



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

**“MODELO DE SIMULACIÓN PARA EL ÁREA DE ENVASADO DE LA
PURIFICADORA MANANTIAL SAN SEBASTIÁN”**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO INDUSTRIAL

PRESENTA:

MIGUEL ANGEL TORRALBA GONZÁLEZ

DIRECTORA DE TESIS:

M. C. ORQUÍDEA SÁNCHEZ LÓPEZ

CODIRECTOR DE TESIS:

M. C. IGNACIO HÉRNANDEZ CASTILLO

Huajuapán de León, Oaxaca, México. Noviembre 2017

AGRADECIMIENTOS

A través de estas líneas quiero agradecer a las personas que directamente e indirectamente ayudaron a la realización de este proyecto.

A mis padres, María Antonieta y Armando Angel porque confiaron en mi desde el inicio de mi carrera, gracias por sus consejos, paciencia y valores que me inculcaron, hoy puedo ver alcanzada esta meta. A mis hermanos Armando y Eduardo por estar ahí conmigo en todo momento motivándome y apoyándome a lo largo de estos años.

A mis directores de tesis la M. C. Orquídea Sánchez López y M. C. Ignacio Hernández Castillo por sus conocimientos transmitidos en todo momento, por su paciencia, confianza y apoyo durante la realización de este proyecto.

Quiero expresar también mi más sincero agradecimiento al comité revisor conformado por el Dr. Álvaro Jesús Mendoza Jasso, el Dr. Guillermo Arturo Lancho Romero y el Dr. Alejandro Iván Aguirre Salado por tomarse el tiempo para la revisión de este proyecto.

A Edgar Méndez, Set Melchor, Mauro Caravantes, Guadalupe Jarquín, Ángel Hernández, Daniela García, Samantha Rodríguez y a los amigos que se han sumado durante mi estancia en la universidad. Muchas gracias por estar conmigo en todo este tiempo donde he vivido momentos de felicidad y tristeza, gracias por todo, los aprecio y respeto.

A Fernanda Téllez, por ayudarme a generar perspectivas e ideas nuevas en esta etapa de mi vida, gracias por tus consejos y apoyo. Te aprecio y valoro mucho tu amistad.

A los profesores de la Universidad Tecnológica de la Mixteca por contribuir en mi etapa académica, así mismo a los profesores de la Jefatura de Ingeniería Industrial por compartir sus conocimientos y experiencias a lo largo de mi estancia en la universidad.

Mis palabras no bastarían para agradecerles su apoyo, su comprensión y sus consejos en cada momento de mi vida.

DEDICATORIA

A mis padres, María Antonieta y Armando Angel por su aliento, comprensión, consejos y su amor infinito. Gracias por haberme dado una carrera para mi futuro, todo se los debo a ustedes.

A mis hermanos, Armando y Eduardo por sus consejos, experiencias y apoyo a lo largo de toda mi vida, gracias por ser mis hermanos mayores que me enseñaron los pasos a seguir para el cumplimiento de esta meta.

A mis cuñadas, Daniela y Elide por su confianza, por su apoyo y motivación en esta etapa de mi vida. Gracias cuñadas.

A toda mi familia, tíos, primos, abuelos y en especial a mi abuela Lucila Pérez que siempre estuvo pendiente de mi día a día, por preocuparse y cuidarme en cada momento.

Gracias familia por todo su apoyo.

Miguel Angel

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	ii
DEDICATORIA	iii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vii
ÍNDICE DE TABLAS	viii
CAPÍTULO 1. MARCO DE REFERENCIA.....	1
1.1. Generalidades.....	1
1.2. Planteamiento del problema.....	3
1.3. Justificación	3
1.4. Objetivos.....	3
1.4.1. Objetivo general.....	3
1.4.2. Objetivos específicos	3
1.5. Metas.....	4
1.6. Metodología	4
1.7. Delimitaciones y alcances.....	5
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO.....	6
2.1. Principios de simulación.....	6
2.1.1. Definición de simulación.....	6
2.1.2. Elementos de un modelo de simulación.....	6
2.1.3. Propósitos de la simulación	7
2.1.4. Ventajas de la simulación	8
2.1.5. Desventajas de la simulación	9
2.1.6. Aplicaciones de la simulación	9
2.2. Sistemas, modelos y simulación	10
2.2.1. Definición de sistema.....	10
2.2.2. Componentes de un sistema.....	10
2.2.3. Estudio de un sistema.....	11
2.2.4. Modelo de un sistema	12
2.2.5. Modelo de simulación.....	13
2.3. Simulación Monte Carlo	15
2.3.1. Introducción a la simulación Monte Carlo.....	15
2.3.2. Principio de simulación Monte Carlo	16
2.3.3. Aplicaciones de simulación Monte Carlo	16
2.3.4. Números pseudoaleatorios.....	17
2.3.5. Generación de números pseudoaleatorios.....	18
2.4. Teoría estadística	20
2.4.1. Variables aleatorias.....	20
2.4.2. Funciones de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta	20

2.4.3. Media y varianza de una variable aleatoria discreta	20
2.4.4. Función de densidad de probabilidad	21
2.4.5. Funciones de distribución acumulada de una variable aleatoria continua	21
2.4.6. Media y varianza de una variable aleatoria continua.....	21
2.4.7. Distribución Poisson	21
2.4.8. Distribución normal	22
2.4.9. Distribución exponencial	23
2.4.10. Prueba Chi-cuadrada.....	23
2.4.11. Prueba Kolmogorov-Smirnov.....	24
2.4.12. Prueba de Anderson-Darling.....	24
2.5. Teoría de colas	25
2.5.1. Descripción de teoría de colas	25
2.5.2. Elementos de una cola	26
2.5.3. Modelos con un Servidor (M/M/1).....	27
2.6. Productividad en una empresa	30
2.6.1. Importancia de la productividad	30
2.6.2. Factores que restringen la productividad	32
2.6.3. Estudio del trabajo y productividad.....	32
2.6.4. Herramientas de registro y análisis.....	35
2.6.5. Medición del trabajo	37
2.7. ProModel.....	40
2.7.1. Introducción al uso de ProModel.....	40
2.7.2. Módulos de ProModel.....	41
2.7.3. Elementos básicos.....	42
2.7.4. Características innovadoras en ProModel.....	43
CAPÍTULO 3. SIMULACIÓN DEL SISTEMA ACTUAL.....	45
3.1. Purificadora Manantial San Sebastián	45
3.1.1. Descripción de la empresa	45
3.1.2. Distribución de planta.....	47
3.1.3. Proceso de envasado	49
3.1.4. Diagramas de registro y análisis	49
3.2. Definición de objetivos, alcance y requerimientos.....	52
3.3. Recolección y análisis de datos.....	53
3.3.1. Recolección de datos.....	53
3.3.2. Análisis de tiempos del proceso de envasado.....	54
3.4. Construcción del modelo	56
3.4.1. Locaciones	59
3.4.2. Entidades.....	60
3.4.3. Redes.....	60
3.4.4. Recursos.....	61

3.4.5. Arribos	61
3.4.6. Proceso	62
3.5. Validación del modelo	66
CAPÍTULO 4. SIMULACIÓN DE LOS SISTEMAS PROPUESTOS	67
4.1. Experimentación	67
4.1.1. Primer escenario.....	67
4.1.2. Segundo escenario	69
4.1.3. Tercer escenario	71
4.1.4. Cuarto escenario.....	73
CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES	75
5.1. Resultados	75
5.2. Capacidad de producción.....	76
5.3. Conclusiones.....	78
BIBLIOGRAFÍA	79
ANEXOS	81

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Pasos para realizar un estudio de simulación (Harrell, <i>et al.</i> , 2004).	4
Figura 2. Maneras de estudiar un sistema (Law, 2008).	11
Figura 3. Jerarquía de la estructura de un modelo (Bennett, 1995).	13
Figura 4. Sistema de cola básico (Taha, 2004).	26
Figura 5. Reacción en cadena de una mayor productividad (García Criollo, 2005).	31
Figura 6. Descomposición del tiempo de trabajo (Kanawaty, 1996).	33
Figura 7. Estudio del trabajo (Kanawaty, 1996).	35
Figura 8. Áreas del proceso de purificación (Fuente: Propia).	46
Figura 9. Distribución de planta actual de la Purificadora Manantial San Sebastián (Fuente: Propia).	48
Figura 10. Diagrama del proceso de operación (Fuente: Propia).	50
Figura 11. Diagrama de flujo de proceso (Fuente: Propia).	51
Figura 12. Diagrama de recorrido (Fuente: Propia).	52
Figura 13. Histogramas de las operaciones del proceso de envasado (Fuente: Propia).	54
Figura 14. Interfaz de inicio de ProModel (Fuente: Propia).	59
Figura 15. Locaciones del modelo de simulación (Fuente: Propia).	60
Figura 16. Entidades del modelo de simulación (Fuente: Propia).	60
Figura 17. Redes de ruta del modelo de simulación (Fuente: Propia).	61
Figura 18. Distancia entre nodos (Fuente: Propia).	61
Figura 19. Recursos del modelo de simulación (Fuente: Propia).	61
Figura 20. Arribos del modelo de simulación (Fuente: Propia).	62
Figura 21. Proceso del modelo de simulación (Fuente: Propia).	62
Figura 22. Destino Lavado primera etapa (Fuente: Propia).	63
Figura 23. Destino Cepillado (Fuente: Propia).	63
Figura 24. Destino Lavado segunda etapa (Fuente: Propia).	63
Figura 25. Destino Enjuague (Fuente: Propia).	64
Figura 26. Destino Envasado (Fuente: Propia).	64
Figura 27. Destino Sellado (Fuente: Propia).	64
Figura 28. Destino Fila vehículo (Fuente: Propia).	65
Figura 29. Salida del sistema (Fuente: Propia).	65
Figura 30. Modelo de simulación del sistema actual (Fuente: Propia).	65
Figura 31. Modelo de simulación, primer escenario (Fuente: Propia).	68
Figura 32. Modelo de simulación, segundo escenario (Fuente: Propia).	70
Figura 33. Modelo de simulación, tercer escenario (Fuente: Propia).	72
Figura 34. Modelo de simulación, cuarto escenario (Fuente: Propia).	73

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Acciones y símbolos en un proceso (García Criollo, 2005).	36
Tabla 2. Funciones de probabilidad de ProModel (García <i>et al.</i> ,2013).	44
Tabla 3. Equipo y maquinaria del área de envasado (Fuente: Propia).	47
Tabla 4. Base de datos en Excel (Fuente: Propia).	54
Tabla 5. Prueba de hipótesis de operaciones (Fuente: Propia).	55
Tabla 6. Parámetros de las operaciones (Fuente: Propia).	56
Tabla 7. Prueba de hipótesis arribos (Fuente: Propia).	56
Tabla 8. Resultados del modelo de simulación actual (Fuente: Propia).	66
Tabla 9. Resultados de las locaciones del modelo de simulación actual (Fuente: Propia)...66	
Tabla 10. Distancias entre operaciones, primer escenario (Fuente: Propia).	68
Tabla 11. Resultados del modelo de simulación, primer escenario (Fuente: Propia).	69
Tabla 12. Resultados de las locaciones del modelo de simulación, primer escenario (Fuente: Propia).	69
Tabla 13. Distancia entre operaciones, segundo escenario (Fuente: Propia).	70
Tabla 14. Resultados del modelo de simulación, segundo escenario (Fuente: Propia).	71
Tabla 15. Resultados de las locaciones del modelo de simulación, segundo escenario (Fuente: Propia).	71
Tabla 16. Resultados del modelo de simulación, tercer escenario (Fuente: Propia).	72
Tabla 17. Resultados de las locaciones del modelo de simulación, tercer escenario (Fuente: Propia).	72
Tabla 18. Resultados del modelo de simulación, cuarto escenario (Fuente: Propia).	74
Tabla 19. Resultados de las locaciones del modelo de simulación, cuarto escenario (Fuente: Propia).	74
Tabla 20. Comparación de resultados (Fuente: Propia).	75
Tabla 21. Porcentaje de utilización de las operaciones (Fuente: Propia).	75
Tabla 22. Tiempos promedios de permanencia de los garrafones totales en las operaciones (Fuente: Propia).	76
Tabla 23. Resultados de la capacidad de producción (Fuente: Propia).	77
Tabla 24. Porcentajes de utilización de las operaciones con ingreso de 146 garrafones/ hora (Fuente: Propia).	77
Tabla 25. Tiempo promedio de permanencia del total de garrafones en las operaciones con ingreso de 146 garrafones/hora (Fuente: Propia).	77

CAPÍTULO 1. MARCO DE REFERENCIA

En este capítulo se presentan los fundamentos de realización del proyecto de tesis, así como los alcances y delimitaciones que se contemplan para su realización.

1.1. Generalidades

El área de producción de una industria es clave para su éxito. En ella los materiales son solicitados y controlados; la secuencia de las operaciones, de las inspecciones y de los métodos es determinada; las herramientas son solicitadas; los tiempos asignados; el trabajo es programado, asignado y se le da seguimiento; y la satisfacción del cliente es mantenida con productos de calidad entregados a tiempo (Niebel & Freivalds, 2009).

La complejidad en la operación de los sistemas de producción y servicios de la actualidad requieren de una modelación cada vez más apegada a la realidad, que permita un análisis profundo y detallado. Por ello, herramientas que puedan modelar esta complejidad se hacen relevantes y necesarias.

En años recientes, el advenimiento de nuevos y mejores desarrollos en el área de la computación ha traído consigo innovaciones igualmente importantes en los terrenos de la toma de decisiones y el diseño de procesos y productos. En este sentido, una de las técnicas de mayor impacto es la simulación (García, García & Cárdenas, 2006).

La simulación es una de las herramientas que hace posible conocer mejor el sistema en estudio, ya que permite evaluar diversos escenarios considerando múltiples variables de decisión y visualizar su comportamiento a través del tiempo.

El comportamiento de un sistema a medida que evoluciona con el tiempo se estudia mediante el desarrollo de un modelo de simulación. Este modelo suele adoptar la forma de un conjunto de supuestos que conciben el funcionamiento del sistema. Estos supuestos se expresan en relaciones matemáticas, lógicas y simbólicas entre las entidades u objetos de interés del sistema. Los cambios potenciales al sistema primero deben ser simulados, con el fin de predecir su impacto en el rendimiento del sistema. La simulación también puede usarse para estudiar sistemas en la etapa de diseño, antes de que se construyan tales sistemas. Por lo tanto, el modelado de simulación puede utilizarse tanto como una herramienta de análisis para predecir el efecto de los cambios en los sistemas existentes o como herramienta de diseño para predecir el rendimiento de los nuevos sistemas bajo diferentes conjuntos de circunstancias (Banks, Carson II, Nelson & Nicol, 2009).

Según Negahban y Smith (2014), la simulación por computadora se ha utilizado comúnmente en un amplio espectro de campos que incluyen, pero no se limitan, a la salud, mercadotecnia, la cadena de suministro y la milicia. En particular, la simulación ha desempeñado un papel importante en la evaluación del diseño y el funcionamiento operativo de los sistemas de fabricación. Las aplicaciones exitosas de la simulación en muchos problemas prácticos del mundo real han demostrado su eficacia para abordar varios problemas en el sector manufacturero. Hoy en día, el uso y la disposición de una gran cantidad de software de simulación ayuda en la toma de decisiones en temas muy diversos. Así mismo, se han discutido diferentes aspectos del modelado de simulación, incluyendo la verificación y validación de modelos, así como también la realización y el análisis de experimentos de simulación. La simulación es un método para acercarse a la realidad, su utilidad es múltiple en especial para los propósitos educacionales, de capacitación y de investigación.

En el proyecto de tesis se desarrolla un modelo de simulación del área de envasado de la Purificadora Manantial San Sebastián utilizando el software ProModel, con el fin de evaluar la situación actual del proceso de envasado, con base a la información obtenida y analizada generar un modelo de simulación para establecer propuestas de mejora.

1.2. Planteamiento del problema

En la Heroica Ciudad de Huajuapán de León, Oaxaca, se encuentra la empresa “Purificadora Manantial San Sebastián”, dedicada a la purificación y envasado de agua para consumo humano. En el área de envasado de dicha empresa se ha observado que se puede reducir el tiempo de espera para el suministro de garrafones llenos a las unidades repartidoras, por lo que se ha identificado que el problema principal es el nivel de producción diario no establecido, debido a que los tiempos de cada actividad no se encuentran definidos para la recepción, lavado, llenado y sellado.

1.3. Justificación

En el área de envasado de la empresa Purificadora Manantial San Sebastián no se tienen establecidos los tiempos de las actividades del proceso que se realizan, tales como recepción, lavado, llenado y sellado de los garrafones para agua purificada, por lo que es necesario que se determine su duración para mejorar la capacidad de producción de garrafones llenos y cumplir con los requerimientos diarios, de esta manera incrementar la productividad por unidad de tiempo y eliminar los elementos improductivos que ocasionan pérdidas a lo largo del proceso.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Desarrollar un modelo de simulación utilizando ProModel para generar propuestas de mejora de la productividad en el área de envasado de la Purificadora Manantial San Sebastián.

1.4.2. Objetivos específicos

- Aplicar las técnicas de registro y análisis en el área de envasado.
- Realizar un estudio de tiempos de las principales actividades del proceso.
- Realizar la simulación del sistema actual del área de envasado de la purificadora y analizar los resultados.
- Proponer un modelo de simulación alternativo del sistema actual del área de envasado.

- Analizar los resultados del modelo de simulación alternativo para generar propuestas de mejora en el área de envasado de la purificadora.

1.5. Metas

- Generar el modelo de simulación actual del área de envasado.
- Generar al menos una propuesta de mejora de la productividad en la empresa Purificadora Manantial San Sebastián.
- Establecer los tiempos de recepción, lavado, llenado, sellado y almacenaje de los garrafrones en el área de envasado.
- Desarrollar una propuesta de distribución de planta de la Purificadora Manantial San Sebastián.

1.6. Metodología

Se aplicará la metodología para realizar un estudio de simulación propuesta por Harrell, Ghosh y Bowden (2004), cuyos pasos se muestran en la Figura 1.

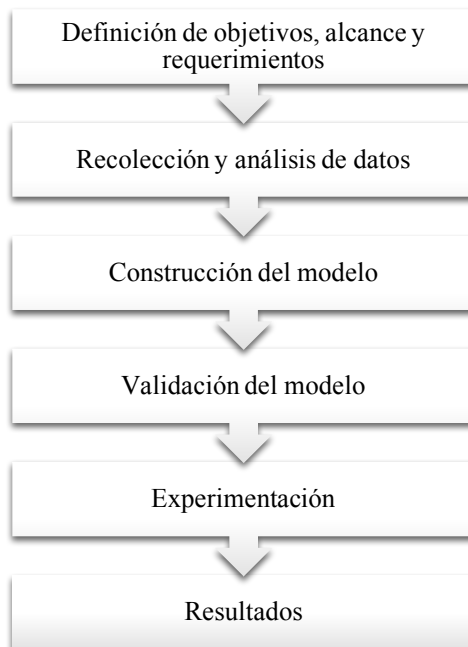


Figura 1. Pasos para realizar un estudio de simulación (Harrell, *et al.*, 2004).

A continuación, se describe cada uno de los pasos de la metodología anteriormente mencionada.

- **Definición de objetivos, alcance y requerimientos:** Se definen el propósito y los alcances del proyecto de simulación, así como también los requerimientos en términos de recursos y tiempo.
- **Recolección y análisis de datos:** Se identifican, recolectan y analizan los datos del sistema para ser modelado.
- **Construcción del modelo:** Se desarrolla el modelo de simulación del sistema.
- **Validación del modelo:** Se mejora el modelo de simulación desarrollado para asegurarse que su comportamiento sea similar al sistema real.
- **Experimentación:** Se proponen escenarios para evaluar y analizar los resultados.
- **Resultados:** Se determina un escenario adecuado con base en el paso anterior.

1.7. Delimitaciones y alcances

El trabajo de investigación se enfocará en el estudio del área de envasado de la empresa Purificadora Manantial San Sebastián y se utilizará el software ProModel para la generación de los modelos de simulación del proceso.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se describen los elementos teóricos planteados en la literatura por diversos autores, con lo cual se fundamenta la realización del proyecto de tesis.

2.1. Principios de simulación

Este apartado muestra los elementos principales de simulación que permiten comprender de manera clara el término simulación. Así mismo, se menciona las ventajas, desventajas y aplicaciones que presenta la simulación.

2.1.1. Definición de simulación

La simulación se ha descrito de diversas maneras como un arte mediante el cual se podrían desarrollar modelos para representar sistemas reales o hipotéticos (Bennett, 1995).

Coss Bu (1993) presenta algunas definiciones de simulación de algunos autores, las cuales son más aceptadas y difundidas. Así, para Thomas H. Naylor, simulación es una técnica numérica para conducir experimentos en una computadora digital. Estos experimentos comprenden ciertos tipos de relaciones matemáticas y lógicas, las cuáles son necesarias para describir el comportamiento y la estructura de sistemas complejos del mundo real a través de largos períodos de tiempo. De igual manera, Robert E. Shannon, definió a la simulación como el proceso de diseñar y desarrollar un modelo computarizado de un sistema o proceso y conducir experimentos con este modelo con el propósito de entender el comportamiento del sistema y evaluar varias estrategias con las cuáles se puede operar el sistema.

Por otra parte, Harrell, *et al.*, (2004) presentan la definición de Thomas J. Schriber, la cual es: La simulación es el modelado de un proceso o sistema de tal manera que el modelo imita la respuesta de los sistemas reales al evento que tiene lugar a lo largo del tiempo.

2.1.2. Elementos de un modelo de simulación

El objetivo de un modelo de simulación consiste, precisamente, en comprender, analizar y mejorar las condiciones de operación relevantes del sistema. Para ello, es necesario entender los conceptos básicos que comprende el modelo (García, *et al.*, 2006).

- *Entidad*: Es la representación de los flujos de entrada del sistema.
- *Estado bajo sistema*: Es la condición que guarda el sistema bajo estudio en un momento determinado.
- *Evento*: Es el cambio en el estado actual del sistema.

- *Locaciones:* Son todos aquellos lugares en los que la pieza puede detenerse para ser transformada o esperar a serlo.
- *Recursos:* Son aquellos dispositivos necesarios para llevar a cabo una operación.
- *Atributo:* Característica de la entidad.
- *Variables:* Condiciones cuyos valores se crean y modifican por medio de ecuaciones matemáticas y relaciones lógicas.
- *Reloj de simulación:* Contador de tiempo de la simulación.

2.1.3. Propósitos de la simulación

El modelo de simulación y el análisis de diferentes tipos de sistemas presentan los siguientes propósitos (Chung, 2003).

- **Obtener información sobre la operación de un sistema:** Algunos sistemas son tan complejos que es difícil entender el funcionamiento y las interacciones dentro del sistema sin un modelo dinámico. En otras palabras, puede ser imposible estudiar el sistema deteniéndolo o examinando componentes individuales de forma aislada.
- **Desarrollo de Políticas Operativas y de Recursos:** Se puede mejorar un sistema existente al cambiar sus políticas operativas o de recursos. Los cambios en las políticas operativas podrían incluir diferentes prioridades de programación para órdenes de trabajo. Los cambios en las políticas de recursos podrían incluir los niveles de personal o la programación de interrupciones.
- **Prueba de nuevos conceptos:** Si un sistema aún no existe, o se está considerando la adquisición de nuevos sistemas, un modelo de simulación puede ayudar a dar una idea de lo que el sistema propuesto llevará a cabo. El costo de modelar un nuevo sistema puede ser muy pequeño en comparación con la inversión de capital involucrada en la instalación de cualquier proceso de manufactura significativo. Además, el uso de un modelo de simulación antes de la implementación puede ayudar a refinar la configuración del equipo elegido.
- **Obtención de información sin modificar el sistema actual:** Los modelos de simulación son posiblemente el único método disponible para la experimentación con sistemas que no pueden ser alterados. Algunos sistemas son críticos o sensibles que

no es posible realizar ningún tipo de cambios operativos o de políticas de recursos para analizar el sistema.

