propia con información de Ursini, 1994.

El uso adecuado de la variable como **incógnita** implica:

- Reconocer e identificar en un problema la existencia de algo desconocido que se pueda interpretar.
- Interpretar la variable simbólica que aparece en una ecuación como ente que pueda tomar valores específicos.
- Sustituir el o los valores de la variable que hacen que la ecuación sea verdadera.
- Determinar la incógnita que aparece en ecuaciones o problemas llevando a cabo las operaciones algebraicas y/o aritméticas necesarias.
- Simbolizar la incógnita que aparece en una situación específica y plantear una ecuación.

El uso adecuado de la variable como **número general** implica:

- Reconocer patrones y reglas generales en secuencias numéricas y en familias de problemas.
- Interpretar la variable simbólica como un ente que puede tomar cualquier valor.
- Interpretar la variable simbólica como un objeto indeterminado que se puede operar.
- Desarrollar la idea de método general distinguiendo los elementos variables de los invariantes en familias de problemas similares, hasta llegar a la simbolización de un método general y del objeto general sobre el cual éste actúa.
- Manipular el símbolo para simplificar o desarrollar expresiones algebraicas.

El uso adecuado de la variable como **relación funcional** implica:

- Reconocer la correspondencia entre cantidades en sus diferentes representaciones: tabla, gráfica, problema verbal o expresión analítica.
- Determinar los valores de la variable dependiente cuando se conocen los de la variable independiente.
- Determinar los valores de la variable independiente cuando se conocen los de la variable dependiente.
- Reconocer la variación conjunta de las variables que intervienen en una relación en cualquiera de sus formas de representación.
- Determinar los intervalos de variación de una de las variables cuando se conocen los de la otra.
- Expresar una relación funcional de manera tabular, gráfica y/o analítica a partir de los datos del problema.

Ramírez (2017) muestra un extracto de tres ejercicios que se aproximan a los tres distintos usos de la variable. El siguiente ejercicio muestra un ejemplo que aproxima al uso de la variable como incógnita y como número general.

1. Resolver la siguiente ecuación siguiendo el esquema: 1. Quitar denominadores./ 2. Quitar paréntesis./ 3. Despejar la incógnita./ 4. Comprobación de la solución.

$$3x + 4 = x + 6$$

[1]

Solución:

$$3x + 4 = x + 6$$

$$3x + 4 - x = x + 6 - x$$

$$2x + 4 - 4 = 6 - 4$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

Verificación:

$$3(1) + 4 = (1) + 6$$

$$3 + 4 = 1 + 6$$

$$7 = 7$$

Para la resolución del ejercicio anterior se requirió lo siguiente:

- Interpretar la “x” de la ecuación como la representación de un valor específico.
- Determinar el valor de “x” realizando operaciones algebraicas o aritméticas.
- Reconocer reglas y métodos para poder despejar la “x”.
- Manipular (simplificar, desarrollar) la variable simbólica.

Las dos primeras características muestran a la variable como incógnita y las dos últimas como número general.

El siguiente ejercicio aborda el uso de la variable como número general.

2. Descomponer en factores:

$$45x^2 - 78xy - 63y^2 \quad \text{Sea } a, b, c, d \in \mathbb{R} \quad [2]$$

Solución:

$$\begin{aligned} 45x^2 - 78xy - 63y^2 &= (ax + by)(cx + dy) \\ &= acx^2 + (ad + bc)xy + bdy^2 \end{aligned}$$

Para hallar los valores de a, b y d se tiene:

$$ac = 45,$$

$$ad + bc = -78 \quad [3]$$

$$bd = -63$$

Si $a = 5$ y $c = 9$, sustituyendo en (3) queda:

$$9b + 5d = -78$$

$$bd = -36$$

Resolviendo el sistema cuadrático anterior se tiene que:

$$d = 5.4 \text{ o } d = -21$$

Si $d = -21$, $b = 3$, con lo cual se tiene que:

$$(5x + 3y)(9x - 21y) = 45x^2 - 78xy - 63y^2$$

- Interpretar la “x” y la “y” como representación de un número en general.
- Manipular las variables simbólicas para desarrollar la expresión (ec. 2).
- Resolver la multiplicación $(5x + 3y)(9x - 21y)$.
- Interpretar las letras a,b,c y d como variables desconocidas que tienen un valor específico.
- Diferenciar el distinto uso que se les da a las letras a,b,c,d por un lado y a la “x” e “y” por el otro.
- Sustituir las letras a,b,c y d por los valores reducidos y verificar la equivalencia a la original.

El siguiente ejercicio propone usar las variables como relación funcional.

3. Un coche recorre **d** kilómetros en **h** horas. ¿cuánto tardará en recorrer 100 km?

Solución planteando la regla de 3:

d (distancia) ----- h (tiempo)

100 km ----- x

$$x = \frac{100 \text{ km} \cdot h}{d} \quad [4]$$

Para resolver este ejercicio se requirió:

- Reconocer y simbolizar la relación de correspondencia entre las variables planteadas.
- Reconocer la variación conjunta de las variables en la expresión algebraica propuesta como solución de x.

De acuerdo a López y López (2011) el Modelo de las 3UV “*permite por un lado abordar el estudio de la variable en el álgebra elemental, así como proponer mecanismos de valoración y estrategias didácticas que faciliten su comprensión por parte de los estudiantes*” (p. 2), situación que permite destacar la importancia de la enseñanza de este modelo en diferentes niveles educativos del país.

Los mismos autores resaltan la importancia del uso del modelo de las 3UV ya que permite a los alumnos ser capaces de utilizar variables para generar modelos o situaciones y explicarlos a través de su uso, así también reconocer a las variables como un solo objeto matemático pero que toma un determinado uso según la situación particular.

2.4.4 Experiencia con relación al proyecto

Como parte de lo mencionado anteriormente, a partir de aquí la presente investigación se dirige con realción a una experiencia obtenida durante un periodo de estancias profesionales, del cual surge un proyecto de colaboración con docentes. Así entonces, dicha colaboración consistió en la elaboración de material gráfico y audiovisual para materiales didácticos enfocados al área de matemáticas y física.

Dentro del desarrollo de estas actividades se pudieron detectar algunas necesidades de diseño de materiales didácticos ideados y propuestos para mostrar conceptos matemáticos a alumnos, principalmente de nivel medio superior. Entre ellos se detectó una estrategia didáctica del área de álgebra cuyo objetivo es trabajar el concepto de variable como relación funcional basándose en una actividad de llenado de recipientes.

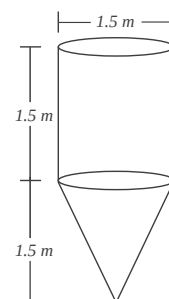
Dicha estrategia didáctica se presenta a continuación como parte de un proceso de diagnóstico requerido en el desarrollo de la presente investigación.

2.4.5 Diagnóstico

La estrategia didáctica se basa en un reactivo liberado por PISA titulado *El depósito de agua*, actualmente se encuentra publicado en el portal del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) de España, dicho portal presenta una recopilación de 84 reactivos del área de matemáticas liberados por PISA para difusión y como recurso didáctico para favorecer a la enseñanza de las matemáticas. Las características del reactivo de interés de acuerdo a lo que evalúa PISA se presentan a continuación.

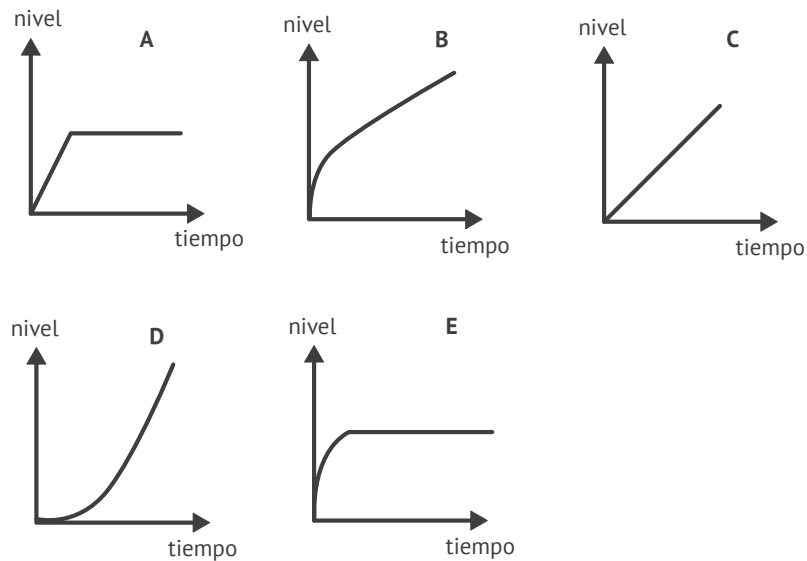
A) Presentación del problema

El diagrama muestra la forma y dimensiones de un tanque de almacenamiento de agua. Al inicio el tanque esta vacío. Una llave está llenando el tanque a razón de un litro por segundo.



B) Preguntas del problema

¿Cuál de las siguientes graficas muestra cómo cambia la altura del nivel del agua en el tanque al transcurrir el tiempo?



Solución directa del problema de acuerdo a PISA.

Se sabe que:

- La llave que está llenando el tanque mantiene un gasto de 1 litro por segundo.
- Considerar el tiempo mientras el tanque se está llenando.
- El volumen del tanque en los primeros 1.5 m de altura es un cono invertido con un diámetro que aumenta al aumentar la altura y en los siguientes 1.5 m de altura es un cilindro con diámetro constante.

Interesa modelar el nivel del agua en el tanque al transcurrir el tiempo. Se puede descartar gráficas de la siguiente forma:

- La altura del nivel del agua va a estar aumentando mientras la llave esté abierta, por lo que se descarta la gráfica A y E.
- La forma del tanque cambia por lo que se descarta la gráfica C.
- En los primeros 1.5 metros el volumen del tanque es cada vez mayor por lo que se la velocidad de cambio de nivel es cada vez menor, se descarta la gráfica D.
- En los primeros 1.5 metros el volumen del tanque es cada vez mayor por lo que se va a llenar cada vez más lento y después se llena en forma constante. Por lo tanto la gráfica B es la correcta.

Criterios de evaluación del problema según los estándares de PISA

Intención de la pregunta

Evaluar la capacidad del alumno para identificar que el cambio de cierto objeto matemático, en este caso el nivel del agua en el tanque depende de las propiedades o cambios en otro objeto matemático, en este caso el volumen del tanque.

Evaluar la habilidad del alumno para reconocer los tipos de cambio fundamentales en su representación gráfica.

Solución comentada del problema según el proceso de matematización en el marco PISA.

Identificación de un problema matemático.

El problema que se plantea consiste por un lado en relacionar el cambio en el nivel del agua en un tanque que se está llenando con el cambio en la forma del tanque, y por otro relacionar un fenómeno con su representación gráfica. Dada la forma y dimensiones de un tanque de almacenamiento que se está llenando de agua a razón de 1 litro por segundo, se solicita al alumno identificar la representación gráfica del comportamiento de la altura del nivel del agua en el tanque al transcurrir el tiempo.

Identificación de los elementos matemáticos asociados al problema, reorganización del problema en términos de las matemáticas identificadas.

El estudiante debe ser capaz de decodificar la información en la situación planteada para interpretar el tipo de cambio que se presenta y reconocer el modelo gráfico. La cantidad que está cambiando al transcurrir el tiempo es el nivel del agua en el tanque. El agua que está llenando el tanque sale de una llave a razón constante de 1 litro por segundo.

El estudiante debe darse cuenta que el volumen de agua en el tanque aumenta a razón constante, pero el nivel del agua no. El nivel del agua está aumentando todo el tiempo, pero como la forma del recipiente cambia, la razón con que el nivel del agua crece no es siempre igual.

La abstracción matemática progresiva de la realidad según PISA se encuentra en el Anexo 5.

Por su parte, Marmolejo y Riestra (2013) abordan como contexto la actividad de *El depósito de agua*, o también conocido como *Llenado de recipientes*, mencionando que el inicio del aprendizaje del lenguaje algebraico comprende además del dominio de la aritmética, de la identificación y diferenciación de los usos de la variable, de forma específica, el uso de la variable como relación funcional abordada desde una perspectiva dinámica permite considerar a las variables como elementos que se mueven de manera relacionada dentro de ciertos rangos de valores o parámetros, mediante estos parámetros se pueden generar modelos matemáticos, de aquí que muchos de los problemas prácticos se pueden representar y solucionar mediante estos modelos.

Las mismas autoras señalan que “*La identificación de los parámetros clave en un contexto dado, posibilita que los estudiantes comprendan el fenómeno que se está estudiando*” (p. 155). Así entonces, los parámetros pueden asumir diferentes papeles según el contexto en el que se utilizan, entre los más comunes se encuentran:

- Como **generalizadores**, que pueden representar a toda una familia de funciones.
- Como **fijadores**, dentro de las representaciones gráficas.
- Como **cantidades indeterminadas**, que se refiere a la cantidad que al asumir un valor u otro puede provocar diferentes efectos.

Derivado de lo anterior Marmolejo y Riestra (2013) mencionan que una forma de trabajar el concepto de variable y su uso como relación funcional es a través del contexto del llenado de recipientes, mediante este, el alumno puede analizar las relaciones entre los parámetros de tiempo y altura de un fluido en un recipiente dado, el desarrollo de esta actividad implica detectar las variables, formar y analizar tablas de datos para posteriormente construir las gráficas que representan dichos comportamientos, lo anterior permite reforzar conceptos como pendiente, concavidad, área y volumen.

Así mismo, las autoras defienden que el llenado de recipientes es un contexto que permite crear un ambiente en el cual el alumno puede, además de modelizar, experimentar, hacer predicciones, discutir, argumentar, comprobar ideas y practicar habilidades de cálculo, por lo que lo convierte en un contexto que favorece la comprensión de conceptos algebraicos, por esta razón la estrategia didáctica se desarrolla considerando una sección práctica que implica el uso de materiales físicos manipulables cuyo objetivo es representar los elementos del ejercicio y observar el comportamiento de las variables. A continuación, se describe cada paso de la actividad y los materiales utilizados durante su desarrollo.

2.4.5.1 Estrategia Didáctica

Se realizó la observación pasiva de la estrategia didáctica del llenado de recipientes, con alumnos de nivel medio superior quienes asistían a un curso de preparación en el área de Matemáticas, mediante este diagnóstico se conoció la forma en la cual la actividad se lleva a cabo con los alumnos en planteles de nivel medio superior.

Descripción: La profesora se dirige a 6 alumnos para explicar de forma general los pasos de la actividad. Una vez que concluye, presenta los materiales a ocupar y la función de cada uno, estos materiales se resumen a continuación (Figura 12).

Materiales

- Un recipiente de dos litros de capacidad, aproximadamente.
- 60 cm de manguera transparente (comercial).
- Un vaso de plástico rígido (cilíndrico).
- Un vaso desechable (cónico).
- Una regla plástica de 20 cm



Figura 12. Materiales ocupados para el desarrollo de la estrategia didáctica.
Fuente: Elaboración propia.

Especificaciones previas

Posteriormente se dirige nuevamente a los alumnos para establecer algunas características necesarias antes de realizar la actividad:

1. Se determina tomar la lectura del agua cada diez segundos, por lo que el alumno encargado para esta acción se denomina alumno 1.
2. Se asigna a un alumno 2 la realización de una tabla de datos de dos columnas (X y Y) asignando a la columna de la variable X diez valores múltiplos de diez, el mismo alumno 2 se encarga de anotar los datos durante el desarrollo de la actividad.
3. Se asigna alumno 3 a quien esta a cargo de observar y decir en voz alta la medida que indique la altura alcanzada del agua en la regla.
4. Se asigna un alumno 4 a quien tendrá que aspirar el agua a través de la manguera y sostener la regla dentro del vaso durante el desarrollo de la actividad.

Desarrollo

Paso 1. El alumno 4 vierte alrededor de 1.5 litros de agua en el recipiente mayor y lo coloca a una altura aproximada de 50 cm.

Paso 2. La regla se coloca dentro del vaso cónico en posición vertical cuidando siempre mantener un ángulo de 90° grados.

Paso 3. Se coloca un extremo de la manguera dentro del recipiente de agua y por el otro extremo el alumno 3 aspira el líquido e inmediatamente coloca dicho extremo dentro del vaso al mismo tiempo que sostiene la regla.

Paso 4. El alumno 1 toma el tiempo e indica en voz alta el cumplimiento de los lapsos determinados (cada diez segundos), el alumno 3 dice en voz alta la medida que marca la altura del agua en la regla, inmediatamente el alumno 2 anota el dato en los campos correspondientes de la tabla de datos.

Paso 5. Una vez obtenidos todos los datos necesarios el alumno 4 retira la manguera, el agua la regresa al recipiente mayor y se continua con el vaso cilíndrico, para ello el alumno 2 genera una nueva tabla de datos, cabe destacar que se mantienen los tiempos establecidos para el primer recipiente.

Terminada la actividad con ambos recipientes, los alumnos pasaron a analizar las tablas de datos y en seguida a realizar las gráficas de cada una de ellas, estas gráficas se analizaron en grupo y se debatieron las características de dicho fenómeno, así mismo, con ayuda de la profesora los alumnos pudieron predecir el comportamiento de las gráficas que se podría generar con otros recipientes de diferente sección transversal.

Durante la actividad se detectaron algunos inconvenientes con el uso y funcionamientos de los materiales ocupados que no favorecieron en su totalidad a la percepción del fenómeno deseado, ya que la actividad con el recipiente cónico se repitió dos veces, lo anterior se debió principalmente a que el tipo de materiales (de fácil adquisición) no diseñados especialmente para la actividad presentan un determinado margen de error. Lo anterior dio paso a enlistar los problemas detectados durante el desarrollo de la actividad (Tabla 10).

Tabla 10. Problemas con el uso del material durante la estrategia didáctica.

Problema detectado	Consecuencia
No se tiene establecida la cantidad de agua a ocupar, se define por intuición de los participantes.	La presión y velocidad del agua no es constante.
No se tiene establecida la altura a la cual colocar el recipiente mayor, se define por intuición de los participantes.	La presión y velocidad del agua no es constante.
El recipiente mayor se coloca sobre cajas de cartón u otras bases improvisadas.	No hay estabilidad y seguridad durante la actividad.
Los vasos utilizados no presentan la forma geométrica ideal para la actividad (recipiente cilíndrico y cónico).	Los resultados obtenidos no son los adecuados para observar con claridad las singularidades de la actividad.
El material de los vasos (translucido) llega a ser una dificultad para el observador.	No se permite apreciar con claridad la altura del agua marcada en la regla.
Para hacer correr el agua a través del sistema de manguera se tiene que aspirar con la boca por un extremo.	Ocasiona derrames de agua en el área.
La regla se sostiene con la mano durante todo el desarrollo de la actividad.	Después de un determinado tiempo resulta una posición incómoda para el alumno y por consiguiente se llega a inclinar unos grados obteniendo datos poco precisos.

Fuente: Elaboración propia.

Algunos problemas mencionados en la tabla anterior se señalan en la Figura 13 y 14.

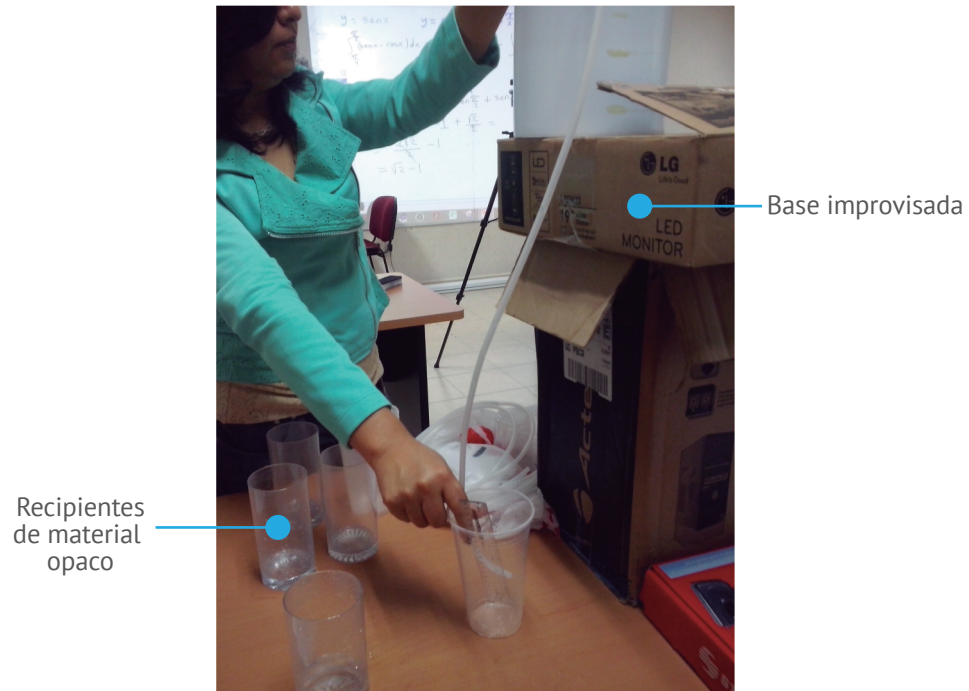


Figura 13. Problemas percibidos con la base y el material de los recipientes.
Fuente: Elaboración propia.

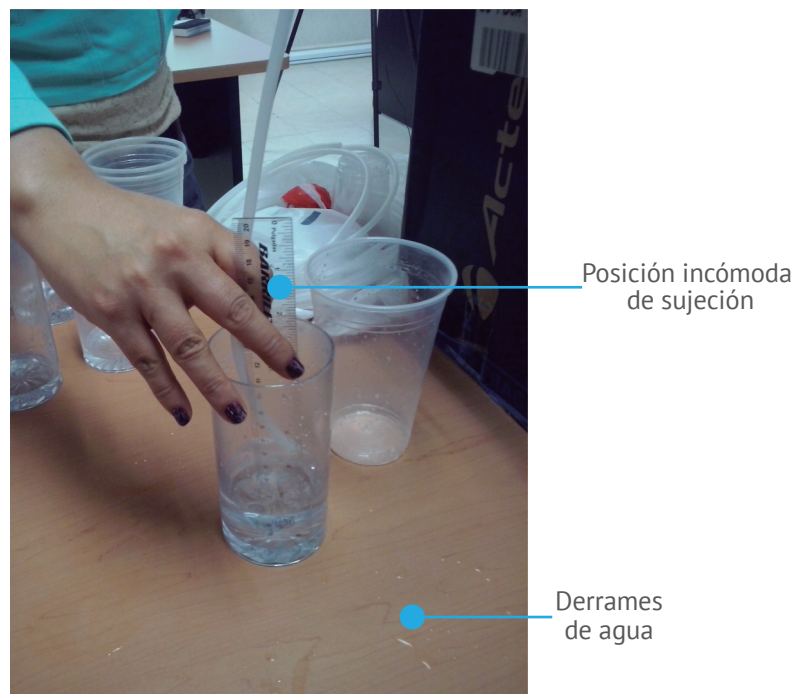


Figura 14. Problemas percibidos con el uso de la manguera y la regla plástica.
Fuente: Elaboración propia.

2.4.6 Definición del material didáctico a desarrollar

Derivado del análisis de los tipos de materiales didácticos y de los problemas encontrados durante el desarrollo de la estrategia didáctica, se confirmó diseñar un material didáctico de tipo manipulativo, ya que como se pudo observar en la actividad descrita anteriormente se hace uso de elementos físicos manipulables, situación que determina el tipo de material didáctico a desarrollarse en el presente proyecto. Aunado a lo anterior, como lo menciona Valenzuela (2012) la formación de conceptos se adquiere de forma favorable utilizando materiales estructurados como los son los materiales de tipo manipulativos, ya que estos permiten generar experiencias táctiles que ayudan en el estudio de los conceptos.

El material didáctico a diseñar deberá ser un material práctico y funcional que cuente con los elementos necesarios que favorezcan la realización de la actividad, es decir, que permita mostrar y distinguir de forma clara el comportamiento de las variables de interés que en ella intervienen.

Además, el material didáctico presentará un concepto de organización y armonía visual mediante formas que sean de fácil identificación y que generen interés en los usuarios, de aquí la importancia de analizar el proceso de comunicación visual y sus elementos con el objetivo de determinar aquellos a considerar en el proceso de diseño del material didáctico.

2.5 Comunicación visual en el diseño

Una característica principal de la vida en sociedad es el intercambio de información, para poder realizar esta acción es necesario llevar a cabo el acto comunicativo que de acuerdo a Osorio (2010) es el proceso donde un emisor hace llegar un mensaje a un receptor a través de un canal. Es así como los elementos básicos del acto comunicativo son (Figura 15):

Emisor: quien emite el mensaje, puede ser una persona o no.

Receptor: quien recibe la información.

Canal: medio físico a través del que se transmite el mensaje.

Código: forma que adopta la información transmitida para que se pueda intercambiar entre la fuente y el destinatario. Implica la comprensión o descodificación de la información.

Mensaje: lo que se quiere transmitir.

Situación o contexto: la situación o el entorno donde se lleva a cabo el acto comunicativo.

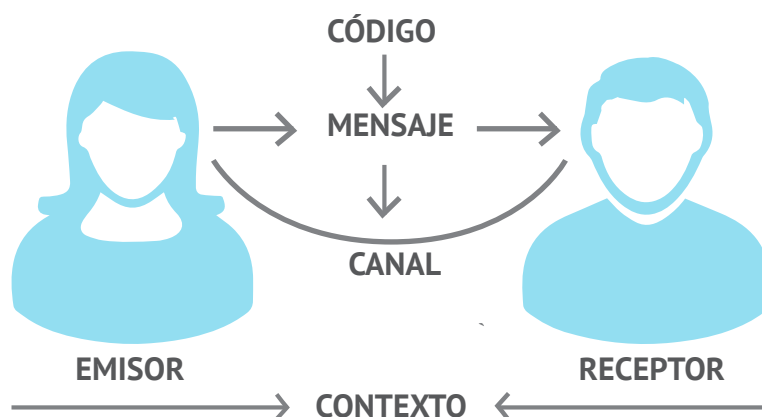


Figura 15. Elementos del acto comunicativo.

Fuente: Elaboración propia con información de Osorio (2010).

De acuerdo a Osorio (2010) “...la comunicación se convierte en un medio esencial para llegar a una interpretación adecuada del entorno” (p.22) y a través de las formas naturales el diseñador es capaz de crear propuestas en donde aspectos como la función se basan en la forma del objeto, dos factores altamente relacionados.

Una vez definido el tipo de material didáctico a diseñar es importante señalar que de acuerdo al acto comunicativo el material didáctico a desarrollar será el emisor, el mensaje a emitir por parte de este será de tipo práctico, funcional y estético y los receptores serán los alumnos de nivel medio superior. Por lo anterior, será de gran importancia considerar estas características las cuales permitirán al material didáctico expresar su contenido, consiguiendo una correcta interpretación funcional por parte del usuario.

2.5.1 El lenguaje visual

Para lograr que el material didáctico emita el mensaje deseado deberá considerarse un lenguaje visual, según Ferrer y Gómez (2013) el lenguaje visual es mayormente de carácter intuitivo y universal, aunado a lo anterior, los mismos autores defienden que una representación visual y la realidad tienen mayor conexión comparada con esta realidad y su representación verbal, es decir, el reconocer e interpretar un mensaje gramatical es más difícil que un mensaje visual, principalmente porque el cerebro no procesa de igual forma dicha información.

Por su parte, Wong (1991) señala que *“El diseño es un proceso de creación visual con un propósito ... el diseño cubre exigencias prácticas”* (p. 9), así entonces, el lenguaje visual no posee reglas establecidas, generalmente se definen por intuición, pero una intuición basada en los conocimientos propios del diseñador.

Para fines de la presente investigación y de acuerdo a las características que demanda el material didáctico a desarrollar, en el apartado siguiente se hablará sobre los elementos visuales a considerar para el desarrollo del material didáctico.

2.5.2 Elementos visuales

Los elementos visuales forman parte importante de un diseño, ya que son aquellas características que se pueden percibir de forma inmediata. De acuerdo a Wong (1991) los elementos visuales son:

Forma. Todo lo que puede ser visto posee una forma que aporta identificación principal en la percepción.

Color. Una forma se distingue de sus cercanías por medio del color. El color se utiliza en su sentido amplio, comprendiendo no sólo los del espectro solar sino asimismo los neutros y asimismo sus variaciones tonales y cromáticas.

Textura. La textura se refiere a las cercanías en la superficie de una forma. Puede ser plana o decorada, suave o rugosa, y puede atraer tanto al sentido del tacto como a la vista.

Medida. Todas las formas tienen un tamaño. El tamaño es relativo si se describe en términos de magnitud y de pequeñez, pero asimismo es físicamente mensurable.

Con el propósito de especificar un poco más las características de estos elementos, se tiene que de acuerdo a Wong (1991) la forma se puede comprender de la siguiente manera:

2.5.2.1 Forma

La forma como punto.

Se refiere al elemento punto por ser una forma pequeña, esta característica es relativa ya que una forma, en este caso un punto puede parecer bastante grande cuando está contenida dentro de un marco pequeño, sin embargo, el mismo punto puede parecer pequeño ubicado dentro de un marco mucho más grande (Figura 16).

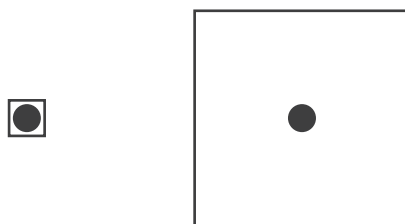


Figura 16. La pequeñez como característica relativa.
Fuente: Wong (1991).

Se sabe que la forma más común de un punto es un círculo simple, sin embargo, el punto puede poseer diversas formas, por ejemplo un cuadrado, un triángulo, ovalo o una forma irregular (Figura 17).



Figura 17. Formas que puede poseer un punto.
Fuente: Wong (1991).

Las características principales de un punto son: el tamaño debe ser comparativamente pequeño y su forma debe ser simple.

La forma como línea.

Una forma se describe como línea si su ancho es considerablemente estrecho y si su longitud es elevada. Así, una línea transmite generalmente la sensación de delgadez, característica que al igual que la pequeñez es relativa. Al referirse a una línea se debe considerar tres aspectos (Figura 18):

- 1. La forma total,** si es recta, curva, quebrada, irregular o trazada a mano.
- 2. El cuerpo,** se refiere a los bordes de la línea que pueden aparentar un cuerpo afilado, nudoso, vacilante o irregular.
- 3. Las extremidades,** cuando la línea es ancha ya que estos extremos pueden ser cuadrados, redondos o puntiagudos.

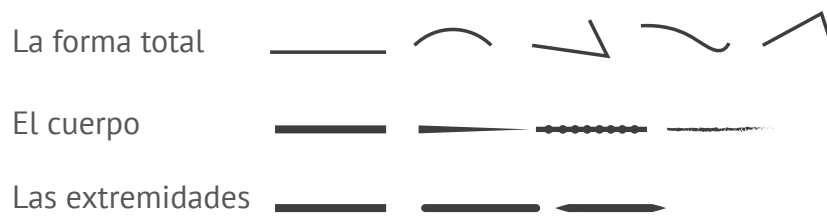


Figura 18. Características de forma como línea.
Fuente: Wong (1991).

La forma como plano.

Se refiere a superficies bidimensionales limitadas por líneas conceptuales que constituyen los bordes de la forma, estas características determinan la figura de la forma, existe una gran variedad de figuras como por ejemplo (Figura 19):

1. Figuras **geométricas**, construidas matemáticamente.
2. **Orgánicas**, poseedoras de curvas libres que muestran fluidez y desarrollo.
3. **Rectilíneas**, aquellas que se encuentran limitadas por líneas rectas no relacionadas matemáticamente entre sí.
4. **Irregulares**, limitadas por líneas rectas y curvas no relacionadas entre sí.
5. **Manuscritas**, generadas a mano alzada.
6. **Accidentales**, aquellas obtenidas accidentalmente.

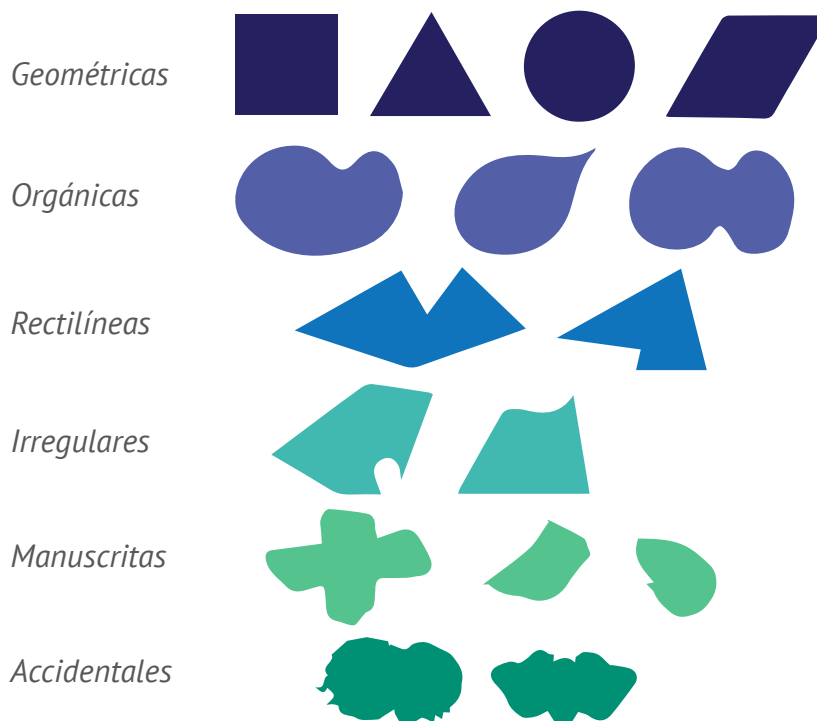


Figura 19. Características de la forma como plano.
Fuente: Wong (1991).

2.5.2.2 Color

En la configuración del mensaje visual el color es un elemento muy importante, ya que de acuerdo a Boerboom y Proetel (2018), el color es un pigmento o ilusión visual, materia y cognición que generalmente llama la atención, transmite mensajes como las sensaciones y también afecta la percepción. Determinados colores poseen un efecto psicológico relacionado a un simbolismo, de acuerdo a percepciones que diferencian entre lo frío y lo cálido, o lo vivo y lo inanimado.

Es importante mencionar que el color puede ser percibido como un material pictórico (cuando se presenta en forma acuosa, viscosa o en polvo) o bien como un recurso visual inmaterial (cuando se habla en términos de luminoso y llamativo, o suave y atenuado), de forma específica, el color llega a sugerir significados a través de la vista.

El círculo cromático

El círculo cromático es una ordenación de los colores básicos o también conocidos como colores primarios, los colores secundarios y los colores terciarios (Figura 20).

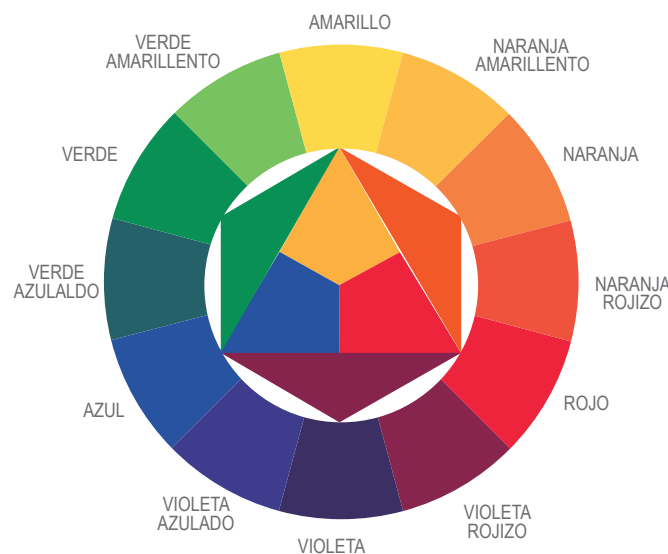


Figura 20. Círculo cromático

Fuente: <https://significadodeloscolores.com>

Colores Primarios

Los colores primarios son la base para generar una gran variedad de tonos claros y oscuros, de acuerdo a Boerboom y Proetel (2018) los colores primarios son aquellos tonos puros que se pueden diferenciar entre sí, estos son el rojo, el azul y el amarillo (Figura 21), este último es el color primario más claro del círculo cromático y el más cercano a la luz.

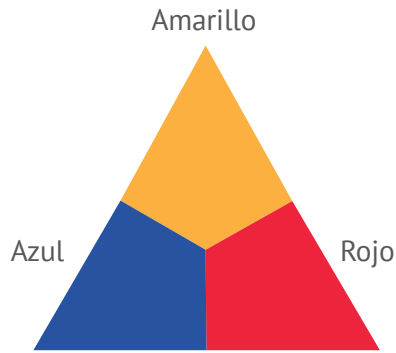


Figura 21. Colores primarios.
Fuente: Elaboració propia.

Los colores secundarios (Figura 22) surgen de la combinación o mezcla de dos colores primarios, es así como el naranja se obtiene de la combinación del amarillo y rojo, el verde surge de mezclar amarillo con azul, y el violeta se produce al combinar azul con rojo.

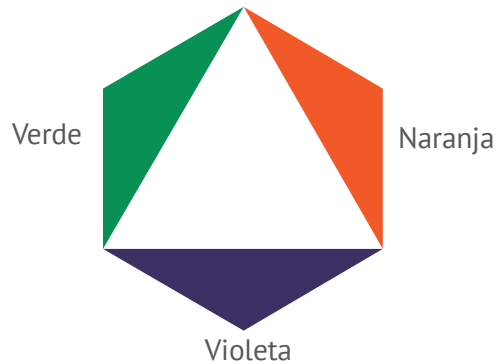


Figura 22. Colores secundarios.
Fuente: Elaboració propia.

Y finalmente los colores terciarios (Figura 23) que son el producto de mezclar o combinar un color primario con un color secundario.



Figura 23. Colores terciarios.
Fuente: Elaboració propia.

Colores Fríos y Cálidos

Los colores fríos también conocidos como colores pasivos son la gama de colores comprendidos entre el amarillo verdoso al violeta incluyendo el azul, absorben luz, se consideran colores que sugieren alejamiento, por su parte, los colores cálidos o colores activos son la gama de colores ubicados entre el amarillo y el rojo violeta, estos provocan la sensación de expandirse, es decir, de generar mayor tamaño (Figura 24).

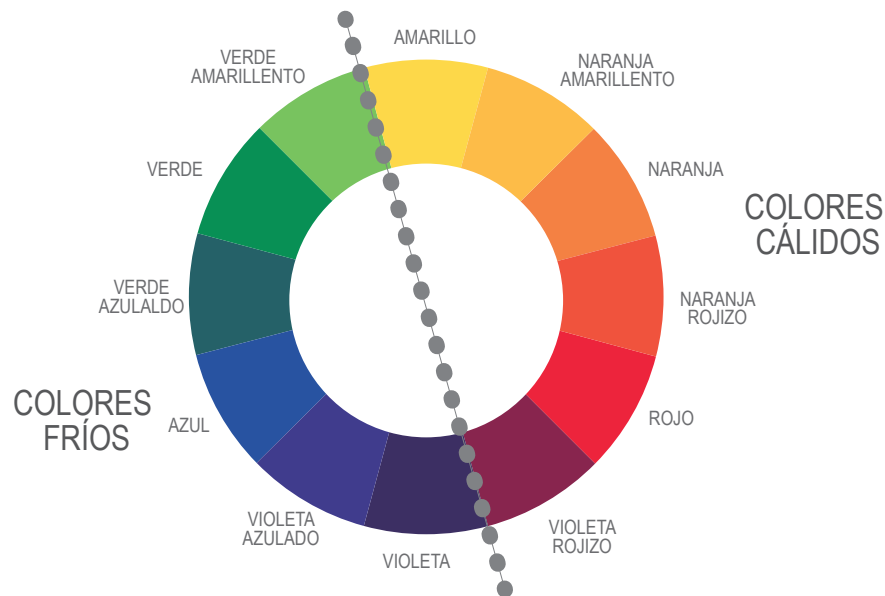


Figura 24. Colores fríos y cálidos.

Fuente: <https://significadodeloscolores.com>

Psicología del color

De acuerdo a Moreno (2005), desde una percepción psicológica los colores expresan estados de ánimo, emociones y sentimientos. Dentro de la psicología del color los colores cálidos se perciben como estimulantes, alegres y hasta excitantes y los colores fríos como aquellos que transmiten tranquilidad y a veces tristeza, aunque son percepciones subjetivas cada una se basa en una interpretación personal, de aquí que en la mayoría de los casos los colores posean los siguientes significados:

Amarillo. Se relaciona con el sol, por lo que significa luz radiante, alegría y estímulo.

Rojo. Esta relacionado con el fuego por lo que es un color intenso, aporta visibilidad y simboliza fuerza, energía y peligro.

Azul. Se asocia al color del cielo y al agua, por lo que representa serenidad, infinito, frialdad y confianza.

Naranja. Transmite entusiasmo, felicidad y euforia, también es un color cítrico que se asocia con la alimentación.

Verde. Representa la naturaleza, significa reposo, esperanza, juventud, armonía, frescura y seguridad.

Blanco. Transmite sobriedad, luminosidad, pureza, paz y simplicidad.

Negro. Se asocia a la elegancia, prestigio y seriedad.

2.5.2.3 Textura

De acuerdo a Wong (1991), la textura es un elemento visual que se refiere a las características de superficie de una figura. Las texturas se pueden clasificar en dos grupos: texturas visuales y texturas táctiles.

Textura visual. Es estrictamente bidimensional, ya que puede ser vista por el ojo humano, también puede evocar sensaciones táctiles, estas se clasifican en:

Textura decorativa.

Es un agregado que puede retirarse sin afectar mucho a las figuras y sus inter-relaciones en el diseño, generalmente mantiene cierto grado de uniformidad (Figura 25a).

Textura espontánea.

Es parte del proceso de creación visual, ya que las marcas de la textura en una superficie son al mismo tiempo las figuras (Figura 25b).

Textura mecánica.

Se obtiene por medios mecánicos especiales, la textura no queda necesariamente subordinada a la figura (Figura 25c).

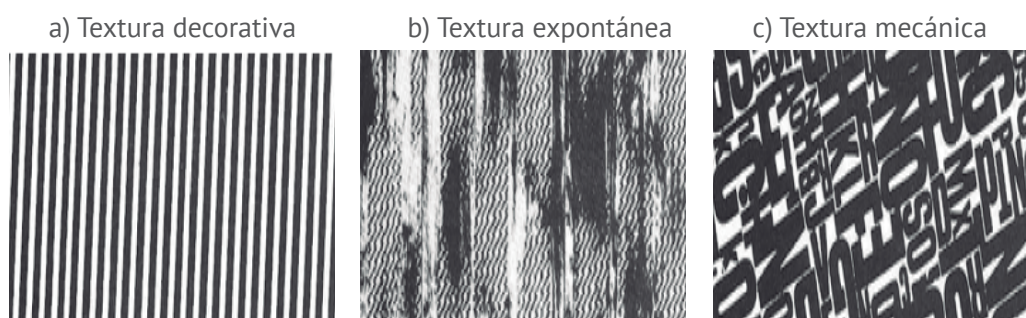


Figura 25. Clasificación de las texturas visuales.

Fuente: Wong (1991).

