

## UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

## LENTE GRIN SINTONIZABLE CON APLICACIONES EN FÍSICA DE LA VISIÓN

## TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE: INGENIERO EN FÍSICA APLICADA

## PRESENTA: EMILIO RAFAEL REYES PÉREZ

## DIRECTOR: DR. ANGEL SINUE CRUZ FÉLIX

## CODIRECTOR: DR. AGUSTIN SANTIAGO ALVARADO

HUAJUAPAN DE LEON, NOVIEMBRE DEL 2018

Para mi familia, maestros y amigos que me apoyaron a través de este viaje y por aquellos que ya no están.

# Índice

Capítulo 1. Introducción 1
1.1 Planteamiento del problema1
1.2 Justificación
1.3 Hipótesis
1.4 Objetivos
Capítulo 2. Marco teórico
2.1 Lentes
2.1.1 Lentes sintonizables
2.1.2 Lentes GRIN
2.1.3 Polidimetilsiloxano (PDMS)11
2.2 Ojo Humano
2.2.1 Principales elementos y características del ojo humano14
2.2.2 Modelación
2.3 Aberraciones ópticas
2.3.1 Aberraciones oculares
2.3.2 <b>R</b> epresentación de la función de aberración
2.3.3 Métricas y desempeño óptico
2.4 Métodos de caracterización
2.4.1 Sensor de frente de onda Shack-Hartmann
2.4.2 Interferómetro Mach-Zehnder
Capítulo 3. Diseño y manufactura
3.1 Diseño
3.1.1 Diseño óptico de la lente
3.1.2 Diseño de la montura mecánica
3.2 Manufactura
3.2.1 Moldes
3.2.2 Manufactura de la lente
3.2.3 Manufactura de la montura mecánica
Capítulo 4. Resultados
4.1 Simulación del comportamiento mecánico y óptico geométrico

4.1.1 Cristalino homogéneo y GRIN	
4.1.2 Bicónica homogénea y GRIN	
4.2 Caracterización por medio de la óptica física	
4.2.1 Cristalino homogéneo y GRIN	
4.2.2 Bicónica homogénea y GRIN	
Capítulo 5. Discusión y conclusiones	71
5.1 Comparación entre el Cristalino homogéneo y GRIN	
5.1.1 Simulación del comportamiento mecánico y óptico	
5.1.2 Caracterización por medio de la óptica física	
5.2 Comparación de simulación entre la bicónica homogénea y GRIN	
5.2.1 Simulación del comportamiento mecánico y óptico	
5.2.2 Caracterización por medio de la óptica física	
5.3 Conclusiones	
Anexos	
Anexo A Lista de los 15 primeros términos de los polinomios de Zernike	
Anexo B Planos del diseño de las lentes	
Anexo B.1 Lente Cristalina con capas	
Anexo B.2 Lente Biconica con capas	
Anexo C Planos del diseño de la montura mecánica	
Anexo C.1 Montura base	
Anexo C.2 Poste móvil	
Anexo C.3 Disco de ajuste	
Anexo C.4 Pieza de sujeción	
Anexo <b>D D</b> educción del ajuste de puntos para la ecuación de la sagita utilizando cuadrados	ə mínimos 94
Referencias	

## Capítulo 1. Introducción

En este capítulo se hará una breve introducción al área de la óptica, resaltando la importancia de esta ciencia en la vida cotidiana y más aún, en el área de la visión, haciendo referencia al ojo humano.

Una lente se define como un elemento refractor, el cual tiene la capacidad de cambiar la trayectoria de la luz, esto es posible debido al fenómeno conocido como refracción, el cual sucede cuando la luz pasa de un medio a otro con diferente índice de refacción [1,2].

Desde hace varios años, con el avance de la computación y la simulación, los ingenieros han mejorado las técnicas de diseño óptico. El diseño de lentes es una de las áreas más antiguas que se ha estudiado y con la llegada de la revolución industrial junto a los avances en diversas áreas como la química, electrónica, computación, entre otras, ha permitido el desarrollo de herramientas que satisfagan las nuevas necesidades [1,2].

Hablando del diseño óptico, se puede asemejar el ojo humano a un sistema óptico, donde unos de sus elementos fácilmente reconocibles son la córnea y el cristalino, los cuales actúan como lentes [1-9]. Esto ha impulsado a desarrollar componentes ópticos similares al ojo humano, por diferentes razones y con diversas aplicaciones [10,11].

En la naturaleza, los órganos que funcionan como lentes de distintos seres vivos, no poseen un índice de refracción constante, sino que existe una variación dentro de la misma, a este tipo de lentes se le conoce como lentes GRIN (por sus siglas en inglés "Gradient Index"), esto es debido a que dichas lentes están constituidas por capas de proteínas las cuales varían su densidad y, por consiguiente, el índice de refracción [9].

En la literatura se reporta que lentes GRIN pueden mejorar el desempeño óptico a comparación de lentes con índice de refracción homogéneo en características como: potencia refractiva, corrección de aberraciones y reducción en el número de componentes necesarios para un sistema óptico [12-14].

Dentro del área de diseño y fabricación de elementos ópticos, existe una división dedicada al desarrollo lentes sintonizables, el cual resulta de interés debido a que disminuye el espacio y la complejidad de sistemas ópticos [15,16], presentando un panorama amplio de aplicaciones [15-18]. Una de las aplicaciones de este tipo de lentes se encuentra en el desarrollo de mecanismos de enfoque similar al que posee el ojo humano [11,19].

## 1.1.-Planteamiento del problema

Dado que la calidad de la visión humana está estrechamente ligada con la córnea y el cristalino, principalmente [3,6,20], el ojo humano se ha vuelto un área de estudio desde diversas

perspectivas, donde una de ellas considera al ojo como un sistema óptico y de esta manera solucionar problemas visuales. Aún con los avances realizados y reportados en la literatura, existen dificultades al momento de analizar y estudiar al ojo humano [3,6,21].

El análisis y estudio del lente cristalino, se complica debido a su composición por múltiples capas de colágeno responsables de causar el efecto GRIN [3], con valores en el índice de refracción que van desde 1.415 en el centro hasta 1.37 en regiones cercanas a las superficies, donde otra característica recalcable es su crecimiento y reducción de movilidad con el paso del tiempo, trayendo como consecuencia que el proceso de acomodación del cristalino se vea afectada, enfermedad conocida como presbicia [22,23].

En la literatura existen diversos intentos de reproducir lentes con funciones similares al cristalino y sirvan como reemplazo, a dichos elementos se les conoce como lentes intraoculares (IOL, "Intraocular Lens" por sus siglas en inglés) [12,24,25]. La fabricación de este tipo de lentes suele ser costosa, debido al equipo necesario para su manufactura y el número limitado de lentes GRIN sintonizables [12,24,25].

Debido a que las cataratas una de las principales enfermedades que afecta la calidad de visión de la mayor parte de la población adulta del mundo, el desarrollo de IOL ha sido necesario, donde uno de principales retos es obtener lentes sintonizables capaces compensar a las aberraciones generadas por la córnea [12,26].

Con lo expuesto anteriormente, en este trabajo se implementó una metodología con el fin de abaratar los costos de producción en lentes tipo GRIN sintonizables con perfiles asféricos utilizados en física de la visión.

## 1.2.-Justificación

Debido al incesante desarrollo de lentes y procesos de manufactura, la tendencia es reducir los costos de productos. El área de lentes sintonizables es relativamente nueva y sus aplicaciones tienen amplia gama de oportunidades, de donde destaca su uso para corregir aberraciones detectadas en las imágenes adquiridas u obtener lentes con geometrías específicas, hablando puntualmente, se ha utilizado esta tecnología para fabricar lentes con geometría o comportamiento similar al ojo humano [24-26].

Debido a que el índice de refracción interno del lente cristalino varia, se han presentado dificultades para obtener lentes que repliquen esta característica, debido a las técnicas de producción como litografía, cuyos costos llegan a ser elevados y escasos [27].

Al tener un modelo físico de lentes similares a las que posee el ojo humano, se podrían mejorar las técnicas de diagnóstico para prevenir errores que se pudieran cometer durante procedimientos clínicos, además de disminuir el uso pruebas invasivas, las cuales han sido severamente criticadas [28,29].

Una de las razones por las cuales se ha evitado hacer uso de pruebas invasivas para pruebas *in vivo* es la dificultad para mantener las condiciones ideales sobre el ojo y en el paciente, siendo molesto el procedimiento y donde cabe la gran posibilidad de perder el órgano por alguna falla en la medición o durante el procedimiento para acoplar la instrumentación necesaria [23].

En el área de lentes intraoculares, este desarrollo acercaría su semejanza al cristalino para un posible reemplazo, pues la cirugía para atender los casos de cataratas conlleva la extracción del lente cristalino debido a su opacidad y en algunos casos es necesario una lente intraocular para sustituirlo [12,26].

En la cuestión de metrología se podrían mejorar los métodos para modelar la superficie posterior del lente cristalino, pues el método de análisis superficial con técnicas interferométricas se ha limitado a la superficie anterior del cristalino [30]. Las investigaciones en las aplicaciones clínicas son prometedoras, pero costosas debido a la baja efectividad en la práctica [25,26,31,32].

Entre las diversas aplicaciones de las lentes GRIN sintonizables se puede encontrar el uso de prototipos para verificar el uso de equipo especializados para detección de glaucoma por cierre agudo, el cual es una alteración abrupta del ojo por la presión intraocular debido al cierre abrupto de las vías de eliminación del humor acuoso. La presión intraocular modifica los radios de curvatura que se presenta en la córnea, generando una superficie bicónica [33].

## 1.3.-Hipótesis

Variando los parámetros de curado del PDMS, se puede obtener una lente GRIN sintonizable, capaz de reproducir la función de acomodación que presenta el cristalino del ojo humano, a partir de esfuerzos aplicados radialmente para modificar su curvatura y de esta forma inducir aberraciones en la lente.

### 1.4.-Objetivos.

#### General

• Fabricar una lente con índice de gradiente capaz de reproducir errores refractivos de bajo orden presentes en el cristalino del ojo humano para su estudio y caracterización, mediante una metodología propia con el fin de manufacturar la lente con índice de gradiente con recursos propios de la universidad.

#### Particulares

- Diseñar una lente con índice de gradiente adaptativa ópticamente.
- Diseñar una montura mecánica para la lente con índice de gradiente.
- Desarrollar moldes necesarios para manufacturar la lente con índice de gradiente.
- Caracterizar la lente con técnicas interferométricas y de sensado de frente de onda.
- Representación de las aberraciones presentes en la superficie utilizando funciones especiales con simetría circular.
- Obtención del desempeño óptico de la lente mediante métricas estandarizadas.

#### Metas

- Fabricación de una lente GRIN sintonizable.
- Arreglo experimental que permita la caracterización de una lente con índice de gradiente mediante la obtención de interferogramas y su función de frente de onda (Interferómetro tipo Mach-Zehnder y sensor de frente de onda Shack-Hartmann).
- Lente con índice gradiente hecha de elastómero (PDMS Sylgard 184).
- Obtención de patrones de interferencia de la lente.
- Mapas de frente de onda en términos de los polinomios de Zernike.
- Métricas para evaluar el desempeño óptico de la lente GRIN sintonizable.
- Reporte final de resultados incluyendo análisis de aberraciones con esfuerzos variables.

La importancia de este trabajo reside en la obtención de un modelo físico que nos permita entender, posteriormente, el funcionamiento de una lente tipo GRIN, dado que sus características son de gran interés, así como abrir la posibilidad de su manufacturación a bajo costo.

En el capítulo 2 se mencionarán los conceptos necesarios para el desarrollo de la tesis, presentando en el capítulo 3 los diseños utilizados para llevar a cabo las simulaciones, en esta parte se introducirán las propiedades de dicho material que se reportan en la literatura para su posterior análisis y posteriormente se mencionara el proceso de manufacturación utilizando moldes de aluminio, mediante el uso de la maquina CNC, cuya herramienta desgastará la pieza de metal para la obtención de la geometría y posteriormente se procederá a pulir para disminuir posibles desperfectos en la superficie al momento de fabricar la lente.

En el capítulo 4 se presentan los resultados de las simulaciones, así como la caracterización de la lente, obteniendo las métricas de desempeño, su posterior discusión y conclusión en el capítulo 5, resaltando los puntos más sobresalientes del trabajo, así como las recomendaciones pertinentes para mejorar el tema.

## Capítulo 2. Marco teórico

En la física moderna, el área que describe la luz como ondas electromagnéticas, se le conoce como óptica ondulatoria, mientras que la óptica geométrica, una rama más vieja, describe a la luz como trayectorias rectas llamadas rayos [2]. Un rayo no tiene espesor, solo lleva una parte infinitesimal de energía, donde la suma de varios rayos, se le conoce como haz, el cual sí puede contener un espesor definido [2]. El estudio de este trabajo se realizó considerando que la luz utilizada es monocromática, esto quiere decir que no se utilizaran diferentes longitudes de onda para su análisis.

#### 2.1.-Lentes

Esta sección inicia examinando uno de los fenómenos físicos usualmente encontrado en la óptica. El índice de refracción, n, nos indica la razón entre la velocidad de la luz cuando pasa del vacío a un medio, donde la compensación del cambio de velocidad se ve reflejado en la desviación de la trayectoria del rayo de luz, fenómeno conocido como refracción [1,2,34,35]. Dado que la refracción ocurre cuando la luz pasa de un medio a otro y el cambio en la dirección del rayo se lleva a cabo en la frontera entre los dos medios, razón por la cual se conoce como superficie refractora [34]. Las desviaciones de los rayos de luz pueden ser calculadas a través de la ley de Snell [1,2,34-36], la cual está dada por la siguiente ecuación:

$$n_1 Sen(\theta_1) = n_2 Sen(\theta_2). \tag{2-1}$$

Donde  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son los ángulos de incidencia y refracción respectivamente, con su correspondientes índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$ . En la siguiente figura se observan los ángulos dispuestos en un sistema de coordenadas, tomando como origen el punto donde el rayo incidente hace contacto con el segundo medio, de donde se dibuja una recta perpendicular y tangencial.



Figura 2.1.- Convención sobre la medición de ángulos de incidencia y refracción, los cuales son trazados con respecto a la normal de la superficie descrita por la frontera de los dos medios.

Dependiendo del valor del índice de refracción, los rayos se desvían en diferentes direcciones (ver Figura 2.2). Para el caso donde el rayo tiende a doblarse hacia la normal del plano, el índice de refracción del medio incidente tiene que ser menor al medio de transmisión, para lograr el efecto contrario los valores tienen que ser invertidos. En un caso particular, el rayo incidente no se transmite e incluso este es reflejado, conocido como reflexión total a partir de un ángulo critico [35].



Figura 2.2.- Diferentes ángulos de refracción dependiendo del índice de refracción del medio refractor.

Una lente es un elemento que tiene la capacidad de dirigir o cambiar la dirección de los rayos de luz a un solo punto conocido como punto focal, como se muestra en la figura 2.3, donde la distancia del vértice de la superficie, en este caso el punto O, al punto focal sobre el eje óptico o eje focal se le conoce como distancia focal (f), esto debido a la forma de la superficie, definido principalmente por el radio de curvatura (r) de una o las dos superficies que posee un material con índice de refracción distinto [7,34]. En el caso de ser las dos superficies, se tienen dos radios de curvatura.



Figura 2.3.- Principales características de una lente.

En este aspecto existen dos clasificaciones de lentes, convexas (longitud focal positiva) y cóncavas (longitud focal negativa), dependiendo de su geometría (ver Figura 2.4), donde se considera positiva la longitud focal cuando la distancia parte del origen al punto focal y negativo si el orden se invierte. Una lente convexa tiene la capacidad de hacer converger los rayos mientras que una lente cóncava los hace divergir. Se utilizan las mismas definiciones de punto

focal y distancia focal, donde a la capacidad de converger o divergir los haces, se le conoce como potencia de la lente (P) [1,35,37] y se define en la siguiente ecuación:



$$P = \frac{1}{f}.$$
 (2-2)

Figura 2.4.- Comportamiento de los haces de luz en a) una lente convexa y b) una lente cóncava.

El valor de la distancia focal de una lente está estrechamente ligada a la forma geométrica de las superficies refractoras y del medio de transmisión [2,34,35]. Existe una serie de combinaciones entre las dos curvaturas que da origen a diferentes tipos de lentes como en la siguiente figura.



Figura 2.5.- Tipos de lentes [2,34,35].

Aunque la teoría funciona bastante bien, para las lentes que tienen un perfil esférico, en la parte experimental se observan errores de convergencia, como se muestra en la Figura 2.6, pues los rayos que son paralelos al eje óptico no convergen en un solo punto, sino a diferentes distancias del eje focal e incluso fuera de esté [34].



Figura 2.6.- Error de convergencia.

Tradicionalmente se han utilizado lentes manufacturados con materiales sólidos, a este tipo de lentes se le conoce como lentes sólidas, las cuales se caracterizan por ser rígidas y suelen tener un índice de refracción constante. Este tipo de lentes se suelen utilizar debido a sus características, por mencionar algunas de ellas se encuentran: el control del perfil geométrico, estabilidad en cambios abruptos de temperatura y vibraciones mecánicas. Entre las desventajas: un punto focal fijo, nos lleva a diseñar arreglos ópticos para modificar la distancia focal, lo cual genera sistemas ópticos robustos y pesados, con una lenta respuesta dinámica, siendo el manejo del mecanismo puramente mecánico u electromecánico [34].

En el desarrollo de lentes existen microlentes, los cuales son del orden de milímetros o menor. Los microlentes juegan papeles muy importantes, entre ellos está su implementación en comunicación óptica, fotolitografía, sistemas de imágenes biomédicas, etc.

En la parte de implementación de lentes adaptativas, se ha tenido un amplio interés de investigación debido al amplio campo de visión (FOV, en ingles "Fiel of View") el cual exhibe un gran potencial para aplicaciones médicas, industriales y militares [36]. Estos pueden ser lentes tradicionales o lentes sintonizables.

