



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE MIXTECA

INSTITUTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

**DISEÑO DE LA CÁMARA DE FERMENTACIÓN DE UN BIODIGESTOR
ANAERÓBICO, USANDO LA ENERGÍA SOLAR TÉRMICA COMO FUENTE DE
CALOR MODELADO POR ELEMENTO FINITO**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO EN FÍSICA APLICADA

PRESENTA:

MOISÉS ISAÍ GARCÍA SÁNCHEZ

DIRECTOR:

M. C. MAXVELL GUSTAVO JIMÉNEZ ESCAMILLA

Heroica Ciudad de Huajupan de León, Oaxaca, Mayo 2017.

“Por tu esfuerzo y amor invaluable”

A mi padre.

Agradecimientos

A mi familia que siempre ha estado conmigo a lo largo de mi carrera, en especial a mi padre, Moisés García García por darme la libertad de elegir mi camino, por todo el apoyo y amor incondicional.

A mis profesores por su dedicación, por compartir de sus conocimientos y aportar en mi formación académica. A la Universidad Tecnológica de la Mixteca y por todo los apoyos recibidos a través de la Jefatura de Ingeniería en Física Aplicada.

A mis compañeros de clase y amigos, por lo buenos y malos momentos que compartimos.

A mi director de tesis M.C. Maxvell Gustavo Jiménez Escamilla por su confianza, dedicación y apoyo.

A mis sinodales, Dr. Álvaro Jesús Mendoza Jasso, Ing. Brenda Iris Guadalupe Liconá Morán y L.F.M. Gustavo Jiménez Santana por sus valiosas observaciones y sugerencias que contribuyeron a mejorar este trabajo.

A todos gracias.

INTRODUCCIÓN

La energía a través de la historia ha jugado un papel importante en el desarrollo de la humanidad, pero fue la biomasa la primera fuente de energía que el hombre primitivo utilizó, al manipular y controlar el fuego, con el tiempo además aprendió a utilizar las diferentes formas de energía que ofrece la naturaleza, por ejemplo; la navegación en vela y molinos de viento (energía eólica), los molinos de agua (energía hidráulica) y las construcciones de edificios para aprovechar la luz o el calor del sol (energía solar) [Vázquez 1995, Pinilla 2008, Sánchez 2012].

Durante mucho tiempo la biomasa fue la principal fuente de energía y se mantuvo como la más importante hasta comienzos de la revolución industrial en siglo XVII cuando las energías no renovables empezaron a tener gran relevancia por razones económicas, dada la facilidad de su extracción. Con la invención de la máquina de vapor, el carbón se convierte en la principal fuente de energía, la máquina de vapor posteriormente es remplazada por el motor de combustión interna que utiliza como combustibles el petróleo, combustible de mayor densidad energética [Maser, 2011].

La disponibilidad de los recursos no renovables (carbón, petróleo y gas natural principalmente) ha dado lugar a la sociedad industrializada y permitió el desarrollo de ciudades debido a que se podía satisfacer las necesidades básicas de energía, el desarrollo de nuevas industrias y oportunidades de empleo. Sin embargo su uso abre el debate bajo dos problemáticas, el calentamiento global y la seguridad energética.

Los recursos no renovables que se han utilizado por más de 50 años han liberado grandes cantidades de dióxido de carbono a la atmósfera aumentando la concentración de gases de efecto invernadero, provocando impactos negativos sobre el medio ambiente tal como el calentamiento global, aproximadamente durante este lapso de tiempo muchos ambientalistas afirman que la temperatura se ha elevado en un promedio mundial de 2°C [IPCC, 2014].

La seguridad energética se relaciona con la crisis actual que enfrenta la industria petrolera debido a la volatilidad en el precio de los hidrocarburos [Fernández, 2014], en México a la disminución en los últimos años de la producción y de las reservas de petróleo [Estrada, Islas, 2010].

Sustituir a los hidrocarburos parece una tarea complicada, sin embargo México cuenta con una abundancia de recursos renovables [Estrada, 2013]. Una de las energías renovables que puede contribuir en gran parte a satisfacer la demanda de energía, es el uso de la biomasa, para producir energía, conocida como Bioenergía. Muchos países en el mundo han desarrollado políticas y programas que promueven la investigación y uso de bioenergía como una fuente de energía alterna [Estrada, 2013; Masera, 2011]. Otras de las energías renovables de abundancia en México es la energía solar térmica; en el país en promedio hay una elevada irradiación diaria del orden de 18 MJ/m^2 [Islas, 2010], lo que ofrece un campo fértil para su amplio aprovechamiento.

La energía solar y bioenergía son alternativas viables en México. En esta tesis se tiene como objetivo diseñar y modelar un fermentador que contemple el uso de estas dos energías renovables. El diseño se realizó en fase computacional y el estudio térmico se realizó por análisis de elemento finito.

En el capítulo 1 se aborda el problema energético, la disminución de la producción de petróleo en México y las alternativas energéticas. En el capítulo 2 se presenta el estado de arte de la fermentación anaerobia, en el capítulo 3 los fundamentos de transferencia de calor, el capítulo 4 tratará de la radiación térmica que es la forma en que llega la energía solar a la tierra, el capítulo 5 se aborda los fundamentos de elemento finito que es la base de los análisis térmicos, en el capítulo 6 se describe las mediciones de los parámetros ambientales que definirán la operación de los fermentadores, en el capítulo 7 se realiza la medición de temperatura en una placa construida con ferrocemento, dicha placa también fue simulada con las condiciones expuestas, logrando que el modelo matemático por elemento finito arrojará valores muy cercanos a los obtenidos experimentalmente. En el capítulo 8 se presentan tres modelos de fermentadores y el estudio térmico por análisis de elemento finito, por último, en el capítulo 9 se hizo un análisis y las conclusiones en base a los resultados observados.

Objetivos de la tesis

Objetivo principal

Diseño y simulación de la cámara de fermentación para un biodigestor que utilice la energía solar térmica como fuente de calor para acelerar la producción de metano.

Objetivos particulares

1. Aumentar la temperatura de fermentación sobre la temperatura ambiente al suministrar calor por medio de energía solar.
2. Realizar la simulación por elemento finito.
3. Analizar los resultados obtenidos a partir de las simulaciones.

Glosario

AGV	Ácidos grasos volátiles
AIE	Agencia Internacional de Energía
BP	British Petroleum
C	Carbono
C/N	Carbono/Nitrógeno
CH ₄	Metano
CO	Monóxido de carbono
CO ₂	Dióxido de Carbono
ER	Energía Renovable
FAO	Food and Agriculture Organization of the United Nations
H ₂	Hidrogeno
H ₂ S	Ácido sulfhídrico
INAFED	Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal
INEGI	Instituto Nacional de Estadística y Geografía
N ₂	Nitