



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

CONTROL DESCENTRALIZADO ADAPTABLE PARA
CONVERTIDORES ELEVADORES ALIMENTADOS POR PANELES
FOTOVOLTAICOS E INTERCONECTADOS EN UNA MICRO-RED DE
CD

TESIS

Para obtener el grado de:

Doctor en Electrónica Opción: Sistemas Inteligentes Aplicados

Presenta:

M.C. Arturo Hernández Méndez

Director de Tesis:

Dr. Jesús Linares Flores

Co-director:

Dr. Carlos García Rodríguez

Dedicado a mi padre...
...él siempre me acompaña

Agradecimientos

*Te agradezco mucho querida esposa, más de la mitad del trabajo lo has hecho tú...
...gracias por su paciencia hijos míos, les prometo que les voy a pagar el tiempo perdido.
Gracias madre por tu apoyo... junto con todos mis hermanos en especial a Alberto.*

Un enorme agradecimiento a todas las personas que me apoyaron de todas las formas necesarias para culminar este importante objetivo. Me refiero al resto de mi familia, amigos y profesores.

Gracias.

Índice general

Índice general	III
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	XI
Resumen	XIII
Introducción	1
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	2
1.1.1. Visión general del suministro eléctrico de CD	4
1.1.2. Estrategias de control para micro-redes	8
1.1.3. Control de convertidores cd-cd tipo elevador	16
1.2. Planteamiento del problema	18
1.3. Hipótesis	19
1.4. Objetivos	19
1.4.1. Objetivo general	19
1.4.2. Objetivos específicos	19
1.5. Metodología	20
1.5.1. Etapa de análisis matemático	21
1.6. Justificación	22
1.7. Contribuciones	22
1.8. Organización de la tesis	25
2. Marco teórico	27
2.1. Micro-redes eléctricas	28
2.1.1. Micro-redes de CA	29
2.1.2. Micro-redes de CD	30
2.1.3. Comparación entre micro-redes de CA y CD	31

2.1.4.	Enfoques de control para micro-redes	32
2.2.	Convertidor de potencia cd-cd tipo elevador	33
2.2.1.	Análisis matemático del convertidor	34
2.2.2.	Modelo promedio del convertidor	35
2.3.	Control adaptable	36
2.3.1.	Linealización en forma exacta	38
2.3.2.	Control backstepping	49
2.3.3.	Observadores asintóticos	53
2.3.4.	Estabilidad de entrada al estado	57
3.	Diseño del esquema de control	61
3.1.	Modelado del sistema interconectado	61
3.2.	Linealización en forma exacta del modelo promedio	65
3.3.	Diseño del controlador backstepping	67
3.4.	Diseño del observador de estado extendido (ESO)	69
3.5.	Ley de control adaptable descentralizada	71
3.6.	Análisis de estabilidad en lazo cerrado	72
3.7.	Control por linealización en forma exacta y ESO	75
4.	Plataforma experimental	79
4.1.	Plataforma experimental de hardware	81
4.1.1.	Arreglos de paneles fotovoltaicos	83
4.1.2.	Diseño e implementación del convertidor cd-cd tipo elevador	85
4.1.3.	Análisis preliminar de desempeño del convertidor diseñado	88
4.2.	Plataforma experimental de software	89
4.2.1.	Módulo: Controlador	89
4.2.2.	Módulo: ESO	91
4.2.3.	Módulo: Perturbación	92
4.2.4.	Módulo: Configuración y puertos	92
5.	Resultados y conclusiones	95
5.1.	Escenarios de prueba	96
5.1.1.	Seguimiento al lazo cerrado	96
5.1.2.	Variaciones de voltaje de alimentación	98
5.1.3.	Aplicación de par al motor de CD	100
5.1.4.	Conexión/desconexión del bus de CD	103
5.2.	Conclusiones	106
5.3.	Trabajos futuros	109

Referencias	115
A. Placa de circuito impreso de los convertidores	129
A.1. Módulo: Convertidor CD-CD tipo elevador	129
A.2. Módulo: Sensores de voltaje (v_n) y corriente (i_n)	131
A.3. Módulo: Conexión/desconexión del bus de CD	131
A.4. Diseño de la placa de circuito impreso	132
B. Puntos de equilibrio y trayectoria de referencia	135
C. Publicaciones realizadas	137

Índice de figuras

1.1. Diagrama a bloques de un control centralizado aplicado a una micro-red de CD.	10
1.2. Diagrama a bloques de un control descentralizado aplicado a una micro-red de CD.	11
1.3. Control distribuido para una micro-red de CD, propuesto por Sandeep Anand [33].	13
1.4. Dos convertidores cd-cd tipo elevador interconectados, alimentando un motor de CD [74].	14
1.5. Definición de los modos de funcionamiento de la micro-red de CD. 1.5	15
2.1. Representación gráfica de una Micro-red [102].	28
2.2. Configuración típica de las unidades de GED y las cargas conectadas a la línea de CA dentro de una micro-red [71].	29
2.3. Configuración típica de las unidades de GD y las cargas en una micro-red de CD [71].	30
2.4. Pérdidas del convertidor comparadas con la eficiencia [110].	34
2.5. Esquema de conmutación del convertidor cd-cd tipo elevador [86].	35
2.6. Diagrama a bloques de el enfoque adaptable STR [115].	37
3.1. Circuito del convertidor cd-cd tipo elevador [86].	62
3.2. Circuito eléctrico del sistema interconectado: dos convertidores de potencia cd-cd tipo elevador y un motor de CD.	62
3.3. Circuito equivalente del sistema interconectado.	63
3.4. Circuito eléctrico simplificado utilizado para el análisis de la interacción entre los agentes.	64
3.5. Diagrama a bloques del esquema de control adaptable.	66
4.1. Descripción gráfica de la plataforma experimental de hardware y software.	79

4.2. Circuito electrónico de dos convertidores cd-cd tipo elevador interconectados, alimentados con fuentes de voltaje variantes con el tiempo y suministrando de forma equitativa la potencia requerida por un motor de CD.	81
4.3. Plataforma experimental de hardware.	82
4.4. Esquema general de la plataforma experimental.	83
4.5. Circuito implementado en la tarjeta de circuito impreso.	87
4.6. Tarjeta de circuito impreso terminada.	87
4.7. Circuito del convertidor diseñado y programado en PSIM [®]	88
4.8. Resultados de la simulación en PSIM [®]	88
4.9. Diagrama a bloques del controlador programado en la memoria <i>Flash</i> de la tarjeta DSP TMS320F28335.	89
4.10. Descripción de las conexiones en la tarjeta DSP TMS320F28335.	90
4.11. Módulo del Controlador programado en PSIM [®]	91
4.12. Módulo ESO programado en PSIM [®]	91
4.13. Módulo de Perturbación programado en PSIM [®]	92
4.14. Módulo de Configuración y puertos programado en PSIM [®]	93
5.1. Respuesta del voltaje de salida al seguimiento de una trayectoria deseada. .	97
5.2. a) Entrada de control $u_{av,n}$, b) salida plana $y_{1,n}$	98
5.3. a) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,1}$) de $\alpha_1(t)$ para el convertidor 1, b) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,2}$) de $\alpha_2(t)$ para el convertidor 2.	99
5.4. Corriente de entrada-salida en cada convertidor con control basado en backstepping y ESO (CBO).	99
5.5. Corriente de entrada-salida en cada convertidor con control basado en linealización en forma exacta y ESO (CLO).	100
5.6. Voltaje de alimentación en cada convertidor que corresponde al voltaje de salida de su respectivo arreglo fotovoltaico.	100
5.7. Índice de desempeño (ISE) correspondiente a cada esquema de control. . .	101
5.8. Eficiencia eléctrica en ambos convertidores.	101
5.9. Programa en Simulink [®] que controla la fuente de alimentación del convertidor.	102
5.10. Variación de la fuente de alimentación del <i>Convertidor1</i> y la alimentación del <i>Convertidor2</i>	102
5.11. Voltaje de salida en cada convertidor ante variaciones en la alimentación del <i>Convertidor1</i>	103
5.12. Índice de desempeño (ISE) correspondiente a cada esquema de control ante variaciones de alimentación en el <i>Convertidor1</i>	103
5.13. Corriente i_1 , i_2 de ambos convertidores ante variaciones de voltaje de alimentación.	104

5.14. Corriente I_1 , I_2 de ambos convertidores ante variaciones de voltaje de alimentación.	104
5.15. a) Entrada de control $u_{av,n}$, b) salida plana $y_{1,n}$	105
5.16. a) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,1}$) de $\alpha_1(t)$ para el convertidor 1, b) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,2}$) de $\alpha_2(t)$ para el convertidor 2.	105
5.17. Eficiencia eléctrica en ambos convertidores.	106
5.18. Impedancia estimada a la salida de ambos convertidores al aplicar un par de carga al motor de CD.	106
5.19. Respuesta del voltaje de salida v_1 y v_2 al aplicar par al motor de CD. . . .	107
5.20. Índice de desempeño (ISE) correspondiente a cada esquema de control ante una perturbación de par en el motor de CD.	108
5.21. a) Entrada de control $u_{av,n}$, b) salida plana $y_{1,n}$	108
5.22. a) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,1}$) de $\alpha_1(t)$ para el convertidor 1, b) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,2}$) de $\alpha_2(t)$ para el convertidor 2.	109
5.23. Respuesta de las corrientes i_1 e i_2 ante una perturbación de par en el motor de CD.	109
5.24. Respuesta de las corrientes I_1 e I_2 ante una perturbación de par en el motor de CD.	110
5.25. Eficiencia eléctrica en ambos convertidores.	110
5.26. Respuesta de v_1 y v_2 al desconectar y conectar uno de los convertidores cd-cd tipo elevador utilizando el CBO.	111
5.27. Respuesta de I_1 y I_2 al desconectar y conectar uno de los convertidores cd-cd tipo elevador utilizando el CBO.	112
5.28. Respuesta de v_1 y v_2 al desconectar y conectar uno de los convertidores cd-cd tipo elevador utilizando el CLO.	112
5.29. Respuesta de I_1 y I_2 al desconectar y conectar uno de los convertidores cd-cd tipo elevador utilizando el CLO.	113
5.30. a) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,1}$) de $\alpha_1(t)$ para el convertidor 1, b) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,2}$) de $\alpha_2(t)$ para el convertidor 2.	113
5.31. Eficiencia eléctrica en ambos convertidores.	113
A.1. Circuito impulsor del MOSFET IRF640	131
A.2. A) Circuito del sensor de corriente, B) circuito del sensor de voltaje.	131
A.3. Circuito del módulo conexión/desconexión del bus de CD.	132
A.4. Diseño de la placa de circuito impreso.	133

Índice de tablas

1.1. Análisis de técnicas de control aplicadas en micro-redes de CA y CD [69].	9
1.2. Comparativa general entre las técnicas de control centralizadas y descentralizadas [69].	12
4.1. Características de los paneles fotovoltaicos que alimentan el <i>convertidor 1</i>	84
4.2. Características de los paneles fotovoltaicos que alimentan el <i>convertidor 2</i>	84
4.3. Características de los elementos de la plataforma experimental de hardware	86
A.1. Componentes de la placa de circuito impreso	130

Resumen

En este trabajo son abordados de manera local, los problemas de control de seguimiento de trayectoria de voltaje y regulación de dos plantas, compuestas cada una por un convertidor cd-cd tipo elevador que interactúan entre sí. Es decir, las perturbaciones endógenas y exógenas en cada planta, se formulan como problemas de control adaptable, en donde dichas perturbaciones se estiman y cancelan en línea. Este enfoque da lugar a un sólido control colaborativo descentralizado, en donde prácticamente no se requiere información de la otra planta interconectada. Los resultados demuestran, que cuando los efectos de interconexión son vistos como perturbaciones exógenas no estructuradas, tales perturbaciones pueden estimarse y cancelarse activamente en el modelo dinámico de cada subsistema individual. El caso presentado se refiere a dos convertidores de potencia CD-CD tipo elevador interconectados, cada uno alimentado por su propio arreglo fotovoltaico, lo cual representa fuentes de alimentación no idénticas y variantes con el tiempo. El esquema de control propuesto está basado en la técnica backstepping en combinación con un observador de estado extendido. Los objetivos de control son mantener un voltaje de salida deseado en el bus de CD de salida y distribuir de manera equitativa la corriente en cada convertidor, para alimentar una carga de salida variante con el tiempo (motor de CD). Los resultados se comparan con la técnica de control basado en linealización en forma exacta. La lógica de control se implementa en un procesador digital de señales TMS320F28335 (uno por cada planta), y el rendimiento de cada controlador se evalúa experimentalmente en tiempo real.

Capítulo 1

Introducción

Ha pasado más de un siglo desde que Thomas A. Edison perdió la gran batalla tecnológica que libró contra George Westinghouse y Nikola Tesla, conocida ahora como la famosa “*Guerra de las Corrientes*”. La idea de Edison era un esquema de electrificación utilizando Corriente Directa (CD). Sin embargo al final prevaleció el esquema de producción y distribución de Corriente Alterna (CA) propuesto por Westinghouse y Nikola Tesla.

Con un sistema basado en CA, la incipiente industria eléctrica podía fácilmente convertir un nivel de voltaje a otro, lo cual permite llevar electricidad a través de largas distancias con bajas pérdidas, utilizando líneas de alto voltaje. Carente de esta habilidad, en aquel tiempo el sistema de CD de Edison requería instalar un generador de electricidad en cada vecindario. Esto debido a las altas pérdidas de energía, producidas por la transmisión de electricidad en líneas de bajo voltaje en tramos relativamente largos. En este sentido, para hacer viable la propuesta de Edison era necesario que la energía fuera generada en la misma localidad de consumo [1].

En la actualidad, acorde con estas ideas de Edison, la generación y el consumo local de energía no sólo es viable, también es una solución importante al problema de sustentabilidad energética. Un ejemplo de estas soluciones al problema energético son las *micro-redes eléctricas de CD*. Este enfoque basado en CD, tiene importantes ventajas con respecto a los sistemas basados en CA, como por ejemplo: se incrementa la eficiencia eléctrica al eliminar etapas de conversión cd-ca-cd en el diseño de la micro-red, menor complejidad de acoplamiento de energía a la red de CD debido a que no se requiere sincronización de fase, y la facilidad de almacenar energía en CD, entre otras.

En este tipo de micro-redes, los convertidores cd-cd son un elemento clave para controlar la energía eléctrica generada por las diferentes fuentes de energía renovable. La tecnología actual permite diseñar convertidores cd-cd de alta potencia, bajas pérdidas de energía y de bajo costo. El funcionamiento adecuado de los convertidores de potencia cd-cd, depende de las estrategias de control utilizadas, en donde el objetivo es mantener una referencia de

voltaje de salida deseada con un mínimo de error, a pesar de que el convertidor experimente perturbaciones endógenas o exógenas desconocidas. La complejidad del sistema se incrementa al interconectar más de un convertidor cd-cd, para alimentar de forma cooperativa algún tipo de carga, tal como ocurre en las micro-redes eléctricas de CD.

En este tipo de sistemas interconectados, se denomina *agente* al sistema individual conformado por la fuente de energía renovable, el convertidor de potencia cd-cd y el esquema de control [2].

Bajo este contexto, este trabajo plantea el diseño e implementación de dos agentes, que cooperan de forma equitativa para alimentar en común una carga dinámica. Cada agente se conforma por un arreglo de paneles fotovoltaicos cuya energía eléctrica es controlada por un convertidor de potencia cd-cd tipo elevador. El esquema de control diseñado, es un controlador adaptable descentralizado basado en la técnica backstepping. Este controlador, utiliza un observador asintótico para compensar variaciones en el nivel de voltaje de salida de los paneles fotovoltaicos, cambios de carga de salida del convertidor y efectos de interconexión. La lógica del esquema de control se implementa en un dispositivo autónomo, basado en un procesador digital de señales. Para demostrar la estabilidad y modulabilidad del sistema, las pruebas experimentales incluyen la conexión-desconexión de agentes, variaciones en el voltaje de alimentación del convertidor y cambios súbitos de la carga compartida.

Los resultados demuestran que en un ámbito local, es posible el diseño de agentes individuales distribuidos, compartiendo un bus de alimentación para formar una micro-red eléctrica de CD eficiente y segura. En donde no es necesaria la implementación de un enlace de comunicación entre los agentes y aún así mantener un desempeño robusto y estable del sistema. Además también se demuestra una cooperación equitativa de corrientes por parte de los agentes interconectados en la micro-red.

Por otro lado, también se demuestra que el carácter distribuido y cooperativo del esquema de control propuesto, se puede extender a otras técnicas de control, las cuales son analizadas e implementadas. Cabe mencionar que como trabajo futuro se plantea el diseño e implementación de sistemas de almacenamiento de energía y de interconexión a la red eléctrica convencional de CA, con lo cual se completan las funcionalidades que caracterizan a una micro-red eléctrica de CD.

1.1. Antecedentes

Los avances logrados en la electrónica de potencia y la incorporación eficiente de las energías renovables está impulsando el desarrollo de las micro-redes eléctricas de Corriente Directa (CD). Este desarrollo de las micro-redes es motivado también por el actual incremento en el uso de cargas de CD, entre las que se encuentran: aparatos electrodoméstici-

cos y de oficina basados en electrónica (computadoras, computadoras portátiles, tabletas, teléfonos, impresoras, televisores [3], hornos de microondas [4]) y los sistemas de iluminación [1, 5–7]. El suministro eléctrico de CD también se utiliza en sistemas de potencia, como en las unidades de velocidad variable (o VSD por sus siglas en inglés *Variable Speed Drives*) para bombas, elevadores, molinos, sistemas de tracción, sistemas de calefacción, ventilación, aire acondicionado y aplicaciones de la industria electroquímica [8, 9]. Al suministrar este tipo de cargas de CD a través de los sistemas de distribución de CA, se agregan etapas de conversión innecesarias, se incrementan los posibles puntos de falla y se elevan las pérdidas de energía en la red de suministro. De acuerdo con [10], casi el 30 % de la potencia de CA generada pasa a través de un convertidor electrónico de potencia antes de ser utilizada. La cantidad de energía perdida varía, pero generalmente se encuentra dentro del rango de 10-25 % [11]. En otro estudio [12], los autores mencionan que la eficiencia de conversión de potencia se puede incrementar en aproximadamente un 8 % si se utiliza un sistema de bus en CD.

Por otro lado, motivada por las condiciones ambientales y económicas, existe una tendencia mundial enfocada en aumentar el uso de fuentes de energía renovable. Algunas de estas fuentes de energía son en CD, tales como paneles fotovoltaicos y celdas de combustible de hidrógeno. En el caso de las turbinas eólicas, éstas se integran a la red de CA a través de una etapa de conversión ca-cd-ca [13]. En cambio en un sistema de distribución en CD se puede eliminar una etapa de conversión y, en consecuencia, aumentar la eficiencia. Lo mismo ocurre con las micro-turbinas que generan CA de alta frecuencia.

Lo anterior ha motivado trabajos de investigación enfocados a mejorar la eficiencia y confiabilidad de las micro-redes eléctricas de CD, y en este sentido los esquemas de control tienen un papel importante. En estas micro-redes normalmente se interconectan sub-sistemas de generación o almacenamiento de energía eléctrica. Por lo tanto, el diseño de un esquema de control descentralizado aplicado a este tipo de sistemas complejos interconectados, ha sido un problema desafiante e importante a lo largo de estos últimos años. Actualmente, este tema ha adquirido un renovado interés en la electrónica de potencia, no sólo en cuanto a la gestión eficiente de las micro-redes basadas en energía renovable, sino también en otras aplicaciones de convertidores de potencia cd-cd donde se requiere de un buen desempeño y una alta eficiencia eléctrica.

Con este preámbulo, se determina que los tópicos de investigación importantes para el desarrollo de este trabajo de tesis, son:

- Visión general del suministro eléctrico de CD.
- Control descentralizado en micro-redes eléctricas.
- Control de convertidores cd-cd tipo elevador.

A continuación se presenta una recopilación de trabajos publicados relacionados con estos temas.

1.1.1. Visión general del suministro eléctrico de CD

Hace más de un siglo, se decidió implementar en la mayoría de los sistemas de energía eléctrica, la distribución en Corriente Alterna (CA). Esto debido a razones que tenían mucho sentido en ese momento. Una de estas razones fue la invención de los transformadores, los cuales son un medio simple y eficaz para elevar o reducir el nivel de voltaje y, en consecuencia, ampliar el área cubierta por un sistema de distribución. En cambio, hacer esto con Corriente Directa (CD) era un impedimento [14].

Los avances logrados en la electrónica de potencia, hicieron posible la regulación de voltaje en CD. Lo anterior y el creciente uso de cargas y fuentes de CD, han motivado a los investigadores a reconsiderar la distribución de CD, en partes localizadas del sistema eléctrico actual. Con lo cual se hace más eficiente el sistema de suministro energético y se reducen los efectos ecológicos negativos [15].

En los últimos años, el uso de energías renovables ha experimentado uno de los mayores crecimientos porcentuales (superior al 60 % anual), en comparación con el crecimiento de la energía basada en carbón y lignito. Esto ha sido impulsado por una reducción en el costo de los módulos fotovoltaicos [16]. Este crecimiento también ha desencadenado la evolución de los convertidores clásicos de potencia, los inversores monofásicos convencionales a topologías más complejas para aumentar la eficiencia y la fiabilidad del sistema sin afectar el costo. Los sistemas de conversión de energía fotovoltaica han crecido desde una potencia total acumulada de aproximadamente 1.2GW en 1992 a 136GW en 2013 [17]. Este crecimiento es posible debido a varios factores como la reducción de costos, el aumento de la eficiencia de los módulos fotovoltaicos, la búsqueda de fuentes alternativas de energía limpia, una mayor conciencia ambiental y reglamentos políticos favorables de los gobiernos locales.

En este sentido México Se encuentra entre 15° y 35° de latitud, región considerada la más favorecida en recursos solares. En esta región se recibe diariamente, en promedio, 5.5 Kwh/m^2 . Desafortunadamente el porcentaje de la generación distribuida de energía solar con respecto a la capacidad de generación instalada es de 0.23 %. Lo cual es un porcentaje relativamente bajo en comparación con Alemania (48 %), Chile (10 %), Dinamarca (55 %) y España (31 %). Sin embargo, la Ley de Transición Energética decretada en el 2015, señala que el sector eléctrico debe transformarse para que al 2024 un máximo de 65 % de la electricidad provenga de combustibles fósiles. Por lo tanto, la metas de generación de energías limpias son de 35 % para el 2024, de 37.7 % al 2030 y del 50 % de la generación eléctrica total al 2050 [18].

Por ejemplo, el objetivo de la Comunidad Europea para el 2020 es abastecer con energías renovables un 20 % de su consumo total energético, el cual es el 17 % de la energía mundial. Estados Unidos, con un 22 % del consumo energético mundial, ha adoptado objetivos similares bajo la presión de la opinión pública preocupada por los problemas ambientales y para superar la crisis económica. Sin embargo, las políticas de los países de Asia y el Pacífico, con un 35 % de participación en la energía, probablemente serán más importantes en el futuro escenario energético. La necesidad de más energía en los países emergentes y las preocupaciones ambientales eleva la importancia en el uso de fuentes de energía renovables [19].

Un estudio realizado por Raúl González publicado en el 2003 [20], menciona que el desarrollo tecnológico y el uso cada vez más común de sistemas fotovoltaicos a nivel internacional, ha permitido una reducción del 95 % en el costo de los módulos fotovoltaicos, e incrementado su eficiencia en un 200 % en los últimos 30 años.

A continuación se presentará una visión general de la de investigación relacionada con los sistemas de distribución de CD, micro-redes de CD y algunas aplicaciones donde estos sistemas aportan ventajas importantes.

Factibilidad de los sistemas de distribución de CD

La viabilidad del uso de CD para la distribución de energía ha sido estudiada por varios investigadores en los últimos años. La eficiencia eléctrica es uno de los principales factores para comparar entre los sistemas basados en CA y los basados en CD. Y debido a los resultados de esta comparación los sistemas basados en CD merecen una atención especial.

En [21], Hammerstrom presenta un modelo para comparar la eficiencia eléctrica de conversión entre las topologías de distribución en CA y CD, en aplicaciones residenciales. De acuerdo con el autor, cada etapa de conversión de potencia pierde alrededor del 2,5 % de la energía que convierte. Se demostró que los sistemas de CD que incorporan generación local de energía en CD, presentan menores pérdidas de conversión. Esta conclusión fue apoyada por los resultados presentados en [22] por Seo et al.. Los autores presentan un modelo matemático para analizar las pérdidas en los componentes de los sistemas de distribución de CD. También se demostró que la eficiencia eléctrica de una etapa de un convertidor CD-CD de potencia, aumenta a medida que aumenta la capacidad de potencia y la carga.

Micro-redes de CD

Una forma eficiente de suministro eléctrico son las *micro-redes de CD*. Estas redes de suministro son locales y están conformadas por fuentes de energía renovables y sistemas de almacenamiento. Generalmente, también se conectan a la red general de suministro eléctrico, pero pueden ser desconectadas en caso de fallas. En este caso, las micro-redes

pueden continuar suministrando parcial o totalmente sus cargas locales (a esto se denomina *modo isla*). Dado que en las micro-redes de CD normalmente se incluyen fuentes renovables de energía y baterías [23–32] [24, 29] [25], tienen la capacidad de aumentar la eficiencia general del sistema [33–41].

También se ha demostrado que las micro-redes de CD puede desempeñar un papel eficaz en la solución de algunos problemas operacionales en la red general de suministro eléctrico [42]. En [43], se utiliza una micro-red de CD que incluye la generación de energía fotovoltaica y el almacenamiento híbrido de energía (supercapacitores y baterías de iones de litio) para la alimentación de cargas grandes no-lineales. En [44] se demuestra que una micro-red de CD se puede utilizar como soporte de voltaje, al inyectar energía reactiva a la red general de suministro eléctrico.

Los factores mencionados, hacen pensar a los investigadores que los sistemas de energía basados en CD no sólo no están obsoletos, si no que se encuentran acordes con las necesidades actuales.

Aplicaciones de sistemas de suministro eléctrico de CD

Históricamente las primeras plantas fotovoltaicas conectadas a la red se introdujeron en la década de 1980 utilizando inversores centrales basados en tiristores. Desde mediados de 1990, la tecnología IGBT y MOSFET ha sido ampliamente utilizada para todos los tipos de inversores fotovoltaicos [45].

Debido al alto costo de la energía solar, la tecnología de los inversores y convertidores ha sido impulsada principalmente por la eficiencia. En comparación con los convertidores de potencia para un motor, los convertidores alimentados por paneles fotovoltaicos son más complejos tanto en hardware como en funcionalidad. La necesidad de aumentar el voltaje de entrada y el seguimiento del punto de potencia máxima (MPPT por sus siglas en inglés *Maximum Power Point Tracker*) son funciones típicas requeridas para los inversores alimentados con paneles fotovoltaicos [46].

Además, existen varios sistemas de suministro de energía que típicamente emplean la distribución de CD. En este tipo de sistemas se incluyen naves espaciales. Los sistemas de suministro de energía para naves espaciales, implican un gran número de paneles solares, convertidores cd-cd, baterías, cargadores de baterías y cargas de CD [47, 48]. Por lo tanto, un buen ejemplo donde se emplea suministro eléctrico de CD es la Estación Espacial Internacional de la NASA, que requiere más de 100 kW [49].

Otro ejemplo son los Centros de Procesamiento de Datos (CPD), en donde se almacenan, procesan y distribuyen grandes cantidades de información. Aunque en la mayoría de los CPD existentes se utiliza la distribución de CA, en algunos también se utiliza CD. El CPD de *Duke Energy* en Charlotte, Carolina del Norte, utiliza un sistema de distribución de

380V de CD. En donde se ha demostrado que el sistema utiliza un 15 % menos de energía que un sistema similar de CA típico [50].

Un caso similar ocurre con el suministro de energía para los sistemas de telecomunicaciones. En donde también es importante la integridad de los datos en transferencias a alta velocidad. Por esta razón, se requieren sistemas de suministro eléctrico seguros, eficientes y de bajo costo. Por lo tanto, en oficinas centrales de telecomunicaciones son ampliamente utilizados sistemas de distribución de energía a 48V de CD. La fiabilidad de este tipo de sistemas de suministro eléctrico es de 99.999 % [51–55].

Los sistemas de suministro eléctrico de CD también se utilizan en sistemas de tracción, tales como trolebuses, tranvías, ferrocarriles subterráneos. La razón, es que en este tipo de aplicaciones generalmente se utilizan motores de CD [56–59]. Incluso en sistemas de tracción que utilizan motores de inducción, la interconexión con el suministro de CD es menos compleja y reduce las etapas de conversión. En consecuencia, aumenta la eficiencia eléctrica del sistema y su controlabilidad [60]. Además, el uso de suministro eléctrico de CD en este tipo de aplicaciones, permite utilizar un solo conductor, debido a que los carriles pueden ser utilizados como vía de retorno para la corriente. En este caso el voltaje de alimentación oscila entre 600V, 750V o incluso hasta 1 kV [61].

Otra aplicación importante debido a la confiabilidad que se requiere en los sistemas de suministro eléctrico, es en embarcaciones. Normalmente, los sistemas de energía a bordo involucran un sistema mecánico para la propulsión junto con un sistema eléctrico para los sistemas de comunicación, la navegación y las cargas auxiliares. En este caso, los sistemas de suministro eléctrico de CD permiten mayor fiabilidad ante fallas, ya que las fuentes y las cargas se distribuyen en diferentes zonas cada una con sus propios convertidores [62–64].

Impulsados por la necesidad de fortalecer la investigación y el desarrollo de micro-redes de CD, se han llevado a cabo una amplia variedad de estudios durante el último par de décadas. La mayoría de estos estudios fueron presentados con resultados a nivel de simulación. Sin embargo, recientemente se ha renovado el interés de algunos organismos por financiar este tipo de proyectos, lo cual permite que parte de estos estudios se desarrollen a nivel experimental. Albu et al. presentan en [65] una red de pruebas de CD. Se trata de una micro-red a escala de laboratorio para examinar el funcionamiento de redes de CD de baja tensión (230 V). En este trabajo se proporcionan detalles ampliados sobre la construcción del sistema, la implementación del hardware y la aplicación de monitoreo desarrollada de LabVIEW[®].

Otro ejemplo de sistemas de suministro experimentales llevados a la prácticas, es el sistema híbrido de potencia CA/CD (*smartgrid*) desarrollado en el *Energy Systems Research Laboratory* de la Universidad Internacional de Florida. En la parte de CA consta de 4 generadores y varios modelos de líneas de transmisión. En cuanto al suministro eléctri-

co en CD, se implementaron dos micro-redes de CD conectadas a la red de CA. El nivel de voltaje en las diferentes líneas de CD son $380V$ y $325V$. Ambas micro-redes de CD cuentan con emuladores de paneles fotovoltaicos, células de combustible, turbinas eólicas y baterías [66, 67].

En [68] se presenta una micro-red desarrollada en UTA (*University of Texas at Arlington*). La micro-red tiene un bus de CA monofásico de $120V$ y un bus de CD de $24V$ con una potencia total de 3 a $4kW$. Esta micro-red se considera de bajo voltaje y baja potencia, pero involucra varias fuentes de energía renovable y también tiene la capacidad de realizar estudios de interconexión con la micro-red de CA.

1.1.2. Estrategias de control para micro-redes

Una micro-red es un moderno sistema de energía distribuida que utiliza recursos locales de energía sustentable. También proporciona seguridad energética local, ya que puede operarse sin una red eléctrica más amplia. El término *Generación Distribuida* (GD) se refiere a la generación de energía local o cerca de los sitios de consumo. En comparación con la *generación centralizada* (GC), la GD puede reducir significativamente los costos de generación, transmisión y distribución. Al mismo tiempo aumenta la eficiencia del suministro eléctrico, eliminando elementos de cierta complejidad lo cual disminuye los puntos de falla [69].

Los problemas de estabilidad son frecuentes en las micro-redes de CA, ya que tanto el voltaje como la frecuencia necesitan ser regulados mediante controles de potencia activos y reactivos. En los sistemas de micro-redes de CD, no hay interacciones de potencia reactiva, lo que parece sugerir que no hay problemas de estabilidad [69].

La Tabla 1.1 muestra una comparativa de actividades llevadas a cabo por los esquemas de control que normalmente se utilizan en las micro-redes de CA y de CD.

Las técnicas de control que generalmente se utilizan en este tipo de sistemas, se enuncian a continuación:

- i Control maestro y esclavo: el maestro fija los valores de voltaje y frecuencia mientras los esclavos controlan las fuentes de corriente.
- ii Control de flujo de corriente y de potencia: este método controla la distribución de corriente y potencia mediante señales de control.
- iii Control *Droop* (o control por posicionamiento adaptable de voltaje): este es un método mejorado que combina los métodos anteriores, ya que considera que los convertidores se comportan como fuentes de voltaje no ideales [70].

La información presentada en la Tabla 1.1, muestra que los controladores aplicados a micro-redes de CD cuentan con una menor carga de actividades, por lo tanto presentan

Controlador	CA	CD
Sistemas de Control Centralizado (SCC)	<ul style="list-style-type: none"> - El monitoreo del sistema se basa en una red de comunicaciones para recolectar datos de otras redes de CA, sistemas de GD y las cargas conectadas. - Se mantiene el funcionamiento sincronizado con la red general de suministro y se conserva el intercambio de potencia. - Se controla el flujo de potencia de la GD (activo y reactivo) y se estabiliza el voltaje y la frecuencia. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se controla la demanda de potencia y las variaciones de voltaje en función de cambios de carga. - Se facilita la sincronización del sistema, la observación de cargas y la gestión de la demanda.
Sistemas de Control Distribuido (SCD)	<ul style="list-style-type: none"> - Se monitorea y controla cada unidad de GD de forma independiente con el fin de gestionar la demanda de las cargas en los modos de operación (modo con conexión a la red general de suministro y modo isla). Además, las transiciones de los modos de operación se controlan con un SCC. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se asegura la transferencia de toda la energía generada por el GD a la red eléctrica, y luego puede regresar al modo isla con seguridad cuando sea necesario. - Se comparte la carga de cada unidad de GD en ambos modos de operación.

Tabla 1.1: Análisis de técnicas de control aplicadas en micro-redes de CA y CD [69].

menor complejidad y mayor estabilidad [71]. En este sentido, a continuación se describen algunos aspectos importantes del control centralizado y distribuido aplicado a las micro-redes de CD.

Sistema de control centralizado

Una característica principal en el enfoque de control centralizado (Figura 1.1), es que se cuenta con la totalidad de la información de la micro-red gracias a un enlace de comunicación con cada uno de sus elementos de GD (Generación Distribuida). Esta característica permite al administrador definir estrategias de control amplias para satisfacer los requisitos de energía. Sin embargo, el sistema de control centralizado requiere un único dispositivo de control que procesa todos los datos medidos. Por lo tanto, este tipo de controladores tienen un alto grado de complejidad, estabilidad comprometida y requieren diseñarse nuevamente en caso de agregar o quitar un elemento de la micro-red [69].

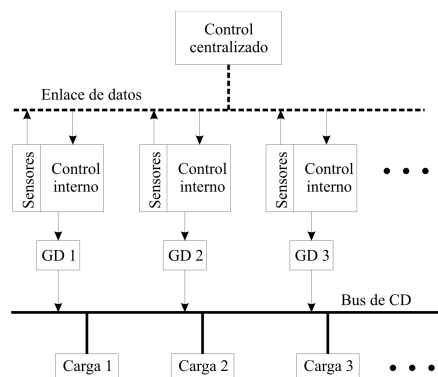


Figura 1.1: Diagrama a bloques de un control centralizado aplicado a una micro-red de CD.

Sistema de control descentralizado

El esquema de control descentralizado (Figura 1.2) permite que los módulos de GD de una micro-red, se controlen de forma independiente. En este caso la micro-red se divide en sub-sistemas de control menos complejos. En el diseño de este tipo de controladores sólo se cuenta con la información local y una limitada información del resto del sistema. De esta forma, la estabilidad global de la micro-red depende de la estabilidad local de cada sub-sistema, es decir, la falla de uno de los sub-sistemas no compromete el funcionamiento de la micro-red. Este enfoque de control permite agregar o quitar sub-sistemas de la micro-red sin el re-diseño del controlador. Además, se tiene una mayor tolerancia a perturbaciones exógenas no modeladas [69].

Por otro lado, debido a que todas las decisiones se producen a nivel de los módulos de GD, el administrador puede perder la capacidad de control y afectar a toda la micro-red.

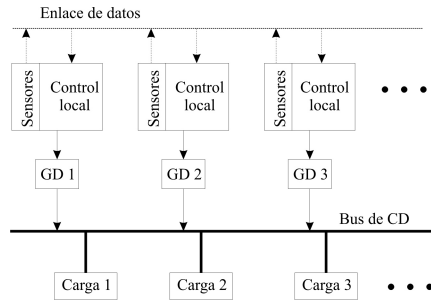


Figura 1.2: Diagrama a bloques de un control descentralizado aplicado a una micro-red de CD.

Tal inconveniente requiere la construcción de un sistema de control bien organizado donde normalmente los costos de instalación son más altos en comparación con los sistemas de control centralizado [69].

Sin embargo, la mejor solución se conoce como controlador basado en un Sistema Multi-Agente (SMA). Bajo este enfoque se pueden desarrollar controladores locales (CL) relativamente sencillos aplicados a una estructura independiente de Recursos Energéticos Distribuidos (RED). Este tipo de controladores pueden interactuar entre sí para mejorar la infraestructura de comunicación en una área amplia donde el objetivo es la regulación de voltaje [2, 72].

Comparativa entre los dos enfoques de control

El control descentralizado basado en un SMA presenta varias ventajas con respecto al control centralizado. Una comparativa entre estos dos enfoques de control se muestra en la Tabla 1.2

En consecuencia, se asume que el control centralizado es el método más apropiado cuando un operador definido administra la micro-red, y en la parte de generación y consumo del sistema, se acuerdan expectativas similares de funcionamiento. Esto promueve que la implementación y la gestión de una infraestructura sea práctica, reduciendo los costos de instalación considerablemente.

Sin embargo, el control descentralizado es más adecuado cuando, debido a la diversidad de fuentes y cargas conectadas, se requiere un monitoreo y ajuste del controlador en tiempo real. En este caso, un control centralizado no podría cumplir adecuadamente con el desempeño deseado. En estas situaciones los sistemas basados en SMA son las soluciones más económicas. Aunque los costos de un controlador basado en SMA son superiores al control centralizado, los costos de operación se reducen considerablemente y se pueden amortizar en poco tiempo. Del mismo modo, el control basado en SMA ofrece una operación modular lo que equilibra los costos y la complejidad del controlador [69].

Característica	Centralizado	Control basado en un SMA
Manejo de potencia	El mejor manejo de potencia.	Buen manejo de potencia
Acceso a la información	No es posible obtener la totalidad de la información por parte del controlador central	El SMA proporciona a cada controlador independiente información del RED vecino
Estructura de comunicación de datos	Se requiere un importante flujo de datos para producir resultados similares (comunicación global síncrona)	Se requiere una red local para la comunicación del SMA (Comunicación local y asíncrona)
Funcionalidades en tiempo real	Complejas y costosas	Complejidad y costos menores
Capacidad <i>plug and Play</i>	Se requiere re-programación	No se requieren modificaciones en el controlador
Configuración	Costos elevados	De bajo costo
Modelo de red	Red global	Red local
Facilidad de implementar controladores complejos	Menor complejidad	Mayor complejidad
Tolerancia a fallas	Baja	Alta
Flexibilidad y modularidad	Para un RED adicional se requiere reconexión	Sistema modular y escalable de alta precisión

Tabla 1.2: Comparativa general entre las técnicas de control centralizadas y descentralizadas [69].

Bajo el enfoque de control descentralizado, se han reportado diferentes trabajos de investigación. A continuación se describen algunos trabajos relacionados con el control descentralizado aplicados a micro-redes de CD.

Trabajos de investigación relacionados con control descentralizado

En [73] se presenta un método de control maestro-esclavo para compartir cargas en una micro-red de CA, sin ningún tipo de enlace de comunicación entre las fuentes de energía distribuida (ED) y las cargas. En el método maestro-esclavo se definen dos modos de operación, el modo aislado y el modo de conexión (con respecto a la red de suministro eléctrico). En el modo aislado, el módulo de ED maestro funciona como una fuente de voltaje controlada, y todos los módulos de ED esclavos funcionan como fuentes de corrientes controladas. En el modo de conexión, el módulo de ED maestro funciona como los módulos esclavos. El controlador mantiene una repartición equitativa de la carga entre los módulos de ED, ajustando la potencia activa y reactiva suministrada por cada módulo de ED. Para lo cual se utilizan mediciones locales de voltaje y corriente en el punto de acoplamiento común de los módulos ED [73].

En [33] se publica un control descentralizado para una micro-red de CD. Este esquema de control permite la regulación de bajo voltaje y una adecuada distribución de cargas, utilizando una comunicación de frecuencia baja entre los módulos generadores de energía. El diagrama a bloques de este esquema de control se muestra en la Figura 1.3.

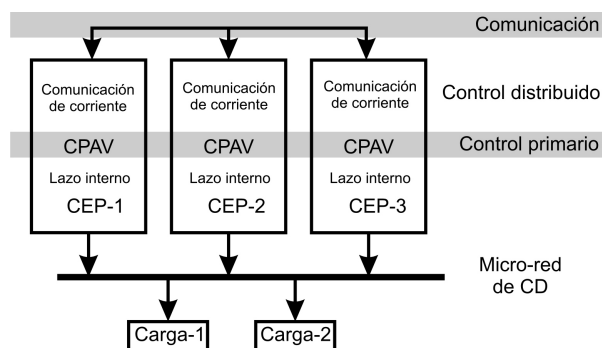


Figura 1.3: Control distribuido para una micro-red de CD, propuesto por Sandeep Anand [33].

En la figura mencionada, *Carga-1* y *Carga-2* son cargas resistivas. Los CEP-1, CEP-1 y CEP-3 son convertidores electrónicos de potencia, en este caso son implementados utilizando convertidores cd-cd tipo reductor. El elemento denominado *lazo interno* es un control de voltaje y corriente que mantiene el voltaje de salida de los convertidores cercano a la referencia. El elemento denominado *CPAV* es un controlador de posicionamiento adaptable

de voltaje, el cual se basa en el análisis de la caída de voltaje con respecto a la corriente que consume la carga. En este caso el *CPAV* se utiliza para mantener el nivel de voltaje de referencia en la micro-red de CD. El elemento denominado *comunicación de corriente* se encarga de compartir el valor medido de las corrientes de salida de los convertidores. La plataforma experimental tiene dos convertidores de potencia interconectados con una referencia de voltaje de salida de 48V. Los resultados demuestran que el funcionamiento de la micro-red es estable cuando se desconecta o falla uno de los convertidores de potencia [33].

Recientemente, en [74] se desarrolla un control descentralizado basado en un control por rechazo activo de perturbaciones. Los autores, utilizan observadores de estado extendido para identificar las perturbaciones que resultan de la interconexión de los convertidores de potencia en una micro-red. A diferencia del esquema de control distribuido anterior, en este caso no se requiere establecer una comunicación entre los convertidores de potencia, debido a que los efectos de interconexión son vistos como perturbaciones exógenas, que pueden ser estimadas y canceladas individualmente en cada modelo dinámico. El diseño del circuito electrónico consiste en dos convertidores cd-cd tipo elevador interconectados con un motor de CD como carga (Figura 1.4). En las pruebas a nivel de simulación, los convertidores cd-cd son alimentados por fuentes separadas de 12 V y se establece una trayectoria de referencia de voltaje de salida que inicia en 15 V y termina en 25 V. Los resultados demuestran que el esquema de control diseñado, distribuye adecuadamente las corrientes de salida en cada convertidor y compensa perturbaciones causadas por los agentes de interconexión [74].

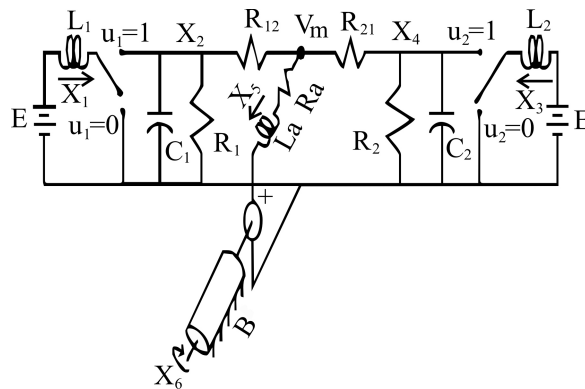


Figura 1.4: Dos convertidores cd-cd tipo elevador interconectados, alimentando un motor de CD [74].

En el mismo año, en [35] se reporta un control descentralizado de posicionamiento adaptable de voltaje cuyo desempeño se mejora con un enlace de comunicación de baja frecuencia, donde se comparte el valor del voltaje y corriente promedio de salida de cada convertidor de potencia. En las pruebas se utilizan dos convertidores de potencia con capacidad de 2.2 kW. Los resultados demuestran que el controlador, comparte adecuadamente la corriente

de salida ($1.8 A$) entre los dos convertidores interconectados, y el nivel de voltaje se mantiene en un valor aceptable (entre $697 V$ y $703 V$) ante perturbaciones de carga resistiva (de 1 a 8Ω) [35].

También en 1.5 se desarrolla un control descentralizado adaptable a modos de funcionamiento, para el manejo de potencia de una micro-red de CD, con múltiples generadores de energía renovable y sistemas de almacenamiento de energía. En este caso, las curvas de voltaje obtenidas con la técnica de control por posicionamiento adaptable de voltaje, aplicada a los diferentes módulos de generación de energía eléctrica, se clasifican en intervalos de voltaje. Estos intervalos de voltaje definen el modo de funcionamiento de la micro-red de CD, como lo muestra la Figura 1.5.

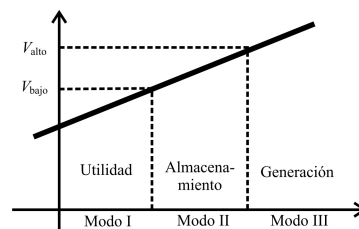


Figura 1.5: Definición de los modos de funcionamiento de la micro-red de CD. 1.5

- Modo I (*Utilidad*): se activa cuando el nivel de voltaje es menor a $650 V$, el controlador da prioridad a la alimentación de la micro-red utilizando la red de suministro eléctrico.
- Modo II (*Almacenamiento*): se activa cuando el nivel de voltaje está en el intervalo de $650 V$ a $700 V$, el controlador da prioridad al almacenamiento de energía eléctrica en los bancos de baterías.
- Modo III (*Generación*): se activa cuando el nivel de voltaje es mayor a $700 V$, el controlador da prioridad a la alimentación de la micro-red utilizando los módulos de generación de energía eléctrica.

La plataforma experimental cuenta con un generador de energía eólico ($10 kW$ de capacidad), dos generadores de energía solar ($3 kW$ de capacidad cada uno), dos bancos de baterías ($1.5 kW$ de capacidad cada uno), una toma trifásica de la red de suministro eléctrico ($15 kW$ de capacidad) y cinco cargas resistivas constantes ($2 kW$ de capacidad cada una). El nivel de voltaje en el bus de CD de la micro-red se estableció en un intervalo de $600 V$ a $700 V$, dependiendo del modo de funcionamiento. Los resultados obtenidos muestran una variación menor al 5% con respecto al nivel de voltaje esperado en el bus de CD, al cambiar de un modo de funcionamiento a otro [25].

En [75] se reporta una estrategia de control descentralizado de ganancia programada basado en lógica difusa, aplicado a una micro-red de CD. El controlador, asegura un balance de energía eléctrica en las unidades de almacenamiento. Además, mantiene el nivel de voltaje en el bus de CD durante la carga y descarga de los bancos de baterías. Cada módulo de generación y almacenamiento de energía eléctrica cuenta con un controlador primario por posicionamiento adaptable de voltaje, el cual distribuye equitativamente la corriente que se suministra a una carga resistiva. En las pruebas se estableció un voltaje de referencia en el bus de CD de 48 V y la potencia disipada en la carga fue de 250 W. Los resultados muestran que la desviación de voltaje en el bus de CD, fue menor al 5% durante la carga y descarga de los bancos de baterías [75].

En [76] se realiza un análisis matemático de un esquema descentralizado de control adaptable utilizando la técnica backstepping. En esta investigación se verifica la estabilidad del esquema control-observador y se establecen las condiciones de interacción entre subsistemas.

1.1.3. Control de convertidores cd-cd tipo elevador

En aplicaciones relacionadas con micro-redes de CD, generalmente se requiere el uso de convertidores de potencia cd-cd. La importancia de estos dispositivos electrónicos, radica en la necesidad de acoplar diferentes niveles de voltaje a valores de referencia deseados. Estos convertidores de potencia cd-cd, se utilizan ampliamente en control de motores eléctricos para grúas, trenes, montacargas, etc., ya que poseen alta eficiencia y una respuesta dinámica rápida [77].

En la literatura [78] se exponen diversas técnicas de conversión CD-CD, en las cuales se utiliza un circuito electrónico con elementos fundamentales de almacenamiento de energía (inductores y condensadores) y/o transformadores junto con interruptor(es) y diodo(s). En las técnicas de conversión CD-CD se incluyen: condensador conmutado (bomba de carga), multiplicador de voltaje, elevador conmutado inductor/voltaje, acoplamiento magnético y esquemas multinivel. Cada uno tiene sus propias ventajas y desventajas dependiendo de la aplicación, en términos de costo, complejidad, densidad de potencia, confiabilidad y eficiencia. Con el auge de las industrias aeroespacial y de telecomunicaciones, se amplió el uso e investigación de los convertidores cd-cd tipo elevador, especialmente en aplicaciones donde la eficiencia, la densidad de potencia y el peso son de suma importancia.

Un convertidor cd-cd tipo elevador es un circuito fundamental de elevación de voltaje. El uso generalizado de este tipo de convertidores es debido a su bajo número de elementos, lo que es una gran ventaja en términos de simplificación de modelos, implementación de diseños y fabricación.

Sin embargo, existen algunas desventajas: conmutación dura y recuperación inversa severa en el diodo de salida, lo que causa una menor eficiencia; características de fase no

mínima, lo cual complica el diseño del controlador; baja ganancia de voltaje con moderada conmutación de ciclo de trabajo; y baja densidad de potencia, lo que conduce a un funcionamiento ineficiente en aplicaciones de alto voltaje/potencia. Lo anterior promueve la investigación y el diseño de nuevas topologías.

Las desventajas del convertidor cd-cd tipo elevador, se pueden afrontar mediante la reducción del valor nominal del inductor y la reducción de la frecuencia de conmutación, con lo cual se disminuye los efectos de fase no-mínima y las pérdidas por conmutación. Además se deben considerar cargas menos exigentes y bajas ganancias de voltaje [78].

Los convertidores cd-cd tipo elevador, son utilizados en aplicaciones como vehículos eléctricos [79, 80], sistemas fotovoltaicos [81–83], entre otros. También, se caracterizan por ser el tipo de sistemas que admiten descripciones matemáticas diferentes durante periodos de operación diferentes, por lo que se conocen como sistemas de estructura variable [84]. Además, se sabe que el modelo del convertidor cd-cd tipo elevador, es no-lineal del tipo bilineal, y el voltaje de salida (que es la variable a regular) es de fase no mínima, lo cual dificulta el diseño de controladores de alto desempeño en forma directa [85].

En relación a este tipo de convertidores, en [82], reportan un controlador relativamente sencillo que activa o desactiva un conmutador, dependiendo del resultado de la comparación entre el nivel de voltaje de salida del convertidor y un valor de referencia. La lógica del controlador es relativamente simple, por lo cual es implementado en un microcontrolador. Los resultados experimentales demostraron que el controlador presenta una eficiencia eléctrica del 80 %.

En [80], se desarrolla un controlador que consiste en un esquema de dos lazos de control, uno lineal de voltaje y otro no-lineal de corriente basado en modos deslizantes. El controlador es aplicado a un convertidor cd-cd tipo elevador de cuatro fases con un voltaje de salida de referencia de 400 V. Los resultados experimentales demuestran que el nivel de voltaje de salida se mantiene apegado al nivel de referencia, al aplicar un cambio de carga que eleva la corriente a través de los inductores de 20 A a 40 A.

Otro controlador es el presentado en [83], el cual es un controlador modo corriente, diseñado a partir del modelo linealizado alrededor de un punto de equilibrio. Según los resultados experimentales, el esquema de control tiene una eficiencia eléctrica del 90 %.

Un esquema de control similar pero basado en la teoría de perturbaciones singulares, es el control integral propuesto en [86]. Se trata de un esquema con reducida carga matemática, sin embargo compensa adecuadamente perturbaciones en el voltaje de alimentación y cambios de carga del convertidor cd-cd tipo elevador.

Dentro de este tipo de controladores, que no requieren de estimación de perturbaciones endógenas y exógenas se encuentra el esquema propuesto en [87]. Este controlador se basa en

un filtro lineal plano, el cual es una versión natural robusta del control integral proporcional generalizado (GPIC).

Además de las técnicas de control anteriores, recientemente se han reportado esquemas de control modo corriente [88–90], control por modos deslizantes [91, 92], control por linealización [93] y esquemas de control de frecuencia variable [94].

En resumen, el problema de control para la regulación del voltaje de salida del convertidor, está asociado con la estabilización de la variable de salida del sistema, la cual se define en las ecuaciones del modelo promedio y generalmente es la corriente que pasa por el inductor o la energía total almacenada del sistema. Para lo cual se diseña un controlador que establece un régimen de conmutación secuencial-periódico, con anchos de pulsos variables para alcanzar el punto de equilibrio predeterminado.

Todas estas investigaciones ofrecen información suficiente para definir el problema y guiar el desarrollo de una solución adecuada.

1.2. Planteamiento del problema

Teniendo los antecedentes descritos anteriormente como marco de referencia, en el presente trabajo se describe el diseño e implementación de controladores cooperativos descentralizados aplicados a un sistema dinámico. La plataforma experimental cuenta con dos *agentes* (fuente de alimentación - convertidor - controlador), los cuales están conformados por convertidores de potencia cd-cd tipo elevador alimentados por arreglos fotovoltaicos no idénticos. Debido a los cambios de irradiancia solar, dichos arreglos fotovoltaicos representan una fuente de alimentación variante con el tiempo. Los convertidores cd-cd tipo elevador utilizados, son no-lineales y se encuentran interconectados de tal forma, que deben alimentar equitativamente un bus de CD. Una carga dinámica desconocida (motor de CD) se encuentra conectada a este bus. Por lo tanto, en cada agente se presentan las siguientes perturbaciones exógenas desconocidas: variaciones en el voltaje de alimentación del convertidor, efectos no lineales de interconexión y cambios de carga debido a una aplicación de par en el motor de CD. También se debe considerar el caso en donde uno de los convertidores puede fallar o es desconectado del bus de CD. Por otro lado, también se considera la conexión de un *agente* adicional. Estas acciones de conexión/desconexión de agentes, deben ser posibles sin prevenir a los módulos conectados ni tampoco modificar su respectivo esquema de control.

Ante este planteamiento del problema se propone el diseño e implementación de la plataforma experimental arriba descrita junto con un esquema de control descentralizado adaptable. El controlador propuesto es un esquema *control-observador* basado en la técnica

backstepping y un observador proporcional-integral generalizado GPI (siglas en inglés de *generalized proportional integral*).

1.3. Hipótesis

Las hipótesis formuladas en este trabajo de investigación, son las siguientes:

- Para que el esquema control-observador mantenga la salida de voltaje del convertidor cercana a la referencia, y al mismo tiempo compense adecuadamente los cambios de carga y las variaciones del voltaje de alimentación del convertidor; no es necesario el diseño de un observador GPI para cada tipo de perturbación. Para lo anterior, se requiere diseñar sólo un observador GPI, para obtener el valor aproximado de una variable artificial del modelo matemático linealizado del convertidor denominada $\hat{\alpha}(t)$.
- Los efectos de interacción entre los módulos de GD interconectados en la micro-red, pueden ser considerados como perturbaciones exógenas desconocidas. Dicha información también se incluye en el valor observado de $\hat{\alpha}(t)$. Por lo tanto, en este caso el esquema de control no requiere de un enlace de comunicación entre los módulos de GD para obtener este tipo de información. En consecuencia, la micro-red mantendrá una adecuada regulación de voltaje de salida de los convertidores y una distribución equitativa de corrientes.
- El desempeño estático y dinámico del esquema de control propuesto comparado con otros controladores es aceptable.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Diseñar e implementar, un control descentralizado para regular el nivel de voltaje del bus de CD de una micro-red alimentada por paneles fotovoltaicos, el cual deberá ser robusto ante perturbaciones exógenas desconocidas como: cambios de carga, efectos de interconexión y variaciones en el voltaje de salida de los paneles fotovoltaicos.

1.4.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos son cuatro y se detallan a continuación:

- Plataforma experimental:

- Diseñar y simular en PSIM[®] un convertidor de potencia cd-cd tipo elevador.
- Implementar dos convertidores cd-cd tipo elevador en placas de circuito impreso.
- Lógica del esquema de control
 - Modelado matemático de los convertidores cd-cd tipo elevador, considerando los efectos de interconexión y la carga dinámica.
 - Linealizar de forma exacta el modelo de la dinámica promedio del convertidor.
 - Diseñar un observador GPI para obtener el valor estimado de la variable artificial denominada $\hat{\alpha}(t)$.
 - Obtener la ley de control de regulación de voltaje.
 - Diseñar un esquema de control adaptable que ajuste el valor de $\hat{\alpha}(t)$ en la ley de control.
 - Analizar el desempeño del esquema de control a partir de los resultados obtenidos en simulación.
- Pruebas experimentales:
 - Implementar la lógica de los esquemas de control en tarjetas DSP (una para cada convertidor).
 - Diseño e implementación de los diferentes escenarios de pruebas experimentales para el sistema.
 - Analizar el desempeño del esquema de control a partir de los resultados de las pruebas experimentales.
- Publicar los resultados importantes de la investigación.

1.5. Metodología

La metodología diseñada para el desarrollo del trabajo consta de once etapas divididas en tres fases, y se describen a continuación:

Fase 1. Viabilidad: Es una de las fases más importante del proceso, debido a que se analiza la viabilidad de la implementación del esquema de control propuesto. Además se diseña e implementa la plataforma experimental de hardware. Consta de cuatro etapas:

- 1) Revisión de aspectos teóricos y antecedentes.
- 2) Análisis matemático.
- 3) Simulación.
- 4) Diseño e implementación de la plataforma experimental de hardware.

Fase 2. Programación: En esta fase, se define el modelo del DSP y se lleva a cabo su programación. Consta de cuatro etapas:

- 5) Definición de los módulos funcionales.
- 6) Simulación de los módulos funcionales.
- 7) Generación de código.
- 8) Programación del DSP.

Fase 3. Resultados experimentales: En esta fase, se diseñan los diferentes escenarios de prueba necesarios para el análisis de desempeño del esquema de control propuesto. Esta fase cuenta con tres etapas:

- 9) Pruebas experimentales.
- 10) Análisis de resultados.
- 11) Conclusiones.

1.5.1. Etapa de análisis matemático

Esta es la segunda etapa de la **Fase 1** de la metodología descrita previamente. El análisis matemático que se describe a continuación, consta de un procedimiento de seis pasos necesarios para el diseño del esquema de control propuesto:

Paso 1. Modelado matemático: Se analiza el circuito electrónico del sistema interconectado, el cual está conformado por dos convertidores cd-cd tipo elevador, utilizando las leyes de corriente y voltaje de Kirchhoff. De esta forma se obtiene el modelo dinámico promedio del sistema y los efectos de interacción entre los convertidores interconectados.

Paso 2. Agentes de interconexión: En este paso, se analiza el comportamiento de la carga de salida de los convertidores, ante la conexión o desconexión de otro convertidor y la carga dinámica conectada a la micro-red. Este análisis determina las condiciones necesarias para que el sistema interconectado funcione como dos sistemas desacoplados.

Paso 3. Linealización en forma exacta: Se reescribe el modelo promedio del convertidor en la forma normal de Brunovsky. Este paso es posterior al análisis de controlabilidad y observabilidad del sistema no lineal del convertidor cd-cd tipo elevador.

Paso 4. Controlador descentralizado: Para obtener la ley de control, se utiliza la técnica de control recursivo denominada backstepping. Dicha técnica de control es no lineal, sin embargo para el diseño del control adaptable propuesto, se requiere que el sistema tenga la forma normal de Brunovsky, la cual se obtiene en el **Paso 3**.

Paso 5. Observador proporcional integral generalizado: Este observador se diseña a partir del modelo linealizado en forma exacta del sistema obtenido en el **Paso 3**. Este observador estima el valor de una variable artificial denominada, $\alpha(x)$ del modelo linealizado en forma exacta.

Paso 6. Ley de control adaptable: Se sustituyen los valores estimados en el **Paso 5**, en la ley de control obtenida en el **Paso 4**.

1.6. Justificación

Esta propuesta, es una solución diseñada para el aprovechamiento eficiente de energías renovables. Además se relaciona con el nuevo enfoque de distribución local de energía eléctrica de CD. La importancia de este tipo de investigaciones es debido a las recientes problemáticas provocadas por el uso excesivo y la escasez de combustibles fósiles. A continuación se describen las diferentes razones que justifican plenamente este trabajo:

- Pertinencia:
 - Es un trabajo que se relaciona con el aprovechamiento eficiente de energía solar. Este tipo de estudios son importantes, ya que en México a pesar de tener una ubicación geográfica idónea para la generación de energía solar, existe un rezago a nivel investigación en relación a este tema [20].
 - Contribuir al estudio y desarrollo de micro-redes de CD, lo cual es un enfoque nuevo, que por sus ventajas ha tomado una enorme importancia [42].
- Relevancia:
 - La necesidad de esquemas modernos de control adaptable, robustos y eficientes para el convertidor CD-CD tipo elevador. El cual, de acuerdo a la literatura es un convertidor muy utilizado en sistemas de energía renovable del tipo fotovoltaico.
 - Los resultados obtenidos en este trabajo de investigación derivan en una serie de importantes contribuciones. Estas contribuciones son descritas en la siguiente sección.

1.7. Contribuciones

Esta tesis se enmarca dentro del control cooperativo descentralizado de sistemas dinámicos. Bajo este escenario y considerando los resultados obtenidos que corroboran las hipótesis arriba planteadas; se presentan contribuciones de tipo teórico y práctico. Este tipo de contribuciones se enumeran a continuación:

1. La aportación inicial, es el análisis del modelo interconectado que se presenta en esta investigación. La cual describe matemáticamente los efectos de interacción entre los

agentes. Con esta información se inicia el diseño de una solución adecuada de control que permita compensar este tipo de efectos no-lineales.

2. Una aportación clave en el diseño del esquema de control distribuido, es considerar los efectos de interacción entre las perturbaciones exógenas desconocidas en la carga de salida de cada *agente*. De esta forma, cada *agente* se puede limitar a analizar el comportamiento de su correspondiente carga de salida, en lugar de establecer un enlace de comunicación con los otros *agentes* interconectados. Lo anterior permite el diseño de un esquema de control que considere el modelo matemático individual de cada *agente*, en lugar de un modelo general del sistema interconectado.
3. Otra contribución importante consiste en proponer un sólo observador GPI para estimar el valor de $\alpha(t)$. Esta variable artificial se obtiene al linealizar de forma exacta el modelo matemático del convertidor cd-cd tipo elevador. Normalmente en un control adaptable, se utilizan estrategias de estimación para identificar el valor del voltaje de alimentación $E(t)$ y la carga de salida $R_L(t)$, por separado [95]. Esto es necesario, si se requiere compensar perturbaciones aplicadas en ambos lados del convertidor (entrada-salida). Sin embargo, los resultados presentados en esta investigación demuestran que la variable artificial $\alpha(t)$ contiene la información necesaria para compensar ambos tipos de perturbación. Por lo tanto, se propone solamente la retroalimentación de la información de un observador GPI para la variable $\alpha(t)$.
4. El controlador basado en backstepping contribuye de forma importante en el uso adecuado de la adaptación de $\hat{\alpha}(t)$. Esto se observa en la comparativa de desempeño realizada contra un esquema de control basado en linealización en forma exacta. A pesar de que ambos esquemas de control adaptan la señal $\hat{\alpha}(t)$, la diferencia en desempeño es notable a favor del esquema propuesto.
5. Una contribución importante en el esquema de control propuesto, es que se establece una cooperación equitativa en el suministro de corriente a la carga conectada en el bus de CD (motor de CD). Este tipo de cooperación se establece en (3.13) y (3.14), y depende del valor de la resistencia de acoplamiento R_{nn} . En este caso $R_{11} = R_{22}$, por lo tanto cada *agente* tiene que aportar la misma corriente a la carga. Sin embargo, esto también sugiere que es posible establecer una cooperación desigual que dependa de la capacidad de generación fotovoltaica en cada *agente*.
6. Comprobar la estabilidad del sistema es un aspecto importante que determina su viabilidad. En este sentido, se incluye un análisis riguroso de estabilidad utilizando la teoría de Lyapunov y el concepto de estabilidad de entrada al estado (ISS, por sus

siglas en inglés *Input-State Stability*). Se demuestra que el vector del error ($z(t)$) es asintóticamente convergente a una pequeña vecindad alrededor de cero.

7. En el aspecto de software, esta investigación contribuye con un programa que contiene la lógica de la ley de control, elementos sincronizados para realizar las pruebas y la configuración de módulos de hardware. Lo cual es necesario para programar dos tarjetas de procesamiento digital de señales DSP TMS320F28335. El programa se guarda en la memoria FLASH del dispositivo para funcionar sin la necesidad de co-procesamiento con una computadora.
8. Una contribución no menos importante, es la plataforma experimental desarrollada. La cual cuenta con un sistema de dos agentes, es decir: dos arreglos de paneles fotovoltaicos (200W y 210W) instalados en el techo del laboratorio y dos convertidores de potencia cd-cd tipo elevador. Ambos agentes con los dispositivos necesarios para medir (i_n , v_n) y aplicar las perturbaciones endógenas y exógenas en cada una de las pruebas experimentales.
9. Los productos de calidad derivados de este trabajo de tesis publicados en revistas y congresos son los siguientes:
 - Arturo Hernández-Méndez, Jesús Linares-Flores, Hebertt Sira-Ramírez, José F. Guerrero-Castellanos y Gerardo Mino-Aguilar, **A Backstepping Approach to Decentralized Active Disturbance Rejection Control of Interacting Boost Converters**, IEEE Transactions on Industry Applications, 2017.
 - Arturo Hernández-Méndez, Jesús Linares-Flores y Hebertt Sira-Ramírez, **Decentralized adaptive control for interconnected boost converters based on backstepping approach**, IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2016.
 - Jesús Linares-Flores, Arturo Hernández Méndez, Carlos García-Rodríguez y Hebertt Sira-Ramírez, **Robust Nonlinear Adaptive Control of a “Boost” Converter via Algebraic Parameter Identification**, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014.
 - Jesús Linares-Flores, Arturo Hernández-Méndez, José Fermi Guerrero-Castellanos, Gerardo Mino-Aguilar, **Decentralized ADR angular speed control for load sharing in servomechanisms**, IEEE Power and Energy Conference at Illinois, 2018.
 - Hebertt Sira-Ramírez, Arturo Hernández-Méndez, Jesús Linares-Flores, Alberto Luviano-Juárez, **Robust flat filtering dsp based control of the boost converter**, Control Theory and Technology, 2016.

- Richard Marquez, Marco Antonio Contreras-Ordaz y Arturo Hernández-Méndez, **Singular perturbations in integral control of DC-to-DC power converters**, 14th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2017.
10. Por otro lado, el impacto académico conseguido en los artículos generados se describe a continuación:

- **A Backstepping Approach to Decentralized Active Disturbance Rejection Control of Interacting Boost Converters:** La revista en donde se publicó tiene un factor de impacto de 2.937, y de acuerdo con el *Journal Citation Reports* en la categoría *Engineering, Electrical & Electronic* se clasifica en el lugar 63 de 262, por lo tanto es nivel *Q1*. En la categoría *Engineering, Multidisciplinary* está en el lugar 13 de 85 y también es *Q1*. De acuerdo a PlumX Metrics, esta publicación presenta un impacto por citas de 1.4.
- **Robust Nonlinear Adaptive Control of a “Boost” Converter via Algebraic Parameter Identification:** La revista en donde se publicó tiene un factor de impacto de 7.168, y de acuerdo con el *Journal Citation Reports* en la categoría *Automation & Control Systems* se clasifica en el lugar 1 de 60, es nivel *Q1*. En la categoría *Engineering, Electrical & Electronics* está en el lugar 12 de 262 y también es *Q1*. En la categoría *Instruments & Instrumentation* está en el lugar 1 de 58 y también es *Q1*. De acuerdo a PlumX Metrics, esta publicación tiene 34 citas y presenta un impacto por citas de 4.68.
- **Robust flat filtering dsp based control of the boost converter:** De acuerdo a PlumX Metrics, esta publicación tiene una cita y presenta un impacto por citas de 0.58.

1.8. Organización de la tesis

Al inicio del **Capítulo 1** se establece el contexto general de la investigación realizada en este trabajo. También se hace una revisión del estado del arte, seguida del planteamiento del problema, las hipótesis, los objetivos y las contribuciones. En el **capítulo 2** se desarrollan los aspectos teóricos relacionados con micro-redes de CD, convertidor de potencia cd-cd tipo elevador y esquemas de control. Posteriormente, en el **Capítulo 3** se describe el análisis y diseño del sistema interconectado, los esquemas de control propuesto y la demostración de estabilidad en lazo cerrado.

Después de esta etapa de estudio, análisis y diseño teórico del sistema, en el **Capítulo 4** se describe la implementación de la plataforma experimental de hardware y software

correspondiente. Misma que es utilizada para obtener los resultados experimentales de la plataforma descritos en el **Capítulo 5**. En este capítulo también se dan las conclusiones y la propuesta de trabajos a futuro.

Los apéndices incluidos en este documento son los siguientes:

Apéndice A: Placa de circuito impreso de los convertidores.

Apéndice B: Puntos de equilibrio y trayectoria de referencia.

Apéndice C: Publicaciones realizadas.

Capítulo 2

Marco teórico

En este capítulo inicialmente se describen algunos datos técnicos y definiciones relacionados con micro-redes de corriente directa (CD). En seguida, se analiza la etapa de conversión de energía. En este caso se utiliza el convertidor de potencia cd-cd tipo elevador, esto debido a sus características de funcionamiento y desempeño. Finalmente se describen los fundamentos teóricos relacionados con el esquema de control propuesto. En resumen los temas que se desarrollan a continuación en éste capítulo son los siguientes:

- Micro-redes eléctricas.
 - Micro-redes de CA.
 - Micro-redes de CD.
 - Comparación entre micro-redes de CA y CD.
 - Enfoques de control para micro-redes.
- Convertidor de potencia cd-cd tipo elevador.
 - Análisis matemático de funcionamiento.
 - Modelo promedio.
- Control adaptable.
 - Linealización en forma exacta.
 - Criterios de estabilidad de Lyapunov.
 - Control basado en backstepping.
 - Observadores asintóticos.
 - Estabilidad entrada-salida.