#### 2.1.1.-Lentes sintonizables

Las lentes sintonizables son lentes cuyas superficies refractoras se puede modificar, como se muestra en la Figura 2.7, curvándose o aplanándose, modificando así la longitud focal [10,15,34]. Muchas de ellas se han fabricado a partir de una o dos membranas flexibles y transparentes que sellan una cavidad, la cual contiene un líquido transparente con un índice de refracción uniforme, o dos líquidos no miscibles con diferentes índices de refracción [15,36,38], mientras otras son lentes sólidas deformables [19,39].



Figura 2.7.- Variación de los radios de curvatura de una lente sintonizable, donde se presentan dos casos en específico: un a) radio original y b) reducción del radio de curvatura, obteniendo una distancia focal menor cuando el radio de curvatura es menor.

Existen diversos mecanismos para modificar la longitud focal, como la utilización de presión hidráulica para modificar la tensión sobre una membrana elástica transparente, de tal forma que se modifique la curvatura de dichas membranas y por consiguiente la distancia al punto focal. Entre otras formas de modificar la distancia focal, se encuentran los de efecto térmico, polímeros que se deforman a partir de luz polarizada y sistemas mecánicos [10,15,19,34,36].

Este tipo de lentes exhiben características importantes para diversas aplicaciones, como el control en la curvatura de la lente para enfocar objetos a grandes distancias, y obtener una respuesta rápida [15,17,19]. Entre las ventajas que se presentan es la reducción del tamaño, control de enfoque, miniaturización de sistemas ópticos [15,17,19,36], obtención de imágenes precisas y nítidas de diferentes objetos a varias distancias [19], abaratar costos [39], entre otras [10,16,17,40].

Mencionando algunas aplicaciones existentes se encuentra el uso de microlentes sintonizables [36,40], dispositivos de zoom rápido [17], sistemas para imitar funciones del ojo humano [10,11,19,34], o mecanismos para corregir desenfoques [11,16,41], sin embargo, existe otro tipo de lentes que se basa en las propiedades del material, más que en la geometría que tiene, las cuales son conocidas como lentes GRIN.

#### 2.1.2.-Lentes GRIN

Las lentes GRIN son elementos ópticos fabricados a partir de materiales donde el índice de refracción no es constante internamente, lo cual provoca que la luz no siga una trayectoria recta [24,42], pero da la ventaja de tener cierto control en el comportamiento de la luz dentro del material [42]. En la Figura 2.8 se observa la diferencia en el trayecto de los rayos de luz en dos medios diferentes, uno con índice de refracción constante y otro GRIN.



Figura 2.8.- Comportamiento de un haz de luz a través de: a) Material GRIN, b) material con índice constante.

En la siguiente figura se muestra la diferencia de lentes tradicionales y lentes GRIN, donde las ultimas pueden tener un punto focal sin la exigencia en tener un perfil curvo [24].



Figura 2.9.- Comparación ente: a) lente GRIN simple, b) lente tradicional bi-convexa.

Como el índice de refracción depende de la posición dentro del material, este puede describirse como una función que depende de una variable espacial, como en la siguiente ecuación [42]:

$$n(z) = n_0 + n_1 z + n_2 z^2 + n_3 z^3 + \cdots$$
(2-3)

La variable espacial z, puede cambiar dependiendo de la distribución del índice de refracción dentro del material, sin embargo no es la única forma de modelar la función que lo describa [7,9,14,23]. Uno de los problemas existentes, es la utilización de métodos destructivos para conocer los valores del índice de refracción interno de las lentes **GRIN** [43].

Existen diferentes materiales y procesos para obtener materiales GRIN, con diferentes comportamientos en el índice de refracción, uno de ellos es el proceso de coextrucción, el cual combina dos materiales para obtener el material GRIN [13,24], métodos CVD ("Chemical Vapor Deposition"), e intercambio de iones, entre otros [13,14], los cuales son técnicas costosas. Ejemplos de este tipo de lentes, se encuentran frecuentemente en la naturaleza, pues la mayoría de los seres vivos utiliza lentes GRIN para mejorar el desempeño óptico [13,14,23,24,27], tales como mejorar la calidad de la imagen y la habilidad para colectar una mayor cantidad de luz [27].

El concepto de lentes GRIN no es nuevo, dado que ha estudiado anteriormente, aunque no se tenían los medios para obtenerlos [44]. El hecho de no ser muy conocido este tipo de

elementos ópticos, se debe a la baja reproducibilidad y altos costos que se tenían [42]. En la actualidad, este tipo de lentes tienen aplicaciones diversas [13,24], sin embargo, también se tiene que contemplar el tipo de función que desempeñará [44], mencionando en específico las lentes intraoculares multifocales [12]. Actualmente ha habido una tendencia por desarrollar lentes GRIN, que tengan la bondad de ser flexibles [13,14], esto da pie a desarrollar una nueva gama de lentes GRIN sintonizables.

#### 2.1.3.-Polidimetilsiloxano (PDMS)

Uno de los materiales utilizados en la industria óptica [34,45,46], es el Polidimetilsiloxano, comúnmente conocido como PDMS. Este material es una dimeticona que pertenece a la familia de las siliconas, este elastómero se basa en cadenas poliméricas tipo [-Si - O -]n con grupos metilos en los laterales.

Los enlaces de Si - O son más fuertes que los enlaces C - C, esto conlleva a tener una gran estabilidad contra radiación UV [34,45,46]. Tiene propiedades únicas como alta compresibilidad, estabilidad en un rango de temperaturas de -50°C a +200°C, valor del índice de refracción cercano al vidrio, hidrofobicidad, uniformidad de tensión bajo estrés aplicado, fotoelasticidad, baja dispersión en la región espectro visible e infrarrojo y alta transparencia en la primera región [34,47]. En la siguiente figura se muestra la estructura del PDMS.



Figura 2.10.- Estructura química del Polidemtilsiloxano [34,48].

La marca comercial PDMS SYLGARD 184, consiste en dos componentes, el pre-polímero (base) y el agente de curado, los cuales se suelen mezclar para obtener el producto final [34,46,48]. La base es un monómero de vinil dimetilsiloxano con platino como catalizador, mientas que el agente de curado es hidruro dimetilsiloxano [46], el cual está conformado por grupos de metilo con unidades de hidruro de silicio ( $-OSiHCH_3 -$ ) [34].

La base y el agente de curado son mezclados, generalmente con una razón de mezcla 10:1 sugerida por el fabricante para llevar a cabo un proceso de polimerización (proceso químico por el que los reactivos, monómeros se agrupan químicamente entre sí, dando lugar a una molécula de gran peso, llamada polímero, o bien una cadena lineal o una macromolécula tridimensional) [34,46,48].

La reacción se lleva a cabo entre el grupo funcional de vinilo ( $SiCH = CH_2$ ) presente en la base y el grupo funcional de hidruro (SiH), en el agente de curado para que se lleve a cabo, a esta reacción se le conoce como hidrosilación catalítica [46]. Al terminar el proceso de polimerización se obtiene el material PDMS (ver Figura 2.11), que es flexible y altamente transparente (aproximadamente 95% de transparencia) [19,34,39,46].



Figura 2.11.- Proceso de síntesis [34,48].

Para llevar a cabo la reacción de polimerización, usualmente se usa el método de polimerización térmica, el cual consiste en colocar la mezcla bajo una temperatura mayor a la ambiental, donde se acelera el proceso [34]. Variando la temperatura de curado y la razón mezcla (base : catalizador) se obtienen diferentes propiedades mecánicas y ópticas [48-50], siendo la fórmula química del Polidimetilsiloxano como  $(H_3C)_3 SiO[Si(CH_3)_2O]nSi(CH_3)_3$ , donde la unidad repetición del monómero base ([ $SiO(CH_3)_2 | n$ ) [46,48], éste juega un papel importante, debido a que si n es bajo, el PDMS tenderá a ser líquido, mientras que si es alto, este será sólido [48].

El PDMS es un material que ha sido ampliamente usado y exhibe un comportamiento óptico que depende de la concentración de los precursores, temperatura, longitud de la cadena del polímero, rugosidad de la superficie [47,50,51], incluso el estrés mecánico aplicado, donde este último varía el índice de refracción, pero no afecta al coeficiente de absorción, lo cual abre un camino para aplicaciones en sensores [47]. Ahondando en la posibilidad de variar las propiedades físicas modificando la razón de concentración base-catalizador, en la Tabla 2.1 se observan cambios en estos aspectos, manteniéndose constante el coeficiente de Poisson (v) con un valor de 0.488 y densidad de 0.982 g/ml [48,50].

base catalizador der i Divis a una temperatura de 150°C.							
Razón de	Módulo de	Módulo de	Indice de	Módulo de	Módulo de	Límite	
concentración	tensión	compresión	refracción	cizalladura	compresibilidad	elástico	
hase • catalizador	[MPa]	[MP <sub>2</sub> ]		[MP <sub>2</sub> ]	[MP <sub>2</sub> ]	[MP <sub>2</sub> ]	
Dase . Catalization	[IVII a]	[IVII a]		[IVII a]	[1911 a]	[IVII a]	
10:1	1.004	2.615	1.420	0.337	14.134	0.689	
10.1.95	1 0 = 0	0 = 20	1 400	0.020	1 5 1 50	0 = 00	
10:1.25	1.076	2.760	1.420	0.362	15.159	0.739	
10:1.5	1 975	9 888	1 4 9 5	0.498	17 953	0.894	
	1.270	2.000	1.420	0.420	17.500	0.034	
10:1.75	1.563	3.210	1.430	0.525	22.021	1.094	
10:2	1.728	3.493	1.434	0.581	24,333	1.206	
	1.7 20	0.100	1.101	0.001	21.000	1.200	

Tabla 2.1.- Variación en las propiedades mecánicas y ópticas dependiendo de la razón de concentración base:catalizador del PDMS a una temperatura de 150 °C.

Hablando de aplicaciones en la medicina, los materiales utilizados tienen que ser biocompatibles, neutral al cuerpo humano, tener excelente estabilidad y resistencia contra tejidos, actividad celular, encimas y diferentes fluidos del cuerpo. Si las biopelículas se adhieren a la superficie del tejido, estos pueden iniciar un proceso de degradación del material y provocar infecciones o problemas a la salud [52]. La biocompatibilidad de un dispositivo médico e implante tienen que considerar la respuesta del huésped, efectos de lesiones, no ser tóxico, cancerígeno, inflamatorio, trombogénico o inmunogénico [31,52,53].

El Polidimetilsiloxano, es un material altamente inerte y muestra una excelente resistencia química, además evita la formación de biopelículas [52] y es usado en pieles artificiales, corazones artificiales, implantes mamarios, remplazos articulares, entre otros [52]. Generalmente los materiales que se utilizan para implantes se deterioran debido a la oxidación y degradación enzimática mediada por células, en el caso del uso de Poliuretano, este es combinado con PDMS para mejorar la bioestabilidad e incrementar la inmunocompatibilidad y hemocompatibiliad [31].

Es común encontrar diferentes aplicaciones del PDMS en la óptica, dadas sus propiedades que presenta en cuanto a respuestas dinámicas y calidad de imagen [34], que lo hacen adecuado como foto-actuador una vez que se incorporan materiales como nanotubos de carbono (CNTs) u óxido de grafeno [53]. También es posible su uso en rejillas holográficas para concentradores solares cuando se introducen nanoparticulas de  $SiO_2$ ,  $ZrO_2$  y  $TiO_2$ , los cuales pueden ayudar a modular el índice de refracción [45], fabricación de membranas transparentes [16,34,36,41], sistemas para medir la densidad óptica de cultivos microbianos [54], microlentes de bajo costo y alto desempeño [18,34,36,55], lentes sintonizables con perfiles específicos [5], e incluso lentes sintonizables sólidos [11,19,34].

### 2.2.-Ojo Humano

#### 2.2.1.-Principales elementos y características del ojo humano

En este apartado se hablará acerca de las partes que conforman al ojo humano, así como algunas de sus características. El ojo humano como sistema óptico está conformado principalmente por la córnea, el iris y el lente cristalino [2,3,6], como se muestra en el dibujo de la Figura 2.12, donde la potencia refractiva se mide en dioptrías [7] y además los rayos de luz son enfocados principalmente por la córnea y el lente cristalino en la córnea [6].



Figura 2.12.- Diagrama representativo que muestra los principales elementos que conforman el ojo humano.

Describiendo las características de los elementos de la Figura 2.12:

La córnea es una superficie refractora transparente, aproximadamente esférica y está unida a la esclera, la parte blanca del ojo [2,3,7]. Está conformada por capas de fibras de colágeno con un espesor aproximadamente de 0.5 a 0.6 milímetros en el centro, un índice de refracción de 1.376 y una potencia de la lente que corresponde a 43 dioptrías, la cual contribuye en gran medida a la mayor parte de la potencia total del ojo [3,7].

El humor acuoso se encuentra entre la córnea y el cristalino donde el índice de refracción tiene un valor de n = 1.336, mismo valor corresponde al cuerpo vítreo [2,37].

El iris es un diafragma que regula la intensidad de luz que ingresa al ojo por la abertura conocida como pupila, donde el diámetro de abertura puede variar de 2 a 8 milímetros [2,3,6].

Un dato curioso muestra que cuando el diámetro de la abertura aumenta, la calidad de la imagen que llega a la retina empeora [3,7].

De acuerdo a varios trabajos en la literatura, el lente cristalino está situado aproximadamente a 7mm detrás de la córnea, con un índice de refracción en dirección axial que varía de 1.386 en regiones cercanas a la superficie y 1.406 en el centro, ubicando la potencia de enfoque en un rango aproximado de 20 a 30 dioptrías en personas menores de 45 años [2,3,6,7,56]. Los bajos índices de refracción en las regiones cercanas al borde de la lente minimizan las reflexiones y perdidas por la divergencia de los rayos que ocurre entre la lente y las interfaces vítreas [3,7].

La longitud focal en el cristalino puede variar en un rango de 61.41 mm a 43.56 mm, donde los radios de curvatura varían de 10.2 mm a 6 mm en la superficie anterior y de -6 mm a -5.5 mm en la superficie posterior (ver Figura 2.13), debido a la tensión o relajación de los músculos ciliares que actúan sobre ligamentos suspensorios conocidos como fibras zonulares (también llamado como zónula ciliar o zónula Zinn) las cuales están unidas radialmente al lente cristalino [3,10,56].

El proceso que le permite al ojo variar la longitud focal de la lente cristalina se le conoce como acomodación, donde las fibras zonulares se tensan debido a la relajación de los músculos ciliares lo cual provoca que la lente cristalina se aplane, caso contrario, la lente cristalina se curva cuando los músculos se contraen y las fibras se relajan [3,9,10,56].



Figura 2.13.- Proceso de acomodación la lente: a) los músculos se relajan; b) los músculos se tensan.

El lente cristalino tiende a endurecerse con la edad, debido a que se compone de múltiples capas de fibras de colágeno que no dejan de crecer, como se observa en la Figura 2.14, lo cual modifica sus características ópticas, como la distribución en el índice de refracción y potencia de enfoque [3,7,9,56].



Figura 2.14.- Corte transversal del cristalino, representando la distribución las capas de colágeno internas, donde la densidad de las capas aumenta la parte central.

Con el paso del tiempo el lente cristalino pierde la transparencia y elasticidad, lo cual lleva a la formación de catarata [56-58], debido a diversos factores, entre ellos la mala nutrición y pobre circulación del humor acuoso [20,57]. Además, suelen aparecer zonas oscurecidas llamadas cataratas, la catarata disminuye la calidad óptica de la imagen dispersando la luz que llega a la retina, siendo uno de los tratamientos la cirugía refractiva para extraer el lente cristalino [6,57,56].

La retina está situada a 16.6 mm detrás del cristalino y tiene un radio de curvatura cerca de -13.4 mm de acuerdo al modelo reportado por Artal [6]. En la siguiente figura se muestra el eje óptico, que se representa como la línea roja que atraviesa el centro de las lentes, sin embargo, este eje no coincide con la línea de visión, la cual se define como la línea que parte del centro de la pupila hacia la fóvea, la cual se encuentra sobre la retina [3,7,9,56]. El ángulo entre el eje óptico y la línea de visión se le conoce como ángulo alfa ( $\alpha$ ), con un valor aproximado de 5° [3,6,7].



Figura 2.15.- Representación esquemática del eje óptico y eje visual definidos para el ojo humano.

A partir de las características antes mencionadas, el cristalino se considera como una lente GRIN sintonizable.

#### 2.2.2.-Modelación

La modelación del ojo humano ha sido una herramienta necesaria que nos ha permitido entender mejor el comportamiento de este órgano bajo diferentes perspectivas, tales como el comportamiento mecánico, óptico, evolución y crecimiento [23,30,59,60], de igual forma, fabricar instrumentos ópticos inspirados en la córnea o cristalino [5,39,56]. Posibles respuestas a cirugías [30,61], e incluso como funcionamiento interno de la distribución de los nutrientes [20], en este aspecto la modelación ha permitido desarrollar e implementar herramientas de cálculo numérico como elemento finito, que nos permite conocer soluciones para problemas particulares con condiciones iniciales conocidas o supuestas [20,30,59,61,62].

Actualmente es frecuente representar a la córnea y el cristalino como superficies asféricas [5,9,23,60], porque se asume que las superficies de las lentes tienen simetría de revolución y los defectos que contengan son mínimos y no afecta a la aproximación [23,60].

Se conocen como superficies asféricas aquellas curvas que no son completamente esféricas y se suele usar este término para agrupar a las curvas cónicas [60,63].

En la siguiente figura se muestra un diagrama donde una superficie asférica se define por la distancia paralela al eje z [63].



Figura 2.16.- Representación esquemática de una superficie asférica, siendo la distancia z(y) la sagita.

La curva de la sagita se puede modelar a partir de una curva que pertenezca a una elipse con uno de sus vértices en el origen [63], tal y como se muestra en la Figura 2.17, la cual es descrita por la siguiente ecuación:

$$\frac{(z-a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$
 (2-4)



Figura 2.17.- Parámetros de una elipse.