Textura táctil. No solo es visible sino que puede sentirse con la mano. Se eleva sobre la superficie bidimensional acercándose a un relieve tridimensional, además este tipo de textura se encuentra en todo tipo de superficies, generalmente las texturas táctiles son creadas por el diseñador para un propósito en específico, Wong (1991) establece la siguiente clasificación:

Textura natural asequible.

Se mantiene la textura natural de los materiales (Figura 26a).

Textura natural modificada.

Los materiales son modificados para que ya no sean los acostumbrados, es decir, estos quedan ligeramente transformados, pero siguen siendo reconocibles (Figura 26b).

Textura organizada.

Los materiales, habitualmente divididos en pequeños trozos quedan organizados en un esquema que forma una nueva superficie (Figura 26c).



Figura 26. Clasificación de las texturas táctiles.

Fuente: Elaboració propia con información de Wong (1991).

2.5.2.4 Medida

El tamaño es la dimensión de una forma u objeto, este puede ser relativo o bien medirse físicamente. Todas las formas tienen un tamaño, el tamaño es relativo si se describe en términos de magnitud y de pequeñeces (Wong, 1991).

Como lo explica el mismo autor, el tamaño depende de la relación y comparación entre una forma y otra. Así, pueden establecerse formas de mayor tamaño, si se compara con otra de tamaño menor (Figura 27).



Figura 27. Comparación de tamaños de elementos visuales.

Fuente: Elaboració propia con información de Wong (1991).

De acuerdo a Villafañe (1996) la dimensión es uno de los factores clave de definición de las cosas y de la propia naturaleza ya que podría decirse que el último atributo de un objeto es su tamaño, la dimensión es más o menos normatividad modulada en función del propio tamaño del ser humano (Figura 28). De aquí que para mostrar el tamaño de un elemento con una referencia universal se haga uso de la figura humana como elemento comparativo.



Figura 28. Figura humana como elemento comparativo.
Fuente: Elaboració propia.

CAPÍTULO 3

Conceptualización

3.1 Recopilación de información

Una vez determinadas las características del material didáctico a desarrollar y abarcando uno de los objetivos específicos del presente proyecto, se realizó una encuesta a alumnos de nivel medio superior conformada por once preguntas, el formato de la encuesta y los resultados de la misma se concentran en el Anexo 5 y 6 respectivamente. El objetivo de la encuesta fue conocer sobre la experiencia y preferencia del uso de los materiales didácticos como parte del aprendizaje de las matemáticas en alumnos de nivel medio superior y con ello también detectar algunos requerimientos de diseño que favorecieran el proceso de conceptualización del material didáctico a desarrollar.

3.1.1 Encuesta

La selección de la muestra se realizó mediante un muestreo probabilístico aleatorio simple, por lo que el tamaño de la muestra estuvo determinada por la fórmula de muestreo probabilístico para poblaciones finitas, debido a que la población estuvo determinada.

La fórmula [5] de muestreo para poblaciones conocidas es (Torres, Paz y Salazar, 2006):

$$n = \frac{Z^2 \times P \times Q \times N}{e^2(N-1) + Z^2 \times P \times Q} \quad [5]$$

Donde:

n es el tamaño de la muestra (cantidad de alumnos a encuestar).

N es el tamaño de la población. La encuesta fue autorizada para su aplicación en el Colegio de Bachilleres del Estado de Oaxaca plantel 08 Huajuapán de León, la población total fue de tres grupos de segundo semestre de 35 alumnos cada uno, es decir, una población total de $N=105$ alumnos.

Z es el nivel de confianza, se ha considerado un 95% lo que equivale a un valor de $Z=1.96$ señalado en la tabla de distribución normal.

P es la probabilidad a favor y **Q** la probabilidad en contra, se tomaron los valores que corresponden a $P= 0.5$ y $Q= 0.5$ para este caso.

“e” es el error permitido, se tomó el mínimo cuyo valor es de 5%, es decir, $e= 0.05$.

La sustitución de dichos valores se presenta a continuación:

$$n = \frac{1.96^2 \times 0.5 \times 0.5 \times 105}{0.05^2(105-1) + (1.96^2 \times 0.5 \times 0.5)}$$

Al resolver la ecuación se encontró que el tamaño de la muestra equivale a 82.6 alumnos, valor que se redondea a 83 alumnos.

$$n = 82.6302 \approx 83$$

La encuesta aplicada a los alumnos (ver Anexo 6) arrojó resultados sobre la frecuencia de uso de los materiales didácticos en clase por lo que se pudo conocer que un 50% de los alumnos raramente utilizan materiales didácticos diferentes a los libros de texto en sus clases de matemáticas, no obstante un 13% de los alumnos nunca ha ocupado materiales didácticos en esa materia (Figura 29), además se conoció que un 99% de los alumnos considera importante el uso de este tipo de materiales en las clases de matemáticas principalmente porque les ayudan a comprender los temas vistos en clase (60%).

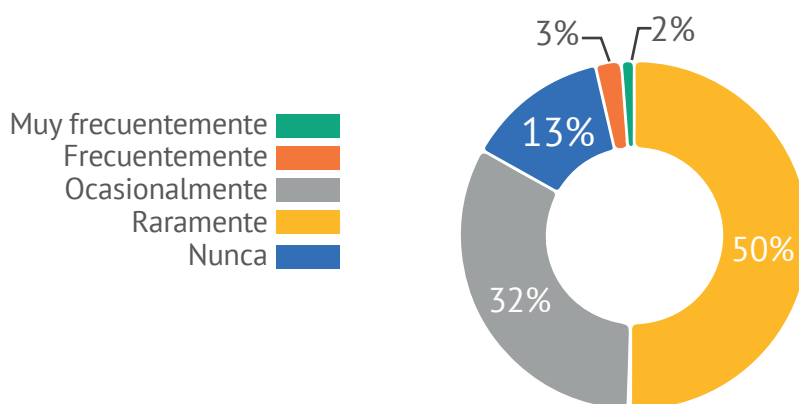


Figura 29. Uso de materiales didácticos.
Fuente: Elaboración propia.

Así también, con la intención de acercar visualmente al alumno al tipo de material didáctico a desarrollar se incorporó una imagen de materiales de laboratorio (envases de vidrio, soportes de metal, etc) que permiten realizar actividades experimentales, considerando un material didáctico con características similares a los presentados en la imagen se pudo conocer aquellas opciones que los alumnos consideraron las más importantes de un material didáctico, entre estas se encuentra la facilidad de usarlo o manipularlo (31%), seguidamente que el tema o contenido a desarrollar sea interesante (24%) y con un 19% que sea de un material resistente.

Desde un aspecto visual se pudo conocer que un 37% de los alumnos se fijan en primer instancia en la forma de los materiales didácticos, un 34% en el color y un 29% en el material de fabricación (Figura 30).

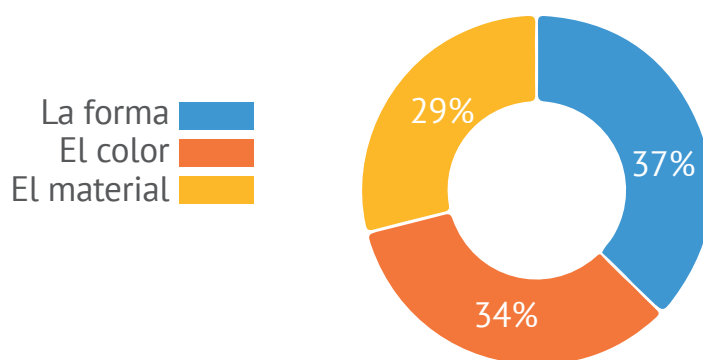


Figura 30. Características visuales de los materiales.
Fuente: Elaboración propia.

La pregunta anterior dio paso a conocer que del total de alumnos que les llama la atención la forma de los materiales didácticos un 74% de ellos tiene gusto por las formas geométricas, del total de alumnos que optaron por el color, a un 50% les agradan los colores cálidos, y por último, del total de alumnos que optaron por el tipo de material fabricado, la mayoría, un 46% prefieren que predomine la madera en los materiales didácticos, seguido de un 38% que prefiere el material plástico. Lo anterior permitió la posibilidad de considerar estos resultados dentro del proceso de conceptualización como requerimientos que favorezcan a un mayor grado de aceptación del material didáctico.

También se detectó que un 82% de los alumnos consideró que un instructivo es una adecuada opción para facilitar el uso de un material didáctico, lo anterior se puede valorar para abarcar el uso independiente del material didáctico y podría considerarse como un elemento adicional al material didáctico, finalmente se les preguntó a los alumnos que tan importante consideran que los materiales didácticos puedan acercarlos a aplicaciones reales de las matemáticas, más de la mitad (51%) lo consideró muy importante (Figura 31).

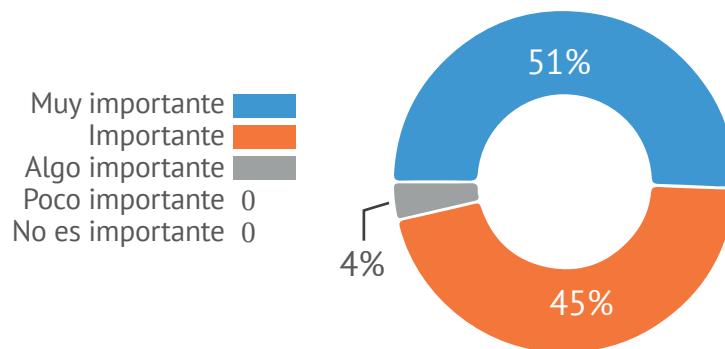


Figura 31. Nivel de importancia de las aplicaciones reales.
Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de las preguntas se tomaron en cuenta en la fase de conformación de requerimientos de diseño y en la fase de conceptualización.

3.2 Perfil de Usuario

El perfil de usuario quedó definido como estudiantes hombres y mujeres de primer año de nivel medio superior de 16 años de edad. Cabe señalar que a pesar de que los temas de álgebra son vistos con mayor profundidad en el curso de Matemáticas I como se encuentra establecido por la Dirección General de Bachillerato (2017), no se limita el uso del material educativo con estudiantes de grados posteriores.

De acuerdo Bedolla (2003) los usuarios de esta edad son sensibles principalmente a lo visual, interpretan a los productos a través de un filtro sensorial de tipo sociocultural, así también, los usuarios que forman parte de la etapa adolescente, como es el caso, requieren que los productos dirigidos a ellos consideren diseño sensorial, es decir, que contemplen atributos o elementos como: forma, color, textura etc., con la intención de que mediante estos se cubran las necesidades del usuario y por ende se obtengan niveles favorables de aceptación del producto, la misma autora considera importante la aplicación de estos atributos porque pueden otorgar:

- Un carácter contemporáneo, actual o moderno.
- Un carácter juvenil y dinámico.
- Placer, diversión, entretenimiento e interés.

3.3 Requerimientos de Diseño

De acuerdo a Rodríguez (2014), los requerimientos de diseño son aquellas especificaciones o restricciones que deberán cumplir una solución cuantitativa o cualitativa según la decisión del diseñador, se clasifican en requerimientos obligatorios y deseados, los primeros son aquellos que deberán cumplirse en todos los casos, y los segundos deberán cumplirse en lo posible, pero no de forma obligatoria.

El mismo autor clasifica los requerimientos en ocho rubros, siendo estos los Requerimientos de Uso, de Función, Estructurales, Formales, Técnico-Productivos, Económicos o de Mercado, de Identificación y Legales. De acuerdo al objetivo del presente proyecto y con base a las necesidades del usuario detectadas en el capítulo anterior se han establecido requerimientos de uso, de función, estructurales y formales.

3.3.1 Requerimientos de Uso

Este tipo de requerimientos se refieren a la interacción directa que existe entre el producto y el usuario. De este tipo de requerimientos derivan algunos de los siguientes criterios considerados para el desarrollo del proyecto.

Practicidad. Se refiere a la funcionalidad que el producto tiene con relación a las características del usuario. Es por ello la importancia de un análisis ergonómico y antropométrico que permita el adecuado y fácil manejo del material didáctico para con el usuario destino.

Seguridad. El uso y manipulación del material didáctico debe evitar cualquier daño al usuario. Para la construcción del prototipo se deberán evitar elementos puntiagudos o mecanismos que representen un peligro durante su manipulación.

Mantenimiento. Se refiere a los cuidados de limpieza del usuario hacia el producto. Debido a que el material didáctico estará en constante manipulación deberán indicarse las medidas y las formas de mantenimiento adecuadas según el material de sus piezas o elementos.

Manipulación. Alude a la adecuada relación entre el producto y el usuario de acuerdo a su biomecánica. Las piezas del prototipo deberán presentar mecanismos comunes y sencillos que permitan identificar y ubicar fácilmente la forma correcta de manipularse.

Antropometría. Es aquella característica que permite una adecuada relación dimensional entre el producto y el usuario. Para cumplir con este criterio se analizarán las medidas antropométricas del usuario destino, con base a este análisis se podrán establecer las dimensiones apropiadas para cada una de las piezas.

Ergonomía. Se refiere a la óptima adecuación entre el producto y el usuario en cuanto a límites de peso, baricentro, palancas etc. Por lo anterior cabe señalar que el prototipo deberá contener el peso adecuado que permita su estabilidad, pero también su fácil manipulación y transportación, además de considerar bordes y relieves que faciliten la sujeción o deslizamientos de las piezas.

Transportación. Se refiere al fácil cambio de ubicación de un producto. Derivado de lo anterior el prototipo deberá ser diseñado integrando las piezas desensamblables de manera que permitan conformar unidad y facilitar la transportación.

3.3.2 Requerimientos de Función

Se refieren a las características físicas-químicas-técnicas del funcionamiento del producto. Los criterios que se considerarán son los explicados a continuación.

Mecanismos. Se refieren a los principios que darán funcionalidad al producto ya sea mecánicos, eléctricos, de combustión etc. Por lo mencionado anteriormente y debido al alcance del presente proyecto solo se abarcarán mecanismos físicos que sean de fácil manejo para el usuario.

Resistencia. Los esfuerzos a soportar por el producto, sean estos de compresión, tensión o al choque. Esta característica dependerá principalmente de los materiales seleccionados y las condiciones a las cuales estos podrían ser expuestos, por lo que debido a que el usuario hará uso de volúmenes de agua, será necesario elegir un material resistencia apto para almacenar agua como líquido principal, la base también deberá ser de un material resistente y apto a los recipientes y sus condiciones.

Acabado. Se refiere a las técnicas específicas para proporcionar una apariencia final exterior a un producto, sus componentes, o partes. Una parte fundamental del prototipo será el acabado y el color, es decir, elementos visuales que contribuyen a definir la parte estética y a despertar el interés en el producto.

3.3.3 Requerimientos Estructurales

Son aquellos referentes a los componentes, partes y elementos constitutivos del producto.

Número de componentes. Hace referencia a la cantidad de componentes, partes y elementos que conformarán el producto. Partiendo de ello, el prototipo deberá estar constituido por el mínimo de piezas necesarias, lo que permitirá un concepto claro y preciso del material.

Unión. Se refiere al sistema de integración que emplearán los distintos componentes, partes y elementos de un producto para constituirse en unidades coherentes. Dentro del proceso de construcción, las piezas que requieran ser unidas se trabajarán procurando verse integradas al prototipo, sin utilizar materiales diferentes que provoquen confusión durante su manipulación.

Centro de gravedad. Se refiere a la estabilidad funcional que presenta un producto en su estructuración. Partiendo de lo anterior, el prototipo deberá poseer una base que proporcione estabilidad a todos los componentes restantes del material didáctico.

Estructurabilidad. Se refiere a las consideraciones de funcionalidad de los distintos componentes, partes y elementos que conforman un producto. Para el prototipo de material didáctico se considerará una base firme, un conjunto de recipientes manipulables y tipo de sujeción de regla dentro de los recipientes.

3.3.4 Requerimientos Formales

Son aquellos referentes a los caracteres estéticos de un producto.

Estilo. Se refiere a la apariencia que manifiesta el producto por el tratamiento que se ha dado a sus caracteres formales. Derivado de lo anterior se considerará un estilo con base de formas geométricas sencillas y concretas.

Interés. Alude al uso de los elementos formales de tal manera que atraigan y mantengan la atención visual del usuario. Derivado de lo anterior se considerarán materiales y colores que conformen armonía visual, confianza de uso y manipulación.

Equilibrio. Se refiere a la estabilidad visual que por el manejo de los elementos formales proporciona al producto diseñado (simetría). Por lo anterior, el concepto de prototipo deberá basarse en una simetría conjunta que permita al usuario concebirlo como un producto organizado, coherente y con unidad.

3.3.5 Tabla de requerimientos

Con base a la información analizada sobre el Cuestionario Exploratorio respondido por profesores del área de matemáticas, así como lo detectado durante el diagnóstico y finalmente la encuesta realizada a alumnos de nivel medio superior, se pudo conformar la Tabla 11, la cual muestra de forma concreta los requerimientos de diseño a trabajar en el presente proyecto.

Tabla 11. *Requerimientos de uso, de función, estructurales y formales.*

Requerimientos de Uso	
Criterio	Requerimiento
Practicidad	Deberán considerarse los elementos necesarios que permitan al usuario ubicar y armar el material didáctico de forma fácil y sencilla.
Seguridad	Deberán considerarse superficies y acabados lisos, puntas redondeadas y mecanismos seguros.
Mantenimiento	Se deberá indicar el tipo de mantenimiento necesario para el material didáctico de acuerdo al material de fabricación y acabado.
Manipulación	Las piezas deberán presentar mecanismos comunes y sencillos que permitan identificar y ubicar la forma correcta de manipularse.

Criterio	Requerimiento
Antropometría	Las dimensiones del material didáctico se basarán en las medidas antropométricas del usuario.
Ergonomía	Se deberán considerar bordes y relieves que faciliten la sujeción, deslizamiento o ensamble de los recipientes.
Transportación	Las piezas desensamblables deberán acomodarse de manera que permitan conformar unidad y facilitar la transportación.
Requerimientos de Función	
Mecanismo	Se deberá considerar idear: 1. Mecanismo que facilite el suministro de líquido de recipiente primario a recipientes secundarios. 2. Tipo de caída y gasto de líquido. 3. Tipo de sujeción de regla a recipientes.
Resistencia	Los materiales de fabricación deberán ser materiales con resistencia a golpes, caídas y la constante manipulación.
Acabado	Se deberán procurar acabados que vayan de acuerdo a los materiales de fabricación conservando el aspecto estético.
Requerimientos Estructurales	
Número de componentes	Deberá contar con una base, recipiente primario, recipientes secundarios y regla.
Unión	Las uniones deberán verse integradas evitando elementos adicionales que provoquen confusión al usuario.
Centro de gravedad	Deberá considerarse el diseño de una regla que pueda sujetarse a la base de los recipientes sin necesidad de sostenerla con la mano.
Estructurabilidad	La estructura deberá conformarse por una base firme y por recipientes que podrán manipularse de forma independiente.
Requerimientos Formales	
Estilo	El prototipo deberá presentar formas geométricas. Los recipientes deberán poseer formas geométricas precisas.
Interés	Los colores y acabados deberán conservar armonía visual.
Equilibrio	El concepto del material didáctico deberá presentar organización, coherencia y unidad.

Fuente: Elaboración propia con información de Rodríguez (2014).

3.3.6 Descomposición del sistema

Una vez establecida la tabla de requerimientos que resume aquellas características que tuvieron que satisfacerse, es importante mencionar que el diseño de material didáctico deberá verse como el diseño de un sistema de elementos con una función en particular, la fase de conceptualización requirió de la descomposición de este sistema, ya que de esta forma se pudo ubicar y abarcar cada uno de los sub-problemas.

A partir de lo señalado en los requerimientos de función, más precisamente el criterio que corresponde al de *mecanismo*, se establecieron los sub-problemas a los cuales se dio solución, entre estos se señaló la necesidad de una base como el soporte de todo el material didáctico, así mismo el control de caída y gasto de líquido, los recipientes, la regla y tipo de sujeción a los recipientes. De forma específica la Figura 32 muestra un esquema general de los elementos conceptualizados.

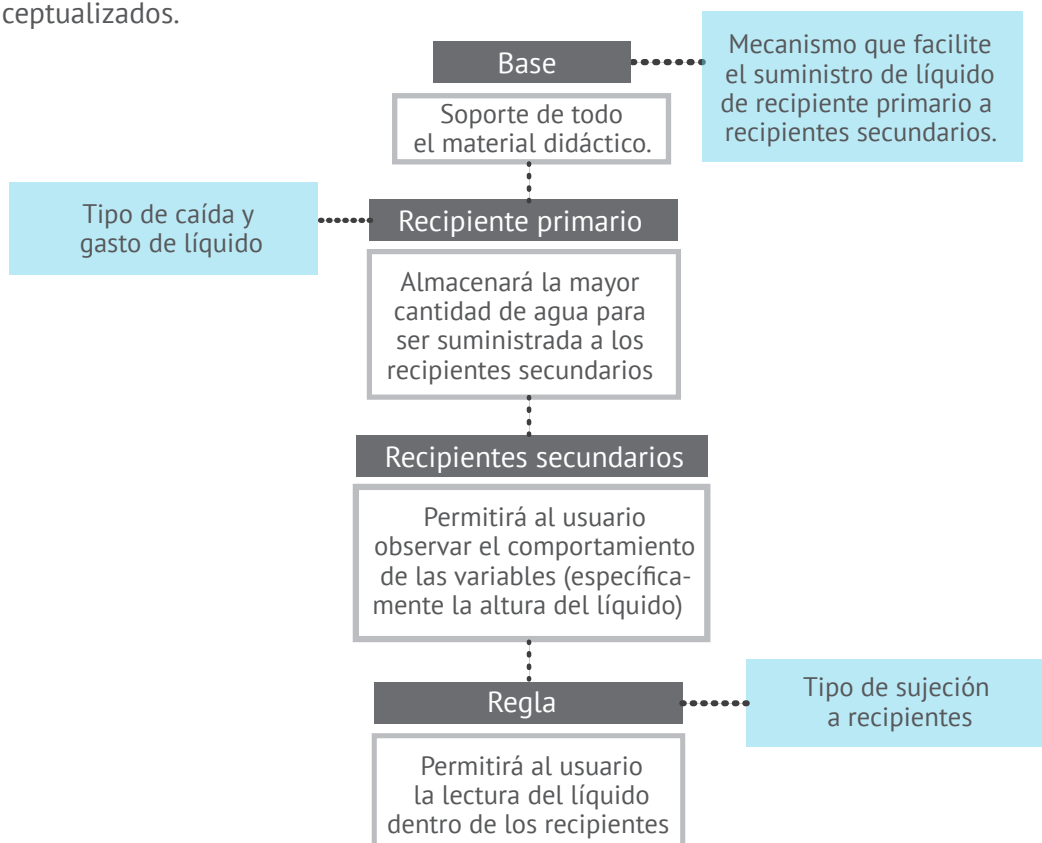


Figura 32. Esquema general de los elementos del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

3.4 Generación del concepto

Con base a los requerimientos y la descomposición del sistema, en esta etapa se desarrollaron los conceptos de diseño de los elementos del material didáctico, para lo cual una herramienta que permitió generar ideas de las posibles soluciones son las *técnicas de creatividad*.

Las técnicas de creatividad permiten seguir una serie de pasos ordenados con el fin de llegar a los objetivos cercanos a la creatividad, además de obtener una amplia variedad de posibles soluciones (Marín, 2010). Para efectos de esta investigación la generación de ideas se llevó a cabo mediante la técnica de creatividad denominada *Análisis morfológico*.

3.4.1 Análisis morfológico

También conocida como *Caja morfológica* fue desarrollada por el físico y astrónomo Fritz Zwicky. De acuerdo a Villamil y García (2003) esta técnica de creatividad puede llegar a generar una gran variedad de ideas o alternativas de solución, los pasos que contempla esta técnica permiten descomponer en partes un problema o necesidad y así abarcarlo en su mayoría. Debido a que el material estuvo conformado por diferentes elementos que tuvieron que ser analizados de forma independiente, se consideró como una técnica de creatividad viable para el presente proyecto. Los mismos autores señalan que el análisis morfológico consiste específicamente en los siguientes pasos:

1. Formular explícitamente el problema

En este paso se debe especificar y analizar el problema a resolver para posteriormente descomponerlo o dividirlo en los atributos básicos.

2. Identificar para los parámetros a satisfacer distintas formas de solución

Después de descomponer el problema en atributos se debe identificar aquellos que son pertinentes y suficientemente relevantes.

3. Listar todas las posibles combinaciones

Una vez identificadas se construye una matriz o caja morfológica con las variaciones de los atributos identificados en el paso anterior. Cabe señalar que entre más variaciones se consideren mayor complejidad tendrá la matriz debido al alto número de combinaciones posibles que se podrán generar.

4. Examinar la factibilidad de todas las alternativas

Posteriormente se procede a realizar combinaciones aleatorias de una o más opciones por columna hasta conformar una alternativa de solución. Si el número de combinaciones resultantes son muchas, se puede hacer un análisis y elegir las combinaciones que se consideren de mayor interés o con mayor probabilidad de ser válidas.

5. Seleccionar la mejor alternativa

Las mejores combinaciones o alternativas de solución requieren ser evaluadas a fin de conocer el grado de viabilidad y aplicabilidad al problema principal, para ello es conveniente considerar ahora variables como tiempos de producción, costos, técnicas, etc.

En la Tabla 12 se muestra la forma en la que los parámetros y los atributos se enlistan para conformar una matriz morfológica de un problema dado.

Tabla 12. Elementos de una matriz morfológica de 4 parámetros.

Parámetro A	Parámetro B	Parámetro C	Parámetro D
Atributo A1	Atributo B1	Atributo C1	Atributo D1
Atributo A2	Atributo B2	Atributo C2	Atributo D2
Atributo A3		Atributo C3	Atributo D3
Atributo C4			

***Nota:** Las celdas en azul forman una posible configuración.

Fuente: Elaboración propia con información de Villamil y García (2003).

Aplicando los pasos del análisis morfológico al presente proyecto se tuvo lo siguiente:

1. Formular explícitamente el problema

Diseñar un material didáctico de tipo manipulativo para mostrar el concepto de variable como relación funcional en nivel medio superior.

2. Identificar para los parámetros a satisfacer distintas formas de solución

De forma general el material deberá estar constituido por: una base, recipientes (recipiente primario y recipientes secundarios), una regla.

Para cada elemento, los parámetros elegidos como los relevantes son:

Base: a considerar Forma, Material, Mecanismo y Acabado.

Recipientes: a considerar Forma, Material y Volumen.

Regla: a considerar Forma, Material, Longitud y tipo de sujeción.

3. Listar todas las posibles soluciones

En este paso se conformaron las matrices morfológicas de cada elemento, dichas matrices se presentan más adelante.

Con la intención de realizar una adecuada propuesta de atributos o criterios se consideró conveniente realizar un análisis general de las características principales de los posibles materiales adecuados para la fabricación de los componentes del material didáctico, incluyendo aquellos que tuvieron más aceptación de acuerdo a los resultados arrojados por la encuesta aplicada a alumnos de nivel medio superior, donde se conoció que la mayoría prefiere materiales como la madera seguidamente de los materiales plásticos.

La Tabla 13 muestra un análisis general de los materiales convenientes que interesaron en la encuesta aplicada a los alumnos de nivel medio superior. Otras características y el proceso de manufactura del material seleccionado para cada caso se especifican en el capítulo cuatro.

Tabla 13. Características generales de posibles materiales para el material didáctico.

Material	Características generales
Madera	La mayoría de las maderas poseen buena dureza y resistencia mecánica, también presentan flexibilidad, es decir, que se puede llegar a doblar mediante calor o humedad, presentan fendabilidad, que es la capacidad de poder cortar o partir la madera de forma fácil siguiendo el sentido de las vetas. La madera es un material considerado accesible en costos, de fácil obtención y con muchas aplicaciones. Entre los tipos de madera más comunes se encuentran la madera de pino, nogal, roble y caoba.
Plástico	En su mayoría pueden ser moldeados con cierta facilidad aplicando calor, son de densidad baja, lo que les permite ser ligeros, poseen un punto de fusión bajo, no presentan reacción con el agua, es decir, son insolubles, son aislantes térmicos y eléctricos. No todos los plásticos son iguales, dependerá de su composición molecular. Suelen ser de bajo costo y fácil obtención, además de poseer muchas aplicaciones en el ámbito industrial. Entre los tipos de plástico más comunes se encuentran el poliestireno, poliestireno expandido, resinas y acrílicos.
Metal	Los metales son materiales sólidos y buenos conductores de electricidad y de calor, poseen una alta resistencia a esfuerzos mecánicos, y son por naturaleza duros, también son fundibles a altas temperaturas, suelen ser pesados comparados con otros materiales y generalmente se oxidan en contacto con el oxígeno y el aire. Entre las láminas metálicas más comunes se encuentran la lámina galvanizada lisa o acanalada y lámina negra disponibles en diferentes calibres.

Material	Características generales
Vidrio	El vidrio es un material amorfo, de alta dureza, pero al mismo tiempo frágil. Algunos tipos de vidrio suelen ser transparentes en su totalidad o bien translúcidos, son fáciles de obtener y el costo varía según el tipo de vidrio. La mayoría de las aplicaciones de este material se concentran principalmente en la fabricación de productos como botellas, lentes, ventanas, entre otros. Entre los más comunes se encuentran los vidrios de seguridad o templados, laminados y aislantes.

Fuente: Elaboración propia, con información de Torres, 2014.

3.4.2 Alternativas de solución

Las alternativas de solución que se presentan a continuación se conformaron con base a las matrices morfológicas. Cada matriz permitió formar varias configuraciones de atributos que dieron paso a propuestas de diseño para los elementos descritos al inicio del capítulo, sin embargo, para la conceptualización de los elementos y como parte de los objetivos específicos del proyecto se seleccionaron tres conceptos por cada matriz morfológica consideradas las alternativas de solución con mayor grado de viabilidad, las cuales posteriormente se sometieron a evaluación.

Cabe señalar que las matrices morfológicas abarcaron parámetros y atributos generales, es decir, no se especificaron pesos o procesos de fabricación, solo en el caso de las matrices morfológicas de los recipientes se proponen rangos de posibles volúmenes y en la matriz de la regla un rango de longitud. La Tabla 14 muestra la configuración morfológica de la *base*.

Tabla 14. Configuración morfológica para base.

Forma	Estructura	Mecanismo	Material
Orgánica	Independiente	Tres apoyos	Acrílico
Geométrica	Compacta	Deslizable	Metal
Rectilínea		Plegable	Madera
		Permanente	Vidrio

Fuente: Elaboración propia.

La columna de Forma, hace referencia a la forma en la que puede ser percibida la base del material didáctico, para ello se contempla la opción orgánica en la cual predominarían las curvas más que líneas rectas, geométricas como el triángulo, cuadrado o círculo y finalmente la forma rectilínea que como se vió en el análisis bibliográfico del capítulo anterior, son formas limitadas con líneas rectas y no necesariamente formas geométricas.

La columna de Estructura, se refiere a la percepción visual de la base, es decir, si la base se percibe como un elemento independiente entonces esta no tendría mucha relación visual con los demás elementos, de lo contrario podría percibirse como una estructura compacta.

La columna de Mecanismo, se refiere al tipo de mecanismo de la base que ayudará al suministro de líquido de un recipiente primario a los recipientes secundarios. El mecanismo de tres apoyos comprende una base de tres puntos de apoyo, el deslizable se refiere a un movimiento lineal que proporcione la altura necesaria de colocación, el mecanismo plegable es aquel que a partir de una articulación se alcanza la altura deseada, y finalmente el permanente que se refiere a una base que posee una altura establecida sin mecanismo.

La columna de Material, hace referencia a los posibles materiales de fabricación de la base, sin especificar calibre, grosor o tamaño de los mismos, estos atributos que se proponen se basan en el análisis de materiales descrito anteriormente.

Las primer propuesta o alternativa elegida para la base se conformó con los atributos seleccionados en azul mostrados en la Tabla 15 y representados en la Figura 33.

Tabla 15. Primera configuración morfológica para base.

Forma	Estructura	Mecanismo	Material
Orgánica	Independiente	Tres apoyos	Acrílico
Geométrica	Compacta	Deslizable	Metal
Rectilínea		Plegable	Madera
		Permanente	Vidrio

***Nota:** Las celdas en amarillo conforman la alternativa A1.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 33. Representación de los atributos de la alternativa A1.
Fuente: Elaboración propia.

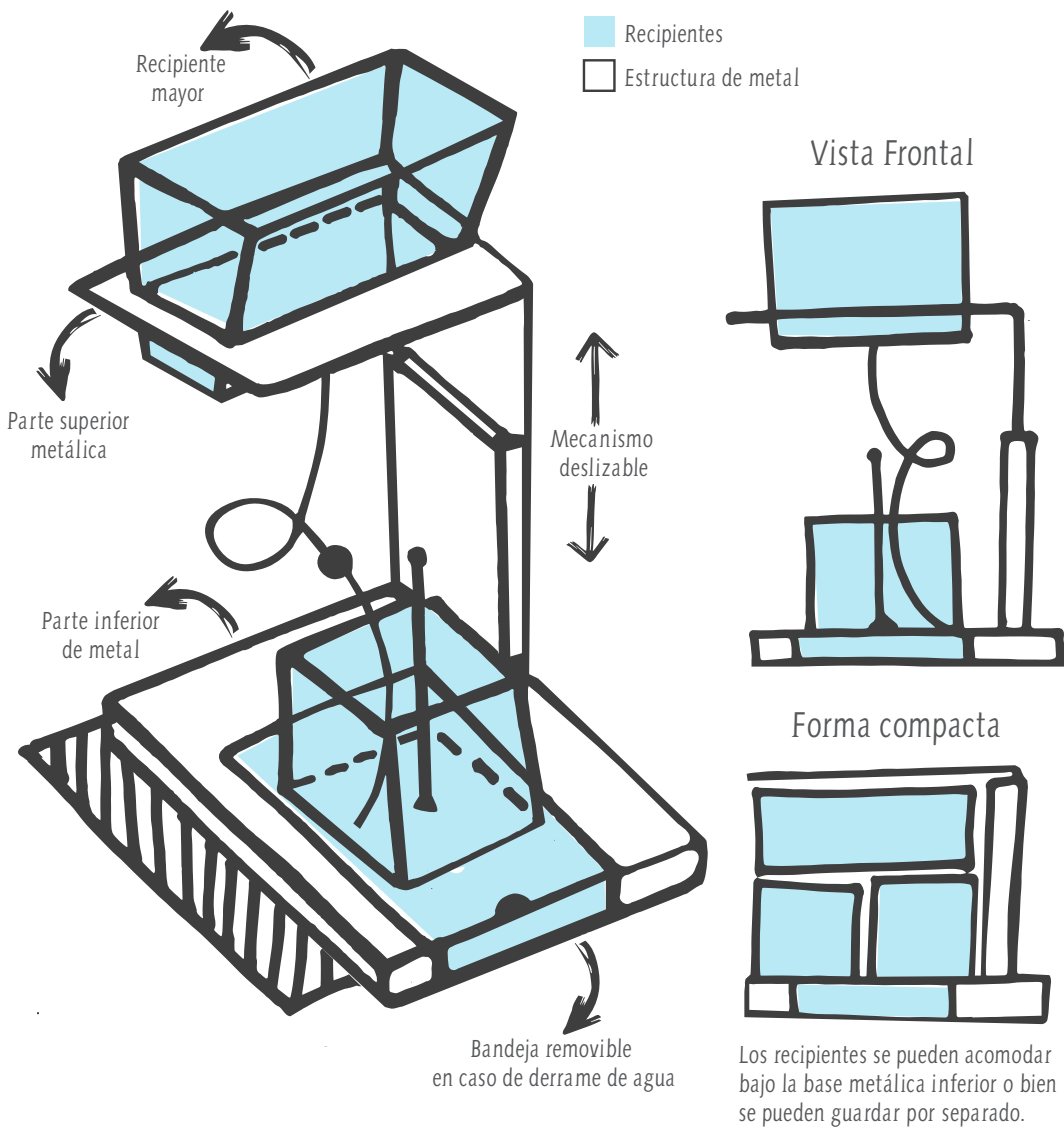


Figura 34. Alternativa A1.
Fuente: Elaboración propia.

La alternativa A1 (Figura 34) es una base que parte de una figura geométrica rectangular vertical, de acuerdo a Bedolla (2003), esta forma aporta una imagen de fortaleza con un carácter estático, se puede percibir como un elemento estable y sólido. Los elementos de la estructura se perciben visualmente independientes, es decir, que son fáciles de identificar y manipular debido principalmente a la forma y al material propuesto, la base posee un mecanismo lateral deslizante, lo que ayuda a elevar la parte superior y alcanzar una altura máxima de 50 cm para ubicar el recipiente primario y por este medio suministrar el líquido a los recipientes secundarios.

El mecanismo deslizante vertical comprende dos piezas que integradas permiten dicho movimiento, así también se tiene en la parte inferior una rejilla cuya función en caso de derrame de líquido este pueda ser retenido en un compartimento inferior.

La estructura en general se propone en lámina, un material fácil de limpiar, que puede reflejar la luz y mediante un acabado adecuado evitar daños por humedad, este material se puede percibir como confiable, resistente y permanente.

El mantenimiento para el tipo de base implica el lubricamiento de las piezas que intervienen en el deslizamiento, lo que favorecerá el movimiento entre estas facilitando la fricción y su conservación aún expuesto a la humedad. La transportación de la base requiere para mayor facilidad su posición original (compacta), y la de los recipientes puede hacerse de forma separada. El acabado de la base se determina de acuerdo al material, es decir, para este caso está compuesto por primer, pintura y barniz que dan el acabado ideal para el tipo de material usado y los factores a los que podría estar expuesto.

Las uniones de los elementos de la base propuestos en lámina se realizan mediante puntos de soldadura que proporcionan mayor agarre y estabilidad.

La segunda propuesta o alternativa elegida para la base se conformó con los atributos seleccionados en azul mostrados en la Tabla 16 y representados en la Figura 35.

Tabla 16. Segunda configuración morfológica para base.

Forma	Estructura	Mecanismo	Material
Orgánica	Independiente	Tres apoyos	Acrílico
Geométrica	Compacta	Deslizable	Metal
Rectilínea		Plegable	Madera
		Permanente	Vidrio

***Nota:** Las celdas en verde conforman la alternativa A2.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 35. Representación de los atributos de la alternativa A2.
Fuente: Elaboración propia.

La alternativa A2 se conforma por una caja de acrílico que se adecua como la base del material didáctico (Figura 36), el mecanismo de elevación consta de un par de soportes ubicados en los laterales que al ser desplegados hacia la parte trasera y al rebasar un borde que los detienen y estabiliza conforman un soporte mayor para la colocación del recipiente primario, la elevación de los soportes alcanza una altura de 25 cm.

La tapa de la caja acrílica donde se guardan los soportes laterales conforman un par de ranuras que quedan libres cuando se despliegan los soportes, estas ranuras tienen la función de conducir el líquido al interior de la caja en caso de derrames. Los bordes y puntas de la caja, así como de los soportes son redondeados. Para una fácil transportación los recipientes y demás elementos se acomodan dentro de la caja. Debido al tamaño, las formas grandes y anchas como es el caso de esta propuesta, son percibidas como potentes y fuertes (Bedolla, 2003).

Para esta base, el material de fabricación es acrílico gris, el cual por sus características no requiere de un acabado extra, el tono y la característica translúcida del material proporcionan poca visibilidad de los elementos en su interior.

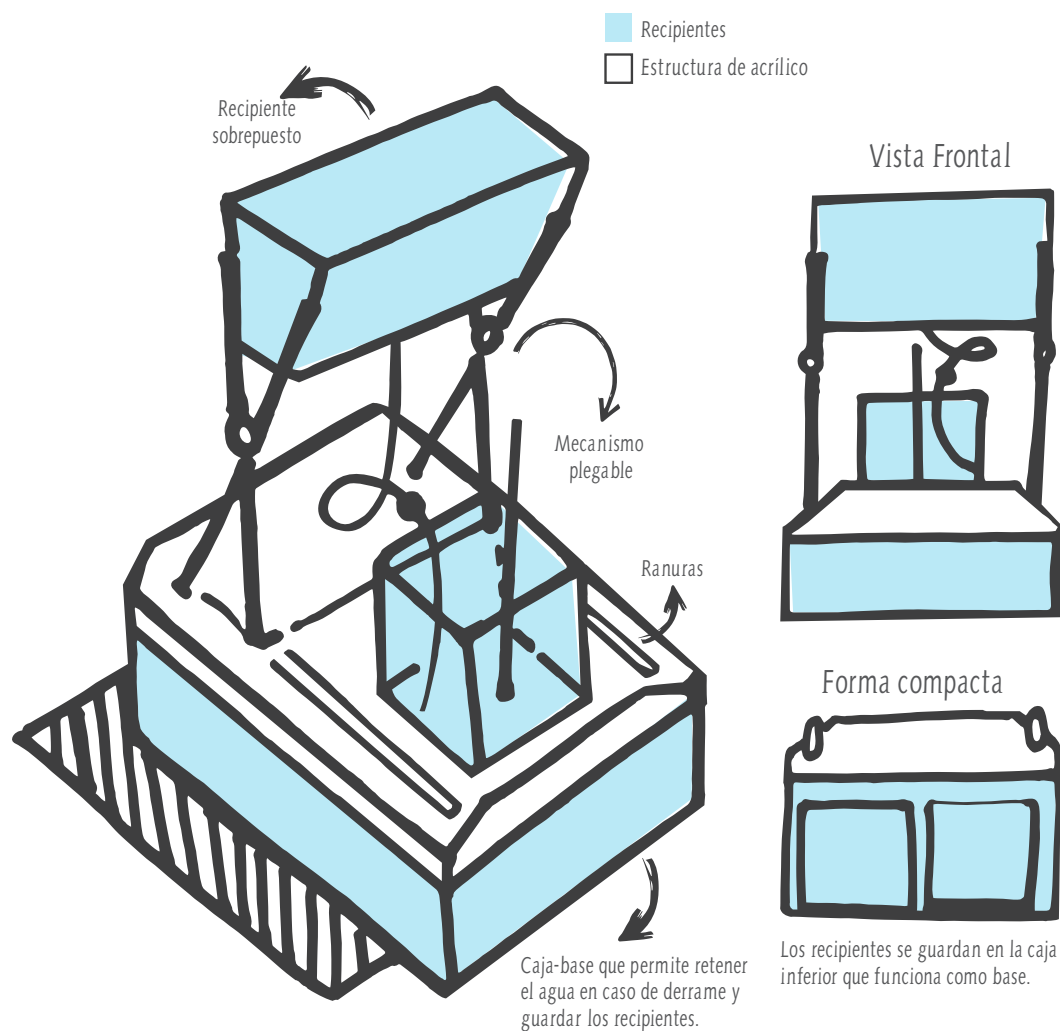


Figura 36. Alternativa A2.
Fuente: Elaboración propia.

La tercera propuesta o alternativa elegida para la base se conformó con los atributos seleccionados en azul mostrados en la Tabla 17 y representados en la Figura 37.

Tabla 17. Tercera configuración morfológica para base.