2.1. Micro-redes eléctricas

Históricamente, el estándar elegido en los sistemas comerciales de energía eléctrica son las redes de corriente alterna (CA). Este tipo de redes eléctricas, han alimentado las lámparas incandescentes de los hogares y los motores de las fábricas desde el siglo XIX. A más de un siglo de existencia, este tipo de generación y suministro eléctrico presenta ciertas dificultades. Los altos costos que implica la construcción de nuevas plantas de energía, la dificultad de encontrar espacios adecuados y las grandes distancias en las líneas de transmisión, obliga a los diseñadores a considerar nuevas formas de satisfacer la demanda energética. Además, el actual problema del calentamiento global debido a la contaminación ambiental, hace que sea necesario limitar el uso de combustibles fósiles e incrementar la generación eficiente de energías renovables. El aumento de la demanda energética, los elevados estándares de calidad para el suministro y el incremento en el número de cargas de CD, revelan que es inevitable la modernización en los sistemas de energía eléctrica [20].

En las dos últimas décadas, se han propuesto diversas soluciones para rediseñar los sistemas convencionales de energía, entre ellas están las unidades de generación eléctrica distribuida (GED) de energía renovable, sistemas de almacenamiento de energía (SAE), manejo activo de la demanda de energía, micro-redes de CA y avanzadas estrategias de control basadas en tecnologías de informática y comunicaciones [96, 97].

Dichas soluciones, permitieron el desarrollo de micro-redes o redes locales de distribución eléctrica con bajas pérdidas de potencia, flexibles y configurables. Las cuales se conforman básicamente por unidades de GED basadas en energía renovable y sistemas de almacenamiento [98]. Las unidades de GED incluyen turbinas eólicas [99], arreglos fotovoltaicos, celdas de combustible y microturbinas [100], mientras que los sistemas de almacenamiento de energía son baterías y supercapacitores [101]. Las unidades de GED basadas en arreglos fotovoltaicos usualmente requieren un control de seguimiento del máximo punto de potencia (SMPP) para maximizar la generación de energía [81, 82, 102] (Figura 2.1).

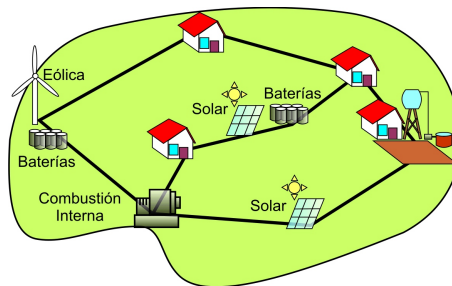


Figura 2.1: Representación gráfica de una Micro-red [102].

Los objetivos de una micro-red inteligente, son el maximizar el uso y la capacidad de las unidades de GED, mediante la implementación de una lógica de control que incremente la eficiencia y minimice los costos.

Una variante de las micro-redes de CA son las micro-redes de CD. A continuación se describen las características más importantes de ambos tipos de micro-redes y además se hace una breve comparación entre ellas.

2.1.1. Micro-redes de CA

Este tipo de micro-redes al igual que las de CD, gestionan en un ámbito local sistemas de generación y consumo de energía. Sin embargo, en este caso la línea principal es de CA, en donde se conectan de forma directa todas las unidades de GED con salida de potencia en CA. Algunos ejemplos de unidades de GED que tienen salida de potencia de CA son las turbinas eólicas, biogas y turbinas de olas marinas [97]. Las cargas de CA se conectan directamente a la micro-red, mientras que las cargas de CD requieren convertidores de potencia ca-cd. Por otro lado, las unidades de GED que tienen salida de energía en CD (arreglos fotovoltaicos, celdas de combustible y dispositivos de almacenamiento de energía) se conectan a la línea de CA utilizando inversores cd-ca [71, 103]. La Figura 2.2 muestra la configuración típica de unidades de GED con salida de potencia de CA y CD conectadas a una micro-red de CA.

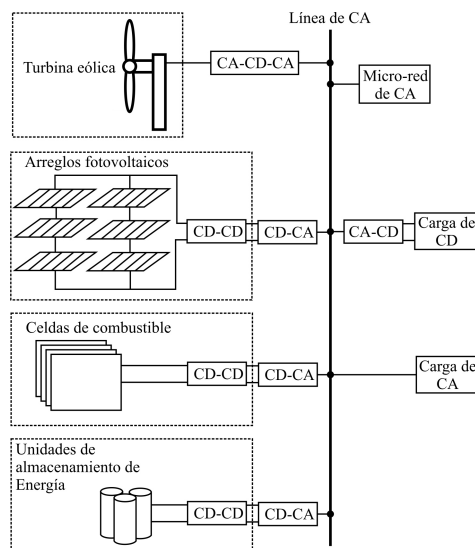


Figura 2.2: Configuración típica de las unidades de GED y las cargas conectadas a la línea de CA dentro de una micro-red [71].

2.1.2. Micro-redes de CD

Con el surgimiento del concepto de redes inteligentes, el uso de las micro-redes de CD se incrementa rápidamente [104]. En el futuro, los sistemas de distribución de CD se convertirán en una alternativa para alimentar equipos eléctricos que requieran un control óptimo de energía. Bajo este enfoque, las unidades de GED basadas en CD, los dispositivos de almacenamiento de energía y las cargas de CD, se conectan directamente al bus principal de la micro-red de CD [105]. En este caso, las unidades de generación de energía en CA requieren un convertidor de potencia ca-cd para conectarse a la micro-red de CD (turbinas eólicas) [103]. La Figura 2.3 describe una micro-red de CD con unidades de GED conectadas a un bus de CD principal. Las unidades de GED de CD se conectan directamente, tal como lo indica la Figura 2.3.

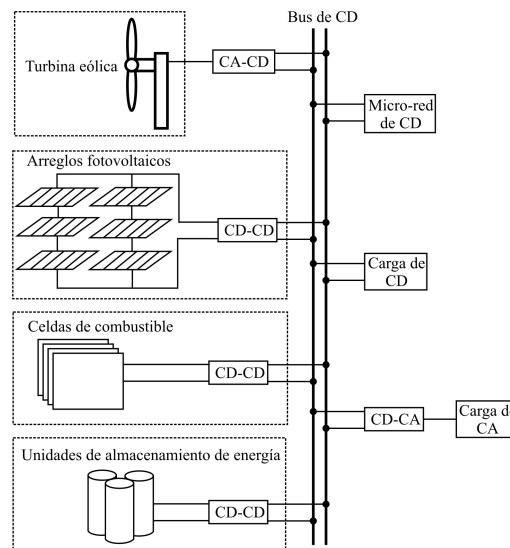


Figura 2.3: Configuración típica de las unidades de GD y las cargas en una micro-red de CD [71].

Es evidente que en las micro-redes de CD se reduce el número de etapas de conversión cd-ca-cd, con respecto a las micro-redes de CA. Esta característica permite que las micro-redes de CD tengan una mejor eficiencia eléctrica, menores costos y reducción de riesgos por posibles fallas, con respecto a una micro-red de CA.

A continuación, se mencionan algunos aspectos que fomentan el desarrollo de micro-redes eléctricas de CD como una solución idónea a la problemática energética actual [71, 106–108]:

- Problemas en la calidad de la energía dentro de la topología de distribución centralizada. Esto debido a fallas en las largas líneas de transmisión, provocadas por fenómenos naturales o accidentes.

- Las micro-redes eléctricas de CD son de bajo voltaje, por lo que reducen o eliminan el riesgo de peligrosas descargas eléctricas. Además esto reduce el costo de instalación y podría permitir al consumidor final asumir la responsabilidad de instalar la potencia deseada y controlar su consumo individual de energía.
- Existen los dispositivos de potencia necesarios, para llevar a cabo la conversión a diferentes niveles de voltaje de CD con bajas pérdidas y con costos relativamente bajos. En cuanto a la implementación de esquemas de control de alto desempeño, también se han desarrollado potentes dispositivos de procesamiento digital de señales de bajo costo.

Estas micro-redes de CD generalmente están conformadas con los siguientes elementos:

- Sistemas de Generación Eléctrica Distribuida (GED): pueden ser sistemas basados en arreglos de paneles fotovoltaicos, celdas de combustible, turbinas eólicas, entre otros.
- Cargas locales: Son los dispositivos que se alimentan de la micro-red y se pueden conectar y desconectar de forma arbitraria.
- Sistemas de almacenamiento de energía: como bancos de baterías y supercapacitores.
- Red eléctrica convencional (CA): para inyectar la energía sobrante, o en caso contrario, abastecerse de ella cuando la demanda de energía supere la potencia generada por las fuentes renovables de la micro-red.

2.1.3. Comparación entre micro-redes de CA y CD

”La arquitectura fundamental de la red eléctrica actual, vertical en su operación (generación-transmisión-distribución) y con flujos de energía unidireccionales, comienza a ser modificada. Este es el resultado de nuevas tecnologías participantes en la generación de energía eléctrica y de avances en las tecnologías de comunicación.” [102]

En este sentido, las micro-redes son una solución factible para afrontar el problema de sustentabilidad energética. En este nuevo enfoque, existen dos opciones: micro-redes de CA y micro-redes de CD.

En comparación con CA, la distribución de CD en micro-redes tiene importantes ventajas, como las que se describen a continuación:

- Mayor eficiencia eléctrica debido a la reducción de etapas de conversión ca-cd-ca o ca-ca en sistemas de potencia locales.
- Menor complejidad en los sistemas de control, debido a la eliminación de la etapa de sincronización de fase, presente en sistemas de CA.

- Se ha incrementado el uso de dispositivos de generación y almacenamiento de energía eléctrica nativos de CD (paneles solares, celdas de combustible, baterías y supercapacitores) y de cargas electrónicas de CD (iluminación LED, televisores, computadoras, celulares, motores de CD, etc.). La mayoría de los dispositivos de generación eléctrica suministran energía en redes de CA y requieren inversores de potencia que son costosos e ineficientes, incluso cuando la energía es entregada a un dispositivo de CD.

Para comprobar dichos beneficios existen algunas implementaciones funcionales de redes de CD, especialmente en centros de datos y edificios comerciales. Un listado de estos proyectos se puede ver en [109] y en las referencias que contiene.

2.1.4. Enfoques de control para micro-redes

Por otro lado, el funcionamiento adecuado de las micro-redes depende de las estrategias de control. En este sentido, para el diseño del controlador sobresalen dos enfoques: el centralizado y el descentralizado o distribuido. Tanto el control centralizado como el descentralizado presentan ventajas y desventajas. La elección del enfoque de control adecuado depende en gran medida del sistema que se quiera controlar. Un control centralizado, es diseñado sin restricciones respecto a las señales necesarias ya que se cuenta con la totalidad de la información del sistema. Si el sistema a controlar tiene un alto grado de complejidad, el controlador resultante es igualmente complejo y la estabilidad es difícil de alcanzar [69].

En el enfoque descentralizado, un sistema complejo se divide en subsistemas de menor complejidad, lo que también implica tener leyes de control menos complejas en comparación con el control centralizado. Un punto importante en el diseño de sistemas de control descentralizado, es que la estabilidad del sistema global es mostrada con base en la estabilidad de cada uno de los subsistemas, lo que en general, es más sencillo que demostrar la estabilidad en un sistema con control centralizado [25].

Suponiendo la falla de uno de los elementos de la micro-red, no se asegura su estabilidad cuando es controlado de forma centralizada. Cuando el sistema se divide en subsistemas, se puede asegurar que si un subsistema pierde estabilidad, los demás subsistemas pueden mantenerse por lo menos estables. Lo anterior, permite que el sistema tolere un mayor número de perturbaciones o incertidumbres no modeladas.

Una ventaja adicional es la modularización del sistema, es decir, al estar segmentado en varios subsistemas, el sistema puede ser ampliado o reducido, agregando o quitando módulos sin modificar las condiciones de estabilidad del resto del sistema [33].

2.2. Convertidor de potencia cd-cd tipo elevador

Bajo este contexto, los convertidores de potencia cd-cd permiten una interconexión flexible y eficiente entre los diferentes elementos que conforman una micro-red de CD. Por ejemplo, en la Figura 2.3 se puede ver que en cada unidad de generación distribuida se requiere una etapa de conversión de potencia. Se trata de dispositivos que convierten un nivel de voltaje de CD a otro, al controlar el ciclo de trabajo de un elemento de conmutación. Los desafíos en el diseño y control de un convertidor de potencia en una micro-red, están relacionados con la necesidad de utilizar una frecuencia de conmutación más baja para gestionar un nivel de potencia más alto. Además, se debe contar con la disponibilidad de un dispositivo lógico programable adecuado para ejecutar los algoritmos de control (por ejemplo: microcontrolador, FPGA y tarjeta DSP).

La función de un convertidor de potencia es manipular su potencia de entrada, mediante un conjunto controlado de conmutaciones. La eficiencia en la transferencia de potencia de un circuito es un parámetro muy importante, ya que repercute directamente en el costo, desempeño, tamaño y peso del sistema. Esta eficiencia, η , se define por:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in} + P_{loss}} \times 100\%$$

donde P_{in} y P_{out} representan la entrada promedio de potencia del lado de la fuente (entrada de CD) y la potencia promedio del lado de la carga (salida de CD), respectivamente. Si el circuito de potencia está conformado por un dispositivo interruptor ideal y elementos de almacenamiento de energía sin pérdidas, tales como el capacitor y el inductor, entonces la eficiencia total del procesamiento de energía en el circuito es del 100% [110]. Por otro lado, en una implementación real sí existen pérdidas de potencia en los convertidores, y están dadas por

$$P_{loss} = P_{in} - P_{out} = P_{out} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \quad (2.1)$$

Esta ecuación se grafica en la Figura 2.4. Generalmente el valor de P_{loss} depende de la disipación de potencia en forma de calor. El desarrollo de modernos interruptores de potencia a base de semiconductores, hace posible el diseño de fuentes de potencia de mayor eficiencia, comparadas con los reguladores lineales. Por lo tanto, es posible el diseño de fuentes de poder conmutadas con una eficiencia superior al 90%, de bajo costo, con un tamaño relativamente pequeño y bajo peso [111].

Básicamente el funcionamiento de las fuentes conmutadas consiste en controlar el tiempo de encendido de los dispositivos de potencia, para regular el voltaje de CD de salida. Lo

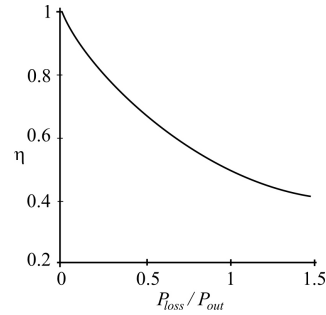


Figura 2.4: Pérdidas del convertidor comparadas con la eficiencia [110].

anterior genera un rizo de voltaje de salida, el cual se minimiza con un filtro [110]. El régimen de conducción de un convertidor de potencia es el modo de conducción continua (MCC) o el modo de conducción discontinua (MCD). A continuación se describen los aspectos teóricos para el diseño de un convertidor cd-cd tipo elevador en MCC.

2.2.1. Análisis matemático del convertidor

La conversión de voltaje del convertidor cd-cd tipo elevador, está dada por [110]:

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{1 - D} \quad (2.2)$$

donde V_o es el voltaje de salida, V_{in} el voltaje de alimentación y D es el ciclo de trabajo correspondiente a la señal de conmutación del transistor. Por lo tanto la ganancia de voltaje de salida es siempre mayor a uno.

Un aspecto importante en el diseño de un convertidor cd-cd tipo elevador, es el cálculo de los valores nominales mínimos de los elementos pasivos: inductor y capacitor. Por esta razón se calculan las corrientes promedio de entrada-salida y el rizo de voltaje de salida del convertidor.

Considerando el caso de un convertidor ideal, los valores máximos y mínimos de la corriente en el inductor ($I_{L\text{máx}}$ e $I_{L\text{mín}}$) son [110]:

$$I_{L\text{mín}} = V_{in} \left(\frac{1}{R(1 - D)^2} - \frac{DT}{2L} \right) \quad (2.3)$$

$$I_{L\text{máx}} = V_{in} \left(\frac{1}{R(1 - D)^2} + \frac{DT}{2L} \right) \quad (2.4)$$

donde T es el periodo de conmutación, R es la resistencia de carga y L es el valor nominal del inductor. En valores positivos de $I_{L\text{máx}}$ e $I_{L\text{mín}}$, el convertidor operará en MCC. Si se quiere calcular el valor mínimo del inductor se iguala $I_{L\text{mín}}$ a cero, bajo esta condición, el

valor crítico del inductor (L_{crit}) es [110]:

$$L_{crit} = \frac{RT}{2}(1 - D)^2 D \quad (2.5)$$

Por otro lado, el rizo de voltaje de salida (ΔV_o) está dado por [110]:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{RCf} \quad (2.6)$$

donde C es el valor nominal del capacitor y f es la frecuencia de conmutación. Para calcular el valor máximo nominal del capacitor, se despeja C de la ecuación (2.6) y se establece un valor de rizo máximo de voltaje de salida deseado. De esta manera se obtiene el valor nominal mínimo del capacitor C y del inductor L .

2.2.2. Modelo promedio del convertidor

En la Figura 2.5 se muestra el esquema de conmutación para el convertidor cd-cd tipo elevador.

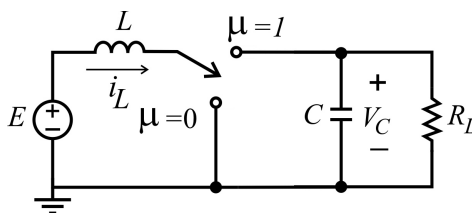


Figura 2.5: Esquema de conmutación del convertidor cd-cd tipo elevador [86].

donde, i_L es la corriente de entrada que pasa por el inductor, v_C es el voltaje en el capacitor, E es el voltaje de entrada, L es el valor nominal del inductor, C es el valor nominal del capacitor y R_L es la impedancia nominal de la carga de salida. La variable μ denota el nivel de conmutación del interruptor, que actúa como entrada de control del sistema y toma valores del conjunto $\{0, 1\}$.

Para obtener el modelo promedio del convertidor, primero se analiza el circuito de forma discreta utilizando las leyes de corriente y voltaje de Kirchhoff, cuando $\mu = 0$ y $\mu = 1$. Incluyendo el valor de μ para representar ambos casos ($\mu = 0$ y $\mu = 1$), se tiene:

$$L \frac{di_L}{dt} = E - (1 - \mu)v_C \quad (2.7)$$

$$C \frac{dv_C}{dt} = (1 - \mu)i_L - \frac{v_C}{R_L} \quad (2.8)$$

Ahora, si consideramos que x_1 y x_2 son variables que representan los valores promedio de la corriente que pasa por el inductor y el voltaje en el capacitor respectivamente. El modelo promedio del convertidor cd-cd tipo elevador es una copia del modelo discreto con una entrada de control discontinua $(1 - \mu)$, reemplazada por la entrada promedio de control continua, denotada por u_{av} . La entrada de control promedio u_{av} , toma los valores contenidos en el intervalo cerrado $[0, 1]$, y es frecuentemente interpretada como la función de ciclo útil de trabajo, en convertidores controlados por modulación de ancho de pulso, mejor conocida como PWM (traducido del idioma inglés *Pulse Wide Modulation*). La expresión para este nuevo modelo es la siguiente

$$L \frac{dx_1}{dt} = -u_{av}x_2 + E \quad (2.9)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = u_{av}x_1 - \frac{x_2}{R_L} \quad (2.10)$$

Las ecuaciones (2.9) y (2.10) se expresan en su forma no-lineal afín $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{E}{L} - \frac{x_2}{L} \\ \frac{x_1}{C} - \frac{x_2}{R_L C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L}x_2 \\ -\frac{1}{C}x_1 \end{pmatrix} u_{av} \\ g(t) &= h(x) = x_2 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Como ya se ha mencionado, el modelo de este convertidor es no-lineal del tipo bilineal. Sin embargo es plano con la salida [84]:

$$y = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cv^2 \quad (2.12)$$

2.3. Control adaptable

Las redes eléctricas son sistemas complejos y dinámicos afectados por múltiples eventualidades, como la conexión y la desconexión continua de cargas, fallas debidas a rayos y errores en el funcionamiento del equipo eléctrico. Un control inteligente es uno de los puntos cruciales para la operación de una micro-red de CD. El objetivo del esquema de control es la coordinación de las unidades de generación eléctrica distribuida (GED) de la micro-red, para disminuir las fallas de potencia y proveer una fuente de potencia estable, segura y económica.

Un controlador convencional está pensado para controlar sistemas (en su mayoría lineales), cuyos parámetros permanecen constantes. Esto es una buena aproximación en la mayor parte de los casos, cuando se regula un sistema en un punto fijo de operación. Sin embargo,

la aproximación en torno a un punto de funcionamiento pierde estabilidad, si el punto de funcionamiento cambia. En este caso se requiere un esquema de control adaptable [112,113].

La palabra *adaptable* significa modificar el comportamiento con forme cambian las circunstancias. Por lo tanto, el término de *control adaptable*, tiene una variedad de significados específicos, pero en general implican que el sistema es capaz de adaptarse a modificaciones no predecibles del medio, sean esos cambios internos o externos al sistema [25, 114]. Existen varios esquemas de control adaptable: control robusto de alta ganancia, sistemas auto-oscilatorios adaptables, planeación de ganancias y sistemas de modelo de referencia adaptable [115, 116]. Dentro de la categoría de control adaptable podrían colocarse los controladores *proporcional-integral-derivativos (PID) autoajustables*, el concepto es mucho más amplio, ya que también se incorporan técnicas avanzadas de identificación de parámetros, como estimadores algebraicos y observadores asintóticos.

La estimación en tiempo real es un elemento central en la mayoría de los esquemas de control adaptable. La estimación de parámetros ocurre de forma implícita en un esquema de control de modelo de referencia adaptable. Existen diferentes enfoques de estimación en tiempo real: mínimos cuadrados y modelos de regresión [115], estimadores algebraicos [95, 117], observadores de estado extendido [118].

Cuando los parámetros de la planta se actualizan en la ley de control, es un esquema de control adaptable del tipo auto-sintonizable, también denominado STR [115] (de las siglas en inglés *self-tuning regulator*). la Figura 2.6 muestra un diagrama a bloques de este tipo de control adaptable.

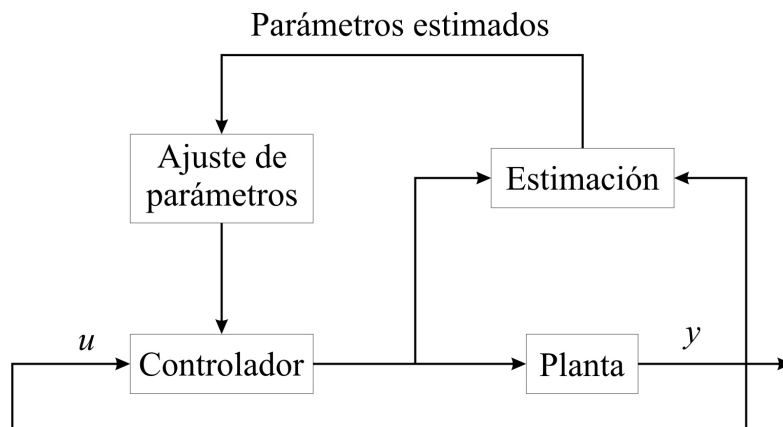


Figura 2.6: Diagrama a bloques de el enfoque adaptable STR [115].

Este esquema STR cuenta con dos lazos. El lazo interno es un lazo ordinario de control de retroalimentación. La estimación y el ajuste de los parámetros se realiza en el lazo externo de control. El bloque denominado Ajuste de parámetros de la Figura 2.6, representa la solución en línea de diseño para sistemas de parámetros desconocidos, lo cual es el

problema fundamental de control. Este problema se asocia con esquemas control adaptable, en donde los ajustes de parámetros desconocidos se realiza de forma indirecta [115]. El control adaptable indirecto, es un esquema de control en donde los parámetros de la planta del controlador son calculados a partir de la estimación de parámetros de la planta a controlar [116].

El sistema STR es flexible con respecto a la ley de control y a los métodos de estimación de parámetros. Además, con este enfoque se asume que los parámetros del controlador se ajustan todo el tiempo, siguiendo los cambios en la planta. Sin embargo no es sencillo el análisis de convergencia y estabilidad del sistema.

El esquema STR considera a los parámetros estimados como verdaderos, es decir, no se consideran incertidumbres e la estimación. A esto se le conoce como *principio de certidumbre en la equivalencia* [115].

Este enfoque se explica de la siguiente forma. Considere el sistema descrito por la siguiente ecuación:

$$\dot{y}(t) = a_p y(t) + u(t), \quad t \geq 0$$

donde a_p es el parámetro desconocido, $y(t)$ es la salida y $u(t)$ es la entrada de control del sistema. La trayectoria de referencia de la salida $\dot{y}_m(t)$ está dada por la siguiente ecuación:

$$\dot{y}_m(t) = -a_m y_m(t) + r(t), \quad t \geq 0$$

para lo cual se utiliza la siguiente estructura de control:

$$u(t) = k(t)y(t) + r(t)$$

donde el parámetro de control $k(t)$ se calcula de

$$k(t) = -\hat{a}_p(t) - a_m$$

donde $\hat{a}_p(t)$ la estimación de a_p [116].

Con base en la información anterior, este trabajo propone un esquema de control adaptable basado en la técnica backstepping, aplicado al modelo del convertidor de potencia cd-cd tipo elevador linealizado en forma exacta. Además se agrega un observador de estado extendido para ajustar los parámetros del convertidor. A continuación, se describe en forma general los aspectos teóricos que sustentan el esquema de control propuesto.

2.3.1. Linealización en forma exacta

Generalmente los procesos físicos son de naturaleza no-lineal. Esto implica que en la mayoría de los casos, cuando se trabaja con modelos de plantas lineales, realmente se trabaja con aproximaciones del proceso físico real. Estas aproximaciones serán suficientes si recogen toda la información sobre la dinámica de la planta en los intervalos de trabajo [119].

Las teorías relacionadas con linealización en forma exacta inician alrededor de los años 70's. Esto debido a diversas investigaciones en donde se intentaba extender los resultados obtenidos de la teoría de sistemas lineales a sistemas no-lineales. Dichos resultados eran los relacionados a controlabilidad y observabilidad de sistemas lineales [120, 121]. En 1984 se demostró que estas extensiones a sistemas no-lineales no sólo eran posibles, sino que también se podía aplicar gran parte de la teoría de control geométrico de sistemas lineales [122].

La idea central del enfoque de linealización en forma exacta, es una transformación algebraica (total o parcial) de la dinámica de un sistema no-lineal a uno lineal. La diferencia entre una linealización convencional (linealización jacobiana) y una linealización en forma exacta, es que esta última se logra mediante transformaciones exactas de los estados, más que por aproximaciones lineales de la dinámica. En otras palabras, una ley de control que se obtiene a partir de modelos matemáticos linealizados alrededor de un punto de operación (linealización jacobiana), generalmente no asegura una estabilidad y desempeño dinámico satisfactorio, cuando el sistema funciona fuera de dicho punto de operación. Cuando son necesarios márgenes de trabajo muy grandes y/o respuestas a gran velocidad, los efectos no-lineales de la planta tendrán una importancia mayor en su dinámica de comportamiento, y no podrán ser descartados [123].

En años recientes, las investigaciones en teoría de control no-lineal muestran que al usar la retroalimentación de estados no-lineales y una adecuada transformación de coordenadas, se puede linealizar de forma exacta un sistema no-lineal afín, que satisface ciertas condiciones. Dicha retroalimentación de estados puede asegurar la estabilidad del sistema de control, y se puede garantizar un buen desempeño dinámico [119].

Una transformación de coordenadas no-lineal se puede describir como

$$Z = \Phi(X) \tag{2.13}$$

donde Z y X son vectores de la misma dimensión, Φ es una función no-lineal vectorial cuya forma expandida es

$$\begin{aligned} z_1 &= \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ z_2 &= \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ z_n &= \varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \tag{2.14}$$

Se asume que la primera condición para la transformación de coordenadas no-lineales en (2.14) es que existe la transformación inversa, es decir

$$X = \Phi^{-1}(Z)$$

La segunda condición es que tanto $\Phi(X)$ como $\Phi^{-1}(Z)$ son funciones vectoriales suaves, es decir, la función de cada componente de Φ y Φ^{-1} tiene derivadas parciales continuas de cualquier orden. En resumen la primera condición es que sea invertible y la segunda es que sea diferenciable.

Si se satisfacen estas dos condiciones, la expresión $Z = \Phi(X)$, debe ser una transformación válida de coordenadas. Por lo tanto a la expresión $\Phi(X)$ se le denomina *difeomorfismo* entre dos espacios de coordenadas [119].

Con el objetivo de dar un panorama general de los conceptos y herramientas matemáticas relacionadas con la técnica de linealización en forma exacta, a continuación se desarrollan los siguientes aspectos teóricos: transformación de coordenadas de sistemas no-lineales, algebra de Lie, involutividad, grado relativo y finalmente la definición formal de linealización en forma exacta. Dichos aspectos teóricos son extraídos de la referencia [119].

Transformación de coordenadas de sistemas no-lineales

Dado el siguiente sistema de una entrada una salida

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, \dots, x_n) + g_1(x_1, \dots, x_n)u \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, \dots, x_n) + g_2(x_1, \dots, x_n)u \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u \end{aligned}$$

con una salida

$$y = h(x_1, \dots, x_n)$$

lo cual en forma compacta es

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \mathbf{f}(X) + \mathbf{g}(X)u \\ y &= h(X)\end{aligned}\tag{2.15}$$

donde $X \in \mathbf{R}^n$ y $u \in \mathbf{R}$ son las variables de estado y la variable de control respectivamente, $y \in \mathbf{R}$ es la variable de salida, \mathbf{f} y \mathbf{g} son vectores de funciones no-lineales y h es una función no-lineal de X . Se elige una transformación de coordenadas de la forma

$$Z = \Phi(X)\tag{2.16}$$

su derivada con respecto a la variable t es

$$\dot{Z} = \frac{d\Phi(X)}{dt} = \frac{\partial\Phi(X)}{\partial X} \frac{dX}{dt}\tag{2.17}$$

Sustituyendo (2.15) en (2.17) para \dot{X} , se tiene

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \frac{\partial\Phi(X)}{\partial X}(\mathbf{f}(X) + \mathbf{g}(X)u) \\ y &= h(X)\end{aligned}\tag{2.18}$$

Asumiendo que $\Phi(X)$ es un difeomorfismo, se obtiene a partir de (2.16) lo siguiente

$$X = \Phi^{-1}(Z)\tag{2.19}$$

Acorde con la ecuación (2.19), se obtiene un modelo del sistema en coordenadas Z sustituyendo X con Z en (2.18), es decir

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \bar{\mathbf{f}}(Z) + \bar{\mathbf{g}}(Z)u \\ y &= \bar{h}(Z)\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{f}}(Z) &= \left. \frac{\partial\Phi(X)}{\partial X} \mathbf{f}(X) \right|_{X=\Phi^{-1}(Z)} \\ \bar{\mathbf{g}}(Z) &= \left. \frac{\partial\Phi(X)}{\partial X} \mathbf{g}(X) \right|_{X=\Phi^{-1}(Z)} \\ \bar{h}(Z) &= h(X)|_{X=\Phi^{-1}(Z)}\end{aligned}\tag{2.20}$$

La ecuación (2.20) representa la transformación de coordenadas de un sistema no-lineal (2.15) [119].

Previo a la definición formal de la técnica de linealización en forma exacta, a continuación se describen los conceptos básicos del álgebra de Lie.

Álgebra de Lie

La *derivada de Lie*, es una de las herramientas matemáticas importante en la linealización en forma exacta. Para definirla se considera una función escalar diferenciable del vector X

$$\lambda(X) = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.21)$$

y un campo vectorial

$$f(X) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Para definir la derivada de la función escalar $\lambda(X)$ a lo largo del campo vectorial $f(X)$, se dice que es el producto escalar entre $\nabla\lambda(X)$ y $f(X)$, en donde $\nabla\lambda(X)$ es el gradiente de la función $\lambda(X)$

$$\nabla\lambda(X) = \left[\frac{\partial\lambda(X)}{\partial x_1} \quad \frac{\partial\lambda(X)}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial\lambda(X)}{\partial x_n} \right] \quad (2.23)$$

esto es

$$\left\langle \frac{\partial\lambda(X)}{\partial X}, f(X) \right\rangle \quad (2.24)$$

Esta fórmula define una nueva función escalar denominada *derivada de Lie* de $\lambda(X)$ a lo largo de $f(X)$ y se denota por $L_f\lambda(X)$.

La definición formal de derivada de Lie, se da a continuación.

Definición 2.1. Dada una función escalar diferenciable $\lambda(X)$ de $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ y un campo vectorial $f(x) = [f_1, \dots, f_n]^T$, la nueva función escalar, denotada por $L_f\lambda(X)$, se obtiene mediante la siguiente operación

$$L_f\lambda(X) = \frac{\partial\lambda(X)}{\partial X} f(X) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial\lambda(X)}{\partial x_i} f_i(X) \quad (2.25)$$

y se llama *derivada de Lie* de la función $\lambda(X)$ a lo largo del campo vectorial $f(X)$.

De la **Definición 2.1**, se sabe que la derivada de Lie es una función escalar, por lo tanto es posible repetir la misma operación del resultado anterior, pero ahora a lo largo de otro campo vectorial $g(X)$, por ejemplo

$$L_g L_f \lambda(X) = \frac{\partial(L_f \lambda(X))}{\partial X} g(X) \quad (2.26)$$

De esta forma se obtiene la derivada de Lie de orden k de $\lambda(X)$ a lo largo de $f(X)$ de manera recursiva [119].

$$\begin{aligned} L_f(L_f \lambda(X)) &= L_f^2 \lambda(X) = \frac{\partial(L_f \lambda(X))}{\partial X} f(X) \\ &\dots \\ L_f^k \lambda(X) &= \frac{\partial(L_f^{k-1} \lambda(X))}{\partial X} f(X) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Por otro lado, para definir el *corchete de Lie*, se asume que se cuenta con dos campos vectoriales de la misma dimensión, dados como:

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad g(X) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix}$$

El corchete de Lie es la derivada de un campo vectorial a lo largo de otro campo vectorial. Sea $[f(X), g(X)]$ que denota la derivada de $g(X)$ a lo largo de $f(X)$, entonces se realiza la siguiente operación matricial

$$[f, g](X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

lo anterior se puede abreviar de la siguiente manera

$$[f, g](X) = \frac{\partial g}{\partial X} f - \frac{\partial f}{\partial X} g \quad (2.29)$$

donde $\partial g/\partial X$ y $\partial f/\partial X$ corresponden al Jacobiano de las matrices. La expresión (2.29) muestra un nuevo campo vectorial, denominado corchete de Lie, para ello se empleará la notación $ad_f g$.

La definición formal del corchete de Lie es la siguiente:

Definición 2.2. Dados dos campos vectoriales $f(X) = [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_n]^T$ y $g(X) = [g_1 \ g_2 \ \cdots \ g_n]^T$. La siguiente operación denotada por $ad_f g$

$$ad_f g = \frac{\partial g}{\partial X} f - \frac{\partial f}{\partial X} g \quad (2.30)$$

obtiene un nuevo campo vectorial el cual se define como el corchete de Lie de $g(X)$ a lo largo de $f(X)$ [119].

Involutividad

Por otro lado, para definir la *involutividad* de un conjunto de campos vectoriales, se consideran k campos vectoriales n dimensionales

$$g_1(X) = \begin{bmatrix} g_{11}(x_1, \dots, x_n) \\ g_{12}(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_{1n}(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}, \dots, g_k(X) = \begin{bmatrix} g_{k1}(x_1, \dots, x_n) \\ g_{k2}(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_{kn}(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

que forman la matriz G , dada como:

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{21} & \cdots & g_{k1} \\ g_{12} & g_{22} & \cdots & g_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{1n} & g_{2n} & \cdots & g_{kn} \end{bmatrix} = [g_1(X) \ g_2(X) \ \cdots \ g_k(X)] \quad (2.32)$$

Si la matriz G es de rango k en $X = X_0$, y la matriz aumentada dada como:

$$\begin{bmatrix} g_1 & g_2 & \cdots & g_k & [g_i, g_j] \end{bmatrix}$$

tienen el mismo rango k en $X = X_0$ en un número arbitrario i y j de los k campos vectoriales que conforman a la matriz G donde $1 \leq i, j \leq k$, el conjunto de campos vectoriales

$$\{g_1, g_2, \dots, g_k\}$$

se dice que la matriz G es involutiva o que tiene la propiedad de involutividad [119].

Grado Relativo

Otro concepto importante es el *grado relativo* de un sistema de control no-lineal, denotado por r . Para definirlo se considera un sistema no-lineal de control de una entrada y una salida (SISO por sus siglas en inglés *Single Input Single Output*) como:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= f(X) + g(X)u \\ y &= h(X)\end{aligned}\quad (2.33)$$

en donde $X \in R^n$, $u \in R$, $y \in R$, $f(X)$ y $g(X)$ son campos vectoriales. Si

(i) La derivada de Lie de la función $L_f^k h(X)$ a lo largo de g es igual a cero en una vecindad Ω de $X = X^0$, es decir:

$$L_g L_f^k h(X) = 0, \quad k < r - 1, \quad \forall x \in \Omega \quad (2.34)$$

(ii) La derivada de Lie de una función $L_f^{r-1} h(X)$ a lo largo del campo vectorial $g(X)$ no es igual a cero en Ω , es decir:

$$L_g L_f^{r-1} h(X) \neq 0 \quad (2.35)$$

entonces se dice que el sistema tiene grado relativo r en Ω .

Ahora se expone la característica de un sistema no-lineal afín, cuando el grado relativo es igual a la dimensión n del vector de estados del sistema.

Inicialmente se asume un sistema de la siguiente forma

$$\begin{aligned}\dot{X} &= f(X) + g(X)u \\ y &= h(X)\end{aligned}\quad (2.36)$$

en donde $X \in R^n$ y tiene grado relativo $r = n$. De acuerdo con la definición de grado relativo las siguientes expresiones son válidas:

$$\begin{aligned}L_g L_f^0 h(X) &= L_g L_f h(X) = L_g L_f^2 h(X) = \dots = L_g L_f^{n-2} h(X) = 0 \\ L_g L_f^{n-1} h(X) &\neq 0\end{aligned}\quad (2.37)$$

Ahora se construirá un mapeo del espacio X al espacio Z . Si se escoge a z_1 como:

$$z_1 = h(x_1, \dots, x_n)$$

entonces

$$\dot{z}_1 = \frac{\partial h(X)}{\partial X} \dot{X} \quad (2.38)$$

Sustituyendo la ecuación (2.36) en la ecuación para \dot{X} se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= \frac{\partial h(X)}{\partial X} f(X) + \frac{\partial h(X)}{\partial X} g(X)u \\ \dot{z}_1 &= L_f h(X) + L_g L_f^0 h(X)u\end{aligned}\quad (2.39)$$

De la fórmula (2.37), se sabe que

$$L_g L_f^0 h(X) = 0$$

entonces,

$$\dot{z}_1 = L_f h(X)$$

si se establece que

$$\dot{z}_1 = L_f h(X) = \dot{z}_2$$

entonces se tiene lo siguiente

$$\dot{z}_2 = L_f^2 h(X) + L_g L_f h(X)u \quad (2.40)$$

dado que $r = n$, se sabe que $L_g L_f h(X) = 0$, por lo tanto $\dot{z}_2 = L_f^2 h(X)$. Por lo que una vez más se establece

$$\dot{z}_2 = L_f^2 h(X) = \dot{z}_3$$

Haciendo una analogía se puede decir que

$$\dot{z}_i = L_f^i h(X) = \dot{z}_{i+1}$$

hasta

$$\dot{z}_{n-1} = L_f^{n-1} h(X) = \dot{z}_n$$

como $r = n$, se puede decir que

$$\dot{z}_n = L_f^n h(X) + L_g L_f^{n-1} h(X)u \quad (2.41)$$

por definición de grado relativo se sabe que

$$L_g L_f^{n-1} h(X) \neq 0$$

por lo tanto, la ecuación (2.41) se puede escribir de la siguiente forma

$$\dot{z}_n = \alpha(X) + \beta(X)u \quad (2.42)$$

en donde $\alpha(X) = L_f^n h(X)$ y $\beta(X) = L_g L_f^{n-1} h(X) \neq 0$

Integrando el contenido de la ecuación (2.36), a la ecuación (2.42) mediante una transformación de coordenadas del plano X al plano Z . Las coordenadas seleccionadas para la

transformación son:

$$\begin{aligned} z_1 &= h(X) \\ z_2 &= L_f h(X) \\ &\dots \\ z_n &= \alpha(X) + \beta(X)u \end{aligned} \tag{2.43}$$

lo cual se escribe como $Z = \Phi(X)$, donde $\Phi(X)$ es una función *difeomórfica al menos local*. El difeomorfismo se puede comprobar al ver que los vectores $dh(X)$, $dL_f h(X)$, \dots , $dL_f^{n-1} h(X)$ son linealmente independientes. El nuevo sistema dinámico descrito por las coordenadas en el plano Z es

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= \alpha(X) + \beta(X)u \\ X &= \Phi^{-1}(Z) \end{aligned} \tag{2.44}$$

y la ecuación de salida es $y = h(X) = z_1$.

Por lo tanto, si un sistema no-lineal afín SISO tiene un grado relativo $r = n$ en donde n denota el número del orden del sistema, entonces un mapeo de coordenadas (2.43) transforma el sistema no-lineal original a un sistema de la forma (2.44), en donde las primeras $(n - 1)$ ecuaciones son linealizadas y no se incluye la variable de control u , sólo en la última ecuación se incluye a la variable de control. Este hecho es muy importante para la linealización en forma exacta de sistemas no-lineales de una entrada y una salida [119].

Definición formal de linealización en forma exacta

La definición formal de la técnica de linealización en forma exacta, será enfocada a sistemas de una entrada y una salida o también denominados sistemas *SISO* (por sus siglas en inglés *single input single output*), puesto que el convertidor cd-cd tipo elevador es una planta de este tipo.

En la mayoría de las situaciones se asume que el estado x del sistema está disponible para su medición, y que permite que la entrada del sistema dependa de este estado y posiblemente de señales de entrada de referencia externas.

Para describir la técnica de linealización en forma exacta, se considera un sistema no-lineal descrito por las ecuaciones de la forma

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= f(X(t)) + g(X(t))u(t) \\ y(t) &= h(X(t))\end{aligned}\tag{2.45}$$

donde $X \in R^n$ es el vector de estado; $u \in R$ es el vector de control; y $y \in R$ es el vector de salida; $f(X)$ y $g(X)$ son campos vectoriales de dimensión n en el espacio de estados; $h(X)$ es la función escalar de X .

Se supone que el grado relativo del sistema r es igual a la dimensión del vector de estados del sistema n , es decir, $r = n$.

Se sabe que para establecer la forma normal del sistema dinámico en un nuevo sistema de coordenadas Z , el mapeo de coordenadas debe ser de la siguiente forma

$$Z = \Phi(X) = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ \varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(X) \\ L_f h(X) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(X) \end{bmatrix}\tag{2.46}$$

donde $\Phi(X)$ es una función difeomórfica local. Bajo la condición de que $r = n$, acorde con la transformación de coordenadas en la ecuación (2.46), el sistema original de la ecuación (2.45) se transforma en la siguiente forma normal

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= \alpha(X) + \beta(X)u|_{X=\Phi^{-1}(Z)}\end{aligned}\tag{2.47}$$

donde $\alpha(X)$ y $\beta(X)$ son funciones no-lineales escalares de X . Las primeras ecuaciones $n - 1$ de la ecuación (2.47) han sido linealizadas. La última ecuación, que incluye la variable de control u es no-lineal.

Para linealizar en forma exacta el sistema (2.47), se establece lo siguiente

$$v = \alpha(X) + \beta(X)u\tag{2.48}$$

donde

$$\alpha(X) = L_f^n h(X) \quad (2.49)$$

$$\beta(X) = L_g L_f^{n-1} h(X) \neq 0 \quad (2.50)$$

Normalmente se linealiza y controla en las nuevas coordenadas $Z = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_n]^T$ las cuales son de la forma

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\cdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= v \end{aligned} \quad (2.51)$$

la forma de la ecuación (2.51) se le denomina forma normal de Brunovsky [124], y se puede escribirse de la siguiente manera

$$\dot{Z} = AZ + Bv$$

donde

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

2.3.2. Control backstepping

Se trata de un esquema de control recursivo basado en la teoría de Lyapunov propuesto a inicios de 1990. Esta técnica fue expuesta por Krstic, Kanellakopoulos y Kokotovic [125]. Este enfoque consiste en diseñar un controlador recursivo considerando algunas variables de estado como *controles virtuales* y diseñando para ellos leyes de control intermedias. Controladores de este tipo logran los objetivos de estabilización y seguimiento de trayectoria. La prueba de estas propiedades es una consecuencia directa del procedimiento recursivo, debido a que se construye una función de Lyapunov para todo el sistema, incluidas las **estimaciones de los parámetros** [126].

La siguiente explicación es un extracto de las referencias [125] y [126]. Con el objetivo de explicar el desarrollo de este tipo de esquemas de control, se considera el siguiente sistema:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.53)$$

se asume que $x = 0$ es un punto de equilibrio del sistema no forzado $\dot{x} = f(x, 0)$. Ahora suponga que, u se obtiene usando una ley de retroalimentación de la forma

$$u = \phi(x) \quad (2.54)$$

Para analizar la estabilidad de este sistema, se sustituye (2.54) en (2.53) y se obtiene

$$\dot{x} = f(x, \phi(x)) \quad (2.55)$$

Si el sistema no forzado dado por la ecuación (2.55) es asintóticamente estable, entonces se puede encontrar una función V definida positiva, cuya derivada a lo largo de las trayectorias de (2.55), es definida negativa en una vecindad alrededor del origen. Para ejemplificar lo anterior, se considera el sistema de tercer orden (2.56)-(2.58).

$$\dot{x}_1 = x_2 + x_1^2 \quad (2.56)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + x_2^2 \quad (2.57)$$

$$\dot{x}_3 = u \quad (2.58)$$

donde x_1 , x_2 y x_3 son los estados del sistema y u es la entrada de control.

Paso 1. De la ecuación (2.56) se define $z_1 = x_1$, $\dot{z}_1 = \dot{x}_1$ y derivando la dinámica de la nueva coordenada, se tiene:

$$\dot{z}_1 = x_2 + x_1^2 \quad (2.59)$$

donde x_2 es una variable de control. Definiendo una ley de *control virtual* α_1 para la ecuación (2.59), y dada z_2 como una variable de error que representa la diferencia entre la variable de control y el control virtual, se tiene:

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (2.60)$$

Si z_2 (2.60) se sustituye en la ecuación (2.59) se obtiene

$$\dot{z}_1 = \alpha_1 + x_1^2 + z_2 \quad (2.61)$$

Ahora el objetivo es diseñar una ley de control virtual α_1 , de tal manera que $z_1 \rightarrow 0$. Por lo tanto se propone una función candidata de Lyapunov:

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 \quad (2.62)$$

En seguida, la función candidata de Lyapunov se deriva a lo largo de z_1 y se sustituye la ecuación (2.61), obteniendo:

$$\dot{V}_1 = z_1(\alpha_1 + x_1^2) + z_1 z_2 \quad (2.63)$$

ahora ya se puede definir el control virtual α_1 apropiado, de tal manera que el sistema de primer orden sea estable:

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - x_1^2 \quad (2.64)$$

$$\dot{\alpha}_1 = -c_1 \dot{z}_1 - z_1 \dot{z}_1 \quad (2.65)$$

donde $c_1 > 0$. Por lo tanto, la derivada de V_1 a lo largo de z_1 es:

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (2.66)$$

De esta forma, si $z_2 = 0$, entonces $\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2$ es definida negativa, lo cual garantiza que z_1 converge asintóticamente alrededor de cero.

Paso 2. Se deriva la dinámica del error de la ecuación (2.60) y se sustituye en la ecuación (2.57):

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \\ \dot{z}_2 &= x_3 + x_2^2 + c_1 \dot{z}_1 - z_1 \dot{z}_1 \end{aligned} \quad (2.67)$$

donde x_3 se puede ver como una entrada de control virtual. Definiendo una ley de control virtual α_2 y dada z_3 como una variable de error representando la diferencia entre el control real y el control virtual:

$$z_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (2.68)$$

de esta ecuación se despeja x_3 y se sustituye en la ecuación (2.67):

$$\dot{z}_2 = z_3 + \alpha_2 + x_2^2 + c_1 \dot{z}_1 - z_1 \dot{z}_1 \quad (2.69)$$

nuevamente el objetivo de control es que $z_2 \rightarrow 0$, por lo tanto se propone la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (2.70)$$

al derivarla a lo largo de (z_1, z_2) se obtiene:

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_2(z_3 + \alpha_2 + x_2^2 + c_1 \dot{z}_1 - z_1 \dot{z}_1) \quad (2.71)$$

Ahora se selecciona adecuadamente α_2 para cancelar a z_1 , \dot{x}_1 y x_2 ; en este paso aún no se cancela z_3 .

$$\alpha_2 = -z_1 - c_2 z_2 - \dot{x}_2^2 - c_1 \dot{z}_1 + z_1 \dot{z}_1 \quad (2.72)$$

donde $c_2 > 0$. Por lo que la derivada de V_2 a lo largo de (z_1, z_2) es de la forma:

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 = -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2 + z_2 z_3 \quad (2.73)$$

nuevamente se verifica que \dot{V}_2 sea definida negativa si $z_3 = 0$, lo cual significa que z_1 y z_2 convergen a cero asintóticamente.

Paso 3. Nuevamente se deriva la dinámica del error $z_3 = x_3 - \alpha_2$ y se sustituye la ecuación (2.58):

$$\dot{z}_3 = u + z_2 - c_1 z_1 + c_1 \ddot{z}_1 + c_2 \dot{z}_2 + x_2 \dot{x}_2 + 2\dot{z}_1 \ddot{z}_1 \quad (2.74)$$

en esta ecuación ya aparece la entrada de control u , la cual se diseña adecuadamente para que z_1 , z_2 y z_3 converjan asintóticamente alrededor de cero. Para lo cual se elige la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \quad (2.75)$$

al derivarla a lo largo de (z_1, z_2, z_3) se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2 + z_3 \dot{z}_3 \\ \dot{V}_3 &= -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2 + z_3 (u + z_2 - c_1 z_1 + c_1 \ddot{z}_1 + c_2 \dot{z}_2 + x_2 \dot{x}_2 + 2\dot{z}_1 \ddot{z}_1) \end{aligned} \quad (2.76)$$

Ahora se obtiene la ley de control final que haga que $\dot{V}_3 \leq 0$, como sigue:

$$u = -z_2 - c_3 z_3 + c_1 z_1 - c_1 \ddot{z}_1 - c_2 \dot{z}_2 - x_2 \dot{x}_2 - 2\dot{z}_1 \ddot{z}_1 \quad (2.77)$$

donde $c_3 > 0$. Al sustituir la ley de control en \dot{V}_3 queda como:

$$\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^3 c_i z_i^2 \quad (2.78)$$

lo que indica que \dot{V}_3 es definida negativa y por lo tanto es asintóticamente estable [125–127].

2.3.3. Observadores asintóticos

Generalmente, algunos estados del sistema dinámico no se conocen, debido a problemas de monitoreo. Existen variables de estado que no son fáciles de medir o el sensor es costoso. En este caso se requiere una reconstrucción del estado a partir de las mediciones disponibles. Dicha reconstrucción sólo es posible, si ciertas *condiciones de observabilidad* se cumplen. En dado caso, es posible diseñar un *observador* que se utilice para estimar \hat{x} de un estado verdadero x . Mientras el diseño de observadores para sistemas lineales invariantes en el tiempo, son una solución estable y relativamente sencilla, en el caso no-lineal el reto es mayor y no existe una solución universal.

Los observadores de estado extendido ESO (por sus siglas en inglés *extended state observer*) fueron propuestos por Jingqing Han en 1995 [128]. La principal idea es transformar la ecuación del error del sistema determinado con el ESO de alta ganancia del sistema perturbado, con el cual se elimina el efecto de perturbación total. El ESO se basa en los observadores de tipo Luenberger [118].

A continuación se presenta un resumen de los fundamentos teóricos para diseño del ESO extraído de la referencia [118] y [127].

Observabilidad no-lineal

Se considera el siguiente sistema no-lineal SISO:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u & f: \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R}^n, \quad g: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R} \\ y &= h(x) & h: \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Se asume que $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ son funciones suaves y $h(0) = 0$. Además se define:

- $x_u(t, x_0)$: representa la solución de (2.79) en el tiempo t generada por la entrada u y el estado inicial x_0 .
- $y(x_u(t, x_0))$: representa la salida y cuando el estado x es $x_u(t, x_0)$.

Por lo tanto:

$$y(x_u(t, x_0)) \equiv h(x_u(t, x_0))$$

Definición 2.3. Se dice que un par de estados (x_0^1, x_0^2) son identificables si existe una función de entrada u tal que

$$y(x_u(t, x_0^1)) \equiv y(x_u(t, x_0^2))$$

Definición 2.4. Se dice que el sistema no-lineal (2.79) es (localmente) observable en $x_0 \in \mathbb{R}^n$ si existe una vecindad U_0 de x_0 tal que cada estado $x \neq x_0 \in \Omega$ es identificable de x_0 . Es decir, es localmente observable si es localmente observable en cada $x_0 \in \mathbb{R}^n$.

Esto significa que (2.79) es localmente observable en una vecindad $U_0 \subset \mathbb{R}^n$ si existe una entrada $u \in \mathbb{R}$ tal que

$$y(x_u(t, x_0^1)) \equiv y(x_u(t, x_0^2)) \quad \forall t \in [0, t] \iff x_0^1 = x_0^2$$

No hay algún requisito en la **Definición 2.4** para que todas las funciones tengan la característica de identificabilidad. A diferencia de los sistemas lineales, existen varios aspectos sutiles en la definición de observabilidad de sistemas no-lineales [127]. Para el siguiente teorema, se considera el caso no-forzado del sistema no-lineal de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) & f: \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R}^n \\ y &= h(x) & h: \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R} \end{aligned} \quad (2.80)$$

Teorema 2.1. [124] El sistema (2.80) es localmente observable en una vecindad $U_0 \subset D$ que contiene el origen, si

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Delta h \\ \vdots \\ \Delta L_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n \quad \forall x \in U_0$$

En términos generales, la **Definición 2.4** y el **Teorema 2.1** indican que si la linealización de la ecuación de estado (2.79) es observable, entonces (2.79) es observable localmente alrededor del origen. Lo cual también significa que para los sistemas no lineales la observabilidad local no implica, en general, la observabilidad global.

En el caso de sistemas lineales invariantes en el tiempo, la observabilidad es independiente de la función de entrada y de la matriz B de la ecuación de estados. Esta propiedad es una consecuencia de que el mapeo $x_0 \rightarrow y$ es lineal. Los sistemas no lineales suelen presentar entradas de control singulares, que pueden hacer el espacio de estados no-observable [127].

Existen varias formas de abordar el problema de reconstrucción del estado en sistemas no-lineales, las cuales dependen de las características de la planta. En el caso del convertidor cd-cd tipo elevador, se sabe que cuenta con una salida plana que permite la transformación de coordenadas $x_0 \rightarrow y$ [129].

Diseño del observador de estado extendido

Los observadores de estado extendido o ESO (por sus siglas en inglés *extended state observer*), aportan robustez con respecto a perturbaciones del tipo polinomial, sin embargo, debido a que su diseño requiere de altas ganancias para la reconstrucción de estados, las estimaciones son afectadas por el ruido de las mediciones. Este tipo de observadores son una extensión de los observadores de Luenberger. El resumen del proceso de diseño del ESO expuesto a continuación es extraído de la referencia [118] y [130].

Inicialmente, se consideran sistemas en donde la observabilidad no depende de la entrada, denominados sistemas uniformemente observables. De esta forma se utiliza la parte lineal invariante en el tiempo para establecer el valor de las ganancias como en un observador Luenberger. De esta forma, se compensa de forma exacta todos los elementos no-lineales en la medida de lo posible.

A continuación se describe la estructura básica de un observador Luenberger [130]. Sea un sistema de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{2.81}$$

Para este sistema se tiene el siguiente observador:

Teorema 2.2. *Si el sistema 2.81 satisface las condiciones de observabilidad entonces existe un observador de la forma:*

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - K(C\hat{x}(t) - y(t))\tag{2.82}$$

con K tal que $A - KC$ es estable.

Observación. El rango de convergencia puede ser sintonizado arbitrariamente mediante la selección apropiada de K .

De forma más general y considerando el **Teorema 2.2**, en [130] se enuncia el siguiente teorema:

Teorema 2.3. *Sea el sistema dado por*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + \varphi(x, u) \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.83}$$

con

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Si x y u son funciones de Lipschitz y además:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j}(x, u) = 0 \text{ para } j \geq i, 1 \leq i, j \leq n,$$

el sistema admite un observador de la forma:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi(\hat{x}, u) - \begin{pmatrix} \lambda & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda^n \end{pmatrix} K(C\hat{x} - y) \quad (2.84)$$

con K tal que $A - KC$ es estable, y λ lo suficientemente grande.

Observación.

- A este diseño se denomina observador de alta ganancia, debido a la sintonización de los parámetros λ .
- La magnitud de λ es directamente proporcional a la convergencia del observador.
- El diseño del observador se extiende a sistemas de la forma

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), y(t) = Cx(t)$$

donde $\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = 0$ para $j > i + 1$ y $\frac{\partial f_i}{\partial x_{i+1}} \geq \alpha_i > 0$ para todo x, u .

- Es un diseño común para esquemas de control-observador.

Con base en el **Teorema 2.3** en donde se señala la convergencia de los observadores de alta ganancia, se diseñan los observadores de estado extendido ESO descritos en [118]. A continuación se describe el diseño de este tipo de observadores.

Se considera el siguiente sistema de segundo orden

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= ku + \zeta \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2.85)$$

donde ζ es una perturbación desconocida, probablemente de naturaleza no-lineal, que depende de los estados del sistema y otras perturbaciones externas, y k es la ganancia del sistema.

Un observador ESO se escribe de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_{n+1}(y - \hat{x}_1) \\
 \dot{\hat{x}}_2 &= z_1 + ku + \lambda_n(y - \hat{x}_1) \\
 \dot{z}_1 &= z_2 + \lambda_{n-1}(y - \hat{x}_1) \\
 \dot{z}_2 &= z_3 + \lambda_{n-2}(y - \hat{x}_1) \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_{n-1} &= z_n + \lambda_1(y - \hat{x}_1) \\
 \dot{z}_n &= \lambda_0(y - \hat{x}_1)
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

en donde se define el error de estimación $\hat{e} = y - \hat{x}_1 = x_1 - \hat{x}_1$, por lo tanto, la dinámica del error de estimación está dada por:

$$\hat{e}^{(n+2)} + \lambda_{n+1}\hat{e}^{(n+1)} + \dots + \lambda_1\hat{e}^{(1)} + \lambda_0\hat{e} = \zeta^{(n)} \tag{2.87}$$

donde la notación $f^{(n)}$ es la n-ésima derivada en el tiempo de la función f .

Si $\zeta^{(n)}$ es uniforme y limitada por una constante $\epsilon > 0$, es posible encontrar los coeficientes λ_i de tal forma que la dinámica del error converja asintóticamente a un valor muy pequeño cercano a cero [118, 130, 131].

2.3.4. Estabilidad de entrada al estado

El análisis de estabilidad entrada al estado o ISS (por sus siglas en inglés *Input-State Stability*), se utiliza en donde el sistema puede estar compuesto de subsistemas, haciendolo más complejo y grande. En aplicaciones típicas de teoría de control este sistema puede ser una combinación planta-controlador. En donde la entrada $u = (u_1, u_2)$ incorpora el actuador y ruidos de medición, respectivamente. Además cuenta con perturbaciones o señales de seguimiento y , donde $y = (y_1, y_2)$ puede ser una medida de desempeño (distancia a un conjunto de estados deseados, error de seguimiento, etc.) y cantidades directamente disponibles para un controlador, respectivamente.

A continuación se describen los fundamentos de ISS, lo cual, es extraído de la referencia [127].

Se considera el sistema no-lineal

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{2.88}$$

Y se asume que el sistema no forzado es

$$\dot{x} = f(x, 0)$$

que tiene un punto de equilibrio uniforme y asintóticamente estable en el origen $x = 0$.

Bajo estas condiciones, dada la ausencia de entradas externas ($u = 0$) el punto de equilibrio $x = 0$ es asintóticamente estable. En caso de que $u \neq 0$, el análisis de estabilidad determina si se cumple lo siguiente

$$(a) \lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

$$(b) \text{ A entradas acotadas se tienen estados acotados, específicamente, } \|u_T(t)\|_{L_\infty} < \delta, \\ 0 \leq T \leq t \implies \sup_t \|x(t)\| < \epsilon$$

Para establecer la noción de *entrada acotada-estado acotado*, se utiliza el concepto de ISS de la siguiente manera.

Definición 2.4. Se dice que el sistema (2.88) es ISS localmente si existe una función β , una función γ y constantes $k_1, k_2 \in \mathbb{R}^+$ tal que

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x_0\|, t) + \gamma(\|u_T(\cdot)\|_{L_\infty}), \quad \forall t \geq 0, 0 \leq T \leq t \quad (2.89)$$

para todo $x_0 \in D$ y $u \in D_u$ que satisfice: $\|x_0\| < k_1$ y $\sup_{t>0} \|u_T(t)\| = \|u_T\|_{L_\infty} < k_2$, $0 \leq T \leq t$. Es decir, es estable de la entrada al estado o ISS global si $D = \mathbb{R}^n$, $D_u = \mathbb{R}^m$ y se satisface (2.89) para cualquier estado inicial y cualquier entrada u acotada.

Esta definición tiene las siguientes implicaciones:

-*Sistemas no forzados:* Asumiendo que $\dot{x} = f(x, u)$ es ISS y el correspondiente sistema no forzado es $\dot{x} = f(x, 0)$. Dado que $\gamma(0) = 0$, se observa que la respuesta de este sistema con el estado inicial x_0 satisface

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x_0\|, t), \quad \forall t \geq 0, \|x_0\| < k_1 \quad (2.90)$$

lo que implica que el origen es uniforme y asintóticamente estable.

-*Interpretación:* Para entradas acotadas $u(t)$ que satisfacen $\|u\|_\infty < \delta$, las trayectorias remanentes están acotadas por una esfera de radio $\beta(\|x_0\|, t) + \gamma(\delta)$, es decir

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x_0\|, t) + \gamma(\delta) \quad (2.91)$$

Al incrementarse t el término $\beta(\|x_0\|, t) \rightarrow 0$ al igual que $t \rightarrow \infty$, las trayectorias se aproximan a la esfera de radio $\gamma(\delta)$, es decir

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| \leq \gamma(\delta) \quad (2.92)$$

Por esta razón $\gamma(\delta)$ se denomina *último límite* del sistema.

Una variación de la **Definición 2.4** es reemplazarla por la siguiente ecuación

$$\|x(t)\| \leq \max\{\beta(\|x_0\|, t) + \gamma(\|u_T(\cdot)\|_{L^\infty})\}, \quad \forall t \geq 0, 0 \leq T \leq t \quad (2.93)$$

La diferencia es el hecho de que dado $\beta > 0$ y $\gamma > 0$, $\max\{\beta, \gamma\} \leq \beta + \gamma \leq \{2\beta, 2\gamma\}$ [127].

Capítulo 3

Diseño del esquema de control

En este capítulo se describe el diseño de un esquema de control cooperativo descentralizado basado en la técnica backstepping y observadores de estado extendido (ESO por sus siglas en inglés *Extended State Observer*). También se describe el diseño de un esquema de control descentralizado adicional, el cual se basa en linealización en forma exacta y utiliza el mismo ESO diseñado en el control propuesto. Este controlador presenta una estructura similar al esquema de control propuesto y cuenta con un buen desempeño (ver [2]).

A continuación se describen las etapas de diseño:

- Modelado del sistema interconectado.
- Linealización en forma exacta del modelo promedio.
- Diseño del controlador Backstepping.
- Diseño del observador de estado extendido (ESO).
- Ley de control adaptable descentralizada.
- Análisis de estabilidad en lazo cerrado.
- Control por linealización en forma exacta y ESO.

3.1. Modelado del sistema interconectado

En la Figura 3.1 se muestra el circuito de un convertidor de potencia cd-cd tipo elevador. El modelo promedio de este convertidor está dado por el siguiente sistema de ecuaciones

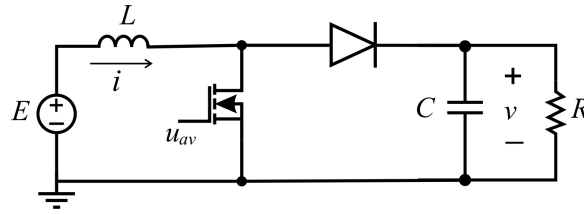


Figura 3.1: Circuito del convertidor cd-cd tipo elevador [86].

diferenciales [132]:

$$L \frac{di}{dt} = -u_{av}v + E \quad (3.1)$$

$$C \frac{dv}{dt} = u_{av}i - \frac{v}{R} \quad (3.2)$$

$$y = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cv^2 \quad (3.3)$$

donde i es la corriente en el inductor, v es el voltaje en el capacitor, u_{av} es la entrada de control promedio la cual puede tomar valores del intervalo $[0, 1]$, E es el voltaje de alimentación, L es el valor nominal del inductor, C es el valor nominal del capacitor, R es la resistencia de salida del convertidor y y es la salida plana.

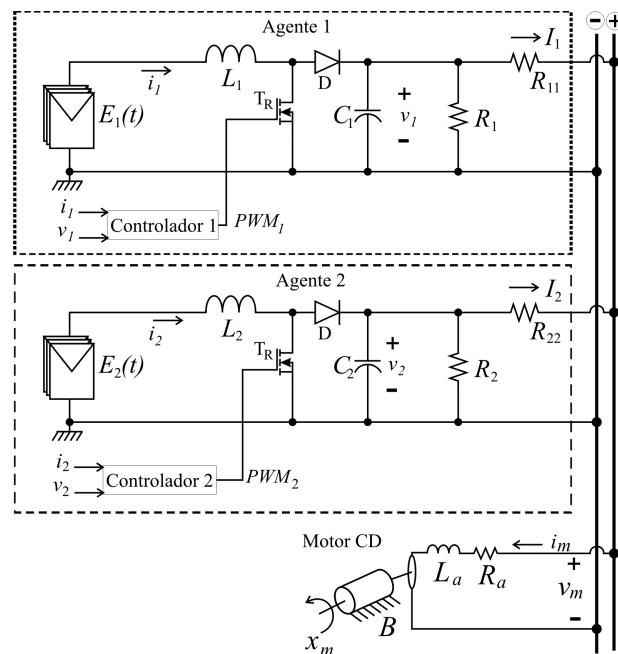


Figura 3.2: Circuito eléctrico del sistema interconectado: dos convertidores de potencia cd-cd tipo elevador y un motor de CD.

Dos convertidores de este tipo son interconectados de tal forma que compartan una misma carga dinámica, tal como lo muestra la Figura 3.2. En este caso, el objetivo de control no sólo es regular el nivel de voltaje de salida (v_1, v_2), sino también compartir equitativamente la demanda de corriente i_m (corriente de armadura del motor de CD) en cada convertidor. Para el análisis de este sistema interconectado, se supone que la demanda de corriente del motor de CD es estrictamente positiva y variante con el tiempo, pero desconocida debido a un par arbitrario aplicado al motor de CD. Además las características dinámicas del motor de CD se consideran desconocidas para el controlador. De hecho, la demanda de corriente en la carga representa una perturbación externa desconocida en ambos convertidores. Otra fuente de perturbación externa, son las variaciones en el voltaje de alimentación en cada convertidor ($E_1(t)$ y $E_2(t)$), las cuales son debido a que se utilizan arreglos de paneles fotovoltaicos. Al módulo conformado por el arreglo de paneles fotovoltaicos, el convertidor de potencia cd-cd tipo elevador y el controlador también se le conoce como *agente* [2].

Bajo este contexto y con el objetivo de analizar el modelo de los convertidores interconectados, se considera una impedancia desconocida (R_p) conectada en paralelo con la resistencia de carga (R_1, R_2), tal como lo muestra la Figura 3.3.

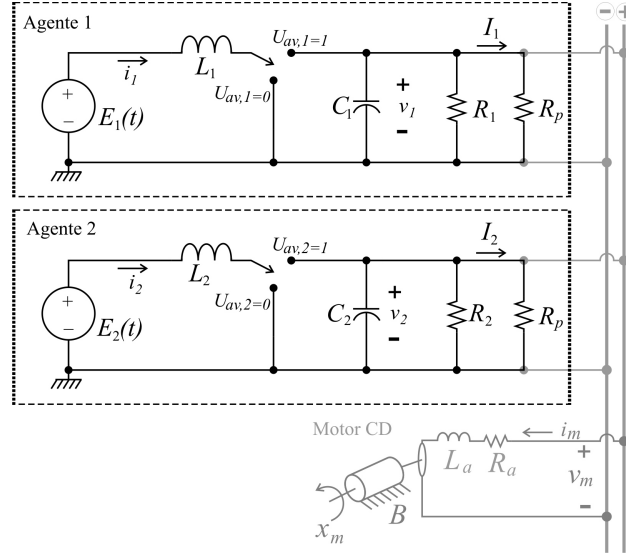


Figura 3.3: Circuito equivalente del sistema interconectado.

donde R_p , es una impedancia que comparten ambos convertidores y su valor depende de la carga (motor de CD) y los efectos de interconexión. Por ley de Ohm se obtiene que:

$$R_p = \frac{v_m}{I_1 + I_2} \quad (3.4)$$

donde v_m es el voltaje del motor de CD y las corrientes suministradas por cada convertidor son I_1, I_2 .

Considerando la impedancia R_p en paralelo con la resistencia de carga del convertidor R_1 y R_2 , el modelo promedio del sistema interconectado se escribe de la siguiente forma:

$$L \frac{di_1}{dt} = -u_{av,1}v_1 + E_1 \quad (3.5)$$

$$C \frac{dv_1}{dt} = u_{av,1}i_1 - \frac{v_1}{R_1 || R_p} \quad (3.6)$$

$$L \frac{di_2}{dt} = -u_{av,2}v_2 + E_2 \quad (3.7)$$

$$C \frac{dv_2}{dt} = u_{av,2}i_2 - \frac{v_2}{R_2 || R_p} \quad (3.8)$$

⋮

$$L \frac{dv_n}{dt} = -u_{av,n}i_n + E_n \quad (3.9)$$

$$C \frac{di_n}{dt} = u_{av,n}v_n - \frac{i_n}{R_n || R_p} \quad (3.10)$$

donde n es un número consecutivo que identifica a cada convertidor conectado al sistema. En este caso sólo toma valores de 1 y 2, sin embargo, éste mismo análisis es válido para un mayor número de agentes interconectados.

Con el objetivo de analizar adecuadamente los efectos de interconexión entre los agentes y su interacción con la carga común R_p , el circuito de la Figura 3.3, ahora se analiza tal como se muestra en la Figura 3.4. En esta figura se representa a los convertidores cd-cd como fuentes de voltaje (v_1 y v_2), y a la carga conectada al bus de CD como una impedancia donde circula una corriente i_m (corriente de armadura del motor de CD) y tiene una diferencia de potencial v_m (voltaje suministrado al motor de CD).

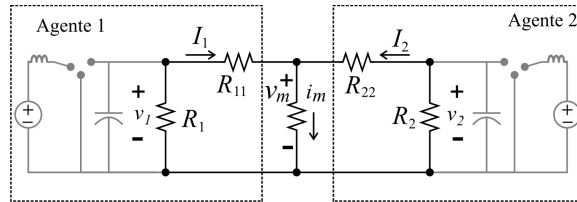


Figura 3.4: Circuito eléctrico simplificado utilizado para el análisis de la interacción entre los agentes.

Se inicia obteniendo el valor de las corrientes I_1 e I_2 , utilizando la ley de corrientes de Kirchhoff. De esta forma se obtiene que

$$I_1 = \frac{v_1 - v_2 + i_m R_{22}}{R_{11} + R_{22}} \quad (3.11)$$

$$I_2 = \frac{v_2 - v_1 + i_m R_{11}}{R_{11} + R_{22}}$$

En seguida, se utiliza la ley de voltaje de Kirchhoff, para obtener el voltaje en la carga v_m , obteniendo lo siguiente

$$v_m = \frac{v_1 R_{22} + v_2 R_{11} - i_m R_{22} R_{11}}{R_{11} + R_{22}} \quad (3.12)$$

El valor de las corrientes I_1 e I_2 (ec. (3.11)) muestra claramente la interacción que existe entre ambos convertidores. Por ejemplo, la corriente suministrada por el *Agente 1* está en función de la carga de acoplamiento R_{22} y del voltaje de salida v_2 , los cuales corresponden al *Agente 2*. Además, ambas corrientes (I_1, I_2) dependen de la demanda de corriente del motor i_m .

Si se considera que debido a la acción del controlador los voltajes de salida de ambos convertidores son iguales ($v_1 = v_2$) y además se establece que las resistencias de acoplamiento son iguales ($R_{11} = R_{22}$); al evaluar la ec. (3.11) se obtiene

$$I_1 = \frac{i_m}{2} \quad (3.13)$$

$$I_2 = \frac{i_m}{2} \quad (3.14)$$

lo cual indica que ambos convertidores suministran la misma cantidad de corriente a la carga.

Es importante resaltar que uno de los objetivos es diseñar un esquema de control distribuido. Es decir, entre los agentes interconectados debe existir una cooperación equitativa de potencia suministrada a la carga conectada al bus de CD, sin la necesidad de intercambiar información entre agentes vecinos. Para esto, es necesario considerar a la carga y los efectos de interconexión como perturbaciones exógenas desconocidas (R_p) [74]. Por lo tanto, para el diseño del controlador distribuido se utiliza el modelo promedio del sistema interconectado representado por las ecuaciones (3.9) y (3.10).

El controlador diseñado es un control adaptable, lo que significa que está conformado por un esquema control-observador, tal como se muestra en la Figura 3.5.

A continuación se inicia la descripción del diseño de este controlador con la linealización en forma exacta del modelo promedio.

3.2. Linealización en forma exacta del modelo promedio

Se sabe que la dinámica del convertidor cd-cd tipo elevador es diferencialmente plana [95, 133], con salida plana dada por la energía total almacenada $y_n = \frac{1}{2}(L_n i_n^2 + C_n v_n^2)$. Por

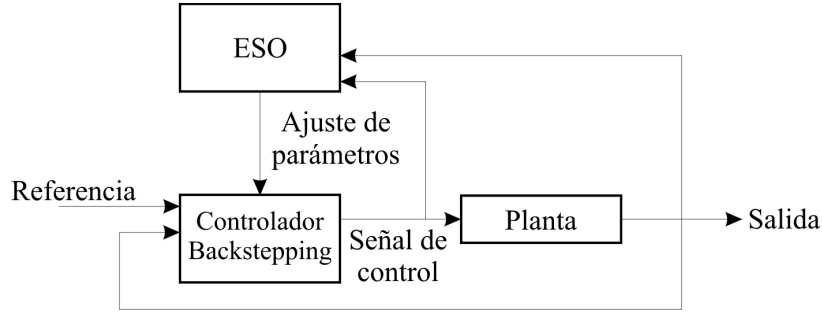


Figura 3.5: Diagrama a bloques del esquema de control adaptable.

lo tanto, se puede proponer un esquema de control indirecto, en donde la dinámica de la salida plana es regulada de tal forma que el voltaje de salida del convertidor converja a una trayectoria deseada. El modelo promedio del sistema interconectado descrito por (3.9) y (3.10), se puede considerar como dos sub-sistemas planos interactuando entre sí. Este punto de vista se justifica al considerar R_p como una perturbación exógena desconocida. Por esta razón, el controlador diseñado para (3.9)-(3.10) cuando $n = 1$, es similar al controlador diseñado para el segundo convertidor ($n = 2$). Bajo esta consideración, se inicia la primera etapa del diseño del controlador, en donde el modelo descrito por (3.9)-(3.10) es linealizado en forma exacta.

Cabe resaltar que el modelo promedio cumple con las condiciones de linealización: difeomorfismo local e involutividad cuando la salida es $y_n = \frac{1}{2}(L_n i_n^2 + C_n v_n^2)$ [2, 95, 129]. Bajo estas consideraciones, utilizando linealización en forma exacta el sistema descrito por (3.9) y (3.10) se reescribe de la siguiente forma

$$y_{1,n} = h(x)_n = \frac{1}{2}L_n i_n^2 + \frac{1}{2}C_n v_n^2 \quad (3.15)$$

$$\dot{y}_{1,n} = L_f^1 h(x)_n = E_n i_n - \frac{v_n^2}{R_n} \quad (3.16)$$

$$\dot{y}_{2,n} = \alpha_n(E_n, v_n) + \beta_n(i_n, v_n)u_{av,n} \quad (3.17)$$

en donde

$$\alpha_n(E_n, v_n) = L_f^2 h(x)_n = \frac{E_n^2}{L_n} + \frac{2v_n^2}{R_{eq}^2 C_n} \quad (3.18)$$

$$\beta_n(i_n, v_n) = L_g L_f^1 h(x)_n = - \left[\frac{(R_n E_n C_n + 2L_n i_n)v_n}{L_n R_n C_n} \right] \quad (3.19)$$

$$R_{eq} = R_n || R_p \quad (3.20)$$

De esta forma se obtiene una representación lineal del modelo promedio del convertidor cd-cd tipo elevador, utilizando linealización en forma exacta. A continuación se diseña el controlador basado en la técnica backstepping.

3.3. Diseño del controlador backstepping

En esta etapa del diseño del controlador, se sabe que el modelo dinámico del convertidor es diferencialmente plano y por consiguiente es linealizable en forma exacta.

Previo al diseño de este controlador, se establecen las siguientes consideraciones:

- v_n e i_n son las únicas variables de estado medidas en cada convertidor. Lo cual representa una ventaja en términos prácticos ya que no son necesarios sensores adicionales.
- Los valores nominales de L_n , C_n y R_n son conocidos y se establecen en sus respectivas hojas de especificaciones. En el caso de E_n se toma el valor de voltaje de salida indicado en las especificaciones de los paneles que conforman el arreglo, sin embargo este valor cambia y puede ser desconocido para el controlador.
- El valor nominal de $\beta_n(i_n, v_n)$ se considera conocido, es decir el esquema de control obtiene este valor a partir de los valores nominales de L_n , C_n , R_n y E_n . Por lo tanto, se conocen las ganancias iniciales del controlador-observador.

Para diseñar el controlador se considera el modelo linealizado en forma exacta descrito por (3.16) y (3.17). Como paso inicial se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_{1,n}(z_{1,n}) = \frac{1}{2}z_{1,n}^2 > 0 \quad (3.21)$$

en donde $z_{1,n}$ denota el error de la salida plana, tal como se define a continuación

$$z_{1,n} = y_{1,n}(t) - y_{1,n}^*(t) \quad (3.22)$$

donde $y_{1,n}^*(t)$ es la salida plana de referencia.

La derivada de $V_{1,n}(z_{1,n})$ a lo largo de $z_{1,n}$ está dada por

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = z_{1,n}(\dot{z}_{1,n}) \quad (3.23)$$

donde la derivada temporal del error de la salida plana se define como

$$\dot{z}_{1,n} = \dot{y}_{1,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) = \dot{y}_{2,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) \quad (3.24)$$

Sustituyendo la la expresión (3.24) en (3.23) se obtiene

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = z_{1,n}(\dot{y}_{2,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t)) \quad (3.25)$$

En seguida, se propone la función $z_{2,n}$ como una entrada de control auxiliar, que contiene la primera función de retroalimentación estabilizadora ($\gamma_1(x)$). Esta función asegura que $\dot{V}_{1,n}(z_{1,n})$ sea una función definida negativa, por lo tanto se define como

$$z_{2,n} = y_{2,n}(t) - \gamma_1(x) \iff y_{2,n}(t) = z_{2,n} + \gamma_1(x) \quad (3.26)$$

Entonces al sustituir la expresión (3.26) en (3.25), lo que resulta es

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = z_{1,n}(z_{2,n} + \gamma_1(x) - \dot{y}_{1,n}^*(t)) \quad (3.27)$$

Utilizando la siguiente función de retroalimentación estabilizadora $\gamma_1(x)$,

$$\gamma_1(x) = \dot{y}_{1,n}^*(t) - c_1 z_{1,n} \quad (3.28)$$

la cual es sustituida en $\dot{V}_{1,n}(z_{1,n})$, se obtiene

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = -c_1 z_{1,n}^2 + z_{1,n} z_{2,n} \quad (3.29)$$

donde $c_1 > 0$ se define como la sensibilidad proporcional de la función de error $z_{1,n}$. Para asegurar que la derivada en el tiempo de $V_{1,n}(z_{1,n})$ sea definida negativa, $z_{2,n}$ debe ser cero, es decir

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = -c_1 z_{1,n}^2 < 0 \quad (3.30)$$

Con el objetivo de que se cumpla la desigualdad (3.30), se propone la siguiente función de Lyapunov

$$V_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) = V_{1,n}(z_{1,n}) + \frac{1}{2} z_{2,n}^2 > 0 \quad (3.31)$$

La derivada de la función $V_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n})$ a lo largo de $(z_{1,n}, z_{2,n})$ es de la forma

$$\dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) = -c_1 z_{1,n}^2 + z_{2,n}[z_{1,n} + \dot{z}_{2,n}] \quad (3.32)$$

De la ecuación (3.26), la derivada en el tiempo de $z_{2,n}$ se calcula de la siguiente manera

$$\begin{aligned} z_{2,n} &= y_{2,n}(t) - \gamma_1(x) \\ z_{2,n} &= y_{2,n}(t) + c_1 z_{1,n} - \dot{y}_{1,n}^*(t) \\ \dot{z}_{2,n} &= \dot{y}_{2,n}(t) + c_1 \dot{z}_{1,n} - \ddot{y}_{1,n}^*(t) \end{aligned} \quad (3.33)$$

y sustituyendo $\dot{y}_{2,n}(t)$ de la ecuación (3.17) en (3.33) se tiene

$$\dot{z}_{2,n} = \alpha_n(E_n, v_n) + \beta_n(i_n, v_n)u_{av,n} + c_1 \dot{z}_{1,n} - \ddot{y}_{1,n}^*(t) \quad (3.34)$$

Sustituyendo la ecuación (3.34) en (3.32), se obtiene

$$\dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) = -c_1 z_{1,n}^2 + z_{2,n}[z_{1,n} + \alpha_n(E_n, v_n) + \beta_n(i_n, v_n)u_{av,n} + c_1 \dot{z}_{1,n} - \ddot{y}_{1,n}^*(t)] \quad (3.35)$$

Entonces se propone la siguiente ley de control $u_{av,n}$

$$u_{av,n} = -\frac{1}{\beta_n(i_n, v_n)}[z_{1,n} + \alpha_n(E_n, v_n) + c_1 \dot{z}_{1,n} + c_2 z_{2,n} - \ddot{y}_{1,n}^*(t)] \quad (3.36)$$

$$z_{1,n} = y_{1,n}(t) - y_{1,n}^*(t) \quad (3.37)$$

$$\dot{z}_{1,n} = \dot{y}_{1,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) = y_{2,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) \quad (3.38)$$

$$z_{2,n} = y_{2,n}(t) + c_1 z_{1,n} - \dot{y}_{1,n}^*(t) \quad (3.39)$$

$$n = 1, 2.$$

donde c_1 y c_2 son constantes estrictamente positivas.

Finalmente, para corroborar si la derivada de la función $\dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n})$ a lo largo de $(z_{1,n}, z_{2,n})$ es definida negativa, se sustituye $u_{av,n}$ de la ecuación (3.36) en $\dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n})$ de la ecuación (3.35), lo que da como resultado

$$\dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) = -c_1 z_{1,n}^2 - c_2 z_{2,n}^2 \quad (3.40)$$

Por lo tanto $\dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n})$, es definida negativa, con lo cual, la ley de control obtenida hace que el comportamiento del sistema sea asintóticamente estable.

Por otro lado, como se ve en (3.18) el valor nominal de $\alpha_n(E_n, v_n)$ depende de las perturbaciones de la carga de salida R_{eq} y las variaciones de voltaje de alimentación por parte de los paneles fotovoltaicos $E_n(t)$. Por lo tanto, para compensar estas perturbaciones se diseña un observador de estado extendido (o también conocido como *ESO*, por sus siglas en inglés *Extended State Observer*). Esto es para estimar en línea la función desconocida $\alpha_n(E_n, v_n)$. El diseño de este observador se describe a continuación.

3.4. Diseño del observador de estado extendido (ESO)

Se utiliza un observador de estado extendido (ESO, por sus siglas en inglés *Extended State Observer*) tipo Luenberger con doble integración, en la forma de un observador proporcional-integral generalizado (GPI) (implementados en [74] y [134]). El objetivo de

este observador es obtener el valor estimado de $\alpha_n(E_n, v_n)$, donde

$$\alpha_n(E_n, v_n) = \frac{E_n^2}{L_n} + \frac{2v_n^2}{R_{eq}^2 C_n} \quad (3.41)$$

Como ya se ha explicado, E_n , es el voltaje de salida del arreglo fotovoltaico y, R_{eq} , es el valor nominal de la resistencia de salida R_n en paralelo con la carga R_p , cuyo valor depende del valor de la carga (motor de CD) y a las interacciones entre convertidores. Como es de suponerse, el valor nominal de E_n varía dependiendo de la irradianza solar. Además, el valor nominal de R_{eq} , cambia al aplicar un par arbitrario al motor de CD o al conectar/desconectar otro agente que comparte el bus de CD. Los valores nominales del inductor, L_n y el capacitor, C_n , se consideran constantes y conocidos. El voltaje de salida del convertidor v_n se mide utilizando un dispositivo electrónico, por lo tanto, también tiene un valor conocido. Como se observa en la ecuación (3.41), el valor de $\alpha_n(E_n, v_n)$ depende del valor del voltaje de alimentación del convertidor (E_n) y del valor de la carga de salida del convertidor (R_{eq}), ambos son desconocidos por el controlador. El valor de estas variables desconocidas debe ser estimado y realimentado a la ley de control para que perturbaciones de este tipo sean compensadas. Bajo este contexto, se lleva a cabo el diseño del observador de la siguiente forma. Se considera el modelo linealizado en forma exacta del convertidor cd-cd tipo elevador dado por la siguiente expresión

$$\dot{y}_{1,n} = y_{2,n} \quad (3.42)$$

$$\dot{y}_{2,n} = \alpha_n(E_n, v_n) + \beta_n(i_n, v_n)u_{av,n} \quad (3.43)$$

donde

$$\alpha_n(E_n, v_n) = \frac{E_n^2}{L_n} + \frac{2v_n^2}{R_{eq}^2 C_n} \quad (3.44)$$

$$\beta_n(i_n, v_n) = - \left[\frac{(R_n E_n C_n + 2L_n i_n) v_n}{L_n R_n C_n} \right] \quad (3.45)$$

$$y_{1,n} = \frac{1}{2} L_n i_n^2 + \frac{1}{2} C_n v_n^2 \quad (3.46)$$

Aplicando la ecuación (2.86) al modelo linealizado (3.42) y (3.43), se tiene

$$\dot{\hat{y}}_{1,n} = \hat{y}_{2,n} + \lambda_3(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (3.47)$$

$$\dot{\hat{y}}_{2,n} = \eta_{1,n} + \beta_n(i_n, v_n)u_{av,n} + \lambda_2(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (3.48)$$

$$\dot{\eta}_{1,n} = \eta_{2,n} + \lambda_1(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (3.49)$$

$$\dot{\eta}_{2,n} = \lambda_0(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (3.50)$$

donde $\hat{y}_{1,n}$ es el valor estimado de la salida plana, $\hat{y}_{2,n}$ es la derivada en el tiempo del valor estimado de la salida plana, $\eta_{1,n}$ es la estimación de la función $\alpha_n(E_n, v_n)$ donde actúan las perturbaciones exógenas desconocidas, $\eta_{2,n}$ es la estimación de la derivada en el tiempo de la función $\alpha_n(E_n, v_n)$, $e_{y_{1,n}} = y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}$ es el error de observación de la salida plana y finalmente los coeficientes $\{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ son valores constantes mayores que cero.

La relación integro-diferencial (3.47)-(3.50) tiene una expresión a lazo cerrado característica del error $e_{y_{1,n}} = y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}$ de cuarto orden:

$$e_{y_{1,n}}^{(4)} + \lambda_3 \ddot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_2 \dot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_1 e_{y_{1,n}} + \lambda_0 e_{y_{1,n}} = \ddot{\alpha}_n(E_n, v_n) \quad (3.51)$$

donde $e_{y_{1,n}} \rightarrow 0$, sí y sólo sí, los coeficientes $\{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ se eligen de tal forma que (3.51) se iguale a un polinomio Hurwitz de la forma:

$$\begin{aligned} p(s) &= s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0 \\ p(s) &= (s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)^2 \end{aligned} \quad (3.52)$$

tomando las raíces del polinomio $p(s)$, es decir

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= 4\zeta\omega \\ \lambda_2 &= 2\omega^2 + 4\zeta^2\omega^2 \\ \lambda_1 &= 4\zeta\omega^3 \\ \lambda_0 &= \omega^4 \end{aligned} \quad (3.53)$$

De esta forma, el error $e_{y_{1,n}}$ converge uniforme y asintóticamente a una vecindad alrededor de cero. Lo anterior es posible siempre y cuando $\ddot{\alpha}_n(E_n, v_n)$ sea acotada.

3.5. Ley de control adaptable descentralizada

Para finalizar el diseño del esquema de control, se realiza un ajuste de parámetros en la ley de control basada en backstepping expresada en (3.36). En donde se sustituye $\alpha_n(E_n, v_n)$ por su valor estimado $\eta_{1,n}$ dado por el ESO expresado en (3.47)-(3.50). De donde se obtiene la siguiente ley de control adaptable

$$u_{av,n} = -\frac{1}{\beta_n(i_n, v_n)} [z_{1,n} + \eta_{1,n} + c_1 \dot{z}_{1,n} + c_2 z_{2,n}] \quad (3.54)$$

$$n = 1, 2. \quad (3.55)$$

De esta manera el controlador recibe la información de las perturbaciones exógenas para ser compensadas rápidamente en línea. Parte de esta información, es la relacionada con la interacción de los otros agentes que comparten el bus de CD. Con esto también se asegura, que la aportación de corriente de todos los agentes que interactúan en el bus de CD, sea equitativa.

Con el objetivo de corroborar la estabilidad de este esquema de control, a continuación se describe el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado.

3.6. Análisis de estabilidad en lazo cerrado

Finalmente, en esta etapa se analiza la estabilidad del esquema controlador-observador para el sistema en lazo cerrado. Se inicia con la comprobación de estabilidad para la dinámica del error de estimación de la salida del observador de estado extendido (ESO). Por lo tanto, se define el error de la salida de estimación como

$$e_{y_{1,n}} = y_{1,n} - \hat{y}_{1,n} \quad (3.56)$$

La dinámica del error de cuarto orden es de la siguiente forma

$$\dot{e}_{y_{1,n}} = \dot{y}_{1,n} - \dot{\hat{y}}_{1,n} \quad (3.57)$$

$$\dot{e}_{y_{1,n}} = (y_{2,n} - \hat{y}_{2,n}) - \lambda_3(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (3.58)$$

$$\ddot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_3 \dot{e}_{y_{1,n}} = \alpha_n(E_n, v_n) - \eta_{1,n} - \lambda_2 e_{y_{1,n}} \quad (3.59)$$

$$\ddot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_3 \ddot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_2 \dot{e}_{y_{1,n}} = \dot{\alpha}_n(E_n, v_n) - \eta_{2,n} - \lambda_1 e_{y_{1,n}} \quad (3.60)$$

$$e_{y_{1,n}}^{(4)} + \lambda_3 \ddot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_2 \ddot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_1 \dot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_0 e_{y_{1,n}} = \ddot{\alpha}_n(E_n, v_n) \quad (3.61)$$

También se asume que $\ddot{\alpha}_n(E_n, v_n)$ está es acotada, entonces existen coeficientes de diseño $\{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ para el ESO, de tal manera que los errores de estimación sean uniforme y asintóticamente convergentes a una pequeña vecindad alrededor del origen, en el espacio de fase de la dinámica del error de estimación. Cuanto más rápida sea la dinámica del error de estimación, menor será la vecindad de convergencia alrededor del origen. El valor de los parámetros de ganancia, se eligen habitualmente mediante una comparación término a término de (3.61) con los de un polinomio característico de Hurwitz de cuarto orden.

Proposición 3.1: Si se considera el subsistema perturbado (3.42) y (3.43) del convertidor cd-cd tipo elevador realimentado con la ley de control (3.54) basada en la técnica backstepping. Entonces, el vector de error de seguimiento se obtiene substituyendo (3.54) en

(3.35),

$$\begin{aligned}\dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) &= -\sum_{i=1}^2 c_i z_{i,n}^2 + z_{2,n} \underbrace{[\alpha_n(E_n, v_n) - \eta_{1,n}]}_{:=\Delta\alpha_n(E_n, v_n, R_{eq})} \\ &= -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n\end{aligned}\quad (3.62)$$

donde

$$\mathbf{C} = \text{diag}(c_1, c_2), \mathbf{M}^T = (0 \ 1) \quad (3.63)$$

La ecuación (3.62) define un mapeo de estabilidad de entrada al estado (ISS, por sus siglas en inglés *Input-State Stability*) considerando $\Delta\alpha_n$ como entrada y \mathbf{z} como el estado.

Prueba. Considerando la función candidata de Lyapunov definida positiva

$$V(\mathbf{z}) = V_{2,n}(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \mathbf{z}_{1,n}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{z}_{2,n}^2 > 0 \quad (3.64)$$

cuya derivada a lo largo de las trayectorias de (3.24) y (3.34) está dada por

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n \quad (3.65)$$

donde \mathbf{C} y \mathbf{M} están dadas por (3.63). Como los principales elementos diagonales de \mathbf{C} son mayores que uno, entonces se puede demostrar que si $\Delta\alpha_n = 0$ lo cual implica que el vector de error es exponencialmente estable debido a que

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} < 0. \quad (3.66)$$

Sin embargo, si el error de estimación de $\alpha_n(E_n, v_n)$ es $\Delta\alpha_n \neq 0$, entonces (3.65) está dada por

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -(1 - \theta) \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} - \theta \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n \quad (3.67)$$

con $\theta > 0$ constante positiva que pertenece al conjunto $(0, 1)$, así se obtiene

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -(1 - \theta) \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} < 0 \quad (3.68)$$

Por lo tanto, para que (3.65) sea definida negativa se debe cumplir

$$\mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n \leq \theta \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} \quad (3.69)$$

usando la desigualdad de Young, se tiene

$$\mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n \leq \lambda |\mathbf{z}^T|^2 + \frac{1}{4\lambda} |\mathbf{M}|^2 |\Delta\alpha_n|^2 < \theta \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} \quad (3.70)$$

en donde la norma de la matriz $|\mathbf{M}| = 1$, y los valores de $\lambda \in \{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ dependen de las ganancias del ESO. Por lo tanto, después de aplicar la propiedad: $\lambda_{\min}(\mathbf{C}) |\mathbf{z}|^2 \leq \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{C}) |\mathbf{z}|^2$ a (3.70) se obtiene un límite explícito para $\Delta\alpha_n$

$$\frac{|\Delta\alpha_n|}{2\sqrt{\theta\lambda_{\max}(\mathbf{C})\lambda_{\min}}} \leq |\mathbf{z}| \quad (3.71)$$

donde λ_{\min} es el eigenvalor mínimo del ESO, y λ_{\max} es el mayor eigenvalor de la matriz \mathbf{C} (ganancias del controlador). Entonces aplicando la **Definición 2.4** y el **Teorema 5.2** (este ultimo de [135]), se puede probar que el mapeo $\Delta\alpha_n \rightarrow z$ es ISS. Con el objetivo de cumplir con la *Proposición 3.1*, se enuncian las siguientes observaciones basadas en [136]:

Observación 1: El error de estimación $\Delta\alpha_n$ converge asintóticamente a un disco pequeño en el espacio de fase de estado del error de estimación. El cual depende de los valores de las ganancias $\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0 > 0$, cuyas raíces dominantes del polinomio característico correspondiente, se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo. El tamaño del disco de error de convergencia se reduce al alejar dichas raíces del origen del plano complejo. El observador se diseña de tal forma que $\Delta\alpha_n$, converge en un pequeño disco centrado en cero. Al mismo tiempo, lo anterior garantiza que el error z del controlador, tiende hacia una pequeña vecindad centrada alrededor del origen. Por lo tanto, se cumple el principio de separación y el esquema control-observador propuesto se considera estable.

Observación 2: A pesar de haber demostrado la propiedad de ISS, prevalecen las limitaciones derivadas de la ausencia de la propiedad de observabilidad global, definida para el modelo interconectado de convertidores elevadores (3.42)-(3.43). Sin embargo, se cumple una interesante propiedad de ISS, en donde se establece que si el error de estimación $\Delta\alpha_n$ es acotado, entonces el error del controlador z también será acotado.

En resumen, se observa que el vector del error $z(t)$ es asintóticamente convergente en una pequeña vecindad alrededor de cero. El subsistema en lazo cerrado, muestra un excelente desempeño de seguimiento y regulación, en presencia de señales de perturbación desconocidas y cambios en los parámetros de la planta. Por lo anterior, se puede decir que este sistema a lazo cerrado es robusto [137].

De esta forma se concluye el diseño del esquema de control que se propone para la solución del problema planteado en esta tesis. Cabe señalar, que bajo este enfoque de control adaptable, se pueden diseñar esquemas de control basados en técnicas diferentes al backstepping. Con el fin de hacer una comparativa de desempeño, a continuación se describe el diseño de un esquema de control similar, pero basado en control por linealización en forma exacta.

3.7. Control por linealización en forma exacta y ESO

Este controlador se basa en la técnica de linealización en forma exacta más términos de integración del error de seguimiento. El cual regula la salida de voltaje del convertidor cd-cd tipo elevador utilizando su salida plana. El diseño de este controlador se describe a continuación (ver [95]).

Se considera el siguiente modelo linealizado en forma exacta del convertidor cd-cd tipo elevador:

$$y_{1,n} = h(x)_n = \frac{1}{2}L_n i_n^2 + \frac{1}{2}C_n v_n^2 \quad (3.72)$$

$$\dot{y}_{1,n} = L_f^1 h(x)_n = E_n i_n - \frac{v_n^2}{R_n} \quad (3.73)$$

$$\dot{y}_{2,n} = \alpha_n(E_n, v_n) + \beta_n(i_n, v_n)u_{av,n} \quad (3.74)$$

$$\alpha_n(E_n, v_n) = L_f^2 h(x)_n = \frac{E_n^2}{L_n} + \frac{2v_n^2}{R_{eq}^2 C_n} \quad (3.75)$$

$$\beta_n(i_n, v_n) = L_g L_f^1 h(x)_n = - \left[\frac{(R_n E_n C_n + 2L_n i_n) v_n}{L_n R_n C_n} \right] \quad (3.76)$$

$$R_{eq} = R_n || R_p \quad (3.77)$$

en donde,

- i_n corriente que pasa por el inductor,
- v_n voltaje de salida del convertidor,
- C_n valor nominal del capacitor,
- L_n valor nominal del inductor,
- R_n valor nominal de la resistencia de salida,
- E_n voltaje de alimentación del convertidor,
- R_p impedancia de perturbación desconocida y
- n número del convertidor correspondiente $\{0, 1\}$.

En este modelo linealizado en forma exacta se observa que el punto de equilibrio para la energía total almacenada promedio $y_{1,n}$, parametrizada en términos de un nivel de voltaje de salida determinado \bar{v}_n , se obtiene al hacer $\dot{y}_{1,n} = 0$ en la ecuación (3.73), y el resultado es el siguiente

$$\bar{y} = \frac{\bar{v}_n (R_n^2 E_n C + L \bar{v}_n^2)}{2R_n^2 E^2 C} \quad (3.78)$$

Esta parametrización estática permite especificar un nivel de referencia \bar{y}^* . Bajo condiciones de equilibrio, los valores promedio de las variables del convertidor cd-cd tipo elevador,

(3.9) y (3.10), se escriben en términos del voltaje promedio de salida deseado $\bar{v}_n = V_d$, de la siguiente forma

$$\bar{v}_n = V_d \quad (3.79)$$

$$\bar{i}_n = \frac{V_d^2}{R_n E_n} \quad (3.80)$$

$$\bar{u}_{av,n} = \frac{E_n}{V_d} \quad (3.81)$$

Para el diseño del controlador se supone lo siguiente:

- La resistencia de carga R_n y el nivel de voltaje de alimentación E_n , son desconocidos y variantes con el tiempo.
- Las variables de estado v_n e i_n son medidas. Por lo tanto, la energía total almacenada y_n , y su derivada en el tiempo \dot{y}_n , es calculada con exactitud, siempre y cuando el valor de R_n y E_n sea conocido o estimado.
- El nivel de referencia deseado para la salida plana y_n , denotado por y_n^* , se obtiene usando la parametrización (3.78) en términos de valores deseados de voltaje de salida. Esta parametrización incluye los parámetros desconocidos R_n y E_n . Un cambio en dichos parámetros causa un cambio en la trayectoria de referencia de la salida plana y_n^* . Sin embargo, los parámetros desconocidos y variantes en el tiempo, R_n y E_n , no afectan los valores de equilibrio deseados (3.79)-(3.81).

De la ecuación (3.74) se diseña un controlador no lineal por retroalimentación de estados, de la forma

$$u_{av,n} = \frac{1}{\beta_n(i_n, v_n)} [-\eta_{1,n} + v_{aux}] \quad (3.82)$$

donde $\eta_{1,n}$ es el valor estimado de $\alpha_n(E_n, v_n)$, el cual se obtiene a partir del observador GPI expresado en (3.47)-(3.50), y v_{aux} es una entrada auxiliar de retroalimentación definida como

$$\begin{aligned} v_{aux} = & \ddot{y}_n^*(t) - k_3[\dot{y}_n(t) - \dot{y}_n^*(t)] - k_2[y_n(t) - y_n^*(t)] - \\ & - k_1 \int_0^t [y_n(\tau) - y_n^*(\tau)] d\tau - k_0 \int_0^t \int_0^\tau [y_n(\sigma) - y_n^*(\sigma)] d\sigma d\tau \end{aligned} \quad (3.83)$$

donde $\dot{y}_n^*(t)$ y $\ddot{y}_n^*(t)$ son la primera y la segunda derivada temporal de la trayectoria de referencia, $y_n(t)$ y $\dot{y}_n(t)$ se definen en (3.72) y (3.73) y k_3 , k_2 , k_1 y k_0 son ganancias constantes positivas.

La relación integro-diferencial (3.83) representa la siguiente ecuación característica en lazo cerrado para la señal de error de la trayectoria $e = y_n(t) - y_n^*(t)$:

$$e^{(4)}(t) + k_3 \ddot{e}(t) + k_2 \dot{e}(t) + k_1 \dot{e}(t) + k_0 e(t) = 0 \quad (3.84)$$

$e(t)$ evoluciona asintóticamente hasta converger a cero en forma exponencial, sí y sólo sí, los coeficientes del controlador de seguimiento se eligen de tal forma que su ecuación característica polinomial del sistema en lazo cerrado sea un polinomio de Hurwitz, es decir, todas las raíces del polinomio $p(s)$, en la variable compleja $s \in C$,

$$p(s) = s^4 + k_3s^3 + k_2s^2 + k_1s + k_0 \quad (3.85)$$

$$p(s) = (s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)^2 \quad (3.86)$$

entonces

$$\begin{aligned} k_3 &= 4\xi\omega_n \\ k_2 &= 2\omega_n^2 + 4\xi^2\omega_n^2 \\ k_1 &= 4\xi\omega_n^3 \\ k_0 &= \omega_n^4 \end{aligned} \quad (3.87)$$

De esta forma se asegura la ubicación de los polos dominantes en el semiplano izquierdo del plano complejo, por lo tanto el error de seguimiento $e(t)$ converge en una pequeña vecindad alrededor de cero de forma asintótica y exponencial [129].

Capítulo 4

Plataforma experimental

La plataforma experimental cuenta con dos *agentes* (fuente de alimentación - convertidor-controlador). Cada agente está conformado por un convertidor de potencia cd-cd tipo elevador, alimentado por su respectivo arreglo fotovoltaico (con características similares, no idénticos entre sí). En este capítulo se describen los detalles de la implementación física de los convertidores cd-cd tipo elevador y los arreglos de paneles fotovoltaicos.

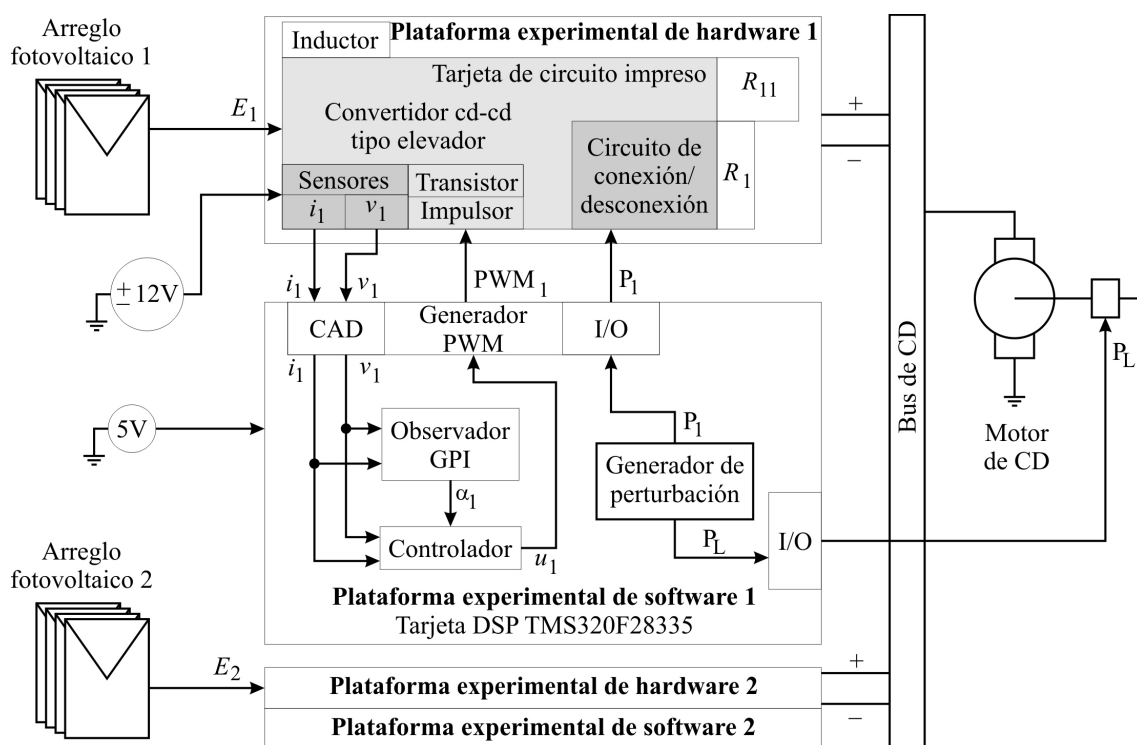


Figura 4.1: Descripción gráfica de la plataforma experimental de hardware y software.

La metodología para el diseño e implementación de la plataforma experimental de hardware, es la siguiente:

- Diseño, instalación y conexión de los dos arreglos de paneles fotovoltaicos que alimentan a cada modulo de generación de energía (MGE).
- Cálculo de los valores nominales de los elementos pasivos (L_n y C_n) del convertidor cd-cd tipo elevador.
- Diseño y elaboración de la tarjeta de circuito impreso, la cual se conforma por los siguientes módulos:
 - Convertidor cd-cd tipo elevador: En donde el inductor, la resistencia de carga y la resistencia de acoplamiento, se conectan de manera externa.
 - Sensores: Los cuales miden la corriente que pasa por el inductor y el voltaje en el capacitor. En el caso del sensor de voltaje, se requiere incluir un circuito de alimentación bipolar regulado.
 - Circuito de conexión/desconexión del bus de CD: El cual utiliza una señal digital generada por la tarjeta DSP para activar o desactivar un relevador. Este módulo, además de conectar y desconectar la salida del convertidor al bus de CD, también permite hacer cambios de carga.
- Pruebas a lazo abierto y a lazo cerrado. En donde se verifica el comportamiento del convertidor, se calibran las señales de los sensores y se analiza de forma preliminar el desempeño del controlador.

En el caso de la plataforma experimental de software, la metodología de implementación es la siguiente:

- Se reescriben las ecuaciones del controlador correspondiente en su forma discreta.
- En el software PSIM[®], se programa la lógica del controlador y se interconecta con los módulos internos de hardware con que cuenta la tarjeta DSP TMS320F28335 (entradas/salidas digitales, generadores de PWM, convertidores analógico-digital). También se programan los diferentes módulos de perturbación que permitan analizar el desempeño del sistema en los diferentes escenarios de prueba, tales como: módulo de variación de voltaje de una fuente programable para alimentar a un convertidor, módulo generador de señal sincronizada para el circuito de conexión/desconexión del bus de CD y el módulo sincronizado para la aplicación de un par de carga al motor de CD.
- Se verifica el desempeño del esquema de control analizando los datos obtenidos en simulaciones.
- Se genera el código en lenguaje C del controlador y se utiliza la herramienta Code Composer Studio para realizar la programación del dispositivo de hardware.
- Finalmente se realizan las pruebas experimentales, se adquieren los datos importantes y se analiza el desempeño obtenido.

Como se observa en la Figura 4.2, se implementan dos *agentes* (fuente de alimentación - convertidor - controlador) conectados a un bus de CD común. Cada agente se alimenta con un arreglo de paneles fotovoltaicos. En estos arreglos fotovoltaicos, el nivel de voltaje de salida varía dependiendo de la irradianza solar, por lo tanto son una fuente de voltaje variante con el tiempo $E_n(t)$.

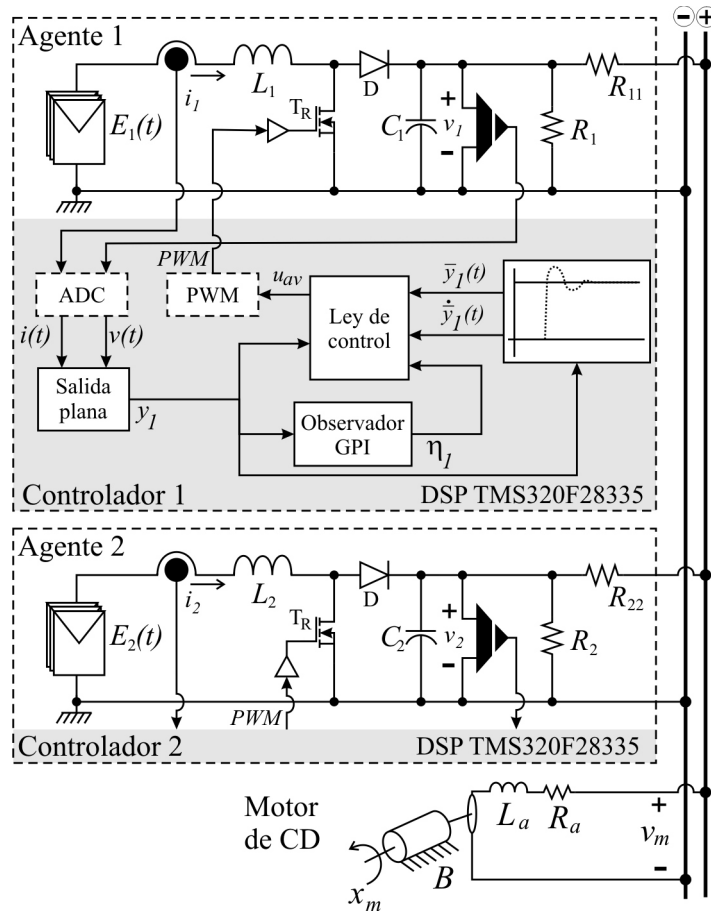


Figura 4.2: Circuito electrónico de dos convertidores cd-cd tipo elevador interconectados, alimentados con fuentes de voltaje variantes con el tiempo y suministrando de forma equitativa la potencia requerida por un motor de CD.

Ambas plataformas experimentales se describen a continuación.

4.1. Plataforma experimental de hardware

La Figura 4.2 muestra que en cada convertidor se requiere la implementación de un sensor de corriente para medir i_n y otro de voltaje para medir v_n . La información de dichos sensores sólo es utilizada por el controlador del agente correspondiente, es decir, no existe un enlace de comunicación entre los diferentes agentes implementados. Aún así, el

controlador debe asegurar que cada agente contribuya equitativamente en la alimentación de una carga dinámica. Por esta razón, a este tipo de controladores se les clasifica como esquemas de control colaborativo de sistemas dinámicos [2]. En la Figura 4.2, se muestra en áreas sombreadas los esquemas de control programados en cada agente.

La plataforma experimental de hardware desarrollada en este capítulo se muestra en la Figura 4.3. El diseño e implementación de esta plataforma, se divide en tres etapas: arreglos de paneles fotovoltaicos, diseño e implementación del convertidor cd-cd tipo elevador y análisis preliminar de desempeño del convertidor diseñado. Estas etapas se describen a continuación.

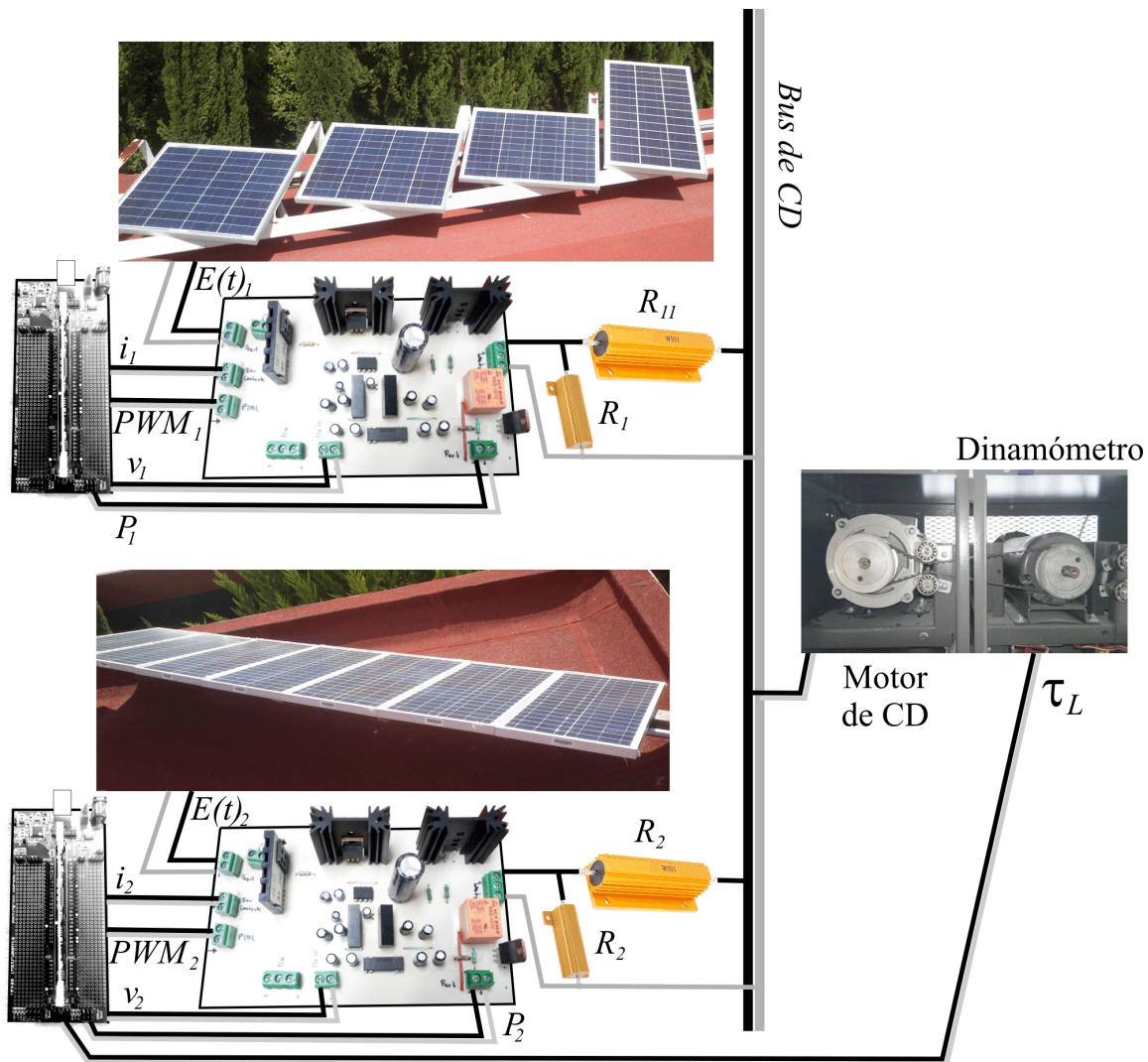


Figura 4.3: Plataforma experimental de hardware.

4.1.1. Arreglos de paneles fotovoltaicos

En la Figura 4.4, se muestra de forma más detallada la conexión de los arreglos de paneles fotovoltaicos y el esquema de control-observador basado en backstepping y observador GPI.

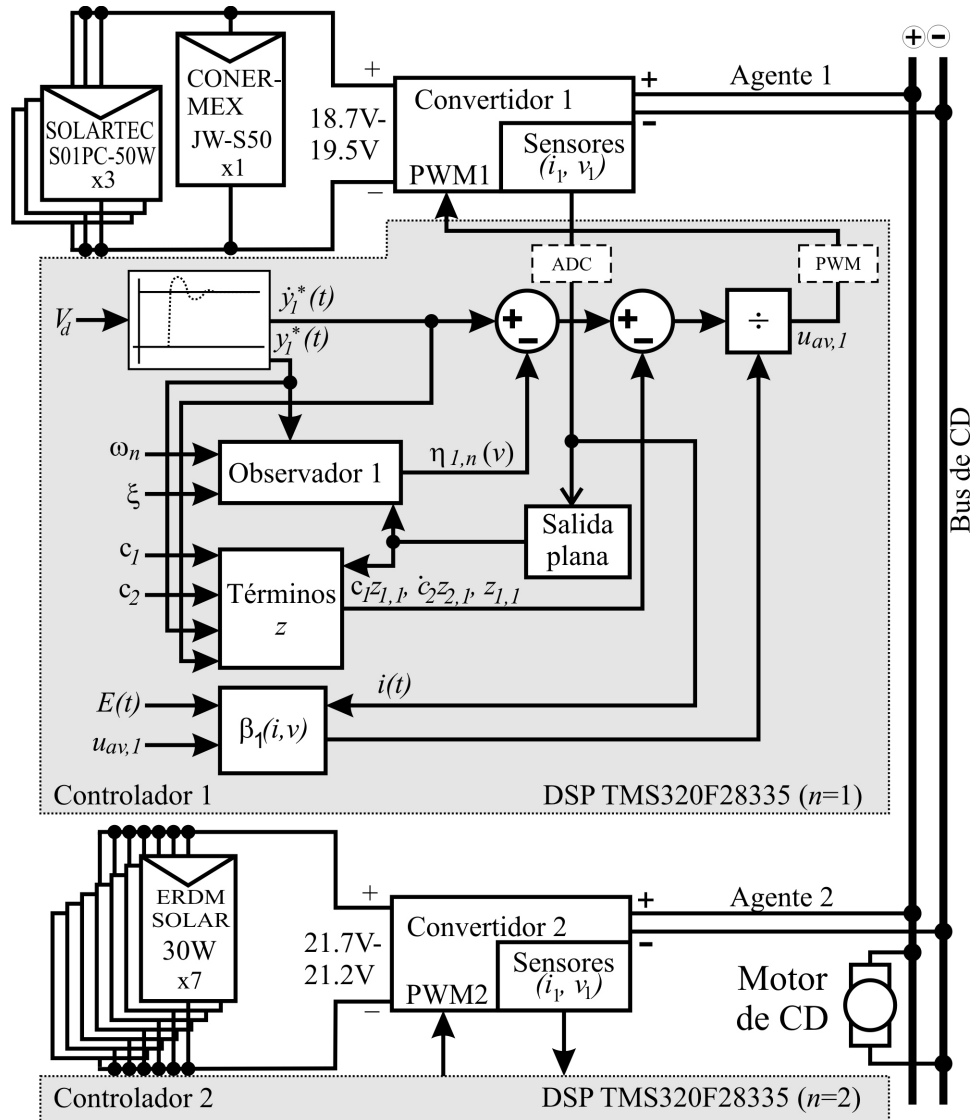


Figura 4.4: Esquema general de la plataforma experimental.

En esta figura también se observa que el *convertidor 1* se alimenta con un arreglo de cuatro paneles fotovoltaicos en paralelo, con capacidad de 50W cada uno. Por lo tanto, la potencia nominal de éste arreglo es de 200W, y el voltaje de salida es de 17.2V aproximadamente. Las características de dichos paneles fotovoltaicos se describen en la Tabla 4.1:

Por otro lado, el *convertidor 2* se alimenta con un arreglo de siete paneles fotovoltaicos en paralelo, con capacidad de 30W cada uno. La potencia nominal de este arreglo fotovoltaico

Tres paneles Solartec	
Tipo	S01PC-50W policristalino
Potencia máxima (P_{max})	50.00 W
Voltaje en circuito abierto (V_{oc})	22.00 V
Voltaje en máximo punto de potencia (V_{mpp})	17.70 V
Corriente en corto circuito (I_{sc})	3.03 A
Corriente en máximo punto de potencia (I_{mpp})	2.83 A
Temperatura de operación	-40 a 80 °C
Voltaje máximo del sistema	600 V_{CD}
Un panel Conermex	
Tipo	JW-S50
Potencia máxima (P_{max})	50.00 W
Voltaje en circuito abierto (V_{oc})	21.20 V
Voltaje en máximo punto de potencia (V_{mpp})	17.20 V
Corriente en corto circuito (I_{sc})	3.20 A
Corriente en máximo punto de potencia (I_{mpp})	2.91 A
Temperatura de operación	25 °C
Voltaje máximo del sistema	70.00 V

Tabla 4.1: Características de los paneles fotovoltaicos que alimentan el *convertidor 1*.

es de 210W, con un voltaje de salida nominal de 18.27V. En la Tabla 4.2 se describen las características de estos paneles fotovoltaicos:

Los datos mostrados en la Tabla 4.1 y en la Tabla 4.2, muestran que las características de ambos arreglos fotovoltaicos no son idénticas. En una aplicación real, este tipo de discrepancias representa las diferentes formas en que los usuarios pueden armar sus módulos generadores de energía eléctrica, con los diversos tipos de paneles fotovoltaicos que existen en el mercado. El esquema de control debe compensar dichas diferencias en la alimentación del convertidor y mantener un suministro equitativo de potencia en la carga.

Siete paneles ERDM SOLAR	
Tipo	ERDM 30 P/6 Multi-Si
Potencia máxima (P_{max})	30.00 W
Voltaje en circuito abierto (V_{oc})	22.30 V
Voltaje en máximo punto de potencia (V_{mpp})	18.27 V
Corriente en corto circuito (I_{sc})	1.88 A
Corriente en máximo punto de potencia (I_{mpp})	1.79 A
Temperatura de operación	25 °C
Voltaje máximo del sistema	1000 V_{CD}

Tabla 4.2: Características de los paneles fotovoltaicos que alimentan el *convertidor 2*.

4.1.2. Diseño e implementación del convertidor cd-cd tipo elevador

En esta etapa de diseño, se obtiene el valor nominal de los elementos pasivos (L_n y C_n), considerando ciertas características de funcionamiento, tales como: el voltaje de entrada (E_n), el voltaje de salida (v_n), la frecuencia de conmutación (f) y el valor nominal de la resistencia de carga (R_n).

El método de diseño del convertidor cd-cd tipo elevador inicia estableciendo los valores de E_n , v_n , f y R_n , en los cuales el convertidor presenta el mayor rizo de corriente en el inductor y el mayor rizo de voltaje en el capacitor [110]. De esta manera, se asegura el cumplimiento de los requerimientos de rizo máximo de voltaje y corriente en la mayor parte de su funcionamiento. Estos parámetros a considerar en el diseño del convertidor son los siguientes:

- Operación del convertidor en modo de conducción continua (MCC).
- Voltaje de alimentación $E = 15V$, debido a que es el menor nivel de voltaje utilizado en las pruebas experimentales y por consiguiente, en este caso la corriente en el inductor es mayor.
- Voltaje de salida deseado $v = 45V$.
- Resistencia de carga $R = 20\Omega$, el cual es un valor aproximado de esta impedancia cuando se aplica un par de carga $\tau_L \approx 1N \cdot m$ al motor de CD.
- Rizo máximo de voltaje de salida $\Delta v/v = 0.002\%$.
- Rizo máximo en la corriente que pasa por el inductor $\Delta i/i = 3\%$
- Frecuencia de conmutación PWM fija de $f = 45KHz$.

Con estos datos, el objetivo inicial es calcular el valor crítico del inductor. Para esto, primero se obtiene el valor del ciclo útil de trabajo (D) necesario para una salida de voltaje $v = 45V$, utilizando (2.2) como sigue:

$$D = \frac{v - E}{v} = \frac{45V - 15V}{45V} = 0.666 \quad (4.1)$$

Posteriormente se obtiene el valor de la corriente de salida, i_o , del convertidor utilizando la ley de Ohm:

$$i_o = \frac{v}{R} = \frac{45V}{20\Omega} = 2.250A \quad (4.2)$$

Con esto se obtiene el valor de la corriente que pasa por el inductor utilizando (??)

$$i_{in} = i_o \frac{1}{1 - D} = 2.250A \left(\frac{1}{1 - 0.666} \right) = 6.736A \quad (4.3)$$

Características de los convertidores cd-cd tipo elevador		
Descripción	Nomenclatura	Valor nominal
Inductor	L_1, L_2	4 mH
Capacitor	C_1, C_2	470 μF
Resistencia de carga	R_1, R_2	177.5 Ω
Resistencia de acoplamiento	R_{11}, R_{22}	10 Ω
Alimentación	E_1, E_2	17.2 V, 18.27 V
Características del motor de CD		
Potencia nominal	P_n	248.567 W
Voltaje nominal	V_n	90 V
Inductancia de armadura	L_a	7 mH
Constante eléctrica	K_m	0.479
Resistencia de armadura	R_a	2.33 Ω
	B	$9.37 \times 10^{-3} N \cdot m$
	J	$11.64 \times 10^{-3} kg \cdot m^2$

Tabla 4.3: Características de los elementos de la plataforma experimental de hardware

Este resultado indica que el inductor debe soportar al menos 6.736A de corriente. Para obtener el valor *crítico* del inductor, L_{crit} , se utiliza (2.5) como sigue

$$\begin{aligned}
 L_{crit} &= \frac{R}{2f}(1-D)^2D = \frac{20\Omega}{(2)(45KHz)}(1-0.666)^2(0.666) \\
 L_{crit} &= 16.510\mu H
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Si se utiliza un inductor con el valor crítico obtenido, se tendría el siguiente rizo de corriente que pasa por el inductor [77]

$$\Delta i = \frac{ED}{L_{crit}f} = \frac{(15V)(0.666)}{(16.51\mu H)(45KHz)} = 13.446A \tag{4.5}$$

Evidentemente no se cumplen los requerimientos de desempeño con este valor de inductancia, debido a que se tiene un $\Delta i/i_{in} \approx 200\%$. Se requiere un porcentaje rizo de corriente de entrada menor o igual a 3%, por lo tanto se propone $L = 4mH$, de esta forma se obtiene

$$\Delta i = \frac{ED}{L_{crit}f} = \frac{(15V)(0.666)}{(4mH)(45KHz)} = 0.055A \tag{4.6}$$

$$\Delta i/i_{in} = 0.8\% \tag{4.7}$$

Una vez obtenidos los valores nominales del inductor y del capacitor para cada convertidor cd-cd tipo elevador, se procede a su implementación. En resumen, los convertidores cd-cd tipo elevador y el motor de CD, tienen los dispositivos y parámetros mostrados en la Tabla 4.3.

Con estos parámetros se diseña e implementa la placa de circuito impreso, la cual contiene el circuito mostrado en la Figura 4.5. La tarjeta de circuito impreso terminada se muestra en la Figura 4.6. Los detalles de la tarjeta de circuito impreso se muestra en el **Apéndice A**.

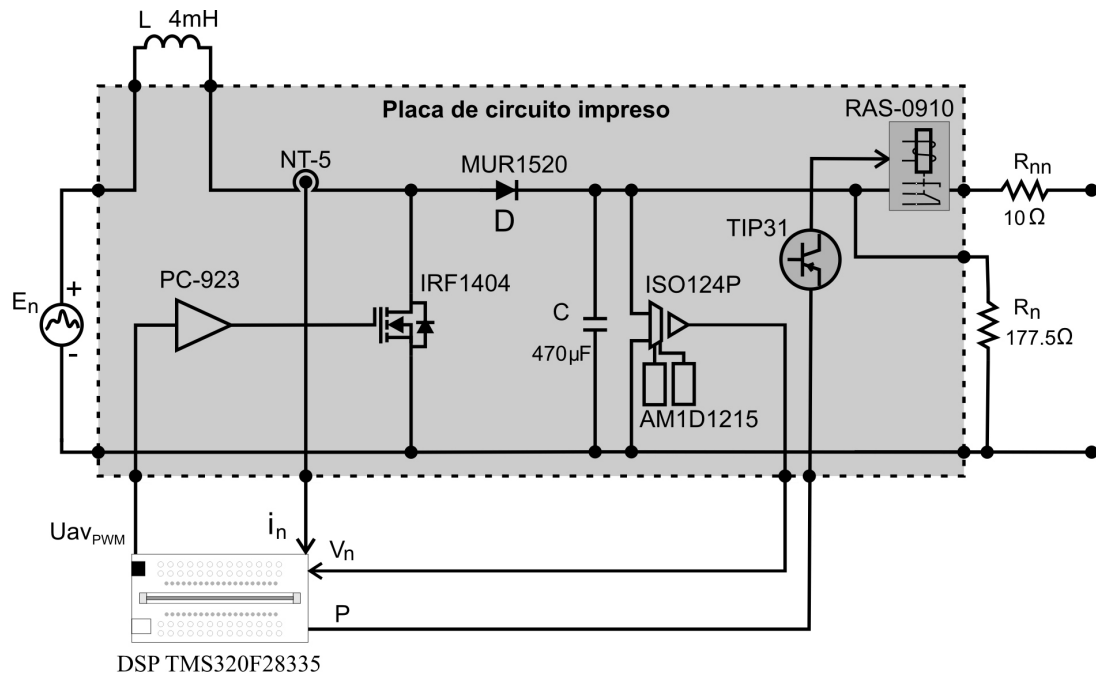


Figura 4.5: Circuito implementado en la tarjeta de circuito impreso.

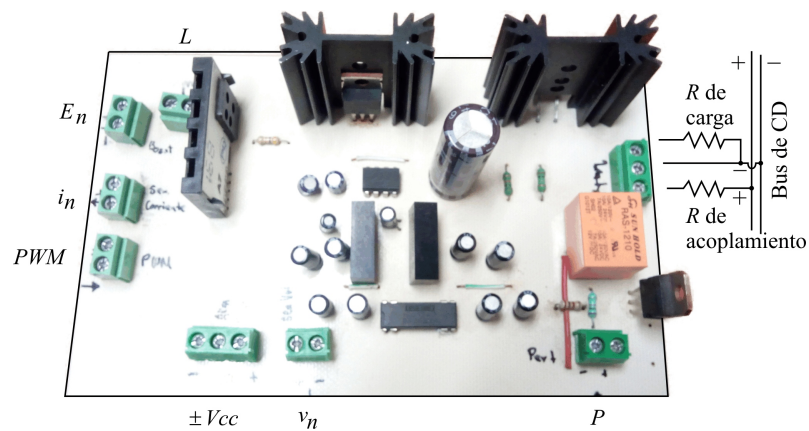


Figura 4.6: Tarjeta de circuito impreso terminada.

4.1.3. Análisis preliminar de desempeño del convertidor diseñado

El convertidor cd-cd tipo elevador diseñado es programado y simulado en la herramienta de software PSIM[®]. La simulación es a lazo abierto y tiene el objetivo de verificar los niveles deseados de rizo de corriente y de voltaje. El programa utilizado se muestra en la Figura 4.7.

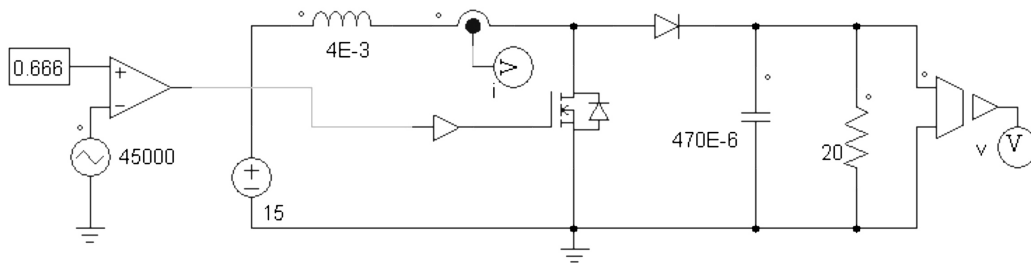


Figura 4.7: Circuito del convertidor diseñado y programado en PSIM[®].

Los resultados obtenidos en la simulación del circuito del convertidor diseñado se muestran en la Figura 4.8.

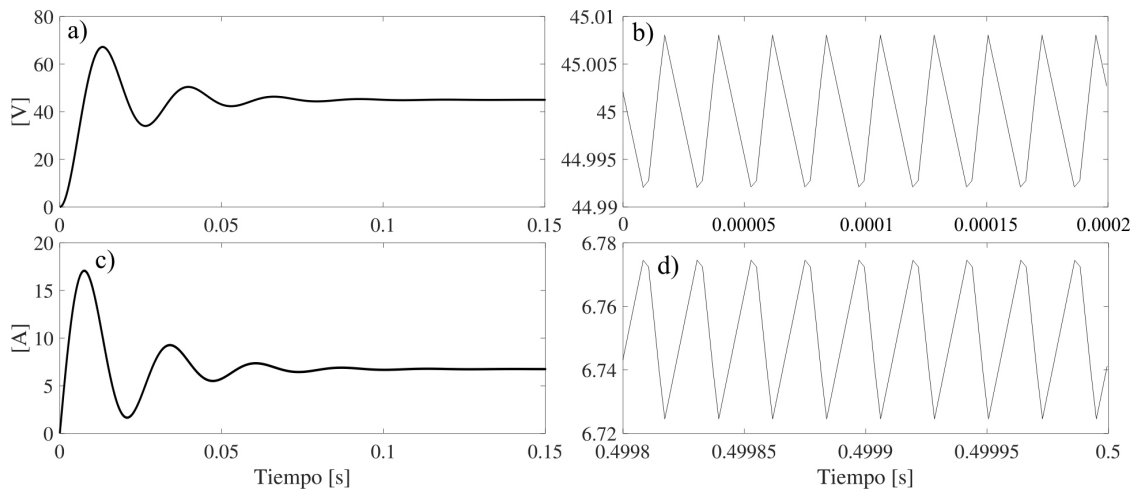


Figura 4.8: Resultados de la simulación en PSIM[®].

Se comprueba que con un ciclo de trabajo $D = 0.666$ el convertidor alcanza un voltaje de salida $v = 45V$. Además, la corriente que pasa por el inductor es $i = 6.78A$ la cual es muy similar a la corriente prevista en este diseño. Por otro lado, el rizo de voltaje mostrado en la Figura 4.8-b) es de $\Delta v = 0.9mV$, por lo tanto $\Delta v/v \approx 0.02\%$. En el caso del rizo de corriente mostrado en la Figura 4.8-c) es de $\Delta i = 49.8mA$, por lo tanto $\Delta i/i \approx 1\%$. De esta forma, los resultados obtenidos de la simulación del circuito en la herramienta

de software PSIM[®], demuestran que se cumplen los requerimientos de rizo de voltaje y corriente establecidos inicialmente.

En seguida se describe la implementación de la plataforma experimental de software.

4.2. Plataforma experimental de software

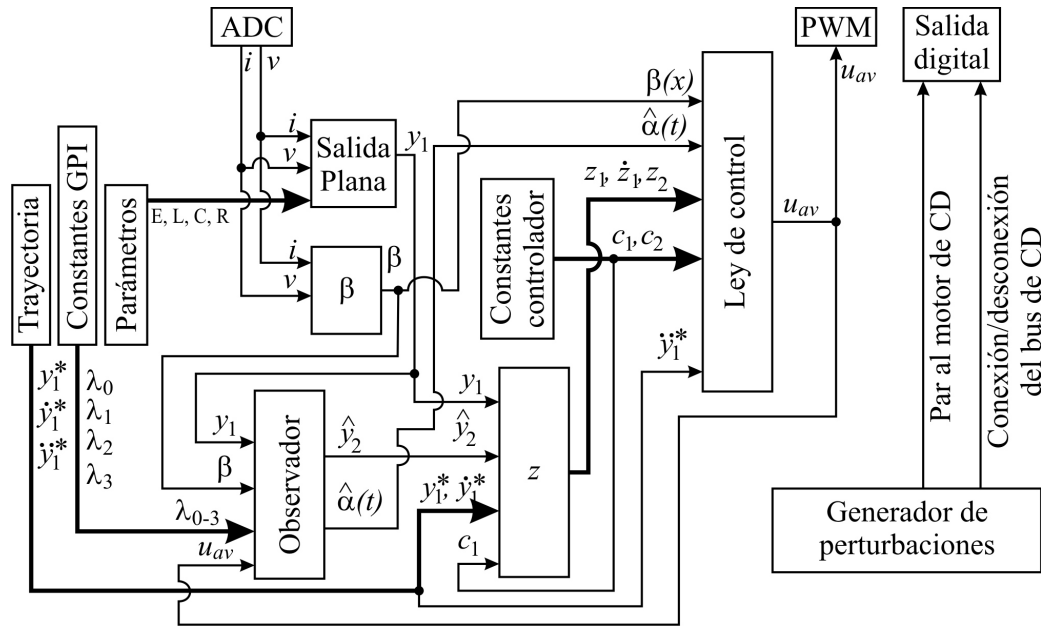


Figura 4.9: Diagrama a bloques del controlador programado en la memoria *Flash* de la tarjeta DSP TMS320F28335.

Como ya se ha mencionado, el esquema de control propuesto está programado en una tarjeta DSP TMS320F28335. La descripción de la conexión de dicha tarjeta con los diversos dispositivos de hardware se describe en la Figura 4.10. Por otro lado, la lógica del controlador está conformada por los bloques de programa representados en la Figura 4.9. Este software contiene el esquema de control y los elementos necesarios para realizar las pruebas de desempeño necesarias. Debido a que se trata de un esquema de control distribuido, se implementa una copia de este programa en la tarjeta DSP de cada agente interconectado al bus de CD. A continuación se describen los módulos que conforman esta plataforma experimental de software.

4.2.1. Módulo: Controlador

El módulo del controlador se conforma de cuatro bloques: *Beta* (ecuación (3.19)), *salida plana* (ecuación (3.15)), *z* y *ley de control* (ver Figura 4.11). En el caso del bloque *z* y el

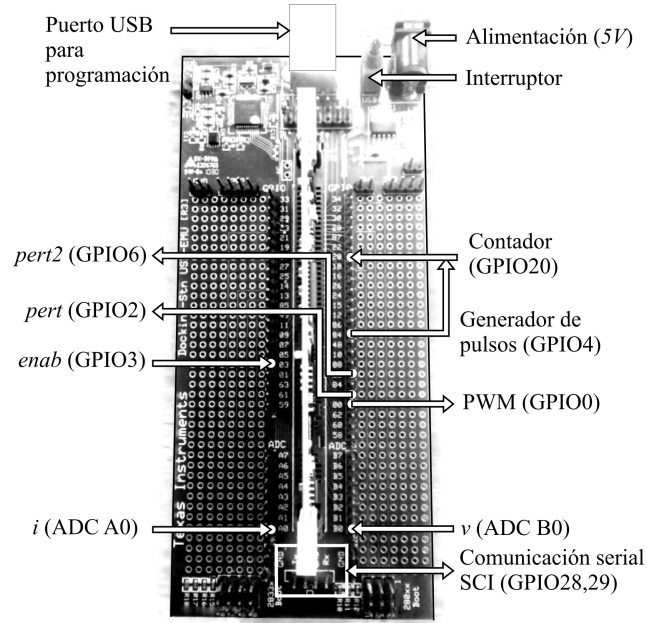


Figura 4.10: Descripción de las conexiones en la tarjeta DSP TMS320F28335.

de *ley de control*, las ecuaciones (3.54) y (3.37)-(3.39) se reescriben en su forma discreta utilizando el método de aproximación de Euler. Es decir aplicando la siguiente igualdad

$$\frac{dy}{dt}(t_i) = f(t_i, y(t_i)) \cong \frac{y(t_i) - y(t_i - 1)}{T}$$

$$\dot{y} \approx \frac{y(t) - y(t - 1)}{T}$$

donde $y(t)$ es la muestra actual, $y(t-1)$ es la muestra anterior y T es el periodo de muestreo. Por lo tanto, el bloque *ley de control* se programa de la siguiente forma

$$u_{av,n} = -\frac{1}{\beta_n(i_n, v_n)} [z_{1,n}(t) + \eta_{1,n}(t) + c_1 \dot{z}_{1,n}(t) - \ddot{y}_{1,n}^*(t) + c_{2,n} z_{2,n}(t)] \quad (4.8)$$

y el bloque z contiene las siguientes ecuaciones

$$z_{1,n}(t) = y_{1,n}(t) - y_{1,n}^*(t) \quad (4.9)$$

$$\dot{z}_{1,n}(t) = \dot{y}_{1,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) = y_{2,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) \quad (4.10)$$

$$z_{2,n}(t) = y_{2,n}(t) + c_1 z_{1,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) \quad (4.11)$$

$$n = 1, 2.$$

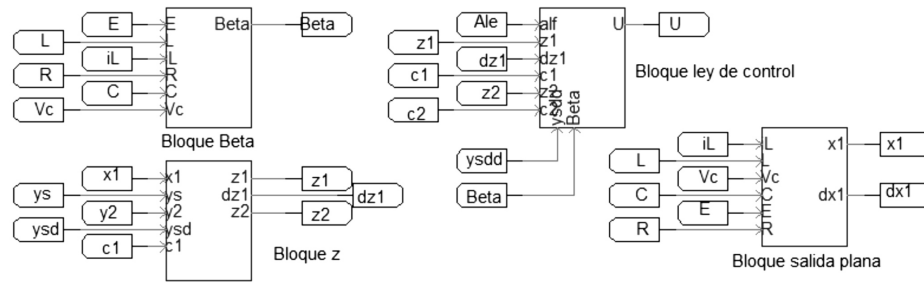


Figura 4.11: Módulo del Controlador programado en PSIM[®].