Despejando a  $y^2$  de (2-4), se obtiene [9,60,64]:

$$y^2 = 2Rz - pz^2.$$
 (2-5)

Aquí, *a* y *b* son los semiejes de la elipse,  $p = b^2 / a^2$  y  $R = b^2 / a$ , donde *p* es el parámetro cónico y *R* el radio del ápice [23,60], en otras palabras, el radio de una circunferencia que toca tangencialmente el origen o el vértice de la cónica [9,60] (ver Figura 2.16). Por cuestiones prácticas se asume que el ápice coincide con el vértice de la córnea y cristalino, cuyas superficies tienen simetría de revolución con respecto al eje óptico [9,60].

Al momento de despejar z de la ecuación (2-4), y haciendo los cambios de variable correspondientes se obtiene la ecuación (2-6) [1,4,22,63,65], que se suele encontrar con frecuencia en la bibliografía, dado que los parámetros de la ecuación se utilizan de referencia para reportar perfiles de las lentes asféricas de una forma sencilla:

$$z = \frac{Cy^2}{1 + \sqrt{1 - (Q+1)C^2 y^2}}.$$
(2-6)

Donde  $C = 1/R = a/b^2$  se le conoce como constante de curvatura , y  $Q = (b/a)^2 - 1$  como constante de conicidad o asfericidad [23], cuyos valores que se suelen asociar con el cristalino son obtenidos utilizando datos topográficos de diferentes mediciones en diferentes pacientes [23]. La notación de R y Q, puede representarse como  $r_o$  y K respectivamente [4,60,64].

Existen cuatro coeficientes que se usan para expresar el factor de forma de una cónica: parámetro cónico p, factor de forma E, excentricidad e y el coeficiente de conicidad o asfericidad Q [60].

El parámetro cónico y la excentricidad indican que tan rápido se aplana la curva con respecto del ápice, usualmente la excentricidad se utiliza como  $e^2$ , para evitar valores negativos ya que causa conflictos al momento hacer la conversión a otro parámetro [60]:

$$p = 1 - e^2$$
. (2-7)

El factor de forma es usado para describir la forma de la córnea a partir de la constante de asfericidad (ver ecuación (2-8)), el cual fue designado por el Estándar Nacional Americano para Oftalmología ("American National Standard for Ophthalmics") para describir la forma de la córnea, lo cual suele generar confusión [60]:

$$E = -Q. \tag{2-8}$$

El coeficiente de asfericidad describe que tanto difiere la curva de un círculo, esto se relaciona con el parámetro cónico como en las siguientes ecuaciones [60,64]:

$$Q = p - 1, \tag{2-9}$$

$$Q = -e^2. \tag{2-10}$$

La notación utilizada para reportar los parámetros varia con respecto a la fuente bibliográfica. Para revistas de oftalmología es frecuente encontrar Q, mientras para otras fuentes que utilizan las normas ISO (por sus siglas en ingles "International Organization for Standardization"), el símbolo K es más usado. En publicaciones sobre lentes de contacto se usa el término e [60].

En la siguiente tabla se muestran las secciones cónicas que pueden ser descritas por la ecuación de la sagita, dependiendo del valor de la constante de conicidad [60,63], las cuales son comparadas en Figura 2.18.

Tabla 2.2.- Sección cónica dependiendo del valor de la constante de conicidad.

Sección cónica	Valor de $Q$
Hipérbola	Q < -1
Parábola	Q = -1
Elipse con semieje mayor sobre el eje z (prolata)	-1 < Q < 0
Círculo	Q = 0
Elipse con semieje menor sobre el eje z (oblata)	Q > 0



Figura 2.18.- Comparación de las diferentes secciones cónicas.

### 2.3.-Aberraciones ópticas

Cuando los rayos pasan a través de una lente estos recorren una distancia dentro del medio, conocida como longitud de camino óptico (OPL, por sus siglas en inglés "Optical Path Length"). La distancia que recorran los rayos dentro de la lente varía dependiendo del índice de refracción y la cantidad de material a atravesar (ver Figura 2.19), sin embargo, al momento de unir las distancias recorridas en un cierto tiempo se forma una superficie imaginaria conocida como frente de onda [66].



Figura 2.19.- a) Ejemplo de la variación de la distancia recorrida por los rayos de luz a través de una lente. b) Diferente posición de los rayos en un tiempo determinado.

El frente de onda es perpendicular a todos los rayos que recorren diferentes trayectorias en un mismo tiempo y se dice que tienen la misma fase [1,21,66-68]. La utilización de líneas rectas no es la única forma de representar la luz, debido a su naturaleza ondulatoria, se define una onda óptica en la siguiente ecuación [67]:

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r}) \cdot exp[-jkS(\vec{r})].$$
(2-11)

Donde  $A(\vec{r})$  es la magnitud y  $kS(\vec{r})$  es la fase siendo:  $k = 2\pi / \lambda$ , el número de onda y  $S(\vec{r})$  la superficie que define al frente de onda, además el gradiente del frente de onda  $\nabla S(\vec{r})$ , indica la dirección de propagación [67].

Un frente de onda sufre modificaciones en la superficie debido a la interacción de los rayos de luz con un elemento óptico, provocando que se forme un nuevo frente de onda conocido como frente de onda aberrado [21,66], un ejemplo de esto se muestra en la siguiente figura. Aberración proviene del latín *aberratio*, que significa salirse o desviarse del camino y de ahí el término [21].



Figura 2.20.- Comparación de un frente de onda antes y después de pasar por un elemento óptico.

En la figura 2.21 se muestra la diferencia entre el frente de onda ideal y aberrado, el cual se conoce como error del frente de onda o aberración del frente de onda. Esta diferencia suele asociarse con la diferencia de camino óptico (OPD por sus siglas en inglés "Optical Path Difference") [1,21,69,70]. El frente de onda está relacionado con calidad de la imagen, razón por la cual se ha desarrollado formas de corregir las aberraciones que puedan deberse a factores externos o internos de la lente.



Figura 2.21.- Aberración del frente de onda que representa la diferencia entre el frente de onda ideal y aberrado.

En la Figura 2.22 se presenta una superficie que corresponde a una aberración del frente de onda. Con el motivo de facilitar la interpretación de los mapas topográficos, los colores cercanos al verde se consideran valores promedio de la función de aberración, de aquí se toma en cuenta un adelanto o atraso relativo con respecto al valor promedio. Los valores mayores al promedio son partes de la superficie que se adelantan y representan con colores cálidos, mientras que valores menores al promedio se relaciona a las partes que se atrasa los cuales se presentan con colores fríos [69].



Figura 2.22.- a) Modo usual de presentar las funciones de aberración. b) Escala de colores en función de los valores de la superficie. c) Función de aberración en tres dimensiones con unidades adimensionales.

Los sistemas ópticos adaptivos pueden inducir aberraciones para mejorar la calidad de la imagen, cuya idea se originó en astronomía, donde se compensaban las aberraciones generadas por la turbulencia atmosférica al momento de observar las estrellas [70]. En este aspecto, el ojo humano ha sido estudiado como un sistema óptico adaptivo, donde las aberraciones que induce el sistema juega un papel importante en la resolución, el grado de detalle, de la imagen que se proyecta sobre la retina, y es bien conocido que el desempeño óptico del ojo humano decrece con la edad, lo cual sugiere que las aberraciones aumentan [70].

Existen formas de medir el frente de onda, a esto se le conoce como métricas y en particular son dos las que usualmente se utilizan: la función de punto extendido (PSF por sus siglas en inglés "Point Spread Function") y la función de transferencia de modulación (MTF por sus siglas en inglés "Modulation Transfer Function") [21,68].

Dado que se pueden medir las aberraciones del frente de onda del ojo completo, se pueden conocer las contribuciones relativas tanto de la córnea como del cristalino [70], con particular interés las aberraciones de la segunda lente, pues se ha demostrado que las aberraciones del cristalino compensan a las de la córnea (ver Figura 2.23), sin embrago, esta compensación se pierde con la edad [70].



Figura 2.23.- Compensación del frente de onda aberrado a partir de otras aberraciones. a) Frente de onda aberrado por la córnea. b) Frente de onda aberrado por el cristalino. c) Frente de onda aberrado por la interacción con la córnea y el cristalino, donde el cristalino compensa el frente de onda aberrado por la córnea.

Determinar las aberraciones en el ojo tiene importantes implicaciones para su corrección utilizando óptica adaptiva, procedimientos clínicos como cirugía refractiva guiada por frente de onda o implantación de lentes intraoculares personalizados, pues no todas las personas presentan las mismas aberraciones en la córnea [70].

La óptica adaptiva permite corregir la visión y mejorar la resolución de la imagen en la retina, además puede usarse para controlar las aberraciones en el ojo, así como permitir nuevos experimentos para entender el impacto de la óptica ocular en la visión, especialmente al utilizar la óptica adaptiva como simulador de sistemas visuales para medir, corregir y simular aberraciones ópticas [70].

#### 2.3.1.-Aberraciones oculares

Las aberraciones ópticas pueden dividirse en aberraciones monocromáticas y cromáticas, donde las primeras se dividen a su vez en tres categorías: constantes, de bajo orden y alto orden [21,70]. Dentro de la categoría constante se encuentran: pistón y tilt (inclinación), los cuales pueden no presentarse junto con las demás aberraciones, pues no influyen a la degradación de la imagen *per se* [21,69,70]. Las aberraciones de bajo orden influyen en un 85% en la calidad visual mientras que las de alto orden está alrededor del 15% [21]. Los nombres comunes para las aberraciones frecuentes de bajo orden son: desenfoque y astigmatismo. Para las de alto orden: Trefoil (astigmatismo triangular), coma y aberración esférica [21,69,70]. Estas aberraciones se suelen agrupar como aberraciones oculares para hacer distinción entre todos los tipos que existen. A continuación, se describirán las aberraciones oculares que se suelen reportar con frecuencia.

#### Desenfoque

El desenfoque consiste en que la distancia focal no coincide con la distancia a la retina, colocando el punto focal antes o después, como se muestra en la Figura 2.24. Dependiendo el caso se nombra como: Miopía o Hipermetropía [21,69]. Estas aberraciones pueden deberse por al menos una de las siguientes razones: forma del globo ocular, de la córnea o del lente cristalino (ver Figura 2.25) [7].

En el caso de presentar miopía, el individuo tiende a ver con facilidad objetos cercanos, caso contrario para el caso de la hipermetropía [7]. Este tipo de aberración tiende a ser compensada utilizando la acomodación del cristalino, principalmente para corregir la hipermetropía, sin embargo, la potencia refractiva ve reducida con la edad, dando origen a la Presbicia [7,22,23].



Figura 2.24.- a) Caso ideal donde el punto focal coincide con la retina. b) Desenfoque donde el punto focal se encuentra antes de la retina. c) Desenfoque donde el punto focal se encuentra después de la retina.



Figura 2.25.- Elementos que causan miopía e hipermetropía. a) Caso ideal en el que la córnea, el cristalino y el globo ocular enfocan sobre la retina. Casos que provocan desenfoque: b) Miopía debido a un abombamiento y c) Hipermetropía debido a un aplanamiento en el globo ocular, el cristalino o la córnea.

#### Astigmatismo

Este tipo de aberración se caracteriza por tener una potencia refractiva diferente tanto en la sección horizontal y vertical [7,34], esto trae como consecuencia que los rayos sean enfocados en diferentes puntos sobre eje óptico, como se muestra en la siguiente figura [1,35,66].



Figura 2.26.- a) Vista siometrica de una lente con astigmatismo. Corte tranversal mostrando el punto de enfoque con respecto a un punto de referencia en el plano: b) XZ; c) YZ.

#### Coma

Esta aberración se presenta cuando los rayos entran en un ángulo determinado y no pueden ser enfocados en un solo punto, los cuales se localizan fuera del eje óptico como se muestra en la siguiente figura [34-36]. Es la aberración de alto orden que más alteraciones visuales provoca, debido a que incrementa con respecto al diámetro de la pupila o el campo de visión [21,66].



Figura 2.27.- Diferentes puntos focales fuera del eje óptico causantes de la aberración coma.

El tamaño de la pupila tiene una gran influencia en el incremento de las aberraciones ópticas, pues para diámetros de tres milímetros, el desenfoque, astigmatismo, coma y aberraciones esféricas no tienen grandes impactos sobre la calidad de la imagen en la retina, caso contrario para diámetros mayores a siete milímetros, donde dichas aberraciones impacta en la resolución de la imagen [70].

#### 2.3.2.-Representación de la función de aberración

La teoría de Fourier menciona que cualquier función matemática periódica puede ser expresada como una serie infinita de sumas de funciones unidimensionales y ortogonales, de igual forma este concepto se aplica a dos dimensiones [1]. Los sistemas ópticos generalmente tienen una pupila circular, por lo cual, se utilizan funciones que describan las aberraciones de frentes de onda en el plano circular [68].

La función de aberración suele describirse como una suma de polinomios simples, donde las amplitudes o coeficientes que acompañan a cada elemento de la serie proporcionan un peso que predomina. Una de las familias utilizadas frecuentemente para el reporte de aberraciones oculares son los polinomios de Zernike, publicado por Frits Zernike [21,69]. En la siguiente figura se puede observar la posición del sistema de referencia sobre el ojo.



Figura 2.28.- Marco de referencia en el ojo humano.

Una vez definido el sistema de referencia en el ojo, los polinomios de Zernike serán aplicados bajo este sistema de referencia, los cuales se definen como:

$$Z_n^m = N_n^m R_n^{[m]}(\rho) M(m\theta), \qquad (2-12)$$

donde:

$$R_{n}^{|m|}(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{(n-|m|)}{2}} \frac{(-1)^{s}(n-s)!}{s! \left(\frac{n+|m|}{2}-s\right)! \left(\frac{n-|m|}{2}-s\right)!} \rho^{n-2s},$$
(2-13)

$$N_n^m = \sqrt{(2 - \delta_{0,m})(n+1)},$$
(2-14)

$$\delta_{0,m} \neq 1 \quad \text{si} \quad m = 0, \tag{2-15}$$

 $\delta_{0,m} = 0 \quad \text{si} \quad m \neq 0, \tag{2-16}$ 

 $M(m\theta) = \cos(m\theta) \quad \text{si} \quad m \ge 0, \tag{2-17}$ 

$$M(m\theta) = \sin(|m|\theta) \quad \text{si} \quad m < 0.$$
(2-18)

Aquí  $R(\rho)$  corresponde a la parte radial,  $M(m\theta)$  a la parte azimutal,  $N_m^n$  es una constante de normalización y  $\delta_{n,m}$  es la delta de Kcronecker, donde n y m cumplen con las condiciones:  $m \le n$  y n-m debe ser par sí  $m \ne 0$  [1,21,68,69]. El índice n representa el grado u orden radial del polinomio, dado que representa la potencia más alta en la función radial, mientras que m representa la frecuencia azimutal [21,68].

Existen diversos esquemas de notación de los polinomios de Zernike, representando cada término de la siguiente forma:  $Z_n^m = Z_{n,m} = Z_j$ , donde *j* el número que define el orden del polinomio, el cual está ligado a *n* y *m* en la siguiente ecuación, el cual sigue el esquema de representación sugerido por ANSI [68,69]:

$$j = \frac{n(n+2) + m}{2}.$$
 (2-19)

Se pueden clasificar tres tipos de aberraciones: aberraciones de alto orden a partir de  $j \ge 6$ , de bajo orden con  $6 > j \ge 3$  y aberraciones constantes con j < 3. Cada polinomio está definido sobre el circulo unitario, parametrizado por una componente radial ( $\rho \in [0,1]$ ) y azimutal ( $\theta \in [0,2\pi]$ ) sin dimensiones, designado por un índice radial entero no negativo n y un índice azimutal m [21,69]. Dado que la componente radial  $\rho$  es un numero adimensional entre cero y uno, se realiza una reparametrización, como se muestra en la siguiente ecuación, en función de la distancia medida (r), y el tamaño de la abertura (a) [69]:

$$\rho = \frac{r}{a}.$$
 (2-20)

Los polinomios de Zernike exhiben algunas características importantes: son ortogonales sobre el círculo unitario, son invariantes ante rotaciones con respecto al eje z y existe un polinomio para cada j [21,68,69]. Una ventaja que presentan los polinomios de Zernike, es el hecho de contener aberraciones ópticas como miembros de la familia de polinomios [68,71], como se muestra en la siguiente figura.



Figura 2.29.- Aberraciones ópticas descritas por polinomios de Zernike.

Para representar una función de aberración del frente de onda en términos de polinomios de Zernike, como se muestra en la siguiente figura, se utiliza la ecuación (2-21).



Figura 2.30.- Representación gráfica de una función de aberración como una suma de polinomios de Zernike.

$$W(\rho,\theta) = \sum_{n,m} c_n^m Z_n^m(\rho,\theta).$$
(2-21)

Donde  $C_n^m$  son coeficientes constantes asociadas a cada polinomio y son llamados coeficientes de Zernike, los cuales son usados para estimar la contribución de cada polinomio a la aberración del frente de onda [68,69], no olvidando que existe un margen de error y no se utiliza una suma infinita, sino se utilizan los términos que mayor peso tienen en la función de aberración [1]. Por convención, la comunidad científica del área de visión concluyó que los 15 primeros términos de Zernike son suficientes para describir con gran precisión las aberraciones más comunes y de mayor impacto en el ojo humano [71], los cuales se muestran en el anexo A.

#### 2.3.3.-Métricas y desempeño óptico

Una métrica es un sistema que nos permite medir y comparar, en óptica física existen dos funciones que nos permiten realizar esta acción y evaluar el desempeño óptico, conocidas como PSF y MTF que proveen de información, pues la primera contiene información acerca de la apariencia observada de un punto de luz en el sistema óptico en el dominio espacial, mientras que la segunda lo hace en el dominio de frecuencias [1,34], esto quiere decir, que muestra el grado de detalle en función de la frecuencia [8].

En un arreglo idealizado donde se usa una fuente puntual, la cual se representa por la función impulso, se asume que la imagen es continuamente muestreada, esto implica que no se considera limitaciones en cuanto a tamaño de pixeles o distancias entre muestreos, por lo tanto, al momento de medir la distribución de intensidades es necesaria la precisión espacial [72]. Si la distribución de intensidades obtenida corresponde a una fuente puntual, entonces la medición corresponderá a la función impulso, también conocida como función de punto extendido (PSF) [72].