Forma	Estructura	Mecanismo	Material
Orgánica	Independiente	Tres apoyos	Acrílico
Geométrica	Compacta	Deslizable	Metal
Rectilínea		Plegable	Madera
		Permanente	Vidrio

***Nota:** Las celdas en azul conforman la alternativa A3.
Fuente: Elaboración propia.

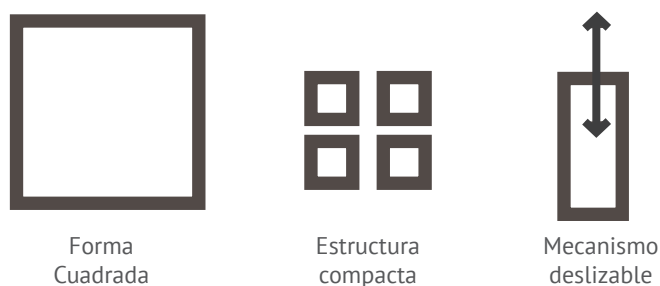


Figura 37. Representación de los atributos de la alternativa A3.
Fuente: Elaboración propia.

La alternativa A3 consiste en una estructura cuadrada de madera conformada por dos piezas, la forma cuadrada al igual que la forma rectangular de la alternativa A1 aportan una imagen de fortaleza, de carácter estática que transmite estabilidad y solidez (Bedolla, 2003), la madera por su parte se percibe como un material cálido y ligero. Las piezas de la base constituyen un mecanismo de deslizamiento vertical que permite elevar la parte superior y ubicar en ella el recipiente mayor a una altura de 50 cm, los seguros que proporcionan estabilidad al mecanismo deslizable se encuentran ubicados en la parte interna de la base. La parte inferior de la misma contiene una bandeja removible que retiene el agua en caso de derrame y que además por el tamaño permite guardar los elementos más pequeños como la regla y la manguera (Figura 38).

Para su fácil transportación la base deberá ser regresada a su posición original, los soportes de los laterales deberán ser colocados para evitar el deslizamiento de los laterales, y los recipientes podrán ser colocados al interior de la base. Esta forma compacta permite que la base y los recipientes pueden ser guardados en una caja de forma compacta. El acabado de la base consiste en una capa de sellador y de cera transparente, los cuales protegen a la madera principalmente de factores como la humedad.

La forma cuadrada de la base proporciona equilibrio y estabilidad, la forma compacta de reunir los elementos permite su fácil transportación.

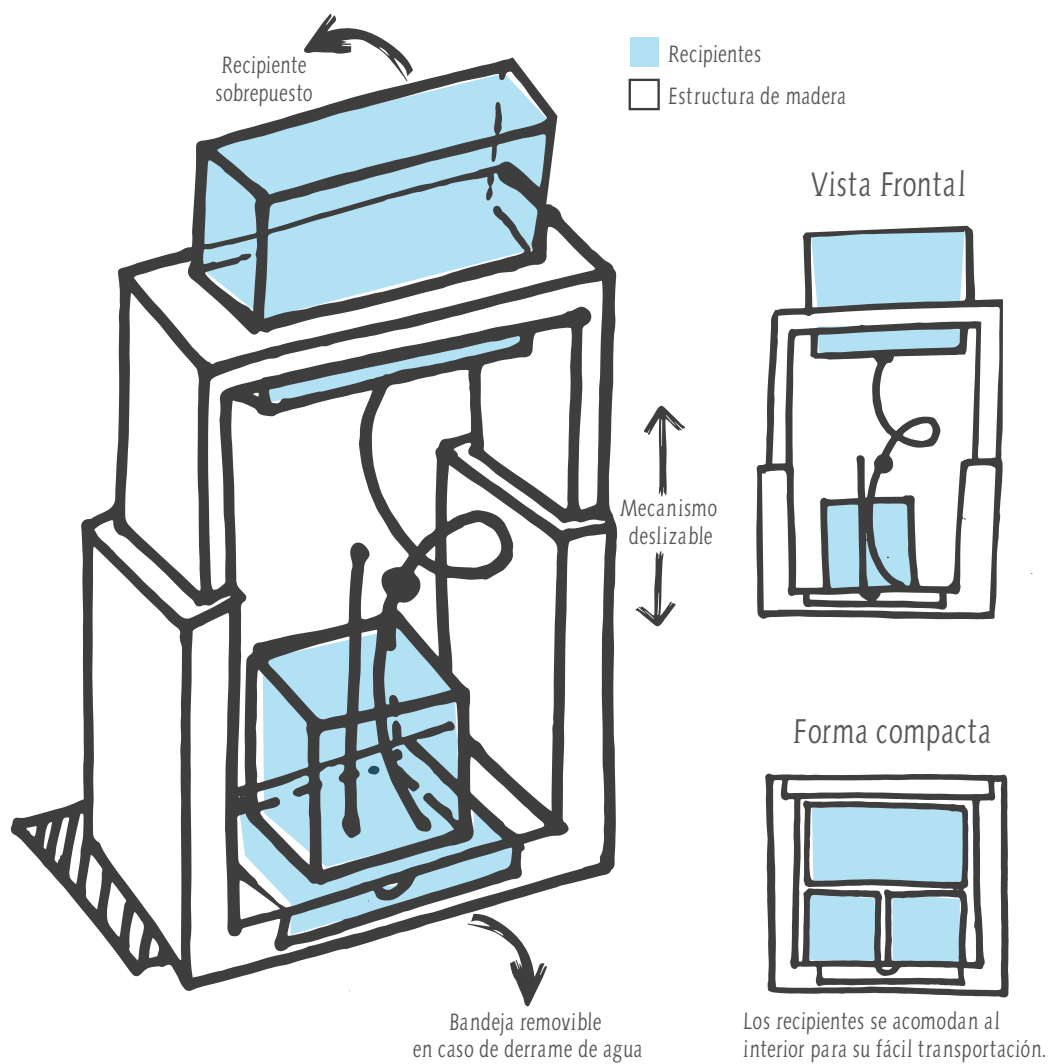


Figura 38. Alternativa A3.
Fuente: Elaboración propia.

La conceptualización de las alternativas más viables para el diseño de recipiente primario se conformaron tomando atributos de la siguiente matriz morfológica (Tabla 18).

Tabla 18. Configuración morfológica para recipiente primario.

Forma	Material	Volumen 1 Recipiente primario
Cuadrada	Acrílico	1 L - 2 L
Rectangular	Resina	2 L - 3 L
De base circular	Poliestireno	+ 3 L
Trapezoidal	Vidrio	

Fuente: Elaboración propia.

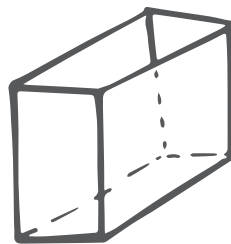
Las alternativas de recipiente primario (RP) se muestra en las Tablas 19, 20 y 21, así como en las Figuras 39, 40 y 41 respectivamente.

Tabla 19. Primera configuración morfológica de recipiente primario 1 (RP1).

Forma	Material	Volumen 1 Recipiente principal
Cuadrada	Acrílico	1 L - 2 L
Rectangular	Resina	2 L - 3 L
De base circular	Poliestireno	+ 3 L
Trapezoidal	Vidrio	

***Nota:** Las celdas en amarillo conforman la alternativa RP1.

Fuente: Elaboración propia.



Prisma rectangular,
Vidrio, Capacidad de 1 - 2 L.

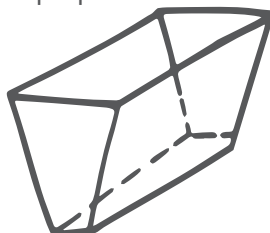
Figura 39. Alternativa RP1
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 20. Segunda configuración morfológica de recipiente primario 2 (RP2).

Forma	Material	Volumen 1 Recipiente primario
Cuadrada	Acrílico	1 L - 2 L
Rectangular	Resina	2 L - 3 L
De base circular	Poliestireno	+ 3 L
Trapezoidal	Vidrio	

***Nota:** Las celdas en verde conforman la alternativa RP2.

Fuente: Elaboración propia.



Prisma trapezoidal,
Acrílico, Capacidad de 2 - 3 L.

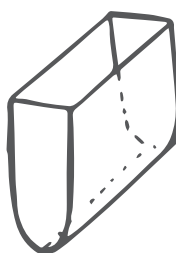
Figura 40. Alternativa RP2.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 21. Tercera configuración morfológica de recipiente primario 3 (RP3).

Forma	Material	Volumen 1 Recipiente primario
Cuadrada	Acrílico	1 L - 2 L
Rectangular	Resina	2 L - 3 L
De base circular	Poliestireno	+ 3 L
Trapezoidal	Vidrio	

***Nota:** Las celdas en azul conforman la alternativa RP2.

Fuente: Elaboración propia.



Prisma de base circular,
Resina, Capacidad de más de 3 L.

Figura 41. Alternativa RP3.

Fuente: Elaboración propia.

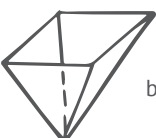
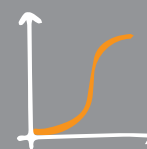
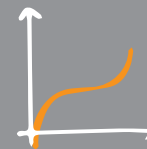
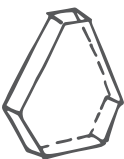
Por su parte, los recipientes secundarios se conceptualizaron partiendo de la premisa que señala que *el parámetro que determina la forma de la gráfica del llenado es el área de la sección transversal*. De acuerdo a Marmolejo y Riestra (2013) la interpretación del llenado de los recipientes es a través de ecuaciones diferenciales, que de manera general establecen que la obtención de la gráfica de gasto de líquido de un determinado recipiente se determina considerando el área de la sección transversal del recipiente a analizar, la altura (h) del agua y de un gasto constante del mismo.

Las mismas autoras han desarrollado el modelo matemático que permite de manera más específica conocer las gráficas resultantes del llenado de recipientes cilíndricos, cónicos e hiperboloides, así como algunos casos de interés que la actividad puede generar. Partiendo de lo anterior, fue necesario analizar primero las gráficas objetivo que se buscan representar como parte del contenido del material didáctico a desarrollar y posteriormente proponer las formas de los recipientes cuya sección transversal permiten la obtención de dicha gráfica.

Derivado del análisis de los modelos matemáticos se puede establecer que cuanto más grande o amplia sea el área de la sección transversal del recipiente más lentamente aumentará

la altura del agua, por el contrario, cuanto más pequeña o reducida sea el área de la sección transversal del recipiente más rápidamente aumentará la altura del líquido. Así entonces, para fines de la presente investigación, cuyo objetivo es mostrar el concepto de variable como relación funcional no se profundizará en los modelos matemáticos de las formas de los recipientes, pero sí será necesario resaltar la importancia de las gráficas objetivo, a las cuales los alumnos deberán llegar después de interactuar y establecer la relación de las diferentes variables que se requieren de acuerdo a cada recipiente. La Tabla 22 muestra las propuestas de recipientes secundarios que se realizaron con base a las gráficas que se buscan representar.

Tabla 22. *Propuestas de recipientes secundarios según la gráfica objetivo.*

Gráfica objetivo	Sección transversal necesaria:	Propuestas de recipientes secundarios	
	CONSTANTE	 Cubo	 Cilindro
	VARIABLE: ASCENDENTE	 Pirámide de base cuadrada	 Cono
	VARIABLE: DESCENDENTE Y ASCENDENTE	 Hiperboloide	
	VARIABLE: ASCENDENTE Y DESCENDENTE	 Prisma irregular	

Fuente: Elaboración propia.

Como se observa en la tabla, además de las propuestas de recipientes de secciones transversales constante y ascendente, también se propusieron recipientes que combinan secciones transversales ascendentes y descendentes como el caso del hiperboloide y del prisma irregular, del trabajo con estos recipientes surgen gráficas interesantes para la actividad, sin embargo, estas últimas propuestas se analizaron más adelante para determinar que tan factibles son para su construcción.

Por otra parte, las propuestas de regla y el tipo de sujeción a los recipientes base se obtuvieron mediante los siguientes parámetros y atributos enlistados en la Tabla 23.

Tabla 23. Configuración morfológica para la regla y el tipo de sujeción.

Forma	Longitud	Sujeción a recipientes	Material
Geométrica	0 cm - 10 cm	Base independiente	Madera
Variable	0 cm - 20 cm	Permanente	Acrílico
Rectilínea	0 cm - 30 cm	Imanes	Resina
	+ 30 cm	Encajar/presión	

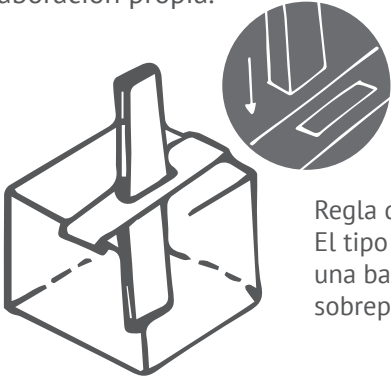
Fuente: Elaboración propia.

Las alternativas de solución que resultaron de la combinación de atributos de la matriz para la conceptualización de la regla y el tipo de sujeción se presentan en las Tablas 24, 25 y 26, así como en las Figuras 42,43 y 44 respectivamente.

Tabla 24. Primera configuración morfológica para la regla y el tipo de sujeción (R1) .

Forma	Longitud	Sujeción a recipientes	Material
Geométrica	0 cm - 10 cm	Base independiente	Madera
Variable	0 cm - 20 cm	Permanente	Acrílico
Rectilínea	0 cm - 30 cm	Imanes	Resina
	+ 30 cm	Encajar/presión	

***Nota:** Las celdas en amarillo conforman la alternativa R1.
Fuente: Elaboración propia.



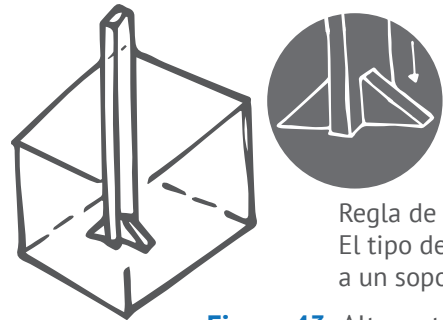
Regla de madera con longitud de 0 a 30 cm.
El tipo de sujeción es por colocación dentro de una base independiente a la regla pero superpuesta a los recipientes.

Figura 42. Alternativa R1.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 25. Segunda configuración morfológica para la regla y el tipo de sujeción (R2).

Forma	Longitud	Sujeción a recipientes	Material
Geométrica	0 cm - 10 cm	Base independiente	Madera
Variable	0 cm - 20 cm	Permanente	Acrílico
Rectilínea	0 cm - 30 cm	Imanes	Resina
	+ 30 cm	Encajar/presión	

***Nota:** Las celdas en verde conforman la alternativa R2.
Fuente: Elaboración propia.



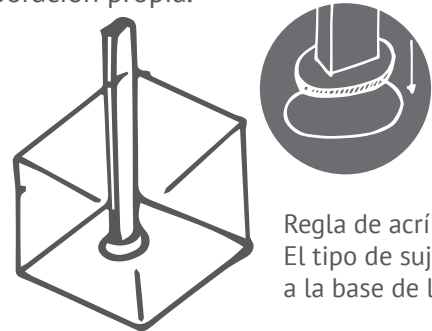
Regla de resina con longitud de 0 a 10 cm.
El tipo de sujeción es encajando a presión
a un soporte ubicado en cada recipiente.

Figura 43. Alternativa R2.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 26. Tercera configuración morfológica para la regla y el tipo de sujeción (R3).

Forma	Longitud	Sujeción a recipientes	Material
Geométrica	0 cm - 10 cm	Base independiente	Madera
Variable	0 cm - 20 cm	Permanente	Acrílico
Rectilínea	0 cm - 30 cm	Imanes	Resina
	+ 30 cm	Encajar/presión	

***Nota:** Las celdas en azul conforman la alternativa R3.
Fuente: Elaboración propia.



Regla de acrílico con longitud de 0 a 20 cm.
El tipo de sujeción es a través de imanes adheridos
a la base de la regla y al interior de los recipientes.

Figura 44. Alternativa R3.
Fuente: Elaboración propia.

3.5 Selección de alternativa

De acuerdo a Villamil y García (2003) “El periodo de evaluación es el momento para definir conceptos que el diseño seguirá para asegurar que el producto final cumpla el objetivo propuesto, basándose en los recursos disponibles” (p.11), por lo que en esta fase del proyecto se requiere de una evaluación de las alternativas de solución que permita comparar y determinar la alternativa con mayor grado de viabilidad, para el presente proyecto se ha decidido realizar la selección de alternativas mediante el *Método de factores ponderados*.

Jarabo y García (2013) mencionan que el método de factores ponderados es un análisis cuantitativo mediante el cual se comparan entre sí las diferentes propuestas permitiendo determinar aquella que es más viable a desarrollar, los pasos a seguir se describen a continuación y la matriz a ocupar para evaluar las alternativas se presenta en la Tabla 27.

1. Seleccionar los criterios o factores a considerar

Los requerimientos de diseño son aquellos criterios a evaluar para cada alternativa.

2. Asignar un peso relativo a cada criterio

Comparando cada requerimiento de diseño entre sí se asigna un peso relativo (o grado de importancia) que se presenta en porcentaje (%).

3. Fijar una escala de evaluación

Se determinó usar una escala del 1 al 5 para evaluar las alternativas, donde 1 No cumple y 5 Cumple satisfactoriamente.

4. La puntuación total para cada alternativa se obtiene mediante la sumatoria de las puntuaciones de cada alternativa por el peso relativo de cada criterio.

Tabla 27. Matriz de factores ponderados para selección de alternativa final.

Criterio/Requerimiento	Peso relativo (%)	Alternativas		
		1	2	3
Puntuación total	10.00	Sumatoria 1	Sumatoria 2	Sumatoria 3

Fuente: Elaboración propia con información de Jarabo y García, 2013.

3.5.1 Base

A continuación, en la Tabla 28 se analizaron las alternativas de solución mediante el método de factores ponderados para determinar la propuesta más viable a desarrollar de base. Se asignó un peso relativo máximo de 0.90 a los criterios con mayor grado de importancia de acuerdo al proyecto y considerando al usuario destino.

Con base a lo anterior, en los requerimientos de Uso a los criterios de practicidad y seguridad se les asignó un peso relativo de 0.90 ya que es importante que el material didáctico cumpla con estas características principalmente porque se trata de un material de tipo manipulable y cuyo usuario estará en constante contacto con este durante la actividad, así mismo se asignó el valor de 0.30 al criterio de transportación y 0.40 al de mantenimiento, ya que no es necesario que el material satisfaga en su totalidad dichas características.

En los requerimientos de Función el criterio con mayor peso relativo fue el de resistencia con 0.90 debido a que con ello se está procurando que el material didáctico pueda soportar impactos durante su transportación o su manipulación. Por otro lado, el criterio de acabado posee un peso relativo de 0.50 ya que no es una característica relevante para el cumplimiento de la función del material.

Dentro de los requerimientos Estructurales, el criterio de centro de gravedad posee el peso relativo más alto de 0.70 debido a que es una característica que permitirá al material obtener estabilidad, mientras que los criterios de número de componentes y unión tienen asignado el valor de 0.40 ya que el material didáctico requiere de ciertos mecanismos que exigen un mayor número de componentes y formas de unión.

Una vez asignados los pesos relativos a los criterios, las alternativas fueron analizadas y evaluadas, lo que permitió asignar un valor del 1 al 5 según el nivel de cumplimiento de los criterios. Como resultado de la evaluación la Alternativa A3 es aquella que presenta mayor puntaje (52.2), es decir, esta alternativa cumple con la mayoría de los criterios propuestos, por lo que se consideró como la alternativa viable para desarrollar.

Tabla 28. Evaluación de alternativas de base.

Requerimiento	Criterio	Peso relativo (%)	Alternativas		
			A1	A2	A3
					
USO	Practicidad	0.90	5	5	5
	Seguridad	0.90	5	5	5
	Mantenimiento	0.40	5	4	5
	Manipulación	0.70	5	4	5
	Ergonomía	0.70	4	3	4
	Transportación	0.30	3	5	3
FUNCIÓN	Mecanismo	0.80	5	5	5
	Resistencia	0.90	5	4	5
	Acabado	0.50	5	5	5
ESTRUCTURALES	Número de componentes	0.40	5	2	5
	Unión	0.40	4	4	5
	Centro de gravedad	0.70	5	3	5
	Estructurabilidad	0.50	5	5	5
FORMALES	Estilo	0.60	4	3	5
	Interés	0.70	5	5	5
	Equilibrio	0.60	5	4	5
Puntuación total		10.00	47.7	41.8	52.2

Fuente: Elaboración propia con información de Jarabo y García, 2013.

3.5.2 Recipiente primario

En la Tabla 29 se analizaron las alternativas de solución para determinar la propuesta viable de recipiente primario. Como se puede observar, se les asignó el mayor peso relativo (0.20) a los criterios de seguridad, resistencia y volumen adecuado, ya que el recipiente debe ser de un material que resista los impactos evitando poseer elementos o terminaciones filosas o punteagudas que dañen al usuario, así mismo, el recipiente debe contener un volumen adecuado basado en las medidas antropométricas del usuario que permita la adecuada manipulación del mismo.

El criterio de mantenimiento tiene un peso relativo de 0.10 debido a que es una característica de menor importancia de acuerdo a la función del recipiente mayor.

Tabla 29. Evaluación de alternativas de recipiente primario.

Criterio	Peso relativo (%)	Alternativas		
		RP1	RP2	RP3
				
Seguridad	0.20	4	5	5
Mantenimiento	0.10	5	5	5
Manipulación	0.15	5	5	5
Resistencia	0.20	3	5	5
Estabilidad	0.15	5	4	2
Volumen adecuado	0.20	3	5	4
Puntuación total	10.00	4.30	4.85	4.35

Fuente: Elaboración propia con información de Jarabo y García, 2013.

La tabla anterior indica que la alternativa viable es la propuesta RP2, cuyo puntaje es de 4.85, cumple mayormente con los criterios evaluados siendo el criterio de estabilidad el único en desventaja comparado con los demás. El prisma trapezoidal de sección transversal variable de material acrílico con una capacidad máxima de 2.5 L. posee una base reducida, lo que permite que el líquido en su interior ejerza mayor presión al fondo favoreciendo a un gasto de líquido constante y por mayor tiempo.

3.5.3 Recipientes secundarios

La Tabla 30 evalúa las alternativas de solución para determinar los recipientes secundarios más viables a desarrollar. Los criterios de seguridad, resistencia y volumen adecuado fueron aquellos con mayor peso relativo (0.20) al igual que en el caso del recipiente primario.

Tabla 30. Evaluación de alternativas de recipientes secundarios.

Criterio	Peso relativo (%)	Alternativas					
							
Seguridad	0.20	5	4	4	4	5	4
Mantenimiento	0.10	5	5	5	5	4	4
Manipulación	0.15	5	5	5	5	5	5
Resistencia	0.20	5	3	3	5	5	3
Estabilidad	0.15	5	5	3	3	5	5
Volumen adecuado	0.20	4	5	4	5	4	4
Puntuación total	10.00	4.80	4.40	3.90	4.50	4.70	4.10

Fuente: Elaboración propia con información de Jarabo y García, 2013.

Con base a los resultados de la tabla anterior los conceptos de recipientes secundarios seleccionados fueron: el cubo, de sección transversal constante, la pirámide de base cuadrada y el recipiente hiperboloide de secciones transversales variables propuestos en material acrílico transparente.

Cabe destacar que los recipientes secundarios así como el primario fueron evaluados considerando además de los criterios establecidos en las tablas, el proceso de fabricación, lo anterior permitió establecer los posibles procesos de fabricación de cada uno de los recipientes de acuerdo al material propuesto, con ello se determinó que los recipientes de superficies planas son más factibles de fabricar y/o reponer.

Para el caso del hiperboloide propuesto en acrílico, al ser una figura diferente y carecer de superficies planas requirió de un análisis previo de los posibles procesos de fabricación con el objetivo de determinar la viabilidad de su fabricación en los talleres de la Universidad Tecnológica de la Mixteca, la Tabla 31 resume esta información.

Tabla 31. Características generales de los procesos de formado y moldeo para plásticos.

Proceso	Características
Extrusión	Secciones transversales continuas, uniformemente sólidas o huecas y complejas; altas capacidades de producción; costos de herramental relativamente bajos; tolerancias amplias.
Moldeo por inyección	Formas complejas de diversos tamaños; paredes delgadas; capacidades de producción muy altas; herramentales costosos; buena precisión dimensional.
Moldeo por soplado	Partes huecas de pared delgada y botellas de varios tamaños; altas capacidades de producción; costos relativamente bajos de herramental.
Rotomoldeo	Accesorios grandes, huecos, de forma relativamente simple; costos relativamente bajos del herramental; capacidades de producción relativamente bajas.
Termoformado	Cavidades huecas o relativamente profundas; costos bajos de herramental; capacidades medias de producción.
Moldeo por compresión	Partes similares al forjado de matriz de impresión; herramental costoso; capacidades medias de producción.
Fundición	Formas simples o intrincadas fabricadas con moldes rígidos o flexibles de bajo costo; bajas capacidades de producción.

Fuente: Kalpakjian y Schmid 2008.

De acuerdo a la información de la tabla, el mejor proceso para la elaboración del recipiente hiperboloide es *moldeo por soplado*, sin embargo, dicho proceso es viable principalmente para grandes capacidades de producción ya que requiere de la elaboración de moldes de acero y maquinaria de moldeo especial, derivado de lo anterior se determinó que la alternativa de recipiente hiperboloide quedara establecido como concepto con la finalidad de posteriormente poder ser abarcado como un trabajo a futuro del presente proyecto.

3.5.4 Regla y tipo de sujeción

En la Tabla 32 se evaluaron las alternativas de solución para determinar el material y el tipo de sujeción de la regla dentro de los recipientes. El criterio con mayor peso relativo fue asignado a estabilidad (0.25) ya que es una característica importante con la cual se busca reducir el esfuerzo físico del usuario al manipular la regla dentro de los recipientes, seguido, los criterios de seguridad, resistencia y material adecuado presentan un peso relativo igual de 0.20, por otra parte, el criterio con menor peso relativo (0.15) fue el de longitud adecuada ya que las medidas no varían exageradamente y pueden adecuarse a los recipientes.

Tabla 32. Evaluación de alternativas de regla y tipo de sujeción.

Criterio	Peso relativo (%)	Alternativas		
		R1	R2	R3
				
Seguridad	0.20	5	5	5
Resistencia	0.20	5	4	4
Estabilidad	0.25	3	5	5
Longitud adecuada	0.15	4	4	5
Material adecuado	0.20	2	5	5
Puntuación total	10.00	3.75	4.65	4.80

Fuente: Jarabo y García, 2013.

De acuerdo a los resultados de la tabla, la alternativa R3 fue la más viable a desarrollar, la cual consistió en una regla de material acrílico de 20 cm de longitud y cuyo tipo de sujeción a los recipientes sería mediante imanes adheridos a cada elemento.

En síntesis, las soluciones que se desarrollaron y que conforman el material didáctico se presentan en la Figura 45. Además de los elementos mostrados en la figura también se agrega la tapa y la bandeja inferior, cuyas dimensiones se determinan con base a las medidas de la estructura de la base, por lo que al no ser elementos que surgieran de un análisis morfológico no se presentan en la figura pero su diseño se considera en apartados posteriores.

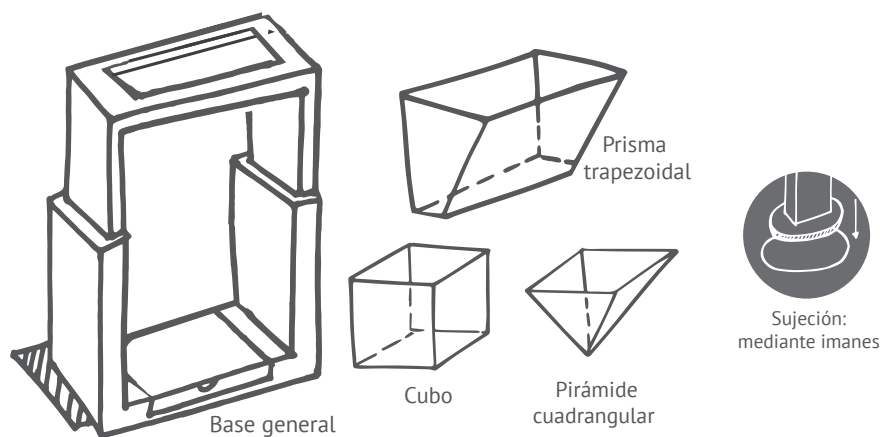


Figura 45. Elementos que conformarán el material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

Cabe destacar que la pirámide cuadrangular tendrá como base el cubo, por lo que ambos recipientes guardarán relación de volúmenes (Figura 46), lo cual quedará determinado por sus dimensiones.

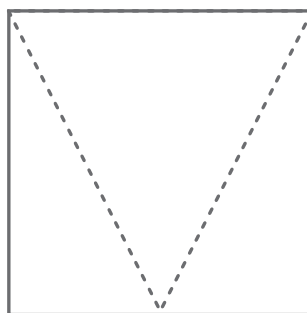


Figura 46. Relación de volúmenes de recipientes secundarios.
Fuente: Elaboración propia.

Así, una vez desarrolladas las soluciones es necesario establecer las dimensiones adecuadas para cada elemento, para ello es importante llevar a cabo un análisis antropométrico del usuario mediante el cual se pueden definir las dimensiones apropiadas de todos los componentes del material didáctico.

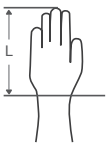
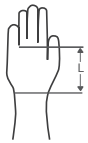
3.6 Dimensiones y consideraciones antropométricas

La *antropometría* que deriva de los vocablos griegos *antropos* (hombre) y *métricos* (medida) es la disciplina que tiene como objeto de estudio las dimensiones del cuerpo humano. El trabajo de la ergonomía y la antropometría en el área de diseño da como resultado el garantizar la óptima funcionalidad de los objetos o espacios, lo cual se obtiene mediante el conocimiento de las dimensiones del usuario, ya que estas permiten establecer parámetros de diseño confiables que corresponderán a las necesidades del mismo (Flores, 2001).

Una vez definido el concepto, es de gran importancia establecer las dimensiones del material didáctico basadas en la antropometría del usuario. Para este proyecto se requirió del análisis de las medidas antropométricas de manos de jóvenes de género masculino y femenino de 16 años de edad. Ávila, Prado y González (2007) presentan tablas de dimensiones antropométricas de la población mexicana en donde consideran tres percentiles por dimensión.

De acuerdo a Navarro (2015) “un percentil expresa el porcentaje de individuos de una población dada con una dimensión corporal igual o menor a un determinado valor, es por tanto una medida de posición” (p.1), con base a lo anterior se busca tomar el percentil más adecuado que permita que la mayor parte de los usuarios destino manipule sin inconvenientes los elementos del material didáctico, cabe señalar que para la conceptualización a detalle se consideraron las medidas del percentil cinco por ser el que más se adapta al usuario, la Tabla 33 resume éstas medidas.

Tabla 33. Medidas antropométricas de jóvenes de 16 años.

	Longitud de mano	Longitud palma mano	Anchura de la mano	Anchura palma mano	Diámetro empuñadura
					
Mujer	153	87	82	69	35
Hombre	170	95	91	76	36

***Nota:** Dimensiones en milímetros.
Fuente: Ávila, Prado y González, 2007.

La elección del percentil cinco se debió a que para el diseño de los elementos del material didáctico se consideró escoger una longitud tal que permita a la mayoría de los usuarios una adecuada sujeción de los elementos sin esfuerzo, de aquí que el percentil cinco sea el que contenga los valores menores del usuario por lo que se puede deducir que los usuarios con estas medidas podrán manipular el material sin presentar inconveniente y los usuarios con medidas pertenecientes a los percentiles cincuenta y noventaicinco podrán adaptarse al mismo.

De acuerdo a los datos de la tabla anterior las medidas de la mayoría de los elementos del material didáctico fueron establecidas por la *longitud de la mano* y la *anchura de la mano*.

3.6.1 Determinación de dimensiones y volúmenes

Entre los elementos que conforman el material didáctico se encuentran la base, el recipiente primario, dos recipientes secundarios y la regla. La base representa la estructura general del material didáctico, mientras que el recipiente primario contendrá la mayor cantidad de líquido que será suministrada a los recipientes secundarios.

A continuación, se analizan y se establecen las medidas para la base y los recipientes, así como el volumen máximo de líquido que podrán contener. Aunado a lo anterior, también se establecieron las medidas de la tapa y la bandeja inferior determinadas de acuerdo a las dimensiones de la base.

Base Las medidas generales de la base del material didáctico (Figura 47) son:

Ancho = 30 cm

Largo = 15 cm

Altura (h) = 30 cm

Elevación máxima = 50 cm

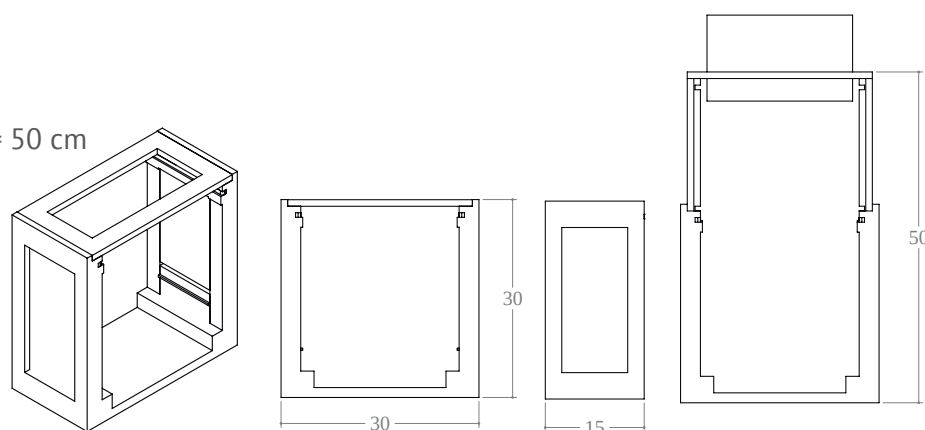


Figura 47. Base y sus medidas generales.
Fuente: Elaboración propia.

Recipiente primario

El volumen del recipiente primario (Figura 48) se estableció con base a las siguientes dimensiones:

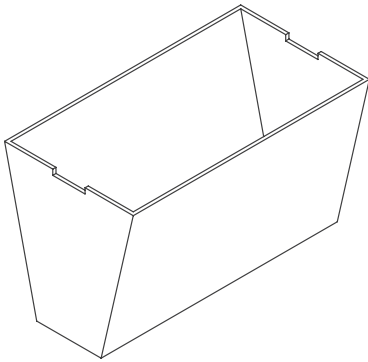


Figura 48. Recipiente primario de capacidad 2.5 L.
Fuente: Elaboración propia.

Dimensiones

Base mayor (A) = 12 cm

Base menor (a) = 6 cm

Altura (h) = 13 cm

Fórmula de volumen:

$$V = \frac{(A+a)}{2} \times h \times p \quad [6]$$

Profundidad (p) = 22

Sustituyendo valores:

$$V = \frac{(12+6)}{2} \times 13 \times 22$$

Volumen = $2574 \text{ cm}^3 = 2.574 \text{ L}$

Recipiente secundario: cubo

El volumen del cubo de sección transversal constante (Figura 49) se estableció con base a las siguientes dimensiones:

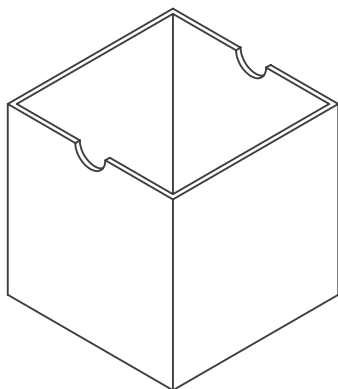


Figura 49. Recipiente Cubo de capacidad 1.3 L.
Fuente: Elaboración propia.

Dimensiones

Ancho (A) = 11 cm

Altura (h) = 11 cm

Profundidad (p) = 11 cm

Fórmula de volumen:

$$V = A \times h \times p \quad [7]$$

Sustituyendo valores:

$$V = 11 \times 11 \times 11$$

Volumen = $1311 \text{ cm}^3 = 1.3 \text{ L}$

Recipiente secundario: pirámide de base cuadrada

El recipiente pirámide de base cuadrada de sección transversal variable (Figura 50) fue conceptualizada con las siguientes dimensiones y volumen:

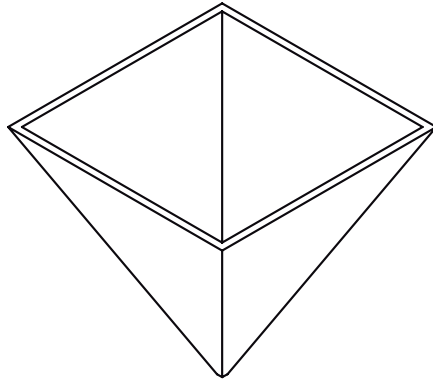


Figura 50. Recipiente Pirámide de base cuadrada de capacidad 0.4 L.
Fuente: Elaboración propia.

Dimensiones

Base (b) = 11 cm

Altura (h) = 11 cm

Fórmula de volumen:

$$V = \frac{(b \times h)}{3} \quad [8]$$

Sustituyendo valores:

$$V = \frac{(11 \times 11)}{3}$$

$$\text{Volumen} = 40 \text{ cm}^3 = 0.40 \text{ L}$$

Bandeja inferior

El volumen de la bandeja inferior (Figura 51) estuvo determinado con base a las dimensiones de la base, por lo que estas quedaron de la siguiente forma:

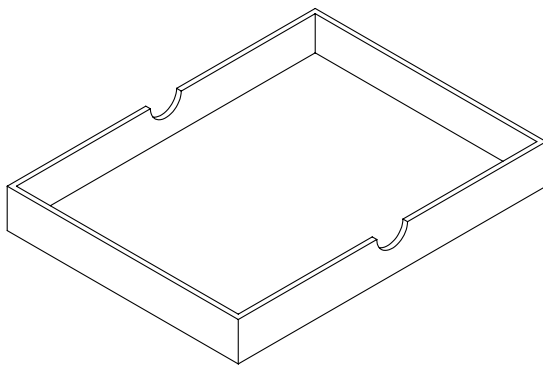


Figura 51. Bandeja inferior de capacidad 0.75 L.
Fuente: Elaboración propia.

Dimensiones

Ancho (A) = 15 cm

Altura (h) = 2.5 cm

Profundidad (p) = 20 cm

Fórmula de volumen:

$$V = A \times h \times p \quad [9]$$

Sustituyendo valores:

$$V = 15 \times 2.5 \times 20$$

$$\text{Volumen} = 750 \text{ cm}^3 = 0.75 \text{ L}$$

Tapa inferior

Las dimensiones de la tapa inferior (Figura 52) estuvieron determinadas con base a las dimensiones de la base, quedando de la siguiente forma:

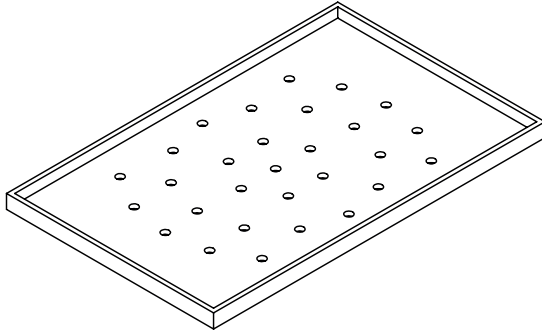


Figura 52. Tapa de bandeja inferior.
Fuente: Elaboración propia.

Dimensiones

Ancho (A) = 15 cm

Altura (h) = 1 cm

Profundidad (p) = 24 cm

Orificios de 0.5 cm de diámetro.

Regla

La regla y su soporte para imán que permitió medir el nivel del agua dentro de los recipientes tuvo las siguientes dimensiones (Figura 53):



Figura 53. Regla de longitud 20 cm.
Fuente: Elaboración propia.

Dimensiones

Ancho (A) = 1 cm

Altura (h) = 21.5 cm

Medidas de soporte

Diámetro = 1 cm

Graduación de 0 a 20 cm.

3.6.2 Tipo de deslizamiento y soporte

La base del material didáctico esta compuesta por dos piezas que conforman un mecanismo de deslizamiento vertical, este mecanismo de deslizamiento proporciona mayor estabilidad a la base y al recipiente primario cuando se encuentra ubicado en la parte superior. El deslizamiento puede ocurrir debido a que en la pieza inferior se tienen rieles que permiten el deslizamiento vertical de la pieza superior.

Así mismo, para poder dar la altura necesaria a la pieza superior y en consecuencia al recipiente primario, se tiene un soporte que cumple la función de detener y mantener estática ambas piezas, para ello se pretende que dicho soporte sirva de seguro proporcionando de esta manera estabilidad a la base en general y una adecuada sujeción por parte del usuario.

Derivado de los anterior, los soportes diseñados miden 15 cm de largo cada uno, ambos se encuentran ubicados y sujetos en la parte interna de la base. Su manipulación consiste en hacerlos girar horizontalmente al centro de la base permitiendo así el deslizamiento de la pieza superior, también tienen la función de soportes que aseguran e impiden el movimiento de las piezas en su forma original o compacta. El tipo de soporte y el mecanismo de deslizamiento se puede apreciar a mayor detalle en la Figura 54.

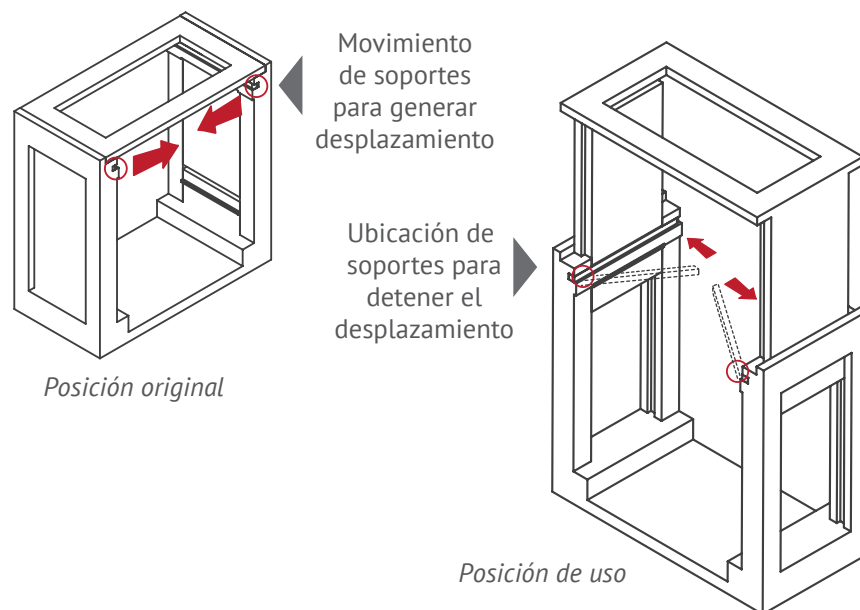


Figura 54. Ubicación de soportes en la base del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

3.6.3 Tipo de caída y gasto de líquido

Para determinar el tipo de caída y gasto de líquido se analiza el implementado durante la actividad del llenado de recipientes mostrado en el apartado de diagnóstico, el objetivo es conocer el tiempo aproximado que tarda en vaciarse 2.5 L de líquido (agua) según las características dadas. La variable tiempo de vaciado (del recipiente primario) y tiempo de llenado (de recipientes secundarios) de la nueva propuesta ayudarán a establecer los parámetros de medición que el alumno deberá considerar para el desarrollo de la actividad.