2.1.4. Ventajas de la simulación

Para Chung (2003), la simulación tiene beneficios específicos, tales como:

- **Experimentación en tiempo comprimido:** Debido a que el modelo se simula en una computadora, se pueden realizar simulaciones experimentales en tiempo comprimido. Esta es una gran ventaja porque algunos procesos pueden tardar meses o incluso años en completarse. Los tiempos largos de procesamiento del sistema pueden dificultar o incluso imposibilitar el análisis robusto. Con un modelo de computadora, la operación y la interacción de procesos largos se pueden simular en segundos. Esto también significa que las repeticiones múltiples de cada ejecución de la simulación se pueden realizar fácilmente para aumentar la confiabilidad estadística del análisis. Por lo tanto, ahora se pueden estudiar sistemas que antes eran imposibles de analizar de forma robusta.
- **Requisitos analíticos reducidos:** El advenimiento de las metodologías de simulación ha permitido a los profesionales estudiar dinámicamente los sistemas en tiempo real durante las simulaciones. Además, los paquetes de software específicos de simulación simplifican los cálculos de fondo y requisitos de programación.
- **Modelos fácilmente demostrados:** La mayoría de los paquetes de software específicos de simulación poseen la capacidad de animar dinámicamente la operación del modelo. La animación es útil tanto para depurar el modelo como para demostrar cómo funciona el modelo. La depuración basada en animación permite observar fácilmente fallas en la lógica del modelo. El uso de una animación durante una presentación puede ayudar a establecer la credibilidad del modelo y se puede utilizar para describir el funcionamiento y la interacción de los procesos del sistema simultáneamente. Esto incluye demostrar dinámicamente cómo el modelo del sistema maneja diferentes situaciones.

2.1.5. Desventajas de la simulación

También la simulación presenta algunas desventajas considerables, las cuales son:

- **La simulación no puede dar resultados precisos cuando los datos de entrada son inexactos:** No importa cuán bueno sea el modelo desarrollado, si el modelo no tiene datos de entrada precisos, el usuario no puede razonablemente esperar obtener datos de salida precisos.
- **La simulación no puede proporcionar respuestas fáciles a problemas complejos:** Algunos analistas pueden creer que un análisis de simulación proporcionará respuestas simples a problemas complejos. De hecho, es más probable que se requieran respuestas complejas para problemas complejos. Si el sistema analizado tiene muchos componentes e interacciones, es probable que la mejor alternativa de política de operación o de recursos considere cada elemento del sistema. Es posible hacer suposiciones simplificadoras con el propósito de desarrollar un modelo razonable en un tiempo razonable.
- **La Simulación por sí sola no puede resolver problemas:** Se puede creer que la realización de un modelo de simulación y un proyecto de análisis resolverán el problema. La simulación por sí sola no resuelve el problema. Proporciona a la gerencia soluciones potenciales para solucionar el problema.

2.1.6. Aplicaciones de la simulación

Las áreas de aplicación para la simulación son numerosas y diversas. Se muestra una lista de algunos tipos particulares de problemas para los que se ha encontrado que la simulación es una herramienta útil y poderosa (Law, 2008).

- Diseño y análisis de sistemas de manufactura.
- Evaluación del sistema de armas militares y sus requisitos logísticos.
- Determinación de requerimientos de hardware o protocolos para redes de comunicación.
- Determinación de requerimientos de hardware y software para un sistema de computadora.
- Diseño y operación de sistemas de transporte como aeropuertos, autopistas y puertos.

- Evaluación de diseños para organizaciones de servicios como restaurantes de comida rápida, hospitales y oficinas.
- Reingeniería de procesos de negocios.
- Análisis de la cadena de suministro.
- Determinar las políticas de pedido para un sistema de inventario.
- Análisis de operaciones mineras.

2.2. Sistemas, modelos y simulación

En este apartado se hace referencia a la definición del término sistema descrita por diferentes autores, se mencionan sus componentes, así como la manera de estudiarlo. Por otro lado, se especifica la clasificación de los modelos de simulación.

2.2.1. Definición de sistema

Un sistema, se define como una colección de elementos que funcionan juntos para lograr una meta deseada (Blanchard, 1991). Por otra parte, Bennett (1995) define sistema como una colección de objetos, partes, componentes, que interactúan entre sí, dentro de algún límite nocional, para producir un patrón particular de comportamiento. De igual forma, Law (2008) define sistema como una colección de entidades, personas o máquinas, que actúan e interactúan juntos hacia el logro de algún fin lógico.

Los puntos claves en estas definiciones incluyen el hecho de que un sistema consta de múltiples elementos, estos elementos están interrelacionados y trabajan en cooperación, y existe un sistema para el propósito de lograr objetivos específicos.

Para Harrell *et al.*, (2004), algunos ejemplos de sistemas son sistemas de tráfico, sistemas políticos, sistemas económicos, sistemas de manufactura y sistemas de servicios.

2.2.2. Componentes de un sistema

Para Banks, *et al.*, (2009), es necesario definir algunos términos, para entender y analizar un sistema.

- *Entidad*: Es un objeto de interés en el sistema.
- *Atributo*: Es una propiedad de una entidad.
- *Actividad*: Representa un periodo de tiempo de longitud especificada.

- *Evento*: Definido como una ocupación instantánea que podría cambiar el estado del sistema.
- *Estado de sistema*: Colección de variables necesarias para describir el sistema en cualquier tiempo, relativo a los objetivos de estudio.

2.2.3. Estudio de un sistema

Es necesario estudiar los sistemas para tratar de obtener una idea de las relaciones entre los diversos componentes, o para predecir el rendimiento bajo algunas nuevas condiciones que se están considerando (Law, 2008).

En la Figura 2 se muestra las maneras de estudio de un sistema.

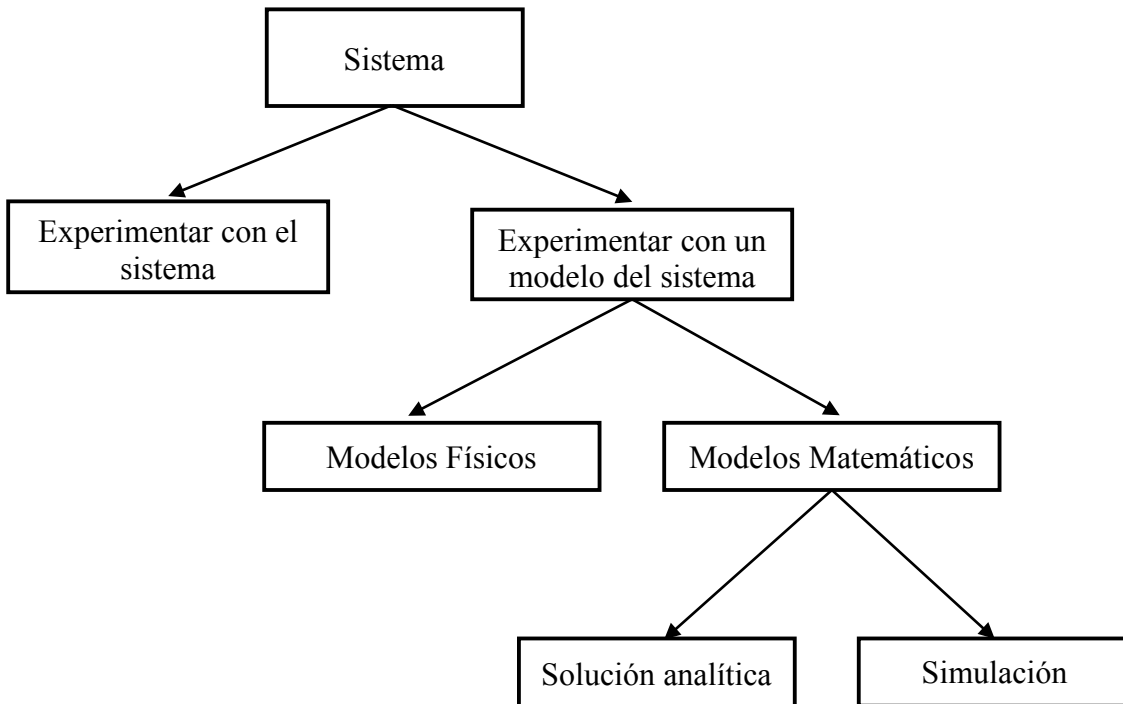


Figura 2. Maneras de estudiar un sistema (Law, 2008).

- **Experimentar con el sistema vs. Experimentar con un modelo del sistema:** Si es posible alterar físicamente el sistema y permitir que funcione bajo las nuevas condiciones, probablemente sea conveniente hacerlo, ya que en este caso es válido. Sin embargo, rara vez es factible hacer esto, porque tal experimento sería a menudo demasiado costoso o demasiado disruptivo al sistema. Por otro lado, el sistema puede

que no exista, sin embargo, se requiere estudiarlo en varias configuraciones alternativas propuestas, por lo que es necesario construir un modelo como una representación del sistema y estudiarlo como un sustituto del sistema actual. Cuando se utiliza un modelo, siempre existe la cuestión de si refleja con exactitud el sistema para los fines de la decisión que se ha realizado.

- **Modelos físicos vs. Modelos matemáticos:** Los modelos físicos no son típicos de los tipos de modelos que suelen ser de interés en la investigación de operaciones y el análisis del sistema. Sin embargo, se ha encontrado útil construir modelos físicos para estudiar ingeniería o sistema de gestión, por ejemplo, modelos a escala de mesa de sistemas de manipulación de materiales, y en al menos un caso un modelo físico a escala completa de un restaurante de comida rápida dentro de un almacén. Pero la gran mayoría de los modelos construidos para tales propósitos son matemáticos, representando un sistema en términos de relaciones lógicas y cuantitativas que son manipuladas y cambiadas para ver cómo reacciona el modelo y, por tanto, cómo reaccionaría el sistema.
- **Solución analítica vs. Simulación:** Cuando se ha construido un modelo matemático, debe ser examinado para ver cómo se puede utilizar para responder a las preguntas de interés sobre el sistema que representa, si el modelo es bastante simple, puede ser posible trabajar con sus relaciones y cantidades para obtener una solución analítica exacta. Muchos sistemas son altamente complejos, por lo que el modelo matemático válido de los mismos son complejos, excluyendo cualquier posibilidad de una solución analítica. En este caso, el modelo debe ser estudiado mediante simulación, es decir, ejerciendo numéricamente el modelo para que se observe que las entradas afectan a las salidas de las medidas de rendimiento.

2.2.4. Modelo de un sistema

El desarrollo lógico en lo que a la simulación se refiere es establecer lo que constituye un modelo, ya que el arte de la simulación es esencialmente el modelado de sistemas, con el uso de computadoras (Bennett, 1995).

Un modelo se define como una representación de un sistema con el propósito de estudiar el sistema. Para la mayoría de los estudios, sólo es necesario considerar los aspectos del

sistema que afectan el problema bajo investigación. Estos aspectos son representados en el modelo del sistema, por lo tanto, el modelo debe estar suficientemente detallado para permitir validar las conclusiones del sistema real. Así mismo, diferentes modelos del mismo sistema podrían ser requeridos con el propósito de cambio en la investigación (Banks, *et al.*, 2009).

De igual manera, Anu María (1997), definió modelo como una representación de la construcción y el funcionamiento de algún sistema de interés, así el modelo es similar pero más simple que el sistema que representa. El propósito de un modelo es permitir al analista predecir el efecto de los cambios en el sistema. Por un lado, un modelo debe ser una aproximación cercana al sistema real e incorporar la mayoría de sus rasgos salientes y no debe ser tan complejo que sea imposible entenderlo y experimentar con él. Por lo que un modelo es un equilibrio entre el realismo y la simplicidad.

En la Figura 3 se presenta la jerarquía de la estructura del modelo según Bennett (1995).

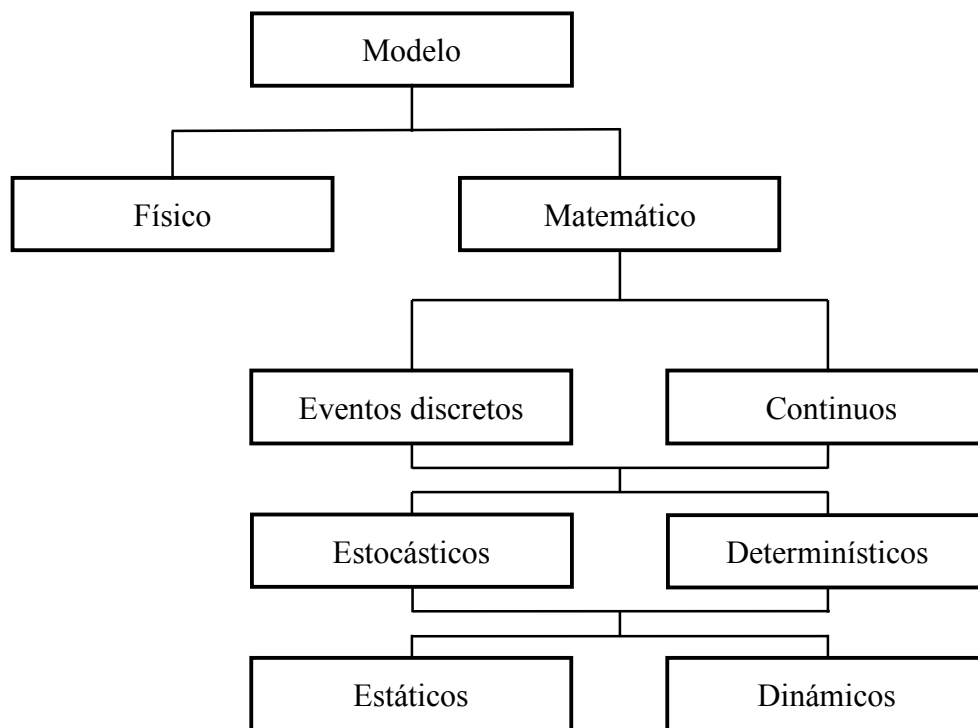


Figura 3. Jerarquía de la estructura de un modelo (Bennett, 1995).

2.2.5. Modelo de simulación

Para Banks, *et al.*, (2009), los modelos se pueden clasificar como matemáticos o físicos. Un modelo matemático utiliza la notación simbólica y las ecuaciones matemáticas para

representar un sistema. Un modelo de simulación es un tipo particular de modelo matemático de un sistema.

El concepto de simulación engloba soluciones para muchos propósitos diferentes, por lo que existen distintos modelos de simulación que permiten representar situaciones reales de diferentes tipos. Los modelos de simulación pueden ser clasificados en continuos, discretos, estáticos, dinámicos, estocásticos y determinísticos. Para ello, es necesario entender los conceptos básicos que comprende cada modelo (García, García & Cárdenas, 2013).

- **Modelos Continuos:** Se refiere al modelado en el tiempo de un sistema por una representación en la que las variables de estado cambian continuamente con respecto al tiempo. Típicamente, los modelos de simulación continua implican ecuaciones diferenciales que dan relaciones para las tasas de cambio de las variables de estado con el tiempo. Si las ecuaciones son simples, se pueden resolver analíticamente para dar valor a las variables de estado.
- **Modelos Discretos:** Se refiere al modelado de un sistema a medida que evoluciona a lo largo del tiempo mediante una representación en la que las variables de estado cambian instantáneamente a intervalos separados en el tiempo. Por ejemplo, un muestreo del número de personas que llegaron a un banco en un lapso específico.
- **Modelos Estáticos:** Representa el sistema en un punto particular del tiempo, a menudo implica el sorteo de muestras aleatorias para generar un resultado estadístico.
- **Modelos Dinámicos:** Incluye el paso del tiempo, examina los cambios de estado a medida que ocurren con el tiempo, como un sistema de transporte en una fábrica.
- **Modelos Estocásticos:** Incluye una o más variables de entradas aleatorias y produce salidas aleatorias y por lo tanto da sólo un punto de datos de cómo el sistema podría comportarse.
- **Modelos Determinísticos:** Son los modelos que no contienen ningún componente aleatorio. Los estados son determinados cuando los datos de entrada y el estado inicial son definidos.

2.3. Simulación Monte Carlo

En este apartado se presenta una breve introducción a la simulación Monte Carlo, así como su principio fundamental y algunos beneficios y fortalezas de utilizar este tipo de simulación.

2.3.1. Introducción a la simulación Monte Carlo

Simulación de Monte Carlo es una técnica ampliamente utilizada en el análisis probabilístico del sistema de ingeniería. Es una técnica de experimentación numérica para obtener las estadísticas de las variables de salida de un modelo computacional del sistema, dadas las estadísticas de variables de entrada. En cada experimento, los valores de las variables aleatorias de entrada son muestreados sobre la base de sus distribuciones, y las variables de salida se calculan utilizando el modelo computacional. Un número de experimentos se llevan a cabo de esta manera, y los resultados se utilizan para calcular las estadísticas de las variables de salida (Cruse, 1997).

Para Mooney (1997) simulación de Monte Carlo ofrece una alternativa a la matemática analítica para comprender la distribución muestral de una estadística y evaluar su comportamiento en muestras aleatorias. La simulación de Monte Carlo hace esto empíricamente usando muestras aleatorias de poblaciones conocidas de datos simulados para rastrear un comportamiento estadístico.

La simulación de Monte Carlo utiliza funciones de distribución con el propósito de realizar una experimentación cuyos resultados lleguen, después de un número conveniente de ensayos (iteraciones), a simular lo que pasaría en un sistema real. Esta herramienta combina conceptos estadísticos con la capacidad de programas computacionales capaces de generar números aleatorios y automatizar cálculos.

El método fue llamado de esta manera por el principado de Mónaco “la capital del juego de azar”, al tomar una ruleta de juego como un generador simple de número aleatorios. Este nombre es relativamente reciente y fue atribuido a Jon von Neumann y Stanislaw Ulam cuando trabajaban en el proyecto Manhattan durante la segunda guerra mundial. Sin embargo, la idea del cálculo de Monte Carlo es mucho más antigua que la aparición de los ordenadores y era conocida anteriormente por el nombre de "muestreo estadístico". Inicialmente, Monte Carlo no fue un método para resolver problemas en física, sino para evaluar integrales que no podían ser evaluadas de otra manera, el cálculo de integrales de

funciones complicadas y las integrales en espacios multidimensionales fueron las dos áreas iniciales en las que la simulación de Monte Carlo probó ser de gran utilidad (Grijalva, 2009).

2.3.2. Principio de simulación Monte Carlo

El principio de la simulación de Monte Carlo es que el comportamiento de una estadística en muestras aleatorias puede ser evaluado por el proceso empírico de plantear muchas muestras aleatorias y observar este comportamiento. La estrategia para hacer esto es crear un mundo artificial o pseudo-población, que se asemeja al mundo real en todos los aspectos relevantes. Esta pseudo-población consiste en procedimientos matemáticos para generar conjuntos de números que se asemejan a muestras de datos de la población real. A continuación, utilizar esta pseudo-población para llevar a cabo múltiples ensayos del procedimiento estadístico de interés para investigar cómo se comporta el procedimiento a través de las muestras (Mooney, 1997).

La simulación de Monte Carlo es un concepto muy simple, ya que fluye naturalmente desde la concepción de lo que es una distribución de muestreo. Los aspectos complicados de la técnica son escribir el código de la computadora para simular las condiciones de datos deseadas e interpretar la distribución estimada del muestreo.

El método Monte Carlo consiste en dar solución a una gran cantidad de problemas físicos y matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias.

La clave de la simulación Monte Carlo consiste en crear un modelo matemático del sistema, proceso o actividad que se quiere analizar, identificando aquellas variables (inputs del modelo) cuyo comportamiento aleatorio determina el comportamiento global del sistema. Una vez identificados dichos inputs o variables aleatorias, se lleva a cabo un experimento consistente en generar con ayuda del ordenador muestras aleatorias (valores concretos) para dichos inputs, y analizar el comportamiento del sistema ante los valores generados. Tras repetir n veces este experimento, se cuenta con n observaciones sobre el comportamiento del sistema, lo cual será de utilidad para entender el funcionamiento del mismo. El análisis será tanto más preciso cuanto mayor sea el número n de experimentos que se lleven a cabo (Grijalva, 2009).

2.3.3. Aplicaciones de simulación Monte Carlo

Smid, Verloo, Barker y Havelaar (2010), mencionan los beneficios y fortalezas de utilizar simulación Monte Carlo, como su capacidad de modelar sistemas complejos y de poder

trabajar con cualquier tipo de distribución de probabilidad. Así mismo, que es una herramienta intuitiva, relativamente fácil de implementar y con tiempo de obtención de resultados cortos. Además, de ser ampliamente aceptada y usada. Sin embargo, también establecieron algunas deficiencias como el hecho de que es una técnica de aproximación y que es unidireccional. Existen varias aplicaciones de la simulación Monte Carlo entre algunos son:

- Juegos de casinos
- Análisis de riesgo de proyectos
- Evaluar integrales múltiples
- Radioterapia
- Inventarios
- Métodos cuantitativos de organización industrial
- Planificación agregada
- Pronóstico del índice de la bolsa de valores
- Prospecciones en explotaciones petrolíferas

2.3.4. Números pseudoaleatorios

Para poder realizar una simulación que incluya variabilidad dentro de sus eventos, es preciso generar una serie de números que sean aleatorios por sí mismos, y que su aleatoriedad se extrapole al modelo de simulación que se está construyendo. El conjunto de números a utilizar en una simulación se comporta de manera muy similar a un conjunto de números aleatorios, por ello se les denomina números pseudoaleatorios (García *et al.*, 2013).

La función de los números pseudoaleatorios es generar variables aleatorias sujetas a distribuciones estadísticas que establecen el comportamiento de eventos en un modelo de simulación.

El objetivo de cualquier esquema de generación es producir una secuencia de números entre 0 y 1 que simule o imite las propiedades ideales de una distribución uniforme y no deben tener correlación entre sí, es decir, deben ser independientes (Banks, *et al.*, 2009).

Por otra parte, se conoce que los números aleatorios entre 0 y 1 presentan $\mu = 1/2$ y $\sigma^2 = 1/12$.

2.3.5. Generación de números pseudoaleatorios

Sea una secuencia $r_i = \{r_1, r_2, r_3, \dots, r_n\}$ que contiene n valores distintos, se conoce como conjunto de números aleatorios en el intervalo $(0,1)$. Los r_i constituyen la parte medular de la simulación de procesos estocásticos, y por lo regular, se usan para generar el comportamiento de variables aleatorias, tanto continuas como discretas. Debido a que no es posible generar números realmente aleatorios, se considera la secuencia r_i como números pseudoaleatorios generados por medio de algoritmos determinísticos (García *et al.*, 2013).

Inicialmente los números aleatorios se generaban en forma manual o mecánica utilizando técnicas como ruedas giratorias, lanzamientos de dados, cartas. También existen métodos aritméticos que permiten generar un gran conjunto de números aleatorios. A continuación de mencionan los métodos para generar números pseudoaleatorios.

- **Métodos manuales:** Son los métodos más simples, ejemplo de estos métodos son lanzamientos de monedas, dados, cartas, ruletas. Los números producidos por estos métodos cumplen las condiciones estadísticas, pero es imposible reproducir una secuencia generadas por estos métodos.
- **Métodos aritméticos:** Son los algoritmos determinísticos que se clasifican en algoritmos congruenciales y no congruenciales. Los algoritmos congruenciales son lineales y no lineales, dentro de los lineales se encuentran el algoritmo congruencial lineal, multiplicativo y aditivo. Así mismo los algoritmos no lineales son el Blum, Blum y Shub y el congruencial cuadrático. Por otro lado, los algoritmos no congruenciales se clasifican en método de cuadrados medios, método de producto medio y método multiplicador constante.

A continuación, se presentan algunos métodos aritméticos establecidos para a generación de números pseudoaleatorios.

1. **Algoritmo de cuadrado medios:** Este algoritmo no congruencial fue propuesto en la década de los cuarenta del siglo XX por Von Neumann y Metrópolis. Requiere un número entero detonador (llamado semilla) con D dígitos, el cual es elevado al cuadrado para seleccionar del resultado los D dígitos del centro; el primer número r_i se determina anteponiendo el "0." a esos dígitos. Para obtener el segundo r_i se sigue el mismo procedimiento, sólo que ahora se elevan al cuadrado los D dígitos del centro que se seleccionaron para obtener el primer r_i . Este método se repite hasta obtener n

números r_i . A continuación, se presentan con más detalle los pasos para generar números con el algoritmo de cuadrados medios.

- Seleccionar una semilla X_0 con D dígitos ($D > 3$).
- Sea Y_0 = resultado de elevar X_0 al cuadrado; sea X_1 = los D dígitos del centro, y sea $r_i = 0.D$ dígitos del centro.
- Sea Y_i = resultado de elevar X_i al cuadrado; sea X_{i+1} = los D dígitos del centro, y sea $r_i = 0.D$ dígitos del centro para toda $i = 1, 2, 3, \dots, n$.
- Repetir el punto 3 hasta obtener los n números r_i deseados.