Para la siguiente sección se utilizarán coordenadas cartesianas en vez de coordenadas polares, bajo la suposición que el lector encuentra mayor familiaridad en este contexto.

La PSF expresa la imagen difractada de una fuente puntual que pasa a través de una lente en función de la distribución de intensidades [1,68]. Para describir la PSF se tiene que recordar que la imagen que se forma está limitada por la pupila y el tamaño de su abertura, como se muestra en la siguiente figura, además se considera que el objeto se encuentra a una gran distancia tal que se pueda considerar un punto [68].



Figura 2.31.- Diagrama del plano de la pupila y el origen de coordenadas en la abertura.

La función pupila se representa por la siguiente ecuación [67,68], donde se coloca el origen en el centro de la misma:

$$p(x, y) = A(x, y) exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}W(x, y)\right].$$
(2-22)

A(x, y) es la amplitud de la función, la cual suele relacionarse con el área de abertura de la pupila y la intensidad de irradiación [67,68], W(x, y) es la aberración del frente de onda y  $\lambda$  es la longitud de onda a la cual radia la fuente [68]. La potencia de la imagen se suele expresar como  $P = S_0 I_0$ , siendo  $S_0$  el área de la abertura e  $I_0$  la intensidad que llega a la pupila [68]. De esta forma se expresa la PSF como [67,68]:

$$PSF(x', y') = \frac{1}{P\lambda^2 R^2} \left| \int \int p(x, y) \cdot exp \left[ -j2\pi \frac{(x'-x)^2 + (y'-y)^2}{\lambda R} \right] dxdy \right|^2.$$
(2-23)

Aquí R es la distancia que va del centro de la abertura en el plano (x, y), al centro del plano de la imagen proyectada o salida de la pupila (x', y'), donde no se considera z en la ecuación (2-23) debido a que permanece constante [67,68], como se observa en la Figura 2.32.



Figura 2.32.- Diagrama esquemático donde la onda se propaga una distancia después de pasar por la abertura.

Una forma compacta de expresar la PSF utilizando la transformada de Fourier se puede encontrar como en la siguiente ecuación [8]:

$$PSF(x', y') = |F(p(x, y)|^{2}.$$
(2-24)

La MTF está relacionada con la PSF por la siguiente ecuación [1,8,72]:

$$MTF\left(\boldsymbol{v}_{x},\boldsymbol{v}_{y}\right) = \left|F^{-1}\left(PSF\left(\boldsymbol{x}',\boldsymbol{y}'\right)\right)\right|.$$
(2-25)

Donde x' y y' son coordenadas espaciales del plano imagen,  $v_x$  y  $v_y$  son frecuencias espaciales en la dirección x' y y' respectivamente [1].

Para compactar toda la información del frente de onda y emplear un solo parámetro de evaluación, se utiliza por lo general el concepto de error cuadrático medio (RMS por sus siglas en inglés "Root Mean Square"), pues es un promedio de los coeficientes de Zernike. La RMS brinda una estimación sobre la variación entre el frente de onda ideal y el experimental, el cual proporciona el resultado en micrómetros [21]. Este valor también es usado como medida para la resolución de una lente [1]. La RMS es definida en términos de los coeficientes de Zernike como [69]:

$$RMS = \sqrt{\sum_{n>1,m} \left(c_n^m\right)^2}.$$
(2-26)

La agudeza visual (AV), es la capacidad del sistema de visión para percibir, detectar o identificar objetos especiales en óptimas condiciones de iluminación, de esta forma, algunos estudios relacionan el valor de la RMS con la AV, de tal manera que una RMS=1 se asocia con una AV=20/20, una visión normal; una RMS de 1.5 con una AV=20/80; y una RMS total de 0.5 con una AV=20/15 [21]. De esta forma una RMS mayor a uno indica una AV reducida, mientras que una RMS menor a uno indica una mayor AV.
## 2.4.- Métodos de caracterización

Existen diferentes métodos de caracterización para evaluar el desempeño óptico de una lente, entre ellos se encuentra la medición del frente de onda utilizando sensores (como el de Shack-Hartmann) o utilizando arreglos interferométricos, en nuestro caso se utilizará el arreglo Mach-Zehnder.

### 2.4.1.-Sensor de frente de onda Shack-Hartmann

Una señal es el resultado de cambio [35], ya sea mecánico, eléctrica, térmico u óptico, en este aspecto, un sensor nos ayuda a obtener información sobre los cambios que ocurren [35]. El sensado se entiende como la adquisición de información por parte del sensor. En este trabajo la luz se convierte en el fenómeno que sufrirá cambios, de los cuales nos interesan las variaciones en el frente de onda. El sensor que popularmente se ha usado se llama Shack-Hartmann [73].

El sensor Shack-Hartman, abreviado SH o HS, fue nombrado así por Johannes Franz Hartmann y Roland Shack [71,73]. Johannes Franz Hartmann desarrollo un dispositivo para probar la calidad de imagen en telescopios en 1900, que consistía en una pantalla opaca con múltiples orificios [73]. Roland Shack mejoró el dispositivo utilizando lentes pequeños en los orificios, con el fin de caracterizar las turbulencias atmosféricas que deformaban el frente de onda, para poder compensar las aberraciones y mejorar la resolución de las imágenes obtenidas por satélites o telescopios, en 1971 [71,73]. El sensor está conformado por un conjunto de microlentes (todos con la misma distancia focal) dispuestos en una matriz y un detector colocado en el plano focal de los microlentes, donde cada microlente es llamado subabertura [71,73,74], como se muestra en la siguiente figura.



Figura 2.33.- Arreglo de microlentes en una matriz en un sensor Shack-Hartmann: a) vista frontal y b) vista lateral.

Cuando un frente de onda plano incide en el sensor, se forman puntos equidistantes, los cuales sirven de referencia para detectar las distorsiones que sufre el mismo frente de onda [73,74], como en la siguiente figura, donde las distancias desplazadas de cada punto, contienen información local de las pendientes del frente de onda distorsionado [71,73,74].



Figura 2.34.- a) Punto de referencia utilizando un frente de onda plano como referencia . b) Desplazamiento del punto focal debido a la aberración del frente de onda.

La reconstrucción del frente de onda se realiza en dos pasos, primero se determinan las posiciones de los centroides y los desplazamientos de las pendientes locales del frente de onda, para así calcular las pendientes. Consecuentemente, se calcula el frente de onda en función de una suma de polinomios con diferentes valores en los coeficientes que le darán peso a cada función [73], como se muestra en la siguiente figura.



Figura 2.35.- a) Aproximación del frente de onda con secciones planas y diferentes pendiente. b) Construcción del frente de onda utilizando polinomios de Zernike.

El método para localizar los puntos de referencia es identificar los pixeles con máxima intensidad en un cuadrante y hacer un promedio para encontrar el centro de cada punto enfocado en el detector [73,74], como se muestra en la Figura 2.36.



Figura 2.36.- Punto enfocado sobre el detector los cuales son a) referencia y b) punto desplazado.

Una vez que se tiene información sobre los desplazamientos, se utilizan métodos de aproximación numérica para encontrar los coeficientes de Zernike que mejor se ajustan, sin embargo el número de coeficientes estará limitado [71].

El reciente desarrollo del sensor de frente de onda, adaptado para realizar mediciones en el ojo humano ha permitido conocer las aberraciones oculares de mayor importancia para su posterior corrección [3,21,75].

## 2.4.2.-Interferómetro Mach-Zehnder

El interferómetro Mach-Zehnder fue introducido por Ludwig Zehnder en 1891, posteriormente refinado por Ludwig Mach al año siguiente [76]. A diferencia del interferómetro de Michelson, la separación del haz en dos brazos, permite una mayor accesibilidad para su implementación en diferentes experimentos debido al espacio de trabajo, tales como visualización de fluidos, sensado de frente de onda, e incluso en aplicaciones electromagnéticas [76].

El interferómetro Mach-Zehnder es uno de los arreglos más populares en la actualidad. En la Figura 2.37 se muestra el esquema del arreglo experimental del interferometro, el cual consta, principalmente, de dos espejos plano paralelos y dos divisores de haz, colocados en las esquinas de un cuadrilátero, colocando la muestra en uno de los caminos ópticos [77].

Se considera que los divisores de haz, no generan diferencias de camino óptico, dado que transmiten y reflejan en la misma proporción el haz de luz incidente, de esta forma, la muestra genera diferencia en la fase, observando variaciones en el patrón de interferencia [76,77].



Figura 2.37.- Esquema del arreglo interferómetro Mach-Zehnder.

# Capítulo 3. Diseño y manufactura

En este capítulo se describirá el proceso de diseño de una lente tipo cristalino y una lente bicónica. Consecuentemente se mostrará el diseño y características de un sistema de montura mecánica para inducir presión radial sobre las lentes.

# 3.1.-Diseño

#### 3.1.1.-Diseño óptico de la lente

Utilizando la ecuación de la sagita, se describió la curva correspondiente a la superficie anterior y posterior, donde se agrega una constante para describir el espesor de la lente en la parte central, obteniendo como resultado la siguiente ecuación:

$$Z = Z_0 + \frac{Cy^2}{1 + \sqrt{1 - (Q+1)C^2y^2}}.$$
(3-1)

Los valores de los parámetros utilizados para la modelación se presentan en la siguiente tabla [4]:

Tubla off. Taramenos adminados para Scherar has supermetes del ensamio.				
Parámetro	Superficie Anterior	Superficie Posterior		
Radio de curvatura ( $R$ )	10.2 mm	-6 mm		
Constante cónica ( $Q$ )	-3.1316	-1		

Tabla 3.1.- Parámetros utilizados para generar las superficies del cristalino

Tomando en cuenta que el espesor de la lente en la parte central es de 4 mm y el diámetro de la lente es de 10 mm [4], se procedió a graficar el perfil de la lente, donde se muestran las dos curvas correspondientes a la superficie anterior y a la superficie posterior. La gráfica se muestra en la Figura 3.1.

En el diseño de una lente biconica, se contempló una superficie cuyos parámetros de curvatura varían en x y y, donde la ecuación de la sagita se ve modificada como en la ecuación que sigue, y en la Tabla 3.2 se muestran los valores utilizados.

$$Z = \frac{C_x x^2 + C_y y^2}{1 + \sqrt{1 - (Q_x + 1)C_x^2 x^2 - (Q_y + 1)C_y^2 y^2}}.$$
 (3-2)

Tabla 3.2 Parámetros de la superficie bicónica.		
Parámetro	Datos	
Radio de curvatura ( $R_x$ )	7.63 mm	
Radio de curvatura ( $R_y$ )	7.40 mm	
Constante cónica ( $Q_x$ )	-0.465	
Constante cónica $(Q_{y})$	-0.481	



Figura 3.1.- Grafica en mm mostrando la superficie posterior y anterior utilizando los valores de los parámetros mostrados en la Tabla 3.1.

Utilizando el perfil de la figura anterior, se propuso el uso de capas planas con diferentes espesores para cada valor en el índice de refracción de tal forma que se obtenga una distribución como en la que se muestra en la siguiente figura, colocando los de menor grado en la superficie y los de mayor grado en el centro.



Figura 3.2.- Distribución del índice de refracción de acuerdo a la razón de concentración

En la Figura 3.3, se muestra el diseño de las lentes con las razones de concentración correspondientes a cada capa y cuyos planos originales de diseño en SolidWorks<sup>®</sup> se encuentran en el anexo B.





Figura 3.3.- Diseño con capas en milímetros (mm) con diferente concentración de: a) lente cristalino; b) lente bicónica.

Dado que en el software no se puede ingresar la ecuación de la bicónica como una función de los ejes YZ, se reparametrizó la ecuación (3-2) para su dibujo en tres dimensiones:

$$X = \frac{C_x t^2 + C_y t^2}{1 + \sqrt{1 - (Q_x + 1)C_x^2 t^2 - (Q_y + 1)C_y^2 t^2}}.$$
 (3-3)

Donde ahora Y = t y Z = t, cuyos límites correspondientes son y = 5.05 y z = 7.07. Posteriormente se aplicó una operación de revolución para generar los sólidos correspondientes.

### 3.1.2.-Diseño de la montura mecánica

Utilizando software de dibujo SolidWorks<sup>®</sup>, se diseñó un sistema mecánico para inducir compresión radial sobre las lentes. En la siguiente figura se muestran las piezas del mecanismo para inducir presión radial, el cual consta de una pieza de sujeción, ocho postes móviles, un disco de ajuste con ranuras que sirven de guía para desplazar los bastones radialmente, y finalmente, una montura base. Los planos de dichas piezas se encuentran en el Anexo C.



Figura 3.4.- Vista isométrica del diseño del sistema de la montura mecánica.

La montura mecánica no contemplo la automatización para controlar el desplazamiento de la montura superior, de tal forma que el usuario cumple la función de activarla de forma manual. En las dimensiones del diseño se tomó en consideración la expansión en volumen del material que utiliza la impresora 3D, tal que se añadió una tolerancia de 1 mm a las dimensiones originales, de tal forma que los postes se ajustaran a la montura base. El disco de ajuste contiene ranuras curvas en las cuales se posicionan los postes, con el fin de tener un mayor ángulo sobre los desplazamientos, ya que una ranura recta dificultaría el movimiento del disco y de los bastones.

El diseño se basó en el sistema utilizado en otra montura [39], el cual tiene dimensiones que dificultan su uso para este trabajo. Observando el mecanismo se observó la necesidad de contar con una pieza que reduzca el número de piezas necesarias para movimiento de los postes, así como una pieza que sujete el disco de ajuste. La principal ventaja radica en sus dimensiones, ya que se consiguió reducir las dimensiones del sistema.

# 3.2.-Manufactura

# 3.2.1.-Moldes

Los moldes que se ocuparon para la fabricación de las lentes, fueron generados en aluminio y fabricados en el laboratorio de manufactura avanzada por parte del personal técnico, en una maquina CNC, sin embargo, se pulieron manualmente las superficies para dar un acabado a espejo óptimo. Los moldes utilizados para la fabricación de las lentes se muestran en la siguiente figura.



Figura 3.5.- Moldes pulidos: a) superficie anterior, b) contra molde con la superficie posterior; c) molde de la lente biconica; d) placa con espesor de 2mm para generar la superficie cilíndrica del diseño.

En el proceso de pulido se utilizó una herramienta mototool marca DREMEL<sup>®</sup> así como diferentes abrasivos utilizados en tiendas comerciales para el pulido de superficies, junto con los accesorios que incluye la herramienta y algodón para controlar el ritmo de desgaste. El tiempo total de pulido fueron dos días.

## 3.2.2.-Manufactura de la lente

Se realizaron cuatro tipos de lentes, dos lentes con los moldes correspondientes al lente cristalino y dos con el molde de la lente bicónica. Los dos tipos de lente por molde que se fabricaron consistieron en una lente con índice de refracción homogéneo y una lente GRIN, donde la lente homogénea se obtuvo utilizando una mezcla de base-catalizador 10:1 de PDMS y la lente GRIN utilizando las diferentes concentraciones descritas en el capítulo 2, en la sección correspondiente al PDMS.

Dado que la lente GRIN se diseñó con capas a diferentes concentraciones, se presentó el problema del control del espesor, donde la solución inmediata consistió en obtener el volumen ocupado por cada capa en el modelo de generado en SolidWorks<sup>®</sup>. Para tener control sobre el volumen de cada concentración se utilizó una jeringa para insulina modelo U-100 (ver Figura 3.6), marca BD<sup>®</sup> con capacidad de 0.3 ml y unidad mínima de 0.005 ml, mostrada en la siguiente figura, donde se eliminó la aguja de la jeringa, ya que no nos permitía introducir o extrudir la mezcla del material.



Figura 3.6.- Jeringa utilizada para el control del volumen de material vertido en el molde.

Otra dificultad presentada fue la medición del volumen, dado que la jeringa utilizada no contaba con la graduación necesaria para controlar el volumen dado por el software, por lo cual se aproximaron los datos a la medida superior más cercana, tal y como se muestra en la siguiente tabla, donde el volumen de la concentración 10:2 no se muestra, debido a que es el sobrante y corresponde a la capa final, lo cual trae como consecuencia la variación del material vertido en el molde y no altera el espesor de la lente.

	Volumen Aproximado [ml]		
Razón de concentración	Superficie Anterior	Superficie Posterior	Bicónica
10:1	0.005	0.005	0.020
10:1.25	0.010	0.015	0.060
10:1.5	0.015	0.025	0.090
10:1.75	0.020	0.035	0.120

Tabla 3.3.- Volumen aproximado para cada razón concentración de acuerdo a la superficie requerida.

La medición de la base y el catalizador se llevó a cabo de acuerdo con el peso de cada componente para lo cual se utilizó una balanza electrónica marca OHARUS<sup>®</sup> modelo AX423/E. Para el proceso de curado a una temperatura de 150°C se utilizó una incubadora marca JEIO TECH<sup>®</sup> modelo OF 12. A pesar de considerar en otra forma de controlar el espesor de las capas, como la utilización de la balanza se presentaba problemas al momento de obtener los pesos correspondientes.

Para las lentes homogéneas, se vertió la mezcla de PDMS libre de burbujas y se colocó en la incubadora durante 13 min. Para las lentes GRIN, se vertió el volumen que se muestra en la Tabla 3.3 por cada concentración , posteriormente se colocó en la incubadora durante 4 min en el molde de la lente cristalino y 6 min para el molde de la lente bicónica, siguiendo el orden de cada capa descrito en la sección de diseño óptico. Antes de verter material con diferente concentración, el calor del molde se disipaba con ayuda de un recipiente con agua, ya que esto provocaba una solidificación precipitada del material y provocaba la aparición de burbujas.

El proceso de producción se realizó eficientemente, de tal forma que se produjeron el siguiente número de lentes en un día: 6 lentes con índice de refracción homogéneo y 5 lentes GRIN. En la Figura 3.7 se muestra la comparación en tamaño de las lentes tomando como referencia una moneda de un peso mexicano.



Figura 3.7.- a) Comparación de las lentes con una moneda, donde el primer par (cristalino, bicónica) son de índice de refracción homogéneo y el segundo son GRIN. b) Vista lateral de las lentes.