4.2.2. Módulo: ESO

Este módulo está conformado por dos bloques: *constantes ESO* (obtenidas a partir de la ecuación (3.53)) y el bloque *ESO*. Al igual que el bloque *z* y el bloque *ley de control*, en el bloque *ESO* las ecuaciones (3.47)-(3.50) también se reescriben en su forma discreta:

$$\frac{d\hat{y}_{1,n}(t)}{dt} = \hat{y}_{1,n}(t-1) + T[\hat{y}_{2,n}(t) + \lambda_3(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (4.12)$$

$$\frac{d\hat{y}_{2,n}(t)}{dt} = \hat{y}_{2,n}(t-1) + T[\eta_{1,n}(t) + \beta_n(i, v)u_{av,n} + \lambda_2(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (4.13)$$

$$\frac{d\eta_{1,n}(t)}{dt} = \eta_{1,n}(t-1) + T[\eta_{2,n}(t) + \lambda_1(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (4.14)$$

$$\frac{d\eta_{2,n}(t)}{dt} = \eta_{2,n}(t-1) + T[\lambda_0(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (4.15)$$

El módulo ESO programado en PSIM[®] se muestra en la Figura 4.12.

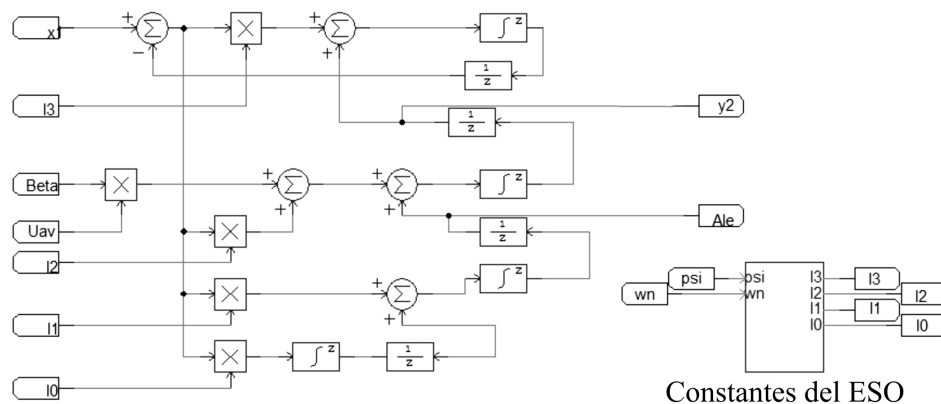


Figura 4.12: Módulo ESO programado en PSIM[®].

4.2.3. Módulo: Perturbación

Este módulo se diseña en un bloque de lenguaje C, como se muestra en la Figura 4.13. La lógica consiste en una secuencia de sentencias condicionales que dependen del valor del contador incremental *clk* (GPIO20). En donde se da un valor digital, a la señal utilizada para aplicar la perturbación de par en el motor de CD, *pert* (GPIO2) y para conectar o desconectar del bus de CD al convertidor, *pert2* (GPIO6). La velocidad del contador se ajusta al variar la frecuencia de un generador de pulsos diseñado con una compuerta NOT y una unidad de retardo. La salida digital de este generador de pulsos (GPIO4), es realimentada a la entrada del contador (GPIO20) tal como se muestra en la Figura 4.10. La generación de pulsos es habilitada y deshabilitada con una entrada digital denominada *enab* (GPIO3). Si se habilita la señal *enab* al mismo tiempo en ambos convertidores las perturbaciones aplicadas al sistema son sincronizadas.

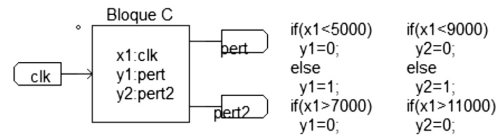


Figura 4.13: Módulo de Perturbación programado en PSIM[®].

4.2.4. Módulo: Configuración y puertos

Este módulo se muestra en la Figura 4.14. Aquí se configuran algunas características de funcionamiento de la tarjeta DSP, tales como la frecuencia de reloj ($150MHz$), el tipo de memoria a programar (*Flash Release*), el periodo de muestreo ($10\mu s$) y la comunicación serial (SCI). También se determinan las señales de los puertos digitales de entrada/salida (*pert*, *pert2*, *enab* y el generador de pulsos), los convertidores analógico-digital (*i*, *v*), el bloque PWM (1-p PWM, $45KHz$, portadora triangular, $1V$ pico a pico) y el bloque del contador (*counter1*). El detalle de los pines que se utilizan para estos puertos se muestra en la Figura 4.10.

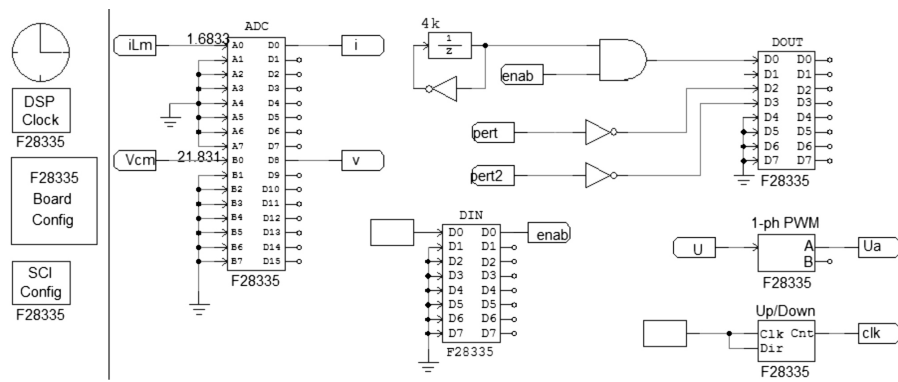


Figura 4.14: Módulo de Configuración y puertos programado en PSIM[®].

Capítulo 5

Resultados y conclusiones

Al finalizar el proceso de diseño de la plataforma experimental, se realizan las pruebas para analizar el desempeño del esquema de control propuesto. En estas pruebas se recopilan los datos necesarios para realizar una comparación de desempeño entre los dos esquemas de control diseñados. En este sentido se diseñan cuatro escenarios de prueba:

- Seguimiento de trayectoria.
- Variaciones de voltaje de alimentación en los convertidores.
- Par arbitrario aplicado al motor de CD.
- Conexión/desconexión del bus de CD de uno de los convertidores.

Algunas características generales para llevar a cabo estas pruebas experimentales, son las siguientes:

- Los esquemas de control diseñados para realizar las pruebas experimentales son: control basado en backstepping y observador de estado extendido (ESO) y control por linealización en forma exacta y observador GPI (CLO).
- Ambos convertidores son programados en la memoria *FLASH* de la tarjeta DSP.
- El motor de CD se encuentra conectado al bus en todo momento.
- Las pruebas experimentales se llevan a cabo casi en un mismo intervalo de tiempo en donde, debido a la posición del sol, la irradiancia solar es mayor.

A continuación, se describen estas pruebas experimentales junto con los resultados obtenidos. Al final se exponen las conclusiones correspondientes y se proponen las futuras líneas de investigación derivadas de este trabajo.

5.1. Escenarios de prueba

Como se observa en la descripción de la plataforma experimental de hardware y de software, se agregaron algunos elementos que permiten llevar a cabo las pruebas experimentales. En la plataforma experimental de hardware, se agrega el módulo conexión/desconexión del bus de CD (ver **Apéndice A**). Por otro lado, en la plataforma experimental de software se agrega el módulo perturbación (ver Figura 4.13). También se diseña un módulo generador de trayectoria de referencia, el cual es un polinomio Bézier de décimo orden (ver **Apéndice B**). En ambos módulos se utiliza un bloque contador y un generador de pulsos de reloj (ver Figura 4.14) para sincronizar la trayectoria de referencia, la aplicación del par al motor de CD y la conexión/desconexión del bus. Además, se utiliza un enlace de comunicación RS-232 (bloque SCI de la Figura 4.14), con el cual se controla el módulo de perturbaciones y se monitorean señales importantes durante las pruebas experimentales (sensores de corriente y voltaje).

Con estos elementos se realizan las siguientes pruebas de desempeño al sistema interconectado.

5.1.1. Seguimiento al lazo cerrado

El objetivo de esta prueba es analizar el desempeño de los esquemas de control cooperativo diseñados, realizando el seguimiento de una trayectoria deseada de voltaje de salida en cada convertidor. Esta prueba experimental es para verificar lo siguiente:

- El error de seguimiento de voltaje de salida en cada convertidor.
- El suministro de corriente en la carga por parte de cada convertidor.
- El nivel de voltaje suministrado por los arreglos de paneles fotovoltaicos ante las diferentes exigencias de corriente impuestas por la trayectoria de referencia.

En este sentido se establece una trayectoria suave de referencia $y_{1,n}^*(t)$ tipo Bézier con un polinomio de décimo orden (ver **Apéndice B**).

La trayectoria de referencia se ajusta de tal forma que v_1 y v_2 varía de $y_{1,n}^*(t)_{inicial} = 22V$ a $y_{1,n}^*(t)_{final} = 40V$. En la Figura 5.1 se muestra el voltaje de salida de cada convertidor al aplicar ambos esquemas de control (CBO y CLO). Estos resultados demuestran, que ambos esquemas de control siguen adecuadamente la trayectoria de referencia de voltaje de salida deseada.

En la Figura 5.2 se muestra la entrada de control y el seguimiento de la salida plana durante el seguimiento de la trayectoria deseada.

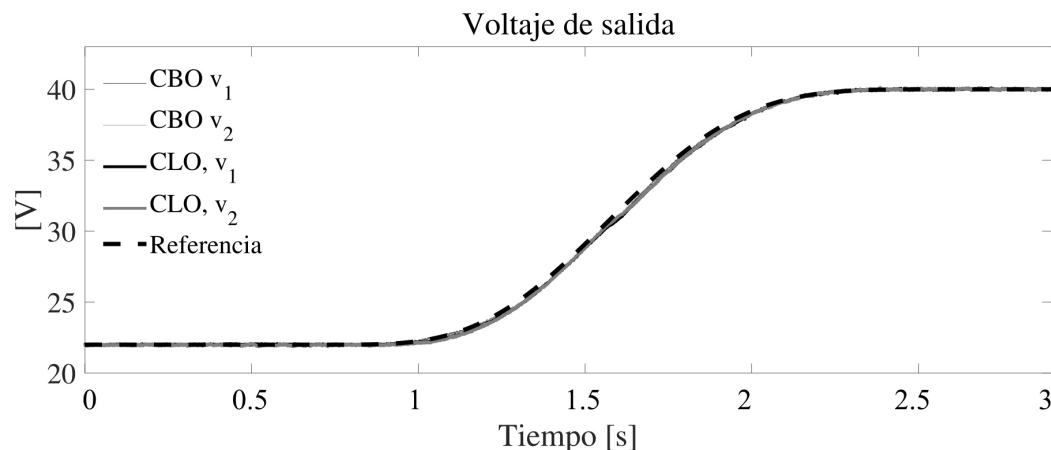


Figura 5.1: Respuesta del voltaje de salida al seguimiento de una trayectoria deseada.

Debido a que no se realizan variaciones de voltaje de alimentación ni cambios de carga, la estimación de $\alpha(t)_n$ es casi constante. Tal como lo muestra la Figura 5.3.

En seguida se analiza el nivel de corriente, tanto en el inductor (entrada), como en la salida de cada convertidor cd-cd tipo elevador. La Figura 5.4 y la Figura 5.5 muestran el nivel de estas corrientes cuando se aplica el esquema de control basado en backstepping y observador GPI (CBO) y el controlador basado en linealización en forma exacta y ESO, respectivamente.

Tanto en la Figura 5.4 como en la Figura 5.5 se muestra una diferencia en el nivel de las corrientes que pasan por el inductor de ambos convertidores. Esto es, debido a que el nivel de voltaje que generan sus respectivos arreglos fotovoltaicos no es igual, tal como se muestra en la Figura 5.6. Sin embargo el nivel de corriente de salida es muy similar en ambos convertidores, lo cual significa que la diferencia de voltaje de alimentación es compensada y al final el suministro de corrientes en la carga es equitativo. Se observa que ambos esquemas de control cumplen adecuadamente con este requerimiento.

Finalmente, en la Figura 5.7 se muestra el índice de desempeño ISE (siglas en inglés de *integral square error*) que corresponde a cada esquema de control. Este índice de desempeño se obtiene de la siguiente forma:

$$ISE = \int e^2 dt \quad (5.1)$$

en donde e es la diferencia entre el valor de referencia deseado menos el valor obtenido del voltaje de salida en cada convertidor.

La Figura 5.7 muestra que en ambos esquemas de control, se tiene un buen desempeño ($ISE < 0.13$). Sin embargo se aprecia un menor índice de error para el caso del controlador basado en backstepping y ESO (CBO). En ambos esquemas de control se observa una eficiencia eléctrica mayor al 97% (Figura 5.8).

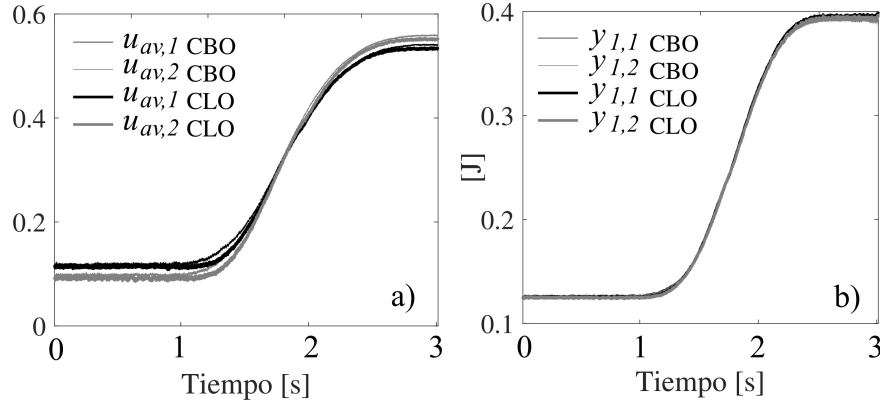


Figura 5.2: a) Entrada de control $u_{av,n}$, b) salida plana $y_{1,n}$.

5.1.2. Variaciones de voltaje de alimentación

En estas pruebas se hace variar el voltaje de alimentación de uno de los convertidores (*Convertidor 1*, $E_1(t)$), utilizando una fuente de alimentación programable Tektronix[®] PWS4305. Estas variaciones son para simular cambios en el nivel de voltaje de salida de los arreglos fotovoltaicos. Estas variaciones tienen una magnitud ($\pm 5V$) y un periodo (5s), y la función que las determina es la siguiente:

$$E_1(t) = 10e^{-\frac{1}{2}\sin(12.8t+0.4)} \cos(2.4t)^2 + 16 \quad (5.2)$$

La fuente de alimentación se programa en MatLab Simulink[®] utilizando los bloques mostrados en la Figura 5.9. El nivel de voltaje de salida de referencia para cada convertidor es de 40V.

Este voltaje de alimentación programado ($E_1(t)$) junto con el suministrado por el arreglo fotovoltaico ($E_2(t)$), se muestran en la Figura 5.10.

La Figura 5.11 muestra que ambos esquemas de control compensan adecuadamente esta variación en la alimentación de unos de los convertidores. La variación máxima del voltaje de salida del *Convertidor 1* con respecto al voltaje de referencia es de $\pm 300mV$ utilizando el esquema de CLO y de $\pm 240mV$ con el CBO. En este sentido, la Figura 5.12 muestra una comparación de índices de desempeño (ISE) entre ambos esquemas de control. Analizando el caso del *Convertidor 1* (donde se aplica $E_1(t)$), el esquema de control basado en backstepping ($ISE = 0.058$) muestra un índice de error menor en comparación al índice obtenido con el control basado en linealización en forma exacta (0.07). Lo anterior también

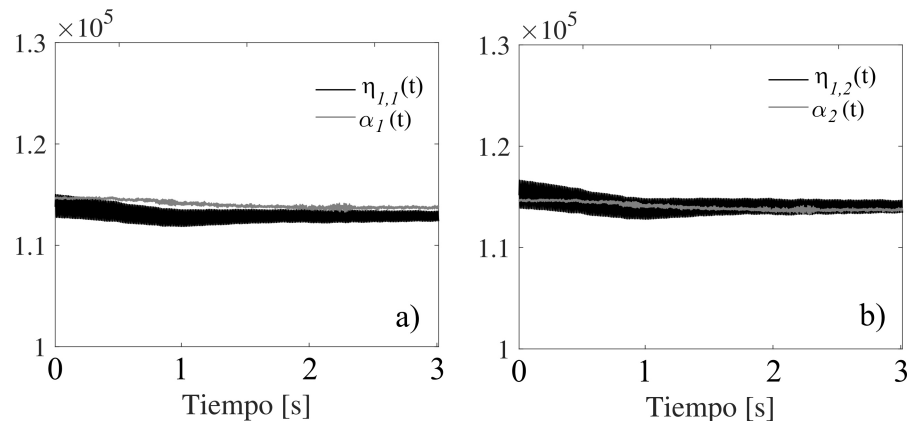


Figura 5.3: a) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,1}$) de $\alpha_1(t)$ para el convertidor 1, b) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,2}$) de $\alpha_2(t)$ para el convertidor 2.

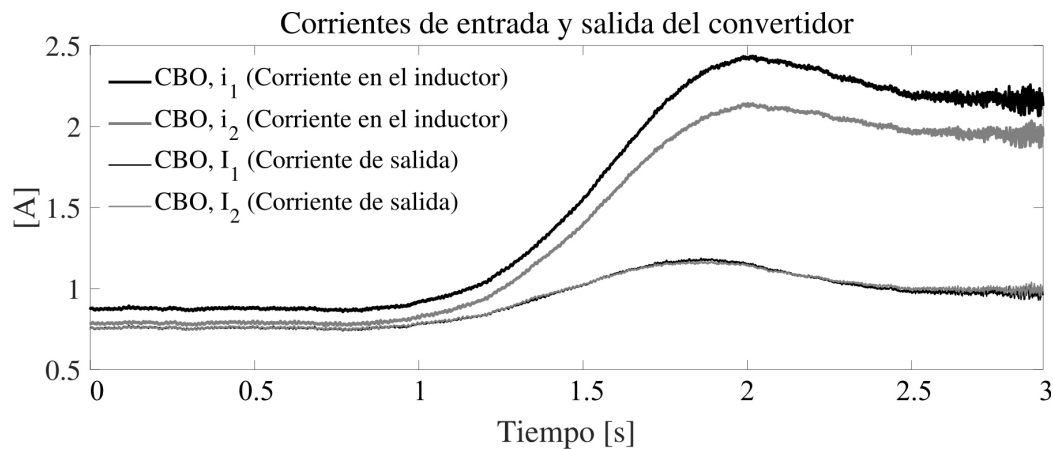


Figura 5.4: Corriente de entrada-salida en cada convertidor con control basado en backstepping y ESO (CBO).

demuestra que el voltaje de salida en cada convertidor se mantiene en la referencia con un mínimo de error ($< 1.2\%$).

Por otro lado, las variaciones de $E_1(t)$ se compensan con variaciones en la corriente que pasa por el inductor (i_1). Esto se muestra en la Figura 5.13, en donde se observa que a mayor nivel de voltaje $E_1(t)$ corresponde una corriente i_1 menor y viceversa. Esta maniobra de compensación se observa en ambos esquemas de control (CBO y CLO).

La Figura 5.14, muestra que las variaciones de compensación de i_1 hacen que la corriente de salida I_1 se mantenga a un nivel equivalente al de I_2 . Lo que significa que existe un suministro equitativo de corriente en el motor de CD, por parte de cada convertidor cd-cd tipo elevador.

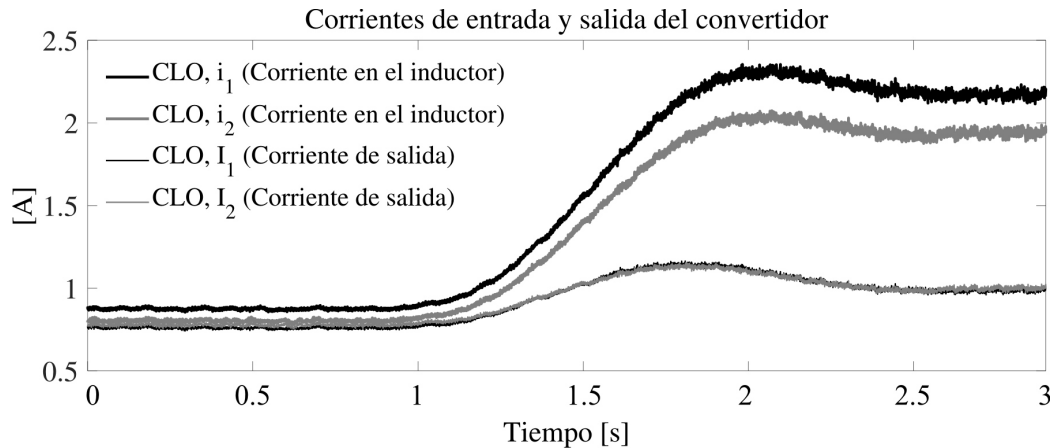


Figura 5.5: Corriente de entrada-salida en cada convertidor con control basado en linealización en forma exacta y ESO (CLO).

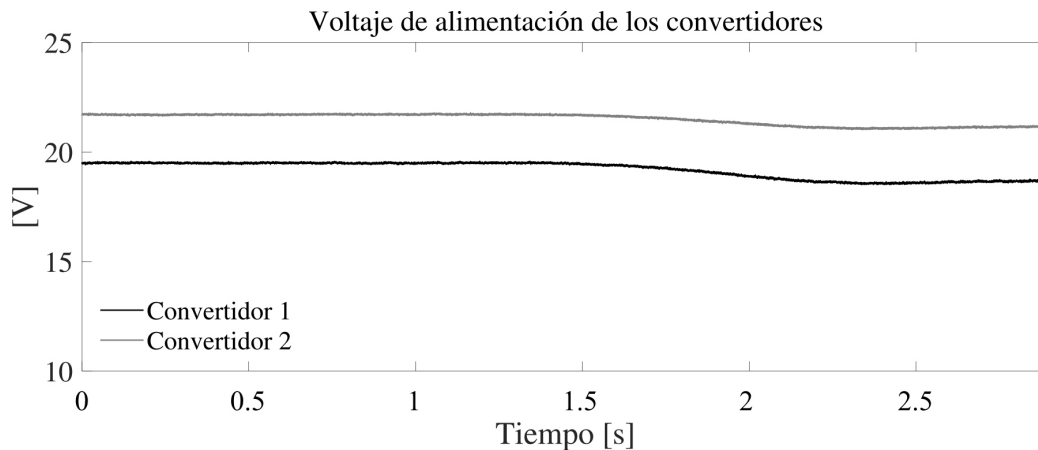


Figura 5.6: Voltaje de alimentación en cada convertidor que corresponde al voltaje de salida de su respectivo arreglo fotovoltaico.

En la Figura 5.15 se muestra la entrada de control y el seguimiento de la salida plana durante las variaciones de $E_1(t)$.

La estimación de $\alpha(t)_n$ muestra las variaciones de $E_1(t)$, tal como se observa en la Figura 5.16.

En ambos esquemas de control se observa una eficiencia eléctrica mayor al 96 % (Figura 5.17).

5.1.3. Aplicación de par al motor de CD

En este escenario de prueba, se aplica un par de carga arbitrario ($\tau_l \approx 1.027 Nm$) durante un intervalo de 1s al motor de CD. Lo cual produce un cambio súbito en la impedancia de

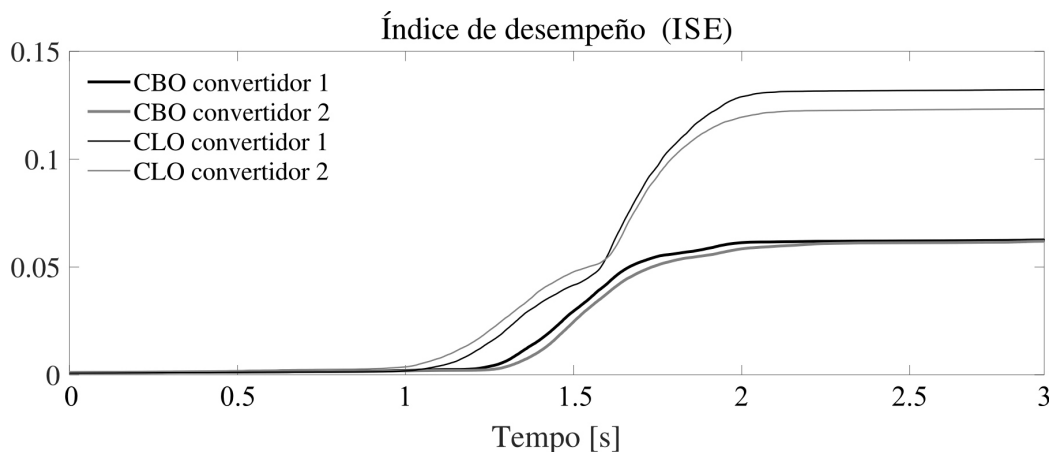


Figura 5.7: Índice de desempeño (ISE) correspondiente a cada esquema de control.

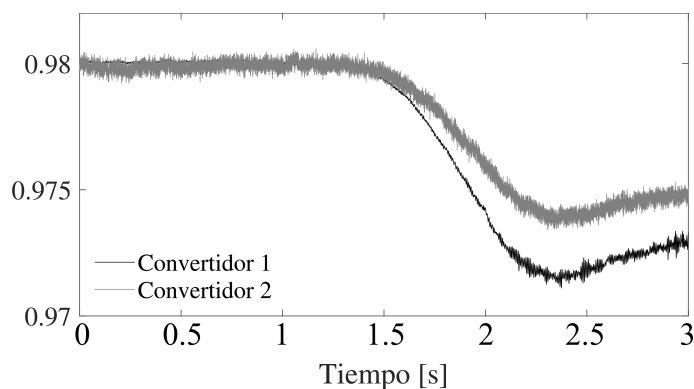


Figura 5.8: Eficiencia eléctrica en ambos convertidores.

salida (aproximadamente 50%) en cada uno de los convertidores cd-cd tipo elevador. Este valor de impedancia se obtiene utilizando un estimador algebraico fuera de línea (su diseño se detalla en la referencia [95]), y las señales obtenidas se muestran en la Figura 5.18.

La Figura 5.19 muestra la diferencia en el nivel de voltaje de salida (v_1 y v_2) con respecto al valor de referencia $v_d = 40V$, al aplicar una perturbación de par ($\tau_l \approx 1.027 Nm$) al motor de CD.

Se observa que durante el intervalo de la perturbación (de $0.5s$ a $1.5s$), los voltajes de salida v_1 y v_2 mantienen un error de $1.5V$ aproximadamente. El resultado anterior es al utilizar el esquema de control basado en linealización en forma exacta y observador GPI (CLO). En cambio, al utilizar el controlador basado en backstepping (CBO), sólo se presentan pequeñas variaciones de voltaje ($\pm 1V$) al inicio y al final de dicho intervalo. La Figura 5.20 muestra una comparación de índices de desempeño (ISE) entre ambos esquemas de control. En esta figura se observa que al utilizar el CLO presenta un mayor índice de error ($ISE \approx 1.9$) en comparación con el CBO ($ISE \approx 0.25$).

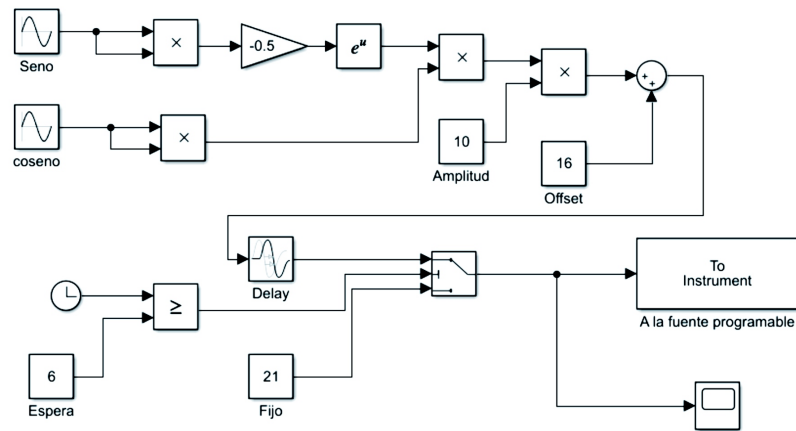


Figura 5.9: Programa en Simulink[®] que controla la fuente de alimentación del convertidor.

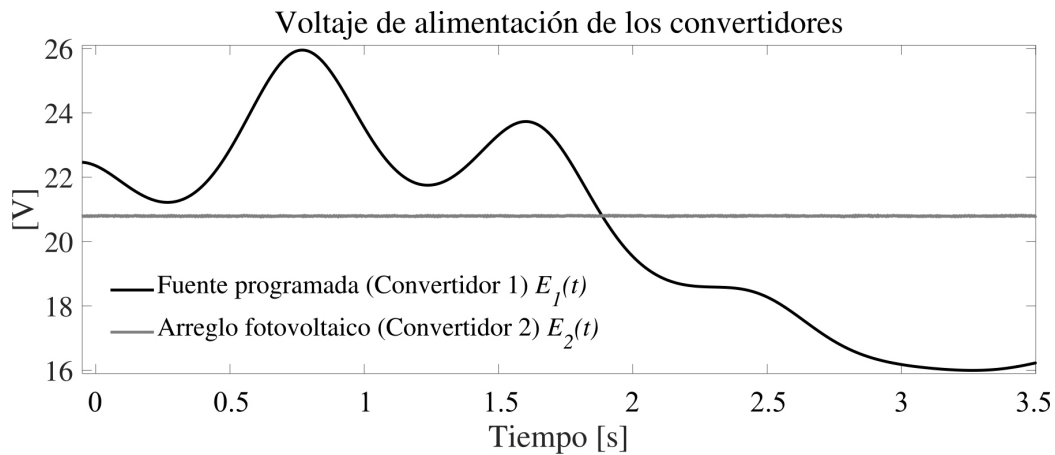


Figura 5.10: Variación de la fuente de alimentación del *Convertidor1* y la alimentación del *Convertidor2*

En la Figura 5.21 se muestra la entrada de control y el seguimiento de la salida plana durante la aplicación del par en el motor de CD.

La estimación del valor de $\alpha(t)_n$ muestra información relacionada con el par aplicado en el motor de CD, tal como se observa en la Figura 5.22.

Al aplicar τ_l al motor de CD se eleva el valor de las corrientes i_1 e i_2 , tal como lo muestra la Figura 5.23. Al igual que en las pruebas anteriores, estas corrientes tienen un valor distinto debido a la diferencia entre E_1 y E_2 de los respectivos arreglos fotovoltaicos.

En este caso también se obtiene un suministro equitativo de corriente en la carga, tal como se muestra en la Figura 5.24.

En ambos esquemas de control se observa una eficiencia eléctrica mayor al 95% (Figura 5.25).

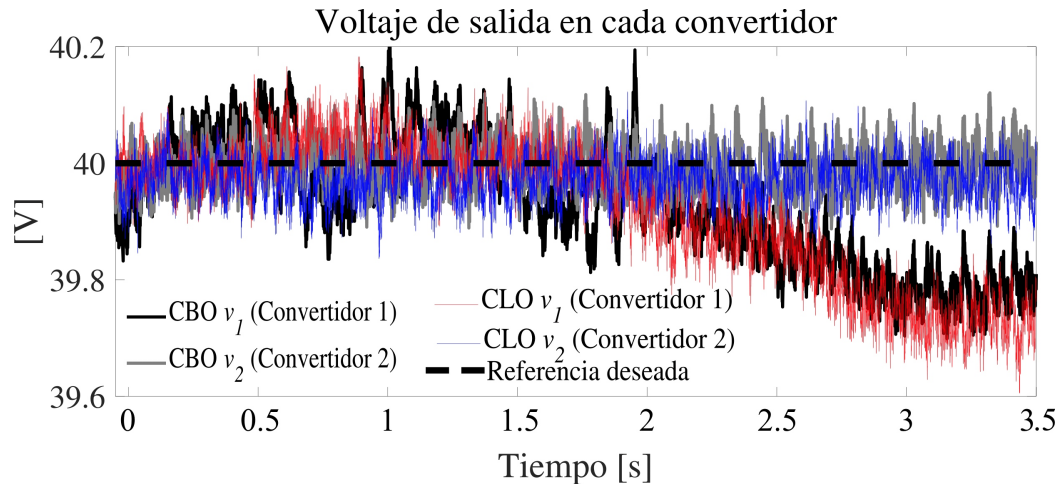


Figura 5.11: Voltaje de salida en cada convertidor ante variaciones en la alimentación del *Convertidor 1*.

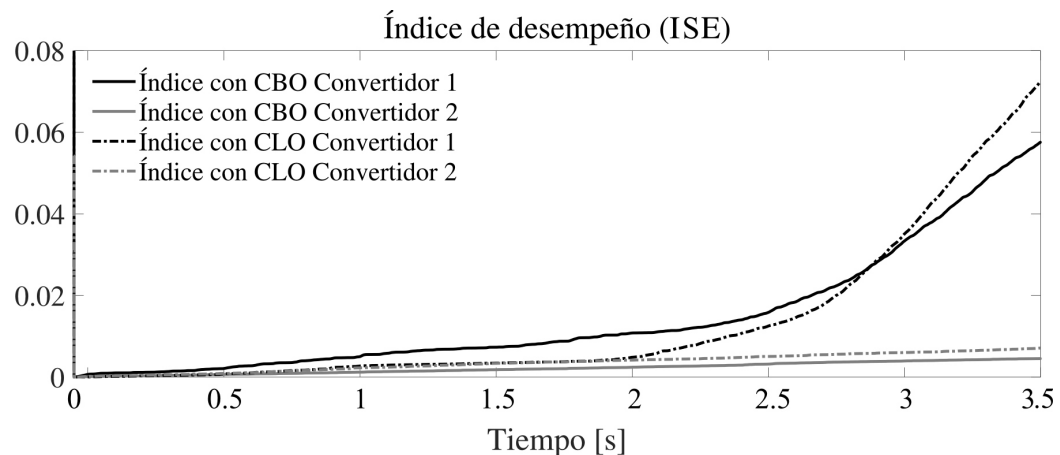


Figura 5.12: Índice de desempeño (ISE) correspondiente a cada esquema de control ante variaciones de alimentación en el *Convertidor 1*.

5.1.4. Conexión/desconexión del bus de CD

En este escenario de prueba se analiza el comportamiento del sistema interconectado, ante dos tipos de perturbación: a) uno de los módulos de generación eléctrica distribuida (GED) falla o es desconectado y b) Se conecta o agrega un módulo de GED. En ambos casos, la conexión/desconexión del módulo de GED es en un tiempo desconocido para el esquema de control distribuido. Al igual que en las pruebas anteriores, en este caso se analiza el desempeño de los dos esquemas de control utilizados en las pruebas anteriores: controlador basado en backstepping y observador GPI (CBO) y el controlador basado en linealización en forma exacta y observador GPI (CLO).

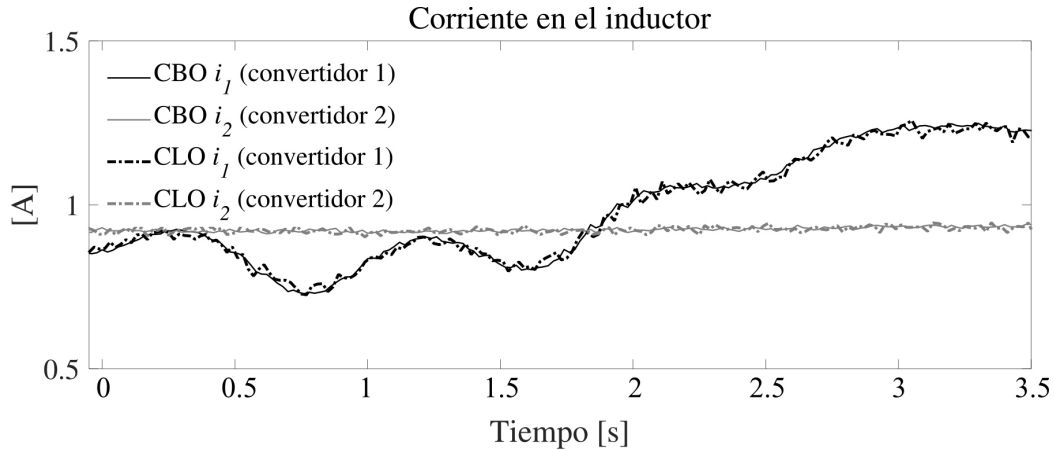


Figura 5.13: Corriente i_1 , i_2 de ambos convertidores ante variaciones de voltaje de alimentación.

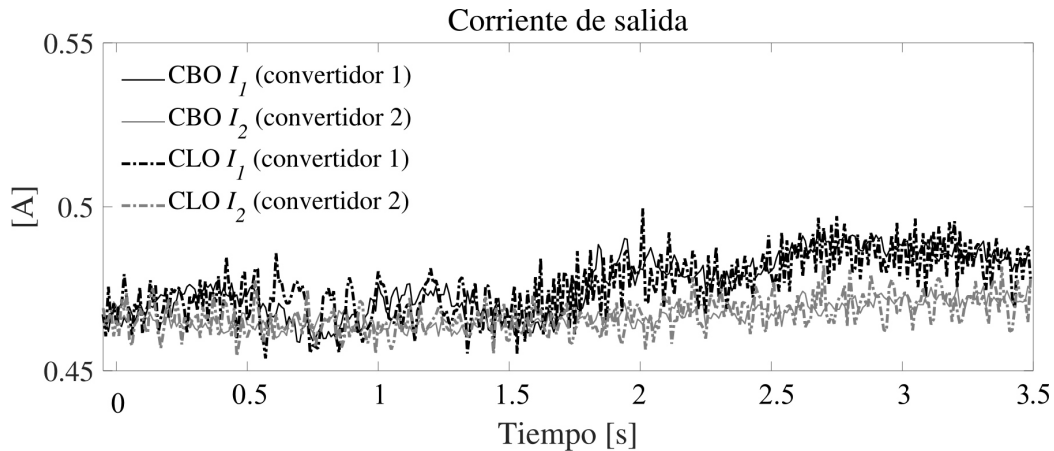


Figura 5.14: Corriente I_1 , I_2 de ambos convertidores ante variaciones de voltaje de alimentación.

De estas pruebas experimentales, se obtienen los resultados mostrados en la Figura 5.26, en donde se muestra la respuesta del voltaje de salida v_1 y v_2 utilizando el esquema de CBO. En el punto marcado con la letra "A" ($t = 0.49s$) de esta figura, se desconecta el *Convertidor 1* del bus de CD. En este punto, el *Convertidor 2* detecta un cambio en la carga de salida gracias a la información recibida por el observador GPI. Por esta razón se realiza una compensación en la corriente de salida I_2 , indicada con la letra "A" de la Figura 5.27. La ampliación marcada con el número "1" de la Figura 5.26 muestra que el *Convertidor 2* compensa adecuadamente el voltaje de salida v_2 cuando se utiliza el esquema de CBO. En cambio, en la ampliación "1" de la Figura 5.28 se observa que se mantiene un error v_2 con respecto al valor de referencia de 1.5V cuando se utiliza el esquema de CLO. Posteriormente, en el punto "B" ($t = 1.9s$) de la Figura 5.26 y la Figura 5.27, el *Convertidor 1* es conectado

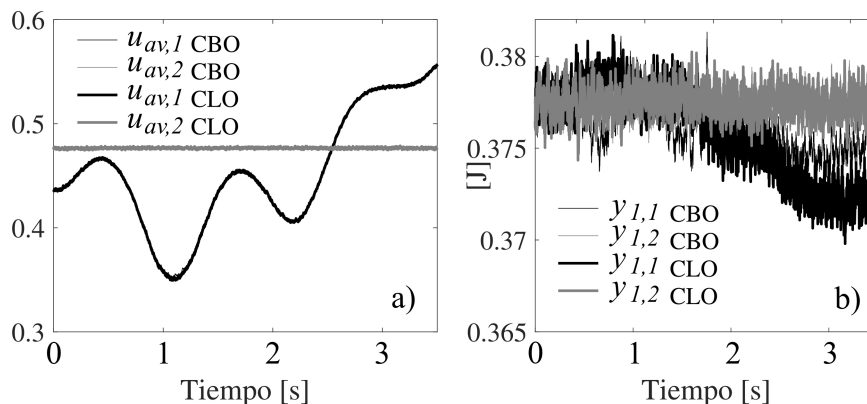


Figura 5.15: a) Entrada de control $u_{av,n}$, b) salida plana $y_{1,n}$.

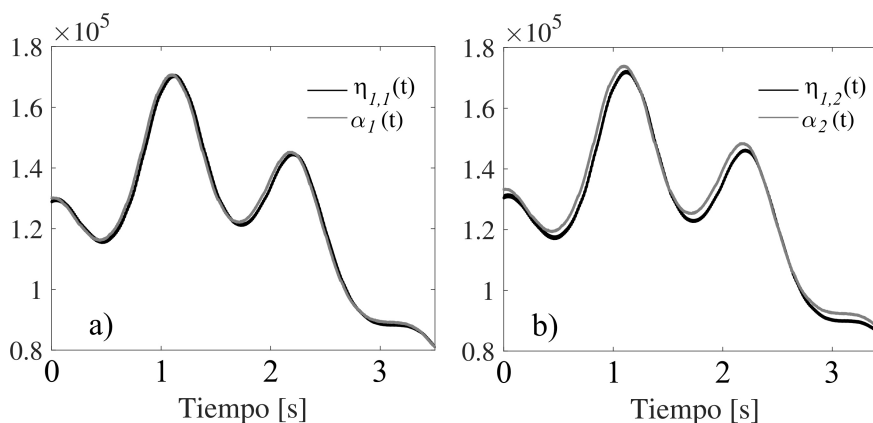


Figura 5.16: a) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,1}$) de $\alpha_1(t)$ para el convertidor 1, b) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,2}$) de $\alpha_2(t)$ para el convertidor 2.

nuevamente al bus de CD. En este punto se inicia la compensación del voltaje de salida entre ambos convertidores, la cual dura un intervalo de 0.4s. En la ampliación "2" de la Figura 5.26 se observa esta compensación de voltaje cuando se utiliza el esquema de CBO. En este caso se tiene un sobretiro de voltaje de salida máximo de 1.5V, en cambio en el esquema de CLO este sobretiro es de 5V, tal como lo muestra la ampliación "2" de la Figura 5.26. En ambos esquemas de control (CBO y CLO) se observa un suministro equitativo de corrientes después de conectar nuevamente el convertidor previamente desconectado (ver el punto "C" de la Figura 5.27 y Figura 5.29). Este proceso de conexión/desconexión se repite en $t = 2.49s$ pero ahora con el *Convertidor 2*.

La estimación del valor de $\alpha(t)_n$ muestra datos relacionados con la conexión/desconexión de los convertidores junto con los efectos de interacción, tal como se observa en la Figura 5.30.

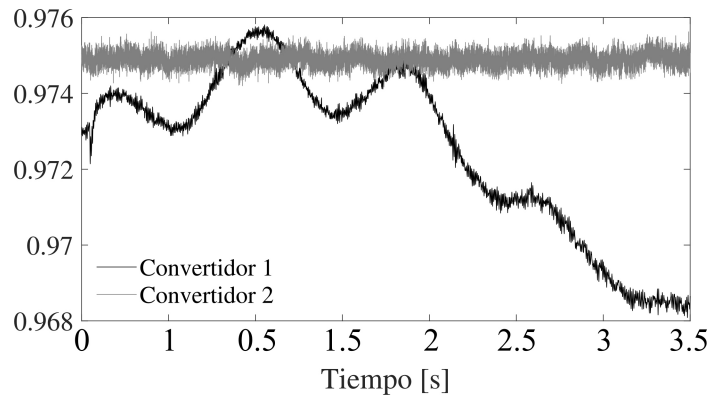


Figura 5.17: Eficiencia eléctrica en ambos convertidores.

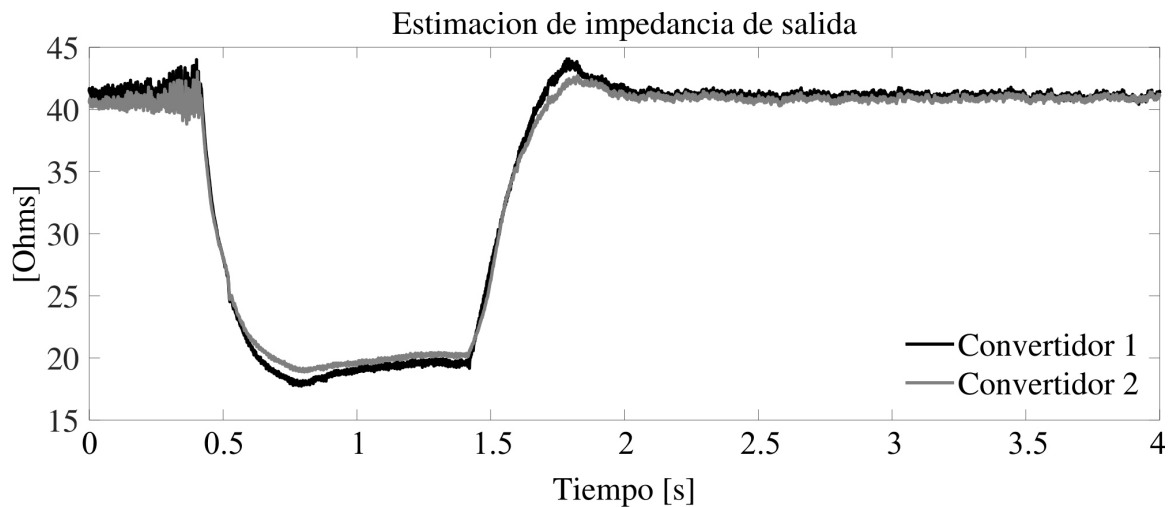


Figura 5.18: Impedancia estimada a la salida de ambos convertidores al aplicar un par de carga al motor de CD.

En ambos esquemas de control se observa una eficiencia eléctrica mayor al 95 % (Figura 5.31).

5.2. Conclusiones

En esta investigación, se analizan las características de desempeño del esquema de control adaptable basado en backstepping y un observador GPI (CBO). El cual es implementado de forma descentralizada en un sistema interconectado. Dicho sistema está conformado por dos convertidores cd-cd tipo elevador alimentados con su respectivo arreglo fotovoltaico. Estos elementos funcionan como módulos de generación distribuida (GD) que mantienen el suministro eléctrico en un bus de CD. Cada módulo de GD aporta la misma cantidad de potencia a la carga conectada (motor de CD). De acuerdo al análisis del modelo interco-

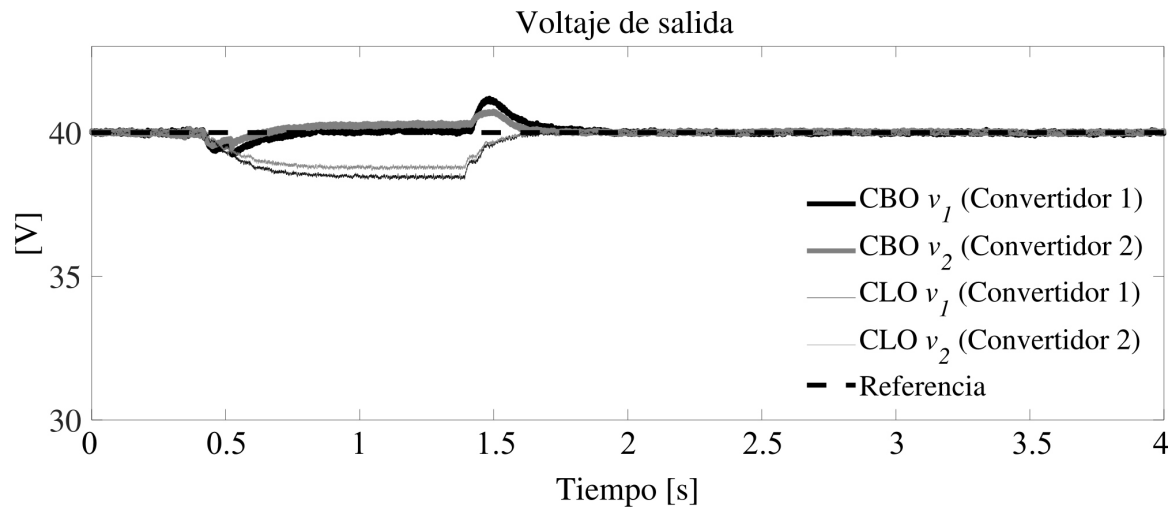


Figura 5.19: Respuesta del voltaje de salida v_1 y v_2 al aplicar par al motor de CD.

nectado, se presentan efectos no-lineales en la impedancia de salida de los convertidores. A estos efectos no-lineales, también se agregan perturbaciones debido a: variaciones de voltaje de alimentación en los convertidores, aplicación de un par arbitrario al motor de CD y conexión/desconexión de uno de los módulos de GD del bus de CD.

Las dinámicas no modeladas, las perturbaciones variantes con el tiempo y los efectos de interconexión entre módulos de GD, se compensan adecuadamente con el esquema de control propuesto (GBO). Lo anterior de forma descentralizada, es decir, no es necesario establecer un enlace de comunicación entre los diferentes esquemas de control de los módulos de GD. Esto debido al diseño de un observador de estado extendido (ESO), cuya función es estimar el comportamiento del voltaje de alimentación y de la carga de salida del convertidor. Por lo tanto, se comprueban adecuadamente las hipótesis planteadas en el **Capítulo 1**. Cabe mencionar que en las pruebas experimentales la eficiencia eléctrica es mayor al 95 %

También se lleva a cabo un riguroso análisis de estabilidad en lazo cerrado utilizando el concepto de estabilidad de entrada al estado (ISS). En donde se establece que la dinámica del error del esquema *controlador-observador*, converge asintóticamente a una pequeña vecindad alrededor de cero. Lo cual es respaldado con los resultados experimentales, en donde se observa que cada subsistema de GD, muestra un excelente desempeño de regulación y seguimiento en presencia de señales de perturbación desconocidas y cambios en los parámetros de la planta.

La estructura *controlador-observador* del esquema de control propuesto, también se utiliza para diseñar un controlador basado en linealización en forma exacta y ESO (CLO). Las pruebas experimentales demuestran que el CLO compensa adecuadamente las perturbaciones ya mencionadas.

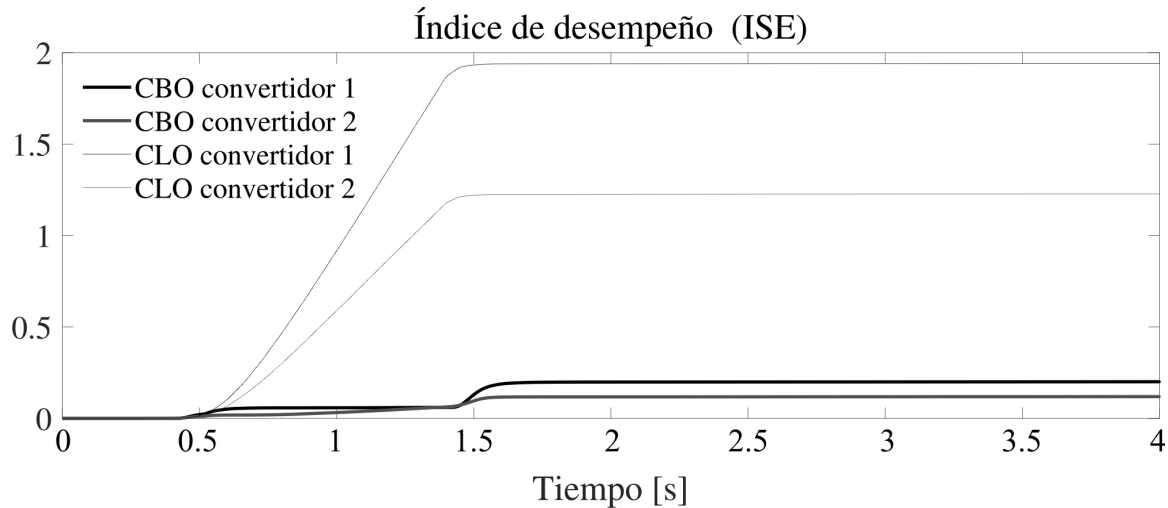


Figura 5.20: Índice de desempeño (ISE) correspondiente a cada esquema de control ante una perturbación de par en el motor de CD.

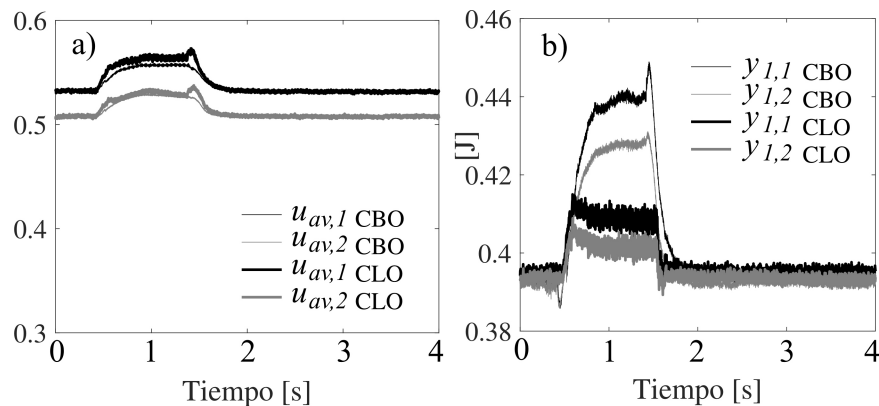


Figura 5.21: a) Entrada de control $u_{av,n}$, b) salida plana $y_{1,n}$.

El desempeño de ambos esquemas de control se compara bajo condiciones similares de experimentación. Los resultados demuestran que en los dos casos, se realiza el seguimiento de trayectoria con un bajo índice de error (ISE). Sin embargo, al aplicar variaciones en el voltaje de alimentación en uno de los convertidores, el CBO es ligeramente superior en desempeño. En las pruebas que corresponden a la aplicación de par de carga y conexión/desconexión de un módulo de GD del bus de CD, el desempeño del esquema de control propuesto (CBO) es notable.

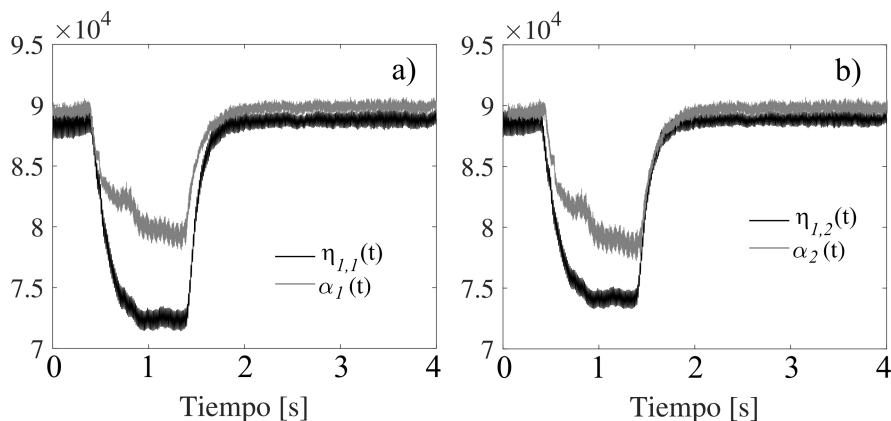


Figura 5.22: a) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,1}$) de $\alpha_1(t)$ para el convertidor 1, b) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,2}$) de $\alpha_2(t)$ para el convertidor 2.

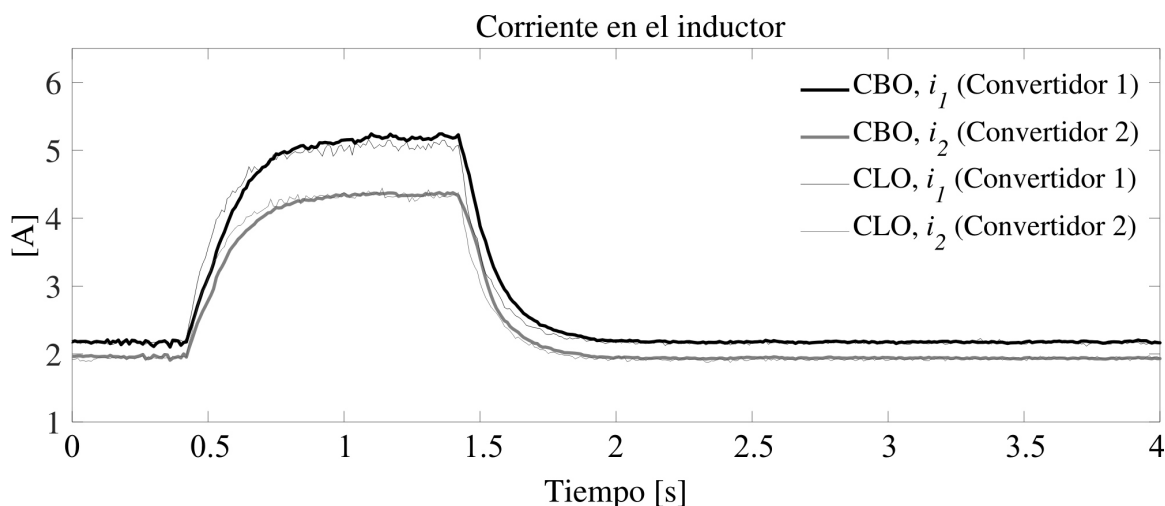


Figura 5.23: Respuesta de las corrientes i_1 e i_2 ante una perturbación de par en el motor de CD.

5.3. Trabajos futuros

El sistema interconectado desarrollado en este trabajo de investigación, es parte de un sistema más complejo denominado micro-redes de CD. Como se menciona en el **Capítulo 1**, estos sistemas de suministro eléctrico basados en energías renovables tienen importantes ventajas. Actualmente este tema de investigación tiene una importante atención debido al incremento en la demanda de este tipo de sistemas.

Bajo este contexto y considerando los resultados mostrados en este documento, se proponen las siguientes líneas de investigación:

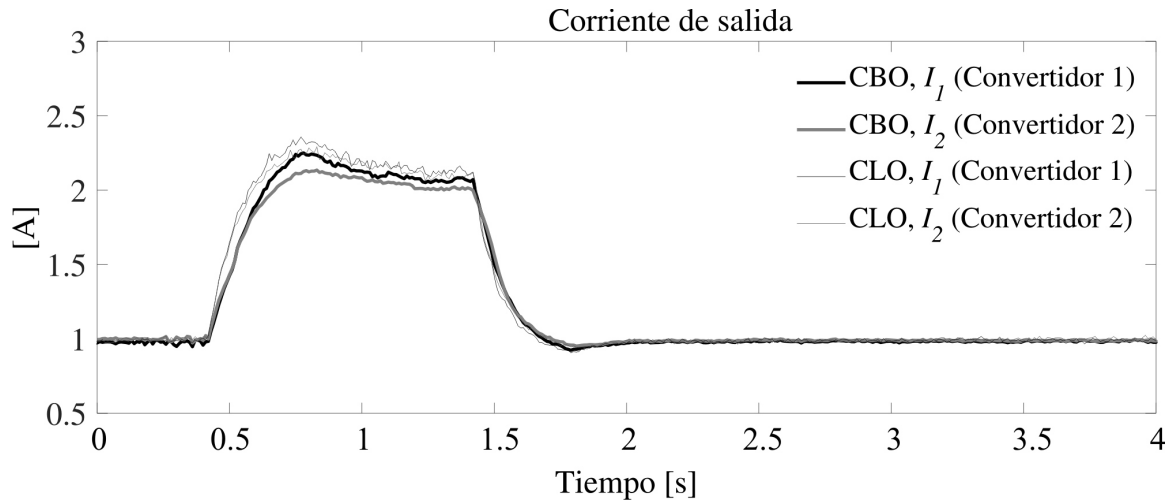


Figura 5.24: Respuesta de las corrientes I_1 e I_2 ante una perturbación de par en el motor de CD.

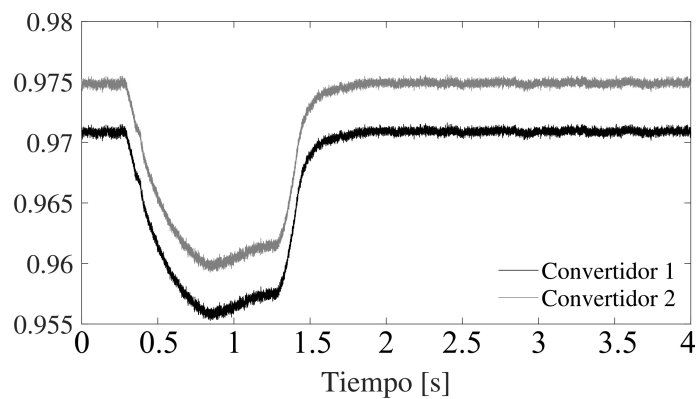


Figura 5.25: Eficiencia eléctrica en ambos convertidores.

- Utilizar el esquema *controlador – observador* propuesto en esta investigación para el diseño de esquemas de control diferentes. Y compara su desempeño con los esquemas de control arriba descritos.
- Controlar un sistema interconectado con más módulos de GD y proponer un suministro no-equitativo de potencia, que dependa de la capacidad de generación de energía (fotovoltaica, eólica, etc.).
- Controlar una micro-red de CD con módulos de GD y módulos de almacenamiento de energía. Lo cual permite plantear aplicaciones de suministro residencial, agrícola, comercial, etc.
- Diseño de un panel de control y monitoreo de una micro-red de CD. El cual puede tener fines didácticos o incluso tener la capacidad de utilizarse en una aplicación real.

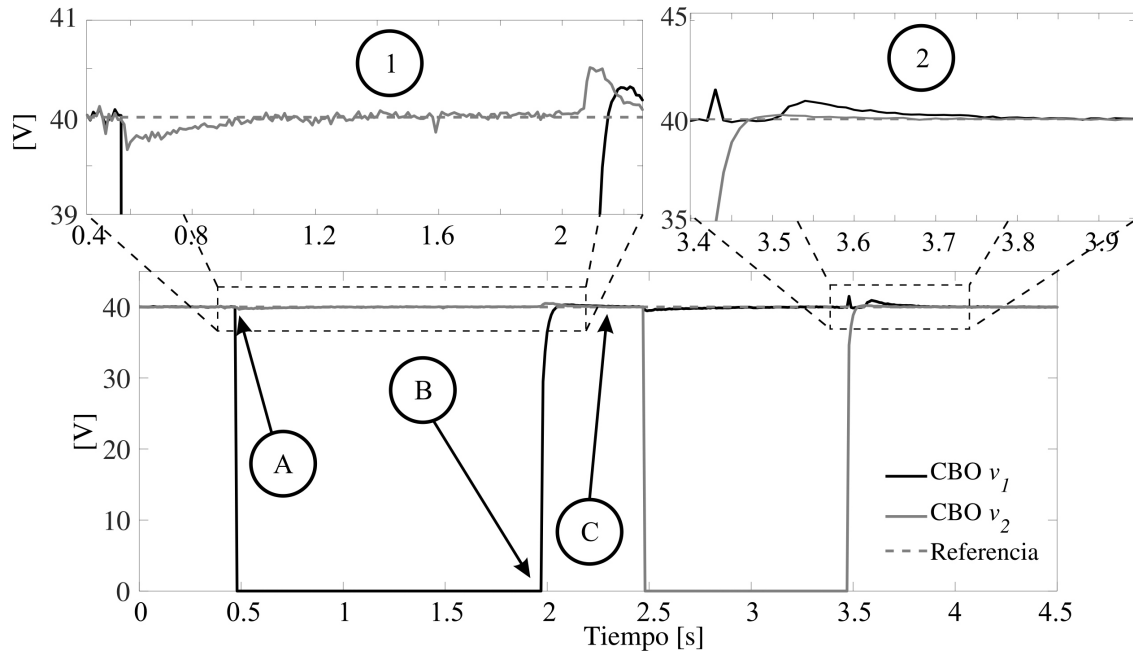


Figura 5.26: Respuesta de v_1 y v_2 al desconectar y conectar uno de los convertidores cd-cd tipo elevador utilizando el CBO.

- Conexión de otro tipo de cargas al bus de CD.
- Llevar el esquema cooperativo *controlador – observador* a otro tipo de sistemas. Como el sistema de dos motores de CD conectados a un sólo eje presentado en [138].

Cabe señalar, que investigaciones de este tipo promueven el enfoque de la distribución local de CD. Incursionar en este tipo de alternativas de suministro energético, abren la posibilidad que en el futuro éstas tengan una importancia similar a la distribución centralizada de CA.

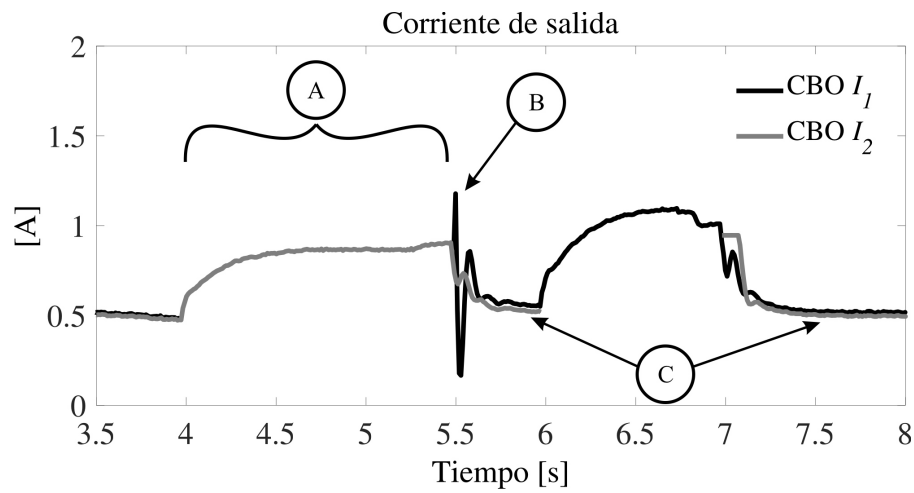


Figura 5.27: Respuesta de I_1 y I_2 al desconectar y conectar uno de los convertidores cd-cd tipo elevador utilizando el CBO.

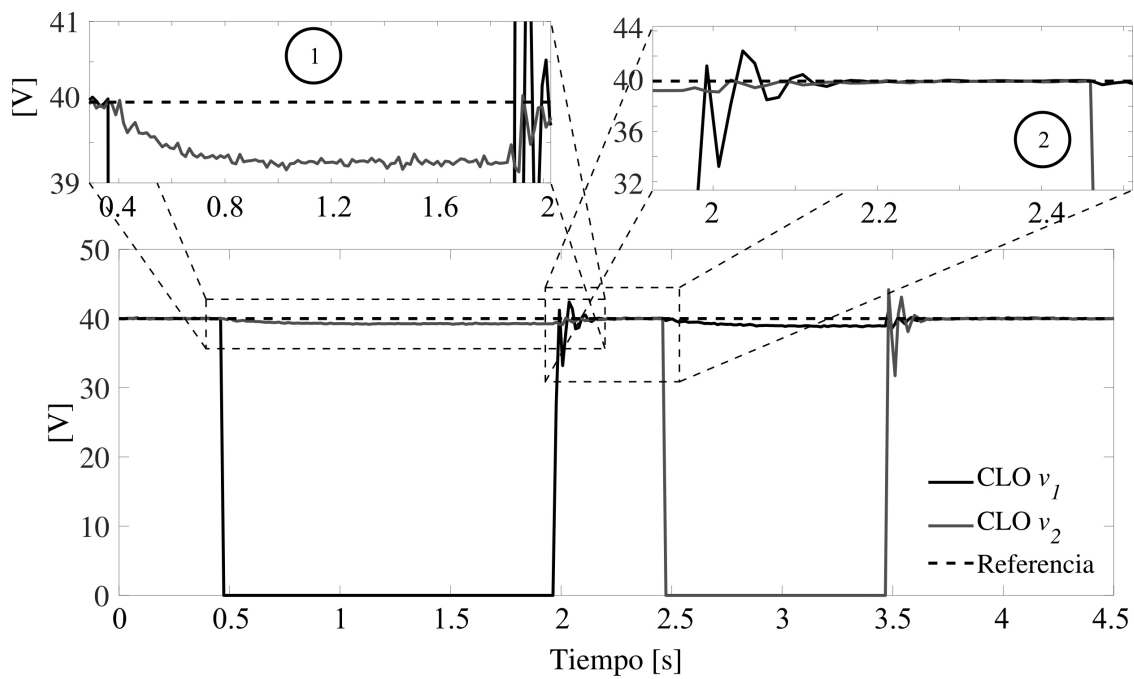


Figura 5.28: Respuesta de v_1 y v_2 al desconectar y conectar uno de los convertidores cd-cd tipo elevador utilizando el CLO.

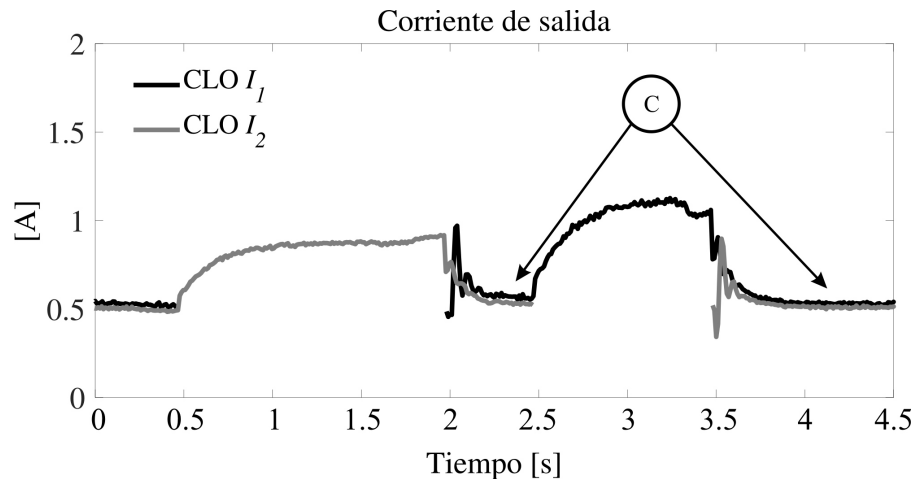


Figura 5.29: Respuesta de I_1 y I_2 al desconectar y conectar uno de los convertidores cd-cd tipo elevador utilizando el CLO.