2. Algoritmo congruencial lineal: Este algoritmo congruencial fue propuesto por D. H. Lehmer en 1951. Según Law (2008) no ha sido el más usado. El algoritmo congruencial lineal genera una secuencia de números enteros por medio de la siguiente ecuación:

$$X_i + 1 = (ax_i + c) \bmod(m) \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

Donde X_0 es la semilla, a es la constante multiplicativa, c es una constante aditiva y m es el módulo. $X_0 > 0, a > 0, c > 0$ y $m > 0$ deben ser números enteros. La operación $\bmod(m)$ significa multiplicar X_i por a , sumar c y dividir el resultado entre m para obtener el residuo X_{i+1} . Es importante señalar que la ecuación del algoritmo congruencial lineal genera una secuencia de números enteros $S = \{0, 1, 2, 3, \dots, m - 1\}$, y que para obtener números pseudoaleatorios en el intervalo $(0,1)$ se requiere utilizar la siguiente ecuación:

$$r_i = \frac{X_i}{m - 1} \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

3. Algoritmo congruencial cuadrático: Este algoritmo tiene la siguiente ecuación:

$$X_{i+1} = (aX_i^2 + bX_i + c) \bmod(m) \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, N$$

En este caso, los números r_i pueden ser generados con la ecuación:

$$r_i = \frac{X_i}{m - 1}$$

Las condiciones que debe cumplir los parámetros m, a, b y c para $N = m$ son; $m = 2^g$, a debe ser un número par, c debe ser un número impar, g debe ser entero y $(b - 1) \bmod 4 = 1$.

2.4. Teoría estadística

Este apartado representa la teoría de estadística donde se mencionan las propiedades de las variables aleatorias, así como la descripción de algunas distribuciones de probabilidad.

2.4.1. Variables aleatorias

Una variable aleatoria es una función que asigna un número real a cada resultado del espacio muestral de un experimento aleatorio. Existen dos tipos de variables aleatorias. Una variable aleatoria discreta es una variable aleatoria con un rango finito (o contablemente infinito), por otra parte, una variable aleatoria continua es una variable aleatoria que tiene como rango un intervalo (sea finito o infinito) de números reales. En algunos casos, la variable aleatoria X es discreta, pero debido a que el rango de los valores posibles es extenso, es más conveniente analizar X como una variable aleatoria continua (Montgomery & Runger, 2003).

2.4.2. Funciones de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta

Para Montgomery, *et al.*, (2003), la función de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta X , denominada $F(x)$, es:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{X_i \leq x} f(X_i)$$

Para una variable aleatoria discreta X , $F(x)$ satisface las siguientes propiedades:

1. $F(x) = P(X \leq x) = \sum_{X_i \leq x} f(X_i)$
2. $0 \leq F(x) \leq 1$
3. Si $x \leq y$, entonces $F(x) \leq F(y)$

2.4.3. Media y varianza de una variable aleatoria discreta

Para Montgomery, *et al.*, (2003), la media o valor esperado de la variable aleatoria discreta X , denotada como μ o $E(X)$, es:

$$\mu = E(X) = \sum_x x f(x)$$

Por otra parte, la varianza de X , denotada como σ^2 o $V(X)$, es:

$$\sigma^2 = V(X) = E(X - \mu)^2 = \sum_x (x - \mu)^2 f(x) = \sum_x x^2 f(x) - \mu^2$$

y la desviación estándar de X es $\sigma = [V(X)]^{1/2}$

2.4.4. Función de densidad de probabilidad

Para Montgomery, *et al.*, (2003), se usa una función de densidad de probabilidad $f(x)$ para describir la distribución de probabilidad de una variable aleatoria continua X . Para una variable aleatoria continua X , una función de densidad de probabilidad es una función tal que:

1. $f(x) \geq 0$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
3. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx = \text{área bajo } f(x) \text{ de } a \text{ a } b.$

2.4.5. Funciones de distribución acumulada de una variable aleatoria continua

Un método alternativo para describir la distribución de una variable aleatoria continua es mediante la función de distribución acumulada (Montgomery, *et al.*, 2003).

La función de distribución acumulada de una variable aleatoria continua X es:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$$

para $-\infty < x < \infty$.

2.4.6. Media y varianza de una variable aleatoria continua

Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad $f(x)$. Entonces, la media o valor esperado de X , denotada como μ o $E(X)$, es:

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

Por otra parte, la varianza de X , denotada como $V(X)$ o σ^2 , es:

$$\sigma^2 = V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2$$

y la desviación estándar de X es $\sigma = [V(X)]^{1/2}$

2.4.7. Distribución Poisson

Para Montgomery, *et al.*, (2003), dado un intervalo de números reales, ocurren conteos al azar a lo largo del intervalo, si puede hacerse la partición del intervalo en subintervalos con una longitud suficiente pequeña tal que:

1. La probabilidad de más de un conteo en un subintervalo es cero.

2. La probabilidad de un conteo en un subintervalo es la misma para todos los subintervalos y proporcional a la longitud del subintervalo.
3. El conteo en cada subintervalo es independiente de lo demás subintervalos, entonces el experimento aleatorio se denomina proceso de Poisson.

Si el número promedio de conteos en el intervalo es $\lambda > 0$, la variable aleatoria X , que es igual al número de conteos en el intervalo, tiene una distribución Poisson con parámetros λ , y la función de masa de probabilidad de X es:

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x=0, 1, \dots, n$$

Si X es una variable aleatoria de Poisson con parámetro λ , entonces la media y la varianza de X son:

$$\mu = E(X) = \lambda \text{ y } \sigma^2 = V(X) = \lambda$$

2.4.8. Distribución normal

El modelo más generalizado para la distribución de una variable aleatoria es la distribución normal. Cuando se realiza una repetición de un experimento aleatorio, la variable aleatoria que es igual al resultado promedio en las repeticiones tiende a tener una distribución normal, cuando el número de repeticiones es grande (Montgomery, *et al.*, 2003).

Una variable aleatoria X con función de densidad de probabilidad

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ para $-\infty < x < \infty$, tiene una distribución normal con parámetros μ , donde $-\infty < \mu < \infty$, y $\sigma > 0$. Además, $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$.

Sea X una variable aleatoria normal con media μ y varianza σ^2 , entonces;

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = P(Z \leq z)$$

Donde:

Z es una variable aleatoria normal estándar y $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ es el valor z que se obtiene al estandarizar X .

2.4.9. Distribución exponencial

Para Montgomery, *et al.*, (2003), la variable aleatoria X que es igual a la distancia entre conteos sucesivos de un proceso de Poisson con media $\lambda > 0$ tiene una distribución exponencial con parámetro λ . La función de densidad de probabilidad de X es:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{para } 0 \leq x < \infty$$

Si la variable aleatoria X tiene una distribución exponencial con parámetro λ , entonces,

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad \text{y} \quad V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

La distribución exponencial se usa con frecuencia en estudios de confiabilidad como modelo para el tiempo hasta la falla de un dispositivo.

2.4.10. Prueba Chi-cuadrada

Es una prueba de hipótesis, basada en el cálculo de un valor llamado estadístico de prueba, al cual suele compararse con un valor conocido como valor crítico, mismo que se obtiene, generalmente, de tablas estadísticas, para determinar el tipo de distribución de probabilidad de un conjunto de datos (García *et al.*, 2013).

El procedimiento para realizar la prueba contiene los siguientes pasos:

1. Obtener al menos 30 datos de la variable aleatoria a analizar.
2. Calcular la media y varianza de los datos.
3. Crear un histograma de $m = \sqrt{n}$ intervalos, y obtener la frecuencia observada en cada intervalo O_i . Donde n es el número de datos obtenidos.
4. Establecer explícitamente la hipótesis nula, mediante una distribución de probabilidad que se ajuste a la forma del histograma.
5. Calcular la frecuencia esperada E_i , a partir de la función de probabilidad propuesta.
6. Calcular el estadístico de prueba

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(E_i - O_i)^2}{E_i}$$

7. Definir el nivel de significancia de la prueba, α y determinar el valor crítico de la prueba, $\chi_{\alpha, m-k-1}^2$, donde k es el número de parámetros estimados en la distribución propuesta.
8. Comparar el estadístico de prueba con el valor crítico. Si el estadístico de prueba es menor que el valor crítico no se puede rechazar la hipótesis nula.

2.4.11. Prueba Kolmogorov-Smirnov

La prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov es una alternativa para probar que una muestra proviene de una distribución normal. Esta prueba se basa en la comparación entre la función de distribución acumulada de una distribución teórica $F_t(X)$ con la función de distribución acumulada de la muestra $F_m(X)$. Si las funciones de distribución acumulada teórica y muestral no son significativamente diferentes, entonces se dice que la muestra proviene de la distribución cuya función de distribución acumulada es $F_t(X)$. Sin embargo, si las diferencias entre las funciones de distribución acumulada son grandes, se rechaza H_0 (Dos Santos, 2001).

Los pasos a seguir en la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov son los siguientes:

1. Plantear las hipótesis:

$$H_0: F_m(X) = F_t(X) \text{ para todo } X \in R$$

$$H_a: F_m(X) \neq F_t(X) \text{ por lo menos para un } X$$

2. Calcular todos los valores $F_m(X)$ de la muestra X_1, X_2, \dots, X_n .
3. Determinar la desviación máxima, que está dada por el supuesto de los valores absolutos de las diferencias entre los valores de la función acumulada teórica y de la muestra: $D = \sup |F_m(X) - F_t(X)|$.
4. Determinar un nivel de significancia α .
5. No se rechaza H_0 si el valor calculado D es menor o igual que el valor crítico de tabla (Anexo B) y se rechaza H_0 si el valor calculado D es mayor que el valor crítico de tabla.

2.4.12. Prueba de Anderson-Darling

Tiene como propósito corroborar si una muestra de variables aleatorias proviene de una población con una distribución de probabilidad específica (García *et al.*, 2013).

El procedimiento para realizar la prueba contiene los siguientes pasos:

1. Obtener n datos de la variable aleatoria a analizar.
2. Calcular la media y varianza de los datos.
3. Organizar los datos en forma ascendente: Y_i , para $i=1, 2, \dots, n$.
4. Ordenar los datos en forma descendente: Y_{n+1-i} , para $i=1, 2, \dots, n$.

5. Establecer de manera explícita la hipótesis nula, al proponer una distribución de probabilidad.
6. Calcular la probabilidad esperada acumulada para cada número Y_i , $PEA(Y_i)$ y la probabilidad esperada acumulada para cada número Y_{n+1-i} , $PEA(Y_{n+1-i})$, a partir de la función de probabilidad propuesta.
7. Calcular el estadístico de prueba

$$A_n^2 = - \left[n + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln PEA(Y_i) + \ln (1 - PEA(Y_{n+1-i}))] \right]$$

8. Ajustar el estadístico de prueba de acuerdo con la distribución de probabilidad propuesta.
9. Definir el nivel de significancia de la prueba α y determine su valor crítico $a_{\alpha,n}$.
10. Comparar el estadístico de prueba con el valor crítico. Si el estadístico de prueba es menor que el valor crítico no se puede rechazar la hipótesis nula.

2.5. Teoría de colas

Este apartado describe la formación de un sistema de colas, así como los elementos que contiene una cola y los parámetros que establece el modelo $M/M/1$.

2.5.1. Descripción de teoría de colas

Un fenómeno común es la formación de colas o filas de espera, esto ocurre cuando la demanda real de un servicio es superior a la capacidad que se tiene para satisfacerla.

Las filas de espera son parte de la vida diaria, pues se generan colas en el supermercado para pagar los artículos adquiridos, en el banco para realizar alguna operación financiera, así mismo, en un proceso de producción en el que los artículos esperan a ser transformados o en un servicio de reparaciones en el que los distintos aparatos esperan su turno para ser revisados por los técnicos.

Un sistema de colas se puede describir como un conjunto de clientes que llegan a un sistema buscando un servicio, esperando si este no es inmediato, y si han esperado para el servicio, dejando el sistema después de ser atendido. El término cliente se utiliza en un sentido general y no implica necesariamente un cliente humano. Por ejemplo, un cliente podría ser un cojinete de bolas esperando para ser pulido, un avión esperando en línea para

despegar, o un programa de computadora esperando para ser ejecutado (Gross, Shortle, Thompson & Harris; 2011).

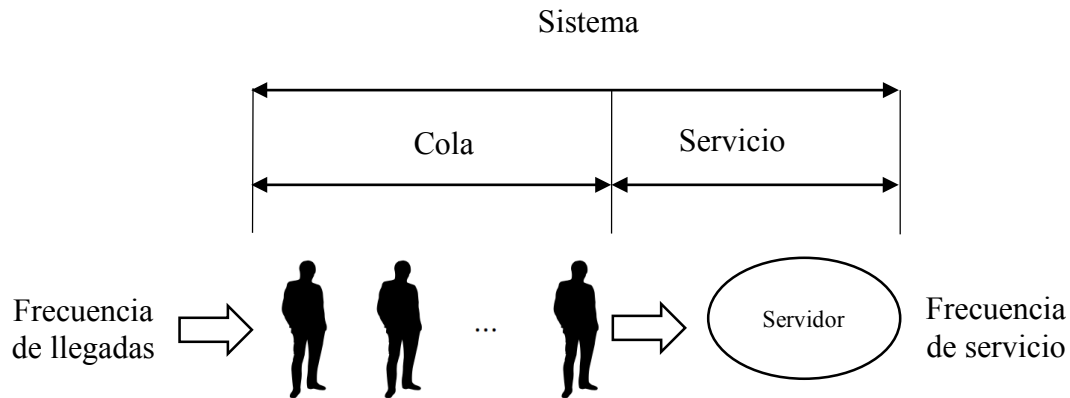


Figura 4. Sistema de cola básico (Taha, 2004).

2.5.2. Elementos de una cola

Los elementos principales en una línea de espera o cola son el cliente y el servidor. Los clientes se generan en una fuente. Al llegar a la instalación pueden recibir servicio de inmediato, o esperar en una cola o línea de espera, si la instalación está ocupada. Cuando en una instalación se termina un servicio, en forma automática se atrae a un cliente que espera, si lo hay, de la cola. Si la cola está vacía, la instalación se vuelve inactiva hasta que llega un cliente nuevo. Desde el punto de vista del análisis de las colas, el proceso de llegada se representa con el tiempo entre llegadas, de los clientes sucesivos, y el servicio se describe con el tiempo de servicio por cada cliente (Taha, 2004).

Para Cao (2002), se distinguen los siguientes elementos en un modelo de teoría de colas.

- **Fuente de entrada o población potencial:** Conjunto de individuos (no necesariamente seres vivos) que pueden llegar a solicitar el servicio. Se considera infinita o finita.
- **Cliente:** Es todo individuo de la población potencial que solicita el servicio.
- **Capacidad de la cola:** Número máximo de clientes que pueden estar haciendo cola (antes de comenzar a ser servidos). Puede suponerse infinita o finita.
- **Disciplina de la cola:** Es el modo en el que los clientes son seleccionados para ser servidos. Las disciplinas más habituales son:

1. *Disciplina FIFO (first in first out)*: Atención al cliente que llegó primero a la fila de espera.
 2. *Disciplina LIFO (last in first out)*: Consiste en atender primero al cliente que llegó al último a la fila de espera.
 3. *Disciplina RSS (random selection of service)*: Selecciona a los clientes en forma aleatoria.
 4. *Disciplina RR (round robin)*: Se otorga un tiempo pequeño de tiempo de servicio a cada cliente de forma secuencial. Esto equivale a repartir los recursos de forma igualitaria entre todos los clientes de espera.
- **Mecanismo de servicio**: Es el procedimiento por el cual se da servicio a los clientes que lo solicitan. Para determinar totalmente el mecanismo de servicio es necesario conocer el número de servidores y la distribución de probabilidad del tiempo que le lleva a cada servidor dar su servicio.
 - **Línea de espera o cola**: Conjunto de clientes que realizan la espera, es decir, los clientes que han solicitado el servicio, pero aún no han pasado al mecanismo de servicio.
 - **Sistema de cola**: Conjunto formado por la cola y el mecanismo de servicio.

2.5.3. Modelos con un Servidor ($M/M/1$)

El estudio de las líneas de espera trata de cuantificar el fenómeno de esperar formando colas, mediante medidas representativas de eficiencia, como la longitud promedio de la cola, el tiempo promedio de espera en ella, y la utilización promedio de las instalaciones (Taha, 2004).

El sistema con capacidad infinita y una disciplina de cola se denota bajo la nomenclatura Kendall como $A/B/s$, donde A indica la distribución entre arribos, B es la distribución del tiempo de servicio y s el número de servidores.

En esta sección se presenta el modelo $M/M/1$, cuya distribución para los arribos es Poisson y para tiempo de servicio es exponencial con un servidor, con regla de prioridad primero en entrar primero en salir. En este modelo no se establece límite para la cantidad máxima en el sistema. Se supone una fuente de capacidad infinita. Las llegadas suceden con la frecuencia de λ clientes por unidad de tiempo, y la tasa de servicio es μ clientes por unidad de tiempo.

Para ilustrar el empleo de la notación, el modelo $(M/M/1): (DG/\infty/\infty)$ usa llegadas de Poisson, tiempo entre llegadas exponencial y 1 servidor. La disciplina de la cola es DG , es decir, cualquier tipo de disciplina y no hay límite de clientes en todo el sistema. El tamaño de la fuente desde donde llegan los clientes es infinito.

$(M/M/1): (DG/\infty/\infty)$. Con la notación del modelo generalizado se tiene que

$$\lambda_n = \lambda$$

$$\mu_n = \mu$$

Para toda $n = 0, 1, 2, 3 \dots$

Donde:

n = Cantidad de clientes en el sistema (en la cola y en el servidor).

λ_n = Frecuencia de llegadas cuando hay n clientes en el sistema.

μ_n = Tasa de servicio cuando hay n clientes en el sistema.

También, se establece que $\lambda_{\text{efectivo}} = \lambda$ y $\lambda_{\text{perdido}} = 0$, porque todos los clientes que llegan pueden entrar al sistema.

Si $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, donde ρ es el factor de utilización del servidor, es decir, la probabilidad de que el servidor esté ocupado, así la probabilidad de que haya n clientes en el sistema (P_n) es:

$$P_n = \rho^n P_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Para determinar el valor de P_0 se usa la identidad, donde P_0 es la probabilidad de que no haya n clientes en el sistema.

$$P_0 (1 + \rho + \rho^2 + \dots) = 1$$

La fórmula general de P_n es:

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n, n = 1, 2 \dots (\rho < 1).$$

La medida de desempeño L_s se puede deducir como sigue:

$$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

Como $\lambda_{efectivo} = \lambda$ para este caso, las medidas restantes de desempeño se calculan como sigue:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1 - \rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$$

$$L_q = \lambda W_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

Donde

L_s = Número de clientes que se encuentran en el sistema.

W_s = Tiempo de espera promedio de clientes en el sistema.

W_q = Tiempo de espera promedio de clientes en la cola.

L_q = Número de clientes que se encuentran en la cola.

Para Taha (2004), los modelos de cola, en los cuales las llegadas y las salidas no siguen una distribución de Poisson son complicados. En general, en esos casos se aconseja usar la simulación como método alternativo para analizarlos.

2.6. Productividad en una empresa

En este apartado se hace referencia a la importancia que presenta la productividad en una empresa, así como también se establece la relación entre estudio del trabajo y productividad, además se describen las herramientas de registro y análisis.

2.6.1. Importancia de la productividad

Es importante considerar, desde el punto de vista económico y práctico, ciertos cambios que continuamente se llevan a cabo en los ambientes industrial y de negocios. Dichos cambios incluyen la globalización del mercado y de la manufactura, el crecimiento del sector servicios, el uso de computadoras en todas las operaciones de la empresa y la aplicación cada vez más extensa de la Internet y la web. La única forma en que un negocio o empresa puede crecer e incrementar sus ganancias es mediante el aumento de su productividad (Niebel, *et al.*, 2009).

Para Kanawaty (1996), productividad puede definirse de la siguiente manera: Productividad es la relación entre producción e insumo. Esta definición se aplica a una empresa, a un sector de actividad económica o a toda la economía. El término productividad puede utilizarse para valorar o medir el grado en que puede extraerse cierto producto de un insumo dado.

Por otra parte, García Criollo (2005) definió productividad como el grado de rendimiento con que se emplean los recursos disponibles para alcanzar objetivos predeterminados. La productividad no es una medida de la producción ni de la cantidad que se ha fabricado, sino de la eficiencia con que se ha combinado y utilizado los recursos para lograr los resultados específicos deseables.

Por lo tanto, la productividad puede estar dada como:

$$\frac{\textit{Producción}}{\textit{Insumos}} \textit{ o } \frac{\textit{Resultados logrados}}{\textit{Recursos empleados}}$$

La mejora de la productividad se refiere al aumento en la cantidad de producción por hora de trabajo invertida. Las herramientas fundamentales que generan una mejora en la productividad incluyen métodos, estudio de tiempos estándares (a menudo conocidos como medición del trabajo) y el diseño del trabajo. Los objetivos primordiales de los métodos,

estándares y diseño del trabajo son incrementar la productividad y la confiabilidad en la seguridad del producto y reducir los costos unitarios, lo cual permite que se produzcan más bienes y servicios de calidad. (Niebel, *et al.*, 2009).

Es importante incrementar la productividad porque esta provoca una reacción en cadena en el interior de la empresa, fenómeno que se traduce en una mejor calidad de los productos, menores precios, estabilidad del empleo, permanencia de la empresa, mayores beneficios y mayor bienestar colectivo (García Criollo, 2005).

La Figura 5 representa la reacción que se presenta al incrementar la productividad en la empresa.

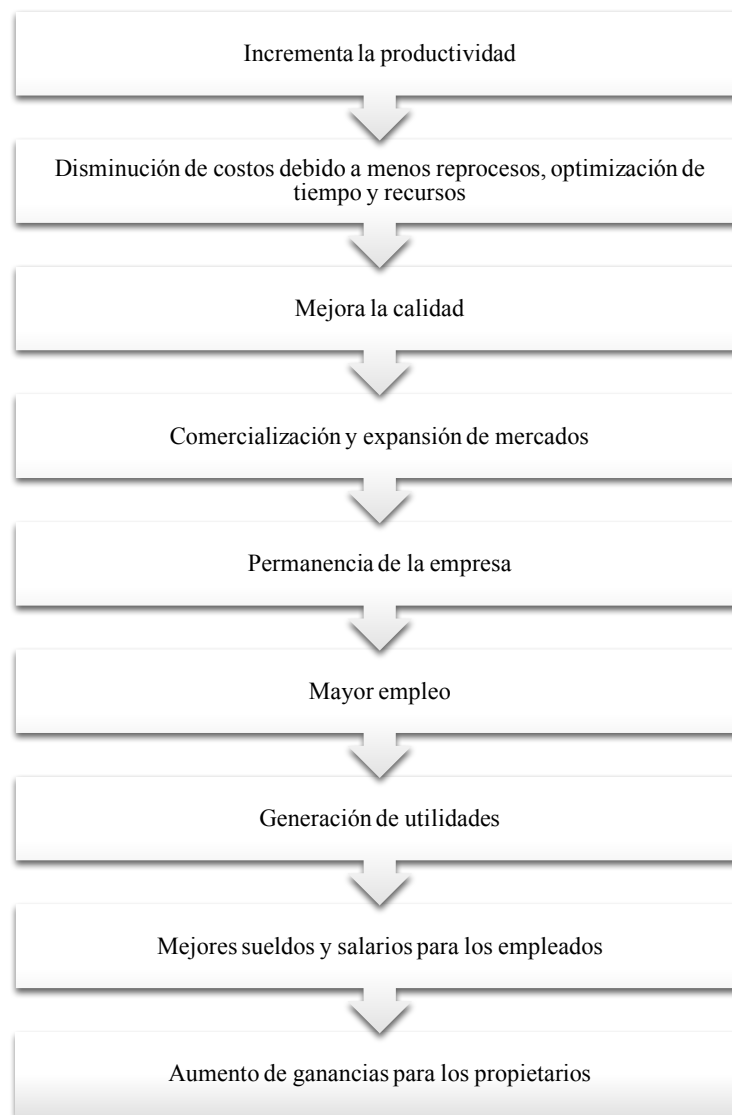


Figura 5. Reacción en cadena de una mayor productividad (García Criollo, 2005).

2.6.2. Factores que restringen la productividad

Para García Criollo (2005), un incremento de la productividad no ocurre por sí solo, si no son los directivos que la provocan y logran mediante la fijación de metas. Se muestran los factores restrictivos más comunes:

- Incapacidad de los dirigentes para fijar el ambiente y crear el clima apropiado para el mejoramiento de la productividad.
- Problema de los reglamentos gubernamentales.
- El tamaño y la obsolescencia de las organizaciones tienen un efecto negativo sobre el aumento de la productividad.
- Incapacidad para medir y evaluar la productividad de la fuerza de trabajo.
- Los recursos físicos, los métodos de trabajo y los factores tecnológicos que actúan tanto en forma individual y combinada para restringir la productividad.