### 3.2.3.-Manufactura de la montura mecánica

Una vez obtenidas las piezas del sistema de montura, se guardaron los archivos en formato STL, ya que este formato es el adecuado para exportar archivos de SolidWorks<sup>®</sup> a un software especializado para generar los códigos utilizados en una impresora 3D. El material utilizado en la impresora fue ABS, donde la siguiente figura muestra el sistema de montura fabricado y ensamblado.



Figura 3.8.- Sistema manufacturado utilizando una impresora 3D.

Es importante señalar la existencia de problemas técnicos al momento de ensamblar las piezas, pues debido a la expansión en volumen que sufrió el material, las dimensiones ya no coincidían con el sistema diseñado y se generó rebaba, lo que dificultaba la movilidad de los postes y fue necesario hacer un desgaste en general. Finalmente, el tiempo total utilizado para la obtención del sistema fue de un día, sin embargo, la precisión del sistema no resultó óptima, pues los postes presentaban juego en su movimiento en direcciones no contempladas, esto afectó la distribución homogénea de presiones sobre la lente.

# Capítulo 4. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas en ANSYS<sup>®</sup> versión 19, donde se procesaron los datos de desplazamiento de los nodos en las simulaciones para encontrar los parámetros R y Q, así como la distancia de separación entre cada capa y el error estándar que existe entre cada curva ajustada con los puntos de las simulaciones. Posteriormente, se ingresaron dichos parámetros a OSLO<sup>®</sup> para obtener las diferentes distancias focales. Finalmente, se presentan los resultados de las caracterizaciones de las lentes fabricadas con variación y sin variación en la concentración del PDMS, de tal forma que se puedan observar las diferencias que existen entre las dos variantes.

# 4.1.-Simulación del comportamiento mecánico y óptico geométrico

Dado que los modelos de las formas de las lentes fueron generados en SolidWorks<sup>®</sup>, los archivos se guardaron en formato STEP, dado que este formato es el utilizado para exportar modelos a diferentes plataformas, en este caso a ANSYS<sup>®</sup>. Las propiedades mecánicas fueron ingresadas a la base de datos en ANSYS<sup>®</sup>. Una de las razones por las cuales se utilizó ANSYS<sup>®</sup> para llevar a cabo las simulaciones es debido a que tiene la opción de utilizar elementos de segundo orden o cuadráticos, los cuales, a diferencia de los de primer orden o elementos lineales, simulan mejor materiales como polímeros, ya que los de segundo orden son más flexibles que los de primer orden.

## 4.1.1.-Cristalino homogéneo y GRIN

#### Cristalino con índice de refracción homogéneo

Para el modelo del cristalino con índice de refracción homogéneo, se definieron las propiedades del material de acuerdo a la concentración 10:1. En el mallado en ANSYS<sup>®</sup> se ocupó la herramienta "Patch Conforming Method" sobre los sólidos, donde se definieron elementos de orden cuadrático, con el fin de permitir las deformaciones de un polímero, ocupando el método "Tetrahedrons".

La opción de "Face Sizing" se aplicó en las caras laterales de la lente, con un tamaño de elemento de 3e-4 m y un comportamiento suave. En el control del tamaño de elementos del cuerpo se utilizó "Body Sizing", con un tamaño de elemento de 4.6e-4 m. Los tamaños de elementos se eligieron arbitrariamente con el fin de no superar el número de nodos permitidos por el software con la licencia de estudiante. El mallado final se muestra en la Figura 4.1.-a), donde se obtuvieron de 30432 nodos y 18664 elementos.

Se definieron 8 zonas, donde en cada zona se aplicó presión normal a la superficie, como se muestra en la Figura 4.1.-b). En el centro del modelo se generó una pequeña cavidad que sirvió de soporte, donde el tipo de soporte utilizado fue de desplazamiento, dado que el material es un polímero que se puede comprimir y se desplaza cuando se aplican presiones. Se realizaron ocho simulaciones por cada modelo de cada una de las lentes, variando la presión aplicada desde 0.08 MPa hasta 0.64 MPa.



Figura 4.1.- a) Mallado del modelo. b) Presión sobre la superficie cilíndrica.

Una vez ingresados los valores y condiciones de la simulación, se procedió a ejecutar el programa obteniendo resultados gráficos. Dentro de las soluciones que ofrece ANSYS<sup>®</sup>, existen tres tipos en específico que fueron de interés: "Total Deformation", "Equivalent Elastic Strain" y "Equivalent Stress", las cuales son opciones para evaluaciones generales, como se muestra en la Figura 4.2.



Figura 4.2.- a) Geometría en ANSYS<sup>\*</sup>. Resultados del lente cristalino con índice de refracción homogéneo bajo una presión de 0.64 MPa: b) Total Deformation; c) Equivalent Elastic Strain; d) Equivalent Stress.

"Total Deformation" muestra datos de las deformaciones totales que sufre el modelo en unidades de metros o milímetros dependiendo la necesidad del usuario. "Equivalent Elastic Strain" muestra el cambio entre el estado original y cuando se aplica la presión, mostrando así las intensidades totales de tensión interna en unidades de mm/mm. "Equivalent Stress" muestra las zonas de presión interna que sufre el material en unidades de MPa.

En los resultados de Total Deformation, los valores de desplazamientos en la parte central se muestran nulos, lo cual era esperado, esto sirve como indicador a groso modo de que la simulación se realizó correctamente, debido a que se eligió el centro como un punto fijo y no esperan grandes desplazamientos.

Para obtener los datos numéricos de las coordenadas de los desplazamientos, se utilizó la opción de UVECTORS para mostrar los resultados en función de vectores, obteniendo así información sobre la posición de los nodos y el vector de desplazamiento, el cual contiene la dirección y magnitud de desplazamiento. La opción se encuentra en la sección de solución y consecuentemente en resultados definidos por el usuario. Sin embargo, los puntos de interés se encuentran en la superficie, por lo cual se seleccionaron los nodos superficiales en el eje X o Y de acuerdo a la información requerida.

A partir de los datos obtenidos de las simulaciones, se utilizó un código en Matlab<sup>®</sup> que nos permitió leer de manera semiautomática los datos de los archivos correspondientes a las simulaciones. Dado que los ápices de las curvaturas no se ubicaban en el origen (ver Figura 3.1), dentro del código se generó una rutina que ordenaba los datos de acuerdo a las alturas de los puntos que correspondían a las superficie asféricas, esto con el fin de ubicar el nuevo origen de coordenadas para cada curva, como se muestra en la Figura 4.3.



Figura 4.3.- Grafica de puntos con el cambio del origen de coordenadas en mm.

Dicho código también tiene la función de guardar las distancias entre los ápices de las curvaturas, de esta manera se busca encontrar la variación en el espesor de la lente a diferentes presiones. En la Figura 4.4 se muestra la variación de los diámetros de los bordes de la superficie anterior y posterior con respecto a las pruebas de presión aplicadas.



Figura 4.4.- Desplazamientos en el diámetro de la curva anterior y posterior, dependiendo de la presión aplicada en la lente cristalina con índice de refracción homogéneo.

Conocer los desplazamientos nos permite conocer la variación en el diámetro de apertura con respecto a la presión aplicada, en otro aspecto se puede relacionar los desplazamientos inducidos con la curvatura, de esta forma se puede mejorar el control del mecanismo sobre la deformación de la lente, ya que es más sencillo medir la distancia que las presiones.

Una vez obtenidos los datos ordenados de las diferentes curvas, se aproximaron los valores de R y p por mínimos cuadrados, la deducción para ajustar los puntos a la ecuación de la sagita se encuentra en el anexo D.

En las siguientes figuras se presentan los valores de R y Q para la superficie anterior y posterior respectivamente. El error estándar promedio de los ajustes fue de 0.023.



Figura 4.5.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad de la superficie anterior, con respecto a la presión aplicada.



Figura 4.6.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad de la superficie posterior, con respecto a la presión aplicada.

Utilizando los parámetros obtenidos de las simulaciones y los valores iniciales en el estado relajado de las lentes, se procedió a simular el comportamiento óptico solo en una sección de las lentes debido a las limitaciones del software en OSLO<sup>®</sup>. Los valores reportados, son los puntos focales de acuerdo a las presiones aplicadas. Loz rayos trazados se realizaron bajo una longitud de 656 nm, utilizando un radio de abertura de 3.47 mm y un radio entrada del haz de 3 mm, con un total de 7 rayos trazados en general. En la siguiente figura se muestra el diagrama de la simulación realizada en el software, mostrando el estado relajado y presionado con los valores correspondientes a la lente bajo una compresión de 0.64 MPa. En la Figura 4.8 se muestra la variación de la distancia focal de acuerdo con la presión utilizada.



Figura 4.7.- Simulación en OSLO<sup>®</sup> del cristalino con índice de refracción homogéneo: a) relajado; b) comprimido bajo una presión de 0.64 MPa.



Figura 4.8.- Variación de la distancia focal del cristalino con índice de refracción homogéneo de acuerdo a la compresión.

#### Cristalino GRIN

Para el mallado del cristalino con capas o GRIN, se ocupó "Patch Conforming Method" sobre los sólidos, donde se definieron elementos de orden cuadrático, ocupando el método "Tetrahedrons". En el control del tamaño de elementos del cuerpo se utilizó "Body Sizing", y en esta ocasión solo se controló el tamaño de los elementos del cuerpo donde se utilizó un tamaño de 5.05e-4m, obteniendo un mallado de 31481 nodos y 17817 elementos. Los resultados se muestran en la siguiente figura.



Figura 4.9.- a) Geometría en ANSYS<sup>®</sup>. Resultados del lente cristalino GRIN bajo una presión de 0.64 MPa: b) Total Deformation; c) Equivalent Elastic Strain; d) Equivalent Stress.

Para definir las condiciones de simulación se siguió el mismo procedimiento utilizado en la simulación del cristalino con índice de refracción homogéneo, con la diferencia en las propiedades mecánicas de los materiales para las diferentes capas con diferentes concentraciones, cuyos valores se mencionaron en la sección correspondiente al PDMS.

En la Figura 4.9 se nombran las superficies que conforman las capas intermedias, con el fin de identificar la posición de cada una, dado que se encontraron los valores correspondientes a los parámetros de curvatura de cada capa.



Figura 4.10.- Nombre de cada superficie para su posterior identificación.

En la Figura 4.11 se muestran los desplazamientos en el radio de abertura de la curva correspondiente a la superficie anterior y posterior, dependiendo de la presión aplicada.



Figura 4.11.- Desplazamientos en el diámetro de la curva anterior y posterior, dependiendo de la presión aplicada en la lente cristalina GRIN.

En las Figuras 4.12 a 4.14 se muestran las gráficas de los parámetros de curvatura, reportando los valores para las capas 1-8. Los datos correspondientes a la superficie anterior y posterior se muestran en seguida, donde el promedio de los errores estándar de las aproximaciones realizadas fue de 0.052. Consecutivamente, el diagrama de la simulación en OSLO<sup>®</sup> se muestra en la Figura 4.15 y los valores de las distancias focales a distintas presiones se muestran en la Figura 4.16.

Como se observa, las primeras simulaciones muestran que las capas intermedias tienen poca variación en cuanto al radio de curvatura y constante de conicidad, cosa que cambia con forme se aumenta la presión aplicada. Debido al método de aproximación numérica, los valores obtenidos son elevados con el fin de representar superficies planas, lo cual genera estos resultados.



Figura 4.12.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad de las diferentes capas intermedias.



Figura 4.13.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad dependiendo de la prueba realizada para la superficie anterior.



Figura 4.14.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad para la superficie posterior.



Figura 4.15.- Diagrama de la simulación en OSLO<sup>®</sup> del cristalino GRIN: a) relajado; b) comprimido bajo una presión de 0.64 MPa.



Figura 4.16.- Variación de la distancia focal del cristalino GRIN de acuerdo a la compresión.

## 4.1.2.-Bicónica homogénea y GRIN

#### Bicónica con índice de refracción homogéneo

En el mallado de este modelo se utilizaron las mismas condiciones que las utilizadas en el modelo de cristalino GRIN, en el cual el tamaño de los elementos del cuerpo fue de 6.6e-4m, obteniendo un mallado de 31051 nodos y 19695 elementos, además en los modelos de la lente bicónica, se colocaron los soportes de desplazamiento en la parte central del cilindro. Para definir las condiciones de simulación se sigue el mismo procedimiento que la simulación del cristalino constante. En la Figura 4.17, se muestra el modelo utilizado en ANSYS<sup>®</sup> y los resultados obtenidos cuando se aplica una presión de 0.64 MPa.



Figura 4.17.- a) Geometría en ANSYS<sup>\*</sup>. Resultados de la lente bicónica con índice de refracción homogéneo bajo una presión de 0.64 MPa: b) Total Deformation; c) Equivalent Elastic Strain; d) Equivalent Stress.

En la siguiente figura se muestran la nomenclatura de las superficies sin deformar para su fácil identificación, ya que se hablará de ello posteriormente.



Figura 4.18.- Nomenclatura de las superficies perteneciente a la lente bicónica con índice de refracción homogéneo para su posterior identificación.

En la Figura 4.18 se muestra la variación en los diámetros de la capa *a* y *c* bajo diferentes valores de compresión aplicadas sobre la parte cilíndrica del modelo.



Figura 4.19.- Variación del diámetro de la capa a y c de la lente bicónica con índice de refracción homogéneo.

Una vez obtenidos los datos de los parámetros utilizando el ajuste por mínimos cuadrados, se muestran los valores obtenidos en las siguientes figuras, en el eje X e Y para la capa c.



Figura 4.20.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad en el eje X de la capa c con respecto a la presión utilizada.



Figura 4.21.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad en el eje Y, de la c con respecto a la presión utilizada.

En la siguiente figura se muestran los valores obtenidos para los parámetros de curvatura de la capa a. El promedio de los errores estándar de las aproximaciones fue de 0.072.



Figura 4.22.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad en el eje X e Y, de la superficie biconica homogénea con respecto a la presión utilizada.

En la siguiente figura se muestra el diagrama de la simulación en OSLO<sup>®</sup> y los valores de las distancias focales a distintas presiones se pueden observar en la Figura 4.24.



Figura 4.23.-Diagrama de la simulación en OSLO<sup>®</sup> de la bicónica con índice de refracción homogéneo: a) relajado; b) comprimido bajo una presión de 0.64 MPa.



Figura 4.24.- Variación de la distancia focal de la bicónica con índice de refracción homogéneo de acuerdo a la compresión.

#### **Bicónica GRIN**

En el mallado de este modelo se utilizaron las mismas condiciones que las utilizadas en el modelo de cristalino GRIN, donde el tamaño de los elementos del cuerpo es de 7e-4m, obteniendo un mallado de 30088 nodos y 15230 elementos.

Para definir las condiciones de simulación se sigue el mismo procedimiento de la simulación del cristalino homogéneo, con la diferencia en las propiedades mecánicas de los materiales, para las diferentes capas con diferentes concentraciones, cuyos valores se mencionaron en la sección correspondiente al PDMS. En la siguiente figura, se muestra el modelo utilizado en ANSYS<sup>®</sup> y los resultados obtenidos.



Figura 4.25.- a) Geometría en ANSYS<sup>®</sup>. Resultados de la lente bicónica GRIN bajo una presión de 0.64 MPa: b) Total Deformation; c) Equivalent Elastic Strain; d) Equivalent Stress.

En la Figura 4.26 se muestran los nombres de las superficies sin deformar para su fácil identificación, ya que se hablará de ello posteriormente. Consecutivamente se muestra la variación del diámetro de las capas *a* y *g* en la Figura 4.27, dado que corresponden a la primera y última superficie del modelo de la lente bicónica GRIN.



Figura 4.26.- Nombre de cada superficie correspondiente a la lente bicónica GRIN para su posterior identificación, las unidades son en mm.



Figura 4.27.- Variación del diámetro de la capa a y g de la lente bicónica GRIN.

En las siguientes figuras se muestran los valores de los parámetros de curvatura correspondientes a cada capa, utilizando aproximaciones numéricas, donde el promedio de los errores estándar fue de 0.05.



Figura 4.28.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad en el eje X, de las capas b-g.



Figura 4.29.- Variación de: radio de curvatura y b) constante de conicidad en el eje Y, de las capas b-g.



Figura 4.30.- Variación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad en el eje X e Y, de la superficie a de la lente bicónica GRIN.

En la siguiente figura se muestra el diagrama de la simulación en OSLO<sup>®</sup> y los valores de las distancias focales a distintas presiones, se pueden observar en la Figura 4.32.



Figura 4.31.- Diagrama de la simulación en OSLO<sup>®</sup> de la bicónica GRIN: a) relajado; b) comprimido bajo una presión de 0.64 MPa.



Figura 4.32.- Variación de la distancia focal de la bicónica GRIN de acuerdo a la compresión.

# 4.2.-Caracterización por medio de la óptica física

De los diversos métodos de caracterización óptica que existen, se optó por la obtención del frente de onda para obtener información sobre las aberraciones que influyen principalmente en la calidad visual de las lentes elaboradas y posteriormente, se obtienen los patrones de interferencia utilizando un interferómetro tipo Mach-Zehnder, con el fin de observar la variación en los diámetros de los anillos de Newton, debido a que estos se relacionan con el

índice de refracción del elemento óptico [78], reportando la medición en número de pixeles de acuerdo a la imagen original proporcionada por el software. Para el arreglo del interferómetro se utilizó un láser de 632.8 nm como fuente de iluminación y una cámara CCD del fabricante Imagingsource<sup>®</sup>, modelo DMK21AU04 [79], el cual contiene una resolución de 640x480 pixeles. La dimensión física de cada celda unitaria del sensor que da información de los valores de cada pixel es de 5.6µmx5.6µm [80].

Para la medición del frente de onda se tomaron en cuenta diferentes condiciones de la lente: relajado y aplicando presión sobre ocho, cuatro y dos zonas. Los coeficientes de Zernike fueron obtenidos mediante un sensor comercial de frente de onda tipo Shack-Hartmann de Thorlabs<sup>®</sup> [74], además se utilizó un láser de He-Ne como fuente con una longitud de onda de 632.8 nm. El arreglo experimental se muestra en la siguiente figura.