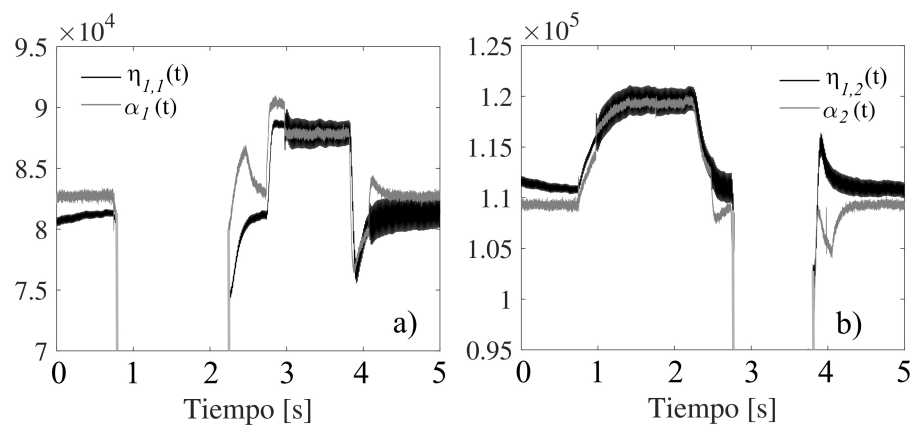


Figura 5.30: a) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,1}$) de $\alpha_1(t)$ para el convertidor 1, b) Valor calculado y estimado ($\eta_{1,2}$) de $\alpha_2(t)$ para el convertidor 2.

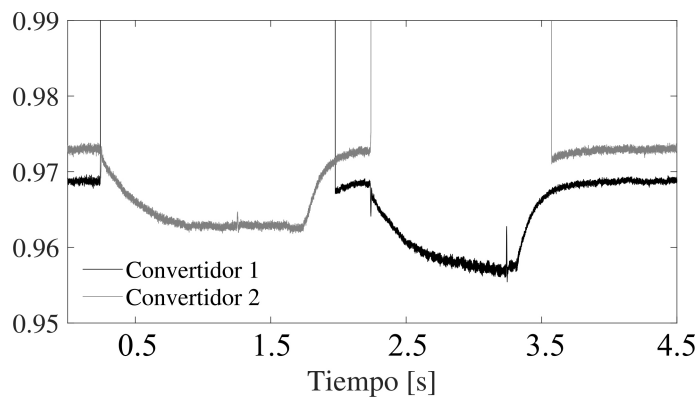


Figura 5.31: Eficiencia eléctrica en ambos convertidores.

Referencias

- [1] S. Anand, B. G. Fernandes, and J. M. Guerrero. Distributed control to ensure proportional load sharing and improve voltage regulation in low-voltage dc microgrids. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28:1900–1913, 2013.
- [2] H. Sira-Ramirez and D. Rosales-Diaz. Decentralized active disturbance rejection control of power converters serving a time varying load. In *33rd Control Conference*, Chinese, 2014. IEEE.
- [3] R. Velázquez-Sánchez, H. G. Sarmiento-Uruchurtu, J. L. Silva-Farías, G. Vidrio-López, and R. Nieva-Gómez. Introducción al concepto de microrredes. In *Boletín IIE Tendencias tecnológicas*, México, 2010.
- [4] J. J. Justo, F. Mwasilu, J. Lee, and J. Jin-Woo. Ac-microgrids versus dc-microgrids with distributed energy resources: A review. In *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, volume 24, pages 387–405, Agosto 2013.
- [5] I. Batarseh. *Power Electronic Circuits*. Wiley, USA, 2004.
- [6] R. J. Marquez, M. A. Contreras-Ordaz, and A. Hernández-Méndez. Singular perturbations in integral control of dc-to-dc power converters. In *International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE 2017*, 2017.
- [7] K. Johan Astrom and B. Wittenmark. *Adaptive Control*. Addison Wesley, USA, 1989.
- [8] E. Hossain, E. Kabalci, R. Bayindir, and R. Perez. A comprehensive study on microgrid technology. In *International Journal of Renewable Energy Research-IJRRER*, volume 4, 2014.
- [9] D. Salomonsson. *Modeling, Control and Protection of Low-Voltage DC Microgrids*. PhD thesis, Royal Institute of Technology, Estocolmo, Suecia, 2008.

-
- [10] A. Hernández-Méndez, J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, J. F. Guerrero-Castellanos, and G. Mino-Aguilar. A backstepping approach to decentralized active disturbance rejection control of interacting boost converters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1(99):1–1, Marzo 2017.
- [11] R. Seung-Hee, A. Jung-Hoon, L. Byoung-Kuk, and C. A. wang Seung. Single-switch zvzcs quasi-resonant cll isolated dc-dc converter for low-power 32“ lcd tv. In *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE) IEEE*, pages 4887–4893, 2013.
- [12] T. Cheng-Hung, B. Ying-Wen, L. Ming-Bo, R. J. R. Jhang, and C. Chih-Yu. Reduce the standby power consumption of a microwave oven. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 59(1):4887 – 4893, 2013.
- [13] M. Amin, Y. Arafat, S. Lundberg, and S. Mangold. Low voltage dc distribution system compared with 230 v ac. In *IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC)*, pages 340–345, 2011.
- [14] K. Techakittiroj and V. Wongpaibool. Co-existence between ac-distribution and dc-distribution: In the view of appliances. In *Second International Conference on Computer and Electrical Engineering (ICCEE '09)*, pages 421–425, 2009.
- [15] R. Myung-Hyo, K. Ho-Sung, K. Jong-Hyun, B. Ju-Won, and J. Jee-Hoon. Test bed implementation of 380v dc distribution system using isolated bidirectional power converters. In *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 2948 – 2954, 2013.
- [16] P. Wang, L. Goel, X. Liu, and F. H. Choo. Harmonizing ac and dc: A hybrid ac/dc future grid solution. *IEEE Power and Energy Magazine*, 11(3):76–83, 2013.
- [17] P.S. Maniscalco, V. Scaini, and W.E. Veerkamp. Specifying dc chopper systems for electrochemical applications. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 37(3):941–948, June 2002.
- [18] G. Reed. Dc technologies: Solutions to electric power system advancements. In Guest Editorial, editor, *IEEE Power and Energy Magazine*, pages 10–17. IEEE, October 2012.
- [19] B. T. Patterson. Dc, come home: Dc microgrids and the birth of the *eternet*. *IEEE Power and Energy Magazine*, 10(6):60–69, 2012.
- [20] W. Tsai-Fu, C. Chih-Hao, L. Li-Chiun, Y. Gwo-Ruey, and C. Yung-Ruei. Dc-bus voltage control with a three-phase bidirectional inverter for dc distribution systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(4):1890 – 1899, April 2013.

-
- [21] M. Aragués-Peñalba, A. Egea-Álvarez, S. Galceran-Arellano, and O. Gomis-Bellmunt. Droop control for loss minimization in hvdc multi-terminal transmission systems for large offshore wind farms. *Elsevier Electric Power Systems Research*, 112:48–55, 2014.
- [22] P. Fairley. *DC versus AC: the second war of currents has already begun [in my view]*. Number 10. Power Energy Magazine, 2012.
- [23] A. T. Elsayed, A. A. Mohamed, and O. A. Mohammed. Dc microgrids and distribution systems: An overview. *Electric Power Systems Research*, 119:407–417, Febrero 2015.
- [24] S. Kouro, J. I. León, D. Vinnikov, and L. G. Franquelo. Grid-connected photovoltaic systems: An overview of recent research and emerging pv converter technology. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 9:47–61, Marzo 2015.
- [25] International Energy Agency. Pvpvs report snapshot of global pv 1992-2013. Technical report, Rep. IEAPVPS T1-24, 2014.
- [26] A. Limón-Portillo. Energía solar en México: Potencial y aprovechamiento. In *Centro de Investigación Económica y Presupuestaria, A.C.*, México, Jun 2017. CIEP.
- [27] R. Teodorescu, M. Liserre, and P. Rodríguez. *Grid converters for photovoltaic and wind power systems*. John Wiley & Sons, 2011.
- [28] R. González, H. R. Jiménez, and J. Lagunas. Sistemas fotovoltaicos conectados a la red. Instituto de Investigaciones Eléctricas, México, octubre-diciembre 2003.
- [29] D.J. Hammerstrom. Ac versus dc distribution systems: did we get it right? In *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–5, 2007.
- [30] G. Seo, J. Baek, K. Choi, H. Bae, and B. Cho. Modeling and analysis of dc distribution systems. In *IEEE 8th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE & ECCE)*, pages 223–227, 2011.
- [31] D. Chen and L. XuF. Autonomous dc voltage control of a dc microgrid with multiple slack terminals. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20:1897–1905, 2012.
- [32] M. Farhadi and O. Mohammed. Realtime operation and harmonic analysis of isolated and non-isolated hybrid dc microgrid. *IEEE Transactions on Industrial Applications*, 50(4):2900–2909, 2014.
- [33] Y. Gu, X. Xiang, W. Li, and X. He. Mode-adaptive decentralized control for renewable dc microgrid with enhanced reliability and flexibility. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 29(9):5072 – 5080, Septiembre 2014.

-
- [34] L. Xu and D. Chen. Control and operation of a dc microgrid with variable generation and energy storage. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 26:2513–2522, 2011.
- [35] X. Yu, X. SheF, X. Zhou, and A.Q. Huang. Power management for dc microgrid enabled by solid-state transformer. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 5:954–965, 2014.
- [36] T. Dragicevic, J.M. Guerrero, J.C. Vasquez, and D. Skrlec. Supervisory control of an adaptive-droop regulated dc microgrid with battery management capability. *IEEE Transaction on Power Electronics*, 29:695–706, 2014.
- [37] X. She, A.Q. Huang, S. Lukic, and M.E. Baran. On integration of solid-state transformer with zonal dc microgrid. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3:975–985, 2012.
- [38] K. Strunz, E. Abbasi, and D.N. Huu. Dc microgrid for wind and solar power integration. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2:115–126, 2014.
- [39] B. Wang, M. Sechilariu, and F. Locmen. Intelligent dc microgrid with smart grid communications: control strategy consideration and design. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3:2148–2156, 2012.
- [40] M. Simonov. Dynamic partitioning of dc microgrid in resilient clusters using event-driven approach. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 5(5):2618–2625, 2014.
- [41] X. Lu, K. Sun, J.M. Guerrero, J.C. Vasquez, and L. Huang. State-of-charge balance using adaptive droop control for distributed energy storage systems in dc microgrid applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61:2804–2815, 2014.
- [42] X. Lu, J. M. Guerrero, K. Sun, and J. C. Vasquez. An improved droop control method for dc microgrids based on low bandwidth communication with dc bus voltage restoration and enhanced current sharing accuracy. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS*, 29:1800 – 1812, Junio 2014.
- [43] C. Jin, P. Wang, J. Xiao, Y. Tang, and F.H. Choo. Implementation of hierarchical control in dc microgrids. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61:4032–4042, 2014.
- [44] D. Chen, L. Xu, and L. Yao. Dc voltage variation based autonomous control of dc microgrids. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 28:637–648, 2013.

-
- [45] A. Kwasinski. Quantitative evaluation of dc microgrids availability: effects of system architecture and converter topology design choices. *IEEE Transaction Power Electronics*, 26:835–851, 2011.
- [46] H. Kakigano, Y. Miura, and T. Ise. Distribution voltage control for dc microgrids using fuzzy control and gain-scheduling technique. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28:2246–2258, 2013.
- [47] N. Eghtedarpour and E. Farjah. Distributed charge/discharge control of energy storages in a renewable-energy-based dc micro-grid. *IET Renewable Power Generation*, 8:45–57, 2014.
- [48] S.M. Chen, T.J. Liang, and K.R. Hu. Design, analysis, and implementation of solar power optimizer for dc distribution system. *IEEE Transaction Power Electronics*, 28:1764–1772, 2013.
- [49] J. J. Justo, F. Mwasilu, J. Lee, and J. Jung. Ac-microgrids versus dc-microgrids with distributed energy resources: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 24:387–405, 2013.
- [50] A. Mohamed, V. Salehi, and O. Mohammed. Real-time energy management algorithm for mitigation of pulse loads in hybrid microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3:1911–1922, 2012.
- [51] A. Mohamed, A. Ghareeb, T. Youssef, and O.A. Mohammed. Wide area monitoring and control for voltage assessment in smart grids with distributed generation. In *IEEE Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT)*, pages 1–6, 2013.
- [52] R. S. Lai and K. D. T. Ngo. A pwm method for reduction of switching loss in a full-bridge inverter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 10(3):326–332, Mayo 1995.
- [53] M. Meinhardt, G. Cramer, B. Burger, and P. Zacharias. Multi-string-converter with reduced specific costs and enhanced functionality. In *Solar Energy*, volume 69, pages 217–227, Diciembre 2001.
- [54] S. Pignari F. Grassi and J. Wolf. Channel characterization and emc assessment of a plc system for spacecraft dc differential power buses. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 53:664–675, 2011.
- [55] S. S. Gerber, R. Patterson, B. Ray, and C. Stell. Performance of a spacecraft dc–dc converter breadboard modified for low temperature operation. In *Proceedings of the*

- 31st Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, IECEC 96*, volume 1, pages 592–598, 1996.
- [56] R. Nelms and L. Grigsby. Simulation of dc spacecraft power systems. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 25:90–95, 1989.
- [57] D. Kintner. Duke energy-epri dc powered data center demonstration: Executive summary. In *Electric Power Research Institute (EPRI)*, 2011.
- [58] D. Thompson. Dc voltage stabilization control in telecommunications dc distribution systems. In *24th International Telecommunications Energy Conference (INTELEC)*, pages 74–78, 2002.
- [59] T. Gruz and J. Hall. Ac, dc or hybrid power solutions for today’s telecommunications facilities. In *22nd International Telecommunications Energy Conference (INTELEC)*, pages 361–368, 2000.
- [60] C. Foster and M. Dickinson. High voltage dc power distribution for telecommunications facilities. In *IEEE 30th International Telecommunication Energy Conference (INTELEC)*, pages 1–4, 2008.
- [61] I. Barbi and R. Gules. Isolated dc-dc converters with high-output voltage for twta telecommunication satellite applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18:975–984, 2003.
- [62] Sangsun Kim, M.H. Todorovic, and P.N. Enjeti. Three-phase active harmonic rectifier (AHR) to improve utility input current thd in telecommunication power distribution system. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 39:1414–1421, 2003.
- [63] Kongwei, Qinlijun, Yangqixun, and Dingfuhua. Dc side short circuit transient simulation of dc traction power supply system. In *International Conference on Power Systems Technology (PowerCon)*, volume 1, pages 182–186, 2004.
- [64] Y. Cai, M. Irving, and S. Case. Iterative techniques for the solution of complex dc-rail-traction systems including regenerative braking. In *IEEE Proceedings -Generation, Transmission and Distribution*, volume 142, pages 445–452, 1995.
- [65] S. Joshi, R. Pathak, and A. Jain. Modeling and analysis of dc traction system in light of recent innovations from hpc and virtual reality. In *International Conference on Advances in Recent Technologies in Communication and Computing (ARTCom '09)*, pages 525–527, 2009.

- [66] Z. Panfeng and L. Yongli. An adaptive protection scheme in subway dc traction supply system. In *International Conference on Power System Technology*, pages 716–719, 2002.
- [67] H. Ouyang, K. Zhang, and J. Xiong P. Zhang y and. Kang. Repetitive compensation of fluctuating dc link voltage for railway traction drives. *IEEE Transaction on Power Electronics*, 26:2160–2171, 2011.
- [68] W. Liu, Q. Li, and M. Chen. Study of the simulation of dc traction power supply system based on ac/dc unified newton-raphson method. In *International Conference on Sustainable Power Generation and Supply (SUPERGEN '09)*, pages 1–4, 2009.
- [69] J. Ciezki and R. Ashton. Selection and stability issues associated with a navy shipboard dc zonal electric distribution system. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 15:665–669, 2000.
- [70] P. Kankanala, S. Srivastava, A. Srivastava, and N. Schulz. Optimal control of voltage and power in a multi-zonal mvdc shipboard power system. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27:642–650, 2012.
- [71] Y. Pan, P.M. Silveira, M. Steurer, T.L. Baldwin, and P.F. Ribeiro. A fault location approach for high-impedance grounded dc shipboard power distribution systems. In *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–6, 2008.
- [72] M. Albu, E. Kyriakides, G. Chicco, M. Popa, and A. Nechifor. Online monitoring of the power transfer in a dc test grid. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 59:1104–1118, 2010.
- [73] V. Salehi, A. Mohamed, A. Mazloomzadeh, and O.A. Mohammed. Laboratory-based smart power system, part I: design and system development. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3:1394–1404, 2012.
- [74] V. Salehi, A. Mohamed, A. Mazloomzadeh, and O.A. Mohammed. Laboratory-based smart power system, part II: control, monitoring, and protection. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3:1405–1417, 2012.
- [75] J.P. Kelley, D.A. Wetz, J.A. Reed, I.J. Cohen, G.K. Turner, and W. Lee. The impact of power quality when high power pulsed dc and continuous ac loads are simultaneously operated on a microgrid tested. In *IEEE Electric Ship Technologies Symposium (ESTS)*, pages 6–12, 2013.

- [76] J. M. Guerrero. Connecting renewable energy sources into the smartgrid. In *2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pages 2400–2566, Polonia, Junio 2011.
- [77] E. Planas, A. Gil de Muro, J. Andreu, I. Kortabarria, and I. Martínez de Alegría. General aspects, hierarchical controls and droop methods in microgrids: A review. In *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, volume 17, pages 147–159, Enero 2013.
- [78] V. Verma and G. G. Talpur. Decentralized master-slave operation of microgrid using current controlled distributed generation sources. In *IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems*, Bengaluru, Diciembre 2012. IEEE.
- [79] N. L. Diaz, T. Dragicevic, J. C. Vasquez, and J. M. Guerrero. Fuzzy-logic-based gain-scheduling control for state-of-charge balance of distributed energy storage systems for dc microgrids. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), Twenty-Ninth Annual IEEE*, Fort Worth, TX, 2014. IEEE.
- [80] C. Wen and Y. Chai-Soh. Decentralized adaptive control using integrator backstepping. *Elsevier Science*, 33(9):1719–1724, 1997.
- [81] M. H. Rashid. *Electrónica de Potencia: Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones*. Pearson Educación; 3ra. edición, México, 2004.
- [82] M. Forouzesh, Y. Siwakoti, S. A. Gorji, F. Blaabjerg, and B. Lehman. Step-up dc-dc converters: A comprehensive review of voltage-boosting techniques, topologies, and applications. *IEEE Transaction Power Electronics*, 32(12):9143–9178, 2017.
- [83] M. H. Todorovic, L. Palma, and P. Enjeti. Design of a wide input range dc-dc converter with a robust power control scheme suitable for fuel cell power conversion. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(3):1247–1255, 2009.
- [84] M. Kabalo, B. Blunier, D. Bouquain, M. Godoy, and A. Miraoui. Advanced hybrid dual loop control for multi-phases interleaved floating dc-dc converter for fuel cell applications. In *Industry Applications Society Annual Meeting (IAS)*, 0197-2618, pages 1–8, Las Vegas, NV, October 2012. IEEE.
- [85] T. Noguchi, S. Togashi, and R. Nakamoto. Short-current pulse-based maximum-power-point tracking method for multiple photovoltaic-and-converter module system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(1):217–223, 2002.
- [86] P. W. Chan and S. Masri. Dc-dc boost converter with constant output voltage for grid connected photovoltaic application system. *Industrial Electronic Seminar*, 2010.

-
- [87] F. S. Garcia, J. A. Pomilio, and G. Spiazzi. Modeling and control design of the interleaved double dual boost converter. *IEEE Transactions on industrial Electronics*, 60:3283 – 3290, August 2013.
- [88] H. Sira, R. Márquez, F. Rivas, and O. Llanes. *Control de sistemas no lineales*. Pearson Prentice Hall, 2005.
- [89] H. Sira-Ramírez and R. Silva-Ortigoza. *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. Springer, London, 2006.
- [90] H. Sira-Ramírez, A. Hernández-Méndez, J. Linares-Flores, and Alberto Luviano-Juárez. Robust flat filtering dsp based control of the boost converter. *Control Theory and Technology*, 14(3):224–236, 2016.
- [91] B. Samanta, S. Ghosh, G. Kumar-Panda, and P. Kumar-Saha. Chaos control on current-mode controlled dc-dc boost converter using TDFC. In *IEEE Calcutta Conference CALCON*, Kolkata, India, 2017. CALCON.
- [92] L. Qi and M. Xiao. Robust control of boost converter. In *2nd International Conference on Cybernetics, Robotics and Control*, Chengdu, China, 2017.
- [93] D. Langarica-Cordoba, J. Leyva-Ramos, L. H. Diaz-Saldierna, and V. M. Ramirez-Rivera. Non-linear current-mode control for boost power converters: a dynamic backstepping approach. *IET Control Theory and Applications*, 1(14):2261–2269, 2018.
- [94] C. S. Sachin and S. Gurunayk-Nayak. Design and simulation for sliding mode control in dc-dc boost converter. In *2nd International Conference on Communication and Electronics Systems*, Coimbatore, India, 2017.
- [95] H. Al-Baidhani and M. K. Kazimierczuk. PWM-based proportional-integral sliding-mode current control of DC-DC boost converter. In *IEEE Texas Power and Energy Conference*, USA, 2018.
- [96] R. Errouissi, A. Al-Durra, S.M. Muyeen, and A. El-Aroudi. Robust feedback-linearisation control of a boost converter feeding a grid-tied inverter for PV applications. *IET Power Electronics*, 11(3):557–565, 2018.
- [97] W. Hu, B. Zhang, R. Yang, and D. Qiu. Dynamic behaviours of constant on-time one-cycle controlled boost converter. *IET Power Electronics*, 11(1):160–167, 2018.
- [98] J. Linares-Flores, A. Hernández-Méndez, C. García-Rodríguez, and H. Sira-ramírez. Robust nonlinear adaptive control of a “boost” converter via algebraic parameter

- identification. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61:4105–4114, Agosto 2014.
- [99] H. Lund and E. Münster. Integrated energy systems and local energy markets. *Energy Policy*, 34(10):1152 – 1160, 2006.
- [100] M. E. Baran and N. R. Mahajan. Dc distribution for industrial systems: opportunities and challenges. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 39(6):1596 – 1601, 2003.
- [101] B. Kroposki, R. Lasseter, T. Ise, S. Morozumi, S. Papathanassiou, and N. A. Hatziargyriou. Look at microgrid technologies and testing projects from around the world. *IEEE Power and Energy Magazine*, pages 1540–1577, 2008.
- [102] H. Li and Z. Chen. Overview of different wind generator systems and their comparisons. *IET Renewable Power Generation*, 2(2):123 – 138, 2008.
- [103] Z. Haoran, W. Qiuwei, H. Shuju, X. Honghua, and C. N. Rasmussen. Review of energy storage system for wind power integration support. *Applied Energy*, 137:545 – 553, 2015.
- [104] F. Díaz-González, A. Sumper, O. Gomis-Bellmunt, and R. Villafánfila-Robles. A review of energy storage technologies for wind power applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16:2154 – 2171, 2012.
- [105] J. Arai, K. Iba, T. Funabashi, Y. Nakanishi, K. Koyanagi, and R. Yokoyama. Power electronics and its applications to renewable energy in japan. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 8:52 – 66, 2008.
- [106] F. Katiraei, M. R. Iravani, and P. W. Lehn. Micro-grid autonomous operation during and subsequent to islanding process. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20:248 – 257, 2005.
- [107] A. Chakraborty. Advancements in power electronics and drives in interface with growing renewable energy resources. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15:1816 – 1827, 2011.
- [108] D. Kumar, F. Zare, and A. Ghosh. Dc microgrid technology: System architectures, ac grid interfaces, grounding schemes, power quality, communication networks, applications, and standardizations aspects. *IEEE Access*, 5:12230–12256, Junio 2017.
- [109] R. Singh and K. Shenai. Dc microgrids and the virtues of local electricity. *IEEE SPECTRUM*, Feb 2014.

-
- [110] N. Ayai, T. Hisada, T. Shibata, H. Miyoshi, T. Iwasaki, and K. Kitayama. Dc micro grid system. In *SEI Technical Review*, number 75, pages 132–136, 2002.
- [111] k. Garbesi, V. Vagelis, and S. Hongxia. *Catalog of dc appliances and power systems*. Lawrence Berkeley National Laboratory, 2011.
- [112] R. W. Erickson and D. Maksimović. *Fundamentals of power electronics*. Kluwer Academic Publishers, segunda edición edition, 2000.
- [113] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, and A. S. Morse. A toolkit for nonlinear feedback design. *Systems & Control Letters*, 18(2):83–92, 1992.
- [114] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, 1995.
- [115] R. N. Anderson, A. Boulanger, W. B. Powell, and W. Scott. Adaptive stochastic control for the smart grid. In IEEE, editor, *Proceedings of the IEEE*, volume 99. IEEE, 2011.
- [116] G. Tao. *Adaptive Control Design and Analysis*. Wiley-Interscience, Canada, 2003.
- [117] A. Gensior, J. Weber, J. Rudolph, and H. Guldner. Algebraic parameter identification and asymptotic estimation of the load of a boost converter. In *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, volume 55, 2008.
- [118] G. Bao-Zhu and Z. Zhi-Liang. Extended state observer for nonlinear systems with uncertainty. In *Preprints fo the 18th IFAC World Congress*, Italia, 2011.
- [119] L. Quiang, S. Yuanzhang, and M. Shengwei. *Nonlinear Control Systems and Power System Dynamics*. Kluwer Academic Publishers, China, 2001.
- [120] R. Hermann and A. J. Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Trans. AC*, AC-22(5):728–740, 1977.
- [121] R. M. Hirschorn. Invertibility of myltivariable nonlinear control systems. *IEEE Trans. AC*, AC-24(6):855–865, 1979.
- [122] A. Isidori and A. Ruberti. On the synthesis of linear input-output responses for nonlinear systems. *System Control Letters*, 4(1):17–22, 1984.
- [123] J. C. Milena. *Control Lineal y No Lineal de un Levitador Magnético, Estudio Comparativo*. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 2010.
- [124] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer, Great Britain, 3 edition, 1995.

-
- [125] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and I. Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Wiley, New York, 1995.
- [126] J. Zhou and C. Wen. *Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems: Nonsmooth Nonlinearities, Interactions or Time-Variations*. Springer-Verlag, India, 2008.
- [127] H. J. Marquez. *Nonlinear Control Systems Analysis and Design*. John Wiley & Sons, 2003.
- [128] J. Q. Han. A class of extended state observers for uncertain systems. *Control and Decision*, 10(1):85–88, 1995.
- [129] A. Hernandez-Mendez. *Control Robusto Para un Convertidor Boost Mediante Linealización Exacta y Estimadores Algebraicos*. PhD thesis, Universidad Tecnológica de la Mixteca, 2013.
- [130] Besangon. *Nonlinear Observers and Applications*. Springer-Verlag, 2007.
- [131] D. L. Martinez-Vazquez, A. Rodríguez-Ángeles, and H. Sira-Ramírez. Robust gpi observer under noisy measurements. In IEEE, editor, *CCE 2009 6th International Conference on Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control*, pages 1–5, 2009.
- [132] P.P. Karamanakos, K.G. Pavlou, and S.N. Manias. Nonlinear robust control for dc-dc converters. In *Electronics, Circuits, and Systems (ICECS), 2010 17th IEEE International Conference*, pages 994 – 997, Diciembre 2010.
- [133] J. Linares-Flores, J. Reger, and H. Sira-Ramírez. Load torque estimation and passivity-based control of a boost-converter/dc-motor combination. In *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, volume 18, pages 1398–1405, 2010.
- [134] J. Linares-Flores, J. L. Barahona-Avalos, H. Sira-Ramírez, and M. A. Contreras-Ordaz. Robust passivity-based control of a buck-boost converter/dc-motor system: An active disturbance rejection approach. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 48(6):2362–2371, 2012.
- [135] H. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, 3rd edition, 2002.
- [136] E. D. Sontag. *Input to State Stability: Basis Concepts and Results, Nonlinear and Optimal Control Theory*. vol. 1932 of the series Lecture Notes in Mathematics, Berlin Heidelberg, 2008.

-
- [137] F. Franklin, J. Da Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Upper Saddle River, NJ, USA, 7th edition, 2015.
- [138] J. Linares-Flores, A. Hernández-Méndez, J. F. Guerrero-Castellanos, and G. Mino-Aguilar. Decentralized adr angular speed control for load sharing in servomechanisms. In *IEEE Power and Energy Conference at Illinois*, 2018.
- [139] J. Linares-Flores, J. L. Barahona-Avalos, and C. A. Bautista-Espinoza. Passivity-based controller and online algebraic estimation of the load parameter of the dc-to-dc power converter cuk type. In *IEEE Latin America Transactions*, volume 9, pages 50–57, 2011.

Apéndice A

Placa de circuito impreso de los convertidores

En esta etapa de implementación de la placa de circuito impreso ya se tienen los valores nominales de los elementos pasivos del convertidor cd-cd tipo elevador (L y C). Sin embargo, es necesario implementar otros elementos que son necesarios en las pruebas experimentales. En resumen la placa de circuito impreso cuenta con los siguientes módulos:

- Convertidor cd-cd tipo elevador.
- Sensores: voltaje (v_n) y corriente (i_n).
- Conexión/desconexión del bus de CD.

Los componentes utilizados en la implementación de estos tres módulos, son descritos en la Tabla [A.1](#). A continuación se describen los aspectos más importantes de estos módulos.

A.1. Módulo: Convertidor CD-CD tipo elevador

El dispositivo de conmutación utilizado en el circuito del convertidor cd-cd tipo elevador, es un MOSFET IRF640, el cual tiene una capacidad de disipación de potencia de $150W$. Para la activación de este transistor se utiliza un optoacoplador de alta velocidad PC923. El circuito impulsor se muestra en la Figura [A.1](#).

Por otro lado, se utiliza un diodo MUR1520, debido a su rápida conmutación y bajo voltaje de polarización $v_F = 1.05V$.

Módulo del convertidor CD-CD tipo elevador				
Nombre	Descripción	Cantidad	Valor	Etiqueta
Inductor	Núcleo de ferrita	1	$4mH$	L
Capacitor	Electrolítico	1	$470\mu F$	C
Resistencia	De potencia	1	177.5Ω	R_n
Resistencia	De potencia	1	10Ω	R_{nn}
Resistencia	De $1/4W$	1	1	-
Capacitor	Electrolítico	2	$2\mu F$	-
MUR1520	Diodo de rápida conmutación	1	-	-
IRF640N	MOSFET	1	-	-
PC923	Optoacoplador impulsor de MOSFET	1	-	-
Módulo de sensores				
NT-5	Sensor de corriente	1	-	-
ISO124P	Sensor de voltaje	1	-	-
AM1D1215	Fuentes aisladas	1	-	-
Capacitor	Electrolítico	4	$1\mu F$	-
Capacitor	De tantalio	2	$2.2\mu F$	-
Módulo conexión/desconexión del bus				
RAS-0910	Relevador	1	-	-
TIP31	Transistor Darlington NPN	1	-	-
Resistencia	De $1/4W$	1	$1k\Omega$	-
Resistencia	De $1/4W$	1	100Ω	-

Tabla A.1: Componentes de la placa de circuito impreso

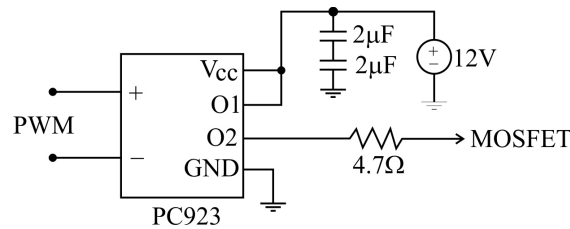


Figura A.1: Circuito impulsor del MOSFET IRF640

A.2. Módulo: Sensores de voltaje (v_n) y corriente (i_n)

Para medir la corriente que pasa por el inductor (i_n) se utiliza el sensor NT-5. El sensor de ISO124P se utiliza en la medición de voltaje de salida del convertidor (v_n). El circuito implementado para estos sensores se muestra en la Figura A.2.

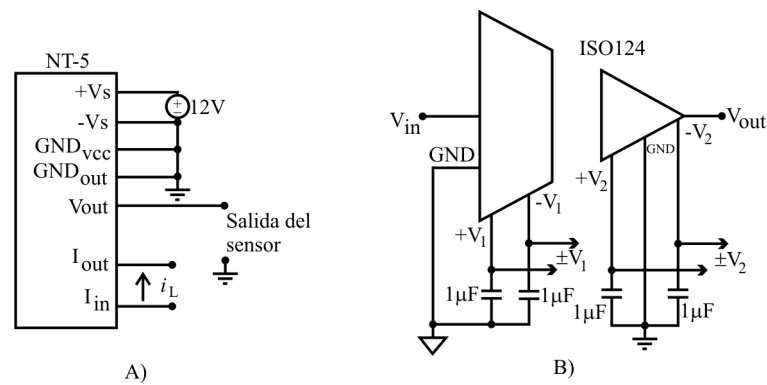


Figura A.2: A) Circuito del sensor de corriente, B) circuito del sensor de voltaje.

A.3. Módulo: Conexión/desconexión del bus de CD

En este circuito se utiliza un transistor TIP31 para activar un relevador RAS-0910. El circuito se muestra en la Figura A.4 y se encarga de conectar o desconectar la salida de voltaje (v_c) del bus de CD, utilizando una señal digital generada por la tarjeta DSP (P_{in}). Esto es para probar el comportamiento del esquema de control distribuido ante una conexión o desconexión arbitraria de un agente.

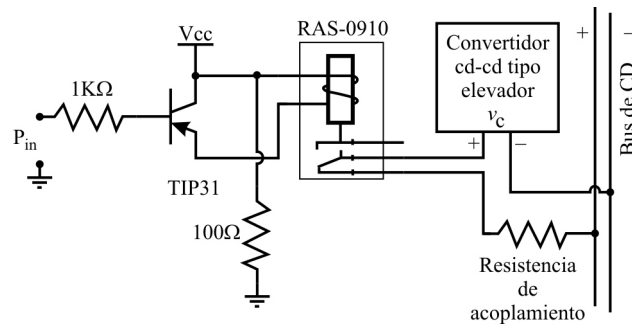


Figura A.3: Circuito del módulo conexión/desconexión del bus de CD.

A.4. Diseño de la placa de circuito impreso

El diseño de la placa de circuito impreso con los tres módulos descritos previamente se muestra en la Figura A.4. En la periferia de la placa se colocan los conectores de las señales de entrada, salida y alimentación que se enlistan a continuación:

- Voltaje de alimentación del convertidor (E_n).
- Señal de salida del sensor de la corriente que pasa por el inductor (i_n).
- Entrada de la señal PWM.
- Voltaje bipolar de alimentación para los sensores ($\pm V_{cc}$).
- Señal de salida del sensor de voltaje de salida (v_n).
- Señal de activación/desactivación del relevador (P).
- Conexión para el inductor (L).

Del mismo modo, el diodo y el MOSFET se ubican en un lado de la tarjeta, lo cual facilita la instalación de un disipador de calor.

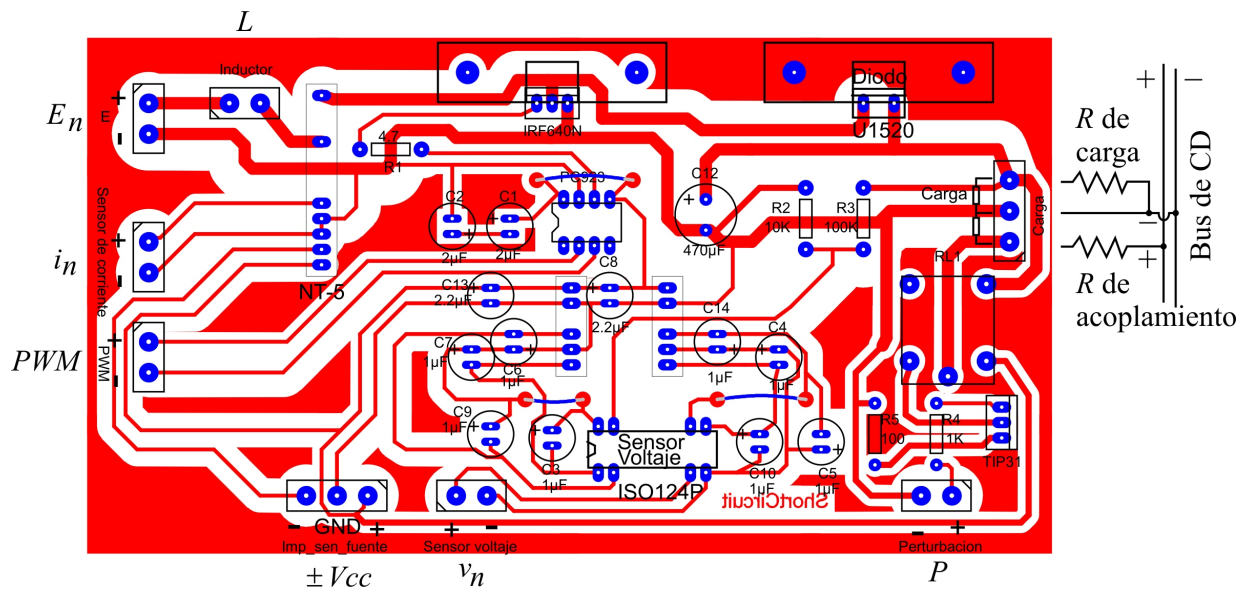


Figura A.4: Diseño de la placa de circuito impreso.

Apéndice B

Puntos de equilibrio y trayectoria de referencia

Bajo condiciones de equilibrio, los valores promedio de las variables del convertidor elevador ((2.9) y (2.10)), se escriben en términos de la constante de voltaje de salida promedio deseada $\bar{x}_2 = V_d$ y están dadas por:

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= V_d \\ \bar{x}_1 &= \frac{V_d^2}{R_L E} \\ \bar{u}_{av} &= \frac{E}{V_d}\end{aligned}$$

La trayectoria de referencia $y^*(t)$ para la salida plana, $y = \frac{1}{2}(Lx_1^2 + Cx_2^2)$, se especifica de la siguiente forma,

$$y^*(t) = \begin{cases} \bar{y}_{init}^* & \text{para } t < t_{init} \\ \bar{y}_{init}^* + (\bar{y}_{final}^* - \bar{y}_{init}^*) p(t, t_{init}, t_{final}) & \text{para } t_{init} \leq t \leq t_{final} \\ \bar{y}_{final}^* & \text{para } t > t_{final} \end{cases}$$

donde $p(t, t_{init}, t_{final}) \in [0, 1] \forall t \in [t_{init}, t_{final}]$ es un polinomio de Bézier de décimo ordenado (véase J. Linares-Flores et al. [139]) por:

$$\begin{aligned}p(t, t_{init}, t_{final}) &= 252 \left(\frac{t - t_{init}}{t_{final} - t_{init}} \right)^5 - 1050 \left(\frac{t - t_{init}}{t_{final} - t_{init}} \right)^6 \\ &+ 1800 \left(\frac{t - t_{init}}{t_{final} - t_{init}} \right)^7 - 1575 \left(\frac{t - t_{init}}{t_{final} - t_{init}} \right)^8 \\ &+ 700 \left(\frac{t - t_{init}}{t_{final} - t_{init}} \right)^9 - 126 \left(\frac{t - t_{init}}{t_{final} - t_{init}} \right)^{10}\end{aligned}\tag{B.1}$$

y

$$\bar{y}_{init}^* = 0.5[L(\bar{x}_{1,init})^2 + C\bar{x}_{2,init}^2] \quad (\text{B.2})$$

$$\bar{y}_{final}^* = 0.5[L(\bar{x}_{1,final})^2 + C\bar{x}_{2,final}^2] \quad (\text{B.3})$$

donde los valores iniciales y finales del voltaje de salida promedio x_2 y la corriente promedio del inductor x_1 , son:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{2,init} &= V_{init} \\ \bar{x}_{2,final} &= V_{final} \\ \bar{x}_{1,init} &= \frac{V_{init}V_{init}}{R_L E}; \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\bar{x}_{1,final} = \frac{V_{final}^2}{R_L E} \quad (\text{B.5})$$

Los parámetros del sistema: R_L y E , se asume que son continuamente variantes en el tiempo de una manera desconocida. Se utiliza el valor nominal de estos parámetros para calcular la trayectoria de referencia de la salida plana.

Apéndice C

Publicaciones realizadas

A Backstepping Approach to Decentralized Active Disturbance Rejection Control of interacting Boost Converters

A. Hernández-Méndez, J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, J. F. Guerrero-Castellanos, G. Mino-Aguilar

Abstract—In this article, the local trajectory tracking control problems ascribed to two interacting plants, considered as agents, are formulated as adaptive control problems, which involve on-line interaction estimation and interaction elimination. This approach gives rise to a robust decentralized collaborative control, with virtually no information, on the part of the agents. It is shown that when the interconnection effects are viewed as exogenous, unstructured, disturbances, such disturbance can be actively estimated, and canceled, from each individual subsystem model dynamics. The case presented deals with two agents, namely, two interconnected boost DC-DC power converters, powered each one by a nonidentical photovoltaic module which represents a time-varying power supply. Then, a backstepping-based control together with an Extended State Observer (ESO) is developed by each agent. The mutual goals of agents are to maintain a desired behavior (time-varying current demand) of the entire system in order to maintain the desired output voltage value and an equitable current sharing in each converter, in order to supply a DC motor. The proposed distributed control technique is implemented in two TMS320F28335 digital signal processor (each one per agent), and its performance is experimentally evaluated in real-time. It is shown that the proposed scheme is robust with respect to interaction, un-modeled non-linearities and un-modeled dynamics.

Index Terms—Decentralized Active Disturbance Rejection Control, Interconnected Boost Converters, Backstepping Control.

I. INTRODUCTION

A. Motivations and Background

Decentralized control of complex interconnected systems has been a challenging and important problem over the years. In recent times, the problem has gained renewed interest in the context of power electronics, thanks to needs in efficient management of renewable energy-based mini-grids, as well as other important applications for DC-DC power Converters based low demand ecologically oriented, self-sustained, energy systems [1], [2], [3]. Local controls are the basic category of micro-grid controls. The main usage of local controllers is to control micro-sources. This type of controllers is aimed to control operating points of the micro-sources and their power-electronic interfaces without communication systems.

The authors are with the Instituto de Electrónica y Mecatrónica, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Oaxaca 69000, México (e-mail: arturohm54@mixteco.utm.mx; jlinares@mixteco.utm.mx), Department of Electrical Engineering, Mechatronics Section, CINVESTAV-IPN, Cd. de México 07360, México (e-mail: hsira@cinvestav.mx), and the Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla 72450 México (e-mail: fermi.guerrero@correo.buap.mx, gerardo.mino@correo.buap.mx).

No communication systems result in simple circuitry and low cost. The measured data for local controllers are local voltages and currents [4]. The local controllers must also ensure the *plug and play* function of micro-sources. In this context, Liu et. al. [5] propose a decentralized LQG control approach designed based on a local model with incomplete system knowledge of a parallel power converters system. Their solution is based on the conservation of a constant voltage desired value at the output load, whose load is represented by a fixed resistor value, in parallel with an ideal current source, which acts as a perturbation for the system. On the other hand, a similar work, is presented by [6], where a robust controller for parallel DC-DC converter system is developed by combining the adaptive backstepping technique and decentralized control. In that article, the performance of the proposed controller is presented via simulations.

In [7] a distributed adaptive droop control is presented for DC Microgrids. The proposed control is based on a cooperative algorithm that uses a voltage observer to estimate the average voltage across the Microgrid. The report results are constituted also by simulation studies on a low-voltage DC Microgrid. Anand *et. al.*, in [8], propose a distributed control to ensure proportional load sharing and improve voltage regulation in low-voltage DC Microgrids. The Key advantages are high reliability, low-voltage regulation, and equal load sharing, utilizing low-bandwidth communication. However, in that work, we can see that a controller area network protocol is used to achieve communication between the power sources. Due to the limited voltage regulation of droop control, active sharing methods have been explored in the past. Among these, we find: Decentralized Mode-Adaptive (DMA) guidance law for a Hamiltonian-based controller of an N-source DC microgrid (see Cook [9]), a master-slave approach (in Verma [10]) using frequency-based control schemes (See also [11]), a sensor-less current mode (SCM) control (see [12]). Other current mode control approaches have been reported in [13].

The control of the DC micro-sources and their power-electronic interfaces without communication systems, have been explored in Sira-Ramírez *et. al.* in [14]. They propose a decentralized active disturbance rejection control (ADRC) of power converters serving a time varying-load, in that work, the local trajectory tracking control problems on the part of agents acting on a complex interconnection of nonlinear power converter subsystems are reformulated as active disturbance rejection control (ADRC) problems. This new approach gives rise to a more effective and practical robust decentralized solu-

tion, with virtually *no information on local plants interaction dynamics* and limited knowledge of each subsystem model on the part of each agent. However, in the mentioned work, only simulation results were presented. Using a similar idea, in [16], a collaborative adaptive control for interconnected boost converters based on backstepping approach was proposed. In that work, preliminary results in the design and experimentation of the control scheme were presented. Nevertheless, the closed-loop stability was not analyzed and the photovoltaic (PV) source were emulated with laboratory supply powers. Furthermore, the control strategy for the two agents was implemented in a single signal processor represented by the DS1104-based dSPACE real-time system and a host PC. As a consequence, strictly speaking, the implemented collaborative control is centralized instead decentralized as one desired.

B. Contributions

Unlike the work reported in [16], the present work falls in the framework of decentralized collaborative control of dynamic systems. Under this scenario, the main contribution of this paper is focused on the design and implementation of a robust decentralized backstepping-based controller for output voltage tracking of a common DC bus subjected to an electric machine with unknown load. The case presented deals with two agents, namely, two interconnected boost DC-DC power converters, powered each one by a nonidentical photovoltaic module which represents a time-varying power supply (17 W to 116 W). Then, a backstepping-based control together with an Extended State Observer (ESO), so called GPI observer (see [17] and references therein) is developed by each agent. The mutual goals of agents are to maintain a desired behavior (time-varying current demand) of the entire system in order to maintain the output voltage of a common DC bus with a DC motor connected, even when the DC motor presents a time-varying load torque in its shaft. The objective of the Extended State Observer (ESO) in each agent is to estimate all the nonlinear uncertainties arising from:

- unknown state dependent non-linearities in each agent;
- the environmental exogenous effects;
- the rest of interaction effects coming from the network interconnection, as a lumped, unstructured, time-varying disturbance that perturbs the boost power converters.

Note that with the ESO working in each agent, the unknown interconnection disturbance can be on-line estimated and immediately canceled from each agent (individual subsystem model dynamics), thus facilitating the accomplishment of the individual control objectives in a direct fashion. The closed-loop stability analysis is carried out rigorously. For that, Lyapunov stability theory and Input-to-State Stability (ISS) concept are used [23].

The proposed distributed control technique is implemented in two TMS320F28335 digital signal processor (each one per agent), and its performance is experimentally evaluated in real-time. Comparative results, in real-time, with an input-output linearization feedback are presented.

The rest of the paper is organized as follows. Section II presents the mathematical model of the interconnected boost

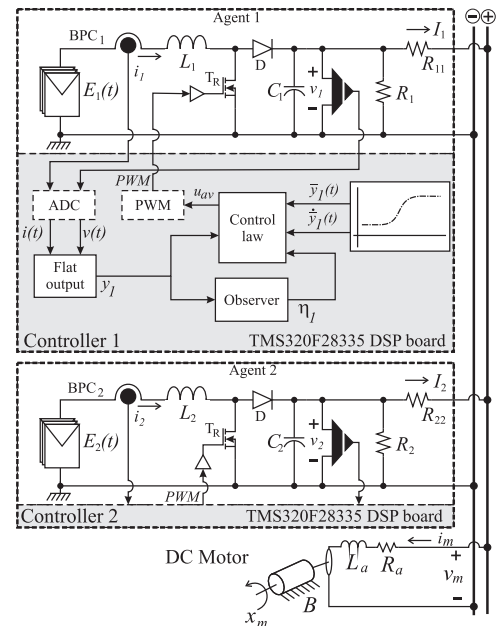


Fig. 1. Electronic circuit of two interconnected boost DC-DC power converters powered by variable voltage level and feeding a DC motor.

DC-DC power converters. This section also introduces the analysis of the unknown interconnection disturbance. The problem formulation, the real-time implementation of the decentralized backstepping tracking controller algorithm in the TMS320F28335 and the main result of this paper are presented in section III. In section IV, the experimental results are explained. This section also verifies the performance of the proposed controller versus a feedback linearization controller [18], subjecting the load disturbances, solar panel supply voltage variations and unforeseen faults. All these situations are explored in order to verify the robustness and stabilizing features of both controllers. Finally, section V presents the conclusions of this article.

II. INTERCONNECTED BOOST DC-DC POWER CONVERTERS

Consider the interconnected set of two boost DC-DC power converters shown in Fig. 1. The control objective is to regulate the output voltages, namely v_1 and v_2 , which equitably share the current demand (i_m). The DC motor current demand is assumed to be strictly positive, and time-varying, but unknown due to an uncertain torque applied to the DC motor. The circuit feeding the DC motor and the dynamic characteristics of the motor are also completely unknown. In fact, the load current demand represents an external unknown disturbance source for both converters. A solar panel supplies the required voltages for the converters. These are denoted by $E_1(t)$ and $E_2(t)$. The average model of the interconnected system is given by the following nonlinear set of differential equations,

$$L_n \frac{di_n}{dt} = E_n - u_{av,n} v_n \quad (1)$$

$$C_n \frac{dv_n}{dt} = i_n u_{av,n} - \underbrace{\frac{v_n}{R_n \parallel R_{agt}}}_{:= R_{eq}} \quad (2)$$

where, the subscript $n = \{1, 2\}$, in each one of the parameters and variables from (1) and (2), is the index of the corresponding boost converter, and $u_{av,n}$ is the average input control, which smoothly takes values on the closed interval $[0, 1]$ of the real line [18]. The variables i_n and v_n represent, respectively, the average input current and the average output voltage of the boost power converter. The average model of the boost converter is known to be differentially flat, with flat output y_n given by the average total stored energy, defined as: $y_n = \frac{1}{2}L_n i_n^2 + \frac{1}{2}C_n v_n^2$. We remark that the average variable v_n is a non-minimum phase output (See [14], [18]). The parameter R_{agt} is the load impedance, which is shared by both boost power converters. Thus, from Fig. 1 we have the following expression

$$R_{agt} = \frac{v_m}{I_1 + I_2} = \frac{R_{11}v_2 + R_{22}v_1 - i_m R_{11}R_{22}}{i_m R_{22} + i_m R_{11}} \quad (3)$$

The influence of each converter in the load impedance conformation and the effects of the motor impedance may be assessed from (3). The motor's armature inductor current is the sum of I_1 and I_2 . So if we consider that $v_1 = v_2$, we have the following expressions:

$$I_1 = \frac{i_m R_{22}}{R_{11} + R_{22}} \quad (4)$$

$$I_2 = \frac{i_m R_{11}}{R_{11} + R_{22}} \quad (5)$$

$$v_m = \frac{R_{11}v_2 + R_{22}v_1 - i_m R_{11}R_{22}}{R_{11} + R_{22}} \quad (6)$$

The DC motor dynamics is described by,

$$L_a \frac{di_m}{dt} = -i_m R_a - k_m x_m + v_m \quad (7)$$

$$J \frac{dx_m}{dt} = -B x_m + k_m i_m - \tau \quad (8)$$

where i_m represents the armature inductor current and x_m is the angular velocity of the motor shaft.

III. PROBLEM FORMULATION AND MAIN RESULT

Due to the fact that the boost converter circuit dynamics is differentially flat, with flat output given by the total stored energy (See [14], [18]), i.e. $y_n = \frac{1}{2}(L_n i_n^2 + C_n v_n^2)$, we can propose an indirect control scheme that regulates the inputs-to-flat outputs dynamics, so that the output voltage converge towards a desired nominal trajectory. The interconnected system model described in (1)–(2), can be seen as two interacting (although largely independent after interaction-canceling feedback) flat sub-systems. This point of view is justified by considering R_{agt} as an exogenous unknown disturbance. For this reason, the controller designed for (1)–(2) when $n = 1$, is similar to the controller designed for the second converter, i.e., when $n = 2$. Under the above considerations, we rewrite the dynamic model of boost converter by using exact feedback linearization as follows,

$$y_{1,n} = \frac{1}{2}L_n i_n^2 + \frac{1}{2}C_n v_n^2 \quad (9)$$

$$\dot{y}_{1,n} = y_{2,n} = E_n i_n - \frac{v_n^2}{R_n} \quad (10)$$

$$\dot{y}_{2,n} = \alpha_n(E, v) + \beta_n(i, v)u_{av,n} \quad (11)$$

where

$$\beta_n(i, v) = - \left[\frac{(R_n E_n C_n + 2L_n i_n)v_n}{L_n R_n C_n} \right] \quad (12)$$

$$\alpha_n(E, v) = \frac{E_n^2}{L_n} + \frac{2v_n^2}{R_{eq}^2 C_n} \quad (13)$$

Before developing the backstepping tracking controller [19], we make the following considerations:

- a) Only the flat outputs are measured. This represents a great advantage of a practical point of view, since a minor number of sensor are needed;
- b) The set of nominal values $\{E_n, C_n, L_n, R_n\}$ is well known, since they represent data-sheet values of the devices;
- c) The nominal value of $\beta_n(i, v)$ is known, i.e. we set the nominal values of $\{E_n, C_n, L_n, R_n\}$ for $\beta_n(i, v)$ for all time. Thus, the initial gain of the controller/observer is known;
- d) The nominal value of $\alpha_n(E, v)$ is totally unknown, thus it will be estimated through an Extended State Observer (ESO) using a Generalized Proportional Integral (GPI) Observer. We know that the equivalent resistance is composed of the resistor R_n in parallel with $R_{agt}(t)$, where this last represents an unknown time-varying impedance which depends of the DC motor load and the interconnection effects coming from the other converter;
- e) The desired reference trajectories for the total stored energy of the boost power converters, and its successive time derivatives, are explicitly calculated, thanks to its specification as an interpolating polynomial, i.e., a Bézier polynomial. These references are denoted by: $y_{1,n}^*(t)$, and their time derivatives by, $\dot{y}_{1,n}^*(t)$, and $\ddot{y}_{1,n}^*(t)$.

We propose a decentralized backstepping tracking controller to be carried out in the two traditional steps. The first step consists of the design of an intermediate controller, while, in the second step, we design a controller in combination with an ESO observer of the GPI type aimed at on-line estimating the function $\alpha_n(E, v)$, which will be later substituted, in an adaptive manner, into the control law expression of each agent.

Step 1) Design of the decentralized backstepping tracking controller. We first propose a Lyapunov function candidate as

$$V_{1,n}(z_{1,n}) = \frac{1}{2}z_{1,n}^2 > 0 \quad (14)$$

where the variable $z_{1,n}$ denotes the tracking error of the flat output, defined as,

$$z_{1,n} = y_{1,n}(t) - y_{1,n}^*(t) \quad (15)$$

The time-derivative of $V_{1,n}(z_{1,n})$ is given by,

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = z_{1,n}(\dot{z}_{1,n}) \quad (16)$$

where the “speed” of the tracking error is defined as

$$\dot{z}_{1,n} = \dot{y}_{1,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) = y_{2,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) \quad (17)$$

Substituting the expression (17) into (16), yields

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = z_{1,n} (y_{2,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t)) \quad (18)$$

Next, the tracking error z_2 , is proposed as an auxiliary control input, which involves a first stabilizing feedback control function, $\gamma_1(x)$, so that the time derivative for $V_{1,n}(z_{1,n})$, becomes negative definite. We let,

$$z_{2,n} = y_{2,n}(t) - \gamma_1(x) \Leftrightarrow y_{2,n}(t) = z_{2,n} + \gamma_1(x) \quad (19)$$

Thus, substituting the expression (19) into (18), results in,

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = z_{1,n} [z_{2,n} + \gamma_1(x) - \dot{y}_{1,n}^*(t)] \quad (20)$$

Using the following stabilizing feedback function $\gamma_1(x)$,

$$\gamma_1(x) = \dot{y}_{1,n}^*(t) - c_1 z_{1,n} \quad (21)$$

causes the time derivative of $V_{1,n}(z_1)$ to be given by

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = -c_1 z_{1,n}^2 + z_{1,n} z_{2,n} \quad (22)$$

where $c_1 > 0$ is defined as the proportional sensitivity of the tracking error of $z_{1,n}$. To ensure that the derivative of $V_{1,n}(z_{1,n})$ is negative definite, $z_{2,n}(t)$ should be zero

$$\dot{V}_{1,n}(z_{1,n}) = -c_1 z_{1,n}^2 < 0 \quad (23)$$

In order to achieve this partial result, we propose the following Lyapunov function:

$$V_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) = V_{1,n}(z_{1,n}) + \frac{1}{2} z_{2,n}^2 > 0 \quad (24)$$

The time-derivative of $V_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n})$ is obtained as,

$$\dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) = -c_1 z_{1,n}^2 + z_{2,n} [z_{1,n} + \dot{z}_{2,n}] \quad (25)$$

From (19), the time-derivative of $z_{2,n}$ may be calculated as

$$\begin{aligned} \dot{z}_{2,n} &= \dot{y}_{2,n}(t) + c_1 \dot{z}_{1,n} - \ddot{y}_{1,n}^*(t) \\ &= \alpha_n(E, v) + \beta_n(i, v) u_{av,n} + c_1 \dot{z}_{1,n} - \ddot{y}_{1,n}^*(t) \end{aligned} \quad (26)$$

Substituting the expression (26) into (25), we obtain

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) &= -c_1 z_{1,n}^2 + z_{2,n} [z_{1,n} + \alpha_n(E, v) \\ &\quad \beta_n(i, v) u_{av,n} + c_1 \dot{z}_{1,n} - \ddot{y}_{1,n}^*(t)] \end{aligned} \quad (27)$$

We propose then, the following feedback control input $u_{av,n}$ law:

$$u_{av,n} = -\frac{1}{\beta_n(i, v)} [z_{1,n} + \alpha_n(E, v) + c_1 \dot{z}_{1,n} - \ddot{y}_{1,n}^* + c_2 z_{2,n}] \quad (28)$$

where,

$$z_{1,n} = y_{1,n} - y_{1,n}^* \quad (29)$$

$$\dot{z}_{1,n} = \dot{y}_{1,n} - \dot{y}_{1,n}^* = y_{2,n} - \dot{y}_{1,n}^* \quad (30)$$

$$z_{2,n} = y_{2,n} + c_1 z_{1,n} + \dot{y}_{1,n}^* \quad (31)$$

c_1 and c_2 are strictly positive constants and $y_{1,n}^*(t)$ is a smooth rest-to-rest reference path, obtained from a tenth order Bézier polynomial. We know that the nominal value $\alpha_n(E, v)$ has a dependency on the output load disturbances ($R_{agt,n}(t)$), and solar panel supply voltage variations ($E_n(t)$). Therefore, in

order to compensate these disturbances, we will design an *ESO observer* (See Guo *et al.* [20]) to on-line estimate the unknown function $\alpha_n(E, v)$. This will be accomplished in the following step via a GPI observer.

Step 2) Design of the *ESO observer via a GPI observer* to estimate the nominal value of $\alpha_n(E, v)$. From (10) and (11), we use the following Luenberger type of ESO with extra integration in the form of a Generalized Proportional Integral observer (GPI observer) as proposed in [14] and [17],

$$\frac{d\hat{y}_{1,n}}{dt} = \hat{y}_{2,n} + \lambda_3(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (32)$$

$$\frac{d\hat{y}_{2,n}}{dt} = \eta_{1,n} + \beta_n(i, v) u_{av,n} + \lambda_2(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (33)$$

$$\frac{d\eta_{1,n}}{dt} = \eta_{2,n} + \lambda_1(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (34)$$

$$\frac{d\eta_{2,n}}{dt} = \lambda_0(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (35)$$

where, $\hat{y}_{1,n}$ is the estimated value of flat output, $\hat{y}_{2,n}$ is the time-derivative of the estimated value of the flat output, $\eta_{1,n}$ is the estimate of the $\alpha_n(v)$ function acting as a disturbance, and $\eta_{2,n}$ is the estimate of the time-derivative of the of $\alpha_n(E, v)$ function, and finally, $e_{y_{1,n}} = y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}$ is the observation error of the flat output. The set of design coefficients $\{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ are constant values, which are chosen with the help of a desired closed loop Hurwitz polynomial of 4th order for the linear dominating dynamics of the injected estimation error dynamics. We replace in (28) the nominal value of the unknown function $\alpha_n(E, v)$ by $\eta_{1,n}$. Thus, we obtain a decentralized backstepping version of the *ADRC controller* playing the role of an adaptive observer combined with a backstepping tracking controller for each one of the feedback laws regulating the individual boost power converters, in the considered arrangement. We have,

$$\begin{aligned} u_{av,n} &= -\frac{[z_{1,n} + \eta_{1,n} + c_1 \dot{z}_{1,n} - \ddot{y}_{1,n}^* + c_2 z_{2,n}]}{\beta_n(i, v)} \quad (36) \\ n &= 1, 2. \end{aligned}$$

The main advantage of this decentralized control law is the on-line disturbance estimation, of the function, $\alpha_n(E, v)$, used in an adaptive manner. The effects caused by the internal uncertain additive disturbance function as well as the effects of the output impedance variations are all lumped in a single disturbance signal, known as the **total disturbance**. The accurate estimation of the total disturbance and its subsequent on-line cancellation on the part of the feedback control law result in a closed loop stable operation (See Guo *et al.* [20], [21], [22]). The stability proof of the closed loop system is demonstrated in Appendix A, using the principle of Input-to-State Stability (*ISS*) (see [23]).

IV. EXPERIMENTAL RESULTS

In this section, we compare the performance of the proposed controller versus a feedback linearization controller, while both power converters cooperatively a desired output voltage value to simultaneously feed a same time-varying load. The

feedback linearization controller design is described by [18], and is shown in the following equation

$$u_{av,n}^{flc} = \frac{V_{aux,n} - \eta_{1,n}}{\beta_n(i, v)} \quad (37)$$

where, $\beta_n(i, v)$ is given by (12), $\eta_{1,n}$ is the estimated value through the Extended State Observer, and $V_{aux,n}$ is calculated as follows

$$\begin{aligned} V_{aux,n} &= \ddot{y}_n^* - k_1[\dot{y}_n - \dot{y}_n^*] - k_0[y_n - y_n^*] \\ k_1 &= 2\zeta w_n, \quad k_0 = w_n^2 \end{aligned} \quad (38)$$

where ζ and w_n are positive constants.

Both controllers are implemented in the experimental platform shown in Figure 2. This figure shows the experimental setup, where the boost power converter “1” is powered by an array of four solar panels with a power capacity of 50W each one. These panels are connected in parallel. The nominal power capacity of the array is 200W, and a nominal output voltage of 17.2V. On the other hand, the boost power converter “2” is powered by an array of seven solar panels with a power capacity of 30W each one. These last are also connected in parallel. The array has a power capacity of 210W, and a nominal output voltage of 18.27V. The used boost power converters exhibit the following parameters: $L_1 = L_2 = 4mH$, $C_1 = C_2 = 470\mu F$, $R_1 = R_2 = 177.5\Omega$, $R_{11} = R_{22} = 10\Omega$, $E_1 \cong 17.2V$, $E_2 \cong 18.27V$. The LESSON permanent magnet DC motor used as time-varying output load for both power converters, has the following parameters: $P_n = 248.567W$ (nominal power), $V_n = 90V$ (nominal voltage), $L_a = 7mH$, $R_a = 2.33\Omega$, $k_m = 0.479(N - m)/A$, $B = 9.37 \times 10^{-3}N \cdot m$, $J = 11.64 \times 10^{-3}kg \cdot m^2$. The adaptive decentralized backstepping tracking controller (See Figures 2 and 3) and the feedback linearization controller, were implemented on a TMS320F28335 DSP board. The internal clock frequency in the DSP card is set to 150MHz. The sampling period is set to 10us. To implement a control algorithm in the DSP board, it is necessary to discretize the set of equations that represent in (28)–(35) and (37)–(38). This discretization was carried out using the *Euler approach method*, applying the following equality:

$$\frac{dy}{dt}(t_i) = f(t_i, y(t_i)) \cong \frac{y(t_i) - y(t_{i-1})}{T} \quad (39)$$

$$\dot{y} \approx \frac{y(t_i) - y(t_{i-1})}{T} \quad (40)$$

where y_i is the current sample, $y(t-1)$ is the previous sample and T is the sampling period. Therefore the control system (28)–(35) is represented in its discrete form as:

$$u_{av,n}(t) = -\frac{1}{\beta_n(i, v)} [z_{1,n}(t) + \eta_{1,n} + c_1 \dot{z}_{1,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) + c_2 z_{2,n}(t)] \quad (41)$$

where,

$$z_{1,n}(t) = y_{1,n}(t) - y_{1,n}^*(t) \quad (42)$$

$$\dot{z}_{1,n}(t) = \dot{y}_{1,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) = y_{2,n}(t) - \dot{y}_{1,n}^*(t) \quad (43)$$

$$z_{2,n}(t) = y_{2,n}(t) + c_1 z_{1,n}(t) + \dot{y}_{1,n}^*(t) \quad (44)$$

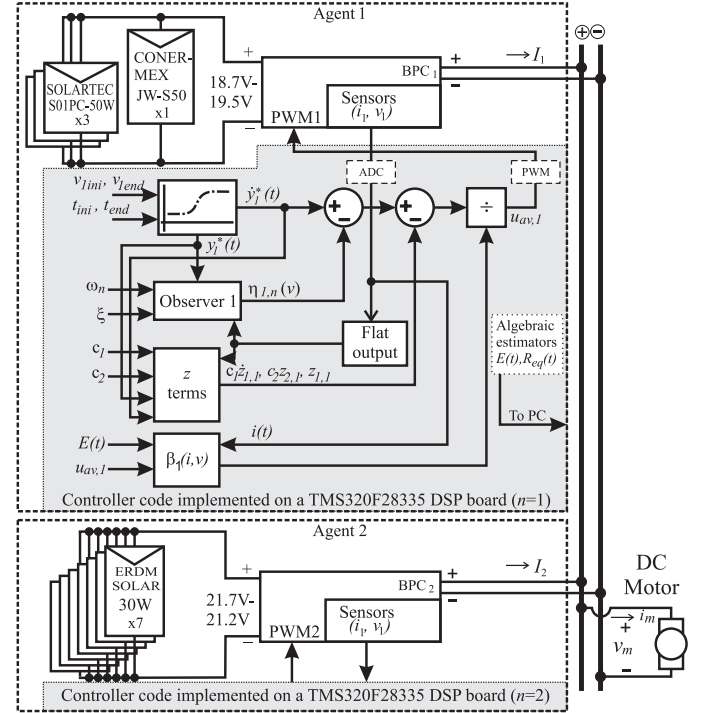


Fig. 2. Setup of the experimental platform.

$$\frac{d\hat{y}_{1,n}(t)}{dt} = \hat{y}_{1,n}(t-1) + T[\hat{y}_{2,n}(t) + \lambda_3(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (45)$$

$$\frac{d\hat{y}_{2,n}(t)}{dt} = \hat{y}_{2,n}(t-1) + T[\eta_{1,n}(t) + \beta_n(i, v)u_{av,n}(t) + \lambda_2(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (47)$$

$$\frac{d\eta_{1,n}(t)}{dt} = \eta_{1,n}(t-1) + T[\eta_{2,n}(t) + \lambda_1(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (48)$$

$$\frac{d\eta_{2,n}(t)}{dt} = \eta_{2,n}(t-1) + T[\lambda_0(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (49)$$

$$\frac{d\eta_{2,n}(t)}{dt} = \eta_{2,n}(t-1) + T[\lambda_0(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (50)$$

$$\frac{d\eta_{2,n}(t)}{dt} = \eta_{2,n}(t-1) + T[\lambda_0(y_{1,n}(t) - \hat{y}_{1,n}(t))] \quad (51)$$

The reference trajectory $y_{1,n}^*(t)$, is adjusted so that the output voltage of the boost power converters v_1 and v_2 varie smoothly from $y_{1,n}^*(2.2 \text{ seg})_{initial} = 22V$ to $y_{1,n}^*(4.0 \text{ seg})_{final} = 40V$.

As seen in Fig. 2, we off-line designed and programmed two algebraic estimators, to see the behavior of the output load and supply voltage in each converter (the design of these estimators is explained in [15] and [18]). This data is not used by the proposed control scheme. With this information, we can see and compare the disturbance magnitudes in each one of the experimental tests.

A. Test No. 1.- Output resistance variations of the boost power converters.

The first test consists in applying an arbitrary load torque ($\tau_L \approx 1.027Nm$) to the DC motor shaft, which produces a sudden change on the output impedance in each one of the boost power converters, these values are shown in the Fig. 4.

The signals in Fig. 5 show that the output voltages of each converter is kept at the reference level. However a small error

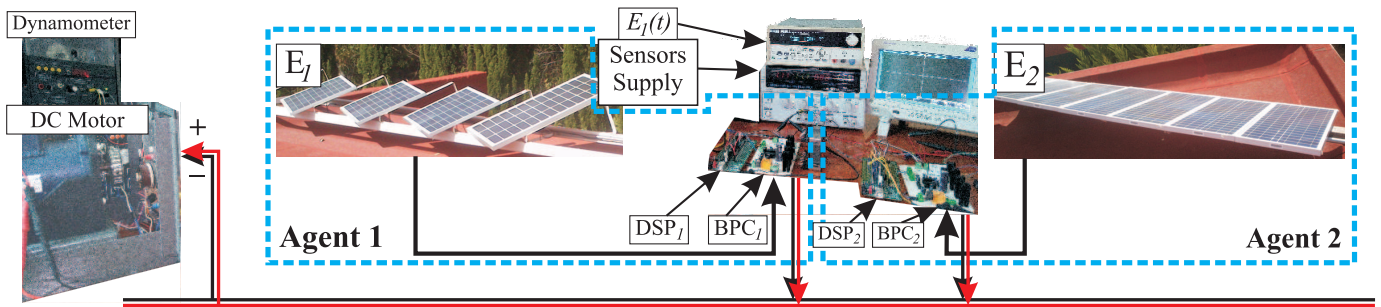


Fig. 3. Experimental platform.

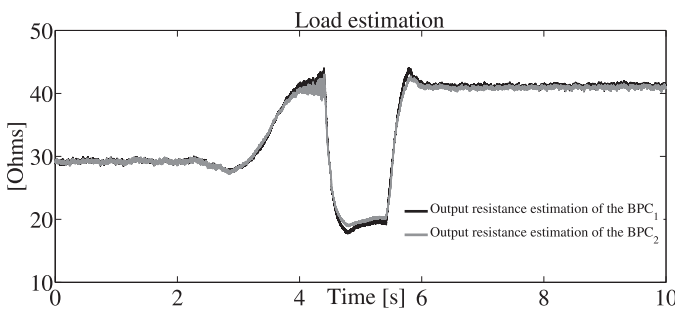


Fig. 4. Exogenous perturbation load estimated in each converter, under variation of torque applied in the DC motor.

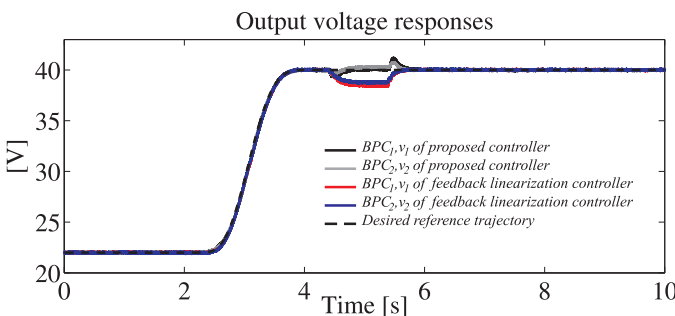


Fig. 5. Both controllers response under variation of torque applied in the DC motor: output voltage response.

(3%) is observed in the case of the feedback linearization controller. The Fig. 6 shows the ISE index performances of the boost power converter output voltages, which are ultimately constant (indicating that the tracking error is a square integrable signal necessarily converging to zero). The ISE index value is smaller than 0.30% in the case of the proposed control, and less than 2.2% for the feedback linearization controller. The ISE performance index (graphics Fig. 6) shows that the robustness of the backstepping controller, under a sudden load torque, is greater than the feedback linearization controller. On the other hand, Fig. 7 shows the boost power converter current responses. The current responses are denoted by lower case letters corresponding to the individual input currents, while the current responses denoted by capital letters are the currents being shared. Which are seen to be balanced by both controllers, the decentralized adaptive backstepping tracking controller and the feedback linearization controller in closed loop.

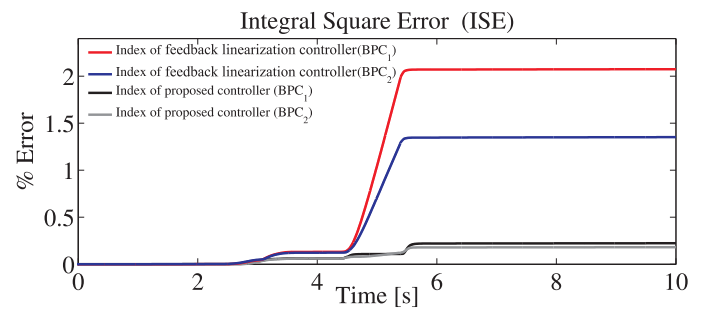


Fig. 6. Integral Square Error Index of the boost converter output voltages.

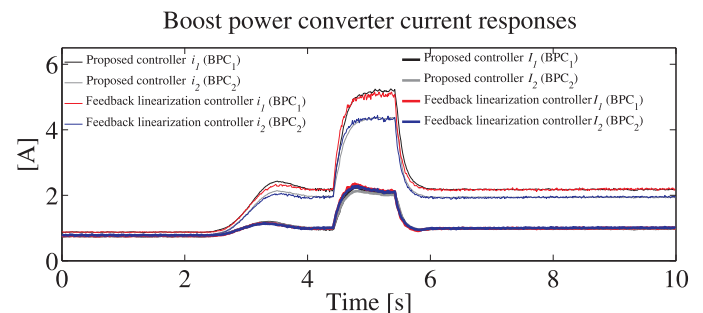


Fig. 7. Both controllers response under variation of torque applied in the DC motor: inductor current response.

B. Test No. 2.- Power supply variations of the boost power converters.

In the second test, we induced a variation in the voltage level of the power supply of $\pm 6.5V$ in the converter "1", using a programmable power supply source. We programmed the voltage input function to be (See Fig. 8)

$$E_1(t) = 10e^{-\frac{1}{2} \sin(12.8t+0.4)} \cos(2.4t)^2 + 16 \quad (52)$$

On the other hand, the converter "2" is powered by an array of seven solar panels (See Fig. 2). The graph in Fig. 9 depicts the output voltage response in each power converter. These responses exhibit remarkably good disturbance rejection properties under variation of the power supply source voltage in both controllers. As seen in Fig. 9, the effects of the variations are minimal in the output voltage of the converters ($\pm 200mV$ for the proposed controller and $\pm 270mV$ for the feedback linearization controller). Fig. 10 shows the Integral Square Error (ISE) performance indices of the output voltage tracking errors, which are smaller than 0.15% for the proposed

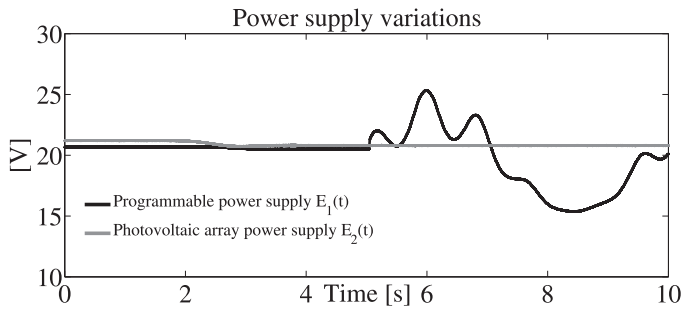


Fig. 8. Variations in the voltage level of power supply source

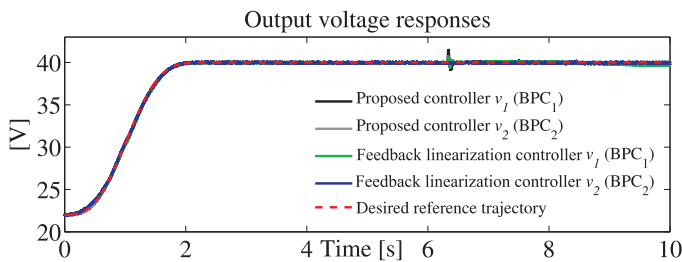


Fig. 9. Both controllers response under variation of power supply in each converter: Output voltage responses.

controller and 0.2% for the feedback linearization controller. So we can observe that the voltage error and the ISE index value for the backstepping controller is substantially smaller than the voltage error and the ISE index value of the feedback linearization controller. The graph in Fig. 11 shows that both controllers adjust the currents i_1 and i_2 , to maintain the required level of output voltage in both converters. It can be seen that when the supply voltage of one of the converters is decreased, the corresponding inductor current is increased in a proportional manner and vice-versa. This results in the possibility of maintaining an equitable distribution of the power supplied by each converter.

C. Test No. 3.- Connection/Disconnection of a boost power converter of the system.

Finally, we abruptly disconnected one of the converters to evaluate whether the other converter controller compensates the load for this significant fault. The disconnection is applied in one of the converters modules during a period less of one second. We then activated back the disconnected converter to have an assessment of the load distribution maneuver of both recovering converters. The last test depicts the addition of a new converter module. The output voltage response is shown in Fig. 12. Figure 12 shows that the enabled converter maintains the reference output voltage level when the other is turned off. The graph in Fig. 13 shows that when one converter is turned off, the remaining converter raises the current in the inductor to compensate the disturbance (see graph in gray and blue color). When the converter is activated back again a redistribution of the currents is observed (see current responses close to 6 sec). In the last disturbance case, it is observed that the active converter, detects the instant when the other converter is activated and an interaction process begins. This

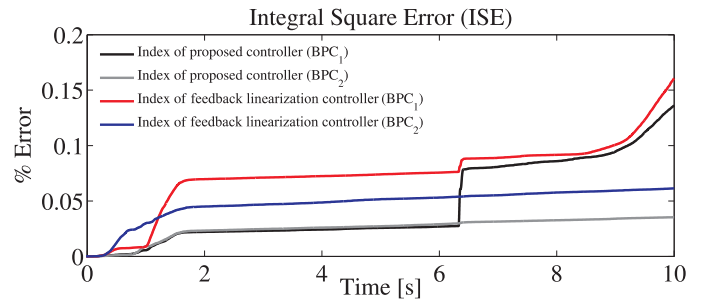


Fig. 10. ISE index performance of the boost power converter output voltages under the power supply variations.

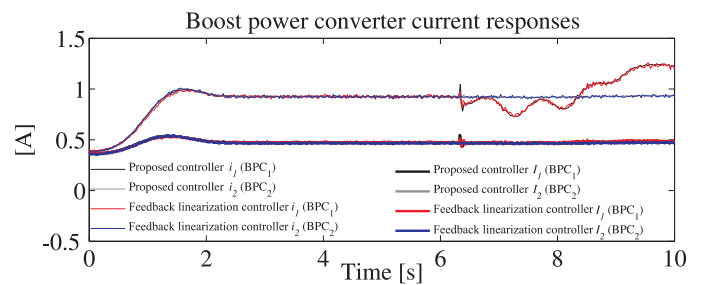


Fig. 11. The boost power converter current responses under the power supply variations.

process evolves until they reach a balance of the supplied power to the load. In actual tests, this interaction lasts for about 1 sec. (see Fig. 12). In this case we observe that the backstepping tracking controller better absorbs the sudden disconnection of the corresponding converter in comparison with the performance of the feedback linearization controller.

V. CONCLUSION

In this paper, the features and advantages of the proposed backstepping-observer based ADRC scheme for controlling, in a decentralized fashion, an interconnected system were explored. The interconnection arrangement is constituted by two nonlinear power converter subsystems of the boost type. The converters interconnection was made to exhibit highly nonlinear effects as well as: power supply variations and a sudden shut-down of one of the intervening converters. The scheme was analyzed and implemented on a laboratory set up. It was shown, by means an experimental test, that the proposed approach exhibits a rather robust behavior with respect to unmodeled dynamics, external time varying disturbances and uncertainties attributed to the interactions between the subsystems. Moreover, by the nature of the proposed approach, the Extended State Observers, here of the GPI type, for each acting control agent, naturally eases the accomplishment of the individual control objectives in a decentralized manner, i.e., the agents in charge of the boost power converters did not need any exchange of local information to robustly accomplish their particular assigned tasks in spite of all the acting disturbances. This performance of the proposed controller is compared with the control by feedback linearization, where the backstepping-observer based ADRC scheme shows a better robustness.

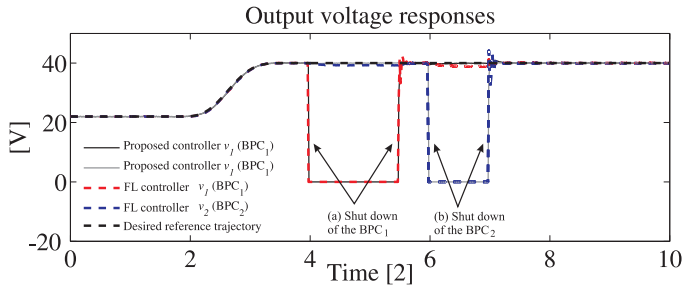


Fig. 12. Output voltage response of both converters when shut down one of the converters at once: (a) shut down the Converter "1", (b) shut down the Converter "2", applying the proposed controller and the Feedback linearization (FL) controller.

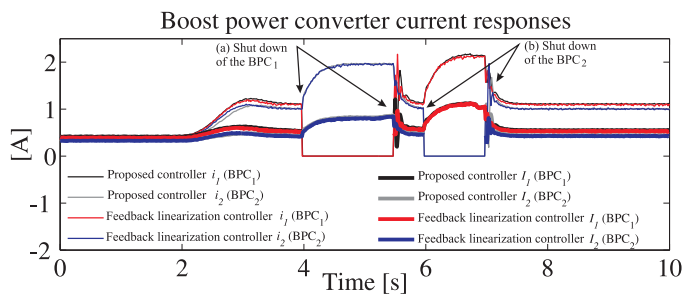


Fig. 13. Inductor current response of both converters when shut down one of the converters at once: (a) shut down the Converter "1", (b) shut down the Converter "2".

A. Appendix.- Closed loop stability analysis

We present here the proof of stability of the Extended State Observers output estimation error dynamics. Defining the output estimation error as:

$$e_{y_{1,n}} = y_{1,n} - \hat{y}_{1,n} \quad (53)$$

whose first time-derivative of $e_{y_{1,n}}$, is given by

$$\dot{e}_{y_{1,n}} = \dot{y}_{1,n} - \frac{d\hat{y}_{1,n}}{dt} = (y_{2,n} - \hat{y}_{2,n}) - \lambda_3(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (54)$$

Finding the time-derivative of (54),

$$\ddot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_3 \dot{e}_{y_{1,n}} = \alpha_n(E, v) - \eta_{1,n} - \lambda_2 e_{y_{1,n}} \quad (55)$$

The third time-derivative of $e_{y_{1,n}}$, is obtained by means of (55),

$$\ddot{\ddot{e}}_{y_{1,n}} + \lambda_3 \ddot{\ddot{e}}_{y_{1,n}} + \lambda_2 \ddot{\ddot{e}}_{y_{1,n}} = \frac{d\alpha_n(E, v)}{dt} - \eta_{2,n} - \lambda_1(y_{1,n} - \hat{y}_{1,n}) \quad (56)$$

Finally, the estimation error dynamics, is given by:

$$e_{y_{1,n}}^{(4)} + \lambda_3 \ddot{\ddot{e}}_{y_{1,n}} + \lambda_2 \ddot{\ddot{e}}_{y_{1,n}} + \lambda_1 \dot{e}_{y_{1,n}} + \lambda_0 e_{y_{1,n}} = \frac{d^2 \alpha_n(E, v)}{dt^2} \quad (57)$$

Since $\ddot{\alpha}_n(E, v)$ is assumed to be uniformly absolutely bounded, then there exist design coefficients $\{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ for the ESOs (in the form of GPI observers), such that the estimation errors are uniformly asymptotically convergent to a small neighborhood of the origin of the phase space of the estimation error dynamics. The faster the estimation error dynamics, the smaller the convergence neighborhood of the origin. The value of the gain parameters is customarily chosen

via a term-by-term comparison of (57) with those of a desired, nominal, dominating, fourth-degree characteristic polynomial $p_{d-obs}(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^2$. Therefore, $\lambda_3 = 4\zeta\omega_n$, $\lambda_2 = 2\omega_n^2 + 4\zeta^2\omega_n^2$, $\lambda_1 = 4\zeta\omega_n^3$, and $\lambda_0 = \omega_n^4$.

Proposition 1: Consider the boost power converter perturbed sub-systems (10) and (11) with the feedback backstepping tracking controller (36). Then, the tracking error dynamics is obtained, substituting (36) into (27),

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2,n}(z_{1,n}, z_{2,n}) &= - \sum_{n=1}^2 c_n z_{1,n}^2 + z_{2,n} \underbrace{[\alpha_n(E, v) - \eta_{1,n}]}_{:= \Delta\alpha_n(E_n, v_n, R_{eq})} \\ &= -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n \end{aligned} \quad (58)$$

where

$$\mathbf{C} = \text{diag}(c_1, c_2), \mathbf{M}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (59)$$

Equation (58) defines an input-state stability (ISS) mapping considering $\Delta\alpha_n$ as an input and \mathbf{z} as the state.

Proof. Consider the positive definite Lyapunov candidate function

$$V(\mathbf{z}) = V_{2,n}(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \mathbf{z}_{1,n}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{z}_{2,n}^2 > 0 \quad (60)$$

whose time derivative along the trajectories of (17) and (26) is given by

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n \quad (61)$$

where \mathbf{C} and \mathbf{M} are given in (58). As the main diagonal elements of \mathbf{C} are greater than one, then it can be shown that $\Delta\alpha_n = 0$ implies that $\mathbf{z} = \mathbf{0}$ is a globally exponentially stable equilibrium since

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} < 0. \quad (62)$$

Additionally, if the estimation error of $\alpha_n(E, v)$ is $\Delta\alpha_n \neq 0$, then (61) is given as follow:

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -(1 - \theta) \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} - \theta \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n \quad (63)$$

with $\theta > 0$ being a positive constant which belongs to set $(0, 1)$. Thus, we obtain

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -(1 - \theta) \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} < 0 \quad (64)$$

whenever (using the Young's inequality), we write

$$\mathbf{z}^T \mathbf{M} \Delta\alpha_n \leq \lambda |\mathbf{z}^T|^2 + \frac{1}{4\lambda} |\mathbf{M}|^2 |\Delta\alpha_n|^2 < \theta \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} \quad (65)$$

where the norm of matrix $|\mathbf{M}| = 1$, and the values of $\lambda \in \{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ depends on the gain values de the GPI-Observer. Therefore, after some algebraic manipulations, and applying the following property: $\lambda_{\min}(\mathbf{C}) |\mathbf{z}|^2 \leq \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{C}) |\mathbf{z}|^2$, from (65), we obtain an explicit bound for $\Delta\alpha_n$

$$\frac{|\Delta\alpha_n|}{2\sqrt{\theta\lambda_{\max}(\mathbf{C})\lambda_{\min}}} \leq |\mathbf{z}| \quad (66)$$

where λ_{\min} is the smallest eigenvalue of the GPI-Observer, and $\lambda_{\max}(\mathbf{C})$ is the largest eigenvalue of the \mathbf{C} matrix. Then, applying the Theorem 5.2 in [24], it can be proved that the map $\Delta\alpha_n \rightarrow \mathbf{z}$ is ISS. The following remarks, borrowed of

[23] and [25], are in order with respect to the Proposition 1:

Remark 1: The load torque estimation error $\Delta\alpha_n$ asymptotically converges towards a small disk in the observer estimation error phase space, provided the gain value $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$ produce roots of the corresponding dominating characteristic polynomial located far into the left half of the complex plane. This convergence disk can be made as small as desired by choosing larger and larger stable roots. This result states that if a fast stable observer is designed, for obtaining $\Delta\alpha_n$, convergence of the error to a small disk centered around zero guarantees that the control error \mathbf{z} will also tend towards a small neighborhood centered around the origin, i.e., a separation principle, modulo small convergence neighborhoods, is valid for the proposed robust position backstepping ADRC tracking controller.

Remark 2: Although quite strong, the presented ISS property does not remove the limitations imposed by the lack of globally defined observability properties of the Interconnected boost DC-DC power converters model (10) and (11). However, an interesting feature of ISS is related to the fact that if the estimation error $\Delta\alpha_n$ is bounded, then the control error \mathbf{z} will also be bounded.

Therefore, we see that the error vector $\mathbf{z}(t)$ is asymptotically converging toward a small desired neighborhood of zero. Our sub-systems in closed loop exhibits excellent tracking features in the presence of unknown disturbance signals. Customarily, it is said to exhibit good disturbance rejection properties. Also, it has good tracking features in the presence of changes in the plant parameters. In this case, it is said to exhibit low sensitivity to variations in those parameters. Due to the fact that our system has both good disturbance rejection and low sensitivity, we conclude that the closed-loop system is robust [26].

REFERENCES

- [1] W. Yuan-Kang, Y. Guan-Ting and M. Shaaban, "Analysis of Impact of Integration of Large PV Generation Capacity and Optimization of PV Capacity: Case Studies in Taiwan," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 52, no. 6, pp. 4535–4548, December 2016.
- [2] A. Tani, M. B. Camara and B. Dakyo, "Energy Management in the Decentralized Generation Systems Based on Renewable Energy/Supercapacitors and Battery to Compensate the Wind/Load Power Fluctuations," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 51, no. 2, pp. 1817–1827, April 2015.
- [3] F. Cingoz, A. Elrayah and Y. Sozer, "Optimized Resource Management for PV-Fuel-Cell-Based Microgrids Using Load Characterizations," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 52, no. 2, pp. 1723–1735, June 2016.
- [4] R. H. Lasseter, "MicroGrids," IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, vol.1, pp. 305–308, 2002.
- [5] J. Liu, D. Obradovic and A. Monti, "Decentralized LQG control with online set-point adaptation for parallel power converter systems," Proc. IEEE Energy Convers. Congr. Expo., pp. 3174–3179, Atlanta, GA, Sept. 2010.
- [6] J. Zhou, G. Nygaard and E. H. Vefring, "Adaptive Decentralized Control of DC-DC Converter Systems," IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, pp. 576–581, Singapore, July 2012.
- [7] A. D. Vahidreza Nasirian and F. L. Lewis, "Distributed adaptive droop control for dc microgrids," In Twenty-Ninth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, pp. 1147–1152, Fort Worth, TX, March 2014.
- [8] S. Anand, B. G. Fernandes and J. Guerrero, "Distributed control to ensure proportional load sharing and improve voltage regulation in low voltage dc microgrids," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 4, pp. 1900–1913, August 2013.
- [9] M. D. Cook, G. G. Parker, R. D. Robinett III, and W. W. Weaver, Decentralized Mode-Adaptive Guidance and Control for DC Microgrid, *IEEE Transactions on Power Delivery*, DOI:10.1109/TPWRD.2016.2583384, 2016.
- [10] V. Verma and G. G. Talpur, "Decentralized master-slave operation of microgrid using current controlled distributed generation sources," In IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems, pp. 1–6, Bengaluru, India, December 2012.
- [11] Y. Gu, W. Li and X. He, "Frequency-coordinating virtual impedance for autonomous power management of dc microgrid," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 4, pp. 2328–2337, April 2015.
- [12] J. W. Kimball, J. T. Mossoba and P. T. Krein, "A stabilizing, high performance controller for input series-output parallel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 3, pp. 1416–1427, May 2008.
- [13] C. Po-Tai, C. Chien-An, L. Tzung-Lin and K. Shen-Yuan, "A Co-operative Imbalance Compensation Method for Distributed-Generation Interface Converters," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 45, no. 2, pp. 805–815, April 2009.
- [14] H. Sira-Ramírez and D. Rosales-Díaz, "Decentralized active disturbance rejection control of power converters serving a time varying load," IEEE In 33rd Control Conference, pp. 4348–4353, Nanjing, China, 2014.
- [15] H. Sira-Ramírez, C. García-Rodríguez, J. Cortez-Romero, and A. Luviano-Juárez, *Algebraic Identification and Estimation Methods in Feedback Control Systems*, Wiley Series in Dynamics and Control of Electromechanical Systems, 2014.
- [16] A. Hernández-Méndez, J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, "Decentralized Adaptive Control for Interconnected Boost Converters Based on Backstepping Approach," IEEE Energy Conversion Congress & Expo, Milwaukee, WI, Sept. 2016.
- [17] J. Linares-Flores, J. L. Barahona-Avalos, H. Sira-Ramírez and M. A. Contreras-Ordaz, "Robust Passivity-Based Control of a Buck-Boost-Converter/DC-Motor System: An Active Disturbance Rejection Approach," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, no. 6, pp. 2362–2371, December 2012.
- [18] J. Linares-Flores, A. Hernández-Méndez, C. García-Rodríguez, "Robust nonlinear adaptive control of a "boost" converter via algebraic parameter identification," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 8, pp. 4105–4114, August 2014.
- [19] M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, Hoboken, NJ, USA: Wiley, 1995.
- [20] Bao-Zhu Guo and Zhi-liang Zhao, On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty, *Systems & Control Letters*, Elsevier, vol. 60, no. 6, pp. 420–430, Jun. 2011.
- [21] Bao-Zhu Guo and Zhi-liang Zhao, On Convergence The Nonlinear Active Disturbance Rejection Control for MIMO Systems, *SIAM J. Control Optim.*, vol. 51, no. 2, pp. 1727–1757, April 2013.
- [22] Bao-Zhu Guo and Zhi-liang Zhao, Active Disturbance Rejection Control: Theoretical Perspectives, *Communications in Information and Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 361–421, 2015.
- [23] E. D. Sontag, Input to State Stability: Basis Concepts and Results, *Nonlinear and Optimal Control Theory*, vol. 1932 of the series Lecture Notes in Mathematics, pp. 163–220, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [24] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 2002.
- [25] J. A. Moreno and G. Espinoza-Pérez, "Sensorless PBC of induction motors: A separation principle from ISS properties," Conference on Decision and Control, 2007 46th IEEE, pp. 6094–6099, New Orleans, LA, Dec. 2007.
- [26] F. Franklin, J. Da Powell and A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, 7th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson Prentice Hall, 2015.



Arturo Hernández-Méndez (M'16) received the M.Sc. degree from Universidad Tecnológica de la Mixteca, UTM, Huajuapán de León, Oaxaca, México in 2012, where he is currently working toward Ph.D. degree. His researches interests include development and implement control systems for Power Electronics, renewable energy and Digital Signal Processing.



Gerardo Mino-Aguilar received the Ph.D. in Electrical and Electronics Engineering from 2002 to 2006 at the Universidad Politécnica de Cataluña, Spain. He has been researcher and professor since 2002 to date and in the following Areas of Interest: Electric drives and motors, power generation, power quality, power electronics, electric vehicles, automation and control. From October 2014 to present, he serves as Head of Research and Postgraduate Studies Office in the Faculty of Electronics Sciences at BUAP. He is the adviser of the student branch of the IEEE at BUAP. He has coordinated the master's degree in electronic engineering.



Jesús Linares-Flores (M'13-SM'14) received the Ph.D. degree in electrical engineering from CINVESTAV-IPN, CDMX, in 2006. Since 2007, he is member of the Head of the Academic Body UTMIX-CA-24, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León, Oaxaca, México. He is a Member of the National System of Researchers (SNI, Level I), Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), CDMX. Recently, he is on sabbatical leave at FCE-BUAP. His research interests include theoretical and practical aspects of feedback regulation of linear and nonlinear dynamic systems with special emphasis on passivity-based and GPI control techniques and its applications in power electronics.



Hebertt Sira-Ramírez received the Ph.D. degree in electrical engineering from Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, in 1977. He is currently with the Sección de Mecatrónica, Depto. de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV-IPN, CDMX. His research interests include theoretical and practical aspects of feedback regulation of nonlinear dynamic systems with special emphasis on variable structure feedback control techniques and its applications in power-electronics. He received a *Honoris Causa* Ph.D. in Engineering from the Universidad de Los Andes (Venezuela) in 2015. He has published over 470 technical articles; 180 of them in credited journals and the rest, 290, in refereed conferences.



José F. Guerrero-Castellanos received a B.S. degree in electronic science, from the Autonomous University of Puebla (BUAP), México in 2002 and the M.Sc and Ph.D degree in Automatic Control from the Grenoble Institute of Technology and Joseph Fourier University, Grenoble, France, in 2004 and 2008, respectively. Between January and June 2008, he was a Postdoctoral Researcher at GIPSA-Lab Laboratory, Grenoble, France. He joined in 2009 the Faculty of Electronics at BUAP as a full professor, where he established and directs the Control and Cyber-Physical Systems Laboratory. Currently he is also the head of Renewable Energy Engineering at BUAP.

Decentralized Adaptive Control for Interconnected Boost Converters Based on Backstepping Approach

Arturo Hernández-Méndez
Universidad Tecnológica de la Mixteca
Oaxaca, México, P. C.: 69000
Email: arturohm54@mixteco.utm.mx

Jesús Linares-Flores
Universidad Tecnológica de la Mixteca
Electronics and Mecatronics Institute
Oaxaca, México, P. C.: 69000
Email: jlinares@mixteco.utm.mx

Hebertt Sira-Ramírez
Cinvestav
México City, México
Email: hsira@cinvestav.mx

Abstract—In this article, the local trajectory tracking control problems are reformulated as adaptive control problems. This approach gives rise to a robust decentralized solution, with virtually no information on local plants interaction dynamics. It is shown that when the interconnection effects are viewed as exogenous, unstructured, disturbances, such disturbance can be actively estimated and canceled from each individual subsystem model dynamics. The case presented deals with two interconnected boost DC-DC power converters feeding a time-varying current demand represented by a DC motor with uncertain load torque. Each subsystem is powered by a time-varying power supply. Additionally, we activate and deactivate both converters to verify the output voltage compensation and the inductor current distribution. The performance of the proposed controller is shown to be robust with respect to interaction, un-modeled nonlinearities, and un-modeled dynamics, that is demonstrated by experimental evidence.

I. INTRODUCTION

Decentralized control of complex interconnected systems has been a challenging and important problem over the years. In recent times, the problem has gained renewed interest in the context of power electronics thanks to needs in efficient management of renewable energy-based mini-grids as well as other important applications for DC-DC power Converters based low demand ecologically oriented, self-sustained, energy systems.

Local controls are the basic category of microgrid controls. The main usage of local controllers is to control microsources. This type of controllers is aimed to control operating points of the microsources and their power-electronic interfaces without communication systems. No communication systems result in simple circuitry and low cost. The measured data for local controllers are local voltages and currents [1]. The local controllers must also ensure the *plug and play* function of microsources.

The control problem in a power network with parallel power converters (see Liu, [2]), is that of keeping the voltage value of the load at a constant desired value. The load is represented by a fixed resistor value, in parallel with an ideal current source, which acts as a perturbation for the system. A decentralized controller design is proposed for each of the control agents

in charge of the converters conforming the interconnected power converter system. Regarding the interaction with the other converters and the disturbance represented by the ideal current source as an unified term, they proceed to estimate this interaction in order to make an online adaptation on the set point of each converter. This is shown to accomplish the control objective. However, the problem of a time varying load demand is not considered and the rejected external perturbation is constant. A similar work, presented in [3], uses decentralized adaptive back-stepping controllers to regulate the current delivered by each power converter to the load, the system structure is the same as in [2]. In this work, changes to the desired current output are considered and the external perturbation is the same as in [2].

Most available control methods for modular converters employ either droop control or active sharing [4]–[6]. Due to the limited voltage regulation of droop control, active sharing methods have been explored. The usual objective is uniform sharing. Previous research has explored a master-slave approach [7], frequency-based schemes [8], sensorless current mode (SCM) control [9], and other current mode control approaches. Active Disturbance Rejection Control (ADRC) is a well established and mature robust feedback controller design methodology, see [10]–[12].

In this article, a decentralized backstepping based controller is proposed for the local trajectory tracking control problems defined on a simple but representative interconnection of two power converters jointly serving an uncertain dynamic load and a time-varying power supply. A Generalized Proportional Integral observer (GPI) is used to calculate an artificial variable of the linealized average model by exact linealization. The unknown variations of supply voltage and the interconnection disturbance can be on-line estimated and immediately canceled from each individual subsystem model dynamics.

This paper is organized as follows. Section II presents the mathematical model of the interconnected boost DC-DC power converters. This section also introduces the analysis of the unknown interconnection disturbance. The problem Formulation, the robust backstepping tracking controller design and

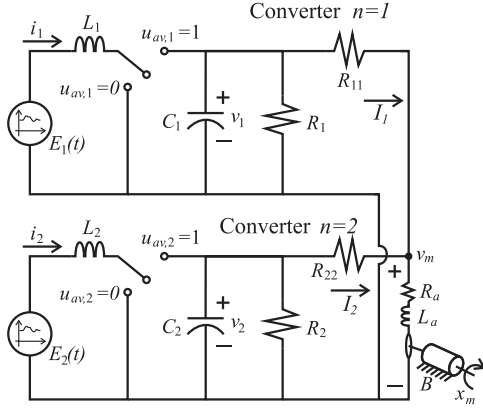


Fig. 1. Electronic circuit of two interconnected boost DC-DC power converters powered by variable voltage level and feeding a DC motor

the main result of this paper is presented in Section III. In Section IV, the experimental results is explained, also verifies the performance of the proposed controller, subjecting the load disturbances converter, supply voltage variations and faults, in order to verify the robustness and stability of the proposed controller. Finally, Section V presents the conclusion of this paper.

II. INTERCONNECTED BOOST DC-DC POWER CONVERTERS

Consider the interconnected set of two boost DC-DC power converters shown in Fig. 1. The distributed control objective is to regulate the output voltages, namely v_1 and v_2 and share equitably the current demand (i_m). The DC motor current demand is assumed to be strictly positive and time varying due to an unknown torque applied to DC motor. The circuit feeding the DC motor and the dynamic characteristics of the motor are completely unknown. In fact, the load current demand represents an external unknown disturbance sink for both converters. To simulate the behavior of a photovoltaic array, the power supplies of the power converters are also time varying ($E(t)_1$ and $E(t)_2$).

The boost DC-DC power converter average model is described by,

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= E - u_{av}v \\ C \frac{dv}{dt} &= i u_{av} - \frac{v}{R} \end{aligned}$$

where u_{av} smoothly takes values on the closed interval $[0, 1]$ of the real line [13]. The understanding is that i and v represent the average input current and average output voltage respectively. The average model of the boost converter is differentially flat, with flat output y given by the total average stored energy, defined as: $y = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cv^2$. We remark that the average variable v is a non-minimum phase output (See Sira-Ramírez-Ortigoza, [14]). The average model of the

interconnected system is given by the following nonlinear set of differential equations

$$L_n \frac{di_n}{dt} = E_n - u_{av,n}v_n \quad (1)$$

$$C_n \frac{dv_n}{dt} = i_n u_{av,n} - \frac{v_n}{R_n \parallel R_{agt}} \quad (2)$$

where $n = \{1, 2\}$ is the number of corresponding converter and R_{agt} is the following

$$R_{agt} = \frac{v_m}{I_1 + I_2} \quad (3)$$

$$R_{agt} = \frac{R_{11}v_2 + R_{22}v_1 - i_m R_{11}R_{22}}{i_m R_{22} + i_m R_{11}} \quad (4)$$

In eq. (4) we can see the influence of both converters in the load impedance, together with the motor impedance. The motor armature inductor current is the sum of I_1 and I_2 . So if we consider that $v_1 = v_2$ we have the following

$$I_1 = \frac{i_m R_{22}}{R_{11} + R_{22}} \quad (5)$$

$$I_2 = \frac{i_m R_{11}}{R_{11} + R_{22}} \quad (6)$$

$$v_m = \frac{R_{11}v_2 + R_{22}v_1 - i_m R_{11}R_{22}}{R_{11} + R_{22}} \quad (7)$$

The DC motor dynamics is described by,

$$L_a \frac{di_m}{dt} = -i_m R_a - k_m x_m + v_m \quad (8)$$

$$J \frac{dx_m}{dt} = -B x_m + k_m i_m - \tau \quad (9)$$

where i_m represents the armature inductor current and x_m is the angular velocity of the motor shaft.

III. PROBLEM FORMULATION AND MAIN RESULT

Thanks to the fact that the average boost converter circuit controlled dynamics is differentially flat, with flat outputs given by the total stored energy of the converters, i.e. $y_n = \frac{1}{2}(L_n i_n^2 + C_n v_n^2)$, we can propose an indirect control scheme that regulates the inputs-to-flat outputs so that the voltages converge towards desired nominal trajectories. The system model described in (1)-(2), can be seen as two separator models (one for each boost converter), if we considered to R_{agt} as exogenous disturbances unknown. For this reason the controller designed for (1)-(2) when $n = 1$, is similar than the controller when $n = 2$. Under the above considerations, we rewrite the dynamic model of boost converter by using exact linearization as follows,

$$y_{1,n} = \frac{1}{2}L_n i_n^2 + \frac{1}{2}C_n v_n^2 \quad (10)$$

$$\dot{y}_{1,n} = E i_n - \frac{v_n^2}{R_n} \quad (11)$$

$$\ddot{y}_{1,n} = \alpha_n(v) + \beta_n(i, v) u_{av,n} \quad (12)$$

where

$$\beta_n(i, v) = - \left[\frac{(R_n E_n C_n + 2L_n i_n) v_{av,n}}{L_n R_n C_n} \right] \quad (13)$$

$$\alpha_n(v) = \frac{E_n^2}{L_n} + \frac{2v_n^2}{R_n^2 C_n} \quad (14)$$

We know that $R_{agt}(t)$ represents an unknown time-varying impedance which depends of the DC motor load and the interconnection effect of the other converter. The key step in the design of the control scheme is to include $R_{agt}(t)$ in $\alpha_n(v)$, that is to say

$$\tilde{\alpha}_n(v) = \frac{E_n^2}{L_n} + \frac{2v_n^2}{(R_n \parallel R_{agt}(t))^2 C_n} \quad (15)$$

In this way, using the backstepping control technique, we obtain the following control law for the converter n ,

$$u_{av,n} = \frac{1}{\beta_n(i, v)} [-\tilde{\alpha}_n(v) - c_1 \dot{z}_{1,n} - z_{1,n} - c_2 z_{2,n} + \ddot{y}_{1,n}] \quad (16)$$

where

$$z_{1,n} = y_{1,n} - \bar{y}_{1,n} \quad (17)$$

$$\dot{z}_{1,n} = \dot{y}_{1,n} - \dot{\bar{y}}_{1,n} = y_{2,n} - \dot{\bar{y}}_{1,n} \quad (18)$$

$$z_{2,n} = y_{2,n} + c_1 z_{1,n} + \dot{\bar{y}}_{1,n} \quad (19)$$

c_1 and c_2 are positive constants greater than zero and $\bar{y}_{1,n}$ is a smooth path from a seventh order Bézier polynomial.

As noted in (15), we can see that the $\tilde{\alpha}_n(v)$ value depends on the load disturbances ($R_{agt,n}(t)$) and supply voltage variations ($E_n(t)$). Therefore, in order to compensate these disturbances, we propose to estimate $\tilde{\alpha}_n(v)$ using a GPI observer. The GPI observer is obtained from the average model equations (1)-(2), as follows,

$$\frac{d\hat{y}_{1,n}}{dt} = \hat{y}_{2,n} + \lambda_3 (y_{1,n} - \hat{y}_{1,n})$$

$$\frac{d\hat{y}_{2,n}}{dt} = \eta_{1,n} + \beta_n(i, v) u_{av,n} + \lambda_2 (y_{1,n} - \hat{y}_{1,n})$$

$$\frac{d\eta_{1,n}}{dt} = \eta_{2,n} + \lambda_1 (y_{1,n} - \hat{y}_{1,n})$$

$$\frac{d\eta_{2,n}}{dt} = \lambda_0 (y_{1,n} - \hat{y}_{1,n})$$

then $\eta_{1,n}$ is replaced in the control law,

$$u_{av,n} = \frac{1}{\beta_n(i, v)} [-\eta_{1,n}(v) - c_1 \dot{z}_{1,n} - z_{1,n} - c_2 z_{2,n} + \ddot{y}_{1,n}] \quad (20)$$

According to the backstepping controller design process [15], for demonstrating stability [16], we get the second proposal of Lyapunov, as follows

$$\begin{aligned} V(\mathbf{z}) &= \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 > 0 \\ \dot{V}(\mathbf{z}) &= -c_1 z_1^2 + z_2 [z_1 + \alpha_n(v) + \beta_n(i, v) u_{av,n} + \\ &\quad c_1 \dot{z}_{1,n} - c_2 z_{2,n} + \ddot{y}_{1,n}] \end{aligned} \quad (21)$$

then, the control law (20) is evaluated in (21)

$$\dot{V} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_{2,n}^2 + z_2 \underbrace{(\alpha_n(v) - \eta_{1,n})}_{:= \Delta \alpha_n(v)}$$

in other words

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_{2,n}^2 + z_2 \Delta \alpha_n(v) \\ &= -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{M} e_\alpha \end{aligned} \quad (22)$$

where

$$\mathbf{C} = \mathbf{diag}(c_1, c_2), \quad \mathbf{M}^T = [0 \quad 1] \quad (23)$$

Expressions (22) and (23) will be used to prove the stability in closed loop of the substantially disturbed system, as follows

Proposition 1: Consider the perturbed system (1)-(2) with the feedback backstepping tracking controller (20). Then, the tracking error dynamics (22) defines an *input-state stability* (ISS) mapping considering e_α as an input and \mathbf{z} as state.

Proof: Consider the positive definite Lyapunov candidate function

$$V(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 > 0 \quad (24)$$

whose time derivative along the trajectories of (17) and (19) is given by

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{M} e_\alpha \quad (25)$$

where \mathbf{C} and \mathbf{M} are given in (23). Notice that \mathbf{C} is a diagonal matrix positive definite, with its diagonal elements are greater than one, then it can be shown that $e_\alpha = 0$ implies that $\mathbf{z} = 0$ is a globally exponentially stable equilibrium since

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} < 0 \quad (26)$$

On the other hand, if the error of load torque estimation $e_\alpha \neq 0$, then (22) is given as follow:

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -(1 - \phi) \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} - \phi \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{M} e_\alpha$$

with $\phi > 0$ being a positive constant which belongs to set (0,1). Thus, we obtain

$$\dot{V}(\mathbf{z}) \leq -(1 - \phi) \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} < 0$$

whenever (using the Young's inequality), we write

$$\phi \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} \geq \lambda |\mathbf{z}^T|^2 + \frac{1}{4\lambda} |\mathbf{M}|^2 |e_\alpha|^2 \geq \mathbf{z}^T \mathbf{M} e_\alpha \quad (27)$$

where the norm of matrix $|\mathbf{M}| = 1$, while the value of $\lambda \in \{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$ depends on the gain values of the GPI observer. Thus, after some algebraic manipulations, and using the following property: $k_{min}(\mathbf{C}) |\mathbf{z}|^2 \leq \mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z} \leq k_{max}(\mathbf{C}) |\mathbf{z}|^2$, from (27), we obtain an explicit bound for e_α

$$\frac{|e_\alpha|}{2\sqrt{\phi k_{min}(\mathbf{C}) \lambda_{max}}} \geq \mathbf{z} \geq \frac{|e_\alpha|}{2\sqrt{\phi k_{max}(\mathbf{C}) \lambda_{min}}}$$

where λ_{min} is the smallest eigenvalue of the GPI observer and $k_{max}(\mathbf{C})$ is the largest eigenvalue of the \mathbf{C} matrix. Then, applying the Theorem 5.2 in [17], it can be proved that the map $e_\alpha \rightarrow \mathbf{z}$ is ISS. The following remarks, borrowed of [18], are in order with respect to the Proposition 1:

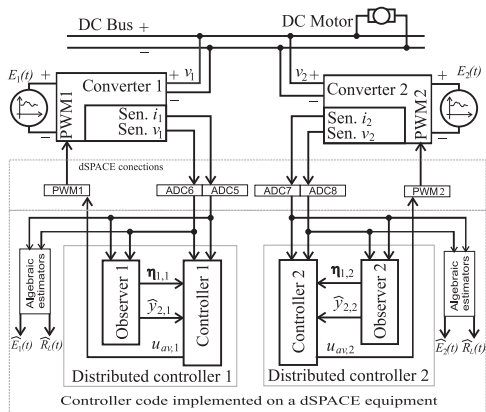


Fig. 2. Setup of the experimental platform.

Remark 1: The load torque estimation error e_α is asymptotically converging toward a small as desired disk in the observer estimation error phase space, provided the gain value $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$. This result states that no matter how the observer, for obtaining e_α , is designed, convergence of the error to a small as desired disk near to zero guarantees that the control error \mathbf{z} will also tend to a small desired disk near to zero, i.e., a separation principle for the proposed robust position backstepping tracking controller is established.

Therefore, we see that the error vector $\mathbf{z}(t)$ is asymptotically converging toward a small desired neighborhood of zero. Our system in closed loop exhibits excellent tracking features in the presence of unknown disturbance signals. Customarily, it is said to exhibit good disturbance rejection properties. Also, it has good tracking features in the presence of changes in the plant parameters. In this case, it is said to exhibit low sensitivity to variations in those parameters. Due to the fact that our system has both good disturbance rejection and low sensitivity, we conclude that the closed-loop system is robust [19].

IV. EXPERIMENTAL RESULTS

The experimental parameters are as follows: $L_1 = L_2 = 4mH$, $C_1 = C_2 = 470\mu F$, $R_1 = R_2 = 45\Omega$, $R_{11} = R_{22} = 10\Omega$, $E_1 = E_2 = 12V$, $L_a = 0.01591H$, $R_a = 6.14\Omega$, $k_m = 0.04913$, $B = 40.92 \times 10^{-6} N \cdot m$, $J = 7.95 \times 10^{-6} kg \cdot m^2$. The controller code is implemented on a DSP, using the dSPACE equipment (see Fig. 2). The reference trajectory $\hat{y}_{1,n}$, is adjusted so that the output voltage of the converters v_1 and v_2 varie smoothly from 15V to 25V at the same time.

As seen in Fig. 2, we designed and programmed two algebraic estimators, to see the behavior of the output load and supply voltage in each converter (the design of these estimators is explained in [13]). This data is not used by the proposed control scheme. With this information, we can see the magnitude of the disturbances in the tests.

In the first test, an arbitrary torque is applied to the motor, this perturbation load is shown in Fig. 4.

The signals in Fig. 5-(A) show that the output voltage of both converters is kept at the reference level (only 0.25V drops

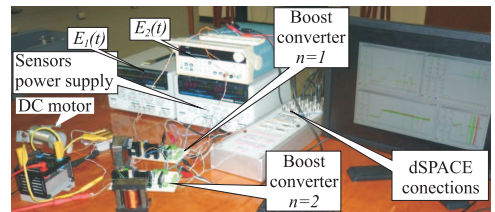


Fig. 3. Experimental platform.

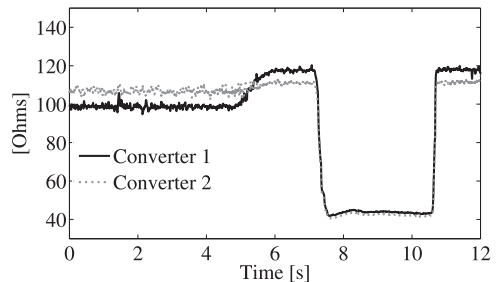


Fig. 4. Exogenous perturbation load estimated in each converter, under variation of torque applied in the DC motor.

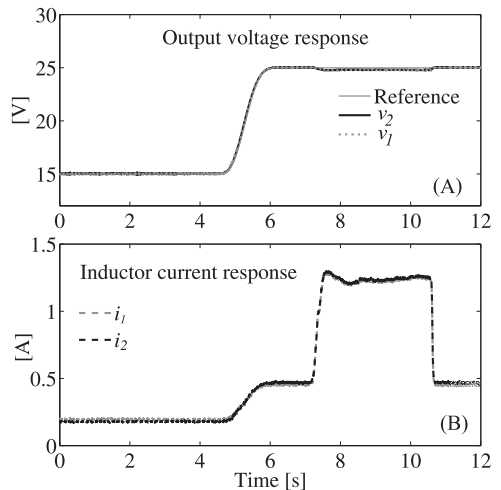


Fig. 5. Controller response under variation of torque applied in the DC motor: (A) output voltage response, (B) inductor current response.

during the applied torque). There is also a proper distribution of currents (see Fig. 5-(B)).

In the second test, in each converter, we applied a variation in the voltage level of power supply ($\pm 6.5V$). First we apply this variation in the converter $n = 2$ and then the converter $n = 1$, when the output voltage of bot converters are 25V, as shown in the graph Fig. 6.

As seen in Fig. 7-(A), the variations are minimized in the output voltage of the converters ($\pm 90mV$). The graph in Fig. 7-(B) it shows that the controller adjusts the currents i_1 and i_2 to maintain the level of output voltage of both converters. That is to say, it can be seen that when the supply voltage of a converter is decreased, the corresponding inductor current is increases proportionally and vice versa. This is to maintain an equitable distribution of power supplied by each converter.

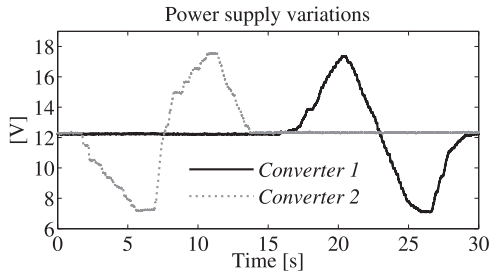


Fig. 6. Variation in the voltage level of power supply

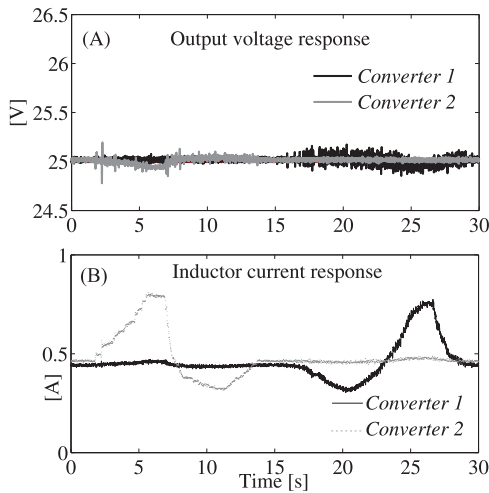


Fig. 7. Controller response under variation of power supply in each converter: (A) output voltage response, (B) inductor current response.

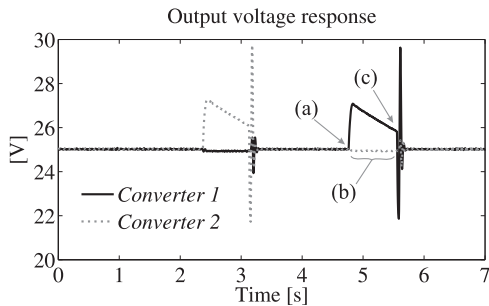


Fig. 8. Output voltage response of both converters when shut down one of the converters at once: (a) shut down the *Converter 1*, (b) output Voltage of the *Converter 2*, (c) reactivation of *Converter 1*.

Finally, we shut down one of the converters to see whether the other compensates for this fault. In this case, a fault or disconnection is applied in one of the converter module. A second later, we reactivated the same converter to see the load distribution maneuver of both converters. The latter simulates that a new converter module is added. The output voltage response shown in Fig. 8.

The graph in Fig. 8 shows that the enabled converter maintains the reference output voltage level when the other is turned off. The graph in Fig. 9 shows that when one inverter is turned off, the other raises the current in the inductor to

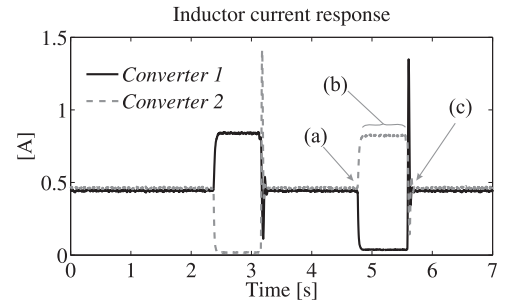


Fig. 9. Inductor current response of both converters when shut down one of the converters at once: (a) shut down the *Converter 1*, (b) Inductor current compensation of the *Converter 2*, (c) reactivation of *Converter 1*.

compensate the disturbance. When the converter is activated again a distribution of current is observed. In the latter case, it is observed that the active converter, detects when the other is activated and then interact with each other, until they reach a balance of each power supplied to the load. In tests, this interaction takes about 100ms (see Fig. 8).

V. CONCLUSION

In this paper, the capabilities the proposed scheme for controlling, in a decentralized fashion, an interconnected system constituted by two nonlinear subsystems, exhibiting highly nonlinear interconnection effects, power supply variations and shut down of one of the converters, was analyzed. It was shown, by means experimental test, that the proposed approach has a robust behavior with respect to non modeled dynamics, external time varying disturbances and uncertainty arisen from the interactions between the subsystems. Moreover, by the nature of the proposed approach, the control agents accomplished their control objectives in a decentralized manner, i.e., they did not need any exchange of local information to accomplish their particular assigned tasks.

REFERENCES

- [1] R. H. Lasseter, "MicroGrids," *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol.1, pp. 305–308, 2002.
- [2] J. Liu , D. Obradovic and A. Monti, "Decentralized LQG control with online set-point adaptation for parallel power converter systems," *Proc. IEEE Energy Convers. Congr. Expo.*, pp. 3174–3179, Atlanta, GA, Sept. 2010.
- [3] J. Zhou, G. Nygaard and E. H. Vefring, "Adaptive Decentralized Control of DC-DC Converter Systems," *IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, pp. 576–581, Singapore, July 2012.
- [4] A. D. Vahidreza Nasirian and F. L. Lewis, "Distributed adaptive droop control for dc microgrids," *In Twenty-Ninth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, pp. 1147–1152, Fort Worth, TX, March 2014.
- [5] X. Lu, J. M. Guerrero, K. Sun and J. Vasquez, "An improved droop control method for dc microgrids based on low bandwidth communication with dc bus voltage restoration and enhanced current sharing accuracy," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 4, pp. 1800–1812, June 2014.
- [6] S. Anand, B. G. Fernandes and J. Guerrero, "Distributed control to ensure proportional load sharing and improve voltage regulation in low-voltage dc microgrids," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 4, pp. 1900–1913, August 2013.

- [7] V. Verma and G. G. Talpur, "Decentralized master-slave operation of microgrid using current controlled distributed generation sources," *In IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems*, pp. 1–6, Bengaluru, India, December 2012.
- [8] Y. Gu, W. Li and X. He, "Frequency-coordinating virtual impedance for autonomous power management of dc microgrid," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 4, pp. 2328–2337, April 2015.
- [9] J. W. Kimball, J. T. Mossoba and P. T. K rein, "A stabilizing, high-performance controller for input series-output parallel converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 3, pp. 1416–1427, May 2008.
- [10] J. Pan, S. Qi and W. Yong, "Flatness based active disturbance rejection control for cart inverted pendulum and experimental study," *In American Control Conference*, pp. 4868–4873, Chicago, IL, July 2015.
- [11] H. Sira-Ramírez and D. Rosales-Díaz, "Decentralized active disturbance rejection control of power converters serving a time varying load," *IEEE In 33rd Control Conference*, pp. 4348–4353, Nanjin, China, 2014.
- [12] Y. Wang and J. Pan, "Active disturbance rejection control for a class of parallel systems," *IEEE In 33rd Chinese Control Conference*, pp. 3709–3713, Nanjing, China, July 2014.
- [13] J. Linares-Flores, A. Hernández-Méndez, C. García-Rodríguez, "Robust nonlinear adaptive control of a "boost" converter via algebraic parameter identification," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 8, pp. 4105–4114, August 2014.
- [14] H. Sira-Ramírez and R. Silva-Ortigoza, *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. London, Springer, 2006.
- [15] M. Krstić, I. Kanellakopoulos and P. Kokotović, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, Hoboken, NJ, USA: Wiley, 1995.
- [16] J. Linares-Flores, C. García-Rodríguez, H. Sira-Ramírez, O. D. Ramírez-Cárdenas, "Robust Backstepping Tracking Controller for Low-Speed PMSM Positioning System: Design, Analysis, and Implementation," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 11, no. 5, pp. 1551–3203, August 2015.
- [17] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall, 2002.
- [18] J. A. Moreno and G. Espinoza-Pérez, "Sensorless PBC of induction motors: A separation principle from ISS properties," *Conference on Decision and Control, 2007 46th IEEE*, pp. 6094–6099, New Orleans, LA, Dec. 2007.
- [19] F. Franklin, J. Da Powell and A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, 7th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson-Prentice Hall, 2015.

Robust Nonlinear Adaptive Control of a “Boost” Converter via Algebraic Parameter Identification

Jesús Linares-Flores, *Member, IEEE*, Arturo Hernández Méndez, Carlos García-Rodríguez, *Member, IEEE*, and Hebertt Sira-Ramírez

Abstract—This paper presents the design of a robust nonlinear adaptive controller for trajectory tracking maneuvers of the nonminimum phase output voltage on a dc-to-dc “boost” power converter with uncertain time-varying parameters. The unknown parameter variations concern both the resistive load and the input voltage supply value. A generalized proportional–integral (GPI) indirect control, exploiting the flatness property of the system, performs fast adaptations on the feedback controller and on the desired output reference trajectory owing to a fast online algebraic parameter identification procedure. The required updating of the algebraic parameter identification process is periodically triggered to cope with the time variations of the unknown plant parameters. The proposed control scheme is shown to be quite effective for handling the significant plant uncertainties when tested through experiments on a laboratory prototype. An adaptive linear quadratic regulator optimal control based on feedback linearization was designed in order to compare its performance against that of the proposed GPI adaptive scheme. An integral square error index was used for the evaluation.

Index Terms—Algebraic estimation, boost power converter, feedback linearization control.

I. INTRODUCTION

ONE of the main reasons for using a dc–dc power converter in a power supply system is the *high efficiency* regarding its input–output energy conversion [1]. In a boost converter, the output voltage, which is the variable to be regulated, is a nonminimum phase output (see [21] and [24]). This feature traditionally forces the consideration of *indirect control* schemes, such as that designed on the basis of the first-order inductor current dynamics or, alternatively, of the second-order dynamics of the ideal total stored energy. However, when the parasitic diode voltage is considered, the controller design based on the unmodified total stored energy is no longer feasible. Additionally, if the system is affected by unknown fluctuations in the values of both the resistive load and the supply input voltage level, then the controllers lose performance quality (see [18]). These parameter variations, which are rather common, may be due to the converter being powered by a solar panel [20], by a hydrogen fuel cell [26], or, in the best of cases,

by a fading dc voltage source [27]. There are nonlinear averaged models which efficiently describe, in an approximate manner, the dynamic behavior of the real converter [2]. In some cases, these models are sufficient to derive robust feedback control laws (see, e.g., [29] and [30]).

The main contribution of this work is to propose a design methodology for robust adaptive control schemes for output trajectory tracking in nonlinear nonminimum phase outputs, in systems such as the dc-to-dc “boost” power converter. The novelty resides in the inclusion of two uncertain time-varying parameters: the input source voltage and the resistive load. Fast adaptation is achieved via algebraic identification techniques. The control scheme is based on an indirect generalized proportional–integral (GPI) control approach which directly regulates the flat output of the nonlinear average boost converter model inducing the desired regulation on the nonminimum phase output (see [5]). The boost converter plant is assumed to be uncertain due to the presence of unknown input source voltage variations and unknown resistive load variations. The estimation of the input source voltage value and of the output load is carried out, in an online fashion, via the algebraic approach to parameter identification which is known to be a reliable nonasymptotic closed-loop identification method (see [6]). Unlike the asymptotic observers, the algebraic estimators do not rely on asymptotic convergence arguments and Lyapunov stability theory. These identifications are nearly instantaneous in nature. Their design turns out to be easier than those of many adaptive schemes [12]. Other advantage is that they do not need statistical knowledge of the noises corrupting the data (see, e.g., [8] and [9] for linear and nonlinear diagnoses). The algebraic identification method has already been compared with standard recursive identification algorithms, showing that the unknown parameters are obtained in a substantially shorter time period [10]. Given that the algebraic parameter identification is quite fast, the estimated values are accurate enough so that they can be readily used by the controller in order to accomplish a given task. It may be shown that, owing to the almost instantaneous nature of the algebraic identification procedure, it does not require the classical “persistence of excitation condition,” characteristic of slow parameter convergence in traditional adaptive control schemes. This is replaced by an algebraic consistency condition which avoids singularities over small open intervals of time (see [6]). Contrary to persistence of excitation which is known to fundamentally interfere with desired control objectives and is to be sustained, typically, over rather long periods of time, the algebraic requirements are to be valid only during the small time interval that is

Manuscript received July 25, 2012; revised December 20, 2012, March 23, 2013, and June 5, 2013; accepted July 17, 2013. Date of publication October 1, 2013; date of current version February 7, 2014.

J. Linares-Flores, A. Hernández Méndez, and C. García-Rodríguez are with the Instituto de Electrónica y Mecatrónica, Universidad Tecnológica de la Mixteca, 69000 Huajuapán de León, México (e-mail: jlinares@mixteco.utm.mx; arturohm55@hotmail.com; sofosmaster@hotmail.com).

H. Sira-Ramírez is with the Sección de Mecatrónica, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 07360 México, México (e-mail: hsira@cinvestav.mx).

Digital Object Identifier 10.1109/TIE.2013.2284150

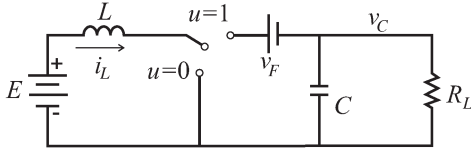


Fig. 1. Switched boost converter including the diode forward voltage source.

required to compute the parameter via a *static formula*. After parameters are determined, the identification process may be permanently stopped if parameters are known to be perfectly constant. Otherwise, one may let the process be reinitialized at a later time, provided degradation on performance may be attributed to ongoing parameter variations in time. The angular velocity control of dc motors in the dc-to-dc-power-converter-dc-motor combination has been also treated in [16] using algebraic parameter identification. The method has been recently employed in the accurate control of nonlinear magnetic levitation systems [19] with time-varying control input gains via reinitialization periods matching the sampling times. This paper is organized as follows. Section II presents the boost converter model including the parasitic diode voltage. The main features of the average model are also established. The flatness of the system is demonstrated, and a parameterization of equilibrium points is carried out in terms of the desired output voltage. The fast adaptive trajectory tracking problem is formulated, and the main assumptions are stated. Section III presents the main result concerning the specification of the adaptive feedback controller based on fast online algebraic parameter identification of a GPI controller designed for the linearized adapted system. In order to emphasize that the proposed algebraic identification can be carried out independently of the preferred linear feedback controller, a linear quadratic regulator (LQR) control law is also designed for the linearized system, and its performance is evaluated under severe variations of the unknown parameters. Section IV is devoted to experimental results. The performances of the proposed controllers are evaluated via an integral square error (ISE) index. The conclusions are gathered in Section V.

II. BOOST CONVERTER MODEL

A. Switched Boost Converter Model

Consider a dc-to-dc power converter of the “boost” type, including the forward voltage v_F ascribed to the diode operation, shown in Fig. 1. Using Kirchhoff’s current and voltage laws, the following *switched model* of the system is readily obtained:

$$L \frac{di_L}{dt} = -u(v_C + v_F) + E \quad (1)$$

$$C \frac{dv_C}{dt} = ui_L - \frac{v_C}{R_L} \quad (2)$$

where i_L is the (input) inductor current. v_C is the (output) capacitor voltage, v_F is the diode forward voltage, E is the supply input voltage level, L is the induction parameter of the input circuit, C is the capacitance parameter of the output circuit, and R_L is the load resistance. The variable u denotes the switch position function, acting as a control input to the system and taking values on the binary set $\{0, 1\}$.

B. Average State and Input–Output Model

Let x_1 and x_2 denote the average inductor current and the average capacitor voltage. The average boost converter model is just a copy of the switched model with the discontinuous control input u replaced by the continuous average control input, denoted by u_{av} . The average control input u_{av} takes values on the closed interval $[0, 1]$ and is frequently interpreted as a *duty ratio* function in pulsewidth-modulation-controlled converters and as the *equivalent control* in sliding-mode-controlled converters (see [24]). One obtains

$$L \frac{dx_1}{dt} = -u_{av}(x_2 + v_F) + E \quad (3)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = u_{av}x_1 - \frac{x_2}{R_L}. \quad (4)$$

The output variable x_2 is a nonminimum phase output, while the inductor current x_1 is a minimum phase output. The stabilization of x_2 can be accomplished via an indirect strategy, i.e., via stabilization of x_1 to a suitable corresponding equilibrium point or else via stabilization of the linearizing output or flat output to a compatible equilibrium.

The average system model (3) and (4) is flat (see [4] and also [23]), with flat, or linearizing, output given by a smooth function $y = h(x)$ represented by a suitable modification of the average total stored energy

$$y = h(x) = \frac{1}{2}Lx_1^2 + \frac{1}{2}C(x_2 + v_F)^2. \quad (5)$$

All variables in the system, i.e., x_1 , x_2 , and u_{av} , are, in principle, differentially parameterizable in terms of the artificial endogenous output y . This means that all the system variables may be written as a function of y and of a finite number of its time derivatives: \dot{y} and \ddot{y} . Consider the expressions

$$y = \frac{1}{2}Lx_1^2 + \frac{1}{2}C(x_2 + v_F)^2 \quad (6)$$

$$\dot{y} = Ex_1 - \frac{x_2(x_2 + v_F)}{R_L}. \quad (7)$$

The aforementioned set of nonlinear algebraic equations in the average state vector (x_1, x_2) qualifies as a local diffeomorphic state coordinate transformation. Indeed, the Jacobian matrix of the transformation is given by

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Lx_1 & C(x_2 + v_F) \\ E & -\frac{1}{R_L}(2x_2 + v_F) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

The transformation (6) and (7), as depicted in Fig. 2, can be locally inverted for all points to the right of the vertical asymptote, i.e., $x_1 = -R_L EC / 2L$, and above the negative branch of the hyperbola, in the (x_1, x_2) plane, given by

$$x_2 = -\frac{v_F(R_L EC + Lx_1)}{R_L EC + 2Lx_1}. \quad (9)$$

The shaded area in the figure defines the area of validity of the state coordinate transformation (6) and (7). In fact, the area of actual operation of the converter is circumscribed to an open

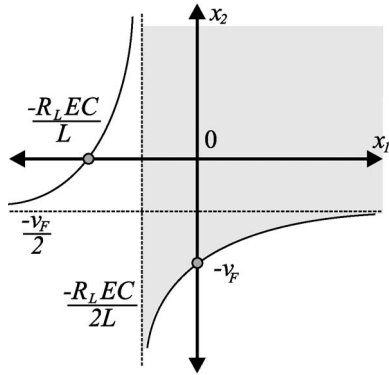


Fig. 2. Region of existence of coordinate transformation.

portion of the first quadrant in the plane (x_1, x_2) . This operation area is properly contained in the area of nonsingularity of the previously defined state coordinate transformation. In the region of operation of the boost converter, one solves for (x_1, x_2) in terms of y and \dot{y} . In turn, the use of any of the state equations (3) and (4) in the average system model would allow one to compute the average control input u_{av} as a function of y , \dot{y} , and \ddot{y} . However, in this particular instance, these operations cannot be explicitly performed, and they can only be carried out in a numerical fashion. Thus, instead of solving for such variables, advantage is taken of the fact that the modified total stored energy y is relative degree 2. One proceeds to produce the implicit second-order dynamics for the flat output y in terms of the original state variables (x_1, x_2) and of the average input variable u_{av} . One obtains the following state-dependent input–output model:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \alpha(x) + \beta(x)u_{av} \\ \beta(x) &= - \left[\frac{(R_L E C + 2Lx_1)x_2 + v_F(R_L E C + Lx_1)}{L R_L C} \right] \\ \alpha(x) &= \frac{E^2}{L} + \frac{(2x_2 + v_F)x_2}{R_L^2 C}. \end{aligned} \quad (10)$$

Note that the equilibrium point for the modified average total stored energy y , parameterized in terms of a desired constant output voltage \bar{x}_2 , is obtained, after using $\dot{y} = 0$ in (7), as

$$\bar{y} = \frac{(\bar{x}_2 + v_F)(R_L^2 E^2 C + L\bar{x}_2^2)}{2R_L^2 E^2 C}. \quad (11)$$

This static parameterization allows for the specification of a desired nominal average rest-to-rest maneuver $y^*(t)$ for the modified total stored energy starting from a given initial equilibrium value \bar{y}_{init}^* toward a final desired equilibrium value \bar{y}_{final}^* . The initial and final equilibrium values are in correspondence with the desired initial equilibrium value $\bar{x}_{2,init}$ and the desired final equilibrium value $\bar{x}_{2,final}$ of the output capacitor voltage x_2 (see [22]). The system parameters R_L and E are assumed to be continuously varying in an unknown manner. These parameters are required to calculate the rest-to-rest reference trajectory for the flat output and the gains in the feedback control law. Two fast algebraic estimators are designed in the main body of this paper, one for each parameter.

C. Fundamental Assumptions and Problem Formulation

Consider the following assumptions.

- 1) The load resistance R_L and the supply voltage level E are unknown time-varying quantities.
- 2) The average state variables x_1 and x_2 are available for measurement. Hence, the modified stored energy y and its time derivative \dot{y} can be accurately computed once R_L and E are known. For this, one takes the actual current and voltage values as sufficiently close approximations to their average values.
- 3) The diode forward voltage v_F is constant and nominally known. Similarly, the parameters L and C are constant and known.
- 4) A rest-to-rest desired reference trajectory for the flat output y , denoted by $y^*(t)$, is obtained by using the parameterization (11) in terms of the desired initial and final output voltage equilibrium values denoted by $\bar{x}_{2,init} = V_{init}$ and $\bar{x}_{2,final} = V_{final}$, respectively, as explained in [22]. This parameterization involves the unknown parameters R_L and E . A change in such parameters causes a corresponding change in the flat output reference trajectory $y^*(t)$. However, the unknown time-varying parameters R_L and E do not affect the desired equilibrium values $\bar{x}_{2,init} = V_{init}$ and $\bar{x}_{2,final} = V_{final}$, which remain fixed throughout.

The adaptive trajectory tracking problem for the uncertain boost converter is formulated as follows:

Given a set of desired equilibrium values $(\bar{x}_{2,init}, \bar{x}_{2,final}) = (V_{init}, V_{final})$ for the boost converter output voltage x_2 , it is desired to smoothly transfer the initial equilibrium voltage V_{init} (valid prior to t_{init}) toward the final equilibrium voltage V_{final} (valid after t_{final}), during a finite time interval: $[t_{init}, t_{final}] \subset [t_0, \infty]$. In order to achieve this, devise, under all the previously stated assumptions, an average state feedback control law for u_{av} such that the corresponding flat output reference trajectory $y^*(t)$, parameterized according to (11), is accurately tracked, regardless of the time-varying values of both the load resistance parameter R_L and the supply input voltage level E .

III. MAIN RESULT

The solution strategy consists in indirectly solving the rest-to-rest output voltage trajectory tracking problem $x_2 \rightarrow x_2^*(t)$ via the tracking of a corresponding rest-to-rest trajectory on the modified total average stored energy y , which, as a flat output, is devoid of zero dynamics.

In linear algebraic parameter identification theory (see [6]), it is shown that the online estimated values of the unknown parameters can be precisely obtained after a very small time interval of time of length $\epsilon > 0$. This determination involves a *static formula* requiring only inputs and outputs and iterated convolution integrals of such variables. The fundamental assumption, as in many online parameter estimation techniques, is that the model of the system is quite well known. In nonlinear systems, quite often, one has to rely, for algebraic

parameter identification, on measurements of states, inputs, and, possibly, outputs of the uncertain system (see [8]). The proposed adaptive feedback controller may start, at time t_0 , its performance including wrong estimates for the parameters (although possibly using “educated” initial guesses). As the system starts to evolve, the availability of the input signal and of the output signal, being processed by the formula, immediately yields an accurate online closed-loop calculation of the unknown parameters. This requires no classical convergence conditions of traditional adaptive control (persistence of excitation, for instance). Although the computation formulas for the parameters turn out to be, indeed, singular at time $t = t_0$, in the lapse of a quite small time interval $[t_0, t_0 + \epsilon]$, they yield the right parameter value provided the signal-to-noise ratio is sufficiently high. An *invariant filtering* procedure is usually invoked to better this ratio in noisy cases (see [11] and also [8]). Due to the possibly time-varying nature of the unknown parameters, a reinitialization, or resetting, procedure has to be implemented in the parameter calculation process. A good choice is that of periodic resettings occurring sufficiently often, for example, every T seconds. A fast adaptation process may be implemented which proceeds to readily substitute, at each time $t_0 + kT + \epsilon = t_k + \epsilon$, $k = 1, 2, \dots$, these model-based parameter calculations into a *certainty equivalence* feedback control law derived under the temporary assumption of perfectly known parameters. The details of the algebraic parameter estimation process, used in this paper, are explained in the next section, after the sketch of the proof of the following theorem.