2.6.3. Estudio del trabajo y productividad

El estudio del trabajo es el examen sistemático de los métodos para realizar actividades con el fin de mejorar la utilización eficaz de los recursos y de establecer normas de rendimiento con respecto a las actividades que se estén realizando. Por lo tanto, tiene por objeto examinar de qué manera se está realizando una actividad, simplificar o modificar el método operativo para reducir el trabajo innecesario o excesivo, o el uso antieconómico de recursos y fijar el tiempo normal para la realización de la actividad (Kanawaty, 1996).

Es necesario contemplar que la productividad no sólo se refiere a la mano de obra. Por lo tanto, el aumento de la productividad se debe considerar como un problema consistente en obtener el máximo provecho de todos los recursos disponibles, incluyendo los materiales y maquinaria en general (García Criollo, 2005).

El tiempo total invertido por un hombre o por una máquina para llevar a cabo una operación o para producir una cantidad determinada de productos, puede descomponerse como se muestra en la Figura 6.

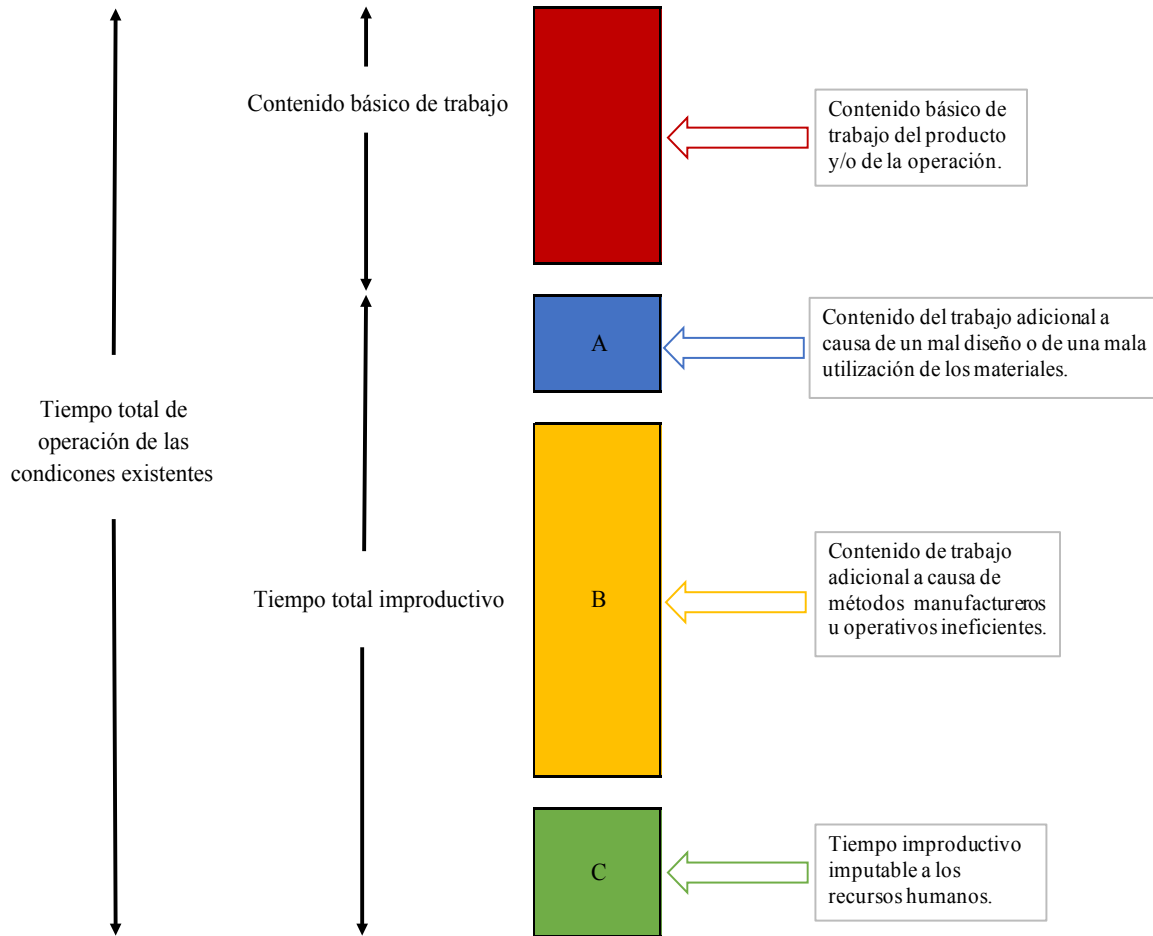


Figura 6. Descomposición del tiempo de trabajo (Kanawaty, 1996).

El contenido básico es el tiempo mínimo irreducible que se necesita teóricamente para obtener una unidad de producción. Contenido de trabajo significa la cantidad de trabajo contenida en un producto o en un proceso medido en horas de trabajo o en horas de máquina. Una hora de trabajo es el trabajo de una persona en una hora. Una hora-máquina es el funcionamiento de una máquina o de parte de una instalación durante una hora.

Sin embargo, los tiempos reales invertidos en las operaciones son muy superiores a los teóricos debido al contenido excesivo del trabajo. Al contenido del trabajo se le agregan los siguientes elementos:

- **A. Contenido de trabajo suplementario debido a deficiencias en el diseño o en la especificación del producto o de sus partes, o a la utilización inadecuada de los materiales:**
 1. Deficiencia y cambios frecuentes del diseño

2. Desechos de materiales
 3. Normas incorrectas de calidad
- **B. Contenido de trabajo suplementario debido a métodos ineficientes de producción o de funcionamiento:**
 1. Mala disposición y utilización del espacio
 2. Inadecuada manipulación de los materiales
 3. Interrupciones frecuentes al pasar de la producción de un producto a otro
 4. Método de trabajo ineficaz
 5. Mala planificación de las existencias
 6. Averías frecuentes de las máquinas y el equipo
 - **C. Contenido de trabajo resultante principalmente de la aportación de recursos humanos:**
 1. Absentismo y falta de puntualidad
 2. Mala ejecución del trabajo
 3. Riesgo de accidentes y lesiones profesionales

Para Kanawaty (1996), el estudio de métodos es el registro y examen crítico sistemático de los modos de realizar actividades, con el fin de efectuar mejoras, así mismo define la medición del trabajo como la aplicación de técnicas para determinar el tiempo que invierte un trabajador calificado en llevar a cabo una tarea según una norma de rendimiento preestablecida.

El estudio de métodos y la medición del trabajo están estrechamente vinculados. El estudio de métodos se relaciona con la reducción del contenido de trabajo de una tarea u operación. En cambio, la medición del trabajo se relaciona con la investigación de cualquier tiempo improductivo asociado con ésta, y con la consecuente determinación de normas de tiempo para ejecutar la operación de una manera mejorada. La relación entre ambas técnicas se presenta esquemáticamente en la Figura 7.

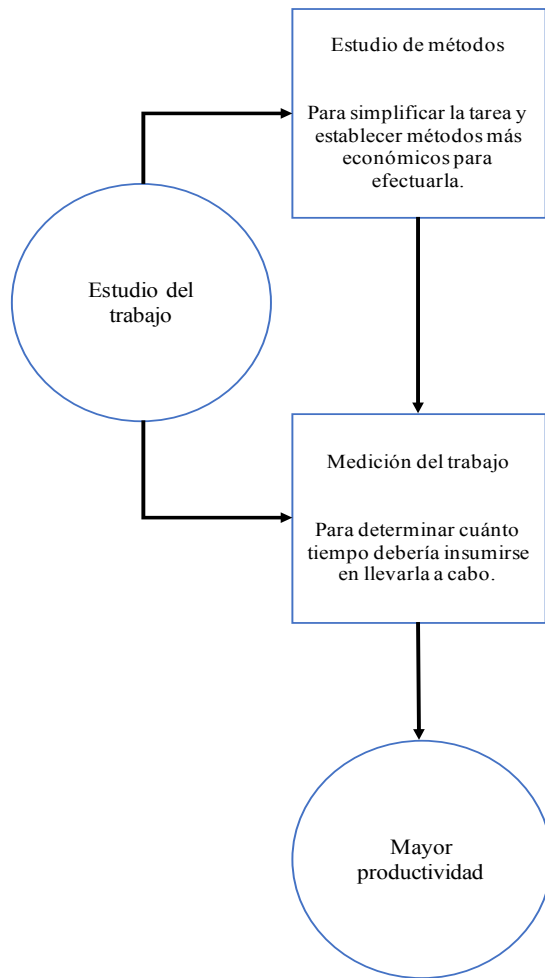


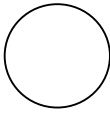
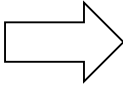

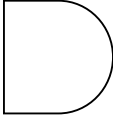
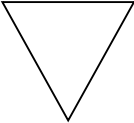
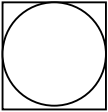
Figura 7. Estudio del trabajo (Kanawaty, 1996).

2.6.4. Herramientas de registro y análisis

El análisis de los procesos trata de eliminar las principales deficiencias y lograr la mejor distribución posible de la maquinaria, equipo y área de trabajo dentro de la planta. Para ello, es conveniente clasificar las acciones que tienen lugar durante un proceso dando cinco categorías conocidas bajo los términos de operaciones, transportes, inspecciones, demoras y almacenajes (García Criollo, 2005).

En la Tabla 1 se representan las clasificaciones de acciones que se presentan en un proceso.

Tabla 1. Acciones y símbolos en un proceso (García Criollo, 2005).

Actividad	Definición	Símbolo
Operación	Ocurre cuando se modifican las características de un objeto, o se le agrega algo o se le prepara para otra operación, transporte, inspección o almacenaje.	
Transporte	Ocurre cuando un objeto o grupo de ellos son movidos de un lugar a otro, excepto cuando tales movimientos forman parte de una operación o inspección.	
Inspección	Ocurre cuando un objeto o un grupo de ellos son examinados para su identificación o para controlar y verificar la calidad o características.	
Demora	Ocurre cuando se interfiere el flujo de un objeto o grupo de ellos, con lo cual se retarda el siguiente paso planeado.	
Almacenaje	Ocurre cuando un objeto o grupo de ellos son retenidos y protegidos contra movimiento o usos no autorizados.	
Actividad combinada	Se presenta cuando se desea indicar actividades conjuntas por el mismo operador en el mismo punto de trabajo.	

Una vez determinadas las operaciones que llevarán la materia prima hasta convertirse en un producto terminado, estas actividades deben organizarse en un método lógico. Debe considerarse que existen operaciones que dependen de otras para llevarse a cabo. Para facilitar el estudio se emplean diagramas que ayudan a visualizar el proceso y documentarlo.

- **Diagrama del proceso de operación:** Muestra la secuencia cronológica de todas las operaciones, inspecciones, tiempos permitidos y materiales que se utilizan en un proceso de manufactura o de negocios, desde la llegada de la materia prima hasta el empaquetado del producto terminado. La gráfica muestra la entrada de todos los componentes y subensambles al ensamble principal. De la misma manera como un

esquema muestra detalles de diseño tales como partes, tolerancias y especificaciones. Se utilizan solo los símbolos de operación e inspección únicamente.

- **Diagrama de flujo del proceso:** Es una representación gráfica de la secuencia de todas las operaciones, transportes, inspecciones, demora y almacenamientos que ocurren durante el proceso. Además, incluyen la información que se considera deseable para el análisis como la distancia recorrida y el tiempo útil para registrar los costos ocultos no productivos como, por ejemplo, las distancias recorridas, los retrasos y los almacenamientos temporales.
- **Diagrama de recorrido:** Es una representación gráfica de la distribución de los pisos y edificios que muestra la ubicación de todas las actividades en el diagrama de flujo del proceso. El diagrama de recorrido representa un complemento útil del diagrama de flujo de procesos debido a que indica el camino hacia atrás y las áreas posibles de congestión de tráfico y facilita el desarrollo de una configuración ideal de la planta.

2.6.5. Medición del trabajo

La medición del trabajo es la aplicación de técnicas para determinar el tiempo que invierte un trabajador calificado en llevar a cabo una tarea definida efectuándola según una norma de ejecución preestablecida (Kanawaty, 1996). Se define al trabajador calificado como aquel que tiene la experiencia, los conocimientos y otras cualidades necesarias para efectuar el trabajo en curso según normas satisfactorias de seguridad, cantidad y calidad.

Para García Criollo (2005), los objetivos de la medición del trabajo son:

- Incrementar la eficiencia en el trabajo.
- Proporcionar estándares del tiempo que servirán de información a otros sistemas de la empresa.

Por otra parte, para Kanawaty (1996), las principales técnicas que se emplean en la medición del trabajo son:

- **Muestreo del trabajo:** Es una técnica para determinar, mediante muestreo estadístico y observaciones aleatorias, el porcentaje de aparición de determinada actividad.
- **Estimación estructurada:** Se recurre a la estimación cuando los valores del tiempo necesario no tienen que ser muy detallados. Además, son útiles en el trabajo de ciclo

largo y en situaciones en que se emplean datos de medición globales para la planificación, el control o el pago durante períodos de tiempo extensos.

- **Estudio de tiempos:** Es una técnica empleada para registrar los tiempos y ritmos de trabajo correspondientes a los elementos de una tarea definida, efectuada en condiciones determinadas, y para analizar los datos a fin de determinar el tiempo requerido para efectuar la tarea según una norma de ejecución preestablecida.
- **Normas de tiempo predeterminadas (NTPD):** Es una técnica que se utilizan tiempos determinados para los movimientos humanos básicos (clasificados según su naturaleza y las condiciones en que se realizan) a fin de establecer el tiempo requerido por una tarea efectuada según una norma dada de ejecución.

Estudio de Tiempos

El estudio de tiempos consta de etapas para su realización:

1. Obtener y registrar toda la información posible acerca de la tarea, del operario y de las condiciones que pueden influir en la ejecución del trabajo.
2. Registrar una descripción completa del método descomponiendo la operación en elementos.
3. Examinar el desglose para verificar si se está utilizando los mejores métodos y movimientos, y determinar el tamaño de la muestra.
4. Medir el tiempo con un instrumento apropiado, generalmente un cronómetro, y registrar el tiempo invertido por el operario en llevar a cabo cada elemento de la operación.
5. Determinar simultáneamente la velocidad de trabajo efectiva del operario por correlación con la idea que tenga el analista de lo que debe ser el ritmo tipo.
6. Convertir los tiempos observados en tiempos básicos.
7. Determinar los suplementos que se añadirán al tiempo básico de la operación.
8. Determinar el tiempo tipo propio de la operación.

En gran medida, la extensión del estudio de tiempos depende de la naturaleza de la operación individual. El número de ciclos que deberá observarse para obtener un tiempo medio representativo de una operación se determina mediante los siguientes procedimientos.

Estos se aplican cuando se puede realizar gran número de observaciones (García Criollo, 2005).

1. **Fórmulas estadísticas:** Por medio de estas fórmulas se determina el número N de observaciones necesarias para obtener el tiempo de reloj representativo con un error de $e\%$ con riesgo fijado de $R\%$. Se aplica la fórmula:

$$N = \left(\frac{K \cdot \sigma}{e \cdot x} \right)^2 + 1$$

Donde:

K = Coeficiente de riesgo cuyos valores son 1 para riesgo de error de 32%, 2 para riesgo de error de 5% y 3 para riesgo de error de 0.3%.

σ = Desviación estándar de los tiempos de reloj obtenidos.

x = Media aritmética de los tiempos de reloj.

N = Frecuencia de cada tiempo de reloj tomado.

e = Error expresado en forma decimal.

2. **Ábaco de Lifson:** Es una aplicación gráfica del método estadístico para un número fijo de mediciones $n = 10$. La desviación típica se sustituye por un factor B .

$$B = \frac{S - I}{S + I}$$

Donde:

S = Tiempo superior

I = Tiempo inferior

3. **Tabla Westinghouse:** Indica el número de observaciones necesarias en función de la duración del ciclo y del número de piezas que se fabrican al año (Anexo A).
4. **Criterio General Electric:** Establece el número de ciclos a cronometrar utilizando el tiempo del ciclo en minutos.

Suplementos del estudio de tiempos

Para García Criollo (2005), tres son los suplementos que pueden considerarse en un estudio de tiempos:

1. Suplementos por retrasos personales.
2. Suplementos por retrasos por fatiga (descanso).

3. Suplementos por retrasos especiales:

- Demoras debidas a elementos contingentes frecuentes.
- Demoras en la actividad del trabajador provocadas por supervisión.
- Demoras causadas por elementos extraños inevitables, concesión que puede ser temporal o definitiva.

2.7. ProModel

En este apartado se presenta una breve introducción al uso del software ProModel, así como una descripción de los elementos básicos y características que incorpora ProModel.

2.7.1. Introducción al uso de ProModel

En la actualidad existen gran diversidad de software de simulación los cuales presentan características similares, pero al mismo tiempo diferencias, las cuales son la base para la elección de estos.

ProModel es uno de los paquetes de software comercial para la simulación más usados en el mercado. Cuenta con herramientas de análisis y diseño que, unidas a la animación de modelos bajo estudio, permiten al analista conocer mejor el problema y alcanzar resultados más confiables respecto de las decisiones a tomar (García, *et al.*, 2006).

Básicamente, es un programa de simulación de procesos industriales, permite simular procesos de manufactura, además de procesos logísticos, procesos de manejos de materiales y contiene excelentes simulaciones de talleres, grúas viajeras, bandas de transporte, entre otros. Se puede crear un modelo computarizado de todo proceso de manufactura y una vez realizado el modelado, se puede simular Justo a Tiempo, Teoría de Restricciones, Sistemas de Empujar y Jalar o Logística.

ProModel es una poderosa herramienta para los ingenieros y gerentes para evaluar alternativas de mejora en sistemas existentes o modelar el diseño de nuevos sistemas. Por lo tanto, varias estrategias operativas y alternativas de control pueden ser comparadas y analizadas. ProModel se concentra en recursos de utilización, capacidad de producción, productividad, niveles de inventario, cuellos de botella, tiempos de rendimiento y otras medidas de desempeño. Por otra parte, ProModel es un simulador de eventos discretos y es destinado a modelar sistemas discretos. Además, está diseñado para modelar sistemas donde

los eventos pasan en puntos definidos en el tiempo. El tiempo de resolución es controlable por un rango de 0.01 horas a 0.00001 segundos (Harrell *et al.*,2004).

2.7.2. Módulos de ProModel

ProModel contiene módulos que permiten al analista hacer un estudio más completo sobre el modelo que quiere simular. Cada uno de estos, cuenta con herramientas de trabajo que hacen de ProModel uno de los mejores paquetes de simulación que existen en el mercado (García *et al.*,2013).

- **ProModel:** Es el área de trabajo donde se definirán el modelo y todos sus componentes. En este módulo se programa todo lo que tiene que ver con las relaciones entre las variables del modelo, tanto contadores como relaciones lógicas, flujos, actividades y ciclos de producción.
- **Editor Gráfico:** El editor gráfico de ProModel cuenta con una serie de bibliotecas que permiten dar una mejor presentación visual a los modelos realizados. Además, cuenta con la capacidad de importar y crear las imágenes necesarias para representar con mayor propiedad el problema a simular. Incluso pueden importarse dibujos hechos con algún software para dicho propósito.
- **Resultado:** ProModel cuenta con una interfaz de resultados que facilita la administración, el manejo y el análisis de la información. En este módulo se pueden ver los resultados de todas las variables del modelo. Algunas de ellas se reportan de manera automática, y otras se obtienen bajo solicitud expresa del analista. Además, el módulo permite la interacción con programas de hoja de cálculo, como Excel.
- **Stat::Fit:** El software incluye una herramienta estadística llamada Stat::Fit, que permite hacer pruebas de bondad de ajuste sobre datos muestra, produciendo información muy importante para determinar las distribuciones asociadas a las variables aleatorias del modelo. Además, constituye una gran ayuda si se desconoce cómo alimentar distribuciones complejas de la biblioteca de ProModel en el modelo de simulación.
- **Editor de Turnos:** El editor de turnos permite asignar turnos de trabajo a los elementos del modelo que lo requieran, por ejemplo, descansos programados, como el tiempo de comida.

- **SimRunner:** Ésta es una herramienta muy útil en el análisis posterior del modelo. Con ella se pueden diseñar experimentos destinados a conocer el impacto de factores críticos que se generan a partir de la variación en los valores de las variables aleatorias seleccionadas para ello. Asimismo, permite discernir cuál es la mejor combinación de factores para obtener el máximo beneficio al mejorar un proceso.
- **Referencias y Ayuda:** Estos módulos de ProModel facilitan el uso y la programación del software.

2.7.3. Elementos básicos

Para Harrell *et al.*, (2004), los elementos básicos del modelo son las locaciones, entidades, llegadas y proceso.

- **Locaciones:** Las locaciones representan lugares fijos en el sistema donde las entidades se preparan para su procesamiento, retraso, almacenamiento, toma de decisiones o alguna otra actividad. Se necesita algún tipo de lugares de recepción para retener entidades entrantes. Así mismo, también se necesita locaciones de proceso donde las entidades adquieren valor agregado.
- **Entidades:** Algún elemento, componente que un modelo puede procesar es llamado entidad. Algunos ejemplos son parte de artículos de una fábrica, pacientes en un hospital, clientes en un banco o tienda de comestibles y pasajeros llamando para reservar su vuelo.
- **Arribos:** El mecanismo para definir cómo las entidades entran al sistema es llamado llegadas. Las entidades pueden llegar por pieza o por lote. El número de entidades llegando en un tiempo es llamado tamaño de lote. El tiempo entre llegadas de sucesivas entidades es llamado tiempo entre llegadas (Frecuencia). El número total de lotes de llegadas es denominado ocurrencia. El tamaño del lote, el tiempo entre llegadas sucesivas y el número total de lotes pueden ser constantes o aleatorios (Distribución Estadística). Además, la primera vez que el patrón de llegada va a ocurrir es denominado primera vez (First Time).

- **Proceso:** Describe las operaciones que se realizará en una locación, tal como la cantidad de tiempo que una entidad pasa ahí, los recursos que necesita para completar el procesamiento y cualquier otra cosa que suceda en la locación, incluyendo la selección del próximo destino de una entidad.

2.7.4. Características innovadoras en ProModel

Para Harrell *et al.*, (2004), las innovadoras características que presenta ProModel ayudan a automatizar el proceso de construcción de modelos y a eliminar la necesidad de recordar la sintaxis del comando.

Constructor de Lógica (Logic Builder)

Es una herramienta que hace más fácil crear declaraciones de lógica válidas sin tener que recordar palabras clave, sintaxis, argumentos requeridos o nombres de elementos de modelo. Así como, proporciona acceso a cada elemento definido en su modelo. El constructor de lógica conoce la sintaxis de cada instrucción y función, lo que le permite definir la lógica simplemente rellenando los espacios en blanco. Algunos de los más comúnmente usados de declaraciones de lógica disponibles en ProModel son las siguientes:

- **Wait:** Se utiliza para retrasar una entidad por una duración especificada en una ubicación, posiblemente para procesarla.
- **Stop:** Finaliza la replicación actual y, opcionalmente, muestra un mensaje.
- **Group:** Consolidar temporalmente una cantidad específica de entidades similares.
- **Load:** Asigna temporalmente una cantidad especificada de entidades a la entidad actual.
- **Inc:** Incrementa una variable, elemento de matriz o atributo por el valor de una expresión numérica especificada.
- **Ungroup:** Separa las entidades que se agruparon utilizando la declaración GROUP.
- **Move:** Mueve las entidades al final de la cola en un tiempo específico.
- **View:** Cambia la visualización de la ventana de diseño.
- **Graphic:** Cambia la imagen actual de la entidad.
- **In The Else:** Ejecuta un bloque de instrucción si la condición es verdadera.
- **Wait Until:** Retarda el procesamiento de la lógica actual hasta que la condición sea verdadera.

- **Move For:** Mueve la entidad a la siguiente locación, en un tiempo específico.
- **Split:** Divide la entidad en un número especificado de entidades.
- **Pause:** Hace que la ejecución de la simulación se detenga hasta que el usuario seleccione la opción de reanudar.

Biblioteca de funciones probabilísticas

La biblioteca de distribuciones de probabilidad de ProModel permite simular la variabilidad de los procesos (García *et al.*,2013). En la Tabla 2 se muestran las distribuciones de probabilidad incluidas en ProModel.

Tabla 2. Funciones de probabilidad de ProModel (García *et al.*,2013).