Figura 4.33.- Arreglo experimental para la caracterización óptica: SH: sensor Shack-Hartmann; SMM: Sistema de Montura Mecanica; SC: Sistema de Colimación: F; Fuente de He-Ne. Los lentes fueron colocados dentro del sistema de montura mecánica, el cual fue utilizado para obtener los coeficientes bajo una condición relajada y bajo compresión en diferentes zonas.

El esquema de representación utilizado por el software del sensor de frente de onda sigue el estándar de la norma ANSI Z28.28-210 [74], mismo esquema descrito en el Anexo A. Se utilizó como referencia la caracterización de una lente fabricada por Thorlabs<sup>®</sup>, utilizando el mismo arreglo experimental con el fin de tener un punto de comparación con una lente de origen comercial. En figuras 4.34 a 4.36, se muestran los valores de los primeros 15 coeficientes de Zernike y la reconstrucción del frente de onda, además se muestran la PSF y MTF correspondientes con escalas normalizadas.



Figura 4.34.- Coeficientes de Zernike obtenidos utilizando el sensor Shack-Hartmann para la lente fabricada por Thorlabs.



Figura 4.35.- Reconstrucción del frente de onda a partir de los coeficientes de Zernike para la lente de referencia fabricada por Thorlabs<sup>®</sup>, donde el frente de onda presenta un radio de curvatura de 28.06 mm y una RMS de 7.215.



Figura 4.36.- Resultados de: a) PSF; b) MTF para la lente fabricada por Thorlabs<sup>®</sup>.

## 4.2.1.-Cristalino homogéneo y GRIN

Siguiente el mismo procedimiento descrito en la sección anterior, en las siguientes figuras se muestran los coeficientes de Zernike obtenidos para las lentes cristalinas con índice de refracción homogéneo y GRIN, comparando la condición de relajación y presión en ocho zonas de la lente, seguido por los frentes de onda reconstruidos a partir de los coeficientes. Para el caso del cristalino GRIN se obtuvieron los coeficientes de Zernike para el caso cuando la lente se encontraba bajo presión en cuatro y dos zonas. Finalmente, se muestran los patrones de interferencia, utilizando el interferómetro tipo Mach-Zehnder, en condición de relajación y presión en ocho zonas.





Figura 4.37.- Coeficientes de Zernike del lente cristalino homogéneo en condición de relajación y presionado en ocho zonas.



Figura 4.38.-Reconstrucción del frente de onda para el lente cristalino homogéneo en condición: a) relajado con un radio de curvatura de 11.661 mm y RMS de 17.166; b) presionado en ocho zonas con un radio de curvatura de 10.319 mm y RMS 16.715.

En la Figura 4.38.a) se observa una variación en la parte superior debido a los coeficientes de tienen un valor considerable como astigmatismo, trefoil y coma, donde un efecto similar se observa en la Figura 4.38.b). El efecto de descentrado se debe principalmente a los coeficientes de inclinación, los cuales suelen no ser tomados en cuenta debido a que puede deberse a la inclinación que presenta el frente de onda utilizado para la medición.



Figura 4.39.- Distribución de los valores normalizados de la PSF para el lente cristalino con índice de refracción homogéneo en condición: a) relajado; b) presionado en ocho zonas.



Figura 4.40.- Resultados de la MTF para el lente cristalino con índice de refracción homogéneo en condición: a) relajado; b) presionado en ocho zonas.



Figura 4.41.- Patrones de interferencia obtenidos del lente cristalino homogéneo en condición: a) relajado con un diámetro de 306 pixeles ; b) presionado en ocho zonas con un diámetro de 319 pixeles.

#### Cristalino GRIN

En las siguientes figuras se muestran los coeficientes de Zernike seguido de los frentes de onda reconstruidos.



Figura 4.42.- Coeficientes de Zernike del lente cristalino GRIN en condición de relajación y presionado en ocho zonas.



Figura 4.43.- Reconstrucción del frente de onda para el lente cristalino GRIN en condición: a) relajado con un radio de curvatura de 12.471 mm y RMS 13.211; b) presionado en ocho zonas con un radio de curvatura de 10.866 mm y RMS 16.001.



Figura 4.44.- Distribución de los valores normalizados de la PSF para el lente cristalino GRIN en condición: a) relajado; b) presionado en ocho zonas.



Figura 4.45.- Resultados de la MTF para el lente cristalino GRIN en condición: a) relajado; b) presionado en ocho zonas.

En la Figura 4.46 se muestran los patrones de interferencia obtenidos utilizando el arreglo experimental mostrado en la Figura 2.37.



Figura 4.46.- Patrones de interferencia obtenidos del lente cristalino GRIN en condición: a) relajado con un diámetro de 280 pixeles; b) presionado en ocho zonas con un diámetro de 329 pixeles.

La Figura 4.47 muestra los resultados de la simulación mecánica cuando se aplica presión en cuatro y dos zonas, mostrando los resultados de desplazamientos internos codificando los valores en escala de colores. De igual forma se muestran los coeficientes de Zernike, los frentes de onda reconstruidos, la PSF y MTF correspondientes y finalmente los patrones de interferencia obtenidos. Las simulaciones se realizaron con el fin de observar el comportamiento mecánico de las lentes cuando se aplica compresión en diferentes zonas cuando se utilizan diferentes valores de presión. De igual forma, se intenta relacionar las aberraciones obtenidas con los desplazamientos observados en las simulaciones.



Figura 4.47.- Resultados de la simulación mecánica del cristalino GRIN mostrando los resultados de "Total Deformation" en mm aplicando presión en: a) cuatro zonas; b) dos zonas, bajo una presión de 0.64 MPa.



Figura 4.48.- Coeficientes de Zernike presionando el lente cristalino GRIN en cuatro y dos zonas.



Figura 4.49.- Reconstrucción del frente de onda para el lente cristalino GRIN presionando en: a) cuatro zonas con un radio de curvatura de 9.472 mm y RMS 16.392.; b) dos zonas con un radio de curvatura de 14.645 mm y RMS 11.146.



Figura 4.50.- Distribución de los valores normalizados de la PSF para el lente cristalino GRIN presionado en: a) cuatro zonas; b) dos zonas.



Figura 4.51.- Resultados de la MTF para el lente cristalino GRIN presionado en: a) cuatro zonas; b) dos zonas.



Figura 4.52.- Patrones de interferencia obtenidos del lente cristalino GRIN presionado en: a) cuatro zonas con un diámetro de 354 pixeles; b) dos zonas con un diámetro de 322 pixeles.

## 4.2.2.-Bicónica homogénea y GRIN

Siguiendo el mismo procedimiento experimental, se obtuvieron los coeficientes de Zernike para la lente bicónica con índice de refracción homogéneo y GRIN en condición de relajación y presionado sobre distintas zonas, de igual forma se calculó la PSF y MTF correspondientes a partir de los coeficientes obtenidos, junto con los patrones de interferencia obtenidos.

#### Bicónica con índice de refracción homogéneo



Figura 4.53.- Coeficientes de Zernike de la lente bicónica con índice de refracción homogéneo en condición de relajación y presionado en ocho zonas.



Figura 4.54.- Reconstrucción del frente de onda de la lente bicónica con índice de refacción homogéneo en condición: a) relajado con un radio de curvatura de 15.962 mm y RMS 11.993; b) presionado en ocho zonas con un radio de curvatura de 16.696 mm y RMS 10.789.



Figura 4.55.- Distribución de los valores normalizados de la PSF para la lente bicónica con índice de refracción homogéneo en condición: a) relajado; b) presionado en ocho zonas.



Figura 4.56.- Resultados de la MTF para la lente bicónica GRIN en condición: a) relajado; b) presionado en ocho zonas.



Figura 4.57.- Patrones de interferencia obtenidos de la lente biconica con índice refracción homogéneo en condición: a) relajado con un diámetro de 307 pixeles; b) presionado en ocho zonas con un diámetro de 319 pixeles.
#### **Biconica GRIN**



Figura 4.58.- Coeficientes de Zernike de la lente bicónica GRIN en condición de relajación y presionado en ocho zonas.



Figura 4.59.- Reconstrucción del frente de onda de la lente bicónica GRIN en condición: a) relajado con un radio de curvatura de 14.088 mm y RMS 13.899; b) presionado en ocho zonas con un radio de curvatura de 15.89 mm y RMS 10.96.



Figura 4.60.- Distribución de los valores normalizados de la PSF para la lente bicónica GRIN en condición: a) relajado; b) presionado en ocho zonas.



Figura 4.61.- Resultados de la MTF para la lente bicónica GRIN en condición: a) relajado; b) presionado en ocho zonas.



Figura 4.62.- Patrones de interferencia obtenidos de la lente bicónica GRIN en condición: a) relajado con un diámetro de 329 pixeles; b) presionado en ocho zonas con un diámetro de 336 pixeles.

Las presiones aplicadas se realizaron de manera similar a la simulación, tal y como se muestra en la siguiente figura.



Figura 4.63.- Resultados de la simulación mecánica de la lente bicónica GRIN mostrando los resultados de "Total Deformation" en mm aplicando presión en: a) cuatro zonas; b) dos zonas, bajo una presión de 0.64 MPa.



Figura 4.64.- Coeficientes de Zernike presionando la lente bicónica GRIN en cuatro y dos zonas.



Figura 4.65.- Reconstrucción del frente de onda de la lente bicónica GRIN presionado en: a) cuatro zonas con un radio de curvatura de 20.633 mm y RMS 9.452; b) dos zonas con un radio de curvatura de 17.291 mm y RMS 11.760.



Figura 4.66.- Distribución de los valores normalizados de la PSF para la lente bicónica GRIN presionado en: a) cuatro zonas; b) dos zonas.



Figura 4.67.- Resultados de la MTF para la lente bicónica GRIN presionado en: a) cuatro zonas; b) dos zonas.



Figura 4.68.- Patrones de interferencia obtenidos de la lente bicónica GRIN presionado en: a) cuatro zonas con un diámetro de 323 pixeles; b) dos zonas con un diámetro de 319 pixeles.

# Capítulo 5. Discusión y conclusiones

En este capítulo, se discuten los resultados obtenidos haciendo la comparación entre las diferentes lentes, haciendo énfasis en las características principales de mayor interés, tanto de las simulaciones como de los resultados de la caracterización.

## 5.1.- Comparación entre el Cristalino homogéneo y GRIN

#### 5.1.1.-Simulación del comportamiento mecánico y óptico

En las siguientes figuras se muestra la comparación de los resultados obtenidos entre el cristalino con índice de refracción homogéneo y GRIN. Como se puede observar, el valor máximo de desplazamiento ocurre en el lente con índice de refracción homogéneo mientras, las distribuciones de valores en el lente GRIN es similar a su análogo, lo cual era esperado debido a la geométrica.



Figura 5.1.- Comparación de los resultados gráficos de las distribuciones de "Total Deformation" en el cristalino: a) con índice de refracción homogéneo; b) GRIN en mm.

En la Figura 5.2 se observa que la distribución de tensiones internas muestra una mayor uniformidad para el caso de la lente GRIN, observando valores promedio en áreas cercanas a la superficie posterior. Para el caso de los resultados que muestran las presiones internas en la Figura 5.3, los valores promedio se suelen agrupar en la capa central de la lente, la cual corresponde a una concentración de 10:2 en la razón de concentración del PDMS, cuyas propiedades mecánicas muestran valores correspondientes a un material con menor capacidad de deformación, razón a la cual se debe el resultado.



Figura 5.2.- Comparación de los resultados gráficos de las distribuciones de "Equivalent Elastic Strain" del cristalino: a) con índice de refracción homogéneo; b) GRIN en mm/mm.



Figura 5.3.- Comparación de los resultados gráficos de las distribuciones de "Equivalent Stress" del cristalino: a) con índice de refracción homogéneo; b) GRIN en MPa.

De la Figura 5.3 se observa que derivado del diseño de la lente por capas a diferentes concentraciones, aumentan los valores máximos de las presiones internas, concentrando la presión sobre la capa intermedia, lo cual se observa claramente en la figura. Sin embargo, la distribución de tensiones internas mejora en el cristalino GRIN, disminuyendo así los valores máximos de tensiones, pues estos no se concentran en zonas específicas de las zonas laterales como en el cristalino homogéneo, lo cual se atribuye a las propiedades mecánicas de dicha concentración, las cuales lo hacen más suave y, por ende, susceptible a mayores deformaciones.

En la Figura 5.4 se observa la variación en el diámetro de los bordes de las superficies entre la lente homogénea y GRIN, así como los espesores presentados en la Figura 5.5, donde se observa que la lente GRIN presenta un menor rango de variación. Aunque las variaciones de los diámetros de los bordes de ambas superficies deberían de ser iguales, debido a la naturaleza de la superficie y de la simulación, la presión tiende a ejercer mayor presión sobre la parte posterior de la lente, lo cual provoca una mayor deformación en la superficie y debido a la rigidez de la lente GRIN, esta presenta un menor rango de deformación. Utilizando los datos de simulación se puede asignar valores de desplazamientos en los experimentos para asociarlos con valores de presiones utilizadas en las simulaciones.

De igual forma se comparan los radios de curvatura y constantes de conicidad, tanto para las superficies anteriores como para las superiores en las figuras siguientes a las ya mencionadas.



Figura 5.4.- Comparación entre los diámetros, de la superficie anterior y posterior, entre la lente homogénea y GRIN.



Figura 5.5.- Comparación en el espesor entre el cristalino con índice de refracción homogéneo y GRIN, de acuerdo a la presión aplicada.



Figura 5.6.- Comparación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad, para la superficie anterior de la lente homogénea y GRIN.



Figura 5.7.- Comparación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad, para la superficie posterior de la lente homogénea y GRIN.

Como se observa en las figuras anteriores, la lente GRIN proporciona una mejor distribución de las deformaciones en el radio de curvatura, lo cual es consistente con las tensiones internas del mismo modelo, pues en la Figura 5.2.b) se observa una mayor uniformidad de valores en la zona correspondiente a la superficie anterior, de igual forma con el comportamiento de la constante conicidad, por lo cual la variación de las propiedades mecánicas tiene un efecto importante en la deformación de la lente. En la Figura 5.8 y Figura 5.9 se muestran la sección de deformaciones notables obtenidas de las simulaciones en la superficie anterior y posterior.



Figura 5.8.- Graficas de las deformaciones en el borde de la superficie anterior de la lente: a) homogénea; b) GRIN.



Figura 5.9.- Graficas de las deformaciones en la superficie posterior de la lente: a) homogénea; b) GRIN.

Aunque la lente GRIN proporciona un mejor desempeño en cuanto a las distribuciones de presiones, tensiones, deformaciones internas sobre la lente, así como una variación lineal en los parámetros de curvatura, esta ventaja se opacada en cuanto a los valores máximos alcanzados en el radio de curvatura y la constante de conicidad, pues la lente homogénea presenta un rango mayor en el radio de curvatura bajo las mismas condiciones, por lo cual, es necesario aplicar una mayor presión sobre la lente GRIN para obtener valores similares.

En la siguiente figura se observa la variación de la distancia focal y la potencia de la lente de acuerdo a las simulaciones, donde el rango de la potencia se encuentra para las lentes sonde 7.04 P para la homogénea y 6.12 P para la GRIN.



Figura 5.10.- Comparación de las distancias focales y potencia del lente cristalino con índice de refracción homogéneo y **GRIN** bajo diferentes presiones en la simulación mecánica.

#### 5.1.2.-Caracterización por medio de la óptica física

En la siguiente figura, se muestra la comparación de los valores de los coeficientes de Zernike obtenidos de ambas lentes cristalinas bajo las mismas condiciones, mostrando los coeficientes de mayor relevancia. Se puede observar que en el caso de la lente GRIN el coeficiente asociado a desenfoque disminuye mientras que otras aberraciones tiendes a desvanecerse. En la Figura 5.12 se observa la evolución de los coeficientes de bajo orden cuando la lente GRIN se encuentra bajo presión en zonas específicas, donde se observa el incremento de los coeficientes asociados a astigmatismo e incrementando el desenfoque cuando se aplica presión en cuatro zonas, mientras que estos mismos coeficientes disminuyen, pero no desaparecen cuando se aplica presión en dos zonas, donde al mismo tiempo los coeficientes asociados a coma y trefoil incrementan su valor.



Figura 5.11.- Comparación de los coeficientes de Zernike entre el cristalino con índice de refracción homogéneo y GRIN obtenidos en condición de relajación y bajo presión máxima.



Figura 5.12.- Comparación de los coeficientes de Zernike obtenidos bajo diferentes zonas de compresión máxima.

En la siguiente tabla se observa la variación entre los radios de curvatura del frente de onda (RoC [74]) con unidades en mm y el RMS del cristalino. En la tabla se puede observar que el radio de curvatura aumenta cuando la lente tiene la característica GRIN, ya sea en estado relajado o presionado en ocho zonas, sin embargo, se observa que los valores de la RMS disminuyen, lo que nos indica que mejora la agudeza visual, de esta manera el valor más bajo se obtuvo con el lente cristalino GRIN bajo presión en dos zonas.

Tapla offer Comparation de los radios de carvadada (1600) en mini y 1610 del fende ensammer						
	Homogéneo			GRIN		
	<b>R</b> elajado	8 zonas	Relajado	8 zonas	4 zonas	2 zonas
RoC	11.661	10.319	12.471	10.866	9.472	14.645
RMS	17.166	16.715	13.211	16.001	16.392	11.146

Tabla 5.1.- Comparación de los radios de curvatura (RoC) en mm y RMS del lente cristalino.

De acuerdo a los resultados de la PSF y MTF que se obtuvieron a partir de los coeficientes de Zernike, se observan diferencias significativas entre la lente con índice de refracción homogéneo y GRIN, las cuales se asocian a la distribución del índice de refracción. Los resultados de las PSF muestran un esparcimiento circular para las lentes GRIN. Consecuentemente, en los resultados de las MTF se observa que las altas frecuencias se ven atenuadas abruptamente, a comparación de los resultados de la MTF para la lente de Thorlabs<sup>®</sup>.