El cálculo del tiempo de vaciado de la estrategia didáctica se realizó utilizando una fórmula de tiempo cuyo origen parte de la fórmula de Bernoulli según Alderetes y Bertollo (2004):

Fórmula:

$$t = \frac{D^2}{d^2} \sqrt{\frac{2}{g} \left(1 + \frac{fL}{d}\right)} (\sqrt{H_0} - \sqrt{H_f}) \quad [10]$$

Donde:

L = Longitud de manguera

d = Diámetro interno de manguera

D = Diámetro de recipiente

f = Factor de fricción del agua

g = Gravedad: 9.8 m/s²

H₀ = Altura del líquido inicial

H_f = Altura del líquido final

Gráficamente los datos de la fórmula se pueden apreciar en la Figura 55:

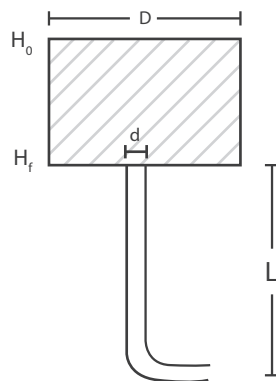


Figura 55. Variables para ecuación de tiempo.
Fuente: Alderetes y Bertollo (2004).

Es importante destacar que el uso de la fórmula (10) tiene como objetivo conocer el tiempo de vaciado de 2.5 L de agua aproximadamente comparando el diámetro de la manguera utilizada en la estrategia didáctica observada durante el diagnóstico y el diámetro de la manguera y boquilla propuestas para el material didáctico, de aquí que la importancia radique en los tiempos de vaciado con los diámetros de manguera utilizados, por lo anterior y conforme a la fórmula se establece para ambos casos el uso de un recipiente cilíndrico de capacidad 2.65 L.

Para obtener un cálculo aproximado de vaciado con el diámetro de la manguera utilizada en la estrategia didáctica se tienen los siguientes datos:

Donde:

L = Longitud de manguera: 0.6 m

d = Diámetro interno de manguera: 0.0079 m

D = Diámetro de recipiente: 0.15 m

f = Factor de fricción del agua: 0.018

g = Gravedad: 9.8 m/s²

H₀ = Altura del líquido inicial (H₀): 0.6 m

H_f = Altura del líquido final (H_f): 0.45 m

Sustituyendo valores:

$$t = \frac{0.152}{0.0079^2} \sqrt{\frac{2}{9.8} \left(1 + \frac{0.018 (0.6)}{0.0079} \right)} (\sqrt{0.6} - \sqrt{0.45})$$

$$t = 360.5191(0.6950)(0.10377)$$

$$t = 26 \text{ segundos}$$

Así, un recipiente cilíndrico de 2.65 L se vacía en 26 segundos con una manguera de diámetro interno de 0.0079 m. Para obtener el cálculo de la propuesta de gasto de líquido de un recipiente cilíndrico de 2.65 L a través de una manguera de tipo comercial de 0.0047 m y de boquilla prefabricada de 0.004 m de diámetro se tienen los siguientes datos:

Donde:

L = Longitud de manguera: 0.45 m

d = Diámetro interno de boquilla: 0.004 m

D = Diámetro de recipiente: 0.15 m

f = Factor de fricción del agua: 0.018

g = Gravedad: 9.8 m/s^2

H_0 = Altura del líquido inicial (H_0): 0.6 m

H_f = Altura del líquido final (H_f): 0.45 m

Sustituyendo valores:

$$t = \frac{0.152}{0.004^2} \sqrt{\frac{2}{9.8} \left(1 + \frac{0.018 (0.6)}{0.004}\right)} (\sqrt{0.6} - \sqrt{0.45})$$

$$t = 1406.25(0.7551)(0.10377)$$

$$t = 110 \text{ segundos}$$

Un recipiente cilíndrico de 2.65 L se vacía en 110 segundos con una boquilla de diámetro interno de 0.004 m .

Cabe señalar que los tiempos de vaciado obtenidos a través de la fórmula se consideran como datos aproximados basados en un mismo tipo de recipiente cuyo volumen es de 2.65 L , el objetivo es comparar los datos de vaciado de acuerdo a la diferencia de diámetros de las mangueras.

Para el cálculo del tiempo de vaciado durante la estrategia didáctica se utilizaron los datos correspondientes a la manguera de 0.0079 m de diámetro, al sustituir los valores y resolver la fórmula se obtuvo que 2.65 L de agua se vacía en un tiempo aproximado de 26 segundos, este tiempo se considera poco favorable ya que la apreciación del vaciado del agua dentro de los recipientes se lleva a cabo de forma rápida dificultando al alumno la obtención de datos.

Por su parte, para el cálculo del tiempo de vaciado propuesto para el material didáctico se tienen dos diámetros; el de la manguera que corresponde a una medida de 0.0047 m y el diámetro de salida de la boquilla prefabricada de 0.004 m , considerando el diámetro de la boquilla se obtuvo que el tiempo aproximado de vaciado de 2.65 L de agua es de 110 segundos. Dicha duración permite al alumno apreciar con mayor detalle el llenado de cada recipiente favoreciendo a la obtención de datos. El tipo de caída y gasto de líquido se presentan en la Figura 56.

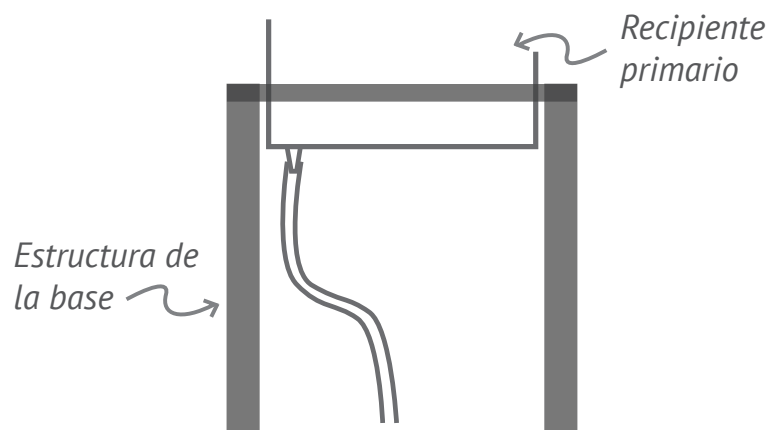


Figura 56. Vista del tipo de caída y gasto de líquido.
Fuente: Elaboración propia.

Las características de la manguera y la boquilla utilizadas para el gasto de líquido propuesto se presentan en la Figura 57. Por su parte, la Tabla 34 resume las características de la comparación entre la caída y gasto de líquido implementada en la estrategia didáctica y la propuesta para el material didáctico diseñado.

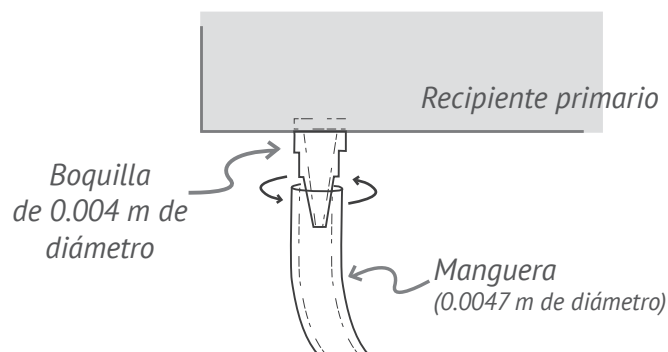


Figura 57. Propuesta de tipo de caída de líquido.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 34. Comparación de las características del gasto de líquido.

Características	Estrategia didáctica	Propuesta
Material	Manguera transparente (comercial/ de nivel)	Manguera translúcida (comercial/ para peceras)
Longitud requerida	0.6 m	0.45 m
Diámetro	0.0079 m	0.0047 m (d= 0.004 de boquilla)
Tipo de colocación	Sobrepuesto	A presión
Funcionamiento	Se aspiró por un extremo de la manguera hasta que el líquido fluyera del recipiente mayor al recipiente menor.	Un extremo de la manguera se coloca a presión a una boquilla prefabricada de 5 mm de diámetro ubicada en la parte inferior del recipiente primario. El líquido cae por efecto de gravedad al recipiente secundario a utilizar.
Tiempo de vaciado (referencia: recipiente cilíndrico de 2.65 L)	26 segundos	110 segundos
Control de gasto	Ninguno	Tapa prefabricada

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO 4

Desarrollo del prototipo

4.1 Selección de materiales

La selección de material para un nuevo producto o para mejorar uno ya existente es una parte fundamental del proceso de diseño industrial, por lo anterior, se destacan dos aspectos a considerar por los diseñadores; la primera se enfoca en detectar aquellas características de los materiales que impactan los sentidos del usuario, es decir, características como la forma, el color y la textura, y la segunda que se refiere a conocer los procesos de fabricación y manufactura de estos materiales, lo anterior permite al diseñador garantizar el adecuado desempeño técnico del producto (Gómez, González, Herrera y Rosa, 2016).

En el presente capítulo se aborda con mayor profundidad la selección de materiales como parte del desarrollo del prototipo, se analizan las características y propiedades de los materiales elegidos en el capítulo anterior con el objetivo de establecer el tipo de material a utilizar y determinar el proceso de fabricación adecuado.

Como se establece en el apartado de Conceptualización, la base del material didáctico se propone ser fabricada en madera, mientras que los recipientes y la regla de material acrílico, partiendo de lo anterior a continuación se analizan las principales características y propiedades de dichos materiales.

4.1.1 Características y tipos de madera

La madera es un recurso natural renovable que requiere de poca energía para su obtención, característica que contribuye a la conservación del medio ambiente. Para una adecuada selección y manejo de este recurso es importante conocer sus características, es decir, conocer sus propiedades físicas, químicas y mecánicas, sin embargo, es necesario comenzar por identificar los tipos de maderas más comunes y sus características principales.

Cada tipo de madera proviene de un determinado árbol, la clasificación de estas especies vegetales se encuentra dividida en dos grandes grupos. La Tabla 35 muestra estos dos grandes grupos y sus principales características.

Tabla 35. Grupos de especies vegetales.

Coníferas (orden Coniferales)	Latifoliadas
Se caracterizan por poseer hojas en forma de aguja y por la falta de vasos en la madera.	Se caracterizan por poseer hoja ancha que pueden ser perennes o caedizas y con presencia de vasos en su madera.
Tipos de células: Presentan una construcción celular más simple y una especialización celular menos marcada, se encuentran compuestas por dos tipos de células: traqueidas y parenquimáticas.	Tipos de células: Desarrollaron células más especializadas, están compuestas por vasos, fibras libriformes y traqueidas así como de células parenquimáticas.
Ejemplos comunes en México son los pinos, el oyamel, el cedro, el ciprés, el sabino o ahuehue, la picea y la pseudotsuga.	Ejemplos comunes en México son los eucaliptos, la caoba, el cedro rojo entre otras.

Fuente: Cruz, 2010.

Entre las propiedades físicas de la madera se encuentra su *color*, el cual depende de las sustancias químicas de la especie vegetal, además, se puede establecer una relación entre el color y la resistencia, una madera es más resistente al deterioro cuanto más oscuro sea su color (Cruz, 2010), la Figura 58 muestra los colores más comunes de madera:



Figura 58. Colores más comunes de las maderas.

Fuente: http://cort.as/-J_c1.

Otra característica es el *peso*, que de acuerdo a Cruz (2010) esta propiedad se utiliza para definir la *densidad* de la madera, la densidad a su vez se encuentra relacionada con el color de la madera, es decir, entre más clara se perciba la madera se puede deducir que es más liviana y una madera entre más oscura es más pesada, considerando que la densidad es la relación entre el peso y el volumen. En la Tabla 36 se pueden observar las densidades de las especies más comerciales de coníferas y latifoliadas en México.

Tabla 36. Densidad de diez especies comerciales de coníferas y latifoliadas en México.

Coníferas		Latifoliadas	
Especie	Densidad kg/m ³	Especie	Densidad kg/m ³
Abies religiosa	380	Ochroma pyramidales	160
Cupressus lusitancia	390	Ulmus mexicana	220
Pinus ayacahuite	400	Ceiba pentandra	250
Pinus michoacana	455	Enterolubium cyclocarpum	350
Pinus douglasiana	425	Cadrela odorata	400
Pinus arizonica	430	Swietenia macrophylla	420
Pinus leiophylla	435	Fraxinus uhdei	460
Pinus chihuahua	440	Lysiloma acapulcensis	520
Pinus pseudostrobus	550	Quercus obtusata	760
Pseudotsuga menziesii	450	Guaiaicum officinale	1230

Fuente: Cruz, 2010.

Entre las propiedades mecánicas de la madera destaca su *dureza*, Cruz (2011) señala que la dureza “se refiere a la resistencia de la madera a ser penetrada por un objeto” (p. 28), esta característica se encuentra muy relacionada con su densidad, el mismo autor clasifica la dureza en cinco tipos, la Tabla 37 muestra esta clasificación y algunos ejemplos de las maderas mexicanas que corresponden a cada tipo.

Tabla 37. Escala de dureza de los diferentes tipos de madera.

Clasificación	Ejemplos
Extremadamente duras Muy duras Duras Blandas Muy blandas	Guayacán, Palo fierro y Ébano Mezquite y Encinos Tzalam La mayoría de los pinos, el Oyamel y los Cedros Parota y la madera balsa.

Fuente: Cruz, 2010.

La madera de Pino

La madera de Pino, especialmente la especie conocida como *Pino ocote* es considerada como una especie nativa de México y Centroamérica, al ser una madera natural blanda se adecua a diferentes procesos de maquinado, es decir, posee buenas propiedades al cepillado, torneado, moldurado, taladrado, atornillado y clavado, además, acepta muy bien acabados como la pintura, tintes, lacas y barnices (CONAFE, 2007).

La madera de pino ocote es una materia prima con multitud de usos, admite gran variedad de uniones y ensamblajes, comparada con materiales como los metales o cristales la madera es un material que posee mayor ligereza. Con los acabados adecuados la madera de pino puede conservarse por tiempos prolongados y al mismo tiempo protegerse de factores externos como hongos, termitas y la humedad.

Dada sus características y propiedades, la madera de pino se consideró como el tipo de madera más adecuada para la fabricación de la base del material didáctico, principalmente por ser un tipo de madera blanda que se adecua a diferentes procesos de fabricación, ya que debido a las dimensiones del material didáctico se requirieron de piezas de diversos tamaños, por lo que debido a las características de la madera de pino esta permitió el trabajo de las mismas.

4.1.2 Características y tipos de plásticos

La mayoría de los materiales plásticos son derivados del petróleo, sin embargo, otros provienen de fuentes orgánicas y naturales que procesados dan como resultado compuestos plásticos muy comúnmente utilizados en diversas industrias.

De acuerdo a Madrigal y Shastri (2011), la obtención y transformación de los plásticos requieren de poca energía comparándolos con los metales o el vidrio, según su comportamiento al calor los plásticos se clasifican en tres grandes grupos; termoplásticos, termofijos y elastómeros, la Tabla 38 resume sus principales características.

Tabla 38. Clasificación de los plásticos según su comportamiento al calor.

Tipo	Características	
Termoplásticos	Al aplicarles calor se reblandecen o se funden, y nuevamente pueden moldearse para obtener otro producto.	Los principales son: Polietileno (PE), Polipropileno (PP), Poliestireno (PS), Cloruro de polivinilo (PVC), ABS (Acrílico Nitrilo/ Butadieno), Estireno Acrilonitrilo (SAN), Acrílico (polimetilmetacrilato, PMMA), Policarbonato (PC), Polietilen Tereftalato (PET) entre otros.
Termofijos	Al ser productos finales con la aplicación de calor se degradan y se carbonizan, sin la posibilidad de ser reprocesados.	Los principales son: Resina epoxi, Poliésteres no saturados, Poliuretanos, Silicones, entre otros.
Elastómeros	Presentan un nivel alto de elasticidad, se deforman al someterse a un esfuerzo, pero recuperan su estado original al dejar retirarles la fuerza sobre ellos.	Los principales son: Elastómeros de butadieno-estireno, Neopreno, Elastómero de Polisulfuro y Siliconas, Hipalón, entre otros.

Fuente: Elaboración propia con información de Madrigal y Shastri, 2010.

El material sugerido para la fabricación de los recipientes fue acrílico (polimetilmetacrilato, PMMA), por lo que de acuerdo a la tabla anterior este material pertenece al grupo de los termoplásticos. Entre las principales características del acrílico se encuentran:

- Resistencia a impactos moderados
- Buena solidez y dureza
- Excelente transparencia
- Excelente resistencia al rayado
- Moderada resistencia al calor
- Precio moderado
- Fácil de procesar

El acrílico es considerado como uno de los termoplásticos con mayor dureza y quizá como el más estético de los polímeros, características que favorecieron el diseño de los recipientes y su función, también es un material que no presenta deterioro con la radiación ultravioleta, lo que le permite mantener su claridad y color en exteriores. Existen diferentes espesores, entre los cuales se encuentran de 1.5, 2, 3, 5 y 6 mm (Madrigal y Shastri, 2011).

Con base a las características mencionadas anteriormente se determinó que el acrílico transparente de 3 mm de espesor sería aquel que se adecuara a la función de los recipientes, a pesar de ser un material duro el proceso de corte y separación en acrílico de este espesor no fue complicado, así mismo, los 3 mm de espesor permitieron proporcionar la superficie suficiente para realizar las uniones entre las piezas.

Es importante mencionar que el mismo tipo de acrílico y espesor fueron requeridos para la fabricación de la regla, que para cumplir con los requerimientos de diseño establecidos se decidió optar por corte y grabado láser. Aunque el proceso de fabricación fue diferente el material se adecuó sin presentar inconveniente.

4.1.2.1 Corte y grabado láser en acrílico

El proceso de corte y grabado láser (Figura 59) es de gran utilidad hoy en día debido principalmente a que es de costo accesible, obteniendo como resultado terminaciones perfectas en las piezas. El corte láser es un proceso de separación térmica que consiste en un rayo láser que impacta la superficie del material con tanta fuerza que se derrite o se evapora por completo, por su parte el grabado láser resulta de hacer incidir el haz de luz del láser sobre cualquier material volatizando o produciendo un cambio de color, se puede hacer bajo relieve o en alto relieve (*Manual Trotec, s.f.*).

Entre las ventajas del corte láser se encuentran:

- Proceso que se adecua a una gran variedad de materiales orgánicos e inorgánicos.
- Innecesario un procesamiento posterior en muchos casos, es decir, ahorra procedimientos como el lijado, el sellado mecánico o textil.
- Es de alta precisión, debido a que el corte es apenas más grande que el rayo láser, se obtienen cortes geométricos muy finos.



Figura 59. Corte láser sobre madera.
Fuente: <https://riebog.es>

Existen una gran variedad de máquinas de corte y grabado láser en el mercado, sin embargo, de acuerdo al Manual Trotec el proceso general de un corte o grabado láser contempla:

1. Decidir el material a utilizar para el corte o grabado láser

El acrílico es uno de los materiales más utilizados para corte y grabado láser principalmente por la alta calidad de corte y no requerir acabado, entre otros materiales comunes se encuentran el delrin (polioximetileno), cristal y vidrio, caucho, madera, piel o cuero, metal y papel o cartón.

2. Preparación del gráfico o diseño

El diseño del corte o grabado debe estar conformado en un programa digital mediante líneas convertidas en vectores.

3. Configuración del láser

Esta se debe programar de acuerdo al material elegido.

La regla tiene la función de mantenerse sumergida dentro del agua en posición vertical, lo que le permitirá al usuario tomar la lectura del avance del agua en los recipientes, debido principalmente a esta característica se determinó que el corte y grabado láser son las opciones más viables, ya que el grabado favorecerá a preservar la visualización de los números (graduación) de la regla sin importar la condición del líquido.

Con base a las ventajas del corte y grabado láser se consideró importante que la regla se fabricara mediante este proceso utilizando como materia prima acrílico de espesor 3 mm, debido principalmente a las dimensiones y a la función que cubrirá durante la manipulación del material didáctico, el proceso de corte y grabado se adecuó a lo que demanda el proyecto.

4.2 Modelo 3D

Hasta esta fase se definió bajo un análisis antropométrico del usuario las dimensiones generales de cada uno de los componentes del material didáctico, así también se determinó el tipo de madera y acrílico más viables para la fabricación del mismo.

A partir de haber cubierto estos aspectos surgió la necesidad de realizar un modelado virtual cuyas principales ventajas según Ulrich y Eppinger (2012) son *“la aptitud de visualizar fácilmente la forma del diseño en tres dimensiones; la capacidad de crear imágenes realistas en foto para evaluación del aspecto del producto; la habilidad de calcular en forma automática propiedades físicas como son la masa y volumen ...”* (p. 294), lo anterior dio paso a la obtención de otras descripciones como las vistas en sección transversal y los dibujos de fabricación, también conocidos como *planos constructivos*.

A través del modelado se pudo obtener una pre-visualización de las características del material didáctico, principalmente de elementos como el mecanismo de deslizamiento vertical, la posición y el movimiento de los soportes, la adecuación de los recipientes dentro de la base, la forma de transportación, el ensamble de las piezas, entre otros detalles.

Las Figuras 60 y 61 muestran el modelo elaborado que permitió trabajar detalles de diseño importantes para el correcto funcionamiento del prototipo, cabe destacar que este se convirtió en una herramienta práctica que permitió redimensionar algunas piezas haciendo mejoras al diseño propuesto. El modelo virtual permitió también la aplicación de los materiales seleccionados, lo que ayudó a generar mejoras en sus características.

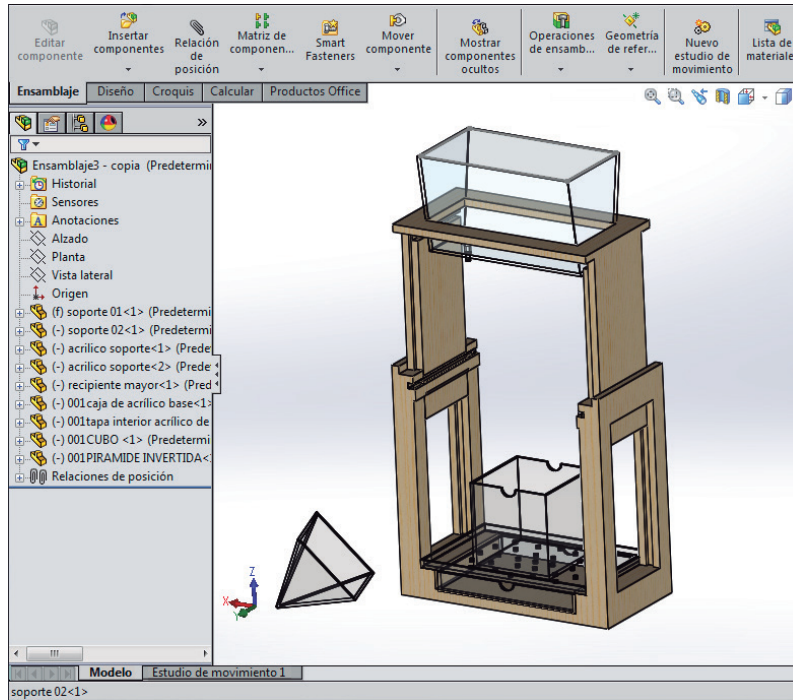


Figura 60. Modelo de los elementos del prototipo en software CAD 3D.
Fuente: Elaboración propia.

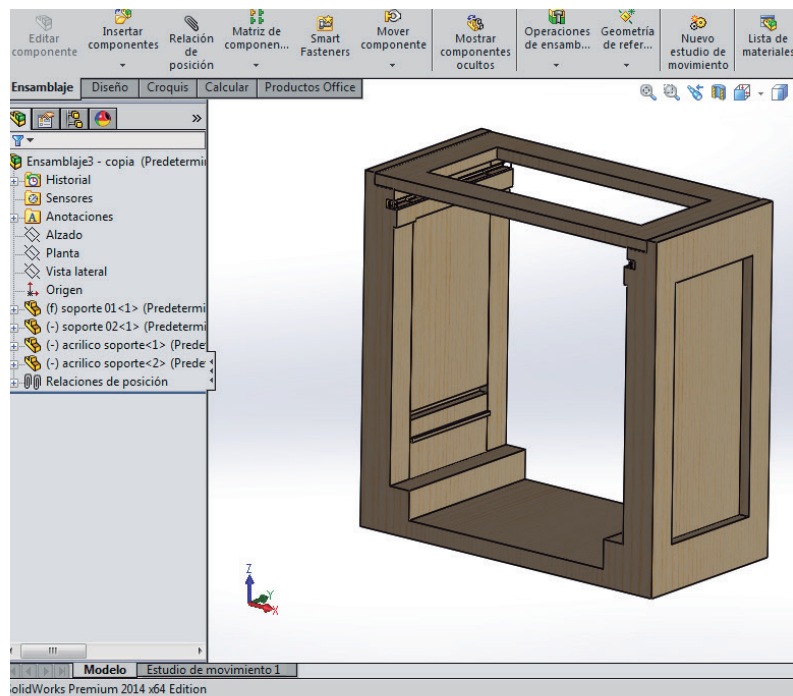


Figura 61. Modelo 3D de la base en su forma compacta.
Fuente: Elaboración propia.

4.2.1 Planos constructivos

Una vez verificadas las dimensiones y los mecanismos del material didáctico en el modelo virtual se dio paso a la obtención de los planos constructivos, es decir, se definieron todos los componentes del producto determinando las características de cada pieza o elemento, así entonces se obtuvieron como resultado los planos constructivos definitivos del producto con las especificaciones necesarias para su fabricación. De acuerdo a López et al. (2013), en esta fase se precisan los planos detallados, acotados y con indicaciones donde sea necesario, es decir:

- **Plano general del conjunto**, con cotas al menos en sus dimensiones máximas y referencias a cada una de las piezas.
- **Despiece del conjunto, normalmente en explosión**. Si algunas piezas no eran visibles en el plano general o si no se quiere cargar dicho plano se puede emplear un despiece para referir otras piezas. En el plano de despiece no es necesario acotar, y se suelen incluir anotaciones al modo en que se ensamblan algunos elementos, si es necesario.
- **Planos individuales por pieza**, debe haber un plano por cada pieza que integra el conjunto, exceptuando aquellos elementos estándar. Los planos por pieza deben estar acotados e incluir, si fuera necesario, tolerancias de fabricación.

Con base a lo anterior, se constituyeron los planos de los elementos que conforman el prototipo de material didáctico, estos se concentran en el Anexo 8 de este documento. A continuación se presenta la integración de los elementos del material didáctico. La descripción de cada una de las piezas se presentan en la Tabla 39 y la Figura 62 muestra un explosivo del concepto de la base, en este se presentan todas las piezas de la propuesta.

Tabla 39. *Despiece de la base.*

Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Ancho	Largo
1	1	Base A	4.0	15	28
2	2	Lateral A	1.0	15	30
3	2	Soporte A	2.5	2	25
4	2	Soporte B	2.5	2	25
5	2	Tope	0.3	1.2	15
6	2	Lateral B	2.0	15	25
7	1	Tapa A	1.0	15	28

Nota: Dimensiones en centímetros.
Fuente: Elaboración propia.

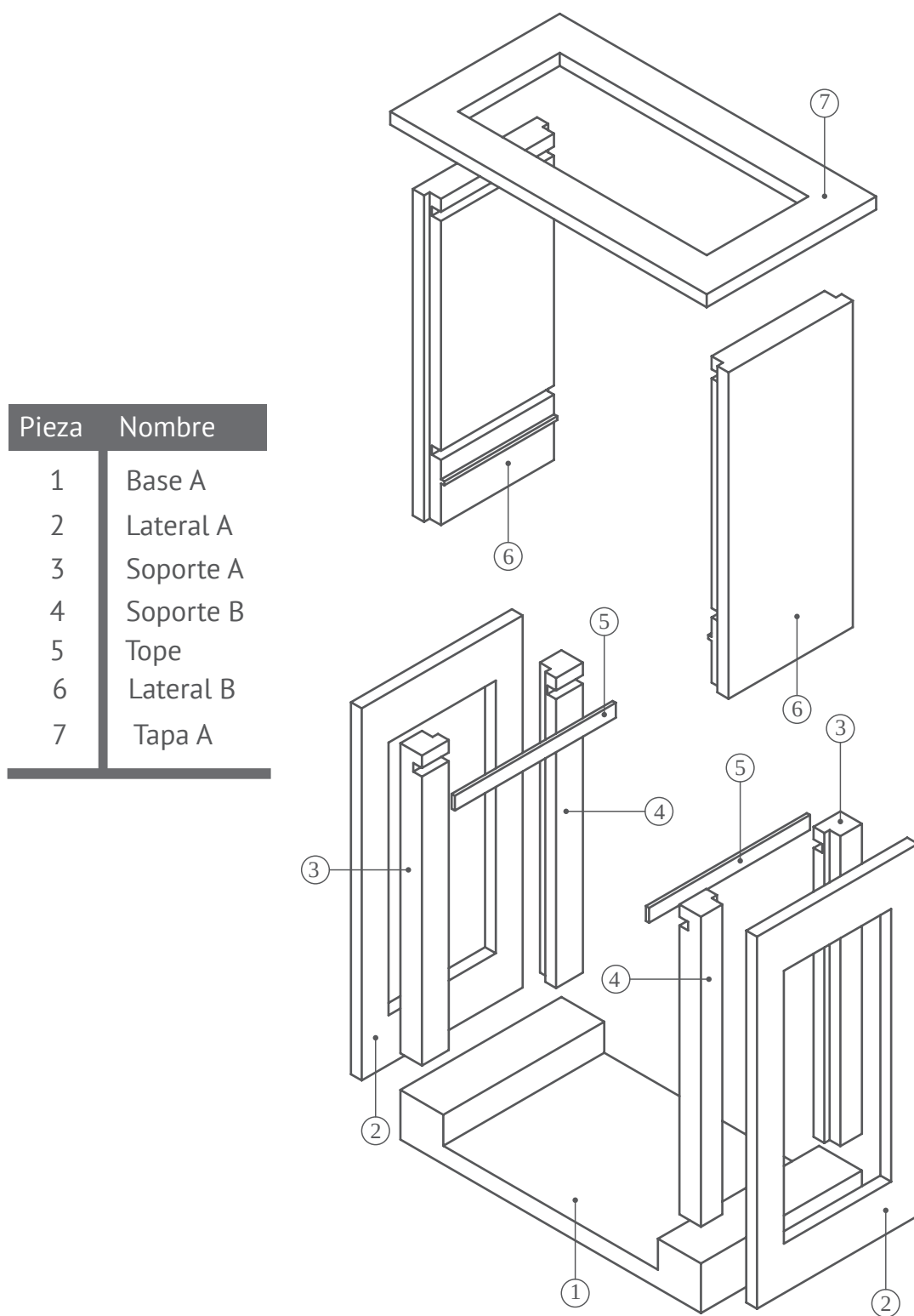


Figura 62. Explosivo de la base.
Fuente: Elaboración propia.

La Figura 63 muestra el explosivo del recipiente cubo y la Figura 64 del recipiente pirámide de base cuadrada, así mismo, en la Tabla 40 se muestra el despiece de los elemento que conforman los recipientes anteriormente mencionados.

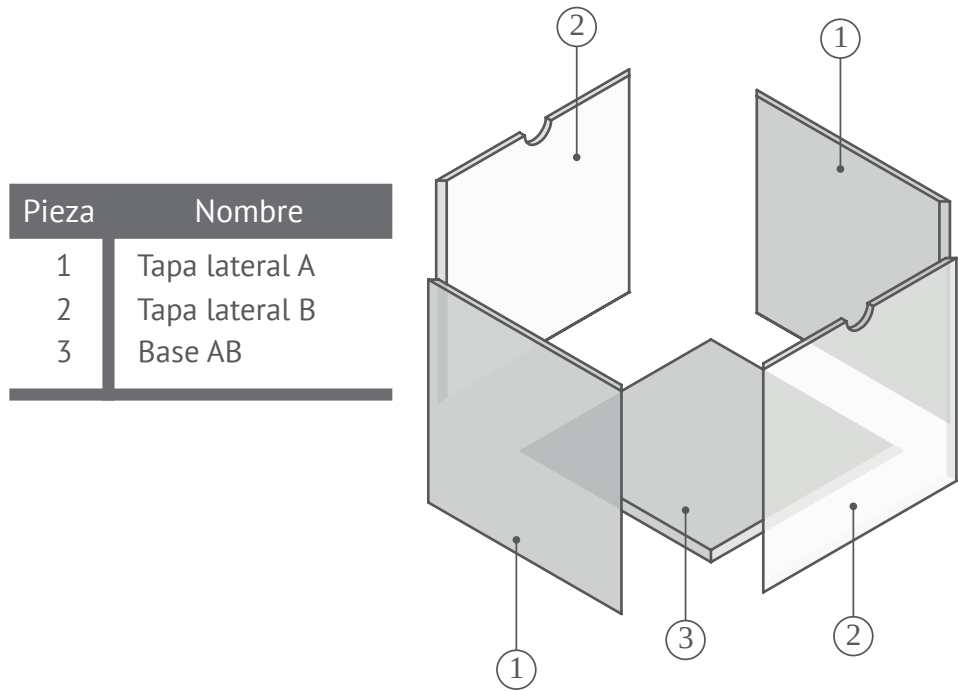


Figura 63. Explosivo del recipiente cubo.
Fuente: Elaboración propia.

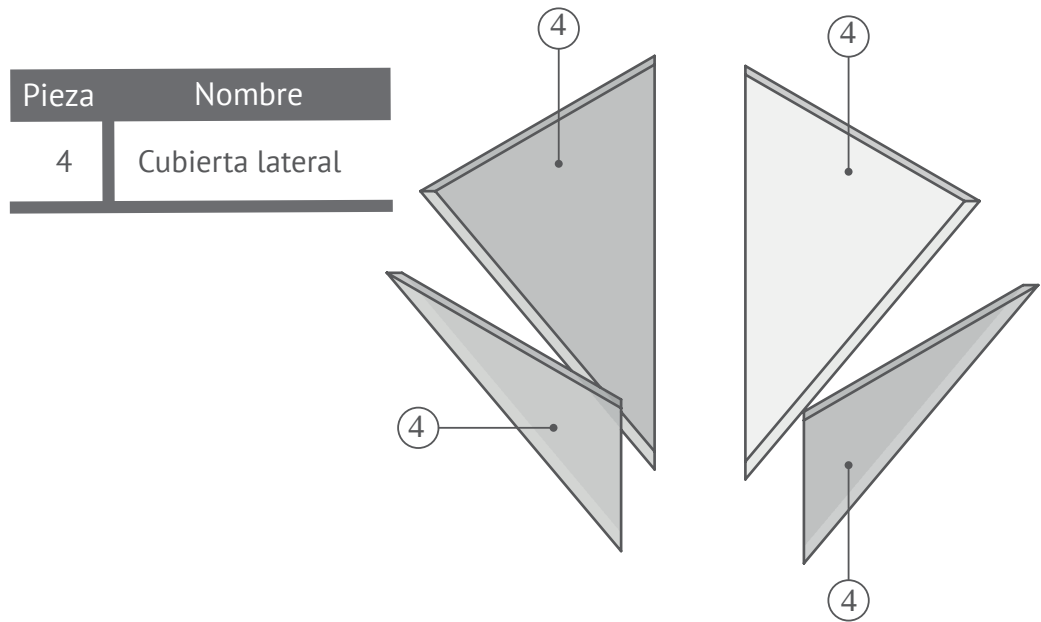


Figura 64. Explosivo del recipiente pirámide de base cuadrada.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 40. Despiece de cubo y pirámide de base cuadrada.

Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Ancho	Largo
1	2	Tapa lateral A	0.3	11	11
2	2	Tapa lateral B	0.3	11	11
3	1	Base AB	0.3	11	11
4	4	Cubierta lateral	0.3	10.4	10.7

Nota: Dimensiones en centímetros.
Fuente: Elaboración propia.

En los planos constructivos se especifica también el despiece del recipiente primario, así como de la tapa y la bandeja inferior, también se especifican detalles de construcción como el caso de las piezas de acrílico, las cuales en su mayoría requirieron de un corte a 45° para realizar su unión, el cual se pudo obtener debido principalmente al grosor del material, ya que de acuerdo al *Manual de uso del acrílico PAOLINI* las uniones o juntas cuando se trata de pegar piezas acrílicas se pueden calificar de la siguiente manera (Figura 65).



Figura 65. Tipos de uniones de láminas acrílicas.
Fuente: <http://cort.as/-KZg0>

4.1.3.1 Modelo físico

De acuerdo a Ulrich y Eppinger (2012), “*Un modelo físico sencillo de la forma de un producto se puede usar como medio para ponerse de acuerdo sobre las funciones de mercadotecnia, diseño y manufactura en una decisión de diseño básico*” (p. 290), por ello, a partir del modelo virtual y de los planos constructivos finales se construyó un modelo físico representativo a escala real.

Con base a las dimensiones establecidas en los planos se pudo construir el modelo físico, para ello se requirió de papel batería como material principal, lo anterior porque es de fácil adquisición, presenta cierta dureza y es fácil de manipular, además se empleó pegamento, tijeras, cúter, escuadra, regla y cinta adhesiva. El resultado del modelo físico construido se puede apreciar en las Figuras 66 y 67.

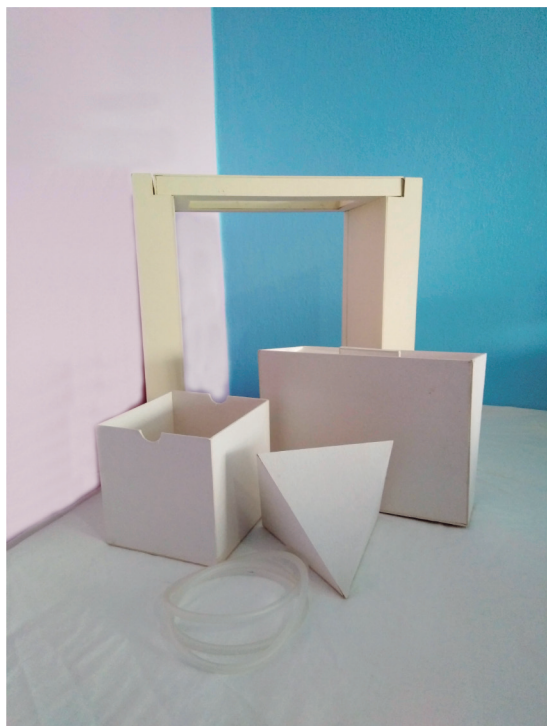


Figura 66. Componentes del material didáctico contruidos como modelo físico.
Fuente: Elaboración propia.

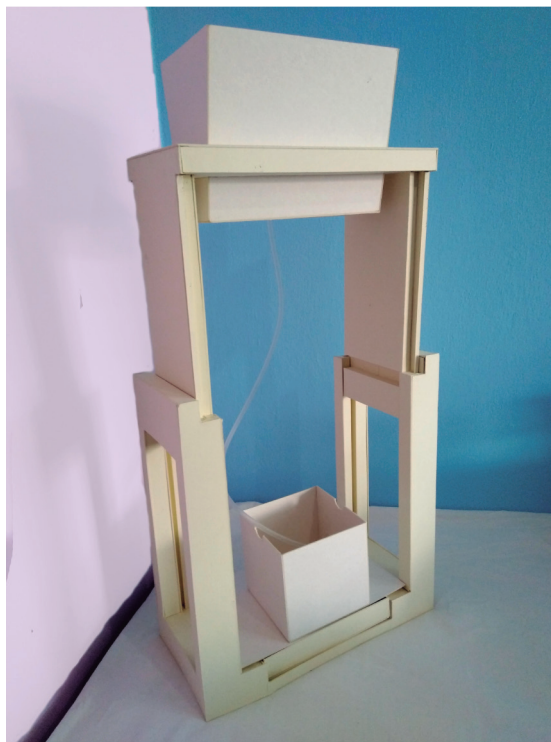


Figura 67. Posición de los componentes de acuerdo al uso del material.
Fuente: Elaboración propia.

La elaboración del modelo físico permitió realizar modificaciones en las medidas de los soportes y de la bandeja para retención de agua (Figura 68 y 69), así mismo, visualizar el tamaño total ocupado, el alcance de movilidad del mecanismo de deslizamiento de las piezas, el espacio destinado a los soportes, y también a establecer la forma viable de construcción.

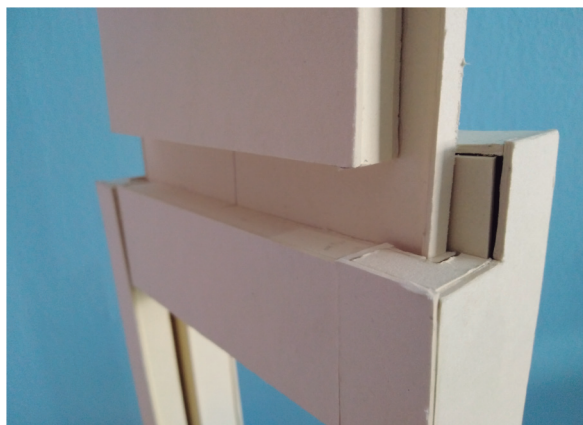


Figura 68. Detalle de los soportes analizado mediante el modelo físico.
Fuente: Elaboración propia.

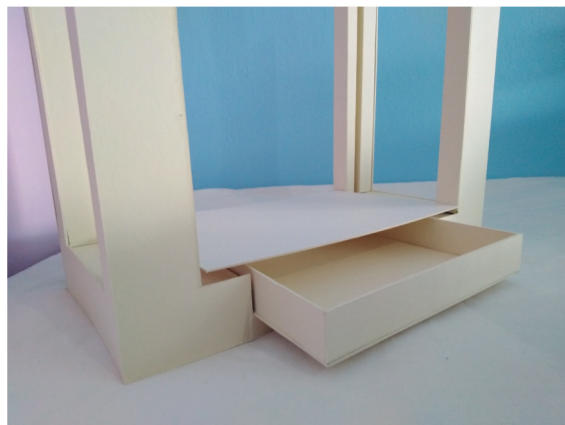


Figura 69. Bandeja inferior del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

4.3 Proceso de construcción

Hasta esta fase se han establecido la mayoría de las bases para la construcción del prototipo de material didáctico, por lo que en este apartado se abordan los procesos de fabricación que permitieron llegar mediante una serie de pasos al objetivo deseado.

Cabe señalar que la fabricación de la base y los recipientes que conforman el material didáctico se realizó mediante el empleo de las herramientas y maquinaria disponibles en el taller de maderas y plásticos de la Universidad Tecnológica de la Mixteca, por su parte, la fabricación de la regla mediante corte y grabado láser se realizó fuera de las instalaciones de la universidad, de acuerdo a ello se establecieron los siguientes procesos.

El proceso de fabricación de la regla y sus soportes fue mediante corte láser (Figura 70):

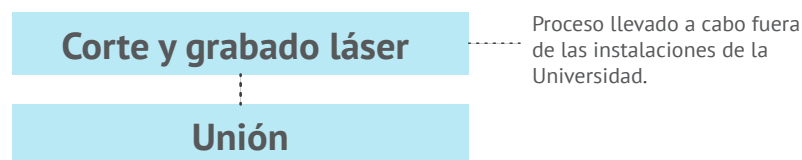


Figura 70. Proceso de fabricación de regla y soporte.
Fuente: Elaboración propia.