Distribución de Probabilidad	Codificación en ProModel	Parámetros
Beta	$B(l, \alpha_1, \alpha_2, a, b)$	α_1 : forma, α_2 : forma a : mínimo, b : máximo
Binomial	$BI(N, p)$	N : intentos, p : probabilidad
k-Erlang	$ER(\mu, k)$	k : forma, μ : media
Exponencial	$E(\mu)$	μ : media
Gamma	$G(\alpha, \beta)$	α : forma, β : escala
Gaussiana inversa	$IG(\alpha, \beta)$	α : forma, β : escala
Geométrica	$GEO(p)$	p : probabilidad
Lognormal	$L(\mu, \sigma)$	μ : media, σ : desviación
Normal	$N(\mu, \sigma)$	μ : media, σ : desviación
Poisson	$P(\mu)$	μ : media
Pearson V	$P5(\alpha, \beta)$	α : forma, β : escala
Pearson VI	$P6(\alpha_1, \alpha_2, \beta)$	α_1 : forma, α_2 : forma, β : escala
Triangular	$T(a, c, b)$	a : mínimo, c : moda, b : máximo
Uniforme	$U(\mu, h)$	μ : media, h : media rango
Uniforme discreta	$U(a, b)$	a : mínimo, b : máximo
Weibull	$\gamma + W(\alpha, \beta)$	α : forma, β : escala, γ : localización

CAPÍTULO 3. SIMULACIÓN DEL SISTEMA ACTUAL

Con el propósito de generar el modelo de la simulación actual del sistema, es importante detallar las etapas que conlleva a su realización, tal como, descripción de la empresa, definición de objetivos y alcances de la simulación, recolección y análisis de datos, construcción del modelo y validación del modelo.

3.1. Purificadora Manantial San Sebastián

Para desarrollar el modelo de simulación para la empresa Purificadora Manantial San Sebastián, con el fin de generar propuestas de mejora en el área de envasado, se necesita conocer un panorama del funcionamiento y situación actual de la empresa.

3.1.1. Descripción de la empresa

Purificadora Manantial San Sebastián es una empresa mexicana ubicada en la Heroica Ciudad de Huajuapán de León, Oaxaca, con domicilio en la calle Mina # 54, Colonia La Providencia, Código Postal 69007, dedicada a la purificación, envasado y comercialización de garrafones de agua de 19 litros para consumo humano regida bajo las más estrictas normas de calidad, establecidas por las diferentes instancias.

La empresa comenzó a operar el 7 de octubre de 1999 al obtener el permiso emitido por la Secretaría de Salud bajo el giro de refrescos y otras bebidas no alcohólicas. Actualmente, la empresa tiene 6 vehículos para la comercialización de los garrafones de agua con capacidad de 52 garrafones cada vehículo para su distribución. Por otra parte, dentro de la empresa laboran 14 personas, quienes se encuentran distribuidas para cada actividad. Así mismo, los horarios establecidos para los trabajadores encargados de comercializar y distribuir los garrafones son de 7:30 a.m. a 15:30 p.m. y el personal que se encuentra en el área de producción tiene un horario de 8:00 am. a 18:00 p.m., ambos horarios están sujetos a la demanda diaria que se presente. El personal de producción utiliza equipo de protección tal como son botas de hule, batas, cofia, guantes de hule y cubrebocas para la realización del trabajo.

El proceso general que realiza la empresa para la obtención del agua purificada contempla las áreas que se muestran en la Figura 8. Cada una de estas áreas incluyen actividades necesarias que involucran tiempos no establecidos para la obtención de los garrafones de agua y para su posterior comercialización.

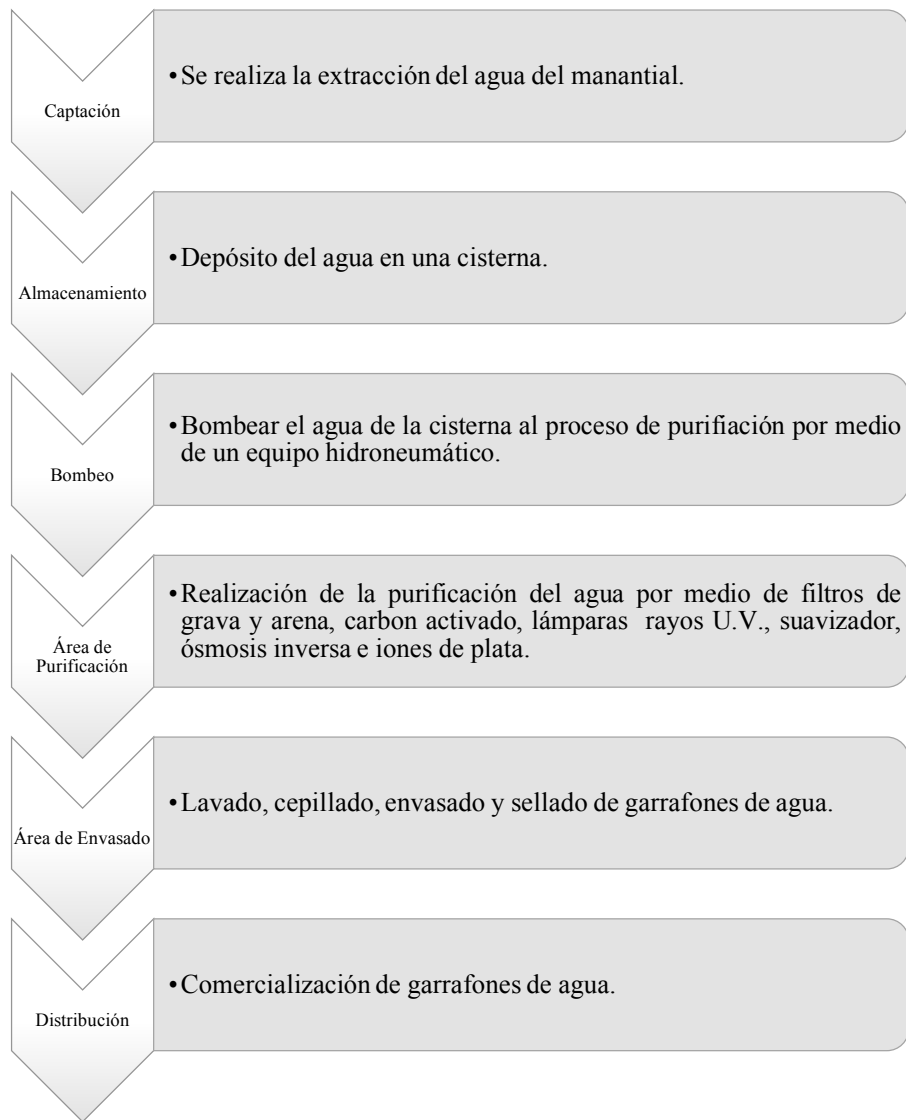


Figura 8. Áreas del proceso de purificación (Fuente: Propia).

Dentro de la empresa Purificadora Manantial San Sebastián se encuentra establecida el área de envasado, en la cual se realiza el proceso de producción de garrafones de agua, durante el proceso intervienen personas, equipos y maquinaria que permiten la ejecución del mismo. En la Tabla 3 se muestran los equipos y maquinaria que se tienen actualmente en el área de envasado, así como una breve descripción de cada una de ellas.

Tabla 3. Equipo y maquinaria del área de envasado (Fuente: Propia).

Equipo y Maquinaria	Descripción
Máquina de cepillado interior	Se utiliza para el cepillado interior del garrafón.
Lavadora con tres canastillas	Permite el enjuague interior del garrafón.
Hidroneumático	Mantiene la presión de agua constante en la red de distribución de agua.
Filtro de grava y arena	Para retener todo tipo de sólidos en suspensión en el agua a purificar.
Filtro de carbón activado	Para disminuir el cloro y el yodo del agua a purificar.
Suavizador	Diseñado para remover materiales disueltos en el agua, tales como magnesio, hierro y calcio.
Equipo de ósmosis inversa	Elimina los sólidos disueltos en el agua tanto orgánicos como inorgánicos, así como microorganismos y bacterias.
Lámparas de rayos ultravioleta	Fungen como germicidas para la esterilización.
Equipo de iones de plata	Prolongan la purificación del agua y evita la formación de bacterias.
Base de llenado de garrafón	Permite realizar el envasado de garrafones de agua.
Pistola de calor	Para el sellado de las etiquetas en los garrafones.
Contenedor de garrafones	Depósito y almacenamiento de los garrafones de agua.

3.1.2. Distribución de planta

Distribución de planta es la colocación física ordenada de los medios industriales, tales como maquinaria, equipo, trabajadores, espacios requeridos para el movimiento de materiales y almacenaje, además de conservar el espacio necesario para la mano de obra indirecta y servicios auxiliares.

Para García Criollo (2005), el objetivo de una distribución de planta bien planeada e instalada es reducir los costos de fabricación como resultado de la reducción de riesgos para la salud, incremento de la seguridad, aumento de la moral, satisfacción del trabajador, incremento de la producción, disminución de los retrasos de la producción, reducción del manejo de materiales y maximización de la utilización de la maquinaria, mano de obra y servicios.

La Figura 9 muestra la distribución de planta actual de la Purificadora Manantial San Sebastián, donde se representa el área de envasado, así como las áreas de cada actividad del proceso. La unidad de las distancias se encuentra en metros.

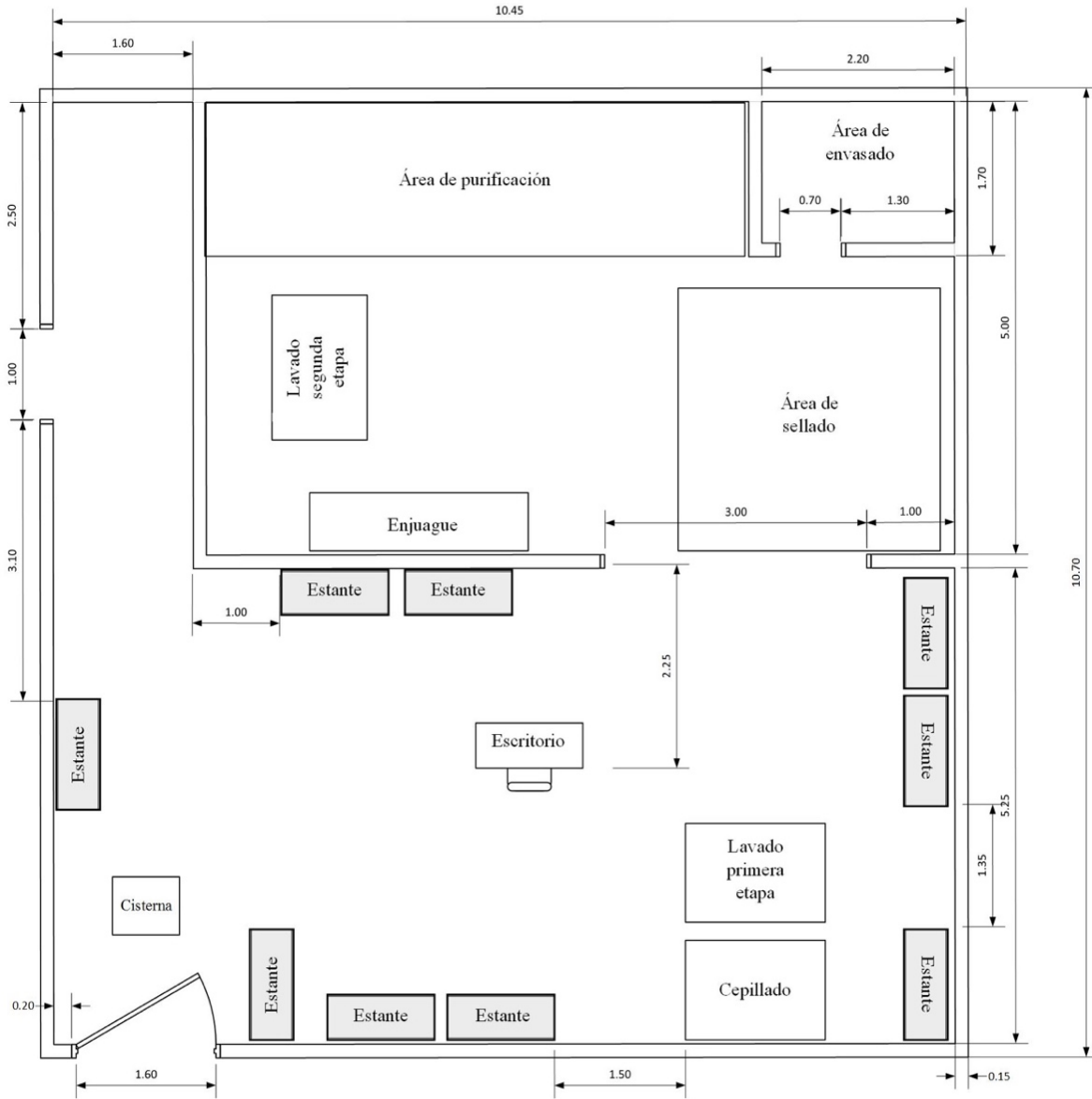


Figura 9. Distribución de planta actual de la Purificadora Manantial San Sebastián (Fuente: Propia).

3.1.3. Proceso de envasado

En la Purificadora Manantial San Sebastián el proceso de envasado de garrafones contempla actividades para obtención del producto final.

Los vehículos de distribución y comercialización llegan a la empresa después de haber realizado su ruta correspondiente, por lo cual llegan con garrafones vacíos, el número de garrafones vacíos a procesar no son los mismos todos los días, estos cambian debido a la demanda diaria que se presenta.

Primeramente, los garrafones vacíos se descargan de los vehículos y se transportan a la zona de lavado primera etapa en donde se contabilizan e inspeccionan, el personal se encarga de verificar el estado del garrafón (que no se encuentre roto y que no contenga sedimentos), así como de quitar las etiquetas y tapas de las boquillas de los garrafones si es necesario. Posteriormente, el garrafón es trasladado a la máquina de cepillado, en donde es cepillado al interior. Después, el garrafón es trasladado al lavado segunda etapa, donde es lavado por el exterior por el personal establecido, para después ser trasladado a la zona de enjuague donde es enjuagado al interior por la lavadora de tres canastillas y es colocado en el piso, esto lo realiza el mismo personal de lavado segunda etapa. El personal de llenado realiza el traslado de los garrafones lavados al área de envasado donde los coloca en la base de llenado, enseguida, un garrafón comienza a llenarse de agua purificada, al finalizar el llenado el operario le coloca la tapa al garrafón y lo traslada al área de sellado. Posteriormente, en el sellado del garrafón se coloca la etiqueta en la boquilla del garrafón y con una pistola de calor se adhiere la etiqueta. Para finalizar, el personal de distribución y comercialización comienzan a cargar los garrafones procesados a los vehículos para continuar con su ruta ya establecida.

3.1.4. Diagramas de registro y análisis

Para conocer a mayor detalle el proceso de envasado de garrafones de agua se elaboraron tres diagramas, los cuales representan detalladamente cada operación, transporte, inspección, almacenamiento y demora de los garrafones.

La Figura 10 muestra el diagrama del proceso de operación que se desarrolló para el área de envasado, se identifican las seis operaciones e inspecciones descritas en el proceso de envasado. Así mismo, se establecen los tiempos estandarizados para cada actividad combinada y se menciona la entrada de los materiales necesarios para continuar con el

proceso. Las operaciones presentadas son realizadas manualmente por los trabajadores del proceso de envasado.

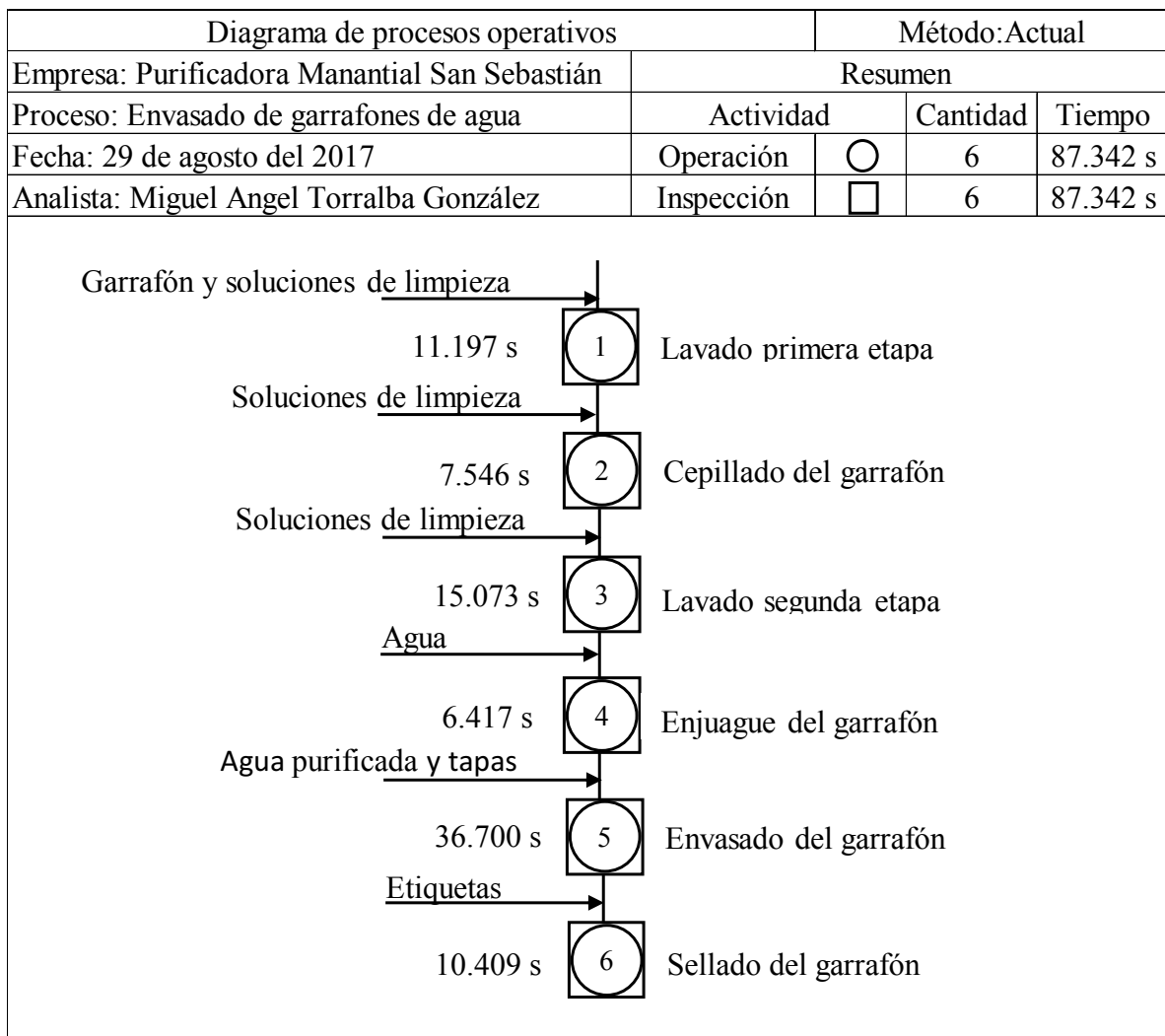


Figura 10. Diagrama del proceso de operación (Fuente: Propia).

La Figura 11 muestra el diagrama de flujo de proceso, es la representación gráfica y simbólica de manera secuencial de las actividades del proceso de envasado descritos en el apartado proceso de envasado, se establecen los tiempos estandarizados de cada operación y la distancia recorrida por el garrafón y trabajador, así como también observaciones de la situación actual de trabajo. Cabe mencionar que todas las operaciones se realizan manualmente, no existe en el proceso la utilización de máquinas automáticas.

Diagrama de flujo de proceso			Operario	Material	Equipo		
				X			
Diagrama Número : 1			Resumen				
Empresa: Purificadora Manantial San Sebastián			Actividad	Actual	Propuesta		
Proceso: Envasado de garrafones de agua			Operación	○	6		
Área: Envasado			Transporte	⇒	7		
Método	Actual	X	Demora	D	13		
	Propuesto		Inspección	□	6		
Analista: Miguel Angel Torralba González			Almacenamiento	▽	2		
			Total	34			
Fecha: 29 de agosto de 2017			Distancia(m)	49.5			
			Personas	5			
			Tiempo (s)	87.342			
Descripción	Símbolo				Tiempo	Distancia	Observaciones
	□	⇒	D	▽			
Vehículo de carga	□	⇒	D	▽			
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Traslado a lavado primera	□	⇒	D	▽		13	El traslado es manual.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Lavado primera etapa	■	⇒	D	▽	11.197		Realizado por un trabajador
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Traslado a cepillado	□	⇒	D	▽		1	Realizado por el trabajador de lavado primera etapa.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Cepillado de garrafones	■	⇒	D	▽	7.546		Realizado por el trabajador de lavado primera etapa.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Traslado a lavado segunda etapa	□	⇒	D	▽		11.5	Realizado por el trabajador de lavado segunda etapa.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Lavado segunda etapa	■	⇒	D	▽	15.073		Realizado por un trabajador.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Traslado a enjuague	□	⇒	D	▽		1	Realizado por el trabajador de lavado segunda etapa.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Enjuague de garrafones	■	⇒	D	▽	6.417		Realizado por el trabajador de lavado segunda etapa.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Traslado al área de envasado	□	⇒	D	▽		5	Realizado por el trabajador de envasado.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Envasado de garrafones	■	⇒	D	▽	36.700		Realizado por un trabajador.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Traslado al área de sellado	□	⇒	D	▽		4	Realizado por el trabajador de envasado.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Sellado de garrafones	■	⇒	D	▽	10.409		Realizado por uno a dos trabajadores.
Espera de garrafones	□	⇒	D	▽			
Traslado a vehículo	□	⇒	D	▽		14	
Vehículo de carga	□	⇒	D	▽			

Figura 11. Diagrama de flujo de proceso (Fuente: Propia).

La Figura 12 muestra el diagrama de recorrido, complemento del diagrama de flujo de proceso, permite visualizar el recorrido de las operaciones, inspecciones, transportes, almacenamiento y demoras del proceso de envasado de garrafones sobre la distribución de planta de la empresa.

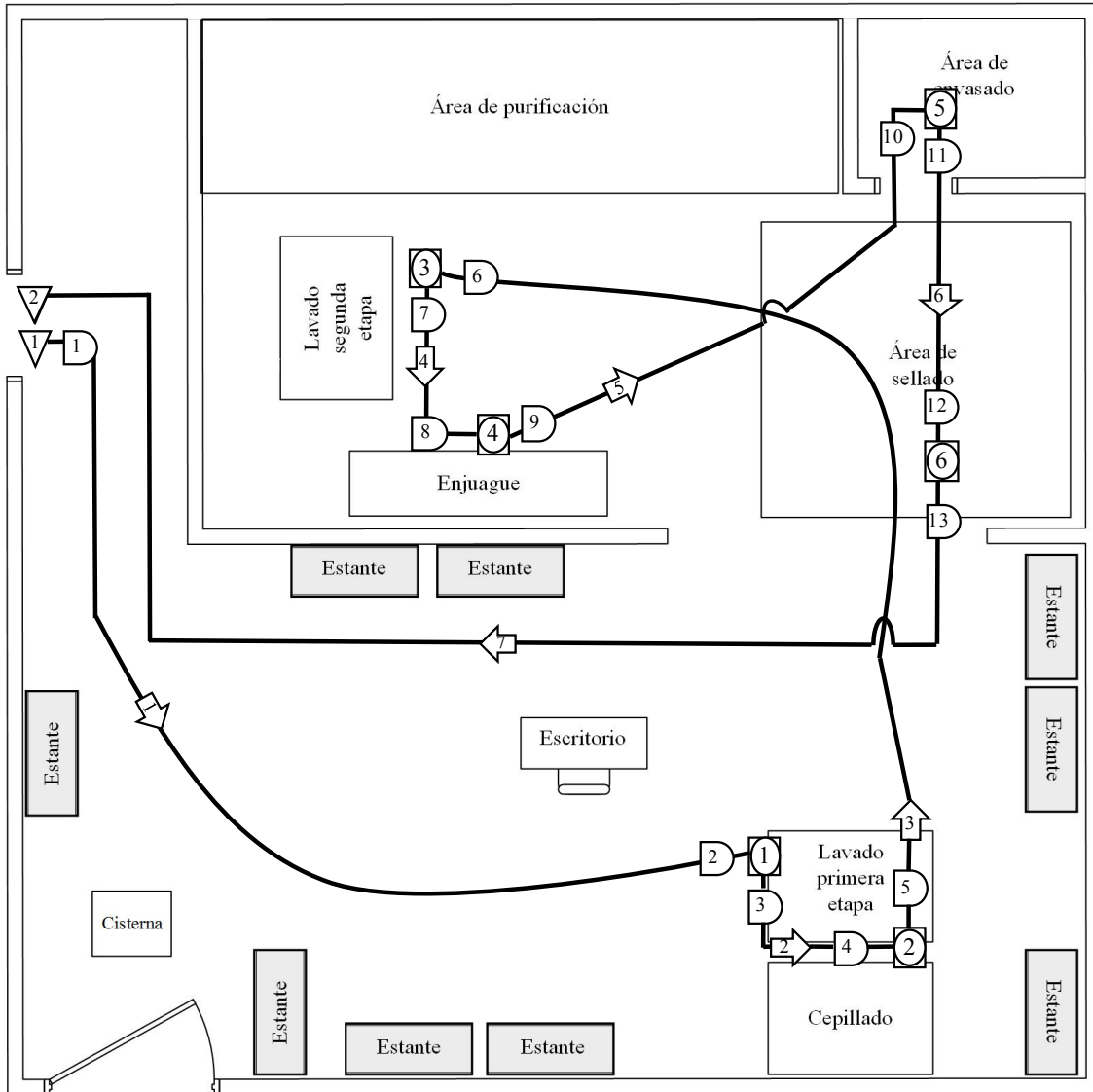


Figura 12. Diagrama de recorrido (Fuente: Propia).