Para el caso de la lente GRIN presionada en dos zonas, muestra una respuesta favorable donde la RMS es la de menor valor de las pruebas realizadas, así como una PSF donde la distribución de intensidades tiende a concentrarse en la parte central, de igual forma el resultado de la MTF permite un espectro de frecuencias semejante a la lente de referencia fabricada por Thorlabs<sup>®</sup>, don esta comparación se realiza debido a que es una lente comercial.

En la siguiente tabla se muestra la variación en los diámetros de los anillos de Newton obtenidos de los lentes cristalinos bajo diferentes condiciones de presión, donde se observa una clara diferencia entre el lente con índice de refracción homogéneo y GRIN. En el caso de la lente GRIN, el diámetro de los anillos disminuye considerablemente, el cual es un indicador de la variación del índice de refracción debido a su relación con el radio del anillo de Newton [78]. Para el caso del lente GRIN, el diámetro aumenta cuando se disminuye el número de zonas en las que se aplica la presión para lograr la compresión, esto puede ser debido al engrosamiento de la lente en la parte central, esta idea surge de comparar los valores máximos de los resultados de desplazamientos internos, donde el valor máximo de la simulación mecánica cuando se aplica presión sobre dos zonas supera al valor máximo del resultado de la simulación cuando se aplica presión en ocho zonas.

Tabla 5.2.- Diámetros en número de pixeles de los anillos de Newton para el lente cristalino con índice de refracción homogéneo y GRIN.

	Relajado	8 zonas	4 zonas	2 zonas
Homogéneo	306	319		
GRIN	280	329	322	354

### 5.2.-Comparación de simulación entre la bicónica homogénea y GRIN

#### 5.2.1.-Simulación del comportamiento mecánico y óptico

En el caso de la lente bicónica, la siguiente figura muestra notables diferencias en la distribución de los valores de desplazamiento interno, pues se presenta una mayor uniformidad en la lente bicónica GRIN, aunque el valor máximo de desplazamiento es inferior en comparación de su análogo con índice de refracción homogéneo.



Figura 5.13.- Resultados gráficos de las distribuciones de "Total Deformation" en la lente bicónica: a) con índice de refracción homogéneo; b) GRIN en mm.

En la siguiente figura, no se observan cambios notables en la distribución de valores, sin embargo, en ambos casos las tensiones se concentran principalmente en la parte cilíndrica de la lente, donde un comportamiento similar ocurre cuando se observan los resultados gráficos de las presiones internas en la Figura 5.15,



Figura 5.14.- Comparación de los resultados gráficos de las distribuciones de "Equivalent Elastic Strain" en la lente bicónica: a) con índice de refracción homogéneo; b) GRIN en mm/mm.



Figura 5.15.- Comparación de los resultados gráficos de las distribuciones de "Equivalent Stress" de la lente bicónica: a) con índice de refracción homogéneo; b) GRIN en MPa.

En las siguientes figuras se observa que el rango de variación en el diámetro, espesor, parámetros de curvatura y distancia focal disminuyen cuando la lente es manufacturada con la característica del efecto GRIN, situación similar a los resultados comparados del lente cristalino GRIN. En general se puede adjudicar dicho comportamiento a las propiedades mecánicas de las capas, como se mencionó anteriormente.



Figura 5.16.- Comparación de los radios de abertura, de la primera y última capa de la lente bicónica homogénea y GRIN.



Figura 5.17.- Comparación en el espesor de la lente bicónica, de acuerdo a la prueba realizada.



Figura 5.18.- Comparación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad en el eje X, para la capa a en la lente bicónica homogénea y GRIN.



Figura 5.19.- Comparación de: a) radio de curvatura y b) constante de conicidad en el eje Y, para la capa a en la lente bicónica con índice de refracción homogéneo y GRIN.

En la siguiente figura se muestra las deformaciones en la superficie bicónica en el eje X, cuyos datos se obtuvieron de las simulaciones.



Figura 5.20.- Graficas de las deformaciones en la superficie biconica sobre el eje X de la lente.

En la siguiente figura se muestran las variaciones de la distancia focal y la potencia de las lentes, donde la lente homogénea tiene un rango máximo de 15.73 P y la lente GRIN rango máximo de 5.80 P.



Figura 5.21.- Comparación de las distancias focales y potencia de la lente bicónica con índice de refracción homogéneo y GRIN bajo diferentes presiones aplicadas en la compresión de las simulaciones mecánicas.

#### 5.2.2.-Caracterización por medio de la óptica física

En la siguiente figura, se muestra la comparación de los coeficientes de Zernike de la lente bicónica con índice de refracción homogéneo y GRIN, donde se observa un incremento en el valor del coeficiente asociado a desenfoque para el caso de la lente GRIN, al mismo tiempo que aparecen signos de aumentar el valor de coeficientes que no se observan en la lente homogénea, esto puede deberse a errores de muestreo al momento de la caracterización, debido a los valores observados en comparación con el valor del coeficiente de desenfoque.



Figura 5.22.-Comparación de los coeficientes de Zernike entre la lente bicónica con índice de refracción homogéneo y GRIN obtenidos en condición de relajación y bajo presión.

En la Figura 5.23 se observa la evolución de los coeficientes asociados a la lente bicónica GRIN bajo diferentes zonas de presión, donde la gráfica muestra que el valor asociado a desenfoque disminuye con respecto al número de zonas de presión. Cuando se aplica presión en dos zonas, el valor de los coeficientes asociados a astigmatismo, trefoil y coma aumentan, lo cual era esperado debido al resultado de desplazamientos totales de la simulación mecánica.



Figura 5.23.- Comparación de los coeficientes de Zernike obtenidos bajo diferentes zonas de compresión.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos del radio de curvatura del frente de onda y RMS para la lente bicónica con índice de refracción homogéneo y GRIN, donde se observa que el radio de curvatura disminuye para la condición relajada y presión en ocho zonas en la lente GRIN en comparación de la lente con índice de refracción homogéneo, caso contrario cuando se comparan las RMS. El caso donde se observa un mayor valor en el radio de curvatura y resultado favorable de la RMS es cuando se aplica presión en cuatro zonas en la lente GRIN.

Tabla 5.5. Comparation de los fadios de curvatura (ROC) en min y RW5 de la fente biconica.						
	Homogéneo			GRIN		
	Relajado	8 zonas	Relajado	8 zonas	4 zonas	2 zonas
RoC	15.962	16.696	14.088	15.890	20.633	17.291
RMS	11.993	10.789	13.899	10.960	9.452	11.760

Tabla 5.3.- Comparación de los radios de curvatura (RoC) en mm y RMS de la lente bicónica

Comparando los resultados de las PSF, se observa un cambio significativo en la distribución de valores en el caso donde se presiona la lente GRIN en dos zonas, donde el resultado perteneciente a la MTF el resultado muestra un mayor rango de frecuencias que pueden pasar por el sistema. Al igual que con el lente cristalino, la lente bicónica presenta variación en los diámetros de sus anillos, mostrando otra prueba de la existencia de la variación en el índice de refracción.

Tabla 5.4.- Diámetros en número de pixeles de los anillos de Newton para la lente bicónica con índice de refracción homogéneo y GRIN.

	Relajado	8 zonas	4 zonas	2 zonas
Homogéneo	307	319		
GRIN	329	336	319	323

### 5.3.-Conclusiones

En este trabajo se presenta un método eficiente para obtener lentes GRIN sintonizables de bajo costo. Las propiedades mecánicas y ópticas fueron usadas para diseñar lentes GRIN sintonizables con perfil asférico, específicamente se manufacturaron lentes con perfil del lente cristalino y con un perfil bicónico. Los diseños de los lentes fueron usados para simular el desempeño mecánico de las lentes con índice de refracción homogéneo y GRIN para así poder compararlos y extraer información acerca de las deformaciones que sufren para calcular los parámetros de curvatura con el objetivo de simular el desempeño óptico de las lentes.

El desempeño mecánico de las lentes GRIN muestran una mejor respuesta cuando nos referimos a la distribución de presiones internas, sin embargo, esta ventaja desaparee cuando nos enfocamos en la deformación expresado en términos del radio de curvatura y constante cónica con respecto al lente cristalino, dado que la lente con índice de refracción homogéneo tiene un mayor rango de deformación bajo las mismas condiciones de simulación. En el caso de la lente bicónica se aprecia mayor diferencia cuando observamos los resultados gráficos de las deformaciones internas, pues en el caso de la lente GRIN los valores de los desplazamientos internos se encuentran con una mejor respuesta a comparación del lente con índice de refracción homogéneo.

En general, los resultados de las simulaciones mecánicas y ópticas de las lentes GRIN muestran un menor rango de variación en los parámetros de curvatura y distancia focal a comparación de las lentes con índice de refracción homogéneo, probablemente debido a las propiedades mecánicas que presenta.

En el proceso de fabricación de las lentes, se presentaron dos inconvenientes: primero es la aparición de burbujas en el material cuando se ha mezclado, antes de verter en el molde, el cual se solucionó dejando reposar durante 20-30 minutos el recipiente que contiene la mezcla; el segundo problema fue la aparición de burbujas dentro de la lente una vez solidificada, esto se debe a diferentes factores como la humedad en el molde, la existencia de burbujas antes de iniciar el proceso de polimerización e incluso la temperatura que posee el molde antes de verter, pues en cantidades pequeñas del PDMS esté tiende a solidificarse antes del tiempo establecido, generando la aparición de burbujas.

El problema se resolvió enfriando los moldes con agua, cuidando que las superficies pulidas se conservaran secas y una vez vertido el material, esperar que las burbujas presentes suban a la superficie y eliminarlas con ayuda de una herramienta con una punta fina, de esta forma se reventaban las burbujas para así proceder con el proceso de polimerización y elevar la tasa de éxito.

En la caracterización óptica, las aberraciones del frente de onda muestran valores altos de desenfoque para las lentes en general. En el caso de la lente bicónica, el coeficiente de desenfoque aumenta cuando tiene la característica GRIN, mientras que para el lente cristalino con la misma característica este coeficiente disminuye y otros coeficientes de aberraciones tienden a desvanecerse, sin embargo, al momento de hacer la comparación de los coeficientes

de Zernike bajo diferentes zonas de presión, el desenfoque aumenta para el cristalino GRIN y disminuye para la lente bicónica.

Las gráficas de la PSF para las lentes con índice de refracción homogéneo y GRIN muestran cambios significativos en la modificación de las distribuciones de intensidad, lo cual es un indicador de la variación del índice de refracción. Por otro lado, una montura mecánica fue desarrollada para sostener las lentes e inducir compresión radial sobre ocho, cuatro y dos zonas, condiciones que fueron utilizadas para analizar el frente de onda y obtener los patrones de interferencia correspondientes. El sistema fue manufacturado utilizando una impresora 3D para reducir tiempo y costos de fabricación.

Es importante hacer enfatizar que no se utilizó equipo sofisticado para manufacturar las lentes, por lo tanto, el incremento en algunos coeficientes de alto orden puede deberse sea los procedimientos de pulido que fueron utilizados para dar el acabo final a los moldes.

Esta tesis forma parte de una serie de trabajos que se han publicado en revistas internacionales, donde parte de los resultados obtenidos se presentaron en el evento realizado por parte de SPIE en el congreso "Optical Engineering + Applications", realizado en 2018, San Diego, California, cuyo nombre del trabajo es: "Tunable GRIN PDMS-made lenses with aspheric profile". El nombre de los trabajos realizados en el área llevan los títulos: "Manufactura and analysis of a refractive surface with variable asphericity to model the human cornea" y "Optical performance of a PDMS tunable lens with automatically controlled applied stress".

## Anexos

# Anexo A.- Lista de los 15 primeros términos de los polinomios de Zernike

En la Tabla A. 1 se enlistan los primeros 15 términos de los polinomios de Zernike con sus respectivas representaciones y nombres [21,69,81].



 

 Tabla A. 1.- Lista de los primeros 15 términos de los polinomios y el nombre con el cual se hace referencia en la literatura.

	$Z_2^0 = \sqrt{3} \left( 2\rho^2 - 1 \right)$	$\bigcirc$	Desenfoque (Def).
	$Z_2^2 = \sqrt{6}\rho^2 \cos(2\theta)$		Astigmatismo con eje ± 90° (Ast0).
	$Z_3^{-3} = \sqrt{8}\rho^3 \operatorname{Sin}(3\theta)$		Trefoil vertical (TreY).
	$Z_3^{-1} = \sqrt{8} \left( 3\rho^3 - 2\rho \right) \operatorname{Sin}(\theta)$		Coma de 3.ª orden en el eje x (ComX).
Alto Orden	$Z_3^1 = \sqrt{8} \left( 3\rho^3 - 2\rho \right) \operatorname{Cos}(\theta)$		Coma de 3.ª orden en el eje y (ComY).
	$Z_3^3 = \sqrt{8}\rho^3 \cos(3\theta)$		Trefoil horizontal (TreX)
	$Z_4^{-4} = \sqrt{10}\rho^4 \operatorname{Sin}(4\theta)$		Tetrafoil vertical (TetY).

$Z_4^{-2} = \sqrt{10} \left( 4\rho^4 - 3\rho^2 \right) \mathbf{S}$	in(2 <i>θ</i> )	Astigm secund con eje (SAstY	atismo ario $\pm 45^{\circ}$ ).
$Z_4^0 = \sqrt{5} \left( 6\rho^4 - 6\rho^2 + 1 \right)$		Aberra esférica orden (	ción . de 3.ª SAb3)
$Z_4^2 = \sqrt{10} (4\rho^4 - 3\rho^2) C d$	$os(2\theta)$	Astigm secund con eje (SAstX	atismo ario ± 90° ).
$Z_4^4 = \sqrt{10}\rho^4 \operatorname{Cos}(4\theta)$		Tetrafo horizon (TetX).	il Ital





Anexo B.1.- Lente Cristalina con capas



Anexo B.2.- Lente Biconica con capas

Anexo C.- Planos del diseño de la montura mecánica





Anexo C.2.- Poste móvil



Anexo C.3.- Disco de ajuste



Anexo C.4.- Pieza de sujeción

# Anexo D.- Deducción del ajuste de puntos para la ecuación de la sagita utilizando mínimos cuadrados

Utilizando métodos de aproximación numérica se ajustaron los datos ordenados a la ecuación de la sagita. De acuerdo a la teoría, uno de los métodos comúnmente utilizado es la técnica de mínimos cuadrados, en el cual se suele utiliza algebra lineal [82]. Considerando una serie de n pares de puntos:

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_i, y_i).$$
 (D-1)

Se puede proponer una función polinomial con coeficientes asociados de la forma:

$$y = c_n x^n + \dots + c_1 x^1 + c_0.$$
 (D-2)

Para obtener el valor de los coeficientes  $c_n$  se resuelve el siguiente sistema :

$$C = \left(X^T X\right)^{-1} X^T Y.$$
 (D-3)

Donde:

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_j \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1^n & \cdots & x_1^1 & 1 \\ x_2^n & \cdots & x_2^1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_j^n & \cdots & x_j^1 & 1 \end{pmatrix}, \quad y \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_j \end{pmatrix}.$$
 (D-4)

Aplicando el método a la ecuación de la sagita:

$$y^2 = 2Rz - pz^2$$
, (D-5)

para encontrar los parámetros de curvatura se tiene que:

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} z_1^2 & z_1 \\ \vdots & \vdots \\ z_j^2 & z_j \end{pmatrix} \quad y \quad Y = \begin{pmatrix} y_1^2 \\ y_2^2 \\ \vdots \\ y_j^2 \end{pmatrix}.$$
(D-6)

Donde:

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p \\ 2R \end{pmatrix}.$$
 (D-7)

El error estándar se calculó utilizando la siguiente ecuación:

$$Se = \sqrt{\frac{\sum \left(y(z_j) - y_j\right)^2}{n-3}}.$$
 (D-8)

Donde  $y_j$  es el punto medido y  $y(z_j)$  es la información obtenida para el mismo punto utilizando la ecuación que lo describe, donde valores pequeños de *Se* muestran una buena aproximación, caso contrario de obtener valores elevados.

## Referencias

- [1] Sun, Haiyin. Lens Design: A Practical Guide. Boca Raton : CRC Press, 2017.
- [2] Velzel, Chris. A Course in Lens Design. Dordrecht : Springer, 2014.
- [3] Roorda, Austin. Human Visual System-Image Formation. Encyclopedia of Imaging Science and Technology. s.l. : John Wiley & Sons, Inc., 2002, págs. 539-557.
- [4] Agustin Santiago-Alvarado, Angel S. Cruz-Félix, F. Iturbide-Jiménez, M. Martínez-López, M. Ramírez-Como, V. Armengol-Cruz, I. Vásquez-Báez. "Design and analysis of an adaptive lens that mimics the performance of the crystalline lens in the human eye". 919207, 2014, Current Developments in, Vol. 9192, págs. 1-9.
- [5] Angel S. Cruz-Feliz, Agustin Santiago-Alvarado, Fernando Iturbide-Jiménez, Emilio R. Reyes-Pérez, Estela López-Olazagasti, Eduardo Tepichín-Rodríguez. "Manufacture and analysis of a refractive surface with variable asphericity to model the human cornea". 95780D, 2015, Current Developments In Lens Design and Optical Engineering XVI, Vol. 9578, págs. 1-6.
- [6] Artal, Pablo. "Optics of the eye and its impact in vision: a tutorial". 3, 2014, Advances in Optics and Photonics, Vol. 6, págs. 340–367.
- [7] Herbert Gross, Fritz Blechinger, Bertram Achtner. Human Eye. Handbook of Optical Systems: Vol. 4 Survey of Optical Instruments. Weinheim : WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2008, págs. 1-87.
- [8] Marcos, Susana. "Calidad Óptica del ojo". 2005, Investigación y Ciencia.
- [9] C. Gomez-Reino, M. V. Perez, C. Bao. Light Propagation in GRIN Media. Heidelberg : Springer, 2002. págs. 1-9.
- [10] Federico Carpi, Gabriele Frediani, Simona Turco, Danilo De Rossi.
   "Bioinspired Tunable Lens with Muscle-Like Electroactive Elastomers". 2011, Advanced Functional Materials, Vol. 21, págs. 4152–4158.
- Peter Liebetraut, Sebastian Petsch, Jens Liebeskind, Hans Zappe. "Elastomeric lenses with tunable astigmatism". e98, 2013, Light: Science & Applications, Vol. 2, págs. 1-6.
- [12] Jorge L. Alio, Joseph Pikkel. Multifocal Intraocular Lenses: The Art and the Practice. Suiza : Springer, 2014.
- [13] Kezhen Yin, Chuan-Yar Lai, Jia Wang, Shanzuo Ji, James Aldridge, Jingxing Feng, Andrew Olah, Eric Baer, y Michael Ponting. "Bioinspired adaptive gradient refractive index distribution lens". 2, 2018, Optical Engineering, Vol. 57, págs. 1-7.
- [14] Shanzuo Ji, Michael Ponting, Richard S. Lepkowicz, Armand Rosenberg, Richard Flynn, Guy Beadie, Eric Baer. "A bio-inspired polymeric gradient refractive

index (GRIN) human eye lens". 24, 2012, OPTICS EXPRESS, Vol. 20, págs. 26746-26754.