El proceso de construcción de la base comprende los siguientes pasos (Figura 71):



Figura 71. Proceso de fabricación de base.
Fuente: Elaboración propia.

El proceso de fabricación de los recipientes; prisma trapezoidal, cubo, pirámide de base cuadrada, bandeja inferior y tapa comprenden los siguientes pasos (Figura 72):



Figura 72. Proceso de fabricación de recipientes.
Fuente: Elaboración propia.

4.3.1 Materiales y herramienta

Los materiales, la herramienta y la maquinaria utilizada para la fabricación del material didáctico se resume en la Tabla 41:

Tabla 41. *Materiales, herramienta y maquinaria empleada en la construcción del prototipo.*

	Proceso	Material	Herramienta	Maquinaria
Base	Trazo	• 1 tabla de madera de pino de 2.5 m de largo por 30 cm de ancho y 2.4 cm de espesor.	• Lápiz • Borrador • Escuadra L de 12 pulgadas • Flexómetro	
	Corte		• Formon • Segueta • Prensas de 3 pulgadas	• Sierra de banco • Sierra de inglete • Caladora • Cepillo de carpintero
	Lijado		• Lija de 120 y 280 puntos	• Lijadora de banda eléctrica
	Unión	• Pegamento para madera	• Broca de 1/8 de pulg. • Broca de 1/4 de pulg. • Pijas de 1 1/2 de pulg. • Desarmador • Martillo y clavos	• Taladro
	Acabado	• Resanador para madera • Chapa de madera de pino de 2.15 m. • Resistol 5000 • Cera transparente	• Estopa	
Recipientes	Trazo	• Una placa de 100 x 55 cm de acrílico de 3 mm de espesor	• Plumón permanente • Escuadra • Regla	
	Corte		• Cortador de acrílico • Broca de 1/4 de pulg.	• Taladro de columna
	Lijado	• Dos placas de madera de 25 x 10 cm con corte a 45°	• Lija de 120 puntos	• Lijadora de banda con motor
	Unión	• Pegamento cianocrilato • Silicón transparente	• Escuadra	
Regla	Trazo	• Una placa 20 cm x 20 cm de acrílico de 3 mm de espesor	Se basó en plano (formato digital).	
	Corte	Corte y grabado láser		
	Unión	• Pegamento cianocrilato • Imanes de 0.5 cm de diámetro	• Escuadra	

Fuente: Elaboración propia.

4.3.2 Descripción gráfica de construcción

El proceso de construcción del prototipo de material didáctico se llevó a cabo en los talleres de maderas y plásticos de la Universidad Tecnológica de la Mixteca. Se comenzó con la construcción de la base, proceso que se describe a continuación.

4.3.2.1 Base

De acuerdo a los planos constructivos lo primero fue realizar el trazo de las piezas que conforman la base del material didáctico (Figura 73), las piezas se trazaron con lápiz, flexómetro y escuadra en la tabla de madera, después se realizó el corte de las mismas en la sierra de banco (Figura 74), cabe señalar que debido a la forma de las piezas requeridas algunas se cortaron utilizando la sierra de inglete.

Una vez que todas las piezas fueron cortadas se revisaron dichos cortes, con el objetivo de corregir imperfecciones se recurrió al uso de un formón para espacios reducidos y posteriormente el cepillo de carpintero ayudó a emparejar la superficie de la madera que lo requería.



Figura 73. Trazo de las piezas de la base.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 74. Corte de piezas en la sierra de banco.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 75. Lijado de piezas.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 76. 1) Laterales A y 2) Laterales B.
Fuente: Elaboración propia.

Una vez obtenidas todas las piezas lijadas se pasó a la etapa de unión, para ello se requirió pegamento blanco para madera y realizar una guía a través del taladro para facilitar el paso de las pijas de 1 1/2 pulgadas (Figura 77), algunas partes se reforzaron con clavos.

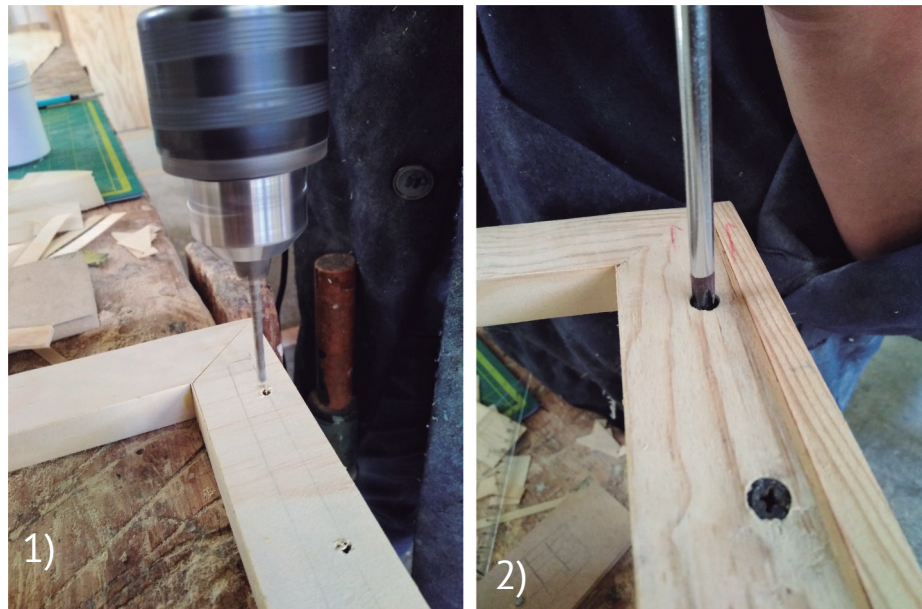


Figura 77. 1) Guías y 2) colocación de pijas.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 78. Parte superior de la base.
Fuente: Elaboración propia.

Algunos detalles de unión se mejoraron aplicando resanador de madera, posteriormente se colocó chapa de madera en toda la superficie de la base, una vez seco se aplicó como acabado sellador y una capa de cera transparente, lo que permitió conservar el color natural de la chapa y darle una textura lisa a toda la superficie, el sellador y la cera se escogieron ya que son aquellos acabados que protegen a la madera de la humedad y otras condiciones de la intemperie que ayudan a conservar la madera en buen estado por mayor tiempo (Figura 79).

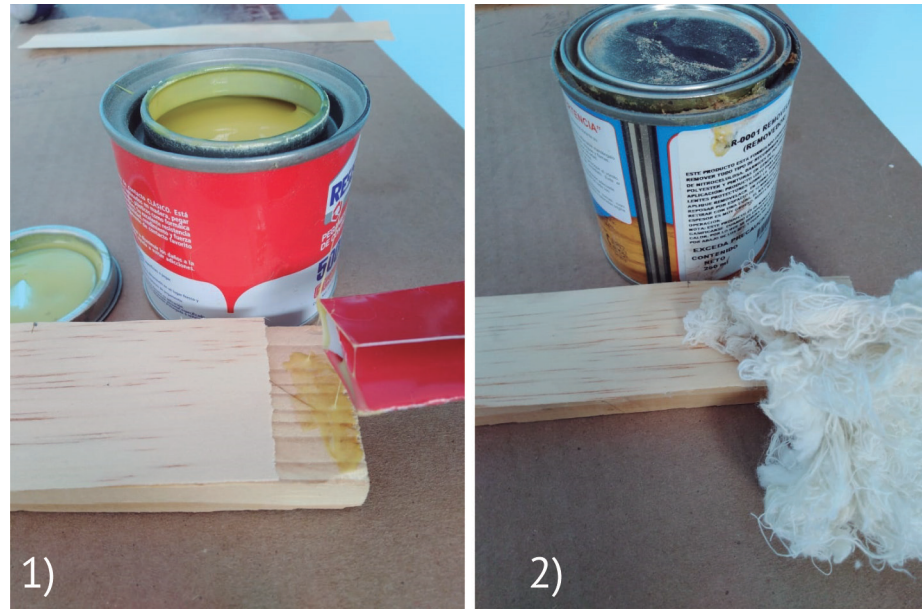


Figura 79. 1) Colocación de chapa y 2) aplicación de cera.
Fuente: Elaboración propia.

4.3.2.2 Recipientes y bandeja inferior

Concluida la base del prototipo se inició con la construcción de los recipientes y la bandeja inferior, el proceso se inició con el corte de cada una de las piezas en la placa de acrílico utilizando un cortador de acrílico, plumín, regla y escuadra (Figura 80), posteriormente se lijaron de forma manual y por medio de la lijadora de banda con motor (Figura 81) .



Figura 80. Corte de las piezas en acrílico.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 81. Lijado a 45° de los borde de las piezas de los recipientes.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 82. Lijado de las piezas para quitar imperfecciones de corte.
Fuente: Elaboración propia.

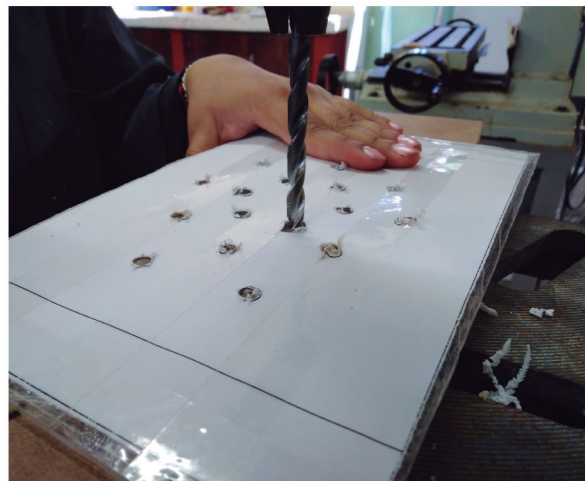


Figura 83. Perforaciones de la tapa de la bandeja inferior.
Fuente: Elaboración propia.

Una vez que se obtuvieron las piezas necesarias de acuerdo a los planos constructivos, se pasó a la fase de unión utilizando unas gotas de pegamento de cianocrilato, las uniones además de sellaron con silicón transparente (Figura 84) cabe señalar que los recipientes se unieron mediante cortes a 45°, lo anterior principalmente por la función de cada elemento dentro del prototipo de material didáctico.



Figura 84. Aplicación de silicón transparente.
Fuente: Elaboración propia.

4.3.2.3 Regla

Por su parte, la regla y los soportes que se obtuvieron mediante corte y grabado láser no requirieron un acabado ya que el mismo proceso proporciona una superficie lisa (Figura 85).



Figura 85. Piezas de la regla.
Fuente: Elaboración propia.

4.3.2.4 Otros

Adaptación de boquilla y manguera

Cabe señalar que se adaptó al recipiente mayor una boquilla prefabricada mediante una perforación de 1/32 pulgadas en la pieza de la base del recipiente mayor, la boquilla destinada a realizar la conexión entre el recipiente y la manguera se colocó a presión y se reforzó mediante unas gotas de cianocrilato en todo el contorno de la unión, una vez seco se selló la unión mediante silicón transparente para evitar cualquier fuga de agua (Figura 86).

La manguera translúcida es de tipo comercial y por lo tanto de fácil adquisición, cuenta con un diámetro de 3/16 pulgadas y para el prototipo se requirió de una longitud de 45 cm, se ajusta a la boquilla mediante giros circulares y a presión, para evitar que el líquido se salga mientras se llena el recipiente, el extremo de la manguera posee una tapa igualmente prefabricada por lo que una vez iniciada la actividad el usuario solo necesitará removerla y colocar en posición la manguera dentro del recipiente a usar (Figura 87).

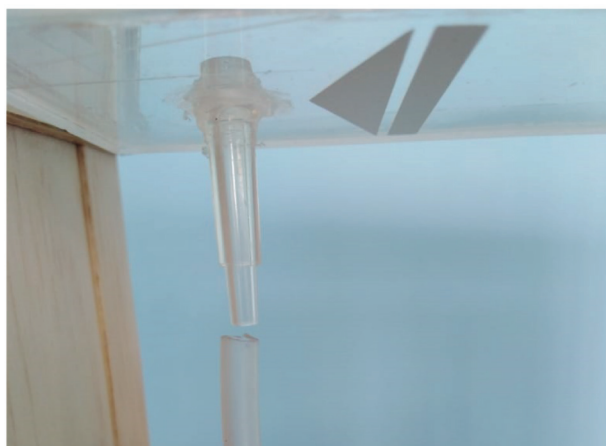


Figura 86. Boquilla adherida al recipiente primario.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 87. Tapa de manguera.
Fuente: Elaboración propia.

4.5 Prototipo final

El resultado de la construcción es un prototipo de material didáctico que considera los requerimientos de diseño establecidos en el capítulo tres. El prototipo fue elaborado con madera de pino y acrílico transparente, se encuentra conformado por un total de once piezas cuyas dimensiones permiten su portabilidad, ya que de forma compacta el material y sus elementos ocupan un volumen total de 0.0135 m³ (31x16x31 cm).

El prototipo de material presenta formas geométricas simples, la base de madera posee una cubierta de chapa de madera que unifica la apariencia del material, como acabado contiene una capa de sellador y una capa de cera transparente que proporcionan una textura lisa a toda la superficie al mismo tiempo que favorecen al cuidado y mantenimiento del prototipo durante y después de la actividad.

Por su parte, los recipientes y la regla fabricados en acrílico transparente permiten al usuario observar el comportamiento del líquido al interior, el tamaño y la capacidad de cada uno favorece la manipulación de los mismos.

En la Figura 88 se puede apreciar el material didáctico de forma compacta, es decir, ordenando los elementos de forma que se puedan transportar de forma fácil y práctica. En la Figura 89 se presentan todos los elementos contruidos que conforman el material didáctico, en total se fabricaron siete elementos y la manguera que se adquiere de forma independiente.

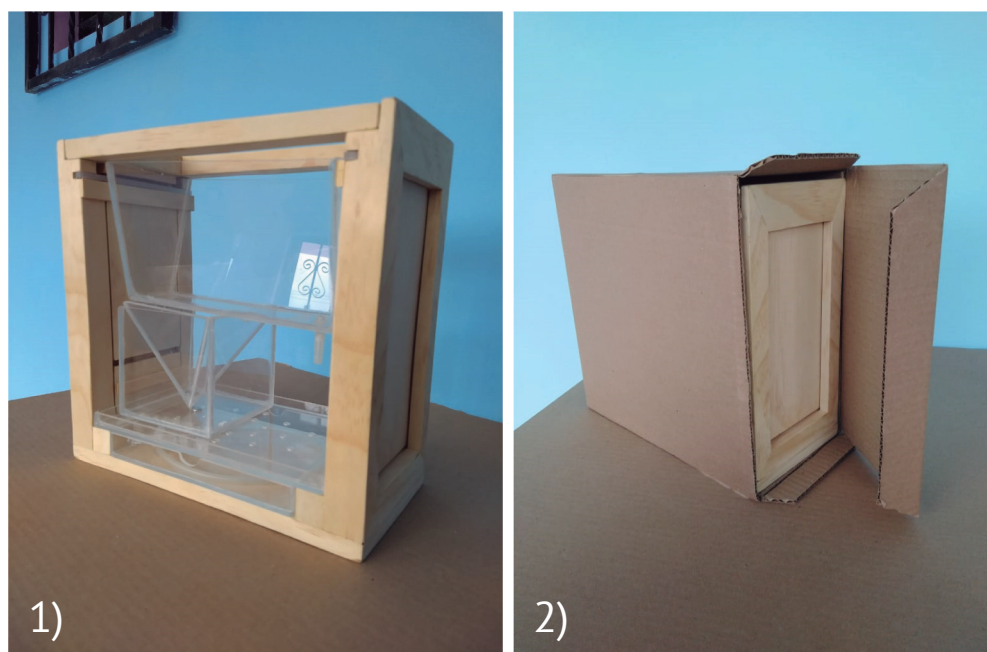


Figura 88. 1) Prototipo final y 2) opción de transportación.
Fuente: Elaboración propia.

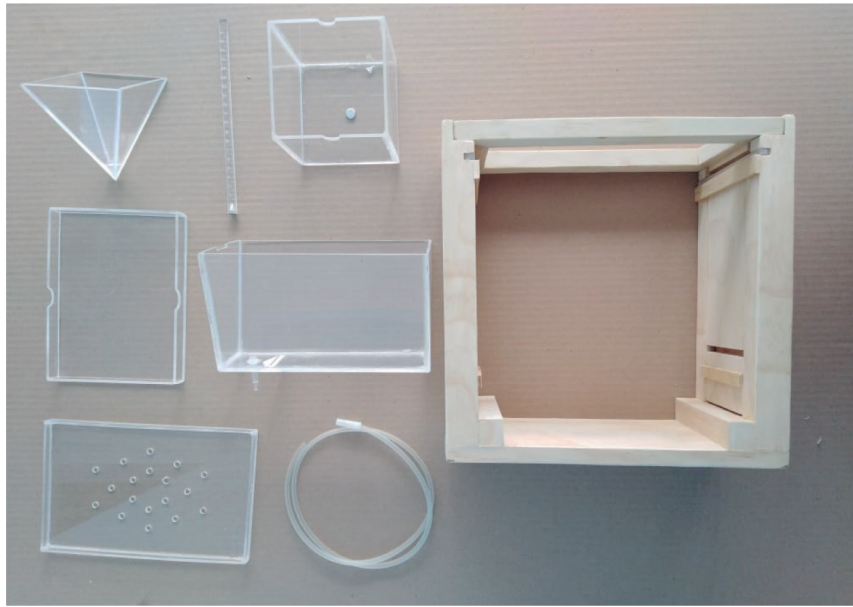


Figura 89. Elementos del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 90 se puede apreciar el soporte de la regla y el imán ya adherido a esta. En la Figura 91 se muestra la bandeja inferior cuya función es retener el agua en caso de derrame de líquido y guardar los elementos como la manguera y la regla, también se pueden apreciar los cortes circulares que permiten una fácil manipulación. En la Figura 92 se puede ver la colocación de la regla dentro del recipiente y en la Figura 93 se muestra la ubicación de los soportes que aseguran la estabilidad del mecanismo de deslizamiento de la base.



Figura 90. Regla.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 91. Bandeja inferior.
Fuente: Elaboración propia.

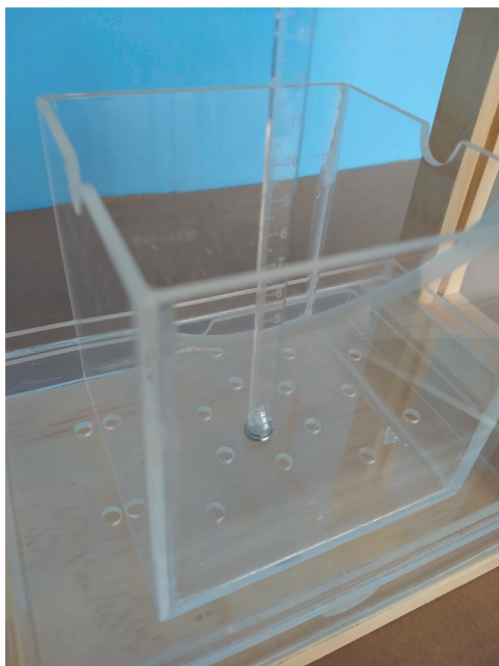


Figura 92. Sujeción de la regla.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 93. Soportes en la base.
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 94 se puede observar la posición de la base y de los elementos en uso, la parte superior de la base se encuentra elevada y asegurada por los soportes, la parte superior carga al recipiente primario, la regla se encuentra posicionada dentro del cubo, así como el extremo libre de la manguera.



Figura 94. Ubicación de los elementos del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

4.5.1 Instructivo

Los instructivos son documentos que se elaboran a partir de un producto y cuya principal función es indicar al usuario la forma en que se tiene que proceder para armar un producto, darle mantenimiento, instalarlo o repararlo, un instructivo tiene como objetivo guiar al usuario a una experiencia satisfactoria con el producto (Robles, 2017).

Partiendo de que el prototipo de material didáctico se conforma de varios elementos que poseen una función en específico se consideró la necesidad de elaborar y proporcionar al usuario un instructivo con el objetivo de describir únicamente el proceso de armado y mantenimiento del material didáctico, mediante este instructivo el usuario puede atender cada paso específico facilitando el uso correcto de cada uno de los elementos que conforma el material didáctico, a continuación se presenta una descripción del instructivo que se visualiza en el Anexo 9 de este documento. El instructivo elaborado integra los siguientes aspectos.

1. Elementos que conforman el material didáctico.

En esta primera sección se muestra un gráfico de todos los elementos que conforman el material didáctico identificados por número y nombre.

2. Instalación de la base.

Sección donde se describe mediante tres pasos y un gráfico la forma en la que el usuario deberá manipular los soportes de seguridad permitiendo el deslizamiento de la sección superior de la base y su ajuste para utilizarla durante la actividad.

3. Instalación del recipiente mayor.

Aquí se describen los pasos que el usuario deberá seguir para instalar la manguera al recipiente primario considerando los cuidados que deberá tener para no dañar la boquilla inferior del recipiente al momento de su colocación en la base y/o durante el llenado.

4. Regla.

Se describe cómo funciona la regla dentro de los recipientes.

5. Bandeja inferior.

Se explica la función de este elemento.

6. Para limpiar y transportar.

En esta última sección se hace mención de la forma más adecuada de limpiar los recipientes y la base evitando solventes o líquidos corrosivos que dañen el material, también se menciona la forma en la que se sugiere se coloquen todos los elementos para permitir transportarlo de forma fácil y sencilla.

4.6 Evaluación del prototipo

La fase de evaluación del prototipo de material didáctico tuvo como propósito evaluar el nivel de aceptación del material didáctico, debido principalmente a las dificultades encontradas y descritas en el capítulo dos, relacionadas principalmente a aspectos técnicos y prácticos, las cuales se trabajaron a lo largo del presente proyecto.

La fase de evaluación se llevó a cabo mediante el apoyo de la Supervisión Escolar BGE de la Zona 030 en el estado de Puebla, asignando para tal motivo el Bachillerato General Oficial “Rafael Ramírez”. La evaluación se llevó a cabo con 20 alumnos de segundo semestre de dicha institución, cabe señalar que para contar con el permiso fue necesario establecer un plan de evaluación previo a la visita, el cual se conformó por las siguientes actividades.

4.6.1 Planeación

Se propuso que la evaluación abarcara cuatro actividades:

1. Evaluación diagnóstica (25 min)
2. Presentación del material didáctico (10 min)
3. Uso del material didáctico (30 min)
4. Evaluación final (15 min)

4.6.2 Desarrollo

Previo a la evaluación diagnóstica se realizó una breve presentación que duró un tiempo aproximado de 5 min. A continuación, se describe lo realizado en cada actividad:

- *Presentación (5 min)*

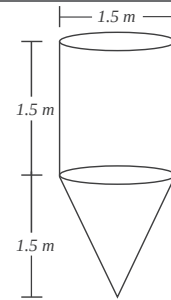
La presentación estuvo a cargo del profesor de grupo, quien presentó a la persona evaluadora y el motivo de la visita al plantel.

- *Evaluación diagnóstica (tiempo aproximado 25 min)*

El profesor de grupo explicó a los alumnos de forma grupal parte de la estrategia didáctica y la intención del material didáctico, involucrando algunos conceptos claves del tema como variable tiempo, variable altura, forma, sección transversal. La evaluación diagnóstica consistió en la aplicación de una pregunta de apertura, con el objetivo de guiar a los alumnos al contexto del llenado de recipientes, esta se muestra a continuación.

A) Presentación del problema

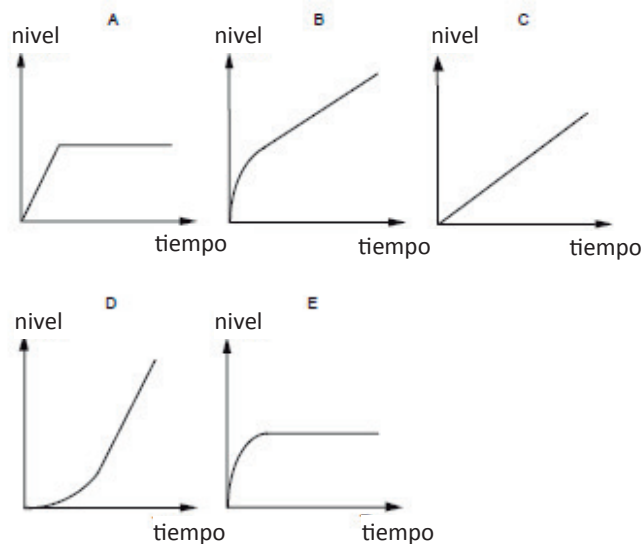
El diagrama muestra la forma y dimensiones de un tanque de almacenamiento de agua. Al inicio el tanque está vacío. Una llave está llenando el tanque a razón de un litro por segundo.



B) Preguntas del problema

Pregunta 1

¿Cuál de las siguientes graficas muestra cómo cambia la altura del nivel del agua en el tanque al transcurrir el tiempo?



La Evaluación diagnóstica conformada por una pregunta sobre el llenado de depósitos permitió conocer que de 20 alumnos solo 6 resolvieron correctamente la pregunta. La Evaluación diagnóstica tuvo como objetivo guiar al alumno al contexto de la Estrategia didáctica del Llenado de recipientes.

• Presentación del material didáctico (tiempo aproximado 10 min)

En esta parte se presentó el material didáctico y el instructivo a los alumnos dando una breve explicación de la relación del material y la pregunta establecida en la evaluación diagnóstica. Una vez concluida la presentación, se abordó parte de la estrategia didáctica ayudando a los alumnos a establecer las variables en juego, además los alumnos opinaron sobre la evaluación diagnóstica y las dificultades que algunos presentaron al contestar la pregunta, dejando todavía dudas sobre la respuesta correcta se inició con la siguiente actividad.

- *Uso del material didáctico (tiempo aproximado 30 min por equipo)*

El grupo de 20 alumnos fue dividido en cuatro equipos de 5 integrantes, se estima que para cada grupo de alumnos el tiempo requerido fue de aproximadamente 25 a 30 min, en grupo se determinaron los parámetros de tiempos más acordes y los roles necesarios para realizar la actividad como se describe en el capítulo dos. Posteriormente los alumnos hicieron contacto con el material didáctico al mismo tiempo que uno de ellos leía el instructivo (Figura 95), colocaron la base, después unieron la manguera al recipiente primario, en equipo decidieron con qué recipiente empezarían, una vez colocada la regla dentro de este iniciaron con la actividad; tomando el tiempo y la lectura del líquido dentro del recipiente.



Figura 95. Lectura del instructivo del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 96, se puede observar a los alumnos instalando la base del material didáctico manipulando los soportes internos de la misma, posteriormente se colocó el recipiente primario sobre la base del material para después agregar agua en su interior (Figura 97). Después, mediante el instructivo ubicaron los recipientes secundarios y la regla (Figura 98).



Figura 96. Colocación de la base del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

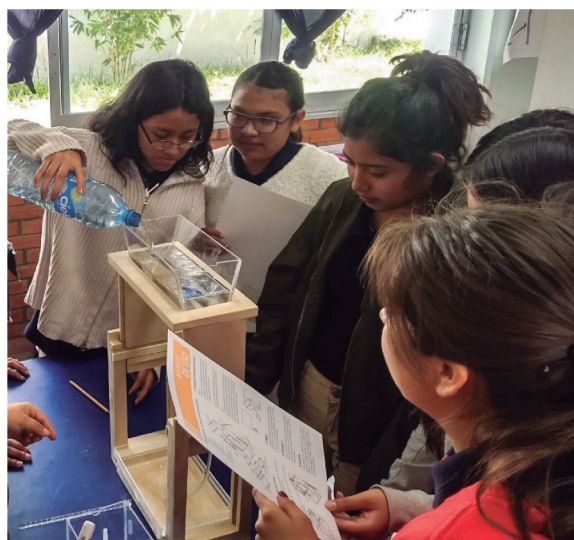


Figura 97. Uso del recipiente primario.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 98. Manipulación del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

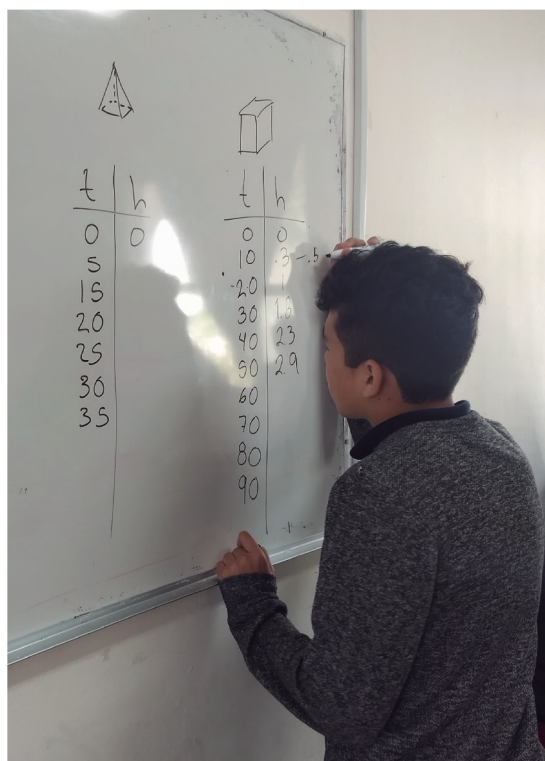


Figura 99. Anotación de datos.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 100. Lectura del nivel de líquido dentro de los recipientes.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 101. Limpieza del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

Se observó lo siguiente:

- Los alumnos manipularon el material didáctico.
- Un alumno anotaba en el pizarrón los datos que decían sus compañeros.
- Otro alumno tomaba el tiempo.
- Tres alumnos observaban el comportamiento del agua dentro de los recipientes

Una vez que cada grupo realizó y manipuló el material se les pidió que con base a los resultados encontrados elaboraran sus respectivas gráficas, al concluir todos con la actividad y con la elaboración de las gráficas discutieron en grupo la respuesta correcta a la pregunta de la evaluación diagnóstica.

• *Evaluación final (tiempo aproximado 15 min)*

Para finalizar se les pidió a los alumnos contestar una encuesta de diez preguntas relacionadas con el uso y manipulación del material didáctico, dicha evaluación tuvo una duración aproximada 10 minutos, el formato de la evaluación final se presenta en el Anexo 10 de este documento. Una vez que los alumnos concluyeron entregaron la hoja al evaluador.

4.6.3 Resultados obtenidos

La Evaluación final estuvo integrada por una serie de preguntas que en su mayoría presentaron escala Likert. La escala Likert es considerada como un instrumento psicométrico conformado por un conjunto de ítems que se refieren a aspectos de actitud, es decir, que indican el nivel de acuerdo o desacuerdo de una afirmación, ítem o pregunta (Matas, 2018), la evaluación final permitió medir la actitud de los usuarios hacia el objeto, en este caso conocer el nivel de aceptación de los usuarios hacia el material didáctico, para ello se recurrieron a preguntas de cinco, cuatro y tres respuestas relacionadas a aspectos visuales, físicos y prácticos del material didáctico, el formato de la evaluación y las gráficas obtenidas se presentan en el Anexo 10 y 11 de este documento.

Cada respuesta tuvo asignado un valor (de 1 a 5), es decir, las respuestas que contribuyeron a una actitud favorable tuvieron un puntaje mayor a las que no favorecían. Una vez establecidos los valores, se realizó el conteo de respuestas, el puntaje final surgió de la sumatoria del total de respuestas por el valor del mismo, para visualizar mejor los puntajes se presentaron en gráficas conformadas por los valores máximos y mínimos, es decir, para todas las respuestas el valor mínimo fue de 20 (valor que surge de multiplicar 20 respuestas con un valor de 1), el valor máximo fue de 100 (para las preguntas de 5 respuestas es el resultado de calcular 20 respuestas con valor de 5), 80 (para las preguntas de 4 respuestas) y de 60 (para 3 respuestas), cabe señalar que un puntaje de 100 para el caso de una pregunta de 5 respuestas (80 y 60 según el número de respuestas) representaría una actitud sumamente favorable, mientras que un puntaje de 20 se interpretaría como una actitud sumamente desfavorable.

Los resultados de las preguntas relacionadas a la manipulación, dimensión, estabilidad, interés y función del material didáctico se resumen en la Figura 102.

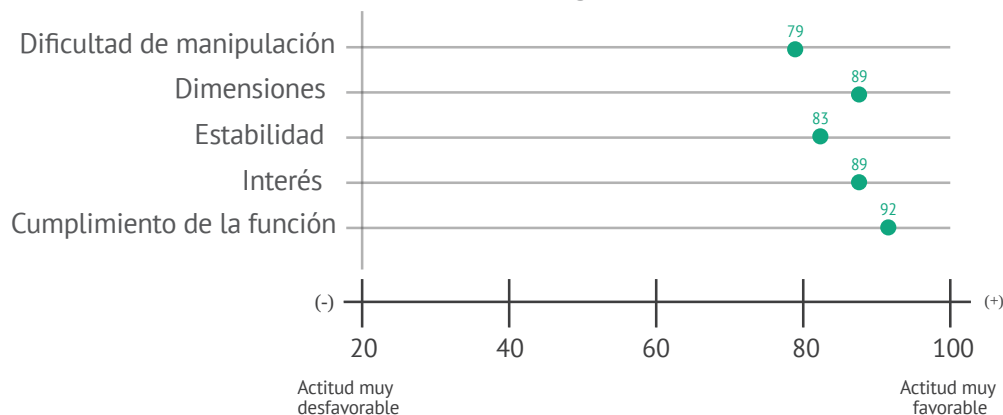


Figura 102. Resultados de características generales.
Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar se obtuvo una actitud favorable respecto a estas características del material didáctico, sobresaliendo el cumplimiento de la función del material que obtuvo un puntaje de 92.

También se evaluaron aspectos como los materiales de fabricación (madera y acrílico), la forma y el mecanismo de deslizamiento de la base, la forma de los recipientes y el tipo de sujeción de la regla (Figura 103), los puntajes obtenidos indicaron una actitud favorable, destacando la calificación que los usuarios otorgaron a los materiales de fabricación.

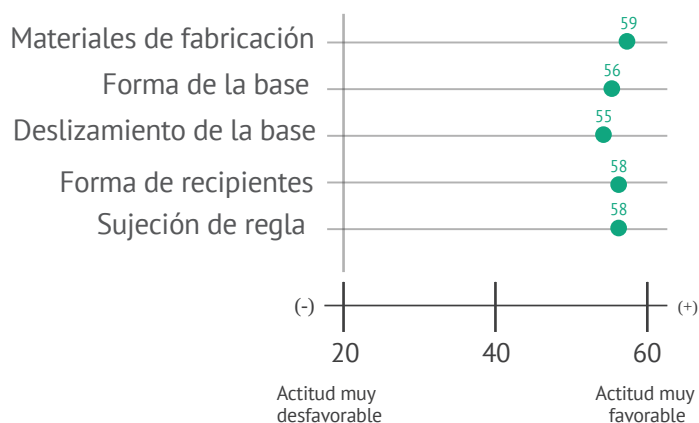


Figura 103. Resultados de características específicas del material didáctico.
Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, se evaluó el grado de utilidad del instructivo y del material didáctico con respecto a la evaluación diagnóstica, estos resultados se pueden observar en la Figura 104.

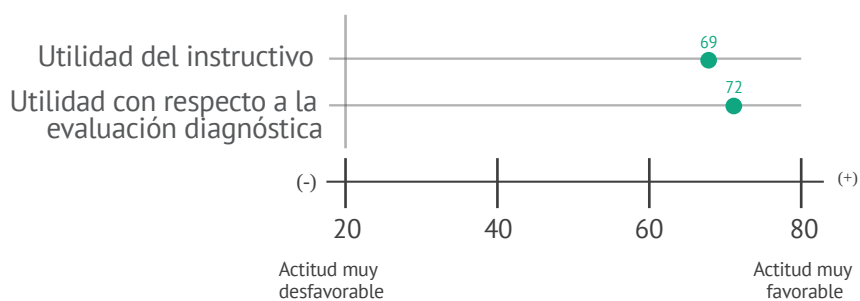


Figura 104. Resultados respecto al instructivo y evaluación diagnóstica.
Fuente: Elaboración propia.

La evaluación final con el usuario destino también permitió observar las fortalezas y debilidades del prototipo de material didáctico, lo anterior se corroboró con la última pregunta abierta realizada al usuario, mediante la cual se conocieron aquellas mejoras sugeridas para el material, de las cuales destacan; un instructivo con lenguaje menos formal y mayor estabilidad del recipiente de pirámide dentro del cubo.

Los resultados obtenidos demuestran un nivel de aceptación favorable del material didáctico, con lo cual se puede afirmar que el material cumple con los objetivos y requerimientos del proyecto, ya que contribuye a mostrar de manera práctica y funcional las variables que intervienen durante el desarrollo de la estrategia didáctica del llenado de recipientes.

4.6.3.1 Interacción entre usuario y material didáctico.

Además de los resultados obtenidos durante la evaluación se pudo percibir que el material didáctico despertó interés en los usuarios desde el momento en el que se les presentó debido al material de fabricación (madera y acrílico). Además durante la asignación de los roles para el desarrollo de la actividad los alumnos se interesaron por estar en contacto directo con los elementos del material didáctico.

Dentro del material didáctico se agregó un instructivo que ayudó a los alumnos, ya que mediante este pudieron conocer los elementos del material y la ubicación de cada uno, cabe destacar que para instalar la base el uso del instructivo fue primordial ya que los gráficos ayudaron a describir la ubicación y el funcionamiento de los soportes internos de la base. De forma general, el instructivo permitió una adecuada y agradable interacción entre el usuario y el material didáctico, ya que de los cuatro equipos de alumnos formados para la actividad solo un equipo realizó dos preguntas relacionadas al funcionamiento técnico del material didáctico.

Durante el desarrollo de la actividad se observó que los alumnos podían interactuar con facilidad detectando claramente el funcionamiento de cada elemento. Además, se percibió que las dimensiones y la capacidad de los recipientes fue la adecuada para el desarrollo de la actividad. Al finalizar, los alumnos pudieron secar los recipientes y la base sin inconvenientes así como regresar el material a su empaque.

Conclusiones

El estudio de las matemáticas, así como de otras disciplinas en el Nivel Medio Superior es de gran importancia ya que en esta etapa los alumnos confirman o definen su vocación profesional, abriéndose paso a continuar con sus estudios en el nivel Superior.

Con la propuesta de material didáctico desarrollada se cumplieron los objetivos planteados al inicio del mismo. Se diseñó y fabricó un prototipo de material didáctico que se adapta a las necesidades del usuario, ya que sus características permiten la adecuada obtención de datos relacionados al concepto de la variable como relación funcional, contribuyendo al desarrollo de una estrategia didáctica empleada para la enseñanza de dicho concepto en el Nivel Medio Superior. Lo anterior se logró inicialmente mediante un *“análisis bibliográfico de los materiales didácticos existentes en el área de matemáticas”*, posteriormente, a través de un trabajo de campo que abarcó la observación del desarrollo de la estrategia didáctica y una encuesta aplicada a profesores y alumnos de nivel medio superior, se pudo identificar y recabar las necesidades del usuario y el cumplimiento del objetivo *“definir los requerimientos de diseño para el prototipo de material didáctico”*.

La fase de generación de ideas permitió crear las alternativas de solución al problema, las cuales surgieron de un análisis morfológico que consistió en dividir el problema en subproblemas conformando matrices morfológicas que proporcionaron una gran variedad de combinaciones de ideas, de ellas se tomaron las tres propuestas más viables para cada subproblema, lo anterior permitió el cumplimiento del tercer objetivo; *“conceptualizar el diseño de tres propuestas de material didáctico”*.

Posteriormente dichas propuestas se sometieron a evaluación mediante una matriz de factores ponderados, lo que permitió determinar la propuesta que en su mayoría satisfacía los requerimientos de diseño anteriormente planteados.

Una vez obtenida la propuesta final de cada subproblema y con la intención de establecer el concepto final se trabajó mediante de un modelo virtual 3D y un modelo físico, lo que ayudó a corregir detalles de diseño. Por último, la fase de desarrollo y construcción del prototipo implicó atender las características particulares de los materiales para hacer una adecuada selección de los mismos, cumpliendo con el cuarto objetivo del proyecto *“seleccionar los materiales más apropiados para la construcción del prototipo de material didáctico”* y con ello establecer también un adecuado proceso de fabricación. Lo anterior arrojó resultados satisfactorios ya que dicha fase dio paso a la materialización del concepto de diseño de material didáctico, es decir, al cumplimiento del quinto objetivo *“construir el prototipo de material didáctico escala 1:1”*.

La fase de evaluación que se centró en percibir el nivel de aceptación del material didáctico en los alumnos evaluando características físicas, visuales y prácticas confirma el cumplimiento del sexto y último objetivo planteado en el proyecto, *“evaluar el prototipo de material didáctico con alumnos de nivel medio superior”*.

Resumiendo, se tiene un material didáctico con las siguientes características:

1. El material didáctico presenta formas geométricas sencillas, lo que favorece a percibir un concepto de organización, coherencia y unidad.
2. La madera con la que esta construida la base posee un tratamiento a base de sellador y cera conveniente a las condiciones de uso, además conserva su color natural.
3. Las dimensiones del material didáctico se basan en la antropometría del usuario.
4. Sus componentes permiten al usuario ubicar y armar el material didáctico de forma fácil y sencilla.
5. El material posee elementos que se pueden remover y colocar sin afectar su función.
6. Las puntas de la base de madera y de los recipientes de acrílico poseen formas redondeadas.
7. En el instructivo se indica el tipo de mantenimiento para los componentes de acuerdo al material de fabricación.
8. Algunos componentes del material didáctico poseen bordes que facilitan su manipulación.
9. El material didáctico posee un mecanismo de suministro de líquido del recipiente primario a los secundarios, un tipo de caída y gasto de líquido, así como un tipo de sujeción de la regla a los recipientes.

10. El material didáctico de forma compacta facilita su transportación.

Así mismo, se analizó y se propuso con base a la clasificación de materiales didácticos de Flores et al. (2011) una clasificación que permita al material didáctico situarlo según sus características generales en este amplio campo (Tabla 42):

Tabla 42. *Propuesta de clasificación del material didáctico desarrollado.*

Clasificación según su <i>utilidad</i>	
Contenido	Álgebra
Nivel educativo	Nivel Medio Superior
Momento en el que se utiliza	Post-instruccional
Tipo de actividad	Mostrar-Observar/Manipular
Tipo de aprendizaje	Comprender (relacionar)
Clasificación según su <i>formato</i>	
Soporte	Físico (madera y acrílico)
Accesibilidad	Factible de construcción
Grado de difusión	Muy específico y poco difundido.

Fuente: Elaboración propia con información de Flores, et al. (2011).

Finalmente, se puede decir que el diseño de un material didáctico en el área educativa es una tarea interdisciplinaria, en donde la participación del ingeniero en Diseño es de gran importancia para identificar, evaluar y aportar soluciones de diseño, y con ello generar herramientas mediante las cuales se pueda mostrar al alumno conceptos o temas de forma dinámica y práctica, permitiendo al mismo tiempo contribuir en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Se espera que la propuesta de material didáctico desarrollada responda a las demandas de la estrategia didáctica descrita en este proyecto y que además sea de utilidad para los profesores que implementan diversos materiales y recursos didácticos en el aula con el objetivo de generar interés, despertar la curiosidad y acercar a los alumnos a las aplicaciones de conceptos en el área matemática y otras ciencias.