3.2. Definición de objetivos, alcance y requerimientos

El proyecto de tesis tiene como objetivo desarrollar un modelo de simulación utilizando ProModel para generar propuestas de mejora de la productividad en el área de envasado de la Purificadora Manantial San Sebastián, mediante el cumplimiento de la generación del modelo de simulación actual del sistema y de la generación de nuevos modelos de simulación

del área de envasado con el fin de evaluar y analizar los resultados obtenidos. Así mismo, se requiere aplicar las técnicas de registro y análisis en el área de envasado para determinar los tiempos de las actividades del sistema e interpretar los datos recabados para poder realizar la simulación del sistema y asegurarse que su comportamiento sea similar al sistema real.

3.3. Recolección y análisis de datos

En el desarrollo de un modelo de simulación, una etapa importante es la recolección de los datos del sistema, debido a que si los datos son erróneos el sistema simulado no se comportará como el sistema real, lo cual implica que la simulación sea errónea y que contenga información no verídica.

Solo se proporcionan datos concretos, debido a que existe una carta de confidencialidad con la empresa para no mostrar datos que puedan ser usados con fines diferentes a los establecidos al proyecto de tesis.

3.3.1. Recolección de datos

La recolección de datos se realizó mediante la observación directa del sistema, específicamente, el proceso de envasado de agua purificada. Durante un periodo de cuatro semanas se analizó y registró el funcionamiento del sistema identificando las operaciones que se realizan en la línea de producción, las cuales son Lavado primera etapa, Cepillado, Lavado segunda etapa, Enjuague, Envasado y Sellado.

Se realizó un estudio de tiempos de forma continua de cada una de las operaciones, utilizando una hoja de Excel programada como instrumento para obtener la duración de cada operación del sistema, con el propósito de determinar los tiempos exactos en diferentes unidades de tiempo (Hora, Minuto, Segundo) permitiendo tener una mayor precisión de la información obtenida.

La base generada de datos en Excel contempla seis columnas. En la columna de inicio se introduce un número y automáticamente determina la hora en que se introdujo el número, la cual aparece en la columna hora, de la misma manera con las columnas fin y hora. Por otra parte, la columna tiempo de servicio es la diferencia entre las columnas de hora de fin e inicio. La última columna denominada número de garrafones, da a conocer la cantidad de garrafones que recibió la operación. Así mismo, para cada una de las operaciones en el sistema se elaboró una base de datos similar. La Tabla 4 muestra un ejemplo de la obtención de la duración del tiempo de servicio.

Tabla 4. Base de datos en Excel (Fuente: Propia).

Inicio	Hora	Fin	Hora	Tiempo de servicio	No. de garrafones
1	20:38:53	1	20:39:00	0:00:07	1
1	20:39:11	1	20:39:15	0:00:04	2
1	20:39:42	1	20:39:44	0:00:02	1

3.3.2. Análisis de tiempos del proceso de envasado

La duración de cada operación fue recabada mediante su respectiva hoja de cálculo, en la Figura 13 se observa el comportamiento de los tiempos de cada operación, en donde los histogramas a) Lavado primera etapa, c) Lavado segunda etapa y e) Envasado, muestran un comportamiento de una distribución normal, mientras que los histogramas b) Cepillado, d) Enjuague y f) Sellado, no la presentan.

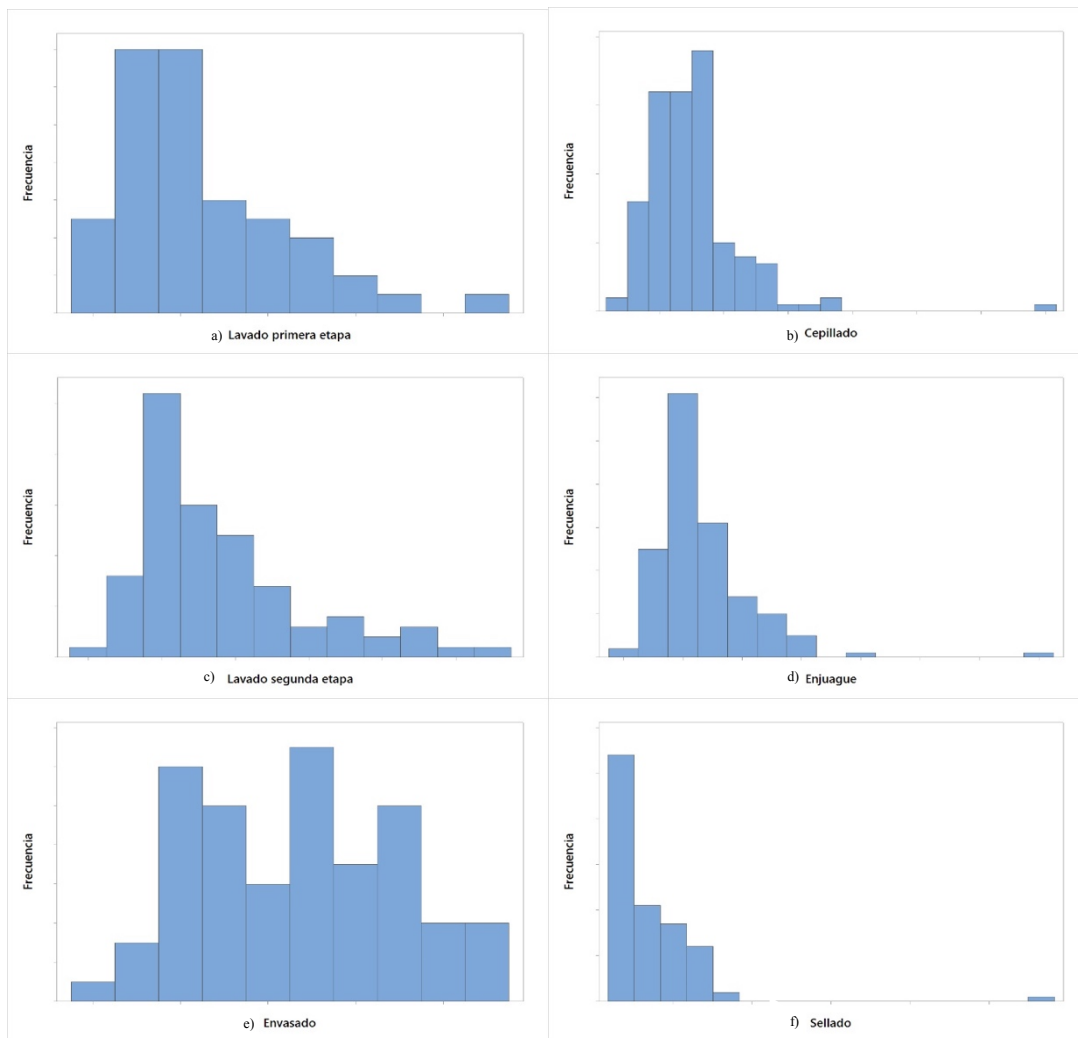


Figura 13. Histogramas de las operaciones del proceso de envasado (Fuente: Propia).

Por lo anterior, se corroborará el comportamiento observado en cada uno de los histogramas mediante pruebas de hipótesis.

Para conocer el tipo de distribución de probabilidad que siguen los datos se realizaron pruebas de hipótesis utilizando la prueba de Kolmogorov-Smirnov, en dónde;

$H_0 =$ Los datos sigue una distribución normal

$H_a =$ Los datos no sigue una distribución normal

En la Tabla 5 se muestran los estadísticos de prueba, así como la variable de decisión para cada operación. Por lo que las operaciones que siguen una distribución normal son Lavado primera etapa, Lavado segunda etapa y Envasado, tal como fue observado por medio de los histogramas de la Figura 13.

Tabla 5. Prueba de hipótesis de operaciones (Fuente: Propia).

Operación	D	α	D_α	Contraste	Decisión
Lavado primera etapa	0.1460	5%	0.1885	$D < D_\alpha$	No rechazar H_0
Cepillado	0.1293	5%	0.1110	$D > D_\alpha$	Rechazar H_0
Lavado segunda etapa	0.1256	5%	0.1492	$D < D_\alpha$	No rechazar H_0
Enjuague	0.1525	5%	0.1110	$D > D_\alpha$	Rechazar H_0
Envasado	0.1026	5%	0.1625	$D < D_\alpha$	No rechazar H_0
Sellado	0.2275	5%	0.1314	$D > D_\alpha$	Rechazar H_0

Para las operaciones de Cepillado, Enjuague y Sellado que no siguen una distribución normal, se realizaron pruebas de hipótesis proponiendo diferentes distribuciones de probabilidad, pero ninguna distribución propuesta se aceptó para estos datos.

Por lo tanto, las operaciones antes mencionadas no siguen una distribución de probabilidad que incluye el software ProModel, por lo que los valores de las operaciones se considerarán constantes en la simulación. En la Tabla 6 se muestran las operaciones con sus parámetros obtenidos (media y desviación estándar) de acuerdo a la distribución de probabilidad aceptada.

Tabla 6. Parámetros de las operaciones (Fuente: Propia).

Operación	Parámetros
Lavado primera etapa	N (11.197, 4.764) s
Cepillado	$\bar{x} = 7.546$ s
Lavado segunda etapa	N (15.073, 4.615) s
Enjuague	$\bar{x} = 6.417$ s
Envasado	N (36.700, 2.757) s
Sellado	$\bar{x} = 10.409$ s

Para el apartado de arribos se realizó la prueba de hipótesis para determinar si los datos siguen una distribución Poisson, como lo establece el fundamento teórico, después de realizar la prueba se concluyó que no siguen una distribución Poisson, por tal motivo, Taha (2004) menciona que en este caso se recomienda utilizar como método alternativo la simulación para analizar el comportamiento del sistema debido a que no se pueden aplicar los modelos de Teoría de Colas que existe en la literatura, por lo que se realizó otra prueba de hipótesis proponiendo la distribución normal, la cual se aceptó.

$H_0 =$ Los datos sigue una distribución normal

$H_a =$ Los datos no sigue una distribución normal

En la Tabla 7 se muestran los estadísticos de prueba, así como la variable de decisión para el apartado de arribos.

Tabla 7. Prueba de hipótesis arribos (Fuente: Propia).

Operación	D	α	D_α	Contraste	Decisión
Arribos	0.2668	5%	0.3093	$D < D_\alpha$	No rechazar H_0

Por lo tanto, los parámetros del apartado de arribos es N (71.765, 47.592) s.

3.4. Construcción del modelo

El modelo de simulación se realizó en el software ProModel, en el cual se establecieron las unidades de tiempo (s) y distancia (m), esto con el fin de facilitar los parámetros de medición del sistema. Por otra parte, la velocidad que considera el programa para los

movimientos entre operaciones es establecida por defecto del programa, es decir, ProModel considera constante la velocidad de movimiento, la cual es de 150 mpm (metros por minuto), por lo que los apartados donde se requiere considerar la velocidad, tal es el caso del apartado de entidad, recursos y redes se establece constante la velocidad.

En ProModel la construcción del modelo se enfoca en cuatro apartados principales (Locaciones, Entidades, Proceso, Arribos), los cuáles se describen a continuación.

Para construir locaciones:

- Clic izquierdo en la opción construir, después clic izquierdo en la opción de locaciones, se mostrará un gráfico, a continuación, clic izquierdo en la caja de gráficos para seleccionar la imagen que representa la locación deseada, posteriormente clic izquierdo en la ventana layout en donde se desea aparezca la locación.
- Se creará un registro automáticamente para la locación recién creada en la tabla de edición de locaciones.
- El nombre, unidades, capacidad mostradas en la tabla de edición de locaciones puede ser modificada con solo dar clic en el recuadro y escribir los datos obtenidos.

Para construir entidades:

- Clic izquierdo en la opción construir, después clic izquierdo en la opción de entidades, se mostrará un gráfico, posteriormente clic izquierdo en el gráfico deseado de entidades en la caja de gráficos de entidad.
- Se creará un registro automáticamente en la tabla de edición de entidades.
- El nombre puede ser cambiado al hacer clic en el recuadro “nombre”, la velocidad es constante y la opción de notas puede ser modificada con solo hacer clic sobre el recuadro “notas”.

Para construir el proceso:

- Clic izquierdo en la opción construir, después clic izquierdo en la opción de proceso, se mostrará una ventana, hacer clic en el apartado entidad y seleccionar la entidad deseada, después clic en el apartado locación y seleccionar la locación deseada, a continuación, clic en el apartado operación y escribir los comandos a

utilizar de acuerdo al proceso a simular, ProModel contiene una serie de comandos los cuáles se utilizan a elección del usuario.

- Posteriormente, clic en el apartado destino y seleccionar la locación destino, en la cual se generará la siguiente operación del proceso.
- Al finalizar el proceso hacer clic en el apartado destino y seleccionar Exit.

Para construir arribos:

- Clic izquierdo en la opción construir, después clic izquierdo en la opción de arribos, se mostrará una ventana con el nombre de arribos.
- Clic izquierdo en el apartado entidad y seleccionar la entidad deseada.
- Clic izquierdo en el apartado locación y seleccionar la locación deseada.
- Clic izquierdo en el apartado cantidad por llegada y escribir el número de entidades que ingresan al sistema.
- El apartado primera vez hace referencia a la primera vez que ocurrirá la llegada.
- Clic izquierdo en el apartado ocurrencias y escribir el número de repeticiones de entidades que ingresan al sistema.
- Clic en el apartado frecuencia y establecer el tiempo entre ocurrencias de las entidades con la distribución de probabilidad (si es el caso) obtenida.

Para la ejecución de la simulación:

- Clic izquierdo en la opción simulación, a continuación, clic en opciones de simulación, se mostrará una ventana en la cual se establece el tiempo de simulación. Posteriormente, clic en aceptar.
- A continuación, clic izquierdo nuevamente en la opción simulación, después clic en la opción guardar y correr, en seguida se ejecutará el modelo de simulación del proceso realizado.

La Figura 14 muestra la interfaz de inicio de ProModel, donde en la parte superior se encuentran las opciones antes mencionadas para generar el modelo de simulación.

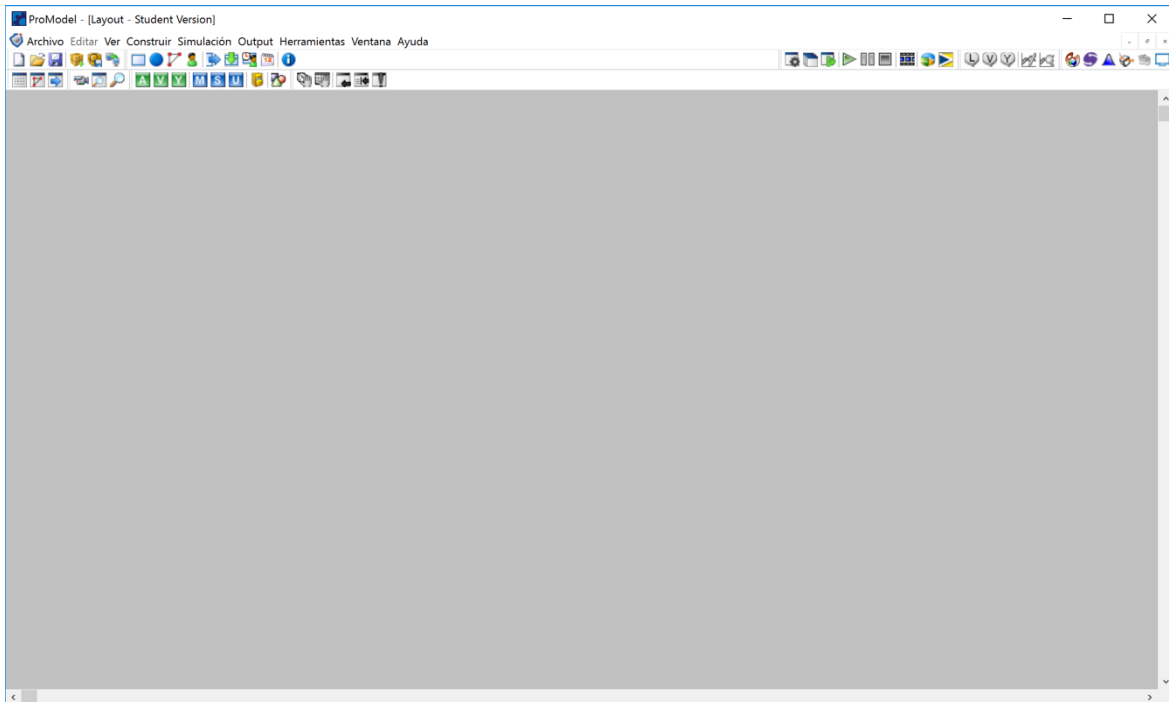


Figura 14. Interfaz de inicio de ProModel (Fuente: Propia).

A continuación, se mencionan los apartados generados en ProModel para la realización del modelo de simulación.

3.4.1. Locaciones

Se estableció como primer paso la creación de ocho locaciones, la primera locación Fila es la representación de llegada de los garrafones de acuerdo a la distribución de probabilidad determinada, a continuación, Lavado_primera_etapa, Cepillado, Lavado_segunda_etapa, Enjuague, Envasado y Sellado son las operaciones realizadas en el proceso de envasado, por último, Fila_vehículo es la representación de los garrafones procesados que son cargados a los vehículos.

La capacidad de las operaciones es uno debido a que solo pueden atender uno a la vez, mientras para las filas la capacidad es infinita, ya que pueden llegar y salir del sistema infinito número de garrafones. La Figura 15 muestra las locaciones en ProModel.

Icono	Nombre	Cap.	Unidades	TMs...	Estadist	Reglas...	Notas...
	Fila	inf	1	Ninguna	Series de tiempo	Más Tiempo	
	Lavado_primera_etapa	1	1	Ninguna	Series de tiempo	Más Tiempo	
	Cepillado	1	1	Ninguna	Series de tiempo	Más Tiempo	
	Lavado_segunda_etapa	1	1	Ninguna	Series de tiempo	Más Tiempo	
	Enjuague	1	1	Ninguna	Series de tiempo	Más Tiempo	
	Envasado	1	1	Ninguna	Series de tiempo	Más Tiempo	
	Sellado	1	1	Ninguna	Series de tiempo	Más Tiempo	
	Fila_vehiculo	inf	1	Ninguna	Series de tiempo	Más Tiempo	

Figura 15. Locaciones del modelo de simulación (Fuente: Propia).

3.4.2. Entidades

En la Figura 16 se observa la entidad en ProModel, el sistema solo contempla una sola entidad, que representa al garrafón, debido a que es la única pieza que recorre todas las locaciones por el proceso de envasado. Se estableció la velocidad en metros por minuto (mpm) dada por el programa.

Icono	Nombre	Velocidad (mpm)	Estadist	Notas...
	Garrafón	150	Series de tiempo	

Figura 16. Entidades del modelo de simulación (Fuente: Propia).

3.4.3. Redes

Como se muestra en la Figura 17, en el apartado de redes de ruta se estableció únicamente Red1, es el trayecto que realiza el trabajador y la entidad durante el proceso de envasado de garrafones. Se indicaron seis nodos, los cuales se encuentran con una interfaz con las locaciones establecidas, es decir, cada nodo representa una locación, así N2 es Lavado primer etapa, N3 cepillado, N4 Lavado segunda etapa, N5 Enjuague, N6 Envasado y N7 Sellado. En la Figura 18 se muestra la distancia que el trabajador recorre con la entidad para su respectiva operación.

Nombre	Tipo	T/V	Rutas...	Interfaces...	Mapeo...	Nodos
Red1	Sobrepasar	Velocidad & Distanci5	6	4	6	

Figura 17. Redes de ruta del modelo de simulación (Fuente: Propia).

Desde	Hasta	BI	Distancia
N2	N3	Bi	1
N3	N4	Bi	11.5
N4	N5	Bi	1
N5	N6	Bi	5
N6	N7	Bi	4

Figura 18. Distancia entre nodos (Fuente: Propia).

3.4.4. Recursos

Purificadora Manantial San Sebastián cuenta con una plantilla de 14 personas, pero solo tres trabajadores se encuentran dentro del área de envasado. Los trabajadores realizan el traslado de la entidad sobre la Red1 establecida. En la Figura 19 se observa los recursos utilizados para generar el modelo de simulación en ProModel.

Icono	Nombre	Unidades	TMs...	Estadist	Especific. ...	Buscar...	Lógica...	Pts...	Notas...
	Operador_1	1	Ninguna	Por Unidad,	SerRed1, N2, Rtn HcNinguna	0	0		
	Operador_2	1	Ninguna	Por Unidad,	SerRed1, N3, Rtn HcNinguna	0	0		
	Operador_3	1	Ninguna	Por Unidad,	SerRed1, N5, Rtn HcNinguna	0	0		

Figura 19. Recursos del modelo de simulación (Fuente: Propia).

3.4.5. Arribos

Con la prueba de hipótesis realizada se concluyó que los datos siguen una distribución normal, en este apartado se representa la frecuencia de arribos de la entidad, así como la locación de llegada, las ocurrencias que son infinitas y la cantidad por arribo al sistema. La Figura 20 muestra la sección de arribos en ProModel.

Entidad...	Locación...	Cant. por Arribo...	Primera Vez...	Ocurrencias	Frecuencia
Garrafón	Fila	1	0	inf	N(71.765,47.592)se

Figura 20. Arribos del modelo de simulación (Fuente: Propia).

3.4.6. Proceso

El proceso del área de envasado representa las operaciones realizadas en el sistema con los tiempos obtenidos en la recolección y análisis de datos. En la Figura 21 se muestra la sección de proceso en ProModel, se observan las entidades, locaciones y la operación que se realizan.

Entidad...	Locación...	Operación...
Garrafón	Fila	
Garrafón	Lavado_primera_etapa	Get Operador_1wait N(11.197,4.764)sec
Garrafón	Cepillado	wait(7.546)sec Free Operador_1
Garrafón	Lavado_segunda_etapa	wait N(15.073,4.615) sec
Garrafón	Enjuague	wait(6.417) secFree Operador_2
Garrafón	Envasado	wait N(36.700,2.757) sec
Garrafón	Sellado	wait (10.409) sec
Garrafón	Fila vehículo	

Figura 21. Proceso del modelo de simulación (Fuente: Propia).

Para la generación del modelo de simulación se utilizaron tres comandos dados por ProModel, con el propósito de construir el modelo de simulación similar al sistema real. El comando Get captura el recurso (en este caso el operador) y esté permanecerá con la entidad para la realización de una operación en una locación hasta que se especifique el comando Free, que libera el recurso para su retorno a la locación establecida en su apartado. Por otro lado, el comando Move With es utilizado para capturar un recurso (operador) y generar el transporte y/o traslado de esté entre locaciones.

Cabe mencionar que la Figura 21 muestra los operadores que intervienen en el proceso de envasado, solamente se encuentran tres operadores, el operador_1 realiza la operación de Lavado primera etapa y Cepillado, el operador_2 se encarga de realizar la operación Lavado segunda etapa y Enjuague, por último, el operador_3 realiza la operación de Envasado. La operación de Sellado es realizada por el personal de distribución y comercialización de los garrafones.

La construcción del proceso del modelo empieza al seleccionar la entidad y dirigirla a la locación Fila, donde llega la entidad de acuerdo a la frecuencia establecida en el apartado de arribos, por esta razón, en el apartado de operación no contiene ninguna información. Después, la entidad se traslada al destino de Lavado primera etapa, como se muestra en la Figura 22.