- [15] Su Xu, Hongwen Ren, Yeong-Jyh Lin, M. G. Jim Moharam, Shin-Tson Wu, Nelson Tabiryan. "Adaptive liquid lens actuated by photo-polymer". 20, 2009, OPTICS EXPRESS, Vol. 17, págs. 17590-17595.
- [16] Yiin-Kuen Fuh, Kuo-Chan Hsu, Ming-Xin Lin, Jia-Ren Fan. "Characterization of adjustable fluidic lenses and capability for aberration correction of defocus and astigmatism". 2013, Optik, Vol. 124, págs. 706–709.
- [17] Freddie Santiago, Brett E. Bagwell, Victor Pinon III, Sanjay Krishna. "Adaptive polymer lens for rapid zoom shortwave infrared imaging applications". 12, 2014, Optical Engineering, Vol. 53, págs. 125101-1,4.
- [18] W. M. Lee, A. Upadhya, P. J. Reece, Tri Giang Phan. "Fabricating low cost and high performance elastomer lenses using hanging droplets". 5, 2014, BIOMEDICAL OPTICS EXPRESS, Vol. 5, págs. 1626-1635.
- [19] Jong-Moon Choi, Hyung-Min Son, y Yun-Jung Lee. "Biomimetic variable-focus lens system controlled by winding-type SMA actuator". 10, 2009, OPTICS EXPRESS, Vol. 17, págs. 8152-8164.
- [20] Ehsan Vaghefi, Duane T.K. Malcolm, Marc D. Jacobs, Paul J. Donaldson.
   "Development of a 3D finite element model of lens microcirculation". 69, 2012, BioMedical Engineering OnLine, Vol. 11, págs. 1-26.
- [21] Tomás-Juan, Javier. "Aberrometría ocular: aplicaciones clínicas y limitaciones de los sensores de frente de onda". 1, 2014, Ciencia y Tecnología para la Salud Visual y Ocular, Vol. 12, pág. 93.105.
- [22] Elena Lanchares, Rafael Navarro, Begoña Calvo. "Hyperelastic modelling of the crystalline lens: Accommodation and presbyopia". 2012, Journal of Optometry, Vol. 5, págs. 110-120.
- [23] Rafael Navarro, Fernando Palos, Luís M. González. "Adaptive model of the gradient index of the human lens. II. Optics of the accommodating aging lens". 9, 2007, Optical Society of America, Vol. 24, págs. 2911-2920.
- [24] J.S. Shirk, M. Sandrock, D. Scribner, E. Fleet, R. Stroman, E. Baer, y A.
   Hiltner. "Biomimetic Gradient Index (GRIN) Lenses".2006, NRL Review, págs. 53–61.
- [25] Lucio Buratto, Stephen F. Brint, Domenico Boccuzzi. Cataract surgery and intraocular lenses. Thorofare : SLACK Incorporated, 2014.
- [26] Blaise Agresta, Michael C Knorz, Christina Donatti, Daniel Jackson. "Visual acuity improvements after implantation of toric intraocular lenses in cataract patients with astigmatism: a systematic review". 41, 2012, BioMed Central Ophthalmology, Vol. 12, págs. 1-6.

- [27] G. Beadie, James S. Shirk, A. Rosenberg, Paul A. Lane, E. Fleet, A. R. Kamdar,
   Y. Jin, M. Ponting, T. Kazmierczak, Y. Yang, A. Hiltner, E. Baer. "Optical properties of a bio-inspired gradient refractive index polymer lens". 15, 2008, OPTICS EXPRESS, Vol. 16, págs. 11540-11547.
- [28] Julio Lillo, Humberto Moreira, Leticia Pérez del Tío, Leticia Álvaro, María del Carmen Durán. "Basic Color Terms Used by Aged Observers: Lens Aging and Perceptual Compensation". 2, 2012, The Spanish Journal Of Psychology, Vol. 15, págs. 453-470.
- [29] A. Huhtala, L. Salminen, H. Tähti, H. Uusitalo. Corneal Models for the Toxicity Testing for Drugs and Drug Releasing Materials . Topics in Multifunctional Biomaterials and Devices. s.l.: N Ashammakhi, 2008, págs. 1-24.
- [30] Irene Simonini, Anna Pandolfi. "Customized Finite Element Modelling of the Human Cornea". 6, 2015, PLoS ONE, Vol. 10, págs. 1-23.
- [31] A. Pontini, M.M. Sfriso, M.I. Buompensiere, V. Vindigni, F. Bassetto. Bioengineering of Vascular Conduits. 302 Cells and Biomaterials in Regenerative Medicine. s.l.: InTech, 2014, págs. 301-326.
- [32] Tomás-Juan, Javier. "Opasificación Capsular posterior: diagnóstico, prevención y tratamiento con láser Nd-YAG". 2, 2014, Ciencia y Tecnología para la Salud Visual y Ocular, Vol. 12, págs. 117-128.
- [33] A. P. Muñoz Montero, G. X. Montoya Amézquita. "Glaucoma agudo por cierre angular: manejo de urgencias por el óptometra". 1, 2015, Ciencia y Tecnología para la Salud Visual y Ocular , Vol. 12, págs. 107-115.
- [34] Hongwen Ren, Shin-Tson Wu. Introduction to Adaptive Lenses. New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [35] Cho, Hyungsuck. Optomechatronics: Fusion of Optical and Mechatronic Engineering. Boca Raton : CRC Press, 2006.
- [36] Hongrui Jiang, Xuefeng Zeng. Microlenses :Properties, Fabrication and Liquid Lenses. Boca Raton : CRC Press, 2013.
- [37] Bozo Vojnikovic, Ettore Tamajo. "Gullstrand's Optical Schematic System of the Eye- Modified by Vojnikovic & Tamajo". 1, 2013, Coll. Antropol, Vol. 37, págs. 41-45.
- [38] Lihui Wang, Hiromasa Oku y Masatoshi Ishikawa. "Variable-focus lens with 30mm optical aperture based on liquid-membrane-liquid structure". 131111, 2013, APPLIED PHYSICS LETTERS, Vol. 102, págs. 1-5.
- [39] Angel S. Cruz-Felix, Agustin Santiago-Alvarado, Arturo Hernandez-Mendez,
   Emilio R. Reyes-Perez, Eduardo Tepichin-Rodriguez. "Optical performance of a
   PDMS tunable lens with automatically controlled applied stress". 99470F, 2016,

Current Developments in Lens Design and Optical Engineering XVII, Vol. 9947, págs. 1-8.

- [40] Minkyu Kim, DongKyun Kang, Tao Wu, Nima Tabatabaei, Robert W.
   Carruth, Ramses V. Martinez, George M. Whitesides, Yoshikazu Nakajima, Guillermo J. Tearney. "Miniature objective lens with variable focus for confocal endomicroscopy".
   12, 2014, BIOMEDICAL OPTICS EXPRESS, Vol. 5, págs. 4350-4361.
- [41] Yiin-Kuen Fuh, Ming-XinLin, Shyong Lee. "Characterizing aberration of a pressure-actuated tunable biconvex microlens with a simple spherically-corrected design". 2012, Opticsand Lasers in Engineering, Vol. 50, págs. 1677-1682.
- [42] Paul K. Manhart, Richard Blankenbecler. "Fundamentals of macro axial gradient index optical design and engineering". 6, 1997, Optical Engineering, Vol. 36, págs. 1607–1621.
- [43] G. P. Lindberg, J. Deegan, R. Benson, A. J Berger, J. J Linden, D. Gibson, S. Bayya, J. Sanghera, V. Nguyen, M. Kotov. "Methods of both destructive and non-destructive metrology of GRIN optical elements". 94511S, 2015, Infrared Technology and Applications XLI, Vol. 9451, págs. 1-7.
- [44] G. Beadie, J. N. Mait, R. A. Flynn, P. Milojkovic. "Materials Figure of Merit for Achromatic Gradient Index (GRIN) Optics". 98220Q, 2016, Advanced Optics for Defense Applications: UV through LWIR, Vol. 9822, págs. 1-6.
- [45] Maria Antonietta Ferrara, Gaetano Bianco, Fabio Borbone, Roberto Centore, Valerio Striano, Giuseppe Coppola. Volume Holographic Optical Elements as Solar Concentrators. Holographic Materials and Optical Systems. s.l.: InTech, 2017, págs. 27-50.
- [46] Angel S. Cruz Félix, A. Santiago-Alvarado, Fernando Iturbide-Jiménez, Brenda Licona-Morán. "Physical-chemical properties of PDMS samples used in tunable lenses". 2, 2014, International Journal of Engineering Science and Innovative Technology (IJESIT), Vol. 3, págs. 563-571.
- [47] Ivan Turek, Norbert Tarjányi, Ivan Martincek, Daniel Kácik. "Effect of mechanical stress on optical properties of polydimethylsiloxane". 2014, Optical Materials, Vol. 36, págs. 965–970.
- [48] Paoli, Federico De. Measuring Polydimethylsiloxane (PDMS) Mechanical Properties Using Flat Punch Nanoindentation Focusing on Obtaining Full Contact. Florida : Graduate Theses and Dissertations, 2015.
- [49] I. D. Johnston, D. K. McCluskey, C. K. L. Tan, M. C. Tracey. "Mechanical characterization of bulk Sylgard 184 for microfluidics and microengineering". 035017, 2014, Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 24, págs. 1-7.
- [50] Josimar Marquez-Garcia, Angel S. Cruz-Félix, Agustin Santiago-Alvarado, Jorge González-García. "Characterization of PDMS samples with variation of its synthesis

parameters for tunable optics applications". 1037205, 2017, Material Technologies and Applications to Optics, Structures, Components, and Sub-Systems III, Vol. 10372, págs. 1-6.

- [51] Dan Mu, Jian Qua Li. A Study of the Adsorption and Diffusion Behavior of a Single Polydimethylsiloxane Chain on a Silicon Surface by Molecular Dynamics Simulation. Molecular Dynamics - Theoretical Developments and Applications in Nanotechnology and Energy. s.l.: InTech, 2012, págs. 327-338.
- [52] Peter Kaali, Emma Strömberg, Sigbritt Karlsson. Prevention of Biofilm Associated Infections and Degradation of Polymeric Materials Used in Biomedical Applications. Biomedical Engineering: Trends in Materials Science. s.l.: InTech, 2011, págs. 513-540.
- [53] Markéta Ilčíková, Miroslav Mrlík, Jaroslav Mosnáček. Thermoplastic Elastomers with Photo-actuating Properties. Thermoplastic Elastomers - Synthesis and Applications. s.l. : InTech, 2015, págs. 115-143.
- [54] Takahashi, Yurika. "Application of polydimethylsiloxane-based optical system for measuring optical density of microbial culture". 12, 2016, Bioscience, Biotechnology, and Biochemistry, Vol. 80, págs. 2486–2489.
- [55] Yu-Lung Sung, Jenn Jeang, Chia-Hsiung Lee, Wei-Chuan Shih. "Fabricating optical lenses by inkjet printing and heat-assisted in situ curing of polydimethylsiloxane for smartphone microscopy". 4, 2015, Journal of Biomedical Optics, Vol. 20, págs. 1-6.
- [56] Bobrow, James C. 2014-2015 Basic and Clinical Science Course (BCSC): Section 11: Lens and Cataract. Italy : American Academy of Ophthalmology, 2014.
- [57] Kazutaka Kamiya, Kimiya Shimizu, Aya Saito, Akihito Igarashi, Hidenaga Kobashi. "Comparison of Optical Quality and Intraocular Scattering after Posterior Chamber Phakic Intraocular Lens with and without a Central Hole (Hole ICL and Conventional ICL) Implantation Using the Double-Pass Instrument". 6, 2014, PLoS ONE, Vol. 8, págs. 1-5.
- [58] Lucio Buratto, Stephen F. Brint, Domenico Boccuzzi. Cataract surgery and intraocular lenses. New Jersey : SLACK Incorporated, 2014.
- [59] Talisa Mohammad Nejad, Craig Foster, Dipika Gongal. "Finite element modelling of cornea mechanics: a review". 1, 2014, Arq Bras Oftalmol., Vol. 77, págs. 60-5.
- [60] Calossi, Antonio. "Corneal Asphericity and Spherical Aberration". 2007, Journal of Refractive Surgery, Vol. 23, págs. 505-514.
- [61] Sabine Kling, Susana Marcos. "Finite-Element Modeling of Intrastromal Ring Segment Implantation into a Hyperelastic Cornea". 1, 2013, Investigative Ophthalmology & Visual Science, Vol. 54, págs. 881-889.

- [62] Reyes Pérez Emilio Rafael, Matías Astorga Manuel Alejandro, Flores Cano Leonardo, Jiménez Escamilla Maxvell Gustavo. "Simulación de temperatura por elemento finito en dos dimensiones mediante software libre y su comparación con software comercial". El uso del software libre en la academia y la industria de México. Huajuapan de León : s.n., 2017, págs. 97-104.
- [63] Alma A. Camacho P., Cristina Solano. "Superficies asféricas aplicadas a la óptica". 3, 1999, REVISTA MEXICANA DE FtSICA, Vol. 45, págs. 315-321.
- [64] Bo Wang, Xueping Huang, Jinglu Ying, Mingguang Shi. "The 3D Computer Image of the Anterior Corneal Surface". 2013, Engineering, Vol. 5, págs. 477-481.
- [65] Kang Wei, Hanyang Huang, Qian Wang, Yi Zhao. "Focus-tunable liquid lens with an aspherical membrane for improved central and peripheral resolutions at high diopters". 4, 2012, OPTICS EXPRESS, Vol. 24, págs. 3929-3939.
- [66] Sasián, José. Introduction to Aberrations in Optical Imaging Systems. Cambridge : Cambridge University Press, 2013.
- [67] B. E. A. Saleh, M. C. Teich. Fundamentals of Photonics. s.l. : A John Wiley & Sons, Inc., 2007. Vol. Segunda Edición.
- [68] Mahajan, Virendra N. Optical Imaging and Aberrations. Part III: Wavefront Analysis. Bellingham : Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2013.
- [69] American National Standard. Methods for Reporting Optical Aberrations of Eyes. Merrifield : Optical Laboratories Association, 2004.
- [70] Cari Pérez-Vives, Lurdes Belda Salmerón, Santiago García-Lázaro, David Madrid Costa, Teresa Ferrer-Blasco. "Adaptive optics, wavefront aberrations and visual simulation". 2011, Journal of Emmetropia, Vol. 2, págs. 103-109.
- [71] L. Alberto V. Carvalho, J. C. Castro, L. Antonio V. Carvalho. "Measuring higher order optical aberrations of the human eye: techniques and applications". 2002, Brazilian Journal of Medical and Biological Research, Vol. 35, págs. 1395-1406.
- [72] Boreman, Glenn D. Modulation Transfer Function in Optical and Electro-Optical Systems. Bellingham : SPIE—The International Society for Optical Engineering, 2001.
- [73] Akondi Vyas, M. B. Roopashree, B. Raghavendra Prasad. Advanced Methods for Improving the Efficiency of a Shack Hartmann Wavefront Sensor. Topics in Adaptive Optics. s.l.: InTech, 2012, págs. 167-196.
- [74] Thorlabs. Optical Wavefront Sensors (Shack-Hartmann): WFS Series Operation Manual. s.l. : Thorlabs GmbH, 2015.
- [75] Thomas Nirmaier, Gopal Pudasaini, Josef Bille. "Very fast wave-front measurements at the human eye with a custom CMOS-based Hartamann-Shack sensor". 21, 2003, OPTICS EXPRESS, Vol. 11, págs. 2704-2716.

- [76] Dan-Thuy Van-Pham, Minh-Tri Nguyen, Hideyuki Nakanishi, Tomohisa Norisuye, Qui Tran-Cong-Miyata. Applications of Mach-Zehnder Interferometry to Studies on Local Deformation of Polymers Under Photocuring. Optical Interferometry. s.l.: IntechOpen, 2017, págs. 25-39.
- [77] Toker, Gregory R. Holographic Interferometry: A mach-Zehnder Approach. Mach-Zehnder Optical Reference Beam Interferometry. Boca Raton : CRC Press Taylor & Francis Group, 2012, págs. 5-12.
- [78] Hecht, Eugene. Optics. Quinta edición. Londres : Pearson, 2017.
- [79] The ImagingSource: Technology Based on standards. Technical Details: Dimensional Diagrams 21, 22, 23, 24, 42, 72 series, Autofocus series, Zoom series. Bremen : The ImaginSource, 2015.
- [80] SONY. Datasheet: ICX098BL.
- [81] Neisy Bernal reyes, Alejandro Arias Díaz, Luis Eduardo Camacho Rangel. "Aberraciones corneales anteriores y posteriores medidas mediante imágenes de Scheimflug en el queratocono en niños". 4, 2015, Revista Mexicana de Oftamología, Vol. 89, págs. 210-218.
- [82] Staleny I. Grossman S., José Job Flores Godoy. Álgebra Lineal. Ciudad de Mexico : The McGraw-Hill Companies, 2012.