Trabajo a futuro

El finalizar el prototipo de material didáctico y llevarlo a evaluación con los usuarios destino permitió detectar las fortalezas y debilidades del mismo, se obtuvieron resultados favorables, sin embargo el prototipo podría ser mejorado en los siguientes aspectos:

Materiales y manufactura

La estructura de madera en determinado tiempo puede sufrir deterioro principalmente por la constante exposición a la humedad, por lo que este podría ser sustituido por algún material plástico que no sufra esas afectaciones o un aglomerado con cubierta de melanina.

Los recipientes de acrílico podrían elaborarse en un plástico transparente más ligero y más resistente a las caídas, ya que a pesar de que el acrílico es un material con alto grado de dureza, al caerse puede quebrarse o astillarse, lo que se vuelve peligroso para el usuario.

Tecnología

Para garantizar que la caída del agua a través de la manguera sea constante todo el tiempo se podría implementar a través de un motor un sistema que mantenga constante el flujo del agua, y que proporcione a su vez diferentes velocidades de flujo.

El mecanismo de deslizamiento vertical de la base podría ser rediseñada para proporcionar diferentes alturas que afecten la presión y el flujo de líquido con el fin de obtener variedad de resultados que enriquezcan la actividad.

Didáctica

En colaboración con especialistas en el tema se podrían establecer estrategias didácticas concretas usando el material didáctico y considerando lo siguiente:

- Elaborar más recipientes que se adapten al contexto, es decir, idear y fabricar figuras orgánicas o geométricas que arrojen gráficas e información interesante para el alumno.
- Utilizar líquidos de diversas densidades para obtener resultados diferentes.

Anexos

Anexo 1

Características de las pruebas para la evaluación del desempeño académico aplicadas en México.

Características de las pruebas PISA y Planea.

	PISA	Planea
¿Qué es?	Es un Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, es aplicado a países miembros de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) y países no miembros que lo soliciten.	El Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes que puso en operación el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en coordinación con la Secretaría de Educación Pública (SEP).
¿Cuál es su objetivo?	Aportar información a los sistemas educativos de los países y economías participantes para identificar áreas de oportunidad, y con ello se diseñen políticas y programas educativos orientados a mejorar la calidad y equidad de los resultados de aprendizaje.	Conocer en el estudiante el grado de dominio de un conjunto de aprendizajes clave en diferentes momentos de la educación obligatoria. Así como contribuir al desarrollo de directrices para la mejora educativa con información relevante sobre los resultados educativos y los contextos en que se dan.
¿Qué evalúa?	Evalúa tres dominios disciplinarios: Lectura, Matemáticas y Ciencias. El énfasis de la evaluación está puesto en el dominio de procesos, entendimiento de conceptos y en la habilidad de actuar en varias situaciones dentro de cada dominio.	Las pruebas Planea valoran aspectos relacionados con los aprendizajes clave del currículo: los campos formativos de Lenguaje y Comunicación y Matemáticas, y también habilidades socio afectivas.
¿Cuándo se aplica?	Cada tres años con énfasis en un dominio diferente.	Cada año (sin embargo, pueden variar los niveles en los que se aplique la prueba).
¿A quiénes se aplica?	Estudiantes de 15 años de edad, es decir, una población que se encuentra cursando algún grado de educación secundaria o media superior o bien que esté próximo a integrarse a la vida laboral.	A alumnos de sexto de primaria, tercero de secundaria y del último grado de Educación Media Superior.
¿En qué consiste?	En una medición de dos horas y media (con descansos) basada en instrumentos de lápiz y papel. Se aplican dos tipos de instrumentos: un cuadernillo para los alumnos (13 versiones), y el otro un cuestionario de contexto dirigido al estudiante y al director del centro escolar.	Es una prueba alineada al Marco Curricular Común, en particular a los campos disciplinares asociados con las competencias de Lenguaje y Comunicación y Matemáticas. Está conformada por 100 reactivos de opción múltiple, 50 que evalúan Lenguaje y Comunicación y 50 de Matemáticas.

	PISA	Planea
¿Cuándo y cómo se difunden los resultados?	Aproximadamente un año después de la aplicación. Cada país es responsable de integrar y difundir su propio reporte.	Los resultados se dan a conocer al inicio del ciclo escolar posterior a la aplicación.
¿Desde cuándo se aplica en México?	Desde el primer ciclo de aplicación en el año 2000.	Desde el año 2015.

Fuente: Elaborada con datos obtenidos de <https://www.inee.edu.mx/>. y <http://www.planea.sep.gob.mx>.

Anexo 2

Formato de cuestionario exploratorio 1 aplicado a profesores de matemáticas de nivel medio superior.

Cuestionario Exploratorio 1

Objetivo del cuestionario:

Conocer la experiencia de profesores con el uso de materiales didácticos en el aula como apoyo en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en nivel medio superior.

Datos generales:

Género: ☐ Mujer ☐ Hombre	Institución en la que labora: ☐ Pública ☐ Privada
Edad:	Nivel educativo: ☐ Primaria ☐ Secundaria ☐ Bachillerato
Profesión:	

Instrucciones: Marque la(s) opción(es) que considere más adecuada(s).

(Al reverso de la hoja se encuentra un cuadro que clasifica los materiales didácticos).

1. ¿Con qué frecuencia utiliza materiales didácticos (diferentes a los libros de texto) en la enseñanza de temas matemáticos?

- ☐ Muy frecuente
- ☐ Frecuentemente
- ☐ Ocasionalmente
- ☐ Raramente
- ☐ Nunca

2. ¿Considera que existen suficientes materiales didácticos para enseñar temas matemáticos?

- ☐ Si
- ☐ No

Si su respuesta fue SI pase a la pregunta 4, si su respuesta fue NO, continúe con la siguiente pregunta.

3. ¿Qué tipo de inconvenientes encuentra en los materiales didácticos para el de área de matemáticas? Seleccione máximo 2 opciones.

- ☐ Su uso implica mucho tiempo
- ☐ Son caros
- ☐ Son difíciles de conseguir
- ☐ No se adecuan a los temas
- ☐ Se concentran en otros niveles educativos, principalmente: _____

4. ¿Con qué frecuencia ha elaborado su propio material didáctico?

- ☐ Muy frecuente
- ☐ Frecuentemente
- ☐ Ocasionalmente
- ☐ Raramente
- ☐ Nunca

5. ¿Ha presentado dificultades con su propio material didáctico?

- ☐ Si
- ☐ No

6. ¿Qué características de contenido debe tener un material didáctico para que usted lo elabore o lo emplee en el aula?

Seleccione máximo 2 opciones.

- ☐ De contenido interesante
- ☐ Versatilidad de conceptos/temas
- ☐ Proyecta aplicaciones reales
- ☐ Permite al alumno experimentar
- ☐ Trata de un tema en concreto/corto

7. ¿Qué características de diseño debe tener un material didáctico para que usted lo elabore o lo emplee en el aula?

Seleccione máximo 2 opciones.

- ☐ Práctico
- ☐ Atractivo visualmente
- ☐ Fácil de comprender/usar
- ☐ Seguro/confiable
- ☐ Tamaño adecuado

8. Además de las características de diseño ¿Qué otras características busca que brinde el material didáctico a sus alumnos?

Seleccione máximo 2 opciones.

- ☐ Integración entre alumnos
- ☐ Retroalimentación
- ☐ Niveles de complejidad
- ☐ Reutilización
- ☐ Accesibilidad

9. ¿Con qué tipo de material considera que se logra un mayor aprendizaje significativo en los estudiantes? Seleccione una opción.

- ☐ Impresos
- ☐ Audiovisuales
- ☐ Proyectados
- ☐ Manipulables
- ☐ Auditivos
- ☐ Otro: _____

10. De las siguientes áreas vistas en el nivel medio superior ¿en cuál percibe que los alumnos presentan mayores dificultades de comprensión?

Seleccione una opción.

- ☐ Aritmética
- ☐ Álgebra
- ☐ Probabilidad y estadística
- ☐ Geometría Plana
- ☐ Trigonometría
- ☐ Geometría Analítica
- ☐ Cálculo

¿Cuáles son algunas deficiencias percibidas?
Respuesta abierta.

¡Gracias por su colaboración!

Clasificación de Materiales Didácticos

Impresos: Libros de texto, Periódicos, Manuales, Revistas.

Audiovisuales: Videos, Películas.

Proyectados: Presentaciones powerpoint, Carteles, Laminas, Fotografías, Mapas, Planos.

Manipulables: Sets de construcción, Modelos de construcción, Modelos de encaje.

Auditivos: Grabaciones, Audios, Audiolibros.

Anexo 3

Resultados del Cuestionario Exploratorio 1.

Datos generales

Número de profesores encuestados: 20

Mujeres: 8

Hombres: 12

Perfil profesional:

Lic. en educación secundaria

Lic. en Contaduría

Lic. en Matemáticas Aplicadas

Ing. Química

Ing. en Industrias Alimenticias

Ing. en Electrónica

Ing. Agroindustrial

Ing. en Computación

Institución de trabajo:

Privada: 7

Pública: 12

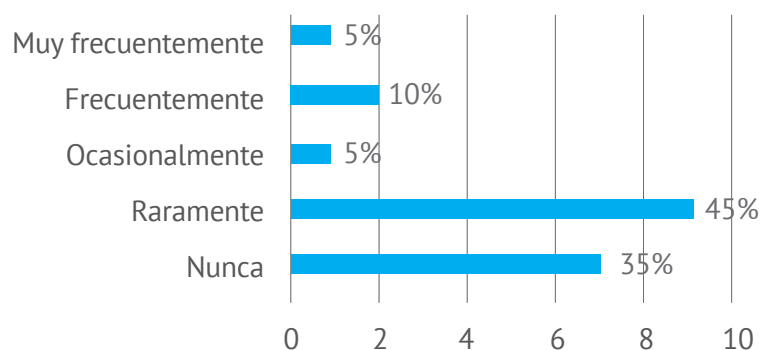
Ambos: 1

Nivel educativo:

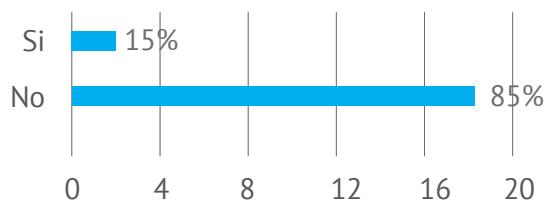
Bachillerato: 17

Bachillerato y secundaria: 3

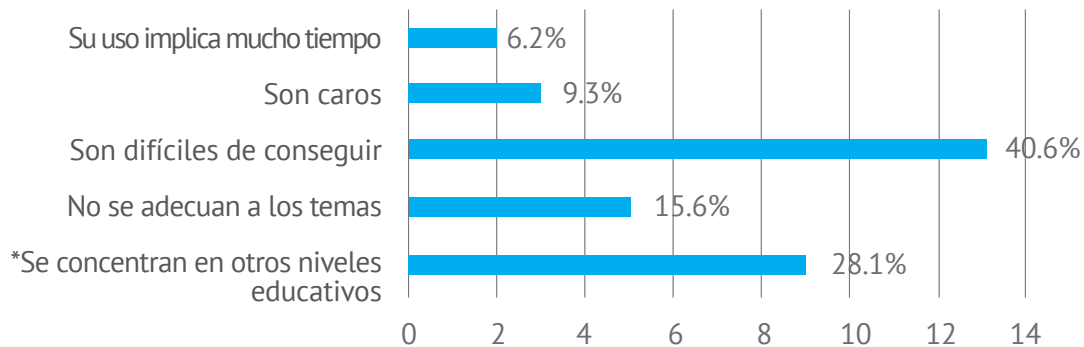
Pregunta 1. ¿Con qué frecuencia utiliza materiales didácticos (diferentes a los libros de texto) en la enseñanza de temas matemáticos?



Pregunta 2. ¿Considera que existen suficientes materiales didácticos para enseñar temas matemáticos? Si su respuesta fue SI pase a la pregunta 4, si su respuesta fue NO, continúe con la siguiente pregunta.



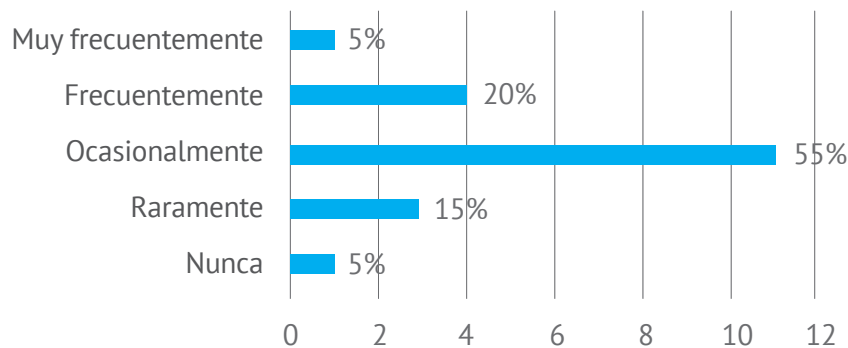
Pregunta 3. ¿Qué tipo de inconvenientes encuentra en los materiales didácticos que se encuentran en el mercado para el área de matemáticas? Seleccione máximo 2 opciones.



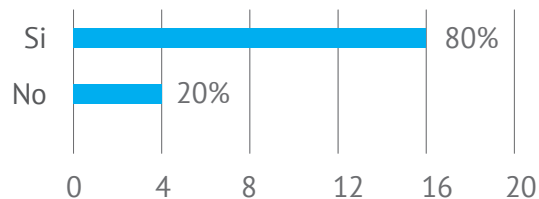
Esta pregunta fue respondida por 16 profesores, sin embargo, cada profesor seleccionó dos opciones, por lo que el porcentaje se basa en un total de 32 elecciones.

**Los 9 profesores que eligieron la última opción agregaron que los materiales se concentran en PRIMARIA.*

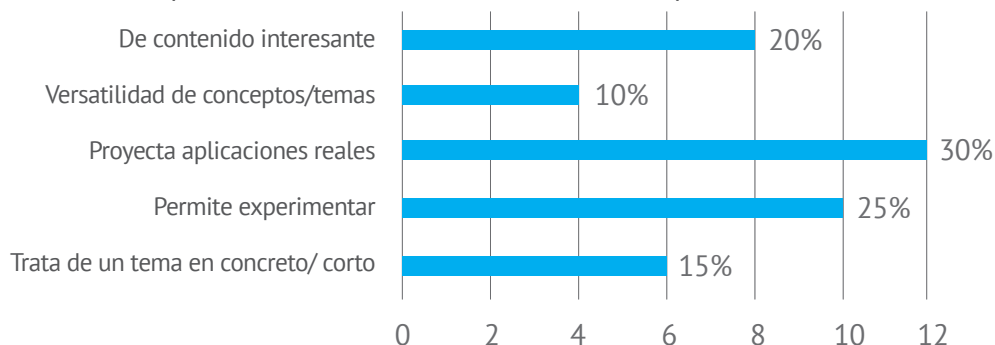
Pregunta 4. ¿Con qué frecuencia ha elaborado su propio material didáctico?



Pregunta 5. ¿Ha presentado dificultades con su propio material didáctico?

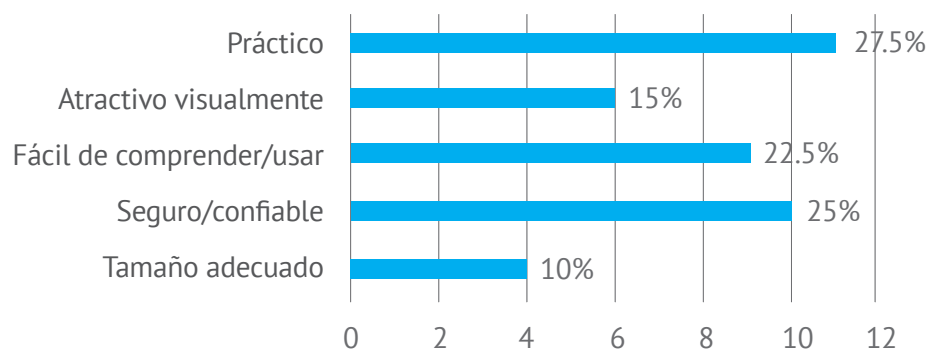


Pregunta 6. ¿Qué características de contenido debe tener un material didáctico para que usted lo elabore o lo emplee en el aula? Seleccione máximo 2 opciones.



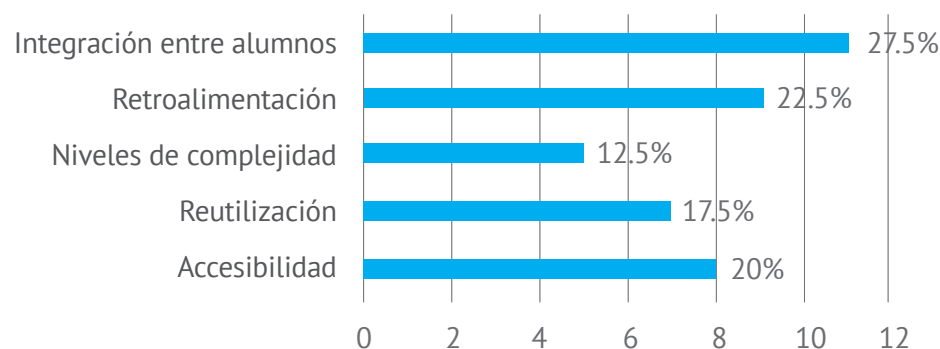
La pregunta 6 fue respondida por 20 profesores, cada profesor seleccionó dos opciones, por lo que el porcentaje se basa en un total de 40 elecciones.

Pregunta 7. ¿Qué características de diseño debe tener un material didáctico para que usted lo elabore o lo emplee en el aula? Seleccione máximo 2 opciones.



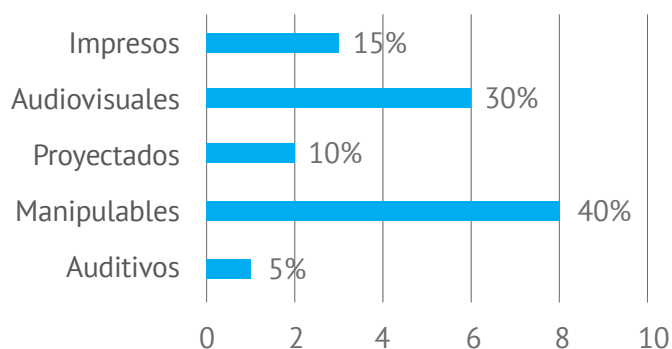
La pregunta 7 fue respondida por 20 profesores, cada profesor seleccionó dos opciones, por lo que el porcentaje se basa en un total de 40 elecciones.

Pregunta 8. Además de las características de diseño ¿Qué otras características busca que brinde el material didáctico a sus alumnos? Seleccione máximo 2 opciones.

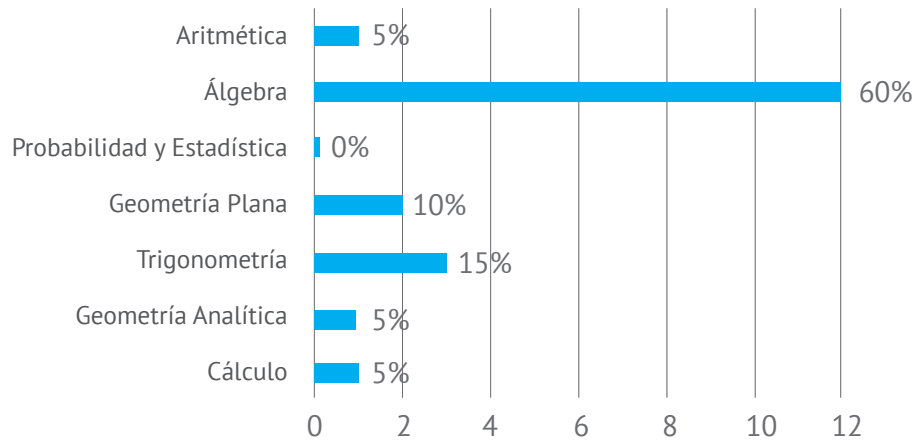


La pregunta 8 fue respondida por 20 profesores, cada profesor seleccionó dos opciones, por lo que el porcentaje se basa en un total de 40 elecciones.

Pregunta 9. ¿Con qué tipo de material considera que se logra un mayor aprendizaje significativo en los estudiantes? Seleccione una opción.



Pregunta 10. De las siguientes áreas vistas en el nivel medio superior ¿en cuál percibe que los alumnos presentan mayores dificultades de comprensión? Seleccione una opción.



Segunda parte de la pregunta 10. ¿Cuáles son algunas deficiencias percibidas? Respuesta abierta.

- A las deficiencias en cursos de Aritmética.
- No llegan a comprender las diferencias entre los diferentes usos de la variable.
- Persiste el problema con relaciones funcionales.
- Confunden el uso de letras y números.
- No hubo una base sólida de conocimientos sobre el lenguaje algebraico.
- Muchos alumnos aplican incorrectamente las propiedades del álgebra.
- Carecen de conceptos básicos de álgebra.

Anexo 4

Entrevistas a especialistas en la enseñanza de las Matemáticas.

Entrevista realizada a:

Mtro. César Jaime Torres Ramírez

Maestría en Matemática Educativa-CINVESTAV

Profesor de matemáticas en el Colegio de Bachilleres del Estado de Oaxaca Plantel 01 Pueblo Nuevo.

1. ¿Cómo considera el nivel de desempeño en el área de matemáticas de los estudiantes de nivel medio superior?

Actualmente puedo decir que solo se tiene un 5% de reprobación en nuestro plantel, un porcentaje ya no tan alto como en años anteriores, sin embargo, hemos tenido que cambiar los mecanismos de evaluación, el examen ya no representa el 100% de la calificación, partimos ahora de que el examen ahora solo representa el 40% de la evaluación y entonces el otro 60% ya no hace énfasis solamente en la capacidad cognitiva del estudiante, sino toma en cuenta inteligencias múltiples, con base a diversas actividades damos fe del desempeño y en muchas ocasiones de la creatividad espacial de los alumnos, de este modo también justificamos la calificación que ya no se centra solamente en su capacidad cognitiva.

2. ¿Cómo describe el desempeño académico de los alumnos en los temas de álgebra?

En el manejo de radicales y números racionales se encuentran muy perdidos, todos los números racionales son un problema muy fuerte para los muchachos, hay conceptos que no se trabajan, por ejemplo la potencia cero. La división entre cero, no tienen la noción intuitiva de lo que son los límites hacia el infinito y hacia el menos infinito, por ejemplo el caso de una parábola, donde se tiene la gráfica, y nos preguntamos ¿Qué pasa cuando el valor de x crece y se extiende hacia infinito? ¿Qué pasa con la imagen? ¿Hacia donde se extiende? La capacidad para extrapolar valores, la capacidad para imaginar las extensiones de una gráfica que ya se tienen trabajadas es una limitante muy fuerte.

4. ¿De acuerdo a su experiencia cuáles son las principales dificultades o limitantes que ha detectado en los alumnos de bajo rendimiento?

Primero, no es muy consistente su formación previa, a veces aparecen muchos vacíos en su formación matemática ya que no se fue construyendo de manera firme con una base sólida, sino que hay muchos jóvenes con vacíos incluso en los argumentos. Segundo, a veces cuando los alumnos ya están grandes de edad les da pena preguntar sobre temas que debió abordar en la secundaria o primaria, se frustran así que independientemente de la edad biológica del estudiante como profesores debemos apoyar a estos alumnos y decirles que trabajando en esas deficiencias se van a llenar los vacíos.

5. ¿Qué es lo que propondría o sugeriría para que los estudiantes se interesarán por estudiar las ciencias?

Buscar mas aportaciones que se muestren creativas, el tema es el mismo pero la forma de trabajo tiene que ser diferente, lo que muchas veces vuelve al estudiante apático es abordar los mismos temas, con los mismos recursos, con la misma voz del maestro, al contrario tiene que buscarse algo novedoso, diferente, creativo, debe ser un reto para el maestro y para el estudiante, que se vea que lo que se está enseñando o aprendiendo sea una ciencia actual y viva, que está creciendo y se está actualizando día con día. Los profesores solemos ser muy repetitivos y no le damos espacio a la creatividad tenemos que dedicarnos a buscar más ejercicios y recursos que permitan despertar curiosidad y que le permitan al estudiante manifestar otras inteligencias. Con los muchachos a los que les cuesta trabajo es con los que se busca y se necesita urgentemente apoyos didácticos, otro enfoque, otros recursos.

Entrevista realizada a:

Lic. Alejandra González Corona

Licenciada en Pedagogía.

Docente de Matemáticas.

1. ¿Cómo considera el nivel de desempeño en el área de matemáticas de los estudiantes de nivel medio superior?

En el área de matemáticas cuando los alumnos elaboran una prueba como PLANEA o PISA aún más difícil, PLANEA es una prueba estandarizada a nivel nacional de matemáticas, ciencia y lenguaje. Cuando los alumnos presentan las pruebas de PLANEA matemáticas comunmente carecen de la capacidad para conocer la aplicación de los problemas, si se les pone un problema de aplicación donde ellos tengan que pensar que es lo que tienen que hacer para resolverlo, reprueban, porque como docentes solemos enseñar solamente el algoritmo, no les enseñamos el significado, considero que ese es el problema característico de las matemáticas. Es común encontrarse con alumnos que sepan hacer operaciones matemáticas, por ejemplo que sepan las fórmulas para el triángulo de Pitágoras, las fórmulas de las leyes de senos y cosenos, pero al momento de presentar un examen de admisión para ingresar a universidades donde ya se requiere pensar para saber qué vas a hacer, es donde ellos reprueban.

2. ¿Qué tipo de estrategias considera podría mejorar la enseñanza de matemáticas en el nivel medio superior?

Para mí lo importante sería diseñar e implementar con los alumnos nuevos recursos no para enseñar el algoritmo sino recursos o materiales que les ayude a generar pensamiento, lo importante sería hacerlos pensar, es importante que se generen materiales educativos para todos los niveles de aprendizaje. Te comento, el Formato Único de Secuencia Didáctica, es el

nuevo formato que propone SEP para planear las actividades, y en este FUSD vas a encontrar los horizontes de búsqueda las cuales son las unidades, por citarte un ejemplo diremos que el horizonte de búsqueda será el “Triángulo rectángulo”, vas a enseñarle a los alumnos qué es el triángulo rectángulo con todas sus aplicaciones, y entonces vienen los niveles de aprendizaje, primero tienes que hacer que ellos atiendan, ATENDER, que tu ganes su atención y los intereses por el tema, posteriormente sigue el COMPRENDER O ENTENDER, ya una vez que les hayas “vendido la idea” por así decirlo, les explicas toda la teoría, luego viene otro que se llama JUZGAR, cuando los alumnos juzgan la información ellos ya están analizando, generalmente es cuando se preguntan ¿me es útil? ¿No me es útil?, después se encuentra VALORAR, cuando se responden preguntas como ¿Para qué me sirve a mí? ¿Para qué le sirve a mi mamá? ¿Por qué es importante este saber?, de aquí que nosotros los docentes deberíamos llevar a los estudiantes a un nivel más que es la innovación, no solamente que sepan porque es importante ese saber sino ¿Qué tipo de proyectos pueden implementar con lo que aprendieron? Es ahí donde se esta frenado el conocimiento en México, nosotros en México enseñamos pero no motivamos a los alumnos para que ellos creen cosas diferentes a partir de lo que ya saben, por eso es que hay tan poca gente que se quiere dedicar a la investigación, porque no desarrollamos la curiosidad en los alumnos y esto tendría que venir desde el kínder, la primaria, secundaria, bachillerato, y licenciatura.

3. ¿Cuál considera que es el problema de esta situación?

El problema con muchos docentes es que no implementan recursos y materiales didácticos en clase, pero si fomentáramos ese tipo de actividades los alumnos se volverían más ágiles mentalmente, y es que por el poco desarrollo cognitivo que muchos presentan por la falta de desarrollo en niveles educativos previos al medio superior es muy común que los alumnos te pidan que el concepto se lo repitas, que se lo dictes para que lo puedan escribir, lo que no les ayuda a razonar y es por eso que se tiene que romper con todo eso.

4. ¿Qué es lo que propondría o sugeriría para que los estudiantes se interesarán por estudiar las ciencias?

Para mí lo importante sería construir materiales o recurso didácticos en la parte de Innovación y de juzgar, porque de los niveles de aprendizaje que mencione atrás cuya función es transmitir la información ya hay muchos, hay láminas, tutoriales, clases grabadas en internet, pero lo que si no hay son materiales para que los alumnos juzguen y valoren la información y desarrollen su pensamiento. Cuando el alumno genera la mayor parte de las actividades es cuando se logra un mayor aprendizaje y se despierta un mayor interés que los atrae y los envuelve en los temas de ciencias.

Anexo 5

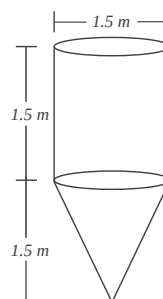
Características del reactivo El depósito de agua liberado por PISA.

Fuente: <http://educalab.es/inee/evaluaciones-internacionales/preguntas-liberadas-pisa-piaac/preguntas-pisa-matematicas>

http://cca.org.mx/profesores/cursos/mate/html/curso/modulos/modulo4/pdf/M465_tanque_agua.pdf

A) Presentación del problema

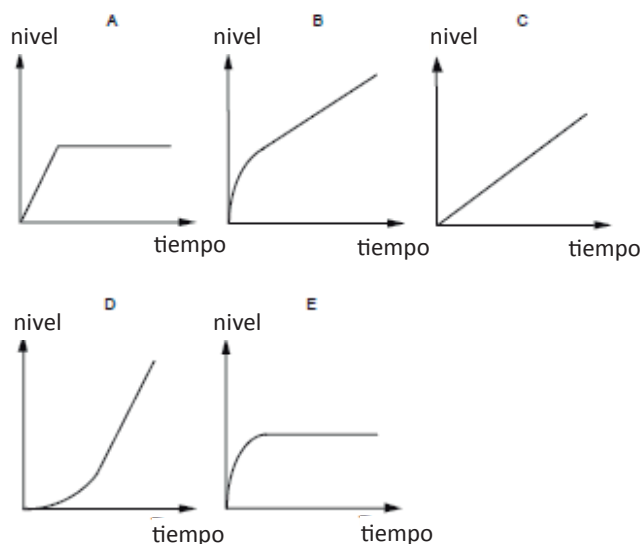
El diagrama muestra la forma y dimensiones de un tanque de almacenamiento de agua. Al inicio el tanque está vacío. Una llave está llenando el tanque a razón de un litro por segundo.



B) Preguntas del problema

Pregunta 1

¿Cuál de las siguientes graficas muestra cómo cambia la altura del nivel del agua en el tanque al transcurrir el tiempo?



Solución directa del problema

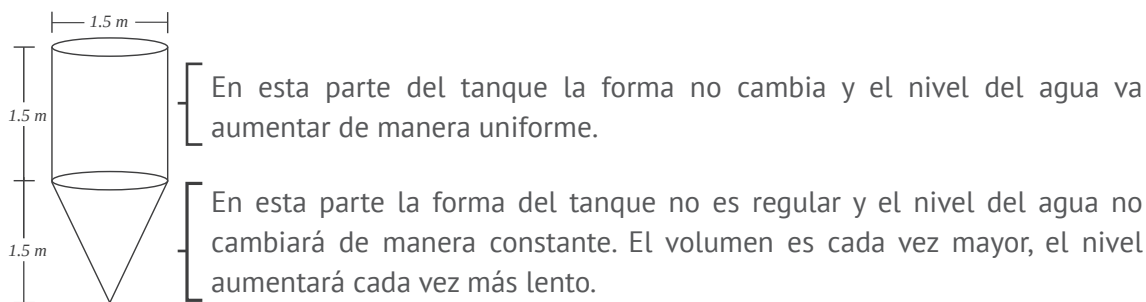
Sabemos que:

La llave que está llenando el tanque mantiene un gasto de 1 litro por segundo.

Consideramos el tiempo mientras el tanque se está llenando.

El volumen del tanque en los primeros 1.5 m de altura es un cono invertido con un diámetro que aumenta al aumentar la altura y en los siguientes 1.5 m de altura es un cilindro con diámetro constante.

Nos interesa modelar el nivel del agua en el tanque al transcurrir el tiempo. Podemos descartar gráficas de la siguiente forma:



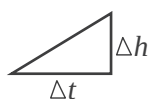
Tanque de agua

En los primeros 1.5 metros el nivel del agua crece cada vez más lento pues el volumen a llenar es cada vez mayor, en los siguientes 1.5 metros el volumen del recipiente que se va llenando no cambia por lo tanto el nivel crece de manera uniforme.

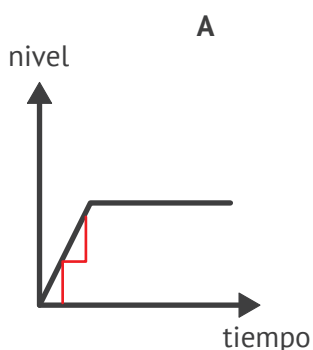
Abstracción matemática progresiva de la realidad

El estudiante debe en primer lugar relacionar el cambio en el nivel del agua con el cambio en el volumen y en segundo lugar observar las gráficas e interpretar el patrón de cambio. La pregunta que se debe plantear es: para iguales lapsos de tiempo, ¿cómo se comporta el nivel del agua?

En el proceso de abstracción progresiva el estudiante requiere establecer la relación entre el lenguaje del problema y el lenguaje simbólico y formal necesario para entenderlo de manera matemática. El estudiante reconoce la pendiente de la gráfica y la asocia al triángulo característico:

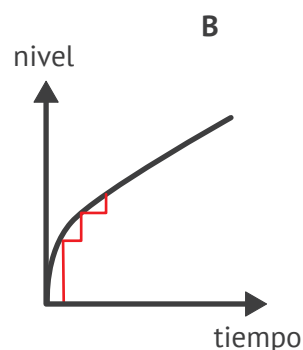


Donde Δh es el cambio en el nivel y Δt es el lapso de tiempo. Para reconocer el comportamiento de Δh el alumno considera Δt iguales.



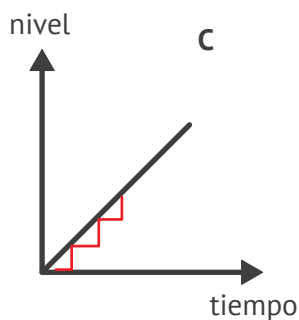
En la primera parte es creciente y en la segunda parte es constante.

No corresponde con la situación planteada

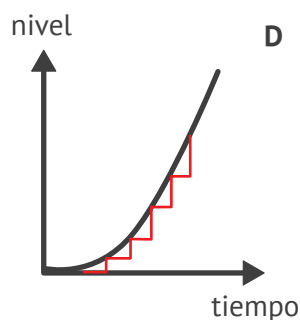


En la primer parte es menor y luego es constante.

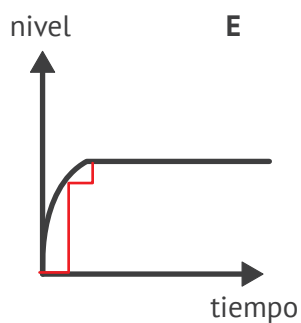
SI corresponde con la situación planteada



Δh es constante todo el tiempo
No corresponde con la situación planteada



En la primera parte Δh crece
y en la segunda parte Δh es constante.
No corresponde con la situación planteada



En la primera parte Δh es cada vez menor
y luego cambia a constante.
No corresponde con la situación planteada

Resolución del modelo matemático

El estudiante interpreta la información gráfica y reconoce el modelo de cambio del nivel del agua. La gráfica que corresponde es B.

Uso de la solución del modelo matemático como herramienta para interpretar el mundo real.

Muchos fenómenos naturales son una manifestación de cambio en que el modelo matemático es similar. Esto es un ejemplo de una operación común en la vida cotidiana y en la industria. El almacenamiento de líquidos en tanques es una de las operaciones más importantes en la industria.

Anexo 6

Formato de encuesta aplicada a alumnos de nivel medio superior.

Encuesta

Objetivo de la encuesta: Conocer tus gustos y preferencias sobre los materiales didácticos utilizados para el aprendizaje de las matemáticas.

Instrucciones: Marca o rellena el cuadro de la respuesta que consideres apropiada.

Sexo: ☐ Hombre ☐ Mujer

Edad: años Semestre:

1. ¿Con qué frecuencia has utilizado materiales didácticos (diferentes a los libros de texto) en tus clases de matemáticas?

- ☐ Muy frecuente
- ☐ Frecuentemente
- ☐ Ocasionalmente
- ☐ Raramente
- ☐ Nunca

2. ¿Consideras importante el uso de materiales didácticos en tus clases de matemáticas?

- ☐ Sí
- ☐ No
- ☐ Me es indiferente

3. ¿Por qué?

- ☐ Me ayudan a comprender mejor los temas vistos en clase
- ☐ Me ayudan a relacionarme con mis compañeros
- ☐ Me divierto con mis compañeros
- ☐ Otro: _____

4. Prefieres que el uso de los materiales didácticos comunmente sea:

- ☐ Individual
- ☐ En equipo
- ☐ Las dos anteriores

5. ¿Cuáles características consideras más importantes de un material experimental, similar al de la imagen? Selecciona tres opciones.



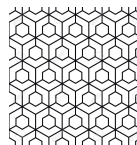
- ☐ Que el tema o contenido sea interesante
- ☐ Que sea estético
- ☐ De tamaño y peso adecuado
- ☐ Fácil de usar o manipular
- ☐ Que sea de un material resistente

6. Ante un material didáctico nuevo ¿cuál característica visual crees que llame más tu atención? Selecciona una opción.

- ☐ La forma
- ☐ El color
- ☐ El material

Si tu respuesta fue **la forma** para a la siguiente pregunta, si tu respuesta fue **el color** pasa a la pregunta 8, si tu respuesta fue **el material** pasa a la pregunta 9

7. ¿Cuál de las siguientes formas prefieres?



☐ Geométrica



☐ Orgánica

pasa a la pregunta 10

8. ¿Cuáles colores te agrada ver en los materiales didácticos?

- ☐ Cálidos (amarillo, naranja, rojo)
- ☐ Fríos (azul, verde, violeta)
- ☐ Neutros (blanco, gama de grises, negro)

pasa a la pregunta 10

9. ¿Qué tipo de material te agrada que predomine en los materiales didácticos?

- ☐ Vidrio
- ☐ Metal
- ☐ Madera
- ☐ Plástico

pasa a la pregunta 10

10. ¿Cuál de las siguientes opciones consideras que te facilitaría el uso de un material didáctico nuevo? Selecciona una opción

- ☐ Video tutorial
- ☐ Manual de uso
- ☐ Un audio de instrucciones

11. ¿Que tan importante consideras que los materiales didácticos te acerquen a las aplicaciones reales de las matemáticas?

- ☐ Muy importante
- ☐ Importante
- ☐ Algo importante
- ☐ Poco importante
- ☐ No es importante

¡Gracias!

Anexo 7

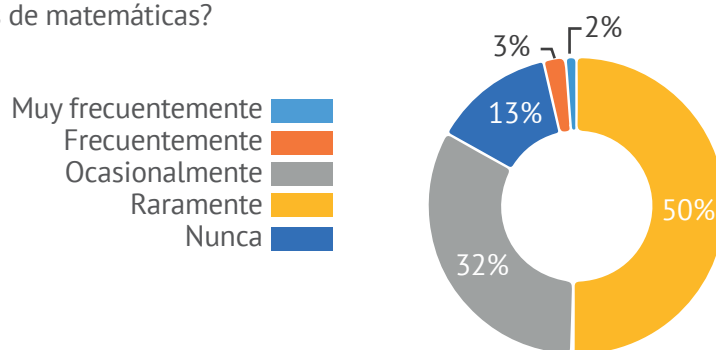
Resultados de la Encuesta aplicada a alumnos de nivel medio superior.

Encuesta aplicada a: 47 mujeres 36 hombres

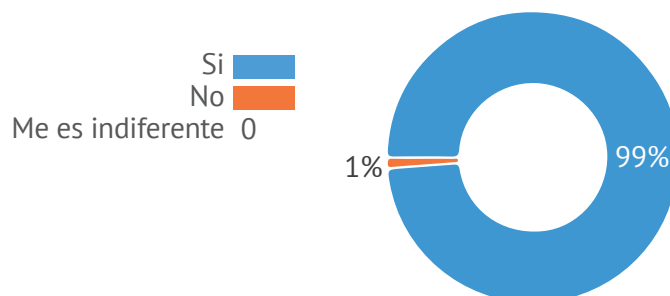
Edad: 33 (15 años) 47 (16 años) 3 (17 años)

Semestre: 2do Semestre

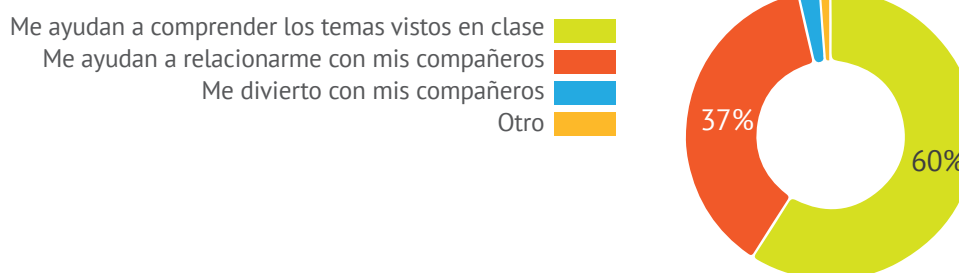
Pregunta 1. ¿Con qué frecuencia has utilizado materiales didácticos (diferentes a los libros de texto) en tus clases de matemáticas?



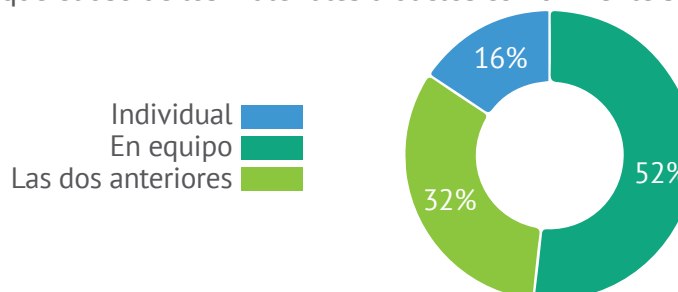
Pregunta 2. ¿Consideras importante el uso de materiales didácticos en tus clases de matemáticas?



Pregunta 3. ¿Por qué?

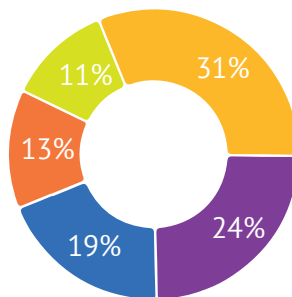


Pregunta 4. Prefieres que el uso de los materiales didácticos comúnmente sea:



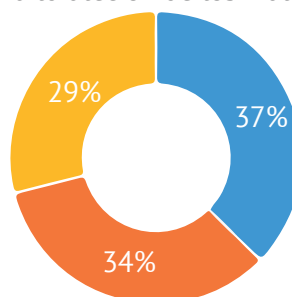
Pregunta 5. ¿Cuáles características consideras más importantes de un material experimental, similar al de la imagen? *249 elecciones divididos en las siguientes opciones.