Blk	Salida...	Destino...	Regla...	Lógica de Movimiento...
1	Garrafón	Lavado_primera_etapa	FIRST 1	

Figura 22. Destino Lavado primera etapa (Fuente: Propia).

Con el comando Get operador_1 se obtiene al operador_1 para que realice la operación de Lavado primera etapa utilizando el comando wait seguido de la distribución de probabilidad obtenida en análisis de datos N (11.197, 4.764) sec. A continuación, la entidad se dirige al destino Cepillado, como se ilustra en la Figura 23. La entidad se traslada por el operador_1 con el comando Move With operador_1, esto se representa en la columna de lógica de movimiento.

Blk	Salida...	Destino...	Regla...	Lógica de Movimiento...
1	Garrafón	Cepillado	FIRST 1	Move With Operador_1

Figura 23. Destino Cepillado (Fuente: Propia).

La operación Cepillado es realizada por operador_1 de Lavado primera etapa con el comando wait seguido de la constante (7.546) sec, después se libera al operador_1 con el comando Free operador_1, así regresa a la locación de Lavado primera etapa. Luego, la entidad se traslada por el operador_2 a Lavado segunda etapa utilizando los comandos Get operador_2 y Move With operador_2 como se muestra en la Figura 24.

Blk	Salida...	Destino...	Regla...	Lógica de Movimiento...
1	Garrafón	Lavado_segunda_etapa	FIRST 1	Get Operador_2Move With

Figura 24. Destino Lavado segunda etapa (Fuente: Propia).

El operador_2 realiza la operación Lavado segunda etapa con el comando wait seguido de la distribución de probabilidad obtenida en análisis de datos N (15.073, 4.615) sec, para después trasladar la entidad a la locación Enjuague con el comando Move With operador_2 como se representa en la Figura 25.

Blk	Salida...	Destino...	Regla...	Lógica de Movimiento...
1	Garrafón	Enjuague	FIRST 1	Move With Operador_2

Figura 25. Destino Enjuague (Fuente: Propia).

La operación Enjuague la realiza el operador_2 con el comando wait seguido de la constante (6.417) sec, al finalizar se libera con el comando Free operador_2 para regresar a Lavado segunda etapa. Después, con los comandos Get operador_3 y Move With operador_3 la entidad se traslada por el operador_3 a la locación Envasado como se muestra en la Figura 26.

Blk	Salida...	Destino...	Regla...	Lógica de Movimiento...
1	Garrafón	Envasado	FIRST 1	Get Operador_3Move With

Figura 26. Destino Envasado (Fuente: Propia).

El operador_3 realiza la operación de Envasado con el comando wait seguido de la distribución de probabilidad obtenida en análisis de datos N (36.700, 2.757) sec y al finalizar, traslada la entidad a la locación Sellado con el comando Move With operador_3 y enseguida, se libera con el comando Free operador_3 para regresar a la locación Envasado, como se muestra en la Figura 27.

Blk	Salida...	Destino...	Regla...	Lógica de Movimiento...
1	Garrafón	Sellado	FIRST 1	Move With Operador_3Fre

Figura 27. Destino Sellado (Fuente: Propia).

La operación de Sellado se realiza con el comando wait seguido de la constante (10.409) sec por el trabajador de distribución, para representar en el modelo de simulación que la entidad se traslada al vehículo, la entidad se traslada a la locación Fila vehículo como se muestra en la Figura 28.

Blk	Salida...	Destino...	Regla...	Lógica de Movimiento...
1	Garrafón	Fila_vehículo	FIRST 1	

Figura 28. Destino Fila vehículo (Fuente: Propia).

El proceso termina cuando la entidad se retira del sistema como se ilustra en la Figura 29.

Blk	Salida...	Destino...	Regla...	Lógica de Movimiento...
1	Garrafón	EXIT	FIRST 1	

Figura 29. Salida del sistema (Fuente: Propia).

En la Figura 30 se observa el diseño del modelo de simulación del sistema actual del proceso de envasado, donde se representan las locaciones, entidades, recursos, redes de ruta y el proceso.

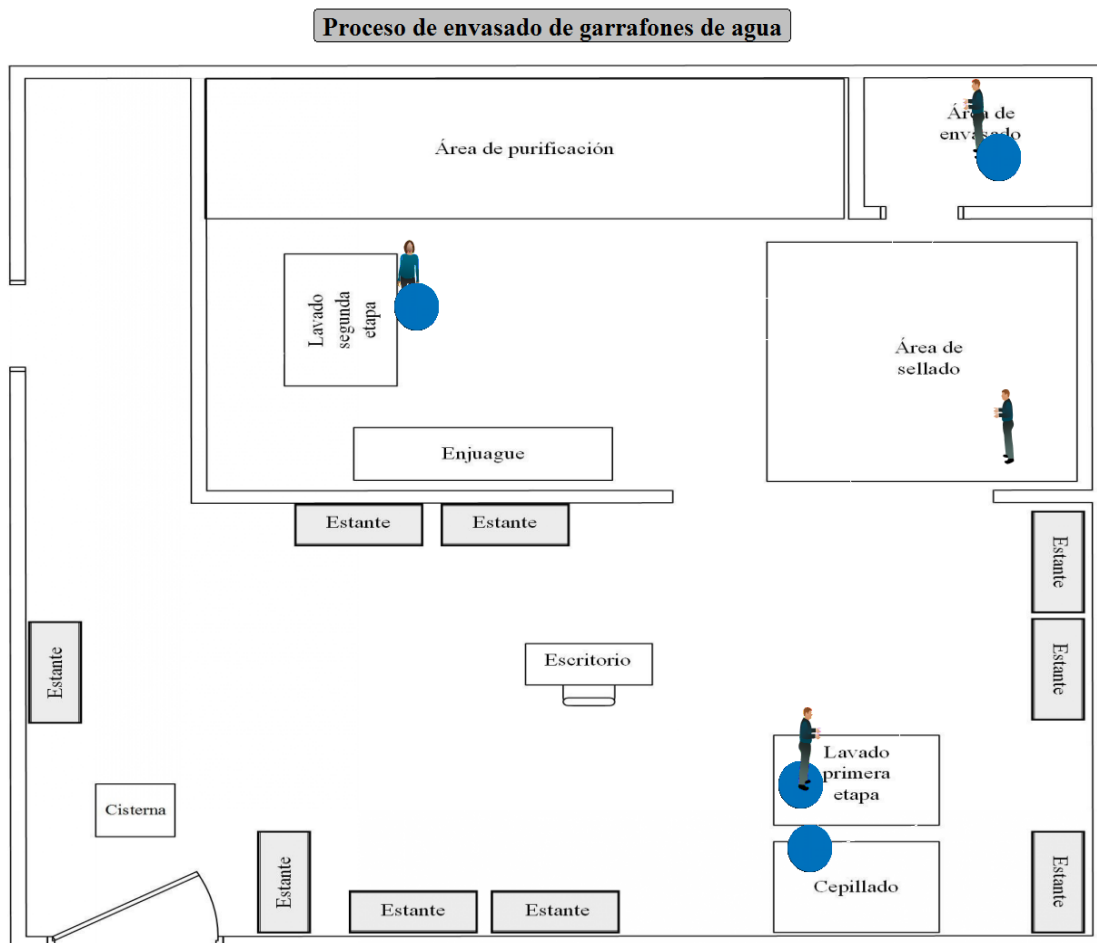


Figura 30. Modelo de simulación del sistema actual (Fuente: Propia)

3.5. Validación del modelo

La validación hace referencia a la construcción correcta del modelo. Se puede definir validación como el proceso de determinar si la lógica operacional del modelo en ProModel, corresponde con la lógica real del sistema. En términos más simples, consiste en encontrar errores en el programa cuyos resultados de la simulación no corresponda a la situación real.

No existen un método o un conjunto de técnicas que establezcan cómo validar el modelo de simulación, pero algunas alternativas usadas para la validación del modelo son la opinión de expertos sobre los resultados de simulación, la exactitud con que se obtienen los datos, la aceptación y confianza del modelo de simulación.

Para la validación del modelo de simulación se verificaron los apartados de recolección y análisis de datos, se comprobó que los datos obtenidos no presentan errores de cálculos, las fórmulas estadísticas sean las correctas al aplicar el análisis de datos. Por otra parte, se aseguró que la construcción del modelo es similar al sistema real contemplando el diseño y distribución de planta actual, así mismo, el apartado de entidades, locaciones, arribos, redes de ruta, recursos y proceso de ProModel se encuentren correctamente establecidos con sus parámetros. Al verificar cada apartado de la construcción de modelo de simulación se aseguró que el comportamiento es similar al sistema real.

La Tabla 8 muestra el total de salidas y tiempo en sistema promedio del garrafón del modelo de simulación actual. Así mismo, la Tabla 9 ilustra el tiempo de permanencia del garrafón y el porcentaje de utilización de cada locación.

Tabla 8. Resultados del modelo de simulación actual (Fuente: Propia).

Datos	Actual
Total de salidas	46
Contenido actual	3
Tiempo en sistema promedio	166.58 s

Tabla 9. Resultados de las locaciones del modelo de simulación actual (Fuente: Propia).

Locaciones	Total de entradas	Tiempo de permanencia (s)	Contenido actual	% Utilización
Fila	49	8.20	0	0
Lavado primera etapa	49	17.24	1	23.47
Cepillado	48	23.19	1	30.91
Lavado segunda etapa	47	15.57	0	20.32
Enjuague	47	21.27	1	27.77
Envasado	46	37.07	0	47.37
Sellado	46	10.41	0	13.30
Fila Vehículo	46	5.50	0	0

CAPÍTULO 4. SIMULACIÓN DE LOS SISTEMAS PROPUESTOS

La generación de nuevos modelos de simulación permite tener alternativas para mejorar el proceso de envasado. Con el propósito de aumentar la productividad de la empresa se generaron propuestas que mediante un modelo de simulación son evaluadas y analizadas para interpretar los resultados obtenidos y con base en la información proporcionada contribuir a la toma de decisiones que permita mejorar el proceso de envasado.

4.1. Experimentación

Para generar propuestas de mejora al proceso de envasado se establecen cuatro escenarios, cada escenario con diferentes condiciones. Así mismo, la construcción del modelo de simulación de cada escenario es la misma que la construcción del modelo de simulación actual.

Con base en la recolección y análisis de datos se conoce la cantidad máxima de garrafones que ingresan al sistema en una hora, lo cual permite conocer la capacidad de producción de los modelos de simulación.

4.1.1. Primer escenario

La Figura 31 muestra el modelo de simulación del primer escenario, en donde se propone una distribución de planta diferente a la actual, donde las operaciones Lavado primera etapa y Cepillado se reubican, así mismo Lavado segunda etapa se colocó junto a la operación Cepillado. Por otra parte, se propone la implementación de una banda transportadora entre la operación Enjuague y Envasado, con el fin de eliminar el recorrido del trabajador de envasado. La banda transportadora propuesta presenta una velocidad en el software de simulación ProModel de 5 mpm (metros por minuto), con la finalidad que al momento de ejecutar el modelo de simulación se pueda visualizar el traslado del garrafón por la banda transportadora.

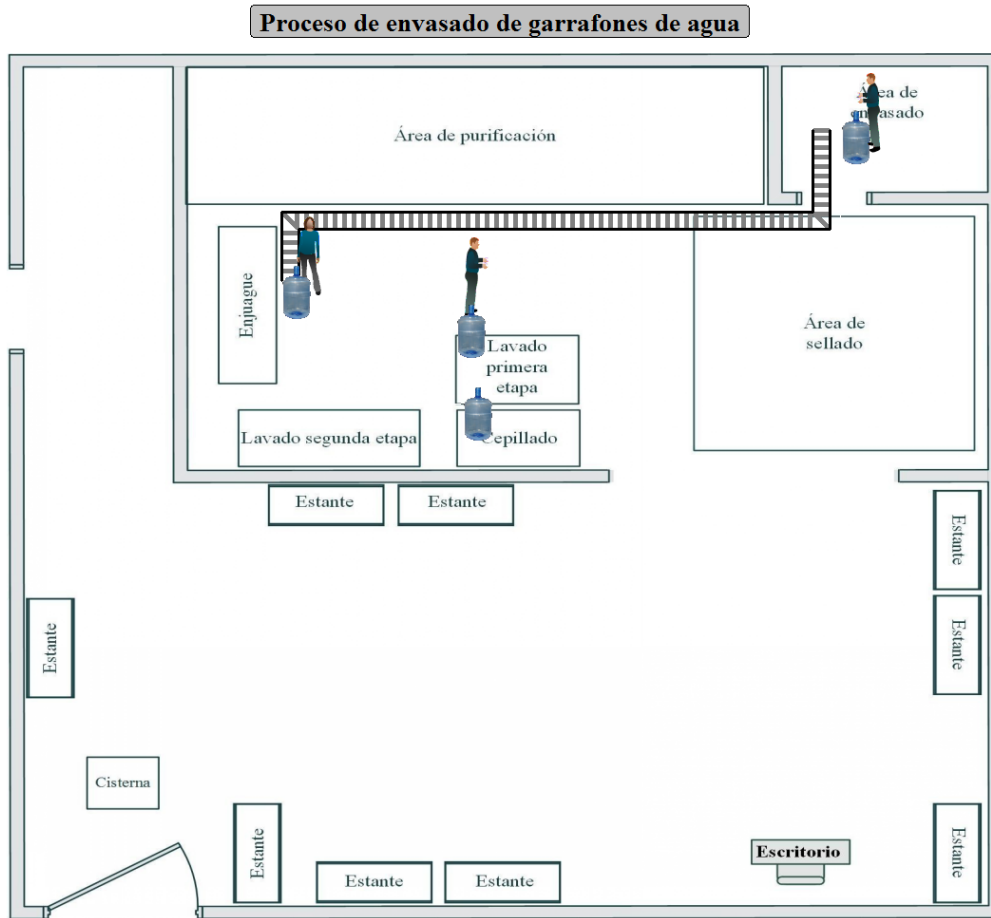


Figura 31. Modelo de simulación, primer escenario (Fuente: Propia).

Al reubicar las operaciones la distancia que recorre el trabajador entre operaciones disminuye, como se muestra en la Tabla 10.

Tabla 10. Distancias entre operaciones, primer escenario (Fuente: Propia).

Operación	Distancia (m)
Lavado primera etapa	
↓	1
Cepillado	
↓	1
Lavado segunda etapa	
↓	1
Enjuague	
↓	0
Envasado	
↓	4
Sellado	

Los resultados del escenario 1 se muestran en la Tabla 11, donde se presenta el total de salidas y contenido actual de garrafones en el sistema, así mismo el tiempo en sistema promedio del garrafón. Además, la Tabla 12 indica el tiempo de permanencia del garrafón y el porcentaje de utilización de cada locación.

Tabla 11. Resultados del modelo de simulación, primer escenario (Fuente: Propia).

Datos	Primer escenario
Total de salidas	52
Contenido actual	1
Tiempo en sistema promedio	133.14 s

Tabla 12. Resultados de las locaciones del modelo de simulación, primer escenario (Fuente: Propia).

Locaciones	Total de entradas	Tiempo de permanencia (s)	Contenido actual	% Utilización
Fila	53	7.59	0	0
Lavado primera etapa	53	13.72	0	20.19
Cepillado	53	8.81	0	12.98
Lavado segunda etapa	53	14.28	0	21.02
Enjuague	53	10.51	0	15.47
Banda transportadora	53	17.27	0	15.74
Envasado	53	36.62	1	53.92
Sellado	52	10.41	0	15.04
Fila Vehículo	52	5.60	0	0

4.1.2. Segundo escenario

Para la generación del segundo escenario se establece que las operaciones del área de envasado sean continuas, cercanas entre sí, así lograr disminuir la distancia de recorrido del trabajador y aumentar la rapidez del flujo del proceso. Por otra parte, se propone la implementación de una banda transportadora entre el área de envasado y área de sellado, eliminando el recorrido del trabajador de envasado. Así mismo, se propone la abertura de una puerta para lograr que el arribo de los garrafones sea continuo. La Figura 32 muestra el modelo de simulación para el segundo escenario. Además, el área de purificación fue reubicada con el propósito de realizar el flujo del proceso de manera continua. Por otro lado, la banda transportadora propuesta presenta una velocidad en el software de simulación ProModel de 5 mpm (metros por minuto), con la finalidad que al momento de ejecutar el

modelo de simulación se pueda visualizar el traslado del garrafón por la banda transportadora.

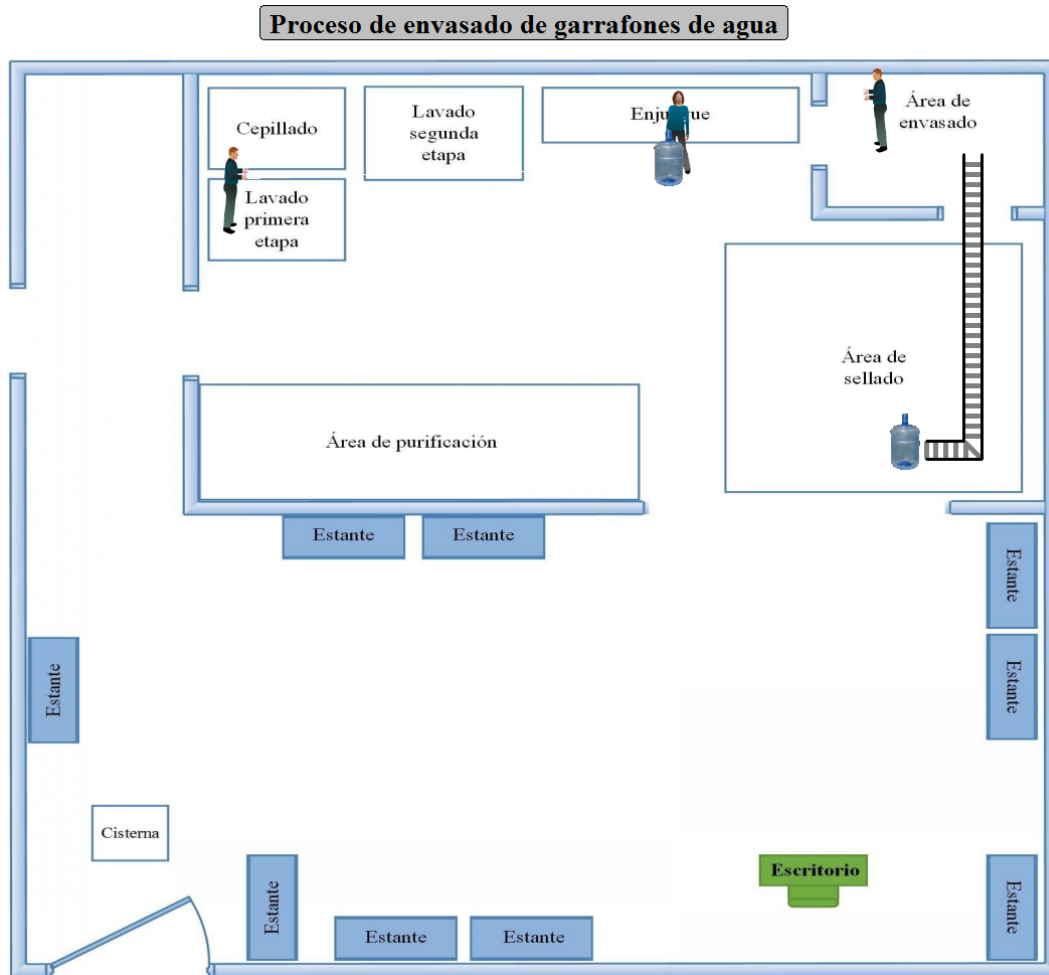


Figura 32. Modelo de simulación, segundo escenario (Fuente: Propia).

La distancia que recorre el trabajador entre operaciones propuesta se presenta en la Tabla 13.

Tabla 13. Distancia entre operaciones, segundo escenario (Fuente: Propia).

Operación	Distancia (m)
Lavado primera etapa	
↓	1
Cepillado	
↓	1
Lavado segunda etapa	
↓	1.5
Enjuague	
↓	1.5
Envasado	
↓	0
Sellado	

La Tabla 14 presenta el total de salidas y contenido actual de garrafones en el sistema, así mismo el tiempo en sistema promedio del garrafón en el segundo escenario. Además, la Tabla 15 indica el tiempo de permanencia del garrafón y el porcentaje de utilización de cada locación.

Tabla 14. Resultados del modelo de simulación, segundo escenario (Fuente: Propia).

Datos	Segundo escenario
Total de salidas	47
Contenido actual	2
Tiempo en sistema promedio	118.27 s

Tabla 15. Resultados de las locaciones del modelo de simulación, segundo escenario (Fuente: Propia).

Locaciones	Total de entradas	Tiempo de permanencia (s)	Contenido actual	% Utilización
Fila	49	3.69	0	0
Lavado primera etapa	49	13.23	0	18
Cepillado	49	10.48	0	14.27
Lavado segunda etapa	49	15.42	0	20.99
Enjuague	49	14.88	1	20.26
Envasado	48	36.42	1	48.57
Banda transportadora	47	3.43	0	4.16
Sellado	47	10.41	0	13.59
Fila Vehículo	47	5.60	0	0

4.1.3. Tercer escenario

La Figura 33 representa el modelo de simulación del tercer escenario, se considera la situación actual de la empresa, contemplando la misma distribución de planta, como también las distancias recorridas por el trabajador. La diferencia se establece en el área de envasado, donde el tiempo de envasado es de 26 segundos por garrafón, por lo que se considera la adquisición de maquinaria de envasado y cambios en la tubería del área de purificación.

Proceso de envasado de garrafones de agua

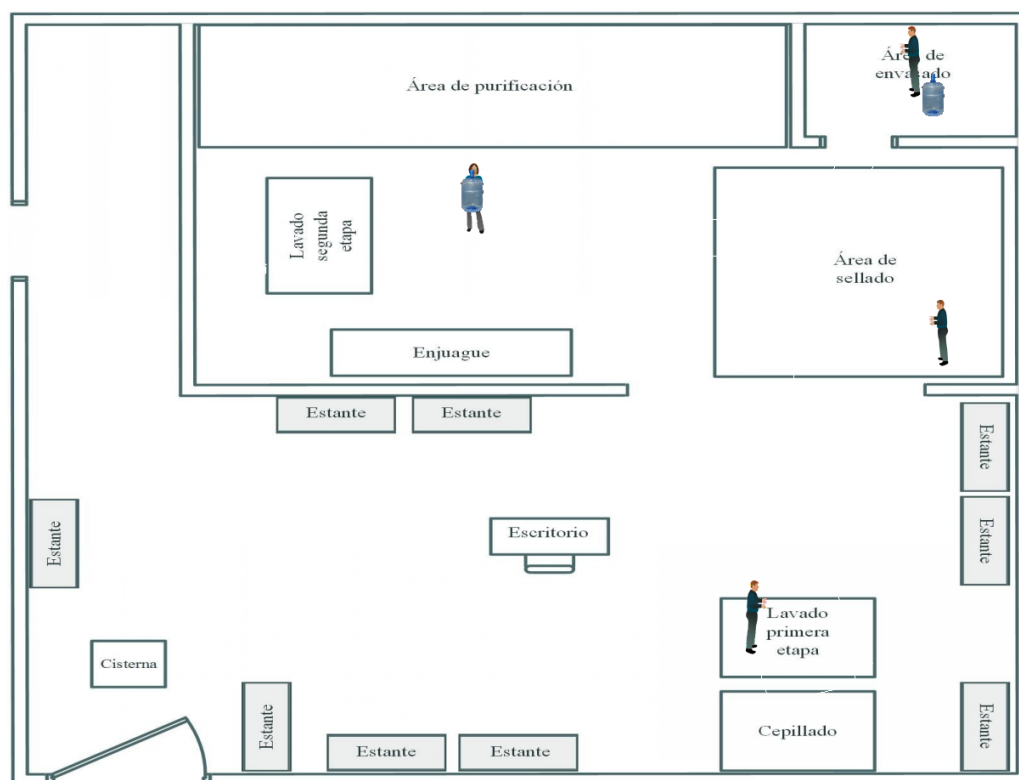


Figura 33. Modelo de simulación, tercer escenario (Fuente: Propia).

La Tabla 16 muestra el total de salidas y tiempo en sistema promedio del garrafón del tercer escenario. Así mismo, la Tabla 17 ilustra el tiempo de permanencia del garrafón y el porcentaje de utilización de cada locación.

Tabla 16. Resultados del modelo de simulación, tercer escenario (Fuente: Propia).

Datos	Tercer escenario
Total de salidas	51
Contenido actual	3
Tiempo en sistema promedio	126.23 s

Tabla 17. Resultados de las locaciones del modelo de simulación, tercer escenario (Fuente: Propia).