Theorem 1: The nonlinear feedback adaptive controller

$$u_{av} = \frac{1}{\hat{\beta}(x)} [-\hat{\alpha}(x) + v]$$

where

$$\hat{\beta}(x) = - \left[\frac{(\hat{R}_L \hat{E} C + 2Lx_1)x_2 + v_F(\hat{R}_L \hat{E} C + Lx_1)}{L\hat{R}_L C} \right]$$

$$\hat{\alpha}(x) = \frac{\hat{E}^2}{L} + \frac{(2x_2 + v_F)x_2}{\hat{R}_L^2 C}$$

asymptotically exponentially drives the controlled output voltage of the system x_2 from the given initial value $\bar{x}_2(t_{\text{initial}})$ toward the final desired value $\bar{x}_2(t_{\text{final}})$ in a finite amount of time $t_{\text{final}} - t_{\text{initial}}$, provided the auxiliary feedback control input v is given by [7]

$$\begin{aligned} v = & \ddot{y}^*(t) - k_3 [\dot{y}(t) - \dot{y}^*(t)] - k_2 [y(t) - y^*(t)] \\ & - k_1 \int_0^t [y(\tau) - y^*(\tau)] d\tau \\ & - k_0 \int_0^t \int_0^\tau [y(\sigma) - y^*(\sigma)] d\sigma d\tau \end{aligned} \quad (12)$$

where y and \dot{y} are given by (6) and (7), respectively, and the piecewise constant estimated values $\hat{R}_L(t)$ and $\hat{E}(t)$ are

obtained from the following periodic algebraic identifier with ϵ being a small positive real scalar parameter:

$$\hat{E}(t) = \begin{cases} \hat{E}(t_{k-1}), & \text{for } t_k < t \leq t_k + \epsilon \\ \frac{2}{(t-t_k)^2} (\epsilon Lx_1(t_k + \epsilon) + z_1(t_k + \epsilon)), & \text{for } t_k + \epsilon < t \leq t_{k+1} \end{cases}$$

$$\hat{R}_L(t) = \begin{cases} \hat{R}_L(t_{k-1}), & \text{for } t_k < t \leq t_k + \epsilon \\ \frac{z_3}{z_2(t_k + \epsilon) - C\hat{z}_3(t_k + \epsilon)}, & \text{for } t_k + \epsilon < t \leq t_{k+1} \end{cases}$$

with $\hat{E}(t_0)$ and $\hat{R}_L(t_0)$ being the initial arbitrary guesses of E and R_L and $z_1(t_k + \epsilon)$, $z_2(t_k + \epsilon)$, and $z_3(t_k + \epsilon)$ being the solutions obtained at time $t = t_k + \epsilon$ of the following pure integration equations, with initial conditions set to zero at time $t = t_k$, $k = 1, 2, \dots$:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= (t - t_k)(1 - u_{av}(t))(x_2(t) + v_F) - Lx_1(t) \\ \dot{z}_2 &= Cx_2(t) + (t - t_k)(1 - u_{av}(t))x_1(t) \\ \dot{z}_3 &= (t - t_k)x_2(t). \end{aligned} \quad (13)$$

Proof: The closed-loop system for the flat output dynamics, using the adaptive feedback control law given in the theorem, may be written in general terms as follows:

$$\ddot{y} = \left[\frac{(\alpha(x) - \hat{\alpha}(x))\hat{\beta}(x) - \hat{\alpha}(x)(\beta(x) - \hat{\beta}(x))}{\hat{\beta}(x)} \right] + \left[\frac{\beta(x)}{\hat{\beta}(x)} \right] v. \quad (14)$$

The net result of the fast algebraic parameter identification process is that, in the closed-loop model (14), the “convergence” processes $\hat{\alpha}(x) \rightarrow \alpha(x)$ and $\hat{\beta}(x) \rightarrow \beta(x)$ take place very rapidly, i.e., within an ϵ interval. The closed-loop flat output dynamics after $t = t_k + \epsilon$ closely coincides with the ideal second-order controlled system

$$\ddot{y} = v \quad (15)$$

during the rest of the interval $[t_k + \epsilon, t_{k+1}]$ for all k .

The desired adapted flat output reference trajectory $y^*(t)$ is, indeed, tracked by the linear feedback controller of the GPI type (see [5] for the theoretical foundations of GPI control)

$$\begin{aligned} v = & \ddot{y}^*(t) - k_3 [\dot{y}(t) - \dot{y}^*(t)] - k_2 [y(t) - y^*(t)] \\ & - k_1 \int_0^t [y(\tau) - y^*(\tau)] d\tau \\ & - k_0 \int_0^t \int_0^\tau [y(\sigma) - y^*(\sigma)] d\sigma d\tau \end{aligned} \quad (16)$$

with y and \dot{y} given by (6) and (7), respectively. The integrodifferential relation (16) exhibits the following closed-loop characteristic equation for the tracking error signal $e = y - y^*(t)$:

$$\frac{d^4}{dt^4} e(t) + k_3 \frac{d^3}{dt^3} e(t) + k_2 \frac{d^2}{dt^2} e(t) + k_1 \frac{d}{dt} e(t) + k_0 e(t) = 0.$$

The evolution of $e(t)$ will asymptotically exponentially converge to zero if and only if the coefficients of the linear feedback tracking controller are chosen in such a manner that the *characteristic* polynomial of the closed-loop system is *Hurwitz*, i.e., all roots of the polynomial $p(s)$, in the complex variable $s \in \mathbb{C}$

$$p(s) = s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (17)$$

lie in the left half of the complex plane

$$\begin{aligned} k_3 &= 848.4 & k_2 &= 3.59945 \times 10^5 \\ k_1 &= 7.6356 \times 10^7 & k_0 &= 8.1 \times 10^9. \end{aligned}$$

The pole placement in the closed-loop system is

$$p_{1,2} = -212.1 \pm 212.1j \quad p_{3,4} = -212.1 \pm 212.1j.$$

Therefore, the tracking error $e(t)$ in closed loop is asymptotically exponentially convergent to zero.

In order to show that the proposed algebraic parameter identification suits any other suitable control strategy, we examine next the performance of the proposed algebraic identification scheme in the context of an LQR controller.

A. Optimal LQR Controller With Algebraic Adaptation

From (6), (7), and (10) and according to *Theorem 1*, an average tracking controller of the form

$$\begin{aligned} u_{av} &= \frac{1}{\hat{\beta}(x)} [-\hat{\alpha}(x) + e_v] \\ \hat{\beta}(x) &\neq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

yields a completely controllable and exactly linearized dc-to-dc boost converter system in the new coordinates $\mathbf{y} = [y \quad \dot{y}]^T = [y_1 \quad y_2]^T$ which is in Brunovsky canonical form

$$\frac{d}{dt} \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathbf{v}. \quad (19)$$

The desired reference trajectory dynamic is given by

$$\dot{\mathbf{y}}^* = \mathbf{A}\mathbf{y}^* + \mathbf{B}\mathbf{v}^*. \quad (20)$$

From (19) and (20), we have that the tracking error dynamics is described by

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= e_2(t) \\ \dot{e}_2(t) &= e_v(t). \end{aligned} \quad (21)$$

By means of \mathbf{e}_v , which is the input error of the *tracking controller*, we design an LQR tracking controller for the aforementioned second-order system, which minimizes the performance index

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{e}_y^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_v^T \mathbf{R} \mathbf{e}_v) dt \quad (22)$$

with \mathbf{Q} being a positive definite weighting matrix and \mathbf{R} being a strictly positive weighting scalar, which is given by

$$\mathbf{e}_v = -\gamma^T \mathbf{e}_y = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_y$$

where the gain matrix \mathbf{P} is obtained as the positive definite solution of the following algebraic matrix Riccati equation (see [17]):

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0. \quad (23)$$

B. Calculation of the Adaptive LQR Controller Gains

Weight matrices of the performance index \mathbf{Q} and \mathbf{R} are chosen as

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \underbrace{1\text{E}3}_{:=q_1} & 0 \\ 0 & \underbrace{1\text{E}11}_{:=q_2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = 2. \quad (24)$$

Thus, q_1 is the weight corresponding to the power error variable $e_2 = y_2 - y_2^*$, while q_2 is the weight for $e_1 = y_1 - y_1^*$, which corresponds to the energy error variable. The weights are established according to the importance of each state variable in the control action. These weights can exert a stronger control action in one state than another to seek for appropriate transient and steady-state performances. The minimization of the cost function (22) is set by \mathbf{Q} and \mathbf{R} . The value of \mathbf{R} is a scalar factor for feedback signals. The higher the coefficient q_i , the stronger the minimization of the error variable (see [17]). We have selected a greater value for q_2 than for q_1 , because the respective error variable e_1 is the error of the *flat output* and this is the variable that has allowed us to control the output voltage. We chose a sufficiently large value q_1 for obtaining a good transient response of the system with a stable performance

$$\begin{aligned} u_{av} &= \frac{1}{\hat{\beta}(x)} [-\hat{\alpha}(x) + e_v] \\ v &= \dot{y}^*(t) - (22.36) \left[\left(\hat{E}x_1 - \frac{x_2(x_2 + v_F)}{\hat{R}_L} \right) - \dot{y}^*(t) \right] \\ &- (22.36\text{E}4) \left[\frac{1}{2} (Lx_1^2 + C(x_2 + v_F)^2) - y^*(t) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

The parametric values obtained via the algebraic identification method play an important role for the voltage tracking task. Without these estimated values, the controller could not perform at all, particularly when variations do occur in the supply voltage and the resistive output load of the boost converter. On the other hand, the roots of the characteristic polynomial in closed loop are

$$r_1 = -0.0001 \quad r_2 = -2.2360 \times 10^5.$$

Therefore, the tracking error $e(t)$ in closed loop is asymptotically exponentially convergent to zero. This means that the system response is overdamped; hence, the damping coefficient is greater than one ($\zeta > 1$).

C. Algebraic Estimation of R_L and E

According to the general definition of identifiability of Diop and Fliess [3], in a linear system, the unknown parameters are algebraically identifiable if and only if they are observable, i.e., when they can be expressed as an algebraic function of the input, the output, and a finite number of their time derivatives. In general, in the nonlinear case and if differentiations are forbidden, it is necessary to know the input, possibly the output, and several components in the state vector. In the case of the boost converter, it is specifically necessary to know the state variables (x_1, x_2) to solve the parameter identification problem associated with the load resistance and the input source voltage value. The algebraic methodology requires a rather precise knowledge of the model of the plant as in every identification scheme.

The algebraic approach to parameter identification is a model-based method for obtaining an exact static formula for the unknown parameters. These formulas are obtained via specific algebraic manipulations carried out on the model equations using appropriate iterated convolutions with powers of time. These are known to eliminate the influence of initial conditions and, possibly, via previous time differentiations, the *classical* perturbations, i.e., step inputs, ramps, etc. A set of algebraically identifiable parameters can be calculated along a dense set of trajectories, called persistent trajectories [3]. According to the algebraic definition of persistent trajectories given in [6], the proposed trajectories in this paper are persistent. We assume that (1) and (2) represent the most precise available model of the plant.

Assume then that L , C , and v_F are known constants, the states x_1 and x_2 are perfectly measurable, and E and R_L are unknown time-varying quantities. It is possible to devise an algebraic identification algorithm for the fast computation of E and R_L . The procedure uses small calculation windows starting at the resetting time t_k and lasting for ϵ units of time. During these small time intervals, the unknown parameters are assumed to remain nearly constant. Thus, under this assumption, multiplying (1) by $(t - t_k)$ and integrating with respect to time on the interval $[t_k, t]$, we have

$$\begin{aligned} & L \int_{t_k}^t (\sigma - t_k) \frac{dx_1}{d\sigma} d\sigma \\ &= - \int_{t_k}^t (\sigma - t_k) (1 - u_{av}(\sigma)) (x_2(\sigma) + v_F) d\sigma \\ & \quad + E \int_{t_k}^t (\sigma - t_k) d\sigma \end{aligned}$$

These elementary algebraic operations allow us to eliminate the dependence on initial conditions at time t_k , and also, they avoid knowledge of the time derivative of $x_1(t)$. Integrating by parts and solving for E , an algebraic estimator for this parameter is given by

$$\hat{E}(t) = \begin{cases} \hat{E}(t_{k-1}), & \text{for } t \in [t_k, t_k + \epsilon) \\ \frac{2n_1(t_k + \epsilon)}{d_1(t_k + \epsilon)}, & \text{for } t_k + \epsilon \leq t < t_{k+1} \end{cases} \quad (26)$$

where

$$\begin{aligned} n_1(t) &= L \left((t - t_k)x_1(t) - \int_{t_k}^t x_1(\sigma) d\sigma \right) \\ & \quad + \int_{t_k}^t (\sigma - t_k) (1 - u_{av}(\sigma)) (x_2(\sigma) + v_F) d\sigma \\ d_1(t) &= (t - t_k)^2 \\ t_k &= kT, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Similarly, the algebraic estimation of R_L for the interval $[t_k, t]$ can be obtained by multiplying both sides of (4) by $t - t_k$, integrating by parts, and solving for R_L . We have

$$\hat{R}_L(t) = \begin{cases} \hat{R}_L(t_{k-1}), & \text{for } t \in [t_k, t_k + \epsilon) \\ \frac{n_2(t_k + \epsilon)}{d_2(t_k + \epsilon)}, & \text{for } t_k + \epsilon \leq t \leq t_{k+1} \end{cases} \quad (27)$$

where

$$\begin{aligned} n_2(t) &= \int_{t_k}^t (\sigma - t_k) x_2(\sigma) d\sigma \\ d_2(t) &= -C(t - t_k)x_2(t) + C \int_{t_k}^t x_2(\sigma) d\sigma \\ & \quad + \int_{t_k}^t (\sigma - t_k) (1 - u_{av}(\sigma)) x_1(\sigma) d\sigma. \end{aligned}$$

Since we assume that the unknown parameters are time varying, the aforementioned formulas require a periodic *resetting* of the parameter calculations at the end of time intervals of small duration T . The change of value of the parameters at unexpected instants of time causes a temporary deviation of the flat output from its desired reference trajectory. This is periodically corrected from the recalculation of the parameters from a different initial time $t_k = kT$ for some k . The periodic nature of the parameter identification process allows to update the parameter values in the control law, as they vary. The “resetting” interval T should be initially adjusted to the expected time scale of the expected changes of the load and voltage supply parameters.

The quantity ϵ represents the length of time that one should wait until the integral terms in the numerator and denominator of the parameter identifier have grown sufficiently so as to have an adequate signal-to-noise ratio allowing a more precise quotient. The magnitude of ϵ is relatively small in comparison with that of T .¹ In order to sustain the control actions during the short recalculation interval, the last estimated values ($\hat{E}(t_{k-1})$ and $\hat{R}_L(t_{k-1})$) are temporarily used in the controller until a new estimated set of parameters is produced. In general, T and

¹The determination of ϵ is, generally speaking, dependent upon the signal-to-noise ratio. Alternatives for this specification may be found in [19].

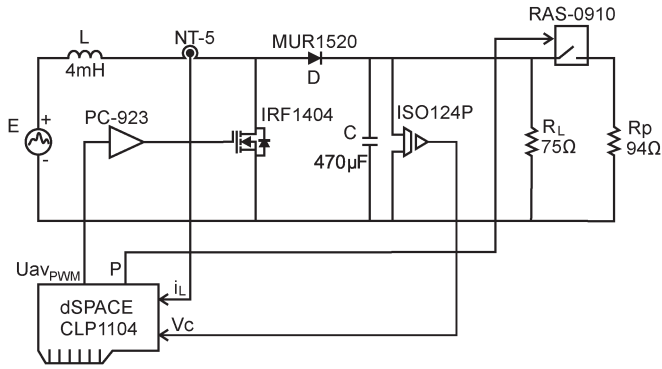


Fig. 3. Control scheme for the boost converter.

ϵ are best selected with some engineering judgment drawn from the nature of the ongoing experiment.

It is clearly possible to rewrite (26) and (27) as time-varying linear pure integration systems as in (13). From such expressions, it is straightforward to obtain a purely discrete time expression of the identifier formulas in terms of the underlying sampling interval t_s which is, generally speaking, smaller than the recalculation interval ϵ and, hence, smaller than the parameter updating interval T , i.e.,

$$t_s < \epsilon < T.$$

IV. EXPERIMENTAL RESULTS

The experimental platform, shown in Fig. 3, comprises a boost converter designed to operate in continuous conduction mode at a 45-kHz switching frequency. A pair of sensors was devised for measuring the current that passes through the inductor and the output capacitor voltage. An additional circuit allowed to enable/disable a disturbance resistive load triggered by a digital signal. The control algorithm, the algebraic parameter estimators, and the disturbance signal generator were implemented using a dSPACE digital signal processing system and the Matlab/Simulink program. The complete scheme operates at a fixed sampling rate of 10 kHz. The nominal values of the components and manufacturer information about the sensors are shown in Fig. 3.

By means of two laboratory experimental platforms, we tested the performance of the algebraic-based adaptive feedback linearization controller under two different tracking controllers for the linearized system, namely, a GPI tracking controller and an LQR tracking controller. The ISE performance index evolution is obtained for each one of the two tracking controller designs under severe time variations of the resistive load and the supply voltage value.

A. Test 1: Adaptive GPI Versus Adaptive LQR Controller Feedback Linearizing Controllers Under Supply Voltage Variations

The adaptive GPI control and the adaptive LQR control laws were tested using a smooth rest-to-rest output voltage reference trajectory. Both control laws were tested using a reference

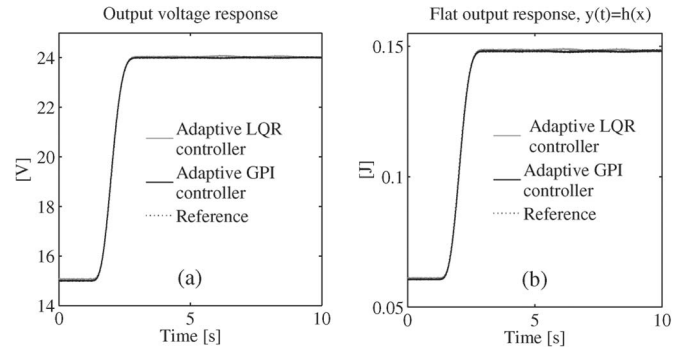


Fig. 4. Closed-loop performance with source voltage parameter variations. (a) For output voltage rest-to-rest maneuver. (b) For flat output rest-to-rest maneuver.

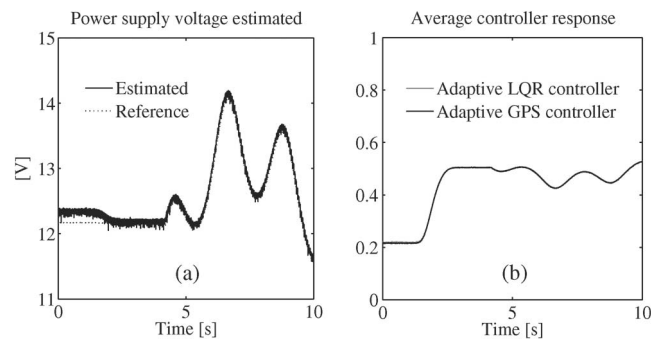


Fig. 5. (a) Online estimates of the time-varying input source voltage. (b) Closed-loop performance for the average control input signals with source voltage parameter variations.

trajectory that softly rises the output voltage from 15 to 24 V in about 5 s, as shown in Fig. 4(a). The design of the rest-to-rest trajectory for the flat output y was accomplished using Bezier polynomials. Fig. 4(a) depicts the quality of the output voltage signal in a flat-output-induced rest-to-rest maneuver. The flat output y is shown to accurately track the adapted reference trajectory directly subject to the drastic time variations of the voltage supply value E . Hence, the closed-loop flat output is seen to absorb the parameter variations, due to its dependence on the estimated parameters, while the rest-to-rest output voltage trajectory is only independently parameterized by the desired initial and final equilibrium values [see Fig. 4(b)]. In order to test the robustness of the proposed adaptive controller, we programmed the input power supply voltage function with significant time variations. Fig. 5(a) shows the estimated values of the time-varying input source voltage parameter via the algebraic estimator of E .

Fig. 5(b) shows the average control input signals u_{av} , which properly vary within the interval $[0.22, 0.55] \subset [0, 1]$. The effects of the variation of the power supply voltage are similarly attenuated by the adaptive GPI controller and the optimal LQR controller. Online adaptation consists in replacing, as frequently as possible, the estimated parameter values by updated ones. This updating was performed every $T = 0.01$ s with an ϵ of 0.005 s.

Fig. 6 shows the performance index of both controllers when the power supply voltage is subjected to the drastic time variations. This performance index is the integral of the square of the

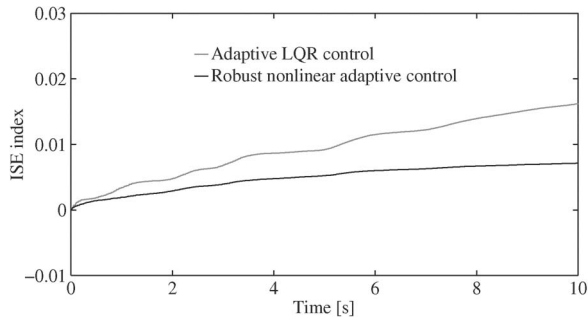


Fig. 6. ISE index evolution for the adaptive GPI and adaptive LQR feedback linearizing controllers under power supply voltage variations.

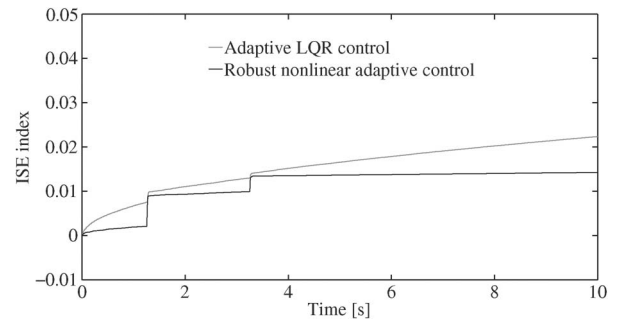


Fig. 8. ISE index evolution for the adaptive GPI and adaptive LQR feedback linearizing controllers under output resistive load variations.

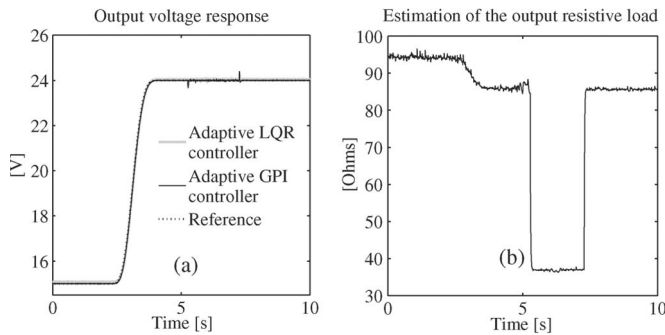


Fig. 7. (a) Closed-loop performance for output voltage rest-to-rest maneuver with resistive load variations. (b) Online estimates of the output resistive load parameter.

error signal (ISE), which is defined as in [28]. We verified, via the ISE index, the performance of the boost converter system and noted that the output voltage tracking error index of the adaptive GPI controller was similar, although smaller for the chosen Q and R matrices, to that of the adaptive LQR controller (see Fig. 6).

B. Test 2: Adaptive GPI Versus Adaptive LQR Feedback Linearizing Controllers Under Resistive Load Variations

Fig. 7(a) shows the output voltage responses of both controllers, and these responses were captured when the load resistance parameter is abruptly changed from 89 to 38 Ω , during the time interval $t \in [5.25, 7.35]$ s [see Fig. 7(b)]. The graphs of the output voltage responses show that both control laws exhibit a robust performance under drastic time variations of the load. Fig. 7(b) shows the online algebraic estimation of the output resistive load parameter. This time-varying parameter is adapted in the two controllers at the flat output reference trajectory structure and at the nonlinearity canceling efforts. The effects of the variation of the output resistive load are similarly attenuated by the two linear controllers when combined with the adaptive linearizing controller.

We verified that the tracking performances of the controlled adaptively linearized boost converter system with the GPI and LQR controllers are rather similar, as far as tracking error is concerned. Fig. 8 shows the evolution of the ISE index for both linear tracking controllers when the resistive output load parameter is subjected to drastic time variations. The ISE index for the adaptive GPI controller was similar to the ISE index

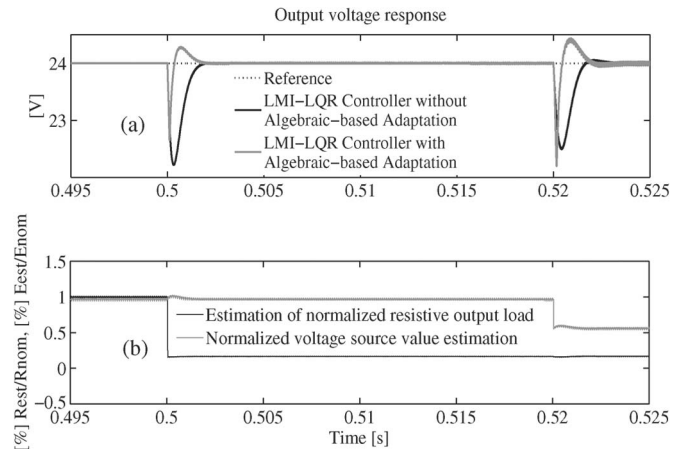


Fig. 9. Simulated output voltage transient of the closed-loop boost converter system. (a) Under a resistive output load and an input voltage step transient. (b) Online algebraic estimation of the normalized resistive output load and normalized input voltage.

of the adaptive LQR controller, where the gain values of the adaptive LQR controller were chosen through the R and Q matrices (see [17]).

The experiments show that the adaptive feedback linearization technique for voltage trajectory tracking, in the boost converter, can be combined with a great number of linear control laws, which will be robust to load and input voltage supply variations.

V. SIMULATION RESULTS

The linear matrix inequalities-linear quadratic regulator (LMI-LQR) robust controller design proposed by Olalla *et al.* [17] for the boost converter is adopted for performance comparison purposes. This approach allows the practicing engineer to use the properties of LQR control when plant uncertainties are present and to comply with other robustness requirements. The resulting controller is not optimal, as in the nominal case, but it provides an upper bound (or guaranteed cost) for the underlying performance index. We tested this LMI-LQR controller with and without the proposed online algebraic parameter estimators developed in Section III, obtaining a definite improvement when the algebraic parameter estimations are used. The simulation results were carried out using the PSIM, a power electronic and motor drives simulation software developed by POWERSIM Inc.

Fig. 9(a) shows, in gray, the output voltage response under a load resistance step when the LMI-LQR controller

is used in combination with fast algebraic adaptation. The LMI-LQR controller performance is shown in continuous black line. The performance of the LMI-LQR controller, with algebraic-parameter-estimation-based adaptation, in absorbing the sudden change of the load resistance is significantly improved, i.e., the disturbance rejection level is significantly increased. In particular, we adapted on the LMI-LQR control law the algebraic-based parameter estimation for R_L and E . Fig. 9(a) shows the output voltage response under a drastic perturbation of the input source voltage. A far better performance is now obtained in absorbing the sudden change of the input source value. Fig. 9(b) shows the online normalized algebraic estimations of \hat{R}_L and \hat{E} .

VI. CONCLUSION

This paper has presented the design of a robust nonlinear GPI-based feedback adaptive controller for an uncertain “boost” converter in which the nonminimum phase output voltage is required to track a desired rest-to-rest voltage profile. The “boost” converter model includes a parasitic diode voltage and time-varying parameters, represented by the input voltage supply value and the output load resistance. The adaptive controller is entirely based on the online algebraic parameter identification approach. The desired reference trajectory for the flat output and the certainty equivalence linearizing controller undergo fast adaptations of the online estimated values of the unknown time-varying parameters. These parameters are periodically updated with a sufficiently high frequency. The effectiveness of the proposed scheme was successfully tested on a laboratory “boost” converter prototype subject to power supply voltage and resistive load variations. The performed tests demonstrated the robustness of the controller combined with the parameter adaptation scheme. When the GPI tracking controller is substituted by an optimal LQR tracking controller on the adaptive linearized system, the tracking performances are similar, under similar experimental conditions and demands.

REFERENCES

- [1] I. Batarseh, *Power Electronics Circuits*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2004.
- [2] S. Chiniforoosh, J. Jatskevich, A. Yazdani, V. Sood, V. Dinavahi, J. A. Martinez, and A. Ramirez, “Definitions and applications of dynamic average models for analysis of power systems,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 25, no. 4, pp. 2655–2669, Oct. 2010.
- [3] S. Diop and M. Fliess, “Nonlinear observability, identifiability and persistent trajectories,” in *Proc. 36th IEEE Conf. Decision Control*, Brighton, U.K., 1991, vol. 1, pp. 714–719.
- [4] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, and P. Rouchon, “Flatness and defect of non-linear systems: Introductory theory and examples,” *Int. J. Control*, vol. 61, no. 6, pp. 1327–1361, Jun. 1995.
- [5] M. Fliess, H. Sira-Ramírez, and R. Marquez-Contreras, “Regulation of non minimum phase outputs: A flatness based approach,” in *Perspectives in Control*. New York, NY, USA: Springer-Verlag, 1998, pp. 143–163.
- [6] M. Fliess and H. Sira-Ramírez, “An algebraic framework for linear identification,” *ESAIM, Control, Optim. Calculus Variations*, vol. 9, pp. 151–168, Aug. 2003.
- [7] M. Fliess, R. Marquez, E. Delaleau, and H. Sira-Ramírez, “Correcteurs Proportionnels-Intégraux Généralisés,” *ESAIM, Control Optim. Calculus Variations*, vol. 7, no. 2, pp. 23–41, Jan. 2002.
- [8] M. Fliess, C. Join, and H. Sira-Ramírez, “Non-linear state estimation is easy,” *Int. J. Model. Identification Control*, vol. 4, no. 1, pp. 12–27, 2008.
- [9] M. Fliess, M. Mboup, H. Mounier, and H. Sira-Ramírez, “Questioning some paradigms of signal processing via concrete examples,” in *Algebraic Methods in Flatness, Signal Processing and State Estimation*. Naucalpan de Juárez, México: Editorial Lagares, 2003.
- [10] R. Garrido and A. Concha, “An algebraic recursive method for parameter identification of a servo model,” *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 18, no. 5, pp. 1572–1580, Oct. 2013.
- [11] C. García-Rodríguez, J. Cortés-Romero, and H. Sira-Ramírez, “Algebraic identification and discontinuous control for trajectory tracking in a perturbed 1-DOF suspension system,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 9, pp. 3665–3674, Sep. 2009.
- [12] A. Gensior, J. Weber, J. Rudolph, and H. Güldner, “Algebraic parameter identification and asymptotic estimation of the load of a boost converter,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 9, pp. 3352–3360, Sep. 2008.
- [13] V. Hagenmeyer, A. Ranftl, and E. Delaleau, “Flatness-based control of the induction drive minimising energy dissipation,” in *Proc. Nonlin. Adapt. Control*, vol. 281, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 2003, pp. 149–160.
- [14] V. Hagenmeyer and E. Delaleau, “Continuous-time non-linear flatness-based predictive control: An exact feedforward linearisation setting with an induction drive example,” *Int. J. Control*, vol. 81, no. 10, pp. 1645–1663, Oct. 2008.
- [15] J. Lévine, *Analysis and Control of Nonlinear Systems: A Flatness-Based Approach*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2009.
- [16] J. Linares-Flores, H. Sira-Ramírez, E. Yescas-Mendoza, and J. J. Vázquez Sanjuan, “A comparison between the algebraic and the reduced order observer approaches for on-line load torque estimation in a unit power factor rectifier-DC motor system,” *Asian J. Control*, vol. 14, no. 1, pp. 45–57, Jan. 2012.
- [17] C. Olalla, R. Leyva, A. El Aroudi, and I. Queinnee, “Robust LQR control for PWM converters: An LMI approach,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 7, pp. 2548–2558, Jul. 2009.
- [18] S. Mariétozh, S. Almér, M. Bāja, A. G. Beccuti, D. Patino, A. Wernrud, J. Buisson, H. Cormerais, T. Geyer, H. Fujioka, U. T. Jönsson, M. Chung-Yao Kao, G. Morari, A. Papafotiou, and P. Rantzer, “Comparison of hybrid control techniques for buck and boost DC–DC converters,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 18, no. 5, pp. 1126–1145, Sep. 2010.
- [19] R. Morales, V. Feliu, and H. Sira-Ramírez, “Nonlinear control for magnetic levitation systems based on fast online algebraic identification of the input gain,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 19, no. 4, pp. 757–771, Jul. 2011.
- [20] T. Noguchi, S. Togashi, and R. Nakamoto, “Short-current pulse-based maximum-power-point tracking method for multiple photovoltaic-and-converter module system,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 49, no. 1, pp. 217–223, Feb. 2002.
- [21] R. Ortega, A. Loría, P. J. Nicklasson, and H. Sira-Ramírez, *Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems*. London, U.K.: Springer-Verlag, 2010.
- [22] R. Silva-Ortigoza, H. Sira-Ramírez, and V. M. Hernández-Guzmán, “Control por modos deslizantes y planitud diferencial de un convertidor de CD/CD boost: Resultados experimentales,” *Revista Iberoamer. Autom. Inf. Ind.*, vol. 5, no. 4, pp. 77–82, Oct. 2008.
- [23] H. Sira-Ramírez and S. K. Agrawal, *Differentially Flat Systems*. New York, NY, USA: Marcel Dekker, 2004.
- [24] H. Sira-Ramírez and R. Silva-Ortigoza, *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. London, U.K.: Springer-Verlag, 2006.
- [25] S. C. Tan, Y. M. Lai, and C. K. Tse, “Implementation of pulse-width-modulation based sliding mode controller for boost converters,” *IEEE Power Electron. Lett.*, vol. 3, no. 4, pp. 130–135, Dec. 2006.
- [26] M. H. Todorovic, L. Palma, and P. N. Enjeti, “Design of a wide input range DC–DC converter with a robust power control scheme suitable for fuel cell power conversion,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 3, pp. 1247–1255, Mar. 2009.
- [27] E. Vidal-Idiarte, L. Martinez-Salamero, J. Calvente, and A. Romero, “An H_∞ control strategy for switching converters in sliding-mode current control,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 21, no. 2, pp. 553–556, Mar. 2006.
- [28] E. W. Zurita-Bustamante, J. Linares-Flores, E. Guzmán-Ramírez, and H. Sira-Ramírez, “A comparison between the GPI and PID controllers for the stabilization of a DC–DC “buck” converter: A field programmable gate array implementation,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 11, pp. 5251–5262, Nov. 2011.
- [29] L. Martinez-Salamero, G. Garcia, M. Orellana, C. Lahore, and B. Estibals, “Start-up control and voltage regulation in a boost converter under sliding-mode operation,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 10, pp. 4637–4649, Oct. 2013.
- [30] S. Oucheriah and G. Liping, “PWM-based adaptive sliding-mode control for boost DC–DC converters,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 8, pp. 3291–3294, Aug. 2013.



Jesús Linares-Flores (M'13) received the M.Sc. degree from the Universidad de las Américas, Cholula, México, in 1999 and the Ph.D. degree from the Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional, México, México, in 2006.

Since 2007, he has been Head of the academic body *Automatization and Control of the Mechatronics Systems* with identification number UTMIX-CA-24-PROMEPE, with the Universidad Tecnológica de la Mixteca, Oaxaca, México. He is a National System of Researchers (SNI) Level I member of the National Council of Science and Technology of México (CONACYT). His research interests are the theoretical and practical aspects of feedback regulation of linear and nonlinear dynamic systems with special emphasis on passivity-based and generalized proportional integral control techniques and its applications in power electronics.



Arturo Hernández Méndez received the B.Sc. degree in electronic engineering from the Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León, México, in 2002, where he is currently working toward the M.Sc. degree.

His research interests include development and implement control systems for power electronics and digital signal processing.



Carlos García-Rodríguez (M'11) received the M.Sc. and Ph.D. degrees in electrical engineering from the Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional, México, México, in 2005 and 2011, respectively.

Since 2010, he has been a Professor with the Instituto de Electrónica y Mecatrónica, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León, México. His current research and teaching interests include control of electrical machines, power converters for variable-speed systems, power electronics, robust control, and system identification.

Dr. García-Rodríguez is currently a candidate member of the National System of Researchers (SNI) and a member of the Registry of Accredited Evaluators of the National Registry of Science and Technology Institutions and Companies (RENIECYT) of the National Council of Science and Technology of México (CONACYT).



Hebertt Sira-Ramírez received the M.Sc. and Ph.D. degrees in electrical engineering from the Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, in 1974 and 1977, respectively.

He is currently with the Sección de Mecatrónica, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional, México, México. He is interested in the theoretical and practical aspects of feedback regulation of nonlinear dynamic systems with special emphasis on variable structure feedback control techniques and its applications in power electronics.

Dr. Sira-Ramírez is a Distinguished Lecturer of the IEEE and a member of the IEEE International Committee.

Decentralized ADR angular speed control for load sharing in servomechanisms

J. Linares-Flores

Universidad Tecnológica de la Mixteca
Electronics and Mecatronics Institute
Oaxaca, México
Email: jlinares54@mixteco.utm.mx

A. Hernández-Méndez

Universidad Tecnológica de la Mixteca
Oaxaca, México
Email: arturohm54@mixteco.utm.mx

J. F. Guerrero-Castellanos

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Faculty of electronics sciences
Puebla, México
Email: fermi.guerrero@correo.buap.mx

G. Mino-Aguilar

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Faculty of electronics sciences
Puebla, México
Email: gerardo.mino@correo.buap.mx

E. Espinosa-Maya

BUAP
Faculty of electronics sciences
Puebla, México
Email: luis.espinosa@correo.buap.mx

E. W. Zurita-Bustamante

CINVESTAV
Centro de Estudios Avanzados del IPN
CD de México, México
Email: zube84@gmail.com

Abstract—This note deals with the angular speed synchronization of two brushed DC motors coupled to a mechanism in order to drive collaboratively a common stiff shaft. The proposed control schema uses a decentralized active disturbance rejection (ADR) speed-tracking controller, which is based on the differential flatness property and on the design of two linear extended state observers. With the proposed collaborative control the total torque load shared by the motors as well as the couple load imposed by each motor is actively estimated and rejected in order to accomplish the control objective. The decentralized active disturbance rejection tracking controller algorithm is implemented in Real-Time using the TMS320F28335 DSP board. The results show an excellent performance in the transient and steady state for the angular speed tracking, even when the load in the common stiff shaft changes suddenly.

Index Terms—Speed synchronization, Decentralized control, Sharing load torque, Active disturbance rejection control.

I. INTRODUCTION

Synchronization, speed control, and sharing load torque in *rotating mechanical systems* for different applications have been topics of constant interest for motion-control applications [1]–[5]. Load sharing is a concept normally used for referring to a group of motors operating a common load. This approach can be found in long conveyors, winches and other applications. The whole group of motors can be operated by a single drive or each motor is operated by its own drive. These applications exhibit different requirements to operate. For example, for the system presented in [1], the control uses clock pulses to regulate and synchronize DC motors operating at high velocities. This control has an enormous precision, and can act to restore correspondence in phase, when perturbations occur in the shafts of the DC motors. On the other hand, in [2] and [3], the problem of sharing load torque between two DC motors has been studied to drive the Elastic Shafts for the Yankee Drying Cylinder (ESDYDC) of a Tissue Paper Machine. In the mentioned approach, the two motors contribute with the same amount of torque to the total load of the ESDYDC for DC motors that are identical. However, if the motors are not identical, they contribute partly, with an amount of torque proportional to their nominal HP values. In [4] an electric traction of a gantry crane subjected

to wheel slippages is driven by two Induction Machines (IM's). Here the Volts/Hertz controller method shares the internal torques. In [5] a Model Reference Adaptive System (MRAS) approach to synchronize the angular speed in two DC motors with a Common Stiff Shaft is proposed. The problem of synchronization and tracking of the angular velocity between electric motors using the Active Disturbance Rejection Control (ADRC) technique was presented in [6]. In this remarkable work, the motors used are PMSM. Nevertheless, this approach does not consider a common stiff shaft nor load sharing. Furthermore, the approach uses a slide-mode observer whose discontinuities may give rise to the chattering phenomenon.

A. Contributions

The present work proposes a decentralized active disturbance rejection control to synchronize the angular speed of two electric motors sharing a common load (see Fig. 1). This servomechanism is composed by two brushed DC motors coupled by means of two cogwheels to a stiff shaft. The control design is based on the differential flatness system property in combination with the linear extended state observer (LESO) [7]. Each LESO observer helps each ADRC controller to synchronize, regulate speed and share load torque for the servomechanism. This guaranties the strong robustness in the DC motors angular speed tracking. The proposed control strategy is very simple to implement and computationally light, which allows its easy deployment in Real-Time. The rest of this note is organized as follow. Section II introduces the dynamic model of the servomechanism driven by two brushed DC motors, and its differential parametrization. The decentralized active disturbance rejection controller design and the main result are presented in section III. In Section IV is devoted to the experimental setup, where the control algorithm is implemented in the TMS320F28335 board. The experimental results show the effectiveness of the proposed control schema. Finally, Section V presents the conclusions of the work.

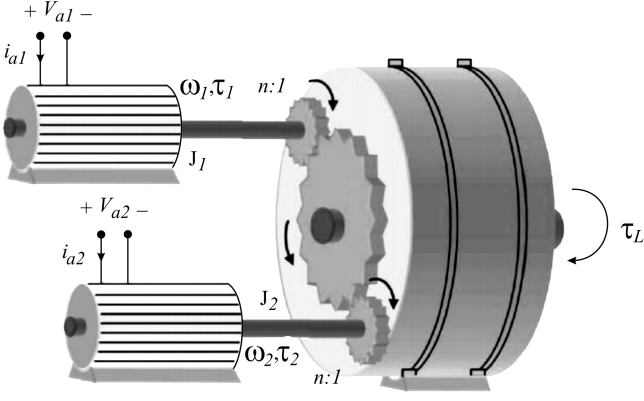


Fig. 1. Servomechanism drives by two brushed dc motors.

II. SERVOMECHANISM DYNAMIC MODEL

Consider Fig. 1. Using Kirchoff's law and Newton's second law, we obtain the following dynamic model:

$$\begin{aligned}
L_{a1} \frac{di_{a1}}{dt} &= -R_{a1}i_{a1} - K_{e1}\omega_1 + v_{a1} \\
J_{1eq} \frac{d\omega_1}{dt} &= K_{t1}i_{a1} - B_{1eq}\omega_1 - \left(\frac{n}{2}\right)\tau_L \\
L_{a2} \frac{di_{a2}}{dt} &= -R_{a2}i_{a2} - K_{e2}\omega_2 + v_{a2} \\
J_{2eq} \frac{d\omega_2}{dt} &= K_{t2}i_{a2} - B_{2eq}\omega_2 - \left(\frac{n}{2}\right)\tau_L \\
J_{eq} \frac{d\omega_L}{dt} &= \left(\frac{1}{n}\right)[K_{t1}i_{a1} + K_{t2}i_{a2}] - B_{eq}\omega_L - \tau_L
\end{aligned} \tag{1}$$

where i_{a_i} are the armature currents, ω_i are the angular speeds, the subscript $i = \{1, 2\}$, is the index for the DC motors, n is the gear teeth ratio between the DC motors and the common stiff shaft (servomechanism). ω_L is the angular speed of the common stiff shaft, which may be subject to an unknown, but bounded torque perturbation input τ_L . The input vector control is represented by the variable $u = (v_{a1}, v_{a2})^T$, which represents each one of the armature voltages of the brushed DC motors. While, the equivalent inertia moment and equivalent viscous friction of the system, are given by: $J_{eq1} := J_1 + n^2 (J_L/2)$, $J_{eq2} := J_2 + n^2 (J_L/2)$, $B_{eq1} := B_1 + n^2 (B_L/2)$, $B_{eq2} := B_2 + n^2 (B_L/2)$, $J_{eq} := J_L + (\frac{1}{n^2})(J_{eq1} + J_{eq2})$, $B_{eq} := B_L + (\frac{1}{n^2})(B_{eq1} + B_{eq2})$.

We can divide the system model (1), in two sub-systems. Thus, we know that the *Flat output* of the DC motor system is the angular speed [9], [10]. Therefore, we calculate the differential parametrization of all system variables, and the control vector $u = [v_{a1}, v_{a2}]^T$, in terms of $F_1 = \omega_1$ and $F_2 =$

ω_2 . Their time derivatives are readily obtained as follows:

$$\begin{aligned}
\omega_1 &= F_1 \\
i_{a1} &= \frac{J_{1eq}}{K_{t1}} \dot{F}_1 + \frac{B_{1eq}}{K_{t1}} F_1 + \frac{n}{2K_{t1}} \tau_L \\
u_{a1} &= \frac{L_{a1}J_{1eq}}{K_{t1}} \ddot{F}_1 + \left(\frac{L_{a1}B_{1eq} + R_{a1}J_{1eq}}{K_{t1}}\right) \dot{F}_1 + \\
&\quad \left(\frac{R_{a1}B_{1eq}}{K_{t1}} + K_{e1}\right) F_1 + \left(\frac{R_{a1}n}{2K_{t1}}\right) \tau_L + \left(\frac{L_{a1}n}{2K_{t1}}\right) \dot{\tau}_L \\
\omega_2 &= F_2 \\
i_{a2} &= \frac{J_{2eq}}{K_{t2}} \dot{F}_2 + \frac{B_{2eq}}{K_{t2}} F_2 + \frac{n}{2K_{t2}} \tau_L \\
u_{a2} &= \frac{L_{a2}J_{2eq}}{K_{t2}} \ddot{F}_2 + \left(\frac{L_{a2}B_{2eq} + R_{a2}J_{2eq}}{K_{t2}}\right) \dot{F}_2 + \\
&\quad \left(\frac{R_{a2}B_{2eq}}{K_{t2}} + K_{e2}\right) F_2 + \left(\frac{R_{a2}n}{2K_{t2}}\right) \tau_L + \left(\frac{L_{a2}n}{2K_{t2}}\right) \dot{\tau}_L
\end{aligned} \tag{2}$$

Where, the load torque of the common stiff shaft is taken as an exogenous perturbation, which is unknown, but is bounded, and this can be calculated as follows,

$$\tau_L = \frac{[K_{t1}i_{a1} + K_{t2}i_{a2}]}{n} - \frac{B_{eq}n[F_1 + F_2]}{2} - \frac{J_{eq}n[\dot{F}_1 + \dot{F}_2]}{2} \tag{3}$$

with,

$$\omega_L \triangleq \frac{n}{2}(\omega_1 + \omega_2) = \frac{n}{2}(F_1 + F_2) \tag{4}$$

III. DECENTRALIZED ADRC DESIGN

From (2) we are going to design the decentralized multi-variable speed control, and sharing load torque for the servomechanism driven by two brushed dc motors. This multi-variable controller is based on the Active Disturbance Rejection Control (ADRC) technique. Thus, we have the following:

$$\begin{bmatrix} u_{a1} \\ u_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_{a1}J_{1eq}}{K_{t1}} & 0 \\ 0 & \frac{L_{a2}J_{2eq}}{K_{t2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{aux1} \\ v_{aux2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_1(\dot{F}_1, F_1, \tau_L, \dot{\tau}_L) \\ \Psi_2(\dot{F}_2, F_2, \tau_L, \dot{\tau}_L) \end{bmatrix} \tag{5}$$

with,

$$\ddot{F}_1 = v_{aux1}, \quad \ddot{F}_2 = v_{aux2} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_1(\dot{F}_1, F_1, \tau_L, \dot{\tau}_L) &= \left(\frac{L_{a1}B_{1eq} + R_{a1}J_{1eq}}{K_{t1}}\right) \dot{F}_1 + \\
&\quad \left(\frac{R_{a1}B_{1eq}}{K_{t1}} + K_{e1}\right) F_1 + \left(\frac{R_{a1}n}{2K_{t1}}\right) \tau_L \\
&\quad + \left(\frac{L_{a1}n}{2K_{t1}}\right) \dot{\tau}_L
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_2(\dot{F}_2, F_2, \tau_L, \dot{\tau}_L) &= \left(\frac{L_{a2}B_{2eq} + R_{a2}J_{2eq}}{K_{t2}}\right) \dot{F}_2 + \\
&\quad \left(\frac{R_{a2}B_{2eq}}{K_{t2}} + K_{e2}\right) F_2 + \left(\frac{R_{a2}n}{2K_{t2}}\right) \tau_L \\
&\quad + \left(\frac{L_{a2}n}{2K_{t2}}\right) \dot{\tau}_L
\end{aligned} \tag{8}$$

The functions, Ψ_1 and Ψ_2 are assumed as unknown, but considered as enclosed. These functions are going to be estimated through of the linear extended state observers (LESOs), which are calculated by means of the following expression:

$$\begin{bmatrix} \ddot{F}_1 \\ \ddot{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_{a1}J_{1eq}}{K_{t1}} & 0 \\ 0 & \frac{L_{a2}J_{2eq}}{K_{t2}} \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{bmatrix} u_{a1} \\ u_{a2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Psi_1(\dot{F}_1, F_1, \tau_L, \dot{\tau}_L) \\ \Psi_2(\dot{F}_2, F_2, \tau_L, \dot{\tau}_L) \end{bmatrix} \right] \tag{9}$$

To design the linear extended state observers by means of (9), we make the following assumptions:

- (a) Only the flat outputs are measured, F_1 and F_2 ;
- (b) The nominal values of the parameters set $\{L_{a1}, J_{1eq}, K_{t1}, L_{a2}, J_{2eq}, K_{t2}\}$ are known;
- (c) The control inputs are available, u_{a1} and u_{a2} ;
- (d) The perturbation functions (Ψ_1, Ψ_2) are unknown, just like their time derivatives, but these are considered as enclosed;
- (e) The estimated variables of the perturbation functions will be denoted by η_1 and σ_1 ;
- (f) The estimated variables of the flat outputs, and their successive derivatives, will be denoted by $Y_1 = \hat{F}_1$, $d\hat{F}_1/dt = Y_2$, $G_1 = \hat{F}_2$, and $d\hat{F}_2/dt = G_2$.

From (9), we design the first linear extended state observer as follows,

$$\begin{aligned}\dot{Y}_1 &= Y_2 + \lambda_3 (F_1 - Y_1) \\ \dot{Y}_2 &= \left(\frac{L_{a1} J_{1eq}}{K_{t1}} \right) u_{a1} + \eta_1 + \lambda_2 (F_1 - Y_1) \\ \dot{\eta}_1 &= \eta_2 + \lambda_1 (F_1 - Y_1) \\ \dot{\eta}_2 &= \lambda_0 (F_1 - Y_1)\end{aligned}\quad (10)$$

While the second observer is given as follows,

$$\begin{aligned}\dot{G}_1 &= G_2 + \lambda_3 (F_2 - G_1) \\ \dot{G}_2 &= \left(\frac{L_{a2} J_{2eq}}{K_{t2}} \right) u_{a2} + \sigma_1 + \lambda_2 (F_2 - G_1) \\ \dot{\sigma}_1 &= \sigma_2 + \lambda_1 (F_2 - G_1) \\ \dot{\sigma}_2 &= \lambda_0 (F_2 - G_1)\end{aligned}\quad (11)$$

The set of coefficients $\{\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ are constant values, which are selected with the assistance of a desired closed-loop Hurwitz polynomial of fourth-order for the linear dominating dynamics of the injected estimation error dynamics. We designed the decentralized control from (5)–(6), and (10)–(11), where we adapt the estimated values of the LESO observers to the auxiliary tracking controllers, thus we have the following expressions,

$$\begin{aligned}v_{aux1} &= \ddot{F}_1^* - k_1(Y_2 - \dot{F}_1^*) - k_0(Y_1 - F_1^*) - \eta_1 \quad (12) \\ v_{aux2} &= \ddot{F}_2^* - k_1(G_2 - \dot{F}_2^*) - k_0(G_1 - F_2^*) - \sigma_1 \quad (13)\end{aligned}$$

and, the decentralized active disturbance rejection speed controllers, and sharing load torque are given as:

$$u_{a1} = \left(\frac{L_{a1} J_{1eq}}{K_{t1}} \right) v_{aux1} \quad (14)$$

$$u_{a2} = \left(\frac{L_{a2} J_{2eq}}{K_{t2}} \right) v_{aux2} \quad (15)$$

The set of coefficients $\{k_1, k_0\}$ are constant values of the decentralized active disturbance rejection speed controllers, which are selected with the assistance of a desired closed-loop Hurwitz polynomial of second-order to guarantee that the convergence of the speed tracking error is asymptotically converging towards a small as desired disk close to zero.

Remark 1: Due to space limitation, the closed-loop stability analysis is not described here. However, this analysis is carried out in the ISS (input-State-Stability) sense.

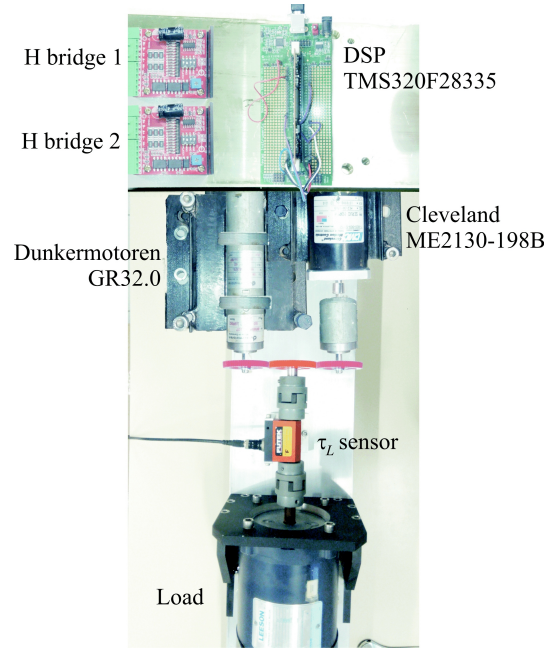


Fig. 3. Experimental Setup: Servomechanism drives by two brushed dc motors.

IV. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup scheme is shown in Fig. 2 and Fig. 3. This is composed by two DC power supplies, a hardware circuit board, which is integrated by two Full-bridges, two brushed dc motors coupled by means of two gearbox to common stiff shaft. Each motor has a gear box with 50:1 relation, and a tachogenerator to measure speed. The first DC motor is a Dunkermotoren GR32, with the following parameters: $R_{a1} = 6.14 \Omega$, $L_{a1} = 8.9mH$, $J_1 = 7.95\mu kg - m^2$, $B_1 = 41\mu Nm$, $K_{t1} = K_{e1} = 0.04913 (N \cdot m)/A$, $V_{n1} = 24V$, $\tau_{n1} = 0.040Nm$. While, the second DC motor is a Cleveland ME2130-198B, with the following parameters: $R_{a2} = 1.2\Omega$, $L_{a2} = 2.6mH$, $J_2 = 25\mu kgm^2$, $B_2 = 9.124\mu N \cdot m$, $K_{t2} = K_{e2} = 0.08 (N \cdot m)/A$, $V_{n2} = 48V$, $\tau_{n2} = 0.374Nm$. The parameters of the Servomechanism are: $J_L = 37\mu kgm^2$, $B_L = 190\mu Nm$. Where K_{t1} and K_{e1} are considered equal due to the law of conservation of energy according to [8].

The control-observer scheme for each DC motor, the reference trajectory of angular speed, and the perturbation pulse generation were implemented on a TMS320F28335 DSP board. The internal clock frequency in the DSP card is set to 150 MHz. To implement the control algorithm in the DSP board, we discretize the set of equations given by (5) and (10)–(11), and use the Euler approach method.

The angular speed trajectory reference is set such that it varies smoothly from $-300 rad/s$ to $300 rad/s$, and it is applied in three interval times: $t = [0s, 1.5s]$ (0 to $300 rad/s$), $t = [2.5s, 4s]$ (300 to $0 rad/s$) and $t = [4s, 5.5s]$ (0 to $-300 rad/s$) (see Fig. 4).

The load torque is applied to the common stiff shaft in the following four interval times: $t = [1.5s, 2.5s]$, $t = [3s, 3.5s]$, $t = [4.5s, 5s]$ and $t = [5.5s, 6.5s]$. It was around $4 Nm$ (see Fig. 5 a)). The load torque was applied in the interval times, when reference speed is constant and time-varying.

Fig. 4, shows that the angular speed response in each DC motor is kept at the desired reference level. We can

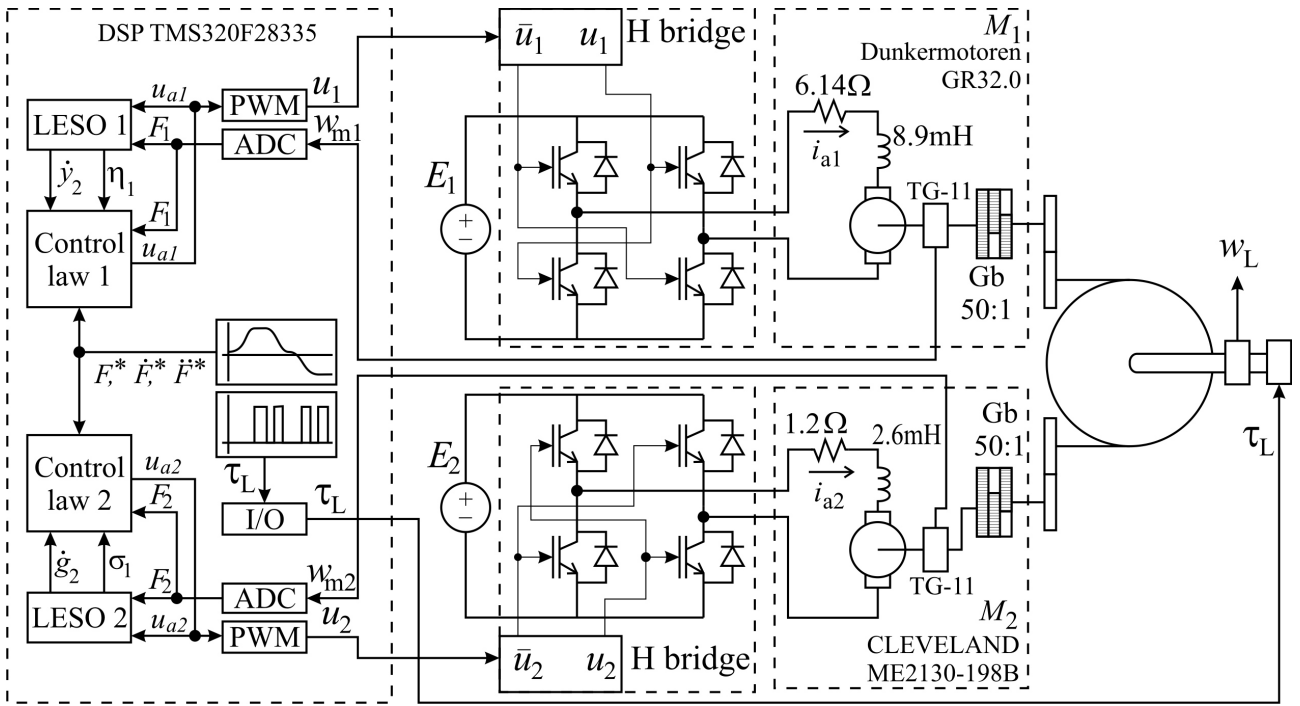


Fig. 2. Experimental Setup scheme.

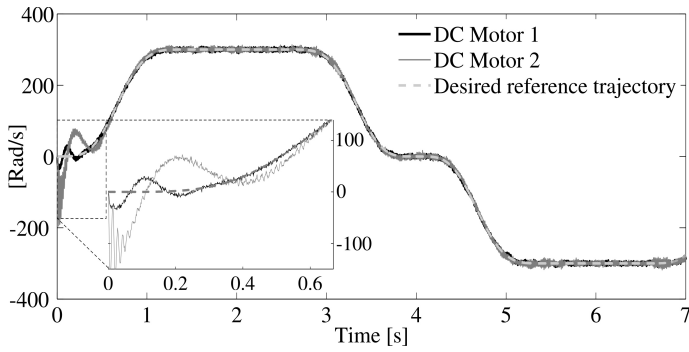


Fig. 4. Angular speed tracking responses.

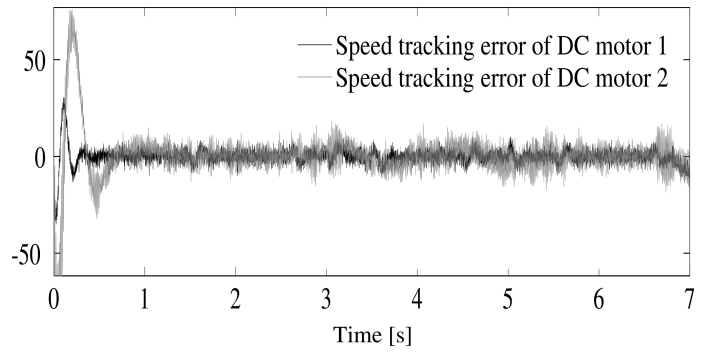


Fig. 6. Angular speed tracking error responses.

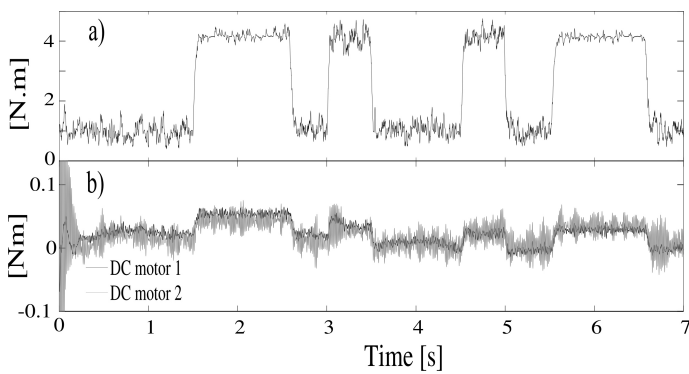


Fig. 5. a) Load torque applied on common stiff shaft b) Internal developed torque on each brushed DC motor.

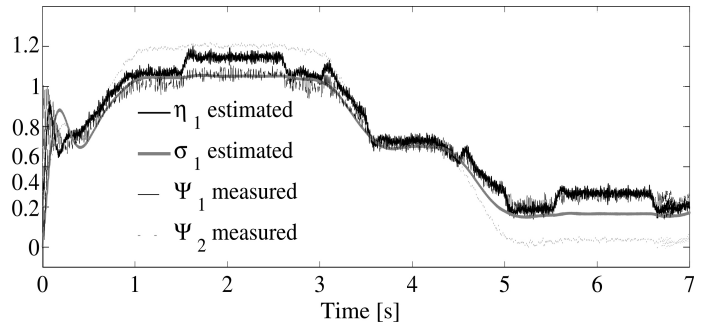


Fig. 7. Perturbation functions (Ψ_1 , Ψ_2), and their estimated values (η_1 , σ_1).

see that the decentralized controller synchronizes the angular speed variables at the starter of the dc motors. However, a small error (around 3.8%) in the transient perturbation is observed, this is shown in Fig. 6. We observe that the maximum error occurs before of $t=0.6s$. This proves that

the decentralized controller, after the initial stabilization, is robust under sudden load torque perturbation. The unknown functions (Ψ_1, Ψ_2) are estimated by the LESOs, which are adapted to the decentralized controller to minimize the speed tracking error. The estimated values (η_1, σ_1), are shown in Fig. 7.

On the other hand, in Fig. 8 we can see the armature

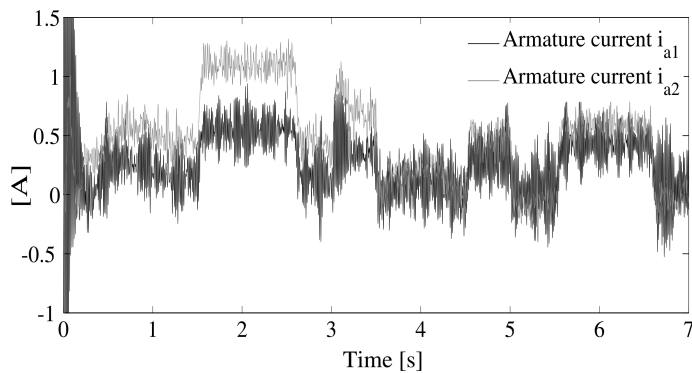


Fig. 8. Armature current responses.

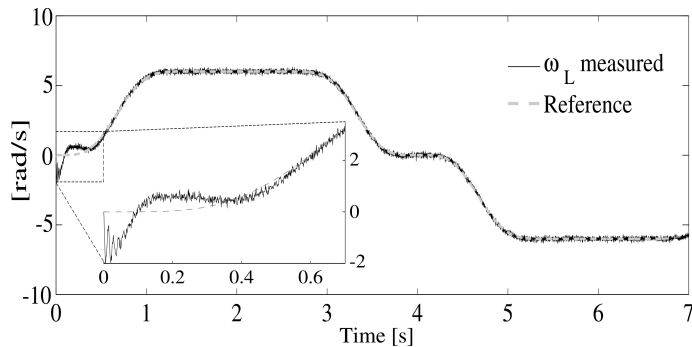


Fig. 9. Angular speed response of the common stiff shaft.

current responses in each DC motor. Because the DC motors are different, the armature current response is different in each machine. However, Fig. 5 b) shows that the decentralized controller does an equitable distribution regarding the amount of torque between both DC Motors. Finally, Fig. 9 shows the angular speed response of the common stiff shaft, in this figure we observe that the load torque applied to the common stiff shaft is ten-fold the sum of the internal nominal torque produced by both motors. This is a significant advantage.

V. CONCLUSIONS

In this paper a decentralized control scheme based on the differential flatness property and linear extended state observer (LESO) for the problem of load sharing using two DC motors was presented. The control schema for the servomechanism composed mainly by two brushed DC motors, was successfully implemented in a TMS320F28335 board. Experimental results show a good performance in the angular speed tracking under sudden load changes. The LESO algorithm together with the control minimizes the effects caused by the load torque applied to the common stiff shaft of the servomechanism and allow the synchronization of the angular speed of both DC motors. Finally, the decentralized control scheme distributes equally the amount of load torque in each motor through time, even when the brushed DC motors are different.

REFERENCES

- [1] H. W. Milnes and J. A. Gilbert, Precise synchronization of high-speed DC motors, *International Journal of Control*, vol. 33, no. 5, pp. 985–989, 1981.
- [2] C. Michael and A. Safacas, Behavior of a Drive System Consisting of Two DC Motors with Elastic Shafts Driving the Yankee Drying Cylinder of a Tissue Paper Machine, *IEEE 4th International Power Electronics and Motion Control Conference, IPEMC*, pp. 1460–1465, 2004.

- [3] C. Michael and A. Safacas, Dynamic and Vibration Analysis of a Multimotor DC Drive System With Elastic Shafts Driving a Tissue Paper Machine, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 4, pp. 2033–2046, August 2007.
- [4] J. Iyer, M. Chapariha, K. Tabarraee, M. Gougani, and J. Jatskevich, Load Sharing in V/F Speed Controlled Multi-motor Driven System under mechanical wheel-slippage, *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, 2011.
- [5] N. D. Cuong, H. Puta, Design of MRAS Based Control Systems for Load Sharing of Two DC Motors with a Common Stiff Shaft, *IEEE International Conference on Control, Automation and Information Sciences, ICCAIS*, pp. 272–277, 2013.
- [6] C. Qiang, D. Fang, T. Liang, and N. Yurong, Multiple Motors Synchronization Based on Active Disturbance Rejection Control with Improved Adjacent Coupling, *IEEE Proc. of the 35th Chinese Control Conference*, pp. 4510–4516, Jul. 2016.
- [7] H. Sira-Ramírez, A. Luviano-Juárez, M. Ramírez-Neria, and E. W. Zurita-Bustamante, *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems: A Flatness-Based Approach*, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2017.
- [8] J. Chiasson, *Modeling and High-Performance Control of Electric Machines*, IEEE Press Series on Power Engineering, John Wiley & Sons, Inc., Publication, 2005.
- [9] J. Linares-Flores, and H. Sira-Ramírez, DC motor velocity control through a DC-to-DC power converter, *Proceedings of 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, vol. no. 5, pp. 5297–5302, 2004.
- [10] H. Sira-Ramírez and S. Agrawal, *Differentially Flat Systems*, New York, NY, USA: Marcel Dekker, 2004.



Robust flat filtering DSP based control of the boost converter

Hebertt SIRA-RAMÍREZ¹, Arturo HERNÁNDEZ-MÉNDEZ², Jesús LINARES-FLORES^{2†}, Alberto LUVIANO-JUÁREZ³

1. Department of Electrical Engineering, Mechatronics Section, CINVESTAV-IPN, Av. IPN No. 2508, Col. San Pedro Zacatenco 07360, D.F. México, Mexico;

2. Universidad Tecnológica de la Mixteca, Carretera a Acatlima Km. 2.5, Huajuapán de León, Oaxaca, México;

3. UPIITA-IPN, D.F. México, México

Received 10 February 2016; revised 7 May 2016; accepted 1 June 2016

Abstract

The article deals with the design and implementation of a flat filter tracking digital controller for a boost DC-DC power converter. A highly perturbed switched boost converter circuit is shown to be efficiently controlled, in a trajectory tracking task for its non-minimum phase output, by means of a suitable linear filter, here addressed as a *flat filter*. Flat filtering is a natural robust version of generalized proportional integral control (GPIC) by which the effects of arbitrary time varying exogenous disturbances, unknown endogenous nonlinearities and un-modeled dynamics can be jointly attenuated in a conceptually similar fashion to observer-based active disturbance rejection control (ADRC) and algebraic identification based model free control (MFC) but: a) without using extended state observers and b) respecting the original system order in a time-varying simplified model while avoiding algebraic estimation techniques. The proposed control technique based on the TMS320F28335 digital signal processor chip is tested by means of realistic simulations and experimental setup.

Keywords: Flat filter, DSP-implementation, boost converter

DOI 10.1007/s11768-016-6025-6

1 Introduction

In spite of its low-order and its bi-linear nature, the boost converter is a nonlinear DC-to-DC power conversion circuit with several challenging features: 1) The output voltage, which is the variable to be regulated, is a non-minimum phase variable. 2) System variables

exhibit stringent physical constraints: The control input is binary-valued and its average magnitude value is uniformly bounded. Additionally, the output voltage values must operate above the constant input battery voltage. 3) The most common exogenous disturbances (battery voltage fluctuations and load current disturbances) fail to comply with the celebrated matching conditions. 4)

[†]Corresponding author.

E-mail: jlinares@mixteco.utm.mx.

This work was supported by the network project of Academic Body Automation and Control of Mechatronics Systems.

© 2016 South China University of Technology, Academy of Mathematics and Systems Science, CAS, and Springer-Verlag Berlin Heidelberg

The load resistance is, generally speaking, of unknown nature. The control input is, necessarily, discontinuous as represented by a switch position function (See Sira-Ramírez and Silva-Ortigoza [1]). The boost converter is, however, differentially flat (See Fliess et al. [2], Sira-Ramírez and Aggrawal [3] and J. Lévine [4]). This important feature generally alleviates and trivializes the control design problem in several aspects (exact linearization, trajectory planning, etc.), provided all endogenous nonlinearities are perfectly known. Our purpose is to propose a method which handles those cases of exogenously perturbed nature where the acting endogenous non-linearities are largely unknown or disregarded.

Flat filtering constitutes a reinterpretation of GPIC (See Fliess et al. [5]) in the form of classical compensation networks (CCN). Roughly speaking, any linear controllable system whose output is the Brunovski’s output can be output regulated with the help of a well tuned proper linear filter and a suitable linear combination of the available internal states of such filter. Here, it is shown that such classical tool is also capable of efficiently handling control tasks on perturbed linearizable nonlinear systems (i.e., flat systems), such as the boost converter, including unknown, or neglected, nonlinearities, exogenous disturbances, and un-modeled dynamics; in a fashion similar as these uncertainties are handled in ADRC schemes (See Han [6], Zheng et al. [7, 8], and Guo et al. [9–11], and a recent survey by Madoński and Herman [12]).

ADRC was first initiated by Han [6], as a robust design technique for disturbance rejection in nonlinear system with parameter uncertainties and significant external disturbances. The uncertainties are to be canceled by a nonlinear control law [13]. ADRC has found remarkable applications in industry, such as in power filter design [14, 15], a series, LC, filtered active damper [16], actuators [17], rotatory speed regulation [18], flywheel energy storage system [19], power plant control [20], and so on. Recently, Sira-Ramírez proposed an ADRC approach from the perspective of differential flatness [21]. Gao [22] proposed a simplified linear version of the original ADRC approach in 2003, where all the poles of the ESO and the closed-loop characteristic equation are placed in the same location, and thus there is only one parameter to be tuned.