Que el tema o contenido sea interesante
Que sea estético
De tamaño y peso adecuado
Fácil de usar o manipular
Que sea de un material resistente



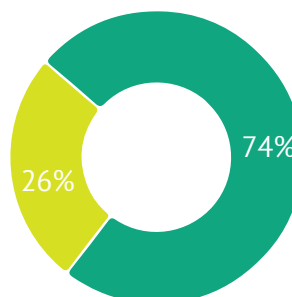
Pregunta 6. ¿Que característica visual es la que más llama tu atención de los materiales didácticos? Selecciona una opción.

La forma
El color
El material



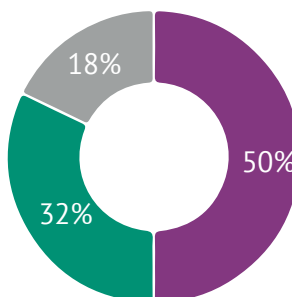
Pregunta 7. ¿Cuál de las siguientes formas prefieres? (De un total de 31 elecciones)

Geométrica
Orgánica

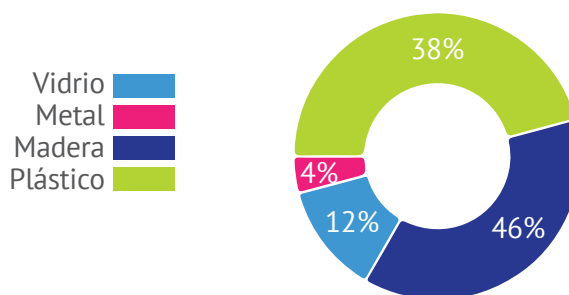


Pregunta 8. ¿Cuáles colores te agrada ver en los materiales didácticos? (De un total de 28 elecciones)

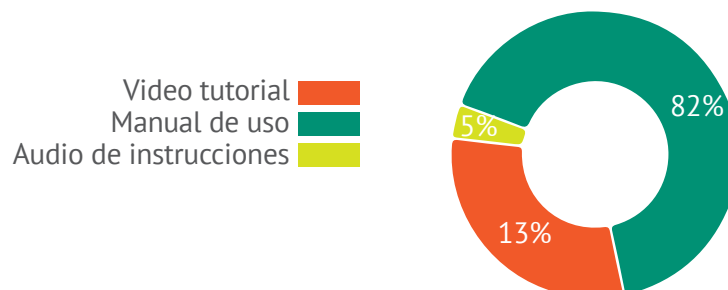
Cálidos (amarillo, naranja, rojo)
Fríos (azul, verde, violeta)
Neutros (blanco, gama de grises, negro)



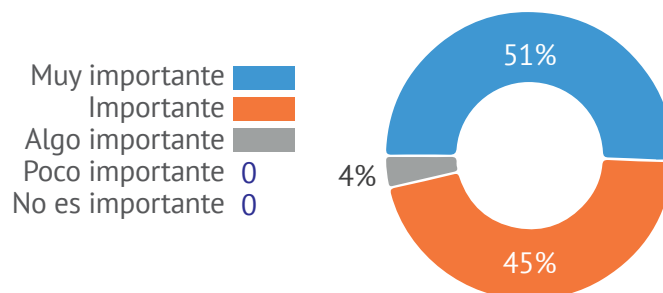
Pregunta 9. ¿Qué tipo de material te agrada que predomine en los materiales didácticos?
(De un total de 24 elecciones)



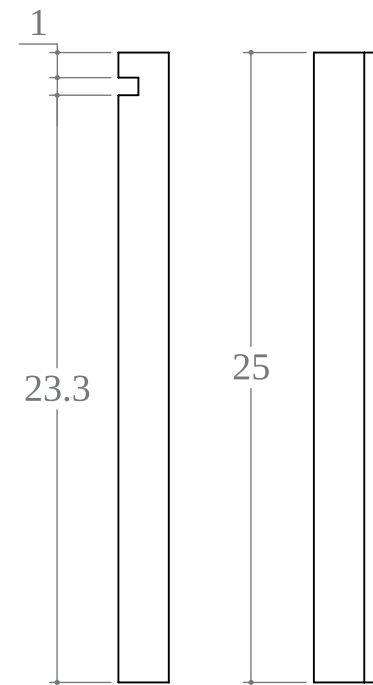
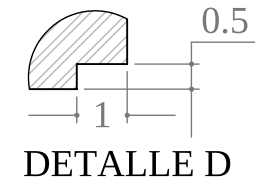
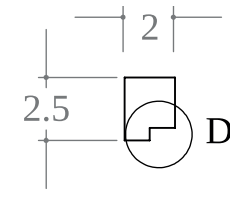
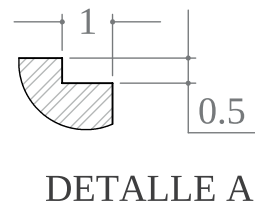
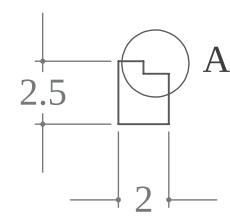
Pregunta 10. ¿Cuál de las siguientes opciones consideras que te facilitaría el uso de un material didáctico?



Pregunta 11. ¿Que tan importante consideras que los materiales didácticos te acerquen a las aplicaciones reales de las matemáticas?



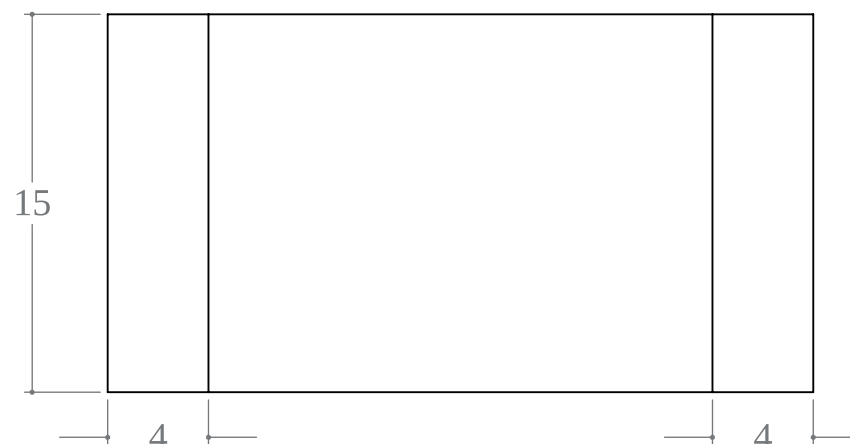
Anexo 8
PLANOS CONSTRUCTIVOS



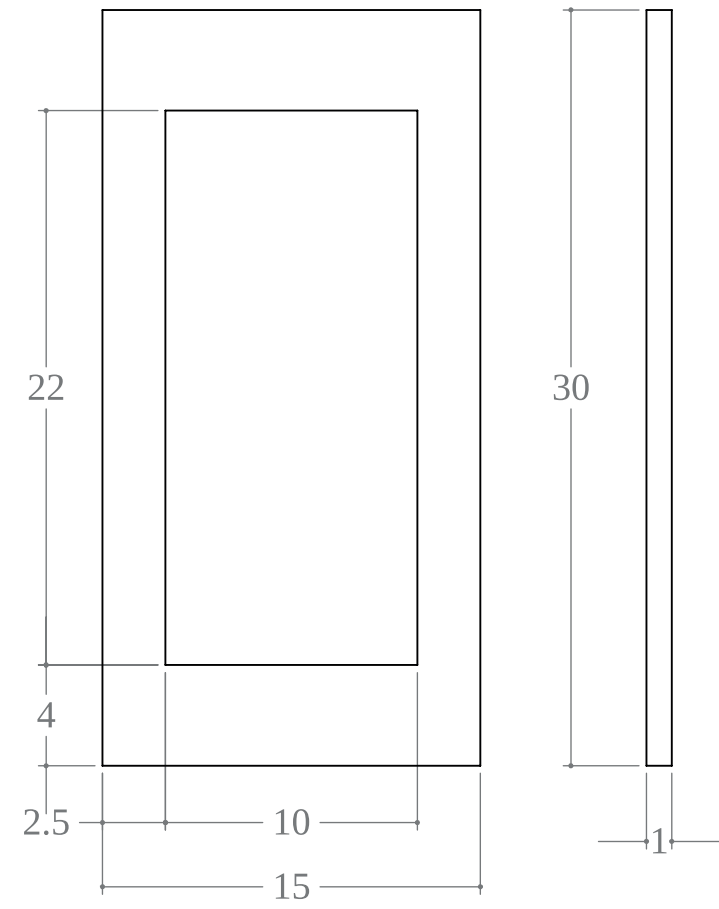
Soporte B



Soporte A

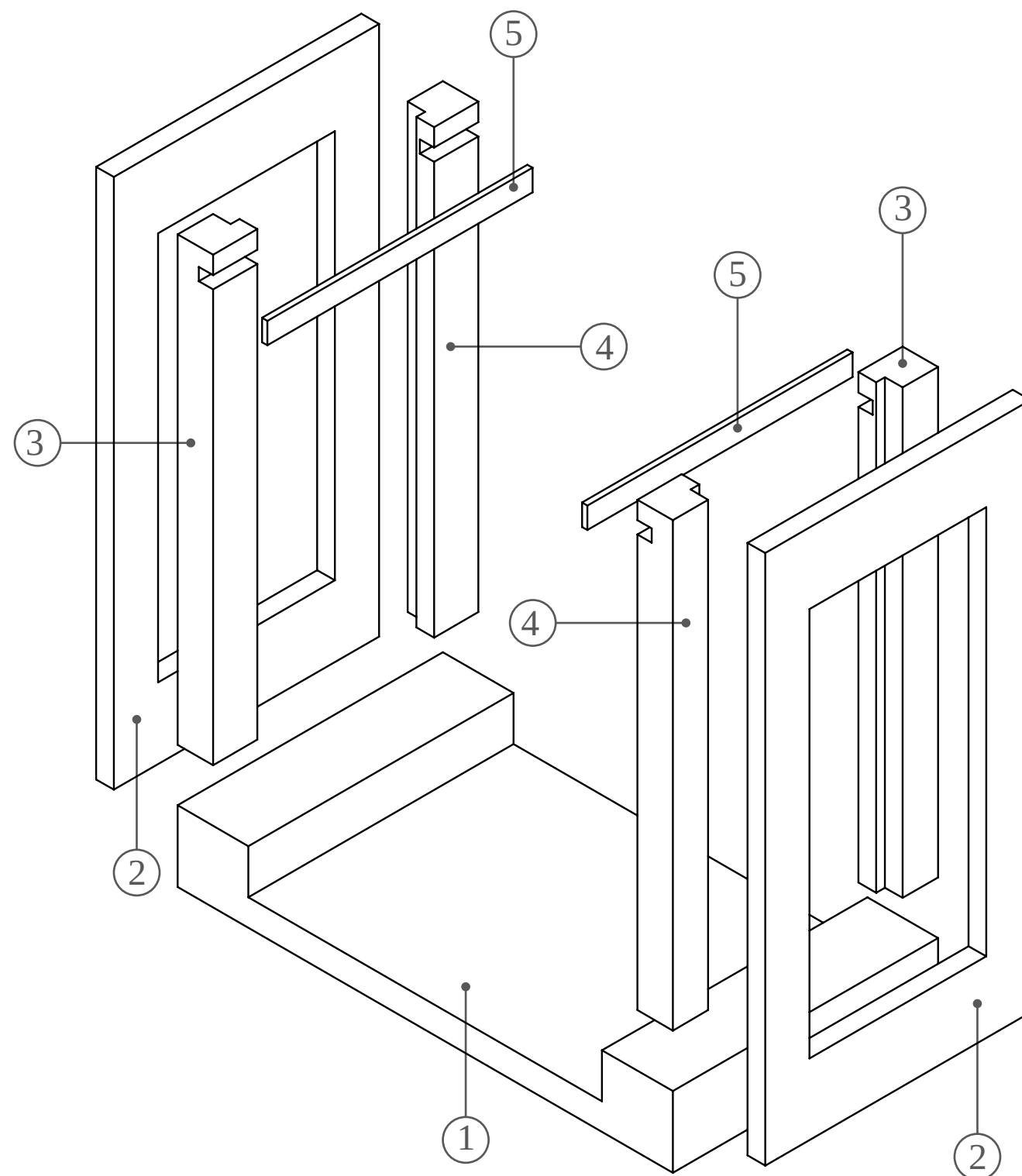


Base A



Lateral A

		Universidad Tecnológica de la Mixteca		DIBUJO No. D-01
PROYECTO: BASE		TÍTULO: DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR		
FECHA: ENERO 2019		ACOTACIÓN: CM	ESCALA: SIN ESCALA	HOJA 1 DE 9
DESARROLLÓ: MARIELA SÁNCHEZ VERANO			MATERIAL: MADERA DE PINO	ACABADO: CERA



Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Ancho	Largo
1	1	Base A	4.0	15	28
2	2	Lateral A	1.0	15	30
3	2	Soporte A	2.5	2	25
4	2	Soporte B	2.5	2	25
5	2	Tope	0.3	1.2	15



Universidad Tecnológica
de la Mixteca

DIBUJO No.

D-02

PROYECTO:
BASE

TÍTULO:
DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO
DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.

FECHA: ENERO 2019

ACOTACIÓN: CM

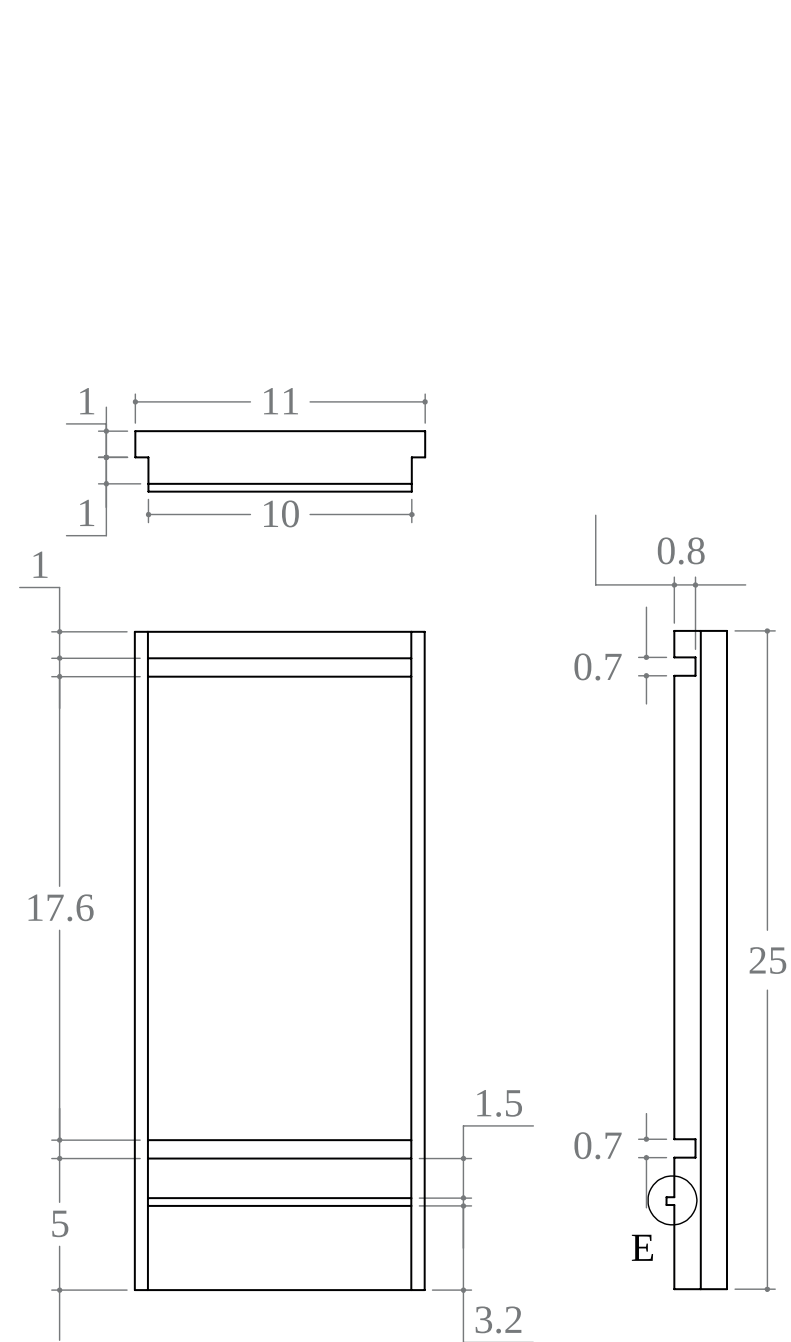
ESCALA: SIN ESCALA

HOJA 1 DE 9

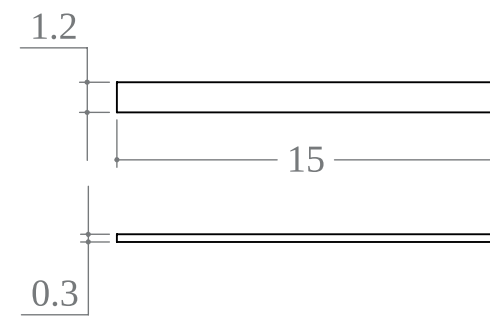
DESARROLLÓ:
MARIELA SÁNCHEZ VERANO

MATERIAL:
MADERA DE PINO

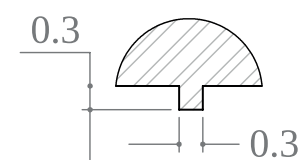
ACABADO:
CERA



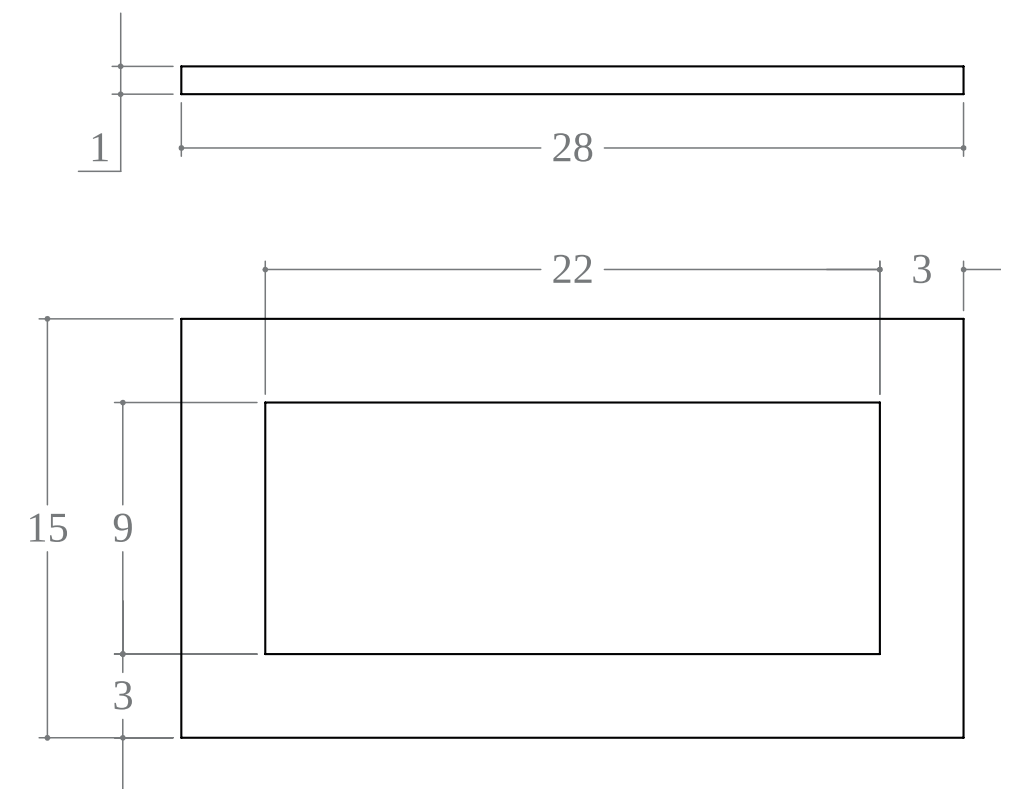
Lateral B



Tope

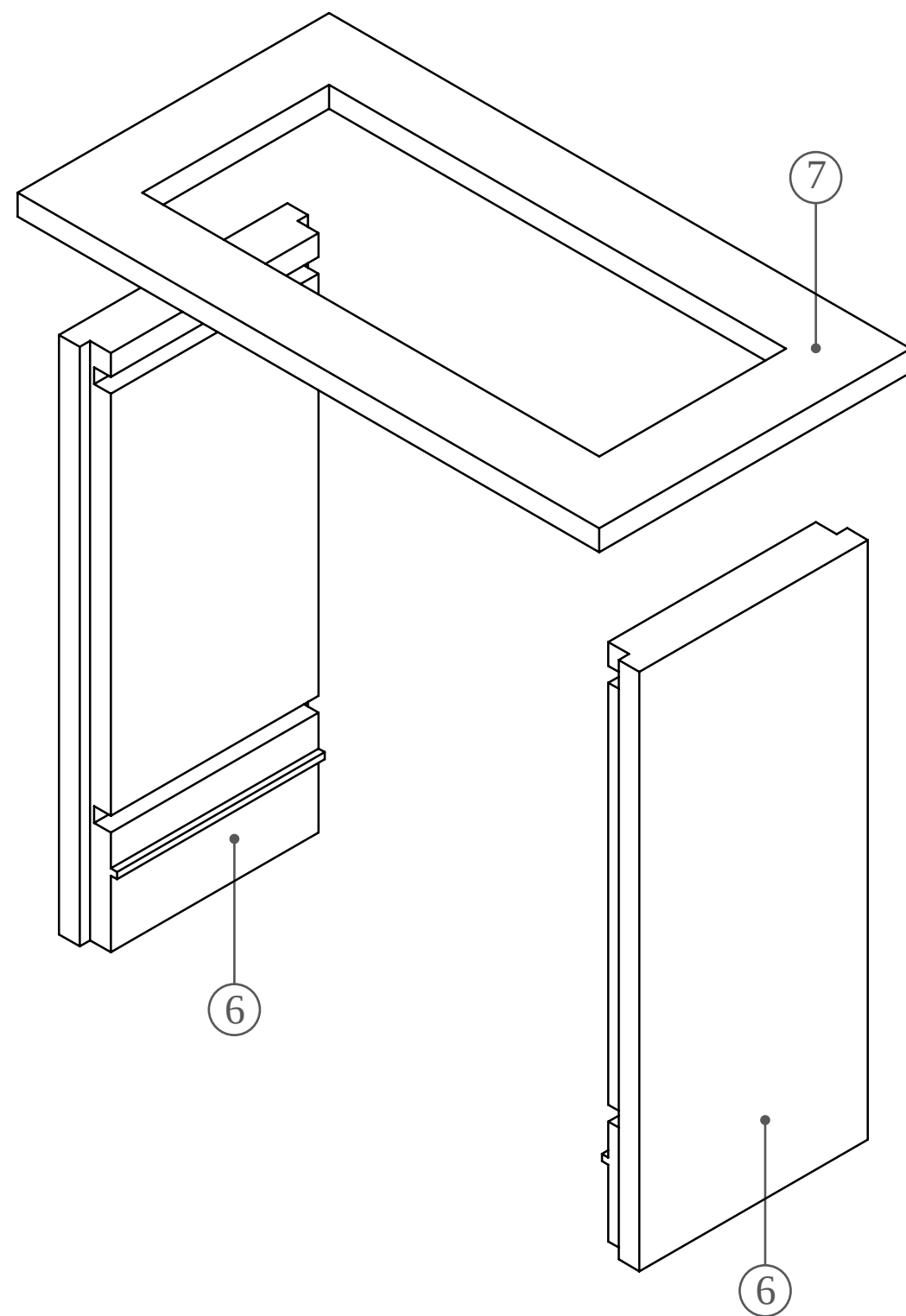


DETALLE E



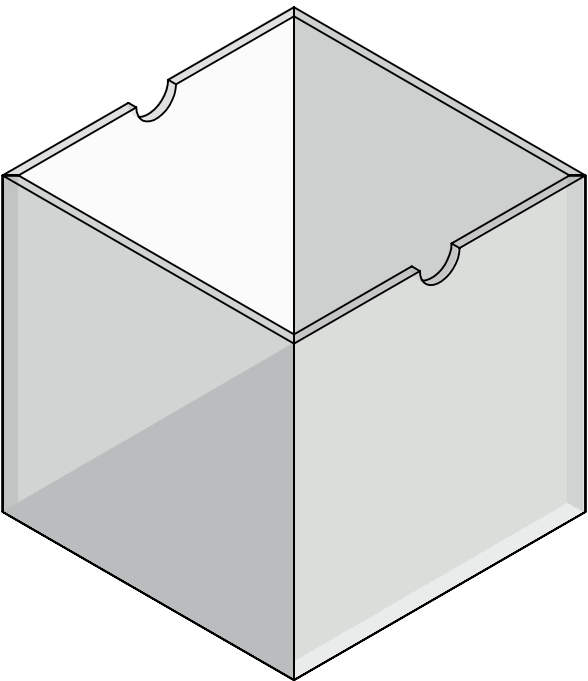
Tapa A

		Universidad Tecnológica de la Mixteca		DIBUJO No. D-03	
PROYECTO: BASE		TÍTULO: DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.			
FECHA: ENERO 2019		ACOTACIÓN: CM	ESCALA: SIN ESCALA		HOJA 1 DE 9
DESARROLLÓ: MARIELA SÁNCHEZ VERANO			MATERIAL: MADERA DE PINO		ACABADO: CERA

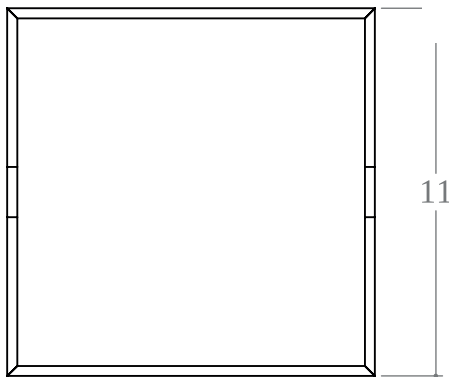


Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Ancho	Largo
6	2	Lateral B	2.0	15	25
7	1	Tapa A	1.0	15	28

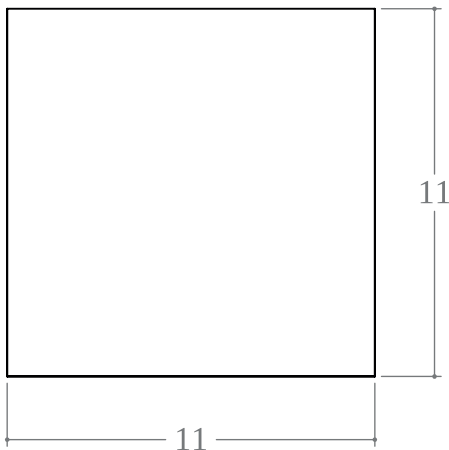
		Universidad Tecnológica de la Mixteca		DIBUJO No. D-04	
PROYECTO: BASE		TÍTULO: DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.			
FECHA: ENERO 2019		ACOTACIÓN: CM		ESCALA: SIN ESCALA	
DESARROLLÓ: MARIELA SÁNCHEZ VERANO		MATERIAL: MADERA DE PINO		ACABADO: CERA	
HOJA 1 DE 9					



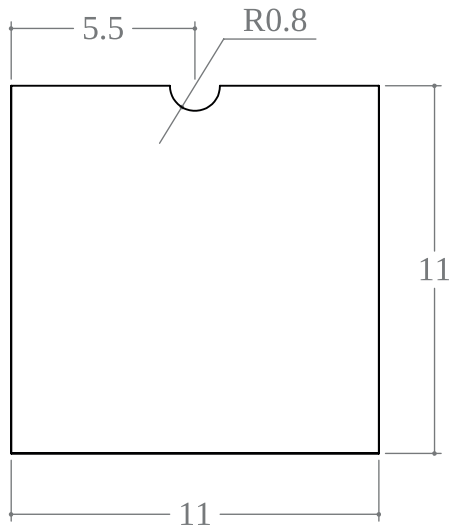
VISTA ISOMÉTRICA



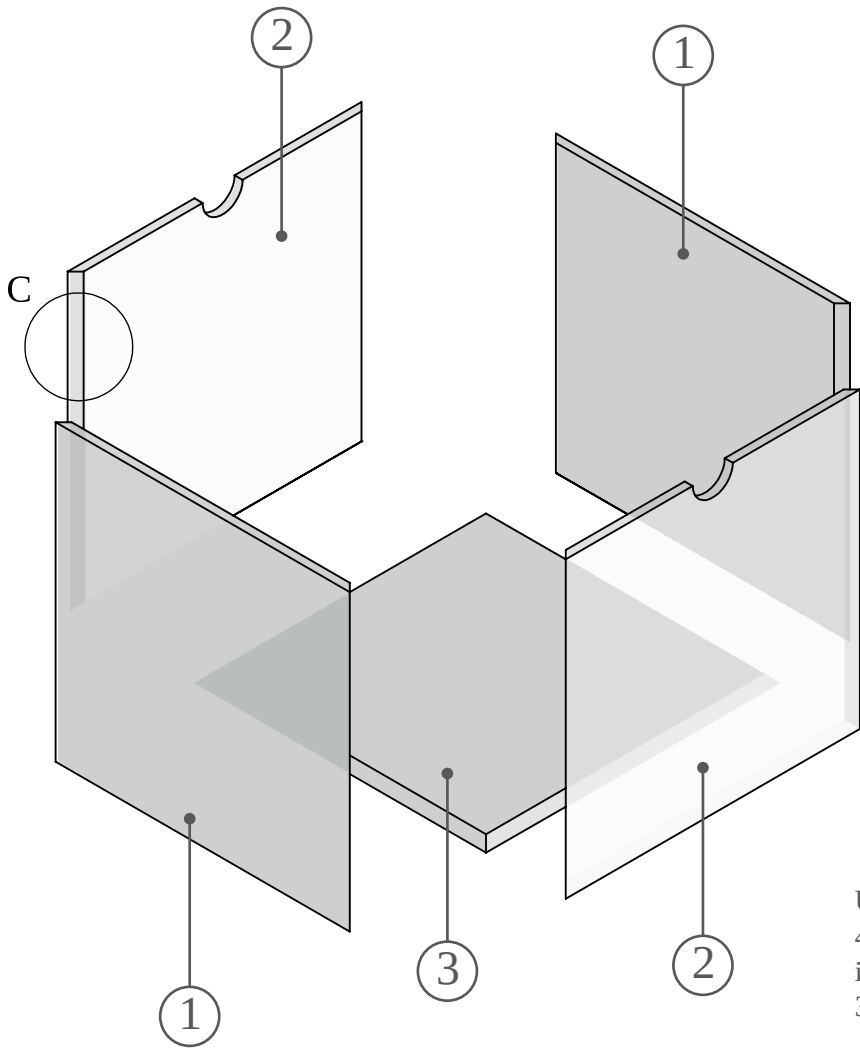
VISTA SUPERIOR



VISTA FRONTAL



VISTA LATERAL DERECHA

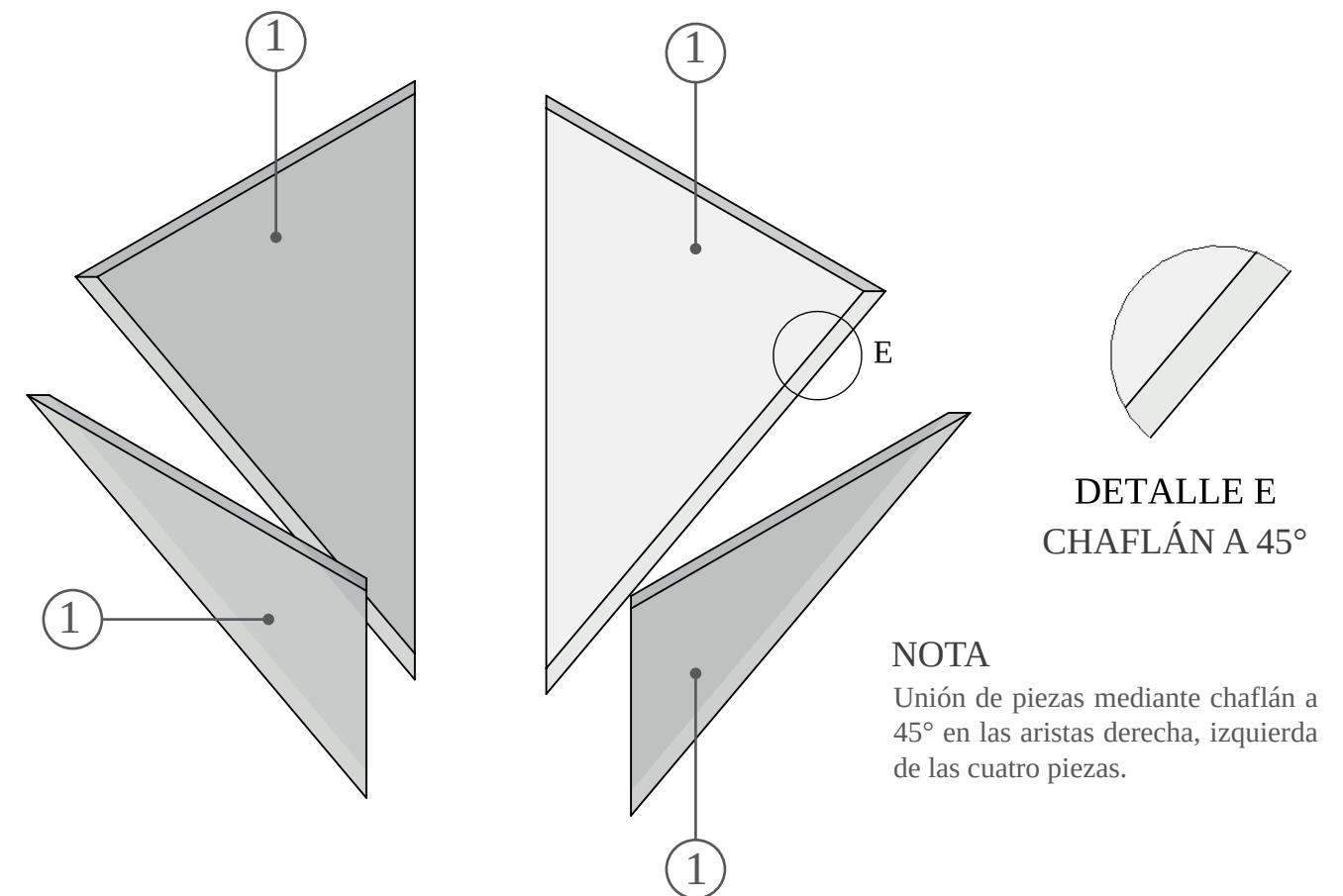
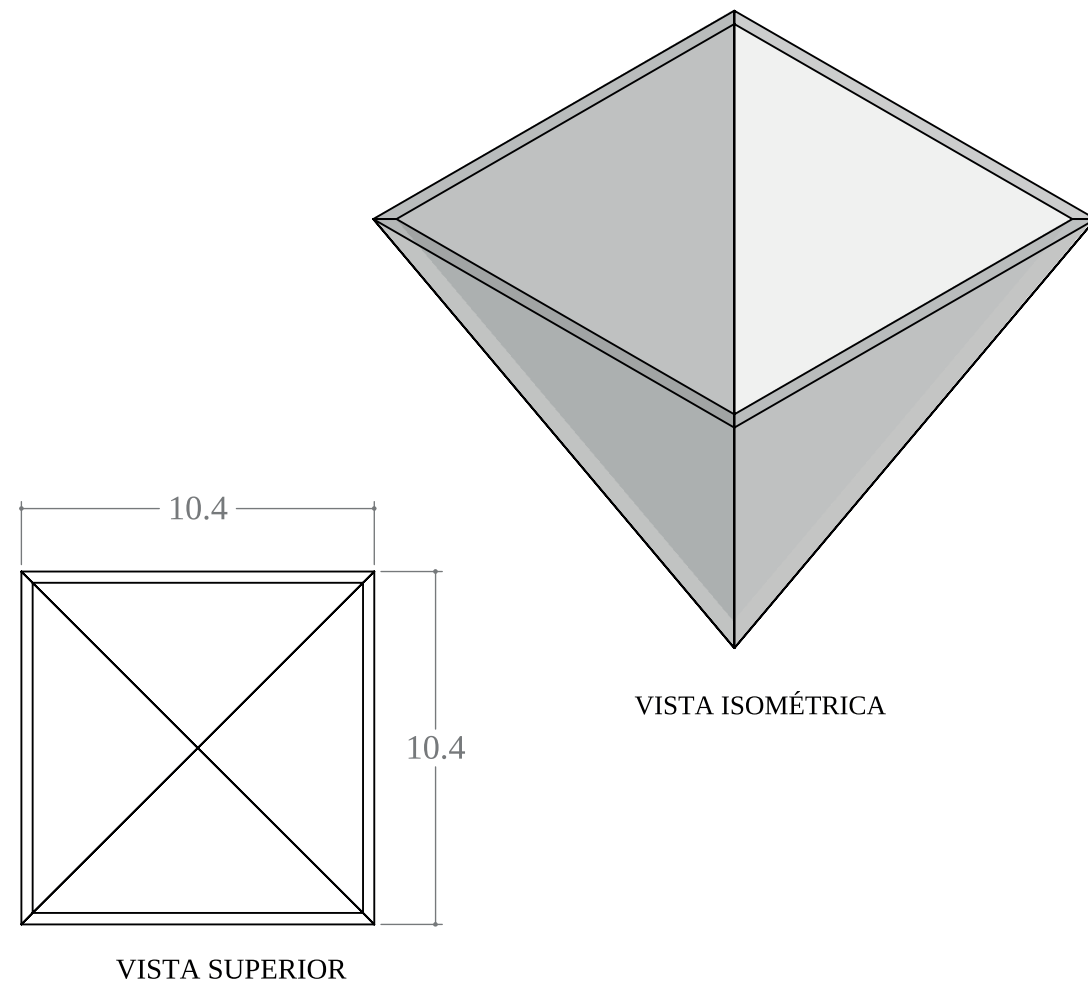


DETALLE C
CHAFLÁN A 45°

NOTA
Unión de piezas mediante chaflán a 45° en las aristas derecha, izquierda e inferior de las piezas 1 y 2. En la pieza 3 chaflán a 45° en sus cuatro aristas.

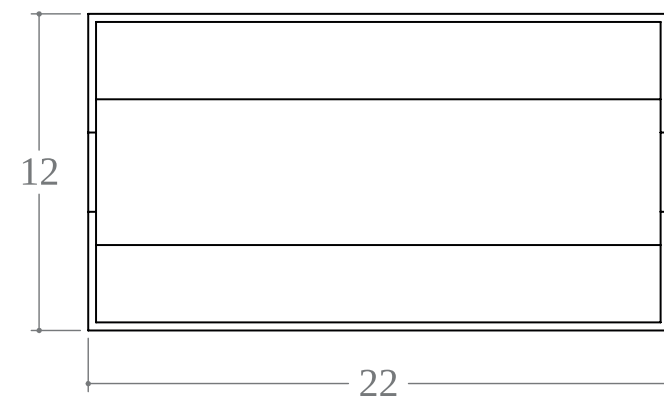
Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Ancho	Largo
1	2	Tapa lateral A	0.3	11	11
2	2	Tapa lateral B	0.3	11	11
3	1	Base AB	0.3	11	11

		Universidad Tecnológica de la Mixteca		DIBUJO No. D-05	
PROYECTO: RECIPIENTES		TÍTULO: DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.			
FECHA: ENERO 2019		ACOTACIÓN: CM		ESCALA: SIN ESCALA	
DESARROLLÓ: MARIELA SÁNCHEZ VERANO		MATERIAL: ACRÍLICO DE 3 MM		HOJA 1 DE 9	
				ACABADO: NINGUNO	



Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Base	Altura
1	4	Cubierta lateral	0.3	10.4	10.7

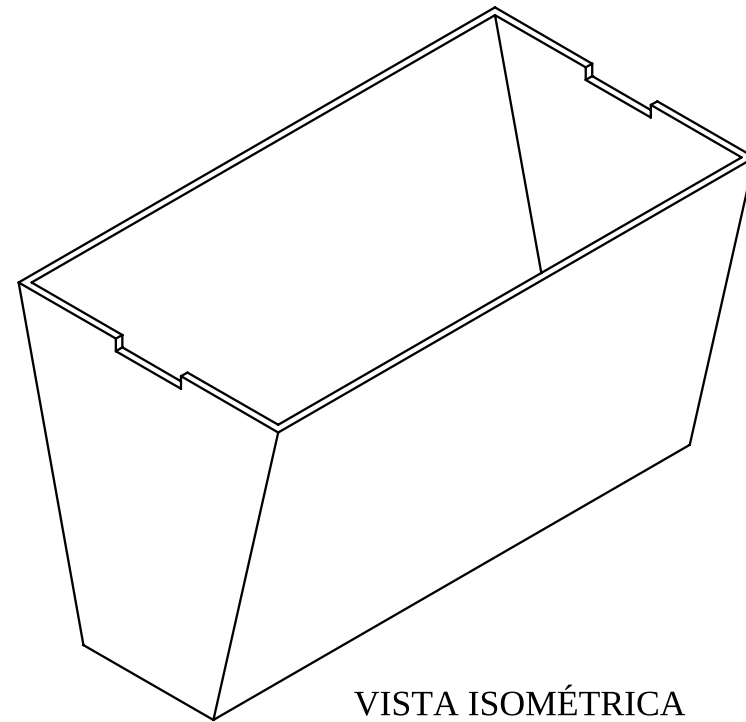
		Universidad Tecnológica de la Mixteca		DIBUJO No. D-06	
PROYECTO: RECIPIENTES		TÍTULO: DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.			
FECHA: ENERO 2019		ACOTACIÓN: CM	ESCALA: SIN ESCALA	HOJA 1 DE 9	
DESARROLLÓ: MARIELA SÁNCHEZ VERANO			MATERIAL: ACRÍLICO DE 3 MM	ACABADO: NINGUNO	



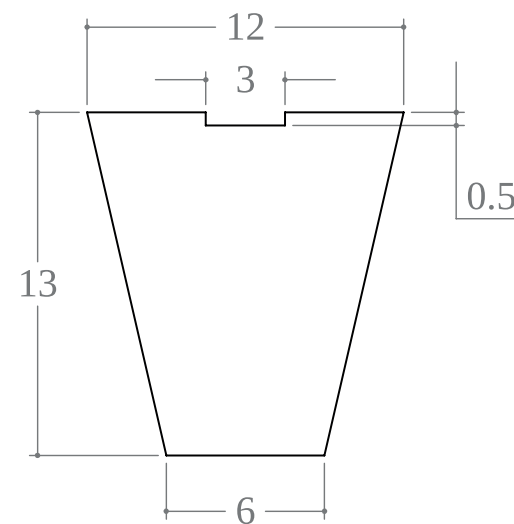
VISTA SUPERIOR



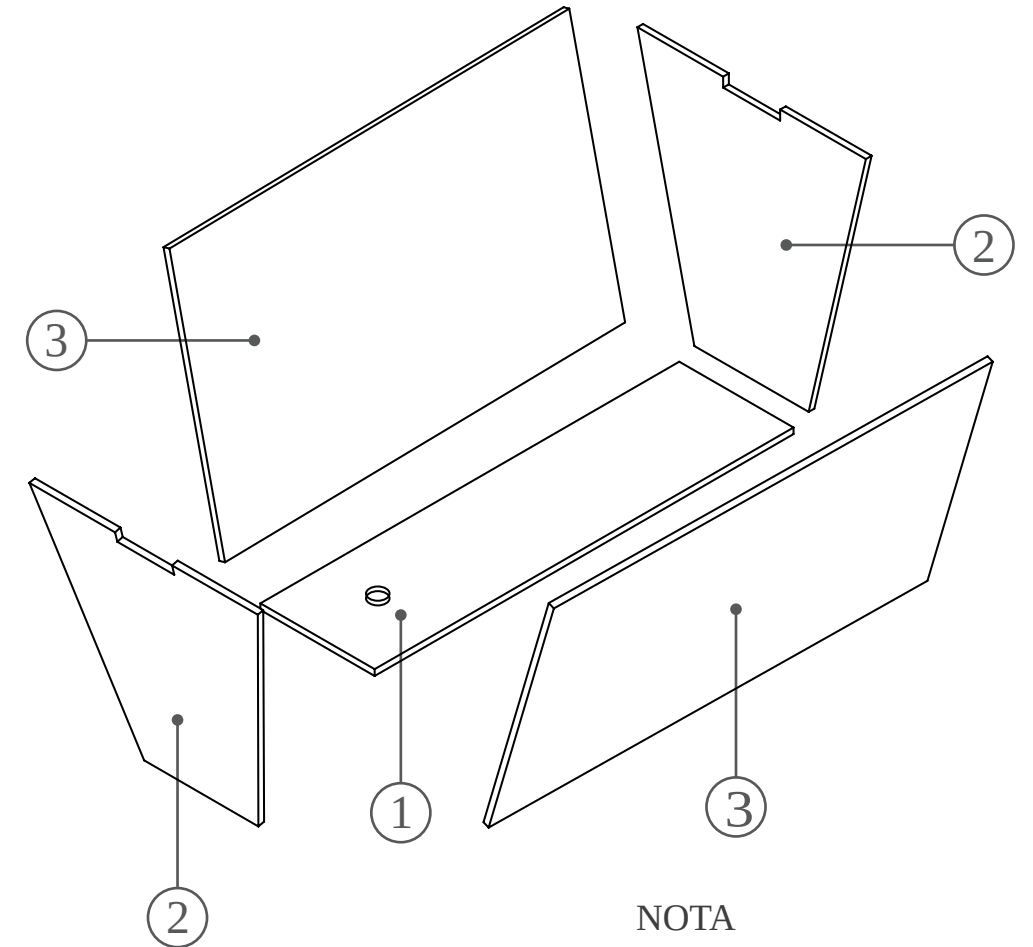
VISTA FRONTAL



VISTA ISOMÉTRICA



VISTA LATERAL DERECHA



NOTA

Unión de piezas mediante chaflán a 45° en las aristas derecha e inferior. Pieza 1 requiere chaflán en los cuatro lados y un orificio de 1/32 pulg. a 6 cm del extremo.

Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Ancho	Largo
1	1	Base 1	0.3	6	22
2	2	Lateral 1	0.3	12	13
3	2	Lateral 2	0.3	13	22



Universidad Tecnológica
de la Mixteca

DIBUJO No.

D-07

PROYECTO:
RECIPIENTES

TÍTULO:
DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO
DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.

FECHA: ENERO 2019

ACOTACIÓN: CM

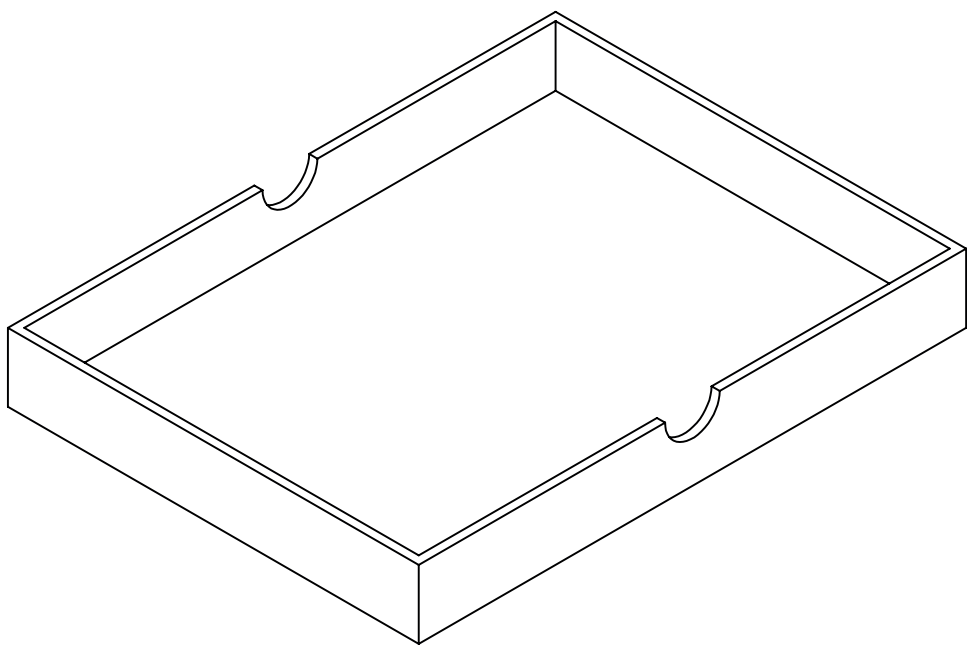
ESCALA: SIN ESCALA

HOJA 1 DE 9

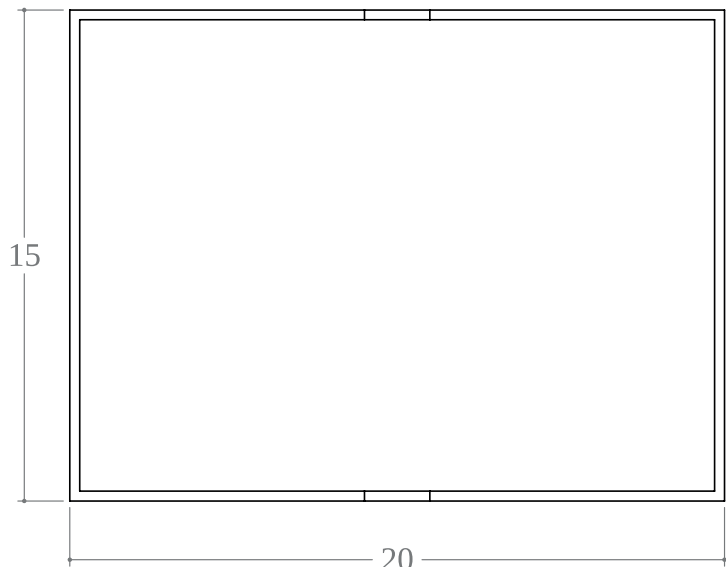
DESARROLLÓ:
MARIELA SÁNCHEZ VERANO

MATERIAL:
ACRÍLICO DE 3 MM

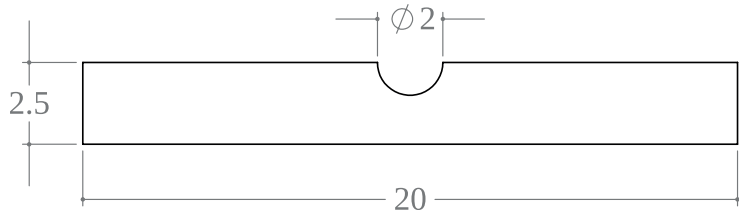
ACABADO:
NINGUNO



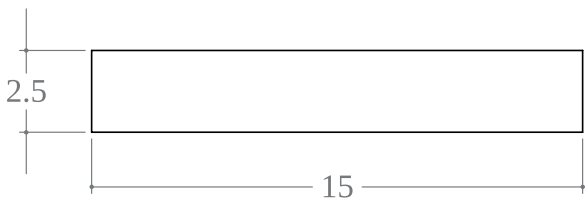
VISTA ISOMÉTRICA



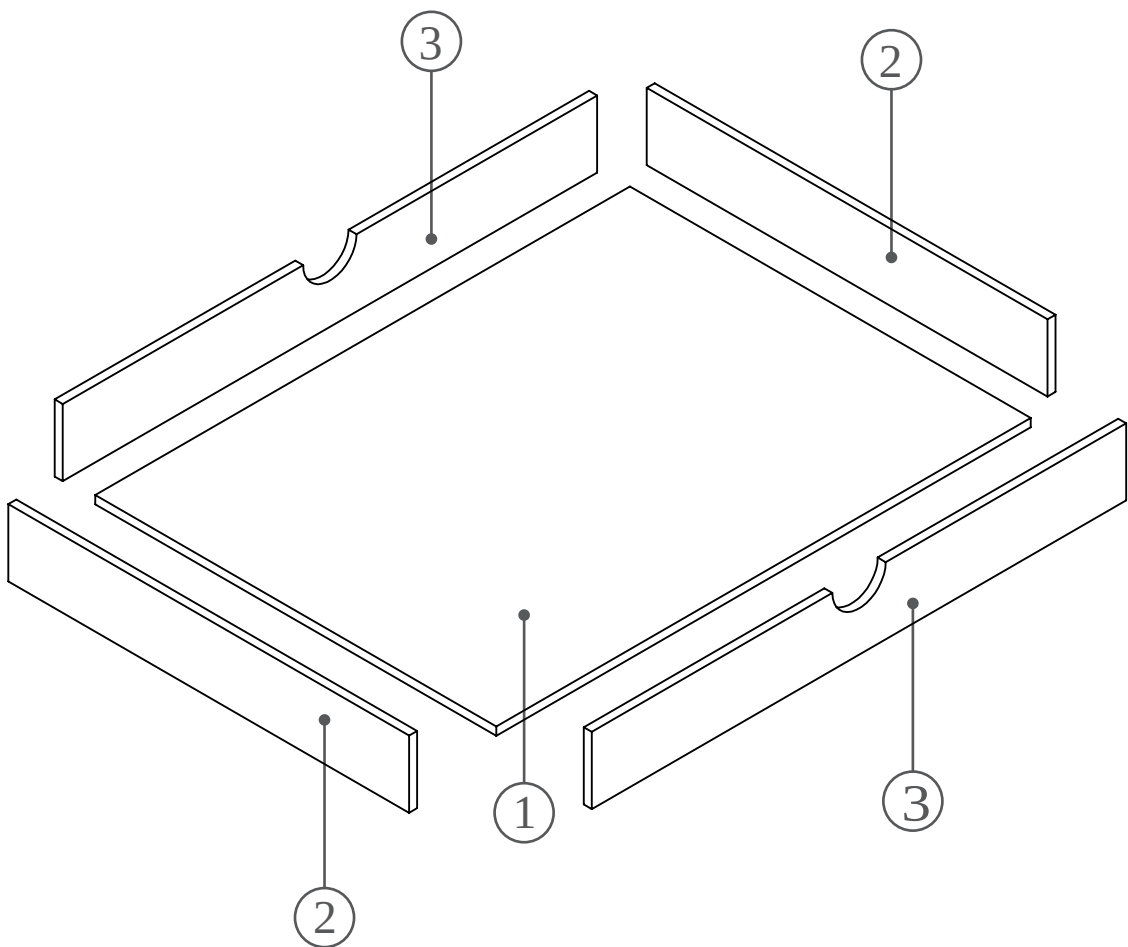
VISTA SUPERIOR



VISTA FRONTAL

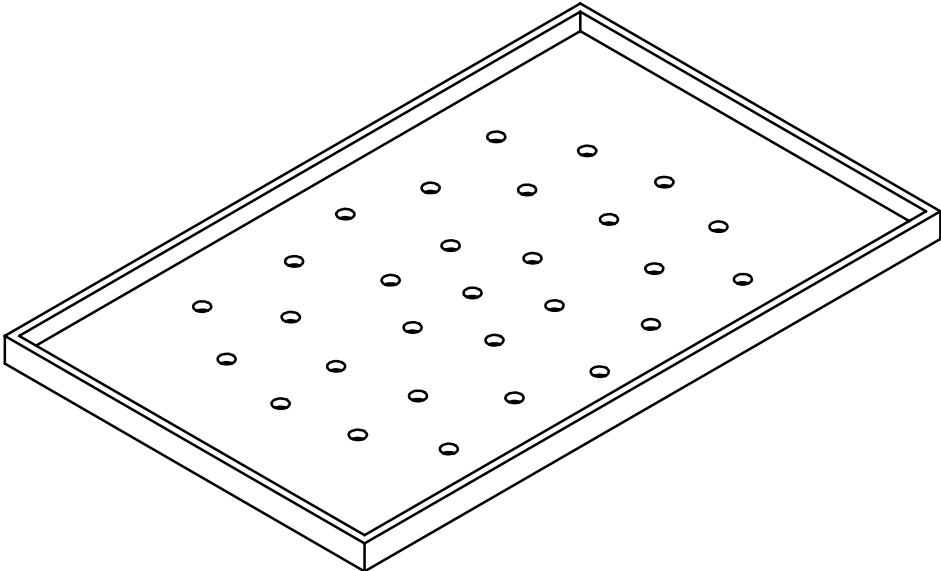


VISTA LATERAL DERECHA

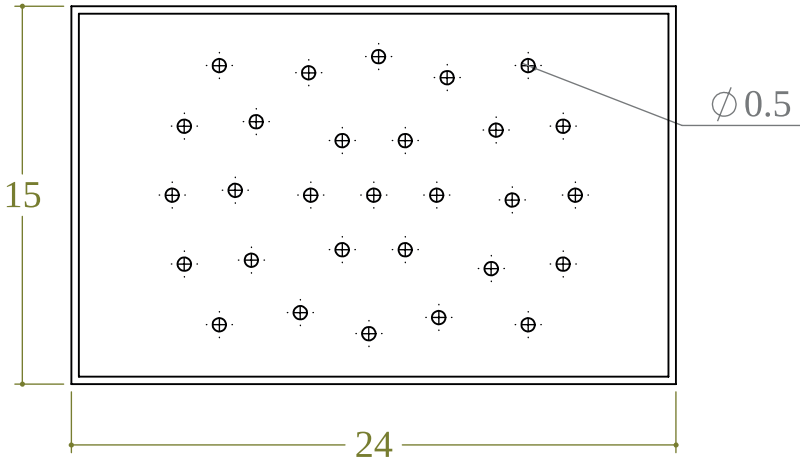


Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Ancho	Largo
1	1	Base 1	0.3	15	20
2	2	Lateral 1	0.3	2.5	15
3	2	Lateral 2	0.3	2.5	20

		Universidad Tecnológica de la Mixteca		DIBUJO No. D-08	
PROYECTO: RECIPIENTES		TÍTULO: DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.			
FECHA: ENERO 2019		ACOTACIÓN: CM	ESCALA: SIN ESCALA	HOJA 1 DE 9	
DESARROLLÓ: MARIELA SÁNCHEZ VERANO			MATERIAL: ACRÍLICO DE 3 MM	ACABADO: NINGUNO	



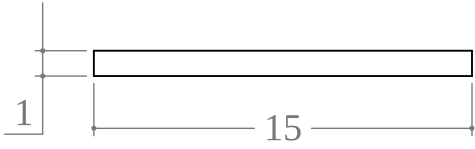
VISTA ISOMÉTRICA



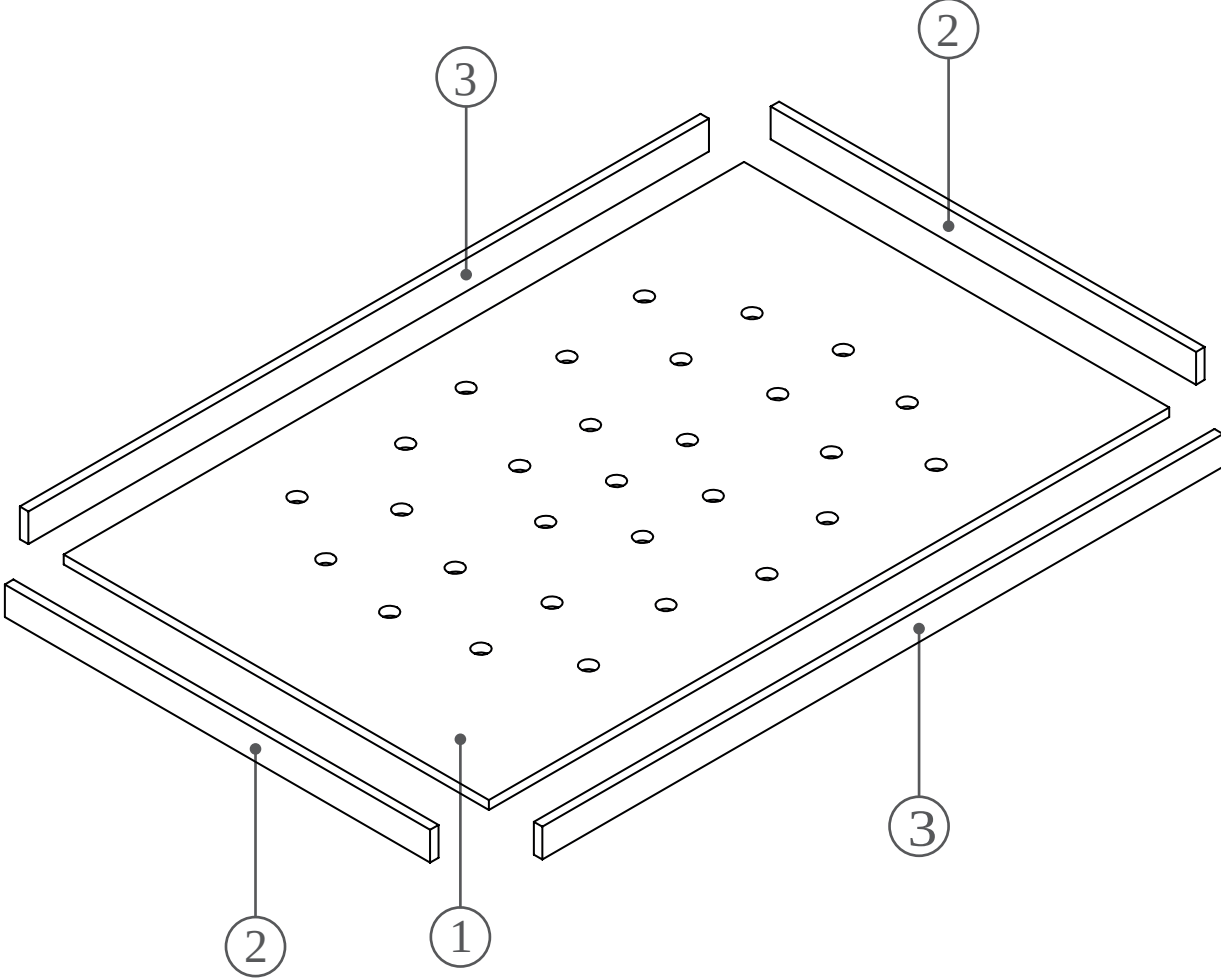
VISTA SUPERIOR



VISTA FRONTAL



VISTA LATERAL DERECHA



Pieza	Cantidad	Nombre	Espesor	Ancho	Largo
1	1	Base 1	0.3	15	24
2	2	Lateral 1	0.3	1	15
3	2	Lateral 2	0.3	1	24



Universidad Tecnológica
de la Mixteca

DIBUJO No.
D-09

PROYECTO:
RECIPIENTES

TÍTULO:
DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA MOSTRAR EL CONCEPTO
DE VARIABLE COMO RELACIÓN FUNCIONAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR.

FECHA: ENERO 2019

ACOTACIÓN: CM

ESCALA: SIN ESCALA

HOJA 1 DE 9

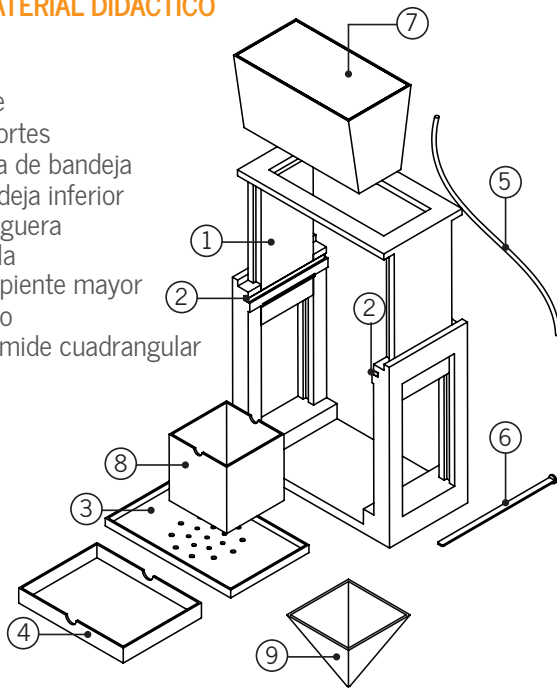
DESARROLLÓ:
MARIELA SÁNCHEZ VERANO

MATERIAL:
ACRÍLICO DE 3 MM

ACABADO:
NINGUNO

1. ELEMENTOS QUE CONFORMAN EL MATERIAL DIDÁCTICO

1. Base
2. Soportes
3. Tapa de bandeja
4. Bandeja inferior
5. Manguera
6. Regla
7. Recipiente mayor
8. Cubo
9. Pirámide cuadrangular



2. INSTALACIÓN DE LA BASE

Paso 1.

Quita de la base el recipiente mayor, el cubo y la pirámide cuadrangular. La tapa y bandeja inferior deberán permanecer en su lugar de origen.

Paso 2.

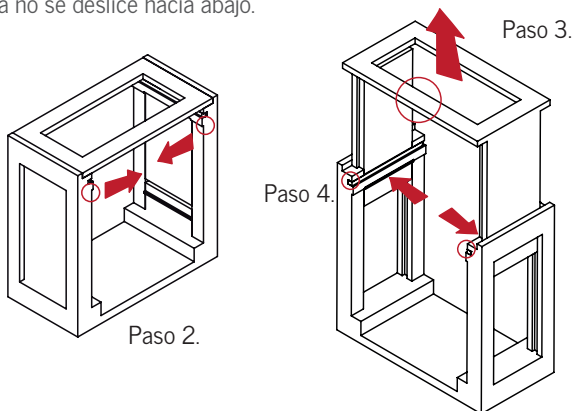
Gira hacia adentro los soportes ubicados en los laterales de la base a fin de liberar la parte superior de la misma.

Paso 3.

Sujeta la parte superior de la base y desliza hacia arriba hasta encontrar un tope.

Paso 4.

Deberás seguir sosteniendo hasta colocar nuevamente los soportes en su posición original, asegúrate que la parte superior ya no se deslice hacia abajo.



3. INSTALACIÓN DEL RECIPIENTE MAYOR

Paso 1.

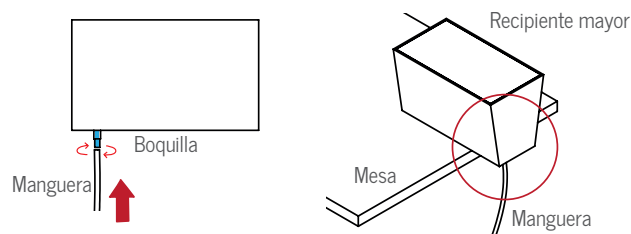
El recipiente mayor posee una boquilla en donde se une la manguera, antes de vaciar agua u otro líquido deberás asegurarte de quitar la tapa de la boquilla y colocar el extremo libre de la manguera ajustándola a presión y mediante giros.

Paso 2.

Para evitar derrames de agua deberás asegurarte de que la tapa de la manguera en el extremo posterior se encuentre colocada.

Paso 3.

El recipiente mayor deberá ubicarse en la parte superior de la base y posteriormente llenarse de agua, de lo contrario si se realiza su llenado fuera de la base se recomienda ubicarlo sobre alguna mesa o soporte cuidando que la parte donde se ubica la boquilla permanezca fuera o rebase el borde de la mesa.



4. REGLA

La regla se encuentra ubicada dentro de la bandeja inferior, mediante imanes se adhiere al centro del cubo y de la pirámide cuadrangular, solo se requiere posicionarla de forma vertical.

5. BANDEJA INFERIOR

Para la actividad, el recipiente elegido puede ocuparse dentro de la base o fuera de la misma, sin embargo, en caso de derrame de agua, la tapa y la bandejas inferiores pueden retener el agua.

6. PARA LIMPIAR Y TRANSPORTAR

Para limpiar el exceso de agua que haya quedado sobre la base o en los recipientes utilizados se recomienda frotar un trapo seco. Para manchas suaves utilizar jabón líquido o detergente con una esponja y enjuagar con agua. **No utilizar solventes u otros líquidos corrosivos** ya que estos dañarán significativamente el acabado de la base y la transparencia de los recipientes de acrílico.



Para guardar el material es necesario quitar los soportes y deslizar la tapa a su posición original. Primero coloca los recipientes y encima el recipiente mayor. La regla y la manguera se pueden guardar dentro de la bandeja inferior.

Anexo 10

Formato de Evaluación final del prototipo de material didáctico.

EVALUACIÓN FINAL

Marca la opción que consideres apropiada según tu experiencia con el **material didáctico** expuesto.

1. ¿Cuál fue el grado de dificultad que presentaste al manipular el material didáctico ?
☐ Muy fácil
☐ Fácil
☐ Ni fácil ni difícil
☐ Difícil
☐ Muy difícil
2. ¿Las dimensiones del material didáctico son las adecuadas para su uso?
☐ Totalmente de acuerdo
☐ De acuerdo
☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
☐ En desacuerdo
☐ Totalmente en desacuerdo
3. ¿El material didáctico brinda estabilidad?
☐ Totalmente de acuerdo
☐ De acuerdo
☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
☐ En desacuerdo
☐ Totalmente en desacuerdo
4. Califica las siguientes características del material didáctico.

*Los Materiales (madera y acrílico) son:

☐ Favorables ☐ Poco favorables ☐ Nada favorables

*El mecanismo de deslizamiento de la tapa es:

☐ Favorable ☐ Poco favorable ☐ Nada favorable

*La forma de la base de madera es:

☐ Favorable ☐ Poco favorable ☐ Nada favorable

*La forma de los recipientes son:

☐ Favorables ☐ Poco favorables ☐ Nada favorables

*La forma de sujetar la regla a los recipientes es:

☐ Favorable ☐ Poco favorable ☐ Nada favorable

5. ¿Qué tan útil fue el manual para manipular el material didáctico ?
☐ Muy útil
☐ Algo útil
☐ No tan útil
☐ Nada útil

6. ¿Qué tan interesante te pareció el material didáctico ?

☐ Muy interesante
☐ Interesante
☐ Algo interesante
☐ Poco interesante
☐ Nada interesante

7. ¿Qué tan útil fue para ti el uso del material didáctico para comprender el problema planteado en la *Evaluación diagnóstica*?

☐ Muy útil
☐ Algo útil
☐ No tan útil
☐ Nada útil

8. ¿El material didáctico cumple con la función para la que fue elaborado?

☐ Totalmente de acuerdo
☐ De acuerdo
☐ Ni de acuerdo ni en desacuerdo
☐ En desacuerdo
☐ Totalmente en desacuerdo

9. ¿Qué tan importante consideras el uso de materiales didácticos manipulables en tus clases de matemáticas?

☐ Muy importante
☐ Importante
☐ Algo importante
☐ Poco importante
☐ No es importante

¿Por qué?

10. ¿Qué aportaciones agregarías al prototipo de material didáctico para mejorarlo?

¡Gracias!

Anexo 11

Resultados obtenidos en la fase de Evaluación Final.

Pregunta 1. ¿Cuál fue el grado de dificultad que presentaste al manipular el material didáctico?

Puntaje	Resp.
5 Muy fácil	5
4 Fácil	9
3 Ni fácil ni difícil	6
2 Difícil	0
1 Muy difícil	0
Total	79



Pregunta 2. ¿Las dimensiones del material didáctico son las adecuadas para su uso?

Puntaje	Resp.
5 Totalmente de acuerdo	11
4 De acuerdo	8
3 Ni de acuerdo ni en desacuerdo	0
2 En desacuerdo	1
1 Totalmente en desacuerdo	0
Total	89



Pregunta 3. ¿El material didáctico brinda estabilidad?

Puntaje	Resp.
5 Totalmente de acuerdo	6
4 De acuerdo	13
3 Ni de acuerdo ni en desacuerdo	0
2 En desacuerdo	0
1 Totalmente en desacuerdo	1
Total	83



Pregunta 4. Califica las siguientes características del material educativo.

Los Materiales (madera y acrílico) son:

Puntaje	Resp.
3 Favorable	19
2 Poco favorable	1
1 Nada favorable	0
Total	59



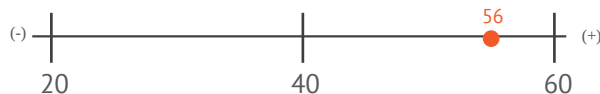
El mecanismo de deslizamiento de la tapa es:

Puntaje	Resp.
3 Favorable	16
2 Poco favorable	3
1 Nada favorable	1
Total	55



La forma de la base de madera es:

Puntaje	Resp.
3 Favorable	16
2 Poco favorable	4
1 Nada favorable	0
Total	56



La forma de los recipientes son:

Puntaje	Resp.
3 Favorable	18
2 Poco favorable	2
1 Nada favorable	0
Total	58



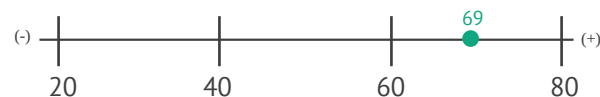
La forma de sujetar la regla a los recipientes es:

Puntaje	Resp.
3 Favorable	18
2 Poco favorable	2
1 Nada favorable	0
Total	58



Pregunta 5. ¿Qué tan útil fue el manual para manipular el material didáctico?

Puntaje	Resp.
4 Muy útil	10
3 Algo útil	9
2 No tan útil	1
1 Nada útil	0
Total	69



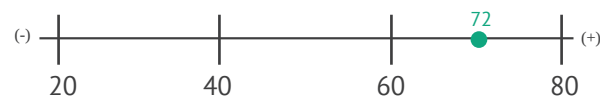
Pregunta 6. ¿Qué tan interesante te pareció el material didáctico?

Puntaje	Resp.
5 Muy interesante	11
4 Interesante	7
3 Algo interesante	2
2 Poco interesante	0
1 Nada interesante	0
Total	89



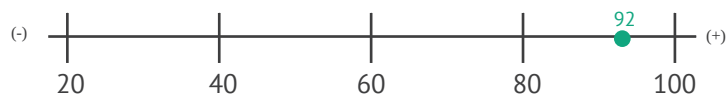
Pregunta 7. ¿Qué tan útil fue para ti el uso del material didáctico para comprender el problema planteado en la Evaluación diagnóstica?

Puntaje	Resp.
4 Muy útil	13
3 Algo útil	6
2 No tan útil	1
1 Nada útil	0
Total	72



Pregunta 8. ¿El material didáctico cumple con la función para la que fue elaborado?

Puntaje	Resp.
5 Totalmente de acuerdo	12
4 De acuerdo	8
3 Ni de acuerdo ni en desacuerdo	0
2 En desacuerdo	0
1 Totalmente en desacuerdo	0
Total	92



Pregunta 9. ¿Qué tan importante consideras el uso de materiales didácticos manipulables en tus clases de matemáticas?

Puntaje	Resp.
5 Muy importante	11
4 Importante	8
3 Algo importante	1
2 Poco importante	0
1 Nada importante	0
Total	90



¿Por qué?

- *Ayudan a comprender mejor las clases y problemas
- *Porque se comprueban los hechos del problema
- *Ayudan a comprender un tema de una forma más interactiva
- *Hacen la clase más divertida
- *La clase es más interesante y menos estresante
- *Presto más atención de lo normal
- *Porque así podemos ver lo que pasa en los ejercicios
- *Nos ayudan a corroborar la información

Pregunta 10. ¿Qué aportaciones agregarías al prototipo de material didáctico para mejorarlo?

- *Un instructivo con un lenguaje menos formal y confuso
- *Más grande
- *Más estabilidad para la pirámide y la regla
- *Tal vez cambiar madera por acero

Bibliografía

- Aguirre, A. (1994). *Psicología de la adolescencia*. Barcelona, España. Editorial Boixareu Universitaria.
- Albornoz, H. (2002). *La Importancia del Diseño Industrial en el Equipo para la Enseñanza Experimental de Ciecias*. UNAM. Recuperado de: <http://http://cumincades.scix.net/data/works/att/09bc.content.pdf>
- Alderetes, C. O., Bertollo, N. F. (2004). *Cálculo del tiempo de descarga de tanques y recipientes*. Universidad Tecnológica Nacional. Argentina. Recuperado de: <https://es.slideshare.net/taniaestefanygamboa/vila/calculo-del-tiempo-de-descarga-de-tanques-y-recipientes>
- Andersson, P. (2011). *La relevancia del material didáctico dentro del aula: Una investigación sobre las principales áreas de interés de los estudiantes de ELE*. Dalarna University. Recuperado de: <http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A519175&dswid=7739>
- Ávila, R., Prado, L. R. y González, E. L. (2007). *Dimensiones antropométricas de población latinoamericana: México, Cuba, Colombia, Chile*. Guadalajara, Universidad de Guadalajara.
- Bedolla, D. (2003). *Diseño Sensorial las Nuevas Pautas para la Innovación Especialización y Personalización del Producto* (Tesis doctoral). Universidad Politécnica de Cataluña (UPC) España.
- Boerboom, P. y Proetel, T. (2018). *El color como material y recurso visual*. Barcelona, España. Editorial Gustavo Gili.
- Comisión Nacional Forestal (2007). *Fichas técnicas sobre características tecnológicas y usos de maderas comercializadas en México. Tomo II*. Coordinación General de Educación y Desarrollo Tecnológico. México.
- Cruz, de L. (2011). *Consideraciones tecnológicas en la protección de la madera*. Morelia. México. Comisión Nacional Forestal. Recuperado de: <https://www.conafor.gob.mx/biblioteca/Consideraciones-tecnologicas-de-la-madera.pdf>
- Dirección General del Bachillerato (2017). *Matemáticas II, Programa de estudios primer semestre*. DGB/DCA /06-2017. Recuperado de: <http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/-programas-de-estudio.php>
- Doménech, F. (2011). *Evaluar e Investigar en la situación educativa universitaria. Un nuevo enfoque desde el EEES*. Tema 2 La enseñanza y el aprendizaje en la Situación Educativa. 4-9. Recuperado de: <http://www3.uji.es/~betoret/Instruccion/instruccion.html>
- Esquinas, A. M. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente*. (Tesis doctoral). Madrid. España. Recuperado de: <http://eprints.ucm.es/8283/>
- Eudave, D. (1998). *El aprendizaje del álgebra y sus dificultades. Una exploración a través del estudio de errores*. Revista Caleidoscopio. Universidad Autónoma de Aguascalientes. Recuperado de: <http://revistas.psico-ags.net/index.php/caleidoscopio/article/view/231/162>
- Ferrer, A. y Gómez, D. (2013). *Imagen y Comunicación visual*. Universidad Oberta de Catalunya, España. Recuperado de: https://capdtron.files.wordpress.com/2013/03/iml-m1_imagen-y-comunicacion-3b3n-visual.pdf

- Flores, C. (2001). *Ergonomía para el Diseño*. México. Editorial Designio, primera edición.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada, España. Universidad de Granada. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1946/1/libro_MATREC_2011.pdf
- Fragoso, V. (2012). *Estudios Sobre La Práctica Docente. Recursos y Materiales Didácticos*. UNAM. México. Recuperado de: https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/textos/material_didactico.pdf
- Gamonal, R. (2012). *Del Boceto al Diseño. La materialización del discurso visual en el Diseño Gráfico*. Madrid, España. Vivat Academia, (119), 42-57.
- Gómez, J. F., Gonzáles, F. J., Herrera, E., y Rosa, L. A. (2016). *La Transdisciplina en el Arte y el Diseño*. Primera Edición. Universidad de Guanajuato. México.
- González, S. L., (2010). *Dificultades de Aprendizaje Escolar (DAE)*. Carta de la Salud, (170). Recuperado de: https://repository.icesi.edu.co/biblioteca_digital/
- Guerrero, A. (2009). *Los materiales didácticos en el aula*. Temas para la Educación. (5), 1-7. Recuperado de: <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd6415.pdf>
- INEE (2013). *México en PISA 2012*. Primera edición. México. Recuperado de: http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/11149/1/images/Mexico_PISA_2012_Informe.pdf
- Jarabo, F. E. y García, F. J. (2013). *Métodos de los factores ponderados*. Recuperado de: https://campusvirtual.ulles.ocw/pluginfile.php/5075/mod_resource/content/1/Problemas/Met-Local-Ponderado-ejemplo.pdf
- Juárez, D. y Limón, O. (2013). *Las Matemáticas y el Entorno Socioeconómico como causa de Deserción Escolar en el Nivel Medio Superior en México*. Multidisciplinar, (15), 72–90. Recuperado de: <http://www.revistas.unam.mx/index.php/multidisciplina/article/view/45299>
- Kalpakjian, S. y Schmid, S. R. (2008). *Manufactura, Ingeniería y Tecnología*. Editorial Pearson Prentice Hall.
- López, D. LL. y López, A. L. (2011). *Empleo del Modelo 3UV en Álgebra Temprana*. Universidad de Querétaro. México.
- López, M. (2014). *Los medios didácticos como facilitadores del aprendizaje*. Universidad Pedagógica Nacional (Tesina), Ciudad del Carmen, México. Recuperado de: <http://200.23.113.51/pdf/30671.pdf>
- López, J., Toledo, N., Jimbert, P., Herrero, M. I. y Caro, J. L. (2013). *3. El diseño industrial y desarrollo de producto*. Recuperado de: https://ocw.ehu.eus/file.php/272/3-Proceso_de_diseno.pdf
- Madrigal, J. F. y Shastri, R. (2011). *Manual de plásticos para diseñadores*. Primera Edición. Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- Málaga, I. y Arias, J. (2010). *Los trastornos del aprendizaje. Definición de los distintos tipos y sus bases neurobiológicas*. Boletín de la Sociedad de Pediatría de Asturias, (50), 43-47. Recuperado de: http://www.sccalp.org/documents/0000/1526/BolPediatr2010_50_043-047.pdf
- Marín, A. (2010). *Técnicas y métodos creativos aplicados a la conceptualización del diseño*. Universidad Autónoma de Nuevo León. Contexto, (4), 41-44. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6264879>
- Marmolejo, E. y Riestra, J. A. (2013). *Modelo matemático del llenado de recipientes*. Modelling in Science Education and Learning. 6(2), No. 13, 155-169.

- Matas, A. (2018). *Diseño del formato de escalas tipo Likert: un estado de la cuestión*. Revista Electrónica de Investigación Educativa. 20(1), 38-47. Recuperado de: <https://redie.uabc.mx/redie/article/view/1347>
- Meléndez, A. E. (2015). *Dificultades en la comprensión del Álgebra: El uso de la variable en el nivel medio superior*. 3er Coloquio de Doctorado, Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV. México.
- Moreno, V. M. (2005). *Psicología del Color y la Forma*. Universidad de Londres. Querétaro, México.
- Navarro, F. (23 de 03 de 2015). *Antropometría aplicada al Diseño de Puestos de Trabajo*. Revista digital INESEM, Recuperado de: <https://revistadigital.inesem.es/gestion-integrada/antropometria-aplicada-al-diseno-de-puestos-de-trabajo/>
- OCDE 2016. *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), PISA 2015 – Resultados*. Recuperado de: <https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf>
- Osorio, A. (2010). *La forma como medio de comunicación para el diseño*. Universidad Católica de Pereira, Colombia. Grafías, (12), Diseño Industrial. Recuperado de: <http://biblioteca.ucp.edu.co/ojs/index.php/grafias/article/view/1273/1202>
- Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea). *Resultados nacionales 2017*. Educación Media Superior. Recuperado de: <http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2017/ResultadosNacionalesPlaneaMS2017.PDF>
- Rafael, A. (2008). *Master en Paidopsiquiatría. Módulo I. Desarrollo Cognitivo: Las Teorías de Piaget y de Vygotsky*. Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado de: <https://es.calameo.com/read/00359046265d75c4ff7f9>
- Ramírez, P. (2017). Análisis de una consigna matemática en términos del modelo 3UV. UNGS. Recuperado de <https://es.scribd.com/document/366168333/Analisis-de-Una-Consigna-Matematica-en-Terminos-Del-Modelo-3UV>
- Robles, F. (19 de 12 de 2017). lifeder. Recuperado de <https://www.lifeder.com/instructivo/>
- Rodríguez, G. (2014). *Manual de Diseño Industrial*. México. Ediciones Gustavo Gili S.A de C.V. Recuperado de: <http://www.cua.uam.mx/pdfs/conoce/libroselec/16ManualDI.pdf>
- Saucedo, G. (2007). *Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad*. Universidad Nacional del Litoral. Argentina. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/274494626_Categorizacion_de_Errores_Algebraicos_en_Alumnos_Ingresantes_a_la_Universidad
- Torres, M. (2014). *Materiales de uso técnico*. Xunta de Galicia. Recuperado de: <https://www.edu.xunta.es/espazoAbalar/sites/espazoAbalar/files/datos/1464947174/contido/index.html>
- Torres, M., Paz, K. y Salazar, F. (2006). *Tamaño de una muestra para una investigación de mercado*. Boletín electrónico No. 2. Universidad Rafael Landívar.
- Trigueros, M., Ursini, S. y Lozano, D. (2000). *La conceptualización de la variable en la enseñanza media*. Educación matemática. 12(2), 27- 48.
- Trotec (s.f). *Manual Trotec para el grabado láser*. Recuperado de: www.troteclaser.com
- Tünnermann, C. (2011). *El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes Universidades*. México, UDUAL, (48), 21-32.

- Ulrich, K. T. y Eppinger, S. D. (2012). *Diseño y desarrollo de productos*. Quinta Edición. Editorial Mc. Graw Hill.
- UNESCO (1989). *Material Didáctico escrito: Un apoyo indispensable*. Documento de Trabajo. Programa Regional de Educación en Población de la Organización de la Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0009/000919/091954SB.pdf>
- Valenzuela, M. (2012). *Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría*. Un estudio sobre algunos colegios de Chile. (Tesis de maestría). Universidad de Granada, España. Recuperado de: https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM%20Macara%20Valenzuela_.pdf
- Villamil, E. y García, M. J. (2003). *Introducción al proyecto de ingeniería*. Buenos Aires, Argentina. Universidad de Buenos Aires UBA. Recuperado de: http://materias.fi.uba.ar/6612/archives/Libro_materia.pdf
- Wong, W. (1991). *Fundamentos del diseño bi- y tri-dimensional*. Séptima Edición. Editorial Gustavo Gili, S. A.