Locaciones	Total de entradas	Tiempo de permanencia (s)	Contenido actual	% Utilización
Fila	54	6.23	0	0
Lavado primera etapa	54	11.92	1	17.88
Cepillado	53	17.38	0	25.58
Lavado segunda etapa	53	15.58	1	22.94
Enjuague	52	6.73	0	9.72
Envasado	52	26.00	1	37.56
Sellado	51	10.41	0	14.75
Fila Vehículo	51	5.60	0	0

4.1.4. Cuarto escenario

Con base al modelo de simulación del segundo escenario, se generó el desarrollo del modelo de simulación de la Figura 34. La distribución de planta como las distancias que realiza el trabajador es igual al modelo presentado en el segundo escenario, así como también la implementación de la banda transportadora entre la operación de Envasado y Enjuague. La diferencia se encuentra en el área de envasado, donde al igual que en el modelo de simulación del tercer escenario, el tiempo de envasado es de 26 segundos por garrafón.

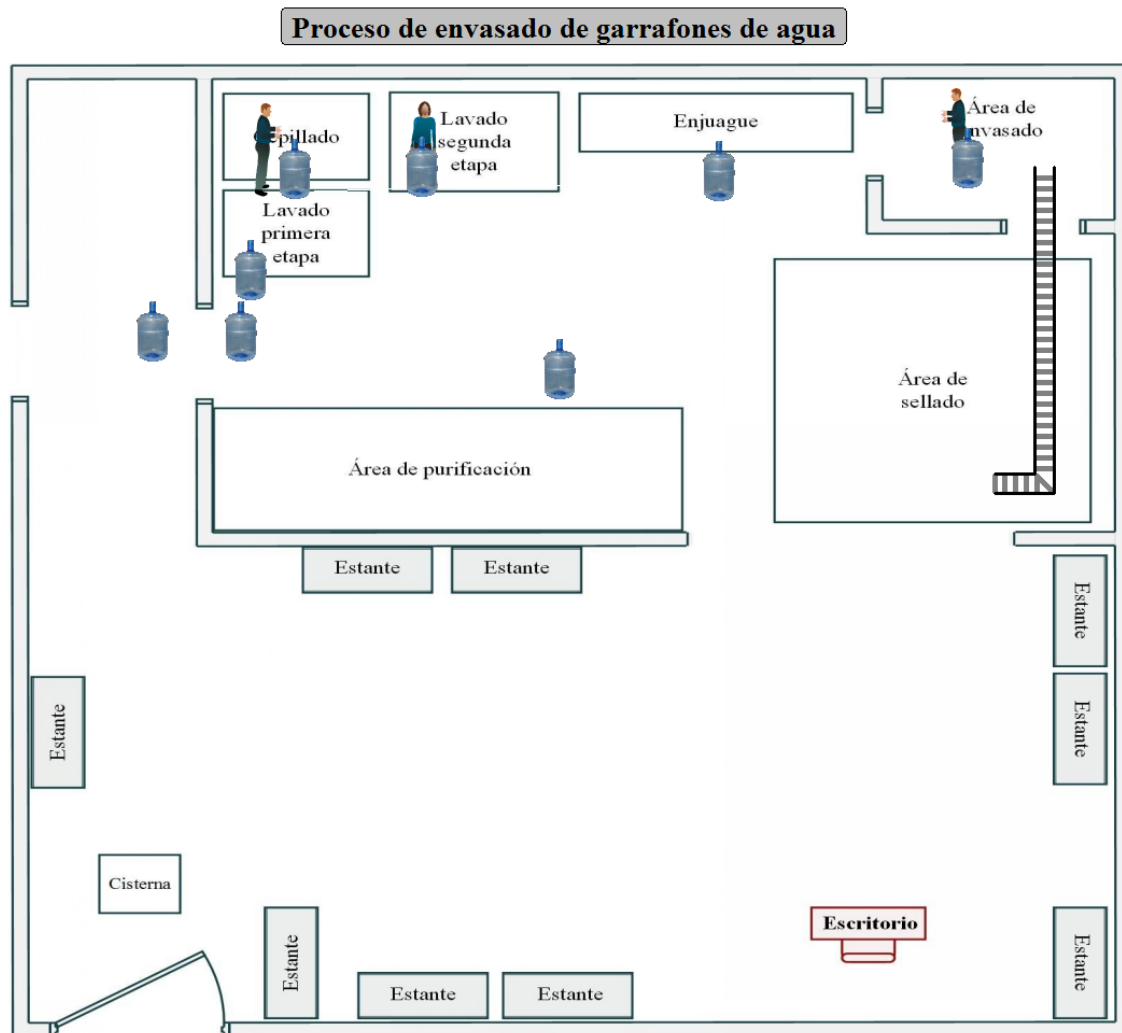


Figura 34. Modelo de simulación, cuarto escenario (Fuente: Propia).

Por otro lado, la banda transportadora propuesta presenta una velocidad en el software de simulación ProModel de 5 mpm (metros por minuto), con la finalidad que al momento de

ejecutar el modelo de simulación se pueda visualizar el traslado del garrafón por la banda transportadora.

La Tabla 18 indica el total de salidas y tiempo en sistema promedio del garrafón del cuarto escenario. Así mismo, la Tabla 19 ilustra el tiempo de permanencia del garrafón y el porcentaje de utilización de cada locación.

Tabla 18. Resultados del modelo de simulación, cuarto escenario (Fuente: Propia).

Datos	Cuarto escenario
Total de salidas	54
Contenido actual	2
Tiempo en sistema promedio	105.19 s

Tabla 19. Resultados de las locaciones del modelo de simulación, cuarto escenario (Fuente: Propia).

Locaciones	Total de entradas	Tiempo de permanencia (s)	Contenido actual	% Utilización
Fila	56	4.19	0	0
Lavado primera etapa	56	13.85	0	21.55
Cepillado	56	10.44	1	16.23
Lavado segunda etapa	55	15.31	1	23.39
Enjuague	54	9.42	0	14.13
Envasado	54	26.00	0	39.00
Banda transportadora	54	3.43	0	4.77
Sellado	54	10.41	0	15.61
Fila Vehículo	54	5.60	0	0

CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este apartado se presentan los resultados obtenidos de los modelos de simulación generados para el sistema, así como las conclusiones del proyecto de tesis.

5.1. Resultados

La Tabla 20 muestra los resultados obtenidos en los modelos de simulación generados, se compara el total de entradas, total de salidas, el contenido actual y el tiempo en sistema promedio de los garrafones que ingresaron al sistema en cada uno de los escenarios propuestos, así como en el modelo actual. Se observa que el cuarto escenario, el garrafón presenta un menor tiempo en el sistema, además de un mayor número de ingreso de garrafones durante una hora que duró la simulación de cada modelo.

Tabla 20. Comparación de resultados (Fuente: Propia).

Datos	Actual	Primer escenario	Segundo escenario	Tercer escenario	Cuarto escenario
Total de entradas	49	52	49	54	56
Contenido actual	4	1	2	3	2
Total de salidas	45	51	47	51	54
Tiempo en sistema promedio	166.58 s	133.14 s	118.27s	126.23 s	105.19 s

Por otra parte, en la Tabla 21 se observa la comparación del porcentaje de utilización de cada operación de los modelos de simulación, los resultados obtenidos en la simulación son cercanos entre sí en cada uno de los modelos (NA hace referencia a la no aplicación de la banda transportadora). El porcentaje de utilización representa la probabilidad que cada operación se encuentre ocupada, esta probabilidad es mostrada en porcentaje por ProModel.

Tabla 21. Porcentaje de utilización de las operaciones (Fuente: Propia).

Operación	Actual	Primer escenario	Segundo escenario	Tercer escenario	Cuarto escenario
Fila	0	0	0	0	0
Lavado primera etapa	23.47	20.19	18.00	17.88	21.55
Cepillado	30.91	12.98	14.27	25.58	16.23
Lavado segunda etapa	20.32	21.02	20.99	22.94	23.39
Enjuague	27.77	15.47	20.26	9.72	14.13
Banda	NA	15.74	NA	NA	NA
Envasado	47.37	53.92	48.57	37.56	39.00
Banda	NA	NA	4.16	NA	4.77
Sellado	13.30	15.02	13.59	14.75	15.61
Fila Vehículo	0	0	0	0	0

La Tabla 22 muestra el tiempo de permanencia en segundos del garrafón en cada operación de los modelos de simulación. Se observa variaciones en los escenarios propuestos respecto al modelo actual.

Tabla 22. Tiempos promedios de permanencia de los garrafones totales en las operaciones (Fuente: Propia).

Operación	Actual	Primer escenario	Segundo escenario	Tercer escenario	Cuarto escenario
Fila	8.20	7.59	3.69	6.23	4.19
Lavado primera etapa	17.24	13.72	13.23	11.92	13.85
Cepillado	23.19	8.81	10.48	17.38	10.44
Lavado segunda etapa	15.57	14.28	15.42	15.58	15.31
Enjuague	21.27	10.51	14.88	6.73	9.42
Banda	NA	17.27	NA	NA	NA
Envasado	37.07	36.62	36.42	26.00	26.00
Banda	NA	NA	3.43	NA	3.43
Sellado	10.41	10.41	10.41	10.41	10.41
Fila Vehículo	5.50	5.60	5.60	5.60	5.60

Cabe mencionar que los tiempos presentados en la Tabla 22 son los tiempos promedios del total de garrafones que ingresaron al sistema y que realizaron cada operación.

5.2. Capacidad de producción

Por medio de la simulación es posible conocer la capacidad de producción que presenta el sistema actual, así como los modelos de simulación propuestos. Con base en la recolección y análisis de datos se observaron diferentes arribos de garrafones en una hora, por lo cual, se propone simular la cantidad de arribos máxima que se obtuvieron en una hora en el modelo actual como en los modelos propuestos, con el fin de generar e interpretar los resultados obtenidos entre los modelos.

La cantidad máxima de ingreso al sistema de garrafones se estableció de 146 por hora, los modelos de simulación presentan un tiempo de simulación de una hora.

La Tabla 23 muestra los resultados obtenidos de los modelos de simulación generados, se observa que el cuarto escenario obtuvo un mayor número de salidas de garrafones del proceso de envasado, así como una menor cantidad de garrafones y menor tiempo en el sistema con respecto al modelo actual y a los otros escenarios.

Además, la capacidad de producción del modelo actual es menor que todos los escenarios propuestos, así mismo, el tiempo en sistema del garrafón del modelo actual es mayor a los escenarios propuestos.

Tabla 23. Resultados de la capacidad de producción (Fuente: Propia).

Datos	Actual	Primer escenario	Segundo escenario	Tercer escenario	Cuarto escenario
Total de entradas	146	146	146	146	146
Contenido actual	85	70	58	77	27
Total de salidas	61	76	88	69	119
Tiempo en sistema promedio	1104.41 s	924.18 s	764.03 s	983.93 s	389.60 s

Por otro lado, la Tabla 24 muestra el porcentaje de utilización de las operaciones en cada modelo generado, se observa que las operaciones presentan un porcentaje mayor comparado a la Tabla 21, esto debido a la cantidad de garrafones que ingresan al sistema.

Tabla 24. Porcentajes de utilización de las operaciones con ingreso de 146 garrafones/ hora (Fuente: Propia).

Operación	Actual	Primer escenario	Segundo escenario	Tercer escenario	Cuarto escenario
Fila	0	0	0	0	0
Lavado primera etapa	98.89	97.22	97.84	98.73	96.54
Cepillado	96.59	94.98	95.95	96.48	92.39
Lavado segunda etapa	35.81	74.71	68.53	28.3	57.8
Enjuague	92.09	94.55	92.84	14.48	81.67
Banda	NA	60.42	NA	NA	NA
Envasado	61.65	78.29	89.78	50.56	86.59
Banda	NA	NA	7.78	NA	10.52
Sellado	17.64	21.97	25.44	20.23	34.41
Fila Vehículo	0	0	0	0	0

La Tabla 25 indica los tiempos promedio de permanencia en segundos del total de garrafones que ingresaron al sistema de cada operación del modelo actual como de los modelos propuestos, se observa el aumento de tiempo en las operaciones respecto a la Tabla 22, principalmente en la locación Fila, debido a la cantidad de garrafones que ingresaron al sistema, pero no realizaron la primera operación, por lo que permanecieron esperando en la fila.

Tabla 25. Tiempo promedio de permanencia del total de garrafones en las operaciones con ingreso de 146 garrafones/hora (Fuente: Propia).

Operación	Actual	Primer escenario	Segundo escenario	Tercer escenario	Cuarto escenario
Fila	965.51	755.44	624.32	880.31	258.23
Lavado primera etapa	54.77	42.68	37.87	48.69	28.03
Cepillado	54.33	42.21	37.54	48.24	27.04
Lavado segunda etapa	20.46	33.62	27.11	14.35	17.06
Enjuague	52.63	43.09	37.14	7.45	24.3
Banda	NA	45.04	NA	NA	NA
Envasado	35.8	36.6	36.31	26.00	25.98
Banda	NA	NA	3.43	NA	3.43
Sellado	10.41	10.41	10.41	10.4	10.41
Fila Vehículo	5.60	5.60	5.60	5.60	5.60

5.3. Conclusiones

La simulación es una herramienta que permite analizar e interpretar el comportamiento de escenarios del sistema real, lo cual ayuda a la toma de decisión para mejorar el sistema.

El análisis del sistema real permitió el cumplimiento del objetivo de generar el modelo de simulación actual, en el cual se identificaron los elementos que contempla el sistema, así como las operaciones que conlleva la realización del proceso de envasado de garrafones de agua mediante la aplicación de las técnicas de registro y análisis.

Los tiempos de las operaciones se estandarizaron por medio de un estudio de tiempo continuo en donde se agruparon las principales actividades del proceso cumpliendo con la realización de los objetivos específicos.

Con base a la información recabada se realizó la simulación del sistema actual en el software ProModel cuyos resultados son similares al proceso real.

Se propusieron cuatro modelos de simulación alternativos al sistema actual, considerando realizar modificaciones viables en el proceso de envasado. La elección del mejor escenario depende de la perspectiva de enfoque, es decir, si solamente se requiere mejorar el proceso sin realizar una inversión considerable, se presenta el segundo escenario como la mejor opción, donde solo se realiza una redistribución de planta, lo que equivale a reubicar las áreas de las operaciones del proceso de envasado y la adquisición de una banda transportadora para aumentar el flujo del proceso, por otro lado, si se pretende aumentar y generar mayor demanda, el cuarto escenario es la mejor opción debido que presenta una mayor capacidad de producción de garrafones por hora ya que el flujo del proceso es continuo, por lo que se cumpliría con los requerimientos diarios establecidos. Por otra parte, el cuarto escenario representa una inversión mayor respecto a los demás escenarios, por lo que, a partir de la información obtenida en este proyecto de tesis, es posible realizar proyectos de inversión que presenten el tiempo de retorno de la inversión y los costos de la empresa, así considerar una mejor toma de decisión para la implementación de los escenarios.

Los resultados de los modelos de simulación propuestos muestran un incremento en la productividad en el proceso de envasado, ya que la cantidad de garrafones procesados es mayor al modelo actual, así como también se establecieron los tiempos para las operaciones del proceso de envasado y se desarrollaron propuestas de distribución de planta de la empresa, con lo cual se logró el cumplimiento de las metas establecidas.

BIBLIOGRAFÍA

Anu, M. (1997). *Introduction to Modeling and Simulation*. State University of New York at Binghamton. Department of Systems Science and Industrial Engineering Binghamton, NY 13902-6000, U.S.A.

Bennett, B.S. (1995). *Simulation fundamentals*. London: Prentice Hall.

Blanchard, B. S. (1991). *System Engineering Management*. New York: John Wiley & Sons.

Banks, J., Carson II, J.S., Nelson, B.L., Nicol, D.M. (2005). *Discret-Event System Simulation*. Fourth Edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.

Coss Bú, R. (1993). *Simulación un enfoque práctico*. México: Editorial LIMUSA-Noriega Editores.

Chung, C. A. (2003). *Simulation modeling handbook: a practical approach*, First Edition. CRC Press.

Cao, R. A. (2002). *Introducción a la simulación y a la teoría de colas*. Primera Edición. NETBIBLO, S.L., A Coruña.

Cruse, T. A. (1997). *Reliability-Based Mechanical Design*. First Edition. CRC Press.

Dos Santos, M. J., M. (2001). *Estadística básica, un enfoque no paramétrico*. UNAM, México.

García, E. D., García, H. R. & Cárdenas, L. B. (2006). *Simulación y análisis de sistemas con ProModel*, Primera edición. México: Prentice Hall.

Gross, D., Shortle, J. F., Thompson, J. M. & Harris, C. M. (2011). *Fundamentals of Queueing Theory*, Fourth Edition. Editorial: Wiley-Interscience.

García, E. D., García, H. R. & Cárdenas, L. B. (2013). *Simulación y análisis de sistemas con ProModel*, Segunda edición. México: Prentice Hall.

García, R. C. (2005). *Estudio del trabajo: Ingeniería de métodos y medición del trabajo*. Segunda edición. México: McGraw-Hill.

Grijalva, Y. E. (2009). *Métodos Cuantitativos para los Negocios*, Compilación.

Harrell, C., Ghosh, B. K. & Bowden, R. O. (2004). *Simulation using ProModel*, Second Edition. New York: McGraw-Hill.

Kanawaty, G. (1996). *Introducción al estudio del trabajo*. Cuarta edición. Ginebra, Organización Internacional del Trabajo.

Law, A. M. (2008). *Simulation Modeling and Analysis*. Fourth Edition. India: McGraw-Hill.

Mooney, C. Z. (1997). *Monte Carlo Simulation*. First Edition. SAGE Publications.

Smid, J.H., Verloo, D., Barker, G.C. & Havelaar, A.H. (2010). *Strengths and Weaknesses of Monte Carlo Simulation Models and Bayesian Belief Networks in Microbial Risk Assessment*. International Journal of Food Microbiology 139: 57–63.

Montgomery, D. C. & Runger, G. C. (2003). *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. Segunda Edición. Editorial Limusa.

Negahban, A. & Smith J. S. (2014). *Simulation for manufacturing system design and operation: Literature review and analysis*. Journal of Manufacturing System 33: 241- 261.

Niebel, B. W. & Freivalds, A. (2009). *Ingeniería industrial: Métodos, estándares y diseño de trabajo*. Duodécima edición. México: McGraw-Hill.

Taha, H. (2004). *Investigación de operaciones*. Séptima Edición. México: Prentice Hall.

ANEXOS

Anexo A. Tabla de Westinghouse.

Tiempo por ciclo	Número mínimo de ciclos a estudiar		
	Actualmente más de 10000 por año	1000 a10000	Menos de 1000
1.000 hrs.	5	3	2
0.800 hrs.	6	3	2
0.500 hrs.	8	4	3
0.300 hrs.	10	5	4
0.200 hrs	12	6	5
0.120 hrs	15	8	6
0.080 hrs.	20	10	8
0.050 hrs.	25	12	10
0.035 hrs.	30	15	12
0.020 hrs.	40	20	15
0.012 hrs.	50	25	20
0.008 hrs.	60	30	25
0.005 hrs.	80	40	30
0.003 hrs.	100	50	40
0.002 hrs.	120	60	50
Menos de 0.002 hrs.	140	80	60

Anexo B. Tabla de Kolmogorov-Smirnov

<i>n</i>	<i>Nivel de significación a</i>							
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
1	0.90000	0.95000	0.97500	0.99000	0.99500	0.99750	0.99900	0.99950
2	0.68337	0.77639	0.84189	0.90000	0.92929	0.95000	0.96838	0.97764
3	0.56481	0.63604	0.70760	0.78456	0.82900	0.86428	0.90000	0.92065
4	0.49265	0.56522	0.62394	0.68887	0.73424	0.77639	0.82217	0.85047
5	0.44698	0.50945	0.56328	0.62718	0.66853	0.70543	0.75000	0.78137
6	0.41037	0.46799	0.51926	0.57741	0.61661	0.65287	0.69571	0.72479
7	0.38148	0.43607	0.48342	0.53844	0.57581	0.60975	0.65071	0.67930
8	0.35831	0.40962	0.45427	0.50654	0.54179	0.57429	0.61368	0.64098
9	0.33910	0.38746	0.43001	0.47960	0.51332	0.54443	0.58210	0.60846
10	0.32260	0.36866	0.40925	0.45562	0.48893	0.51872	0.55500	0.58042
11	0.30829	0.35242	0.39122	0.43670	0.46770	0.49539	0.53135	0.55588
12	0.29577	0.33815	0.37543	0.41918	0.44905	0.47672	0.51047	0.53422
13	0.28470	0.32549	0.36143	0.40362	0.43247	0.45921	0.49189	0.51490
14	0.27481	0.31417	0.34890	0.38970	0.41762	0.44352	0.47520	0.49753
15	0.26589	0.30397	0.33750	0.37713	0.40420	0.42934	0.45611	0.48182
16	0.25778	0.29472	0.32733	0.36571	0.39201	0.41644	0.44637	0.46750
17	0.25039	0.28627	0.31796	0.35528	0.38086	0.40464	0.43380	0.45540
18	0.24360	0.27851	0.30936	0.34569	0.37062	0.39380	0.42224	0.44234
19	0.23735	0.27136	0.30143	0.33685	0.36117	0.38379	0.41156	0.43119
20	0.23156	0.26473	0.29408	0.32866	0.35241	0.37451	0.40165	0.42085
21	0.22517	0.25858	0.28724	0.32104	0.34426	0.36588	0.39243	0.41122
22	0.22115	0.25283	0.28087	0.31394	0.33666	0.35782	0.38382	0.40223
23	0.21646	0.24746	0.27491	0.30728	0.32954	0.35027	0.37575	0.39380
24	0.21205	0.24242	0.26931	0.30104	0.32286	0.34318	0.36787	0.38588
25	0.20790	0.23768	0.26404	0.29518	0.31657	0.33651	0.36104	0.37743
26	0.20399	0.23320	0.25908	0.28962	0.30963	0.33022	0.35431	0.37139
27	0.20030	0.22898	0.25438	0.28438	0.30502	0.32425	0.34794	0.36473
28	0.19680	0.22497	0.24993	0.27942	0.29971	0.31862	0.34190	0.35842
29	0.19348	0.22117	0.24571	0.27471	0.29466	0.31327	0.33617	0.35242
30	0.19032	0.21756	0.24170	0.27023	0.28986	0.30818	0.33072	0.34672
31	0.18732	0.21412	0.23788	0.26596	0.28529	0.30333	0.32553	0.34129
32	0.18445	0.21085	0.23424	0.26189	0.28094	0.29870	0.32058	0.33611
33	0.18171	0.20771	0.23076	0.25801	0.27577	0.29428	0.31584	0.33115
34	0.17909	0.21472	0.22743	0.25429	0.27271	0.29005	0.31131	0.32641
35	0.17659	0.20185	0.22425	0.25073	0.26897	0.28600	0.30597	0.32187
36	0.17418	0.19910	0.22119	0.24732	0.26532	0.28211	0.30281	0.31751
37	0.17188	0.19646	0.21826	0.24404	0.26180	0.27838	0.29882	0.31333
38	0.16966	0.19392	0.21544	0.24089	0.25843	0.27483	0.29498	0.30931
39	0.16753	0.19148	0.21273	0.23785	0.25518	0.27135	0.29125	0.30544

<i>n</i>	<i>Nivel de significación α</i>							
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
40	0.16547	0.18913	0.21012	0.23494	0.25205	0.26803	0.28772	0.30171
41	0.16349	0.18687	0.20760	0.23213	0.24904	0.26482	0.28429	0.29811
42	0.16158	0.18468	0.20517	0.22941	0.24613	0.26173	0.28097	0.29465
43	0.15974	0.18257	0.20283	0.22679	0.24332	0.25875	0.27778	0.29130
44	0.15795	0.18051	0.20056	0.22426	0.24060	0.25587	0.27468	0.28806
45	0.15623	0.17856	0.19837	0.22181	0.23798	0.25308	0.27169	0.28493
46	0.15457	0.17665	0.19625	0.21944	0.23544	0.25038	0.26880	0.28190
47	0.15295	0.17481	0.19420	0.21715	0.23298	0.24776	0.26600	0.27896
48	0.15139	0.17301	0.19221	0.21493	0.23059	0.24523	0.26328	0.27611
49	0.14987	0.17128	0.19028	0.21281	0.22832	0.24281	0.26069	0.27339
50	0.14840	0.16959	0.18841	0.21068	0.22604	0.24039	0.25809	0.27067
<i>n</i> > 50	$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.73}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.85}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.95}{\sqrt{n}}$