Sun and Gao [23] present a DSP-based active disturbance rejection control design for a 1-kW H-bridge DC-DC power converter. They implement the active disturbance rejection control into a digital control board

based on the TMS320C6711 digital signal processor chip, where they show the advantages and flexibilities of the control method. Due to flexibility and autonomy that offers a digital signal processor chip, we propose a robust flat filtering DSP-based control of the boost converter, which does not use an Extended State Observer, and has the characteristic of taking into consideration the original system order in a time-varying simplified model while avoiding algebraic estimation techniques. Thus, the contributions of this paper are: 1) the design of a robust flat filtering control for the highly perturbed switched boost converter circuit, and 2) implementation of the robust flat filtering control, together with the trajectory desired reference of the flat output on TMS320F28335 DSP board (See Fig. 1).

The paper is organized as follows. Section 2 describes the main features of the switch controlled boost converter system. It presents its state average model and establishes its flatness property. This section also formulates the output voltage reference trajectory tracking problem to be solved in an indirect manner via the use of the flatness property enjoyed by the total average stored energy [24]. A flat filter based controller is first proposed for the trajectory tracking in the ideally unperturbed but uncertain boost case.

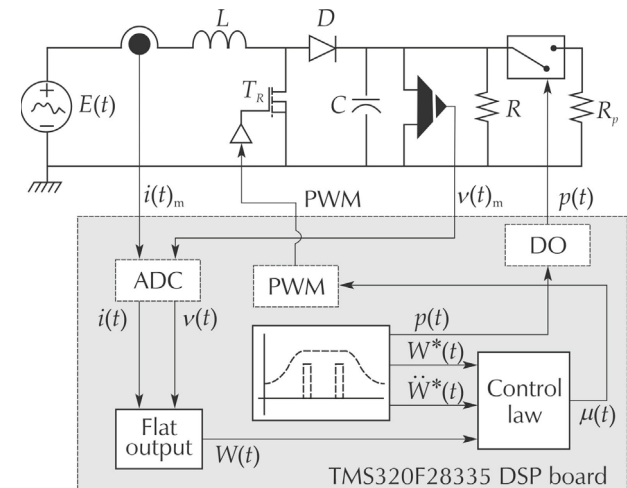


Fig. 1 Flat filtering DSP based control of the boost converter.

Section 3 considers the fully exogenously perturbed uncertain boost converter case and shows that exactly the same flat filter based controller designed for the unperturbed case, also efficiently regulates the highly perturbed uncertain converter thus demonstrating the remarkable robustness of the method. Section 4 describes the experimental setup, and discusses the simulation and experimental results. Section 5 is devoted to

some conclusions and presents suggestions for further research. An appendix at the end of the article contains, via an illustrative example, an intuitive justification of the proposed approach.

2 The boost converter

2.1 Generalities about the boost converter circuit

A simplified, unperturbed, model of the boost converter (See Fig. 1) is described by

$$L \frac{di}{dt} = -uv + E, \quad C \frac{dv}{dt} = ui - \frac{v}{R}, \quad (1)$$

where v is the output capacitor voltage, i is the inductor current, E is the constant voltage value of the battery, R is the load resistor while L and C are the inductance and capacitance parameters. The control input u is a binary-valued switch position function $u \in \{0, 1\}$.

A *state average model* of the circuit, described in (1), is obtained by replacing the control input u by a smooth input variable $\mu \in [0, 1]$ (See [1]). For simplicity, we retain, in the state average model of the circuit, the same notation for the current and voltage variables, i and v , in an evident abuse of notation.

$$L \frac{di}{dt} = -\mu v + E, \quad C \frac{dv}{dt} = \mu i - \frac{v}{R}. \quad (2)$$

The equilibria, for constant values of the input $\mu = \bar{\mu}$, can be obtained in a parameterized form in terms of the corresponding output voltage equilibrium value \bar{v} .

$$\bar{\mu} = \frac{E}{\bar{v}}, \quad \bar{i} = \frac{\bar{v}^2}{RE}. \quad (3)$$

The fact that, necessarily, $\bar{\mu} \in [0, 1]$ implies that $\bar{v} \geq E$. Thus, the boost converter circuit amplifies, at the output v , the battery voltage, E , and the corresponding steady state restriction must not be violated.

The zero dynamics corresponding to the sustained voltage equilibrium: $v = \bar{v}$, is given by the unstable differential equation for the average inductor current:

$$\frac{di}{dt} = -\left(\frac{\bar{v}^2}{RL}\right)\frac{1}{i} + \frac{E}{L}, \quad (4)$$

thus, the output voltage is a non-minimum phase variable. The average boost converter model is locally differentially flat, with flat output given by the average total stored energy,

$$W = \frac{1}{2}(Li^2 + Cv^2). \quad (5)$$

Indeed, the following set of coordinate transformations

$$\begin{cases} x_1 = W = \frac{1}{2}(Li^2 + Cv^2), \\ x_2 = \dot{W} = Ei - \frac{v^2}{R} \end{cases} \quad (6)$$

constitutes a local diffeomorphism (which is singular along the lines: $v = 0$ and $i = RCE/(2L)$ in the average state space). The output W is, as it is easily verified, relative degree 2. The inverse transformation is simply:

$$\begin{cases} i = \frac{-RCE + p(x_1, x_2)}{2L}, \\ v = \sqrt{\frac{-(RE)^2 C + REp(x_1, x_2)}{2L} - Rx_2}, \\ p(x_1, x_2) = \sqrt{(RCE)^2 + 4(2x_1 + RCx_2)}, \end{cases} \quad (7)$$

where the positive sign in the root is taken to comply with the physically meaningful restrictions. The previous state coordinate transformation exactly locally linearizes the total average stored energy dynamics after rendering it in Isidori's canonical form ([25]):

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = \psi(x_1, x_2) + \phi(x_1, x_2)\mu \quad (8)$$

with rather involved expressions for the nonlinearities, ψ and ϕ not presented, or used, here.

The equilibrium of the average total stored energy, corresponding to an operating point (\bar{i}, \bar{v}) , is given, in terms of the voltage equilibrium value, \bar{v} , by,

$$\bar{W} = \frac{1}{2}(L\bar{i}^2 + C\bar{v}^2) = \frac{1}{2}\left(\frac{L\bar{v}^4}{(RE)^2} + C\bar{v}^2\right). \quad (9)$$

2.2 Problem formulation for the unperturbed case

Clearly, a desired rest-to-rest maneuver between two given equilibrium values, $\bar{v}_{init}, \bar{v}_{final}$, for the average output voltage v , finds a unique pair of corresponding equilibrium values, $\bar{W}_{init}, \bar{W}_{final}$, for the average stored energy W . As a consequence, a reference trajectory tracking problem, defined on the unperturbed model, (2), that seeks to force the average output voltage v from an initial equilibrium value to a desired final equilibrium value may be (indirectly) solved in terms of a corresponding trajectory tracking problem for the linearizing (flat) output W (See Fliess et al. [26]).

Instead of using the transformed canonical dynamics (8) in terms of $(x_1, x_2) = (W, \dot{W})$, for the total average stored energy dynamics, we examine the relation between the second-order time derivative of W and the average control input μ in terms of the original average

model state variables i and v .

$$\dot{W} = \left[\frac{E^2}{L} + \frac{2v^2}{R^2C} \right] - \left[\frac{Ev}{L} + \frac{2}{RC}iv \right] \mu. \quad (10)$$

Suppose it is desired to achieve a rest-to-rest transfer between a given initial and a desired final average equilibrium value for the average output voltage v . Borrowing concepts from ADRC, which are intimately related also to MFC, we intend to largely ignore the nonlinearities appearing in the total stored energy second derivative expression \dot{W} . We simplify the model to a completely unstructured model. Consider the input channel modified dynamics with a state an input dependent total perturbation term:

$$\begin{cases} \dot{W} = \xi(i, v, \mu) - a\mu, \\ \xi(i, v, \mu) = \left[\frac{E^2}{L} + \frac{2v^2}{R^2C} \right] - \left[\frac{Ev}{L} + \frac{2}{RC}iv - a \right] \mu, \\ a \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0. \end{cases} \quad (11)$$

The next crucial and controversial step, has been recently rigorously justified in ([9–11]) in the context of ADRC and in the work of Fliess and Join [27] in the context of MFC. This consists in replacing the endogenous nonlinearity $\xi(i, v, \mu) = z_1$ by a low degree, unstructured time polynomial model, represented as a local internal disturbance model (described by a corresponding low-order homogeneous linear state model) in the simplified dynamics. This is achieved by either letting: $\dot{z}_1 = 0$ in the zeroth degree polynomial model case, or $\dot{z}_1 = z_2, \dot{z}_2 = 0$, in the first degree polynomial case, and so on. This step is performed totally disregarding the state and control input dependance of the additive nonlinearities in the additive term: $\xi(i, v, \mu)$. The choice of the nonzero constant, a , replacing the nonlinear, state and input-dependent gain, turns out to be, more surprisingly, quite arbitrary (see [6]); although educated guesses, or, alternatively, local algebraically based parameter identification procedures, may prove to be substantially effective (See Sira-Ramírez et al. [28]).

The model to be controlled, using a third-order local homogeneous state model for the state and input dependent nonlinearities, $\xi(i, v, \mu) = z_1$, is thus given by

$$\begin{cases} \dot{W} = z_1 - a\mu, \\ \dot{z}_1 = z_2, \quad \dot{z}_2 = z_3, \quad \dot{z}_3 = 0. \end{cases} \quad (12)$$

The tracking error $e_W = W - W^*(t)$ evolves governed by

$$\begin{cases} \ddot{e}_W = z_1 - ae_\mu, \\ \dot{z}_1 = z_2, \quad \dot{z}_2 = z_3, \quad \dot{z}_3 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

with $e_\mu = \mu - \mu^*(t)$. The nominal control input $\mu^*(t)$ is computed as $\dot{W}^*(t)$ thanks to the fact that the actual nominal input cannot be exactly determined due to the possible lack of knowledge of all the neglected (state and input dependent) nonlinearities. The evident feed-forward discrepancy will be robustly absorbed, as an added modeling error disturbance, by corresponding fluctuations of the designed control input (See the appendix).

The original system, being second-order, requires a first-order (lead) compensation network (see the appendix). However, the second degree local internal time polynomial model of the additive disturbance may be ideally annihilated, according to the internal model principle [29], by a third-order integration term appearing in the denominator of the controller transfer function. This leads to the following compensation scheme¹:

$$e_\mu = \frac{1}{a} \left[\frac{\lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0}{s^3(s + \lambda_5)} \right] e_W. \quad (14)$$

A state space realization of the CCN, as a flat filter, is readily obtained as follows:

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = \zeta_2, \\ \dot{\zeta}_2 = \zeta_3, \\ \dot{\zeta}_3 = \zeta_4, \\ \dot{\zeta}_4 = -\lambda_5 \zeta_4 + \frac{e_W}{a}, \\ e_{W_f} = \zeta_1, \\ e_\mu = (\lambda_4 \lambda_5 - \lambda_3) \zeta_4 - \lambda_2 \zeta_3 - \lambda_1 \zeta_2 - \lambda_0 \zeta_1 - \lambda_4 \frac{e_W}{a}. \end{cases} \quad (15)$$

e_{W_f} is the flat output of the classical compensation network. The characteristic polynomial of the normalized closed-loop system, ignoring the attenuated effects of the nonlinearities and disturbances, is given by

$$p(s) = s^6 + \lambda_5 s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0. \quad (16)$$

¹ Note that the internal model of the state and input dependent additive perturbation may even be proposed to be represented by a first-order homogeneous system. This simply means that the perturbation is ultra-locally ([27] and [31]) approximated by a piece-wise constant function of time instead of a piece-wise linear time function (see the appendix).

2.3 The perturbed case

Consider the following nonlinear model of a perturbed boost converter (See Fig. 2)

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = -uv + E(t), \\ C \frac{dv}{dt} = ui - \frac{v}{R \parallel R_p}, \end{cases} \quad (17)$$

where i is the inductor current, v is the output capacitor voltage, $E(t)$ is a time-varying disturbance voltage value of the power supply. R is the known value of the load resistor, $v/R \parallel R_p$ represents an unknown time-varying load disturbance drain current ($I(t)_L$). P is a digital signal which controls a bidirectional switch. The control input u is, as before, the binary-valued switch position function $u \in \{0, 1\}$.

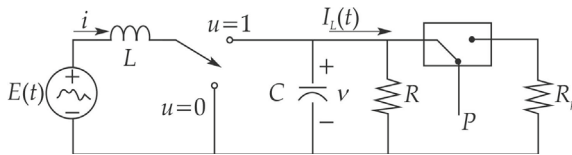


Fig. 2 A perturbed boost converter.

It is desired, in spite of the effects of the total disturbance, affecting the system, to transfer the total stored energy,

$$W = \frac{1}{2}(Li^2 + Cv^2),$$

from an initial equilibrium value \bar{W}_{init} towards a final desired equilibrium value, \bar{W}_{final} , in a pre-specified amount of time, while tracking a given smooth reference trajectory $W^*(t)$ satisfying the initial and final restrictions. This stored energy maneuver is motivated by the desire to smoothly transfer the nominal output voltage level from a corresponding initial equilibrium value towards a final desired equilibrium value. The tracking error, $e_W = W - W^*(t)$, will be assumed to evolve governed by the perturbed dynamics,

$$\ddot{e}_W = -ae_\mu + \xi(i, v, \mu, I_L, \frac{dI_L(t)}{dt}, E(t), \frac{dE(t)}{dt}). \quad (18)$$

A local first degree polynomial model is adopted for the unknown disturbance ξ , represented by a second-order homogeneous pure integration subsystem.

3 Experimental setup

The experimental setup, shown in Fig. 3, is composed of a boost converter designed to operate in continuous

conduction mode at a 20 kHz switching frequency, a pair of sensors, one to measure the inductor current, and the other to measure the output capacitor voltage. An additional circuit is used to enable/disable a disturbance resistive load triggered by means of an output digital signal p (DSP). The nominal values of the components and manufacturer information about the sensors are shown in Fig. 3.

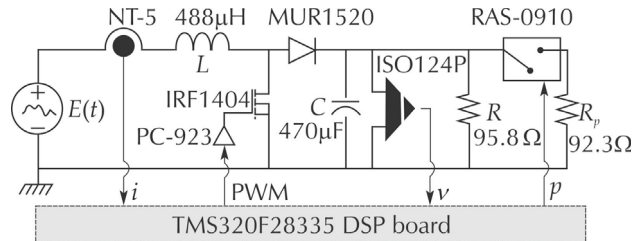


Fig. 3 General scheme of the experimental platform (DC/DC boost converter).

The algorithm of the control and the desired reference trajectory were implemented using a *TMS320F28335* DSP board, where, the complete scheme operates at a fixed sampling rate of 1 MHz. The DSP clock frequency is adjusted to 150 MHz. Two ADCs, a PWM generator and a digital output are required. The program takes up 23% of the available RAM (7.821 KB). The elements of the control system shown in Fig. 4 and these are described below.

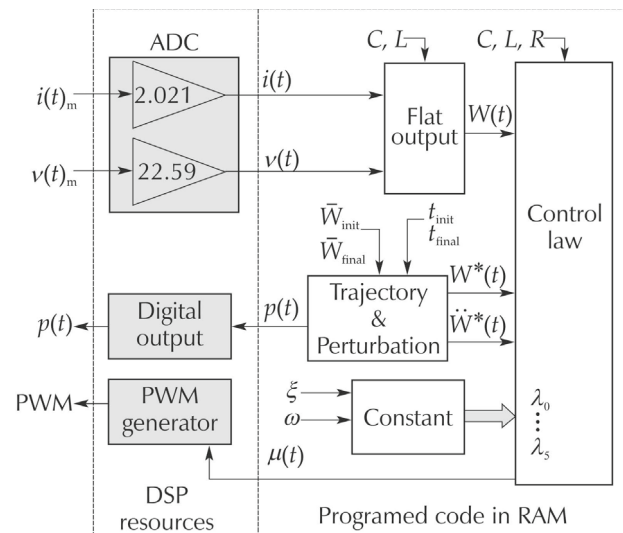


Fig. 4 General scheme of the experimental platform (DSP board).

The measured signals i and v are digitized with two 12-bit ADC with a gain calibration of 2.021 and 22.59 respectively. The control input μ adjusts the duty cycle of a PWM module, which is set to a frequency of 20 kHz. The disturbance signal p , use a digital output port of

the DSP board, which has a voltage level of 3.3 V when $p = 1$. Therefore, a pre-amplification step is required to activate the relay RAS-0910. The algorithm of control is composed of four modules, as shown in Fig. 4. The *Flat output* module obtains the total energy stored in the system $W(t)$ from (8) and requires the signals $i(t)$, $v(t)$, and the nominal values of L and C . The *Trajectory & perturbation* module generates the reference path $W^*(t)$, as follows: under equilibrium conditions, the average values of the boost converter variables, (1), written in terms of the desired constant average output voltage $\bar{v} = V_d$, are given by

$$\bar{v} = V_d, \quad \bar{i} = \frac{V_d^2}{RE}.$$

The reference trajectory $W^*(t)$ for the flat output, $W = \frac{1}{2}(Li^2 + Cv^2)$, is specified to be of the following form:

$$W^*(t) = \begin{cases} W_{\text{initial}}^* & \text{for } t < t_{\text{init}}, \\ W_{\text{initial}}^* + (W_{\text{final}}^* - W_{\text{initial}}^*)f(t, t_{\text{init}}, t_{\text{final}}), & \text{for } t_{\text{init}} \leq t \leq t_{\text{final}}, \\ W_{\text{final}}^* & \text{for } t > t_{\text{final}} \end{cases}$$

with $f(t, t_{\text{init}}, t_{\text{final}}) \in [0, 1]$, $\forall t \in [t_{\text{init}}, t_{\text{final}}]$ being a 10th-order Bézier polynomial (See [30]) given by

$$f(t, t_{\text{init}}, t_{\text{final}}) = 252\Gamma^5 - 1050\Gamma^6 + 1800\Gamma^7 - 1575\Gamma^8 + 700\Gamma^9 - 126\Gamma^{10}$$

with

$$\Gamma = \left(\frac{t - t_{\text{init}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{init}}} \right)$$

and

$$\begin{aligned} W_{\text{initial}}^* &= 0.5[L\bar{i}_{\text{init}}^2 + C\bar{v}_{\text{init}}^2], \\ W_{\text{final}}^* &= 0.5[L\bar{i}_{\text{final}}^2 + C\bar{v}_{\text{final}}^2]. \end{aligned}$$

The initial and final values of the average output voltage v and the average inductor current, i are given by

$$\begin{aligned} \bar{v}_{\text{init}} &= V_{\text{init}}, \quad \bar{i}_{\text{init}} = \frac{V_{\text{init}}^2}{RE}, \\ \bar{v}_{\text{final}} &= V_{\text{final}}, \quad \bar{i}_{\text{final}} = \frac{V_{\text{final}}^2}{RE}. \end{aligned}$$

The system parameters: R and E , are assumed to be continuously time varying in an unknown manner. These parameters are required to calculate the rest to rest reference trajectory for the flat output and the gains in the feedback control law. For the *Control law* module, equations (15), corresponding to the flat filter controller are used. To generate the code of this module, we use

the implicit Euler method to pass the equations to their discrete form. That is to say, for a time function $v(t)$:

$$\frac{dv(t_j)}{dt} = (t_k, v(t_k)) \cong \frac{v(t_k) - v(t_k - 1)}{T},$$

define

$$\begin{aligned} k &:= t_k, \\ \dot{v} &\approx \frac{v(k) - v(k - 1)}{T}, \end{aligned}$$

and therefore,

$$\begin{aligned} \hat{\zeta}_1(k) &= \hat{\zeta}_1(k - 1) + T\hat{\zeta}_2(k), \\ \hat{\zeta}_2(k) &= \hat{\zeta}_2(k - 1) + T\hat{\zeta}_3(k), \\ \hat{\zeta}_3(k) &= \hat{\zeta}_3(k - 1) + T\hat{\zeta}_4(k), \\ \hat{\zeta}_4(k) &= \hat{\zeta}_4(k - 1) + T[e_W - \lambda_5\hat{\zeta}_4(k)], \\ \mu(k) &= \mu^*(k) + \frac{1}{a}[-(\lambda_4\lambda_5 - \lambda_3)\hat{\zeta}_4(k) \\ &\quad - \lambda_2\hat{\zeta}_3(k) - \lambda_1\hat{\zeta}_2(k) - \lambda_0\hat{\zeta}_1(k) - \frac{\lambda_4}{a}e_W], \end{aligned}$$

where $v(k)$ is the current sample, and $v(k - 1)$ is the previous sample and T is the sampling period ($1 \mu\text{s}$). The evolution of $e_\mu(t)$ will asymptotically exponentially converge to zero if and only if the coefficients of the linear feedback tracking controller are chosen in such a manner that the characteristic polynomial of the closed-loop system is *Hurwitz*, i.e., all roots of the polynomial $p(s)$ (16), in the complex variable $s \in C$, lie in the left half of the complex plane. With $\zeta = 0.707$ and $\omega = 15$, the poles placement in closed-loop system are: $p_{1,2} = -0.35514 - 14.793j$, $p_{3,4} = -0.36268 + 15.201j$, $p_5 = -3.856$, and $p_6 = -58.338$. Therefore, the tracking error $e_\mu(t)$ in closed is asymptotically exponentially converge to zero.

3.1 Simulation results for the unperturbed case

A boost converter, with parameters $L = 488 \times 10^{-6} \text{ H}$, $C = 470 \times 10^{-6} \text{ F}$, and $R = 95.8 \Omega$, is required to transfer its output equilibrium voltage $\bar{v}_{\text{initial}} = 30 \text{ V}$ towards a final desired equilibrium $\bar{v}_{\text{final}} = 45 \text{ V}$. The battery nominal value is $E = 20 \text{ V}$.

In order to achieve a smooth rest-to-rest maneuver of the output voltage v , from the initial equilibrium value of $\bar{v}_{\text{initial}} = 30 \text{ V}$, towards the final desired equilibrium value of $\bar{v}_{\text{final}} = 45 \text{ V}$, in a prescribed time interval of 1 s , a corresponding smooth trajectory, $W^*(t)$, of the total stored energy W was prescribed from the corresponding initial value $\bar{W}_{\text{initial}} = 0.2149 \text{ J}$ towards the final desired

value, $\bar{W}_{\text{final}} = 0.4835\text{ J}$], also in a time interval of 1 s starting at $t = 2\text{ s}$, then the reference trajectory is repeated in the opposite direction after 8 s. The desired rest-to-rest stored energy trajectory, $W^*(t)$, was prescribed using a classical Bézier time-polynomial of 10th degree smoothly interpolating between the required initial and final values for W .

Fig. 5 depicts the PSIM² simulations results of the performance of the linear flat filtering based controller for the boost converter in a desired average total stored energy transfer from an initial operating equilibrium towards a final, desired, equilibrium, indirectly achieving a smooth voltage increase between corresponding equilibrium values. In Fig. 6, the average control input is seen to comply with the uniform boundedness requirement $\mu(t) \in [0, 1]$ during the required maneuver.

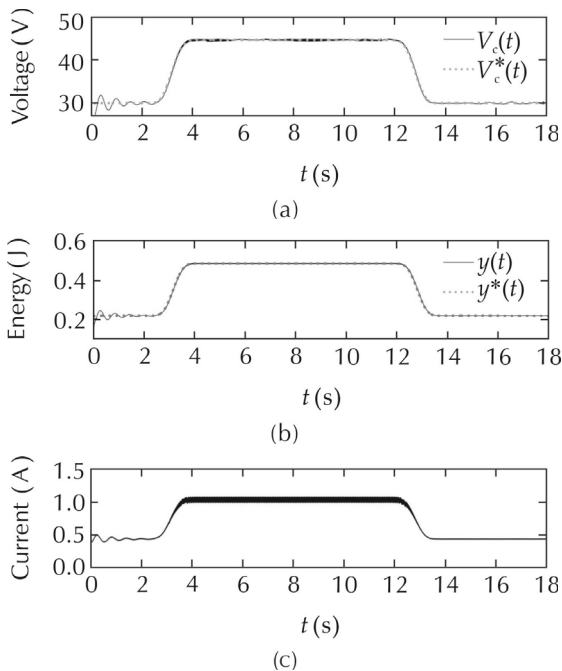


Fig. 5 Performance of flat-filter based controller for a boost converter, on a unperturbed case. (a) Capacitor voltage responses. (b) Total stored energy responses. (c) Inductor current response.

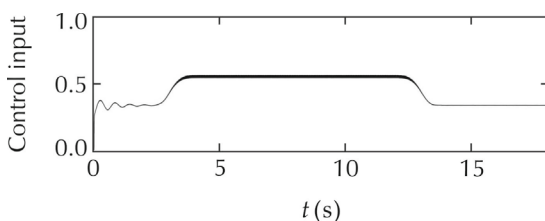


Fig. 6 Switched control input and average control input produced by the flat filter based controller.

3.2 Simulation and experimental results for the perturbed case

We apply the same flat filtering based controller previously designed for the unperturbed case and adopt the same output voltage rest-to-rest maneuver. For this test, we programme the unknown time-varying function of the battery $E(t)\text{ V}$, as follows:

$$E(t) = 10e^{-0.5\cos^2(t)} \sin^2(t). \tag{19}$$

Also, we change the output resistance value R through the connection with other perturbation parallel resistance R_p , the connection and disconnection of the perturbation resistance is controlled by means of an output digital signal p , the equivalent resistance of the boost power converter system, is given by

$$R(t) = \begin{cases} R = 95.8\ \Omega, & \text{for } 0 \leq t < 4.5\ \text{s}, \\ R || R_p = 47.01\ \Omega, & \text{for } 4.5 \leq t < 5.5\ \text{s}, \\ R = 95.8\ \Omega, & \text{for } 5.5 \leq t < 10.5\ \text{s}, \\ R || R_p = 47.01\ \Omega, & \text{for } 10.5 \leq t < 11.5\ \text{s}, \\ R = 95.8\ \Omega, & \text{for } 11.5 \leq t \leq 18.0\ \text{s}. \end{cases} \tag{20}$$

Through the variations of the power source and output resistance, we test the performance of the proposed control. In the first place, we obtain the PSIM simulations results of the performance flat-filter control under variations of power source, and under sudden output resistance change. In the second place, we obtain the experimental results of the performance flat-filter control with these same variations.

3.2.1 PSIM simulations results

Fig. 7 shows on the top graph the output voltage response of boost converter, while the upper graph shows the flat output response of the boost converter system, under the variations of power source and output load resistance, which are shown on Fig. 8. The ISTE (integral square tracking error) of output voltage performance index shows a good performance in spite of the variations of power source and output load resistance. Thus, we observe that the linear flat filtering based controller achieves the robustness on the *non-minimum phase*

² PSIM is a simulation software specifically designed for power electronics and motor drives. With fast simulation and friendly user interface, PSIM provides a powerful simulation environment for power electronics, analog and digital control, magnetics, and motor drive system studies.

variable of the boost converter system for the perturbed case (See Fig. 9). Fig. 10 shows the inductor and output resistance current responses under the power source and output resistance variations, we observe that the amplitude of the currents is incremented when the nominal value of output resistance is reduced in the intervals given by (20).

Fig. 8 shows on the top graph the comparison between the flat filter control and robust nonlinear adaptive control [24] of the output voltage, where we see that the flat filter response do not present a voltage overshoot in the initial condition, while the robust adaptive response present a voltage overshoot. Additionally, we see that the responses in steady-state, the flat filter controller response has a light damping, and the robust adaptive controller response has nothing of damping. The same occurs for the flat output responses of both controllers, this is shown on the upper graph of Fig. 8.

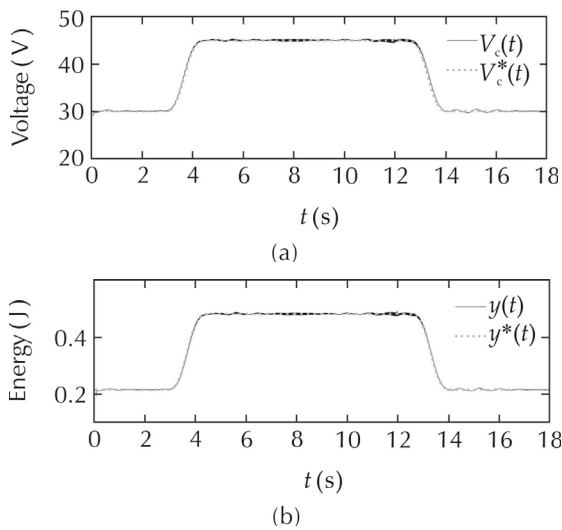


Fig. 7 PSIM simulation results: Output voltage response and flat output response for a stored energy trajectory tracking task, with power source and output resistance variations. (a) Capacitor voltages. (b) Total stored energy responses.

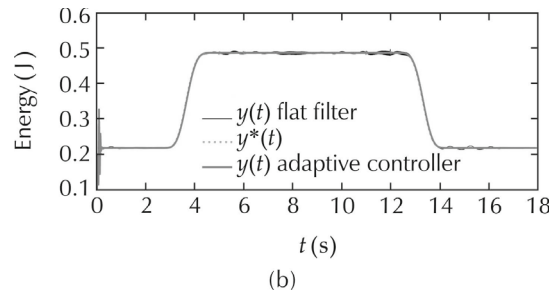
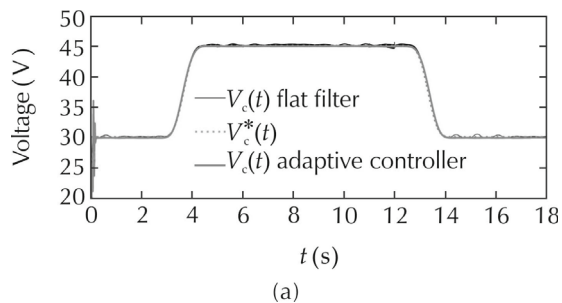


Fig. 8 PSIM simulation results: Output voltage responses and flat output responses for a stored energy trajectory tracking task, with power source and output resistance variations. (a) Capacitor voltages. (b) Total stored energy responses.

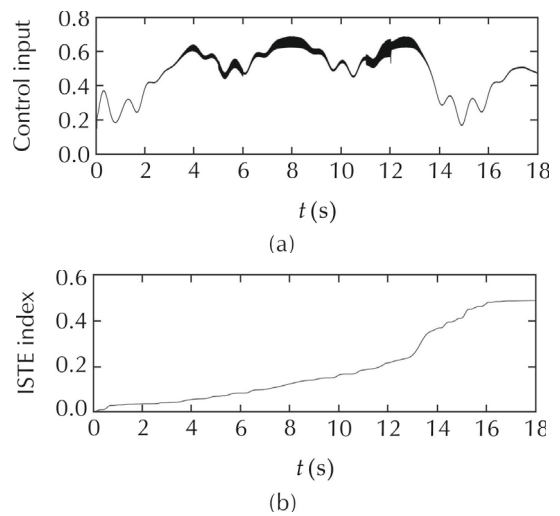


Fig. 9 PSIM simulations results: Average flat filter control and integral square tracking error of the output voltage of boost power converter. (a) Average control input. (b) ISTE index.

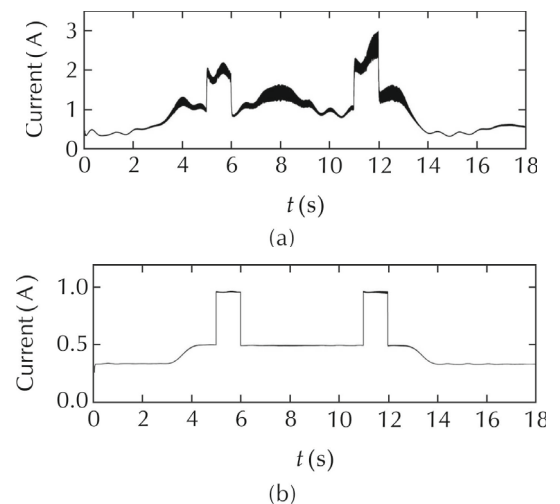


Fig. 10 PSIM simulations results: Inductor current response and output load current response for a stored energy trajectory tracking task, with power source and output resistance variations. (a) Inductor current response. (b) Load current disturbance.

3.2.2 Experimental results

Fig. 11 shows the experimental results of the output voltage and flat output of the boost power converter. We observe that the output voltage and output flat responses of the system in steady-state present a light damping due to damping coefficient of the flat-filter controller, which was tuned with a value of $\zeta = 0.707$, this produces responses of under-damped type (See Section 3).

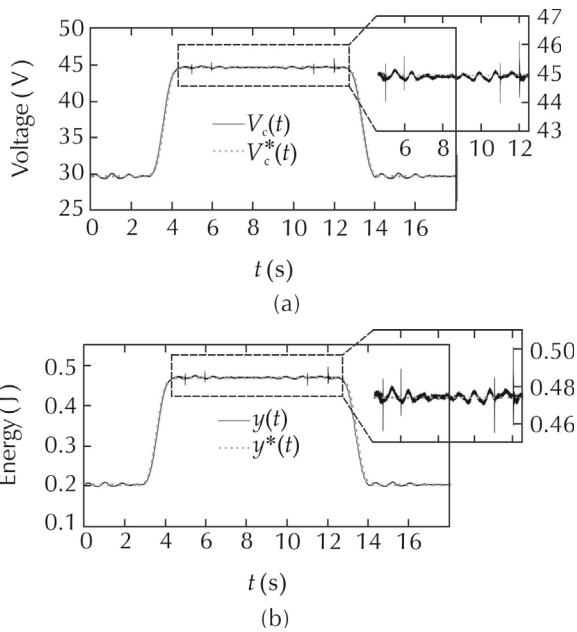


Fig. 11 Experimental results: Output voltage response and flat output response for a stored energy trajectory tracking task, with power source and output resistance variations. (a) Capacitor voltages. (b) Total stored energy responses.

We observe that as much the *non-minimum phase variable* as the flat output variable, keep its desired reference, this due to robustness presented by flat filter controller under sudden changes of the power source and output resistance. Fig. 12 shows on the top graph the average flat filter control, and on the upper graph the ISTE of the output voltage, we see that ISTE performance index has the same behavior that the shown on Fig. 9. Fig. 13 shows the input and output current responses, which are more similar than the PSIM simulations results given by Fig. 10. Notice that the high performance of the flat filter controller in closed loop is produced by the term $\xi(i, v, \mu) = z_1 = \left(\frac{E^2}{L} + \frac{2v^2}{R^2C}\right)$, which is calculated online by means of (14) and (15), this term minimizes the effects produced by the variations established on (19) and (20).

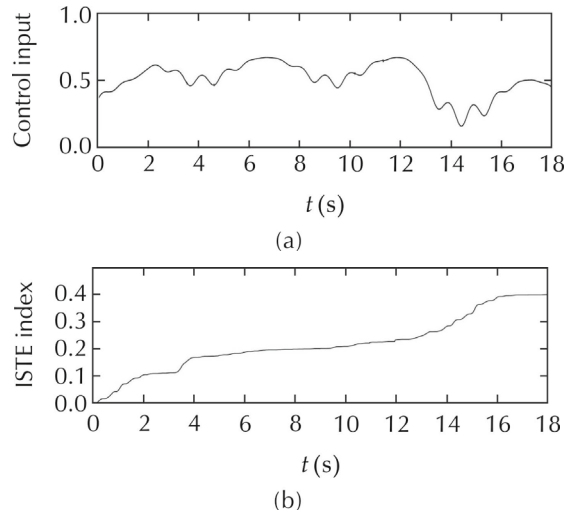


Fig. 12 Experimental results: Average flat filter control and integral square tracking error of the output voltage of boost power converter. (a) Average control input. (b) ISTE index.

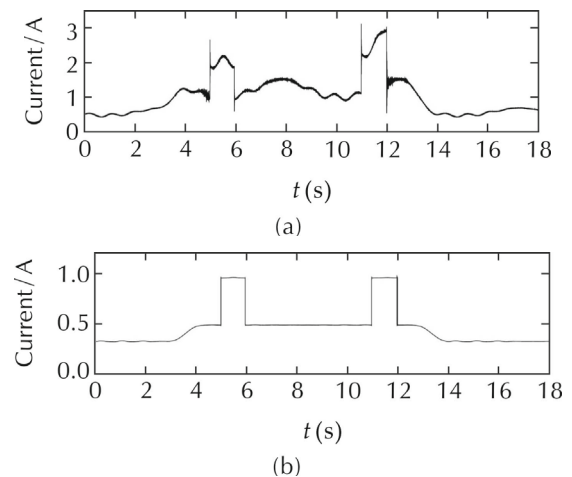


Fig. 13 Experimental results: Inductor current response and load current response. (a) Inductor current response. (b) Load current disturbance.

4 Conclusions

In this article, we have introduced an application of a remarkable new property of flatness, summarized as follows: any linear controllable system whose flat output (or Brunovski output) coincides with the system output, may be controlled, in stabilization or trajectory tracking tasks, by means of a linear, well tuned, stable linear filter alone. The filter processes, respectively, the system output, or the system output trajectory tracking error. A linear combination of the internal states of the linear filter conform the required stabilizing feedback law. The coefficients of the linear filter, which turns out to be also flat in a filtering context, are uniquely deter-

mined in a rather trivial manner involving only an overall pole placement effort for the closed-loop stability of the system. The flat filter constitutes a reinterpretation of the classical compensation networks for linear systems. The classical compensation networks are shown to be totally equivalent to the well known GPIC's based on integral reconstructors. GPIC efficiently evade the need for asymptotic state observers. The striking fact, coincident in a dual manner, and without need for extended observers, with ADRC schemes is that the above linear result may be easily extended to the approximate control of nonlinear uncertain, and exogenously perturbed, nonlinear differentially flat systems. As in ADRC, we also use a control input channel trivialization in the form of a constant gain. The proposed robust flat filtering based controller also shares a philosophical viewpoint with MFC schemes. The fundamental idea of MFC, in high dimensional input-output systems, is that of viewing additive endogenous and exogenous total disturbances, as well as unknown nonlinear control input gains, as on-line piece-wise algebraically identifiable time signals. These are ascribed to a first, or, at most, second order, reference model system on which a P, PD or PID controller is readily designed while periodical updating of the local on-line identifications is performed. The synthesized control input is then shared with the actual plant. In robust flat filtering controls we only respect the system order, treat nonlinearities as unknown time signals that can be significantly attenuated by a linear classical compensation network including a suitable pure integration internal model for the effects of the total unknown disturbances. The nonlinear control input gain is arbitrarily replaced by a constant gain.

References

- [1] H. Sira-Ramírez, R. Silva-Ortigoza. *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. London: Springer, 2006.
- [2] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, et al. Flatness and defect of nonlinear systems: Introductory theory and examples. *International Journal of Control*, 1992, 61(6): 1327 – 1361.
- [3] H. Sira-Ramírez, S.K. Aggrawal. *Differentially Flat Systems*. New York: Marcel Dekker Inc., 2004.
- [4] J. Lévine. *Analysis and Control of Nonlinear Systems: A Flatness Based Approach*. Berlin: Springer, 2009.
- [5] M. Fliess, R. Márquez, E. Delaleau, et al. Correcteurs proportionnels-intégraux généralisés. *ESAIM, Control, Optimization and Calculus of Variations*, 2002, 7(2): 23 – 41.
- [6] J. Han. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [7] Q. Zheng, Z. Chen, Z. Gao. A practical approach to disturbance decoupling control. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(9): 1016 – 1025.
- [8] Q. Zheng, L. Gao, Z. Gao. On validation of extended state observer through analysis and experimentation. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2012, 134(2): 1 – 6.
- [9] B. Guo, Z. Zhao. Weak convergence of nonlinear high-gain tracking differentiator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 1074 – 1080.
- [10] B. Guo, Z. Zhao. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(6): 420 – 430.
- [11] B. Guo, Z. Zhao. On the convergence of the nonlinear active disturbance rejection control for MIMO systems. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 2013, 51(2): 1727 – 1757.
- [12] R. Madoński, P. Herman. Survey on methods of increasing the efficiency of extended state disturbance observers. *ISA Transactions*, 2014, 56: 18 – 27.
- [13] W. Chen, J. Yang, L. Guo, et al. Disturbance observer-based control and related methods – an overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 63(2): 1083 – 1095.
- [14] G. A. Ramos Fuentes, J. A. Cortés-Romero, Z. Zou, et al. Power active filter control based on a resonant disturbance observer. *IET Power Electronics*, 2015, 8(4): 554 – 564.
- [15] Q. Zhong, Y. Zhang, J. Yang, et al. Non-linear auto-disturbance rejection control of parallel active power filters. *IET Control Theory & Applications*, 2009, 3(7): 907 – 916.
- [16] X. Wang, Y. Pang, P. C. Loh, et al. A series-LC-filtered active damper with grid disturbance rejection for AC power-electronics-based power systems. *IEEE Transaction on Power Electronics*, 2015, 30(8): 4037 – 4041.
- [17] S. Li, J. Li, Y. Mo. Piezoelectric multimode vibration control for stiffened plate using ADRC-based acceleration compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(12): 6892 – 6902.
- [18] H. Sira-Ramírez, J. Linares-Flores, C. García-Rodríguez, et al. On the control of the permanent magnet synchronous motor: an active disturbance rejection control approach. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 2014, 22(5): 2056 – 2063.
- [19] X. Chang, Y. Li, W. Zhang, et al. Active disturbance rejection control for a flywheel energy storage system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(2): 991 – 1001.
- [20] H. Hwang, L. Wu, J. Han, et al. A new synthesis method for unit coordinated control system in thermal power plant-ADRC control scheme. *International Conference on Power System Technology*, Singapore: IEEE, 2004: 133 – 138.
- [21] H. Sira-Ramírez, A. Oliver-Salazar. On the robust control of buck-converter DC-motor combinations. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, 28(8): 3912 – 3922.
- [22] Z. Gao. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. *Proceedings of the American Control Conference*, Denver, Colorado: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [23] B. Sun, Z. Gao. A DSP-based active disturbance rejection control design for a 1-kW H-bridge DC-DC power converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2005, 52(5): 1271 – 1277.

[24] J. Linares-Flores, A. Hernández-Méndez, C. García-Rodríguez, et al. Robust nonlinear adaptive control of a boost converter via algebraic parameter identification. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(8): 4105 – 4114.

[25] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. New York: Springer, 1995.

[26] M. Fliess, H. Sira-Ramírez, R. Márquez-Contreras. Regulation of non-minimum phase outputs: a flatness based approach. *Perspectives in Control*, London: Springer, 1998: 143 – 163.

[27] M. Fliess, C. Join. Model-free control. *International Journal of Control*, 2013, 86(12): 2228 – 2252.

[28] H. Sira-Ramírez, C. García-Rodríguez, J. Cortés-Romero, et al. *Algebraic Identification and Estimation Methods in Feedback Control Systems*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2014.

[29] B. Francis, W. M. Woham. The internal model principle for linear multivariable regulators. *Applied Mathematics and Optimization*, 1975, 2(2): 170 – 194.

[30] J. Linares-Flores, C. García-Rodríguez, H. Sira-Ramírez, et al. Robust backstepping tracking controller for low speed PMSM positioning system: design, analysis, and implementation. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2015, 11(5): 1130 – 1141.

[31] H. Sira-Ramírez, J. Linares-Flores, A. Luviano-Juárez, et al. Global ultramodels and active disturbance rejection control of nonlinear differentially flat systems. *Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial*, 2015, 12(2): 133 – 144.

[32] M. Fliess, C. Join. Stability margins and model-free control: A first look. *Proceedings of the 13th European Control Conference*. Strasbourg: IEEE, 2014: 454 – 459.

[33] H. Sira-Ramírez. *Sliding Mode Control: The Delta-Sigma Modulation Approach*. Heidelberg: Birkhäuser, 2015.

Appendix

In this appendix we expose, in a tutorial fashion, the validity of flat filters, or robust GPIC, to handle simplified models of perturbed controllable systems. We briefly illustrate this in the context of an output stabilization task for a, pure integration, third-order system.

Consider the linear time-invariant system:

$$y^{(3)} = u. \tag{a1}$$

Integrating the system expression once, and then once again, while purposefully neglecting the effects of the unknown initial conditions, one obtains two expressions for the unknowns \dot{y} and \ddot{y} , which we respectively address, henceforth, as the structural estimates: \hat{y} and $\hat{\dot{y}}$ of those variables. These two variables, in terms of iterated integrals of inputs, is just given by

$$\hat{y} = \int_0^t u(\sigma_1) d\sigma_1, \quad \hat{\dot{y}} = \int_0^t \int_0^{\sigma_1} u(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1, \tag{a2}$$

³ We adopt, henceforth, the following notation for multiple integrations on a given time function $\phi(t)$,

$$\int_0^t \int_0^{\sigma_1} \dots \int_0^{\sigma_{i-1}} \phi(\sigma_i) d\sigma_i \dots d\sigma_1 = (\int^{(i)} \phi(t)).$$

These estimates, or integral reconstructors [5], of the phase variables, \dot{y} , \ddot{y} , are, respectively, off by a first degree time polynomial and by a constant term depending on the unknown initial conditions³.

The use of these faulty estimates, in any stabilizing linear feedback scheme, demands additive integral output compensation; including up to a double integral of the available output signal.

A stabilizing controller is then proposed to be

$$u = [-\gamma_4 \hat{y} - \gamma_3 \hat{\dot{y}} - \gamma_2 y - \gamma_1 (\int y) - \gamma_0 (\int^{(2)} y)]. \tag{a3}$$

After substitution of the expressions of the integral reconstructors for \dot{y} and \ddot{y} , one obtains the following implicit expression for the controller

$$u = [-\gamma_2 y - \gamma_1 (\int y) - \gamma_0 (\int^{(2)} y) - \gamma_4 (\int u) - \gamma_3 (\int^{(2)} u)]. \tag{a4}$$

Simple association of the iterated integrals leads to the following equivalent expressions which fully explain the controller representation depicted in Fig. a1.

$$u = -\gamma_2 y - (\int^{(1)} \gamma_1 y + \gamma_4 u + (\int^{(2)} \gamma_0 y + \gamma_3 u)), \tag{a5}$$

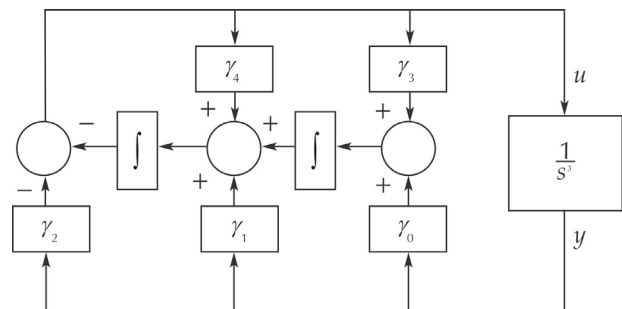


Fig. a1 GPIC stabilizing scheme, for a third-order system, using integral reconstructors.

Taking Laplace transforms in the last expression and after rearrangement it yields:

$$u(s) = -[\frac{\gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0}{s^2 + \gamma_4 s + \gamma_3}]y(s). \tag{a6}$$

The characteristic polynomial of the closed-loop system is clearly given by

$$p(s) = s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0 \quad (a7)$$

with freely assignable parameters for stability achievement. It is tedious but not difficult to show that the classical requirements for stable roots of $p(s)$ in equation (a7), imply, both, the stable locations of poles and zeroes of the filter in (a6).

In frequency domain terms, the integral reconstructor-based controller yields a dynamical classical compensation network of the form (a6). This subsystem can be regarded as a combination of a stable filter, smoothing the available output of the system, and a feed-forward term synthesizing the required plant input in terms of a linear combination of the internal states of such a filter. We address the above classical controller as the *flat-filter* based controller. The reasons for this terminology are: 1) Regarding the controller as a dynamical system with “input” represented by the output of the system y , and with “output” represented by the system’s control input, u , the filtered output y_f qualifies as a flat output for such a linear dynamical system. Indeed, all variables in the dynamic compensator can be expressed in terms of the flat output y_f and a finite number of its time derivatives. 2) A crucial property of flat linear time-invariant systems is that their transfer functions exhibit no zero dynamics. Such is the case of the transfer function of the filtered output y_f considering y as an input. The flat filtered output is defined as

$$y_f(s) = \left[\frac{1}{s^2 + \gamma_4 s + \gamma_3} \right] y(s), \text{ or } \ddot{y}_f = -\gamma_4 \dot{y}_f - \gamma_3 y_f + y. \quad (a8)$$

The state space representation of the flat filtering controller follows immediately from the controller expression written in compensation network form and expressed back in the time domain. Defining, $y_f = \zeta_1$ and $\dot{y}_f = \zeta_2$, one has

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = \zeta_2, \\ \dot{\zeta}_2 = -\gamma_4 \zeta_2 - \gamma_3 \zeta_1 + y, \\ u = -(\gamma_0 - \gamma_2 \gamma_3) \zeta_1 - (\gamma_1 - \gamma_2 \gamma_4) \zeta_2 - \gamma_2 y. \end{cases}$$

A1. The robustness issue

Suppose it is desired to control the same system (a1) in a perturbed version of the form:

$$y^{(3)} = u + \xi(t), \quad (a9)$$

where $\xi(t)$ is only known to be an absolutely bounded signal. A compensator would try to overcome the unknown disturbance with as many integrations in the compensator as reasonably possible in the hope of facing a classical disturbance of polynomial type. Notice, however, that any smooth, bounded, time-varying perturbation is ultra-locally efficiently approximated by a time polynomial of arbitrary degree (piecewise

constant, piecewise linear, parabolic, etc.). Any finite degree time polynomial perturbation, taken as internal model of the unstructured additive perturbation, may then be also locally approximately cancelled by a sufficient number of differentiations. These differentiations are easily realized as iterated integrations in the denominator of the compensation network.

Recall that in extended state observers and in GPI observers, respectively, a single extra integrator, or, a finite number of integrations extending the observer’s state space, suffices to have an arbitrarily close estimation to the actual disturbance. Similarly, and dually, in GPIC based flat filters, the suitable addition of one or a finite number of integrators in the compensation network denominator will result, under closed-loop conditions, in at least the same number of time differentiations of the additive disturbance. This simple duality is at the heart of regarding non-linear state dependent, and even input dependent, disturbances as unstructured time polynomial models [6] whose effects can be on-line identified [27], estimated [31], or cancelled, in an approximate manner. That this philosophy works even for nonlinear state and input dependent additive nonlinearities rests on the fact that, ultimately, while the system is operating on line, such disturbances are, indeed, time varying signals. Efforts to generally assess closed-loop stability of the existing control schemes adopting this modeling philosophy for disturbances may be found in [8, 10, 18, 27, 32]. See also the excellent survey by Madoński and Herman [12].

The preceding paragraph justifies the use of a robust flat filter based compensator for the perturbed third-order pure integration system. Here a first degree time polynomial internal model is adopted for the additive perturbation (hence, $m = 2$ is needed). A stabilizing task, to a trivial reference output equilibrium $\bar{y} = 0$, is imposed on the system. We propose then,

$$u = - \left[\frac{\gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0}{s^2(s^2 + \gamma_6 s + \gamma_5)} \right] y. \quad (a10)$$

The closed-loop system evolves in accordance with

$$(s^7 + \gamma_6 s^6 + \dots + \gamma_1 s + \gamma_0) y = (s^4 + \gamma_6 s^3 + \gamma_5 s^2) \xi(s).$$

The disturbance, ultra-locally modeled (see Fliess and Join [27] and, also, [31]) by a first degree time polynomial, is differentiated at least twice in the closed-loop system.



Hebertt SIRA-RAMÍREZ received the Ph.D. degree in Electrical Engineering from Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, U.S.A., in 1977. He is currently with the Sección de Mecatrónica, Departamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV (Center of Investigation and Advanced Researching) IPN, Distrito Federal, Mexico. His research interests include theoretical and practical aspects of feedback regulation of nonlinear dynamic

systems with special emphasis on variable structure feedback control techniques and its applications in power electronics. E-mail: hsira@cinvestav.mx.



E-mail: arturohm55@hotmail.com.

Arturo HERNÁNDEZ-MÉNDEZ received the B.Sc. degree in Electronic Engineering in 2002 and the M.Sc. degree in Electronics and Computer in 2013 from Universidad Tecnológica de la Mixteca, UTM. He is currently a Ph.D. candidate of Electronics at UTM. His researches interests include development and implement control systems for power electronics and digital signal processing.

Jesús LINARES-FLORES received the Ph.D. degree in Electrical Engineering from CINVESTAV-IPN, Distrito Federal, Mexico, in 2006. Since 2007, he has been the Head of the Academic Body Automation and Control of Mechatronics Systems (UTMIX-CA-24), Universidad Tecnológica de la Mixteca, Oaxaca, Mexico. He is a Member of the National System of Researchers (SNI, Level I),



Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), Distrito Federal, Mexico. His research interests include theoretical and practical aspects of feedback regulation of linear and nonlinear dynamic systems with special emphasis on passivity-based and generalized proportional integral control techniques and its applications in power electronics. E-mail: jlinares@mixteco.utm.mx.



Alberto LUVIANO-JUÁREZ received the B.Sc. degree in Mechatronics Engineering from the National Polytechnic Institute (IPN), Mexico City, Mexico, in 2003, the M.Sc. degree in Automatic Control from the Department of Automatic Control, CINVESTAV, IPN, in 2006, and the Ph.D. degree in Electrical Engineering from the Department of Electrical Engineering, CINVESTAV, in 2011. From 2011, he is with the Graduate and Research Section at UPIITA-IPN, where he is the head of the Advanced Robotics Laboratory. He is a member of the National System of Researchers (SNI-I). His current research interests include robust estimation and control in mechatronic systems and algebraic methods in the estimation and control of nonlinear systems. E-mail: alberto.luviano@gmail.com.

Singular Perturbations in Controller Design for DC-to-DC Power Converters

Richard Marquez*, Marco Antonio Contreras-Ordaz*, Arturo Hernández-Méndez†

*Instituto de Electrónica y Mecatrónica, † División de Estudios de Posgrado
Universidad Tecnológica de la Mixteca

Carretera a Acatlima 2.5 km, Huajuapán de León, Oaxaca, México, C.P. 69000

Email: {rmarquez,marco.contreras,arturohm54}@mixteco.utm.mx

Abstract—A novel, straightforward approach to prove (semiglobal) asymptotic stability of current-mode control of DC-DC power converters is given based on the singular perturbations (time-scale separation) approach. The small parameter ε which separates time scales is related to the physical values of inductances and capacitances. Our methodology results also in the proof of asymptotic stability of a simple integral output controller which is robust to variations of the voltage source and output load resistance. Some remarks are given at the end about performance limitations of this controller and how to improve the closed-loop converter behavior.

I. INTRODUCTION

Singular perturbations [1] are a mathematical approach to model order reduction of systems in which a two-time-scale separation exists. To the author knowledge too few papers are devoted to apply this partitioning of slow and fast variables for design purposes in DC-to-DC power converters, as reviewed in the surveys [2]–[4] (over 1300 references). Moreover, a search in IEEE Xplore® (more than four million documents) with words “dc-dc power converters singular perturbations” display only 20 results.

Most significant in this area are the works of Kimball and Krein, see [5], [6], and Alvarez-Gallegos and coworkers [7], [8], which are both related to current-mode control (CMC). In [6], they apply time-scale separation (fast inductor current versus slow capacitor voltage) to improve the behavior of a power factor correction converter. In [7], a first formal proof of semiglobal stability asymptotic regulation of the output voltage (under integral control) of CMC scheme is given, for the particular case of a (nonlinear) boost converter, based on a singular perturbation approach and Lyapunov stability arguments. In [8], a systematic approach to design and tuning of a CMC-controlled boost converter is proposed, based on a robust backstepping over linear system transfer functions; stability of the proposed controller uses also time-separation arguments.

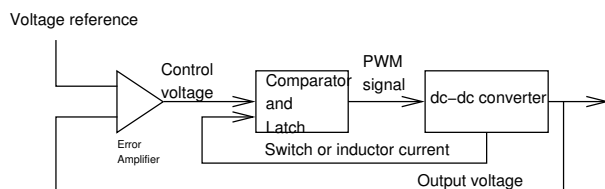


Fig. 1. Current-mode control, following D. Czarkowski [9, Ch. 13, p. 260]

Current-mode control (CMC), also called average current control, current-programmed control, current-injected control, cascaded control, two-loop control, etc., has been a main area of research in the power converter community since the work of Deisch [10] and others [11], [12]. CMC scheme has evolved from the simple error amplifier for the output voltage error, illustrated in Figure 1, taken from [9, Chapter 13] to similar but more elaborated versions. These works include the use of a (suitable) stabilizing ramp [13] in peak current-mode control, average current-mode control [14], to the recently I^2 average current mode control [15].

The analysis of CMC circuits have been also extensive in the literature, ranging from [13], [16]–[18] to [19]. A cited work above, by Alvarez-Ramírez and Gerardo Espinosa-Pérez [7], analyze CMC asymptotic stability under bounded controller gains. Their analysis, based on singular perturbations [20], results in a low-gain integral output controller. We are surprised that such a fundamental result has not attain practical relevance in the power converter community; it is in fact a robust (linear, dynamical) output feedback controller of a nonlinear non-minimum phase system.

In this very short paper, we propose what we consider is a novel approach to the (semiglobal) stability analysis of current-mode control, thus it extends the work [7]. In fact, our approach permits to extrapolate a simple integral controller for output regulation of DC-DC power converters¹. Our result, in the case of output-voltage integral control, is based on the general BIBO (bounded input-bounded output) stability property of DC-DC power converters: they are open-loop stable to a constant duty cycle. First section is devoted to describe the average DC-DC power converter model we deal with in this paper. Section III explains our singular perturbations approach to stability of a current-mode control composed of an inner proportional current control plus an outer (only) integral voltage controller. On the same lines, we simplify CMC in Section IV to explain the stability and robustness of the (very) simple integral control of the output voltage. Last section is devoted to some conclusions and remarks (about converter redesign and an actual implementation in progress).

¹In general in the literature of DC-DC power converters, integral control is not used because it “difficult to control” or “generates instabilities”, so it is neglected in practice.

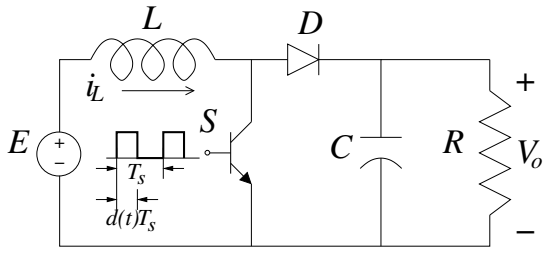


Fig. 2. Boost converter.

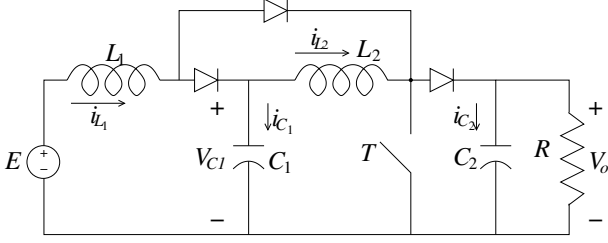


Fig. 3. Quadratic boost converter.

II. THE GENERAL MODEL OF POWER CONVERTERS UNDER CCM

Consider the following general model² of voltage-sourced DC-DC power converters working under continuous conduction mode (CCM):

$$\mathcal{M}\dot{x} = (\mathcal{J}(u) - \mathcal{R})x + \beta(u)E \quad (1)$$

where \mathcal{M} is the diagonal LC matrix composed of inductances L_i and capacitances C_j (coupled inductors are not considered); $\mathcal{J}(u)$ is a skew-symmetric matrix, $\mathcal{J} + \mathcal{J}^T = 0$ (T stands for transpose), describing the LC connections and the form inductor currents affects capacitor voltages; \mathcal{R} is a diagonal matrix composed of inductors series resistors and capacitor conductances (resistors in parallel with capacitors); $\beta(u)$ corresponds to a column vector showing the connections of voltage source E to inductors. The state variable x represents, accordingly, inductor currents i_{L_i} and capacitor voltages v_{C_j} . The discrete variable $u \in \{0, 1\}$ corresponds to each of the two transistor states, on and off, under CCM.

Consider the following two examples. For the boost (step-up) converter shown in Figure 2 we have

$$\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \dot{x} = \begin{pmatrix} -r & -(1-u) \\ (1-u) & -\frac{1}{R} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} E. \quad (2)$$

where $x = (i_L, v_C)$.

The quadratic boost converter shown in Figure 3 has $x = [i_{L_1}, v_{C_1}, i_{L_2}, v_{C_2}]^T$ and the following matrices

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix};$$

$$\mathcal{J}(u) = \begin{pmatrix} 0 & -(1-u) & 0 & 0 \\ 1-u & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -(1-u) \\ 0 & 0 & 1-u & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{pmatrix}; \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

A suitable periodic PWM policy generates a sequence $u(t)$, $u = 1$ for $t_k \leq t < t_k + dT_s$, $u = 0$ for $t_k + dT_s \leq t < t_k + T_s$, where t_k is the switching instant, T_s switching period, d is the duty cycle. Under a PWM policy, with varying duty cycle $0 < \mu = d(t) < 1$, the average model of (1) is given by

$$\mathcal{M}\hat{x} = (\mathcal{J}(\mu) - \mathcal{R})\hat{x} + \beta(\mu)E. \quad (3)$$

where \hat{x} is the average state variable, μ is the varying duty cycle which acts as a control input. A first assumption (verified in practice by design) is that this average model is BIBO stable under a fixed duty cycle \bar{u} , and has a unique equilibrium point \bar{x} or dc conversion ratio given by

$$\frac{\bar{x}}{E} = -(\mathcal{J}(\bar{u}) - \mathcal{R})^{-1}\beta(\bar{u}). \quad (4)$$

III. SINGULAR PERTURBATION ANALYSIS OF CMC

A singularly perturbed system, cf. [1], can be written in the following form

$$\begin{aligned} \varepsilon\dot{x} &= g(x, z) \\ \dot{z} &= f(x, z) \end{aligned} \quad (5)$$

where ε represents the small parameter to be neglected; because of ε there exists a time-scale separation: $x \in \mathbb{R}^n$ is the fast variable, z^m is the slow variable. Under $\varepsilon \equiv 0$, the dimension of (5) reduces from $n+m$ to m , because the second equation of (5) degenerates into an algebraic equation:

$$0 = g(x^*, z^*) \quad (6)$$

If this equation has a (isolated) solution $x^* = \phi(z^*)$, the first equation of (5) results in

$$\dot{z}^* = f(\phi(z^*), z^*) \quad (7)$$

which is the quasi-steady-state model of order m .

A current-mode controller consists of an inner current controller

$$\mu = \bar{u} - k_1(i_{L_1} - z), \quad (8)$$

and an outer voltage controller:

$$\dot{z} = -k_2(v_{C_n} - \bar{V}), \quad (9)$$

where i_{L_1} is the current of the first inductor, $v_{C_n} = v_o$ is the last, output capacitor; (k_1, k_2) are controller parameters; \bar{V} is the desired output voltage.

Before proceeding, physical values of L_i and C_j (on the order of mili- or micro-) permit to consider $\mathcal{M} = \varepsilon\mathcal{S}$. Now suppose we replace $z = i_{\text{ref}}$, a constant current value, in (8):

$$\mu = \bar{u} - k_1(i_{L_1} - i_{\text{ref}}), \quad (10)$$

²The derivation of this model can be appreciated in [21]. A submitted paper to this Conference uses a graph approach to derived this model [22].

Our second assumption³ is the system (3)-(10) is asymptotically stable to an isolated equilibrium point, i.e. $v_{C_n}^* = \phi(i_{\text{ref}})$ using a suitable parameter k_1 .

Therefore, the (semiglobal) stability current-mode control (8)-(9) in closed-loop with (3) can we have to evaluate the stability of the quasi-steady-state system which results:

$$\dot{z}^* = -k_2(\phi(z^*) - \bar{V}) . \quad (11)$$

From here, stability and time-scale separation is guaranteed provided $\varepsilon k_2 \ll 1$, $k_2 > 0$.

For example, for the case of the ideal boost converter (2), $r = 0$, the controller

$$\begin{aligned} \mu &= \bar{u} - k_1(i_L - z) , \\ \dot{z} &= -k_2(v_C - \bar{V}) , \end{aligned}$$

yields

$$x_2^* = v_C^* = +\sqrt{\frac{R}{E}} i_L^* = +\sqrt{\frac{R}{E}} z^* .$$

Notice this is one isolated equilibrium under the inner current control. Thus, (11) becomes

$$\dot{z}^* = -k_2\left(\sqrt{\frac{R}{E}} z^* - \bar{V}\right)$$

which is asymptotically stable to $\bar{z}^* = \frac{E}{R} \bar{V}^2$, for $z^* > 0$.

IV. OUTPUT INTEGRAL CONTROL

Reduce the previous controller (8)-(9) to

$$\dot{\mu} = -k(v_{C_n} - \bar{V}) , \quad (12)$$

i.e. an integral output controller. In this case, (6) is not only isolated but is unique due to our first assumption, i.e. there exists a unique $v_C^* = \phi(\mu^*)$; this is the case for ideal converters (no losses due to parasitics). For actual converters, the solution of (6) remains isolated. The closed-loop system

$$\begin{aligned} \varepsilon \mathcal{S} \hat{x} &= (\mathcal{J}(\mu) - \mathcal{R}) \hat{x} + \beta(\mu) E \\ \dot{\mu} &= -k(v_{C_n} - \bar{V}) \end{aligned} \quad (13)$$

is then asymptotically stable provided $\varepsilon k_2 \ll 1$, $k_2 > 0$.

Consider the ideal boost converter again. The unique isolated point is given by

$$v_C^* = \frac{E}{1 - \mu^*}$$

and the quasi-steady-state model (7) results in

$$\dot{\mu}^* = -k \left[\frac{E}{1 - \mu^*} - \bar{V} \right]$$

which is asymptotically stable to $\bar{\mu}^* = 1 - E/\bar{V}$, for $0 < \mu^* < 1$. Notice this controller and the (integral-based) current-mode controller above are robust to (slow and/or punctual step) variations of parameters, in particular, the output load R_o and the voltage source E .

³This assumption is also true in practice from the perspective of a power designer.

V. CONCLUSIONS AND REMARKS

In this short note we proposed a straightforward approach, based on singular perturbations (time-scale separation), to demonstrate the semiglobal asymptotic stability of current-mode controllers with an integral term on the output error. The approach given here explains why the output of any DC-DC power converter (with several inductors and capacitors) can be regulated by current-mode control.

We also analyzed the asymptotic stability of a simple integral controller. This controller solves in an easy and direct way a long standing problem of robust output regulation of DC-DC power converters (no other state variable is required).

We have implemented the integral controller (12) proposed here in an actual boost converter with excellent robustness results. It is interesting to mention that the limit of performance of this simple controller is the *open loop behavior of the DC-DC power converter involved*. This can be readily seen by using the small-signal model and a root-locus approach. In fact, we are working on a revision of performances of integral-based current-mode controllers, and almost all controllers reviewed exhibit this feature, they all have slower close-loop responses than the actual open-loop behavior⁴, cf. e.g. [8]. Nonetheless, this is not an inconvenient from the power designer perspective: if a faster response is desired, redesign the converter, i.e. inductance and capacitance values, simultaneously with gain k .

Another result from variations of R_o and E in this case (integral control) is that the integral controller takes a longer settling time in the presence of variations of E . This is so because E is farther than R_o from the point of the regulated output (v_C).

ACKNOWLEDGMENT

The first author (RM) would like to thank the financial support of SEP-PRODEP under Research grant UTMIX-PTC-057/DSA/103.5/16/10481.

REFERENCES

- [1] P. Kokotovic, H. Khali, and J. O'Reilly, *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*, ser. Classics in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999.
- [2] V. S. J. O. P. Kokotovic, "Singular perturbations and time-scale methods in control theory: Survey 1976-1983," *Automatica*, vol. 20, no. 3, pp. 273-293, 1984.
- [3] D. S. Naidu, "Singular perturbations and time scales in control theory and applications: an overview," *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems Series B: Applications & Algorithms*, vol. 9, pp. 233-278, 2002.
- [4] Y. Zhang, D. S. Naidu, C. Cai, and Y. Zou, "Singular perturbations and time scales in control theories and applications: an overview 2002-2012," *International Journal of Informaton and Systems Sciences*, vol. 9, no. 1, pp. 1-36, 2014.
- [5] J. W. Kimball and P. T. Krein, "Singular perturbation theory for DC-DC converters and application to PFC converters," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC'2007*, June 2007, pp. 882-887.
- [6] —, "Singular perturbation theory for DC-DC converters and application to PFC converters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 23, no. 6, pp. 2970-2981, Nov 2008.

⁴Most papers reviewed do not include this open-loop behavior, or compare close-loop results with it.

- [7] J. Alvarez-Ramírez and G. Espinosa-Pérez, "Stability of current-mode control for dc-dc power converters," *Systems & Control Letters*, vol. 45, no. 2, pp. 113–119, February 2002.
- [8] J. Alvarez-Ramírez, G. Espinosa-Pérez, and D. Noriega-Pineda, "Current-mode control of dc-dc power converters: a backstepping approach," *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 13, pp. 421–442, 2003.
- [9] M. H. Rashid, Ed., *Power electronics handbook: devices, circuits, and applications handbook*, 3rd ed. Burlington, MA: Elsevier Inc., 2011, ch. chapter, chapter 13.
- [10] C. W. Deisch, "Simple switching control method changes power converter into a current source," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC 1978*, June 1978, pp. 300–306.
- [11] A. Capel, G. Ferrante, D. O'Sullivan, and A. Weinberg, "Application of the injected current model for the dynamic analysis of switching regulators with the new concept of lc^3 modulator," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC 1978*, June 1978, pp. 135–147.
- [12] D. O'Sullivan, H. Spruyt, and A. Crausaz, "PWM conductance control," in *Power Electronics Specialists Conference, 1988. PESC '88 Record., 19th Annual IEEE*, April 1988, pp. 351–359 vol.1.
- [13] S. P. Hsu, A. Brown, L. Rensink, and R. D. Middlebrook, "Modelling and analysis of switching dc-to-dc converters in constant-frequency current-programmed mode," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC 1979*, June 1979, pp. 284–301.
- [14] L. Dixon, "Average current-mode control of switching power supplies," in *Unitrode Power Supply Design Seminar Handbook*. Merrimack, NH: Unitrode Corp., 1990, Application note U-140, pp. 356–369 vol.3, average current-mode control.
- [15] Y. Yan, F. C. Lee, P. Mattavelli, and P. H. Liu, " i^2 average current mode control for switching converters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, no. 4, pp. 2027–2036, April 2014.
- [16] R. D. Middlebrook, "Topics in multiple-loop regulators and current-mode programming," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1985*, June 1985, pp. 716–732.
- [17] D. M. Mitchell, "An analytical investigation of current-injected control for constant-frequency switching regulators," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. PE-1, no. 3, pp. 167–174, July 1986.
- [18] R. B. Ridley, "A new, continuous-time model for current-mode control [power convertors]," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 6, no. 2, pp. 271–280, Apr 1991.
- [19] Y. Yan, F. C. Lee, and P. Mattavelli, "Analysis and design of average current mode control using a describing-function-based equivalent circuit model," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 28, no. 10, pp. 4732–4741, Oct 2013.
- [20] F. Hoppensteadt, "Asymptotic stability in singular perturbation problems. ii: problems having matched asymptotic expansion solution," *J. Differential Equations*, vol. 15, pp. 510–521, 1974.
- [21] R. W. Erickson, "Synthesis of switched-mode converters," in *Proc. IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC'83)*, June 1983, pp. 9–22.
- [22] R. Marquez, M. A. Contreras-Ordaz, and J. L. C. Pacheco, "Modeling PWM dc-to-dc power converters using graphs," March 2017, submitted to 60th IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems, MWSCAS 2017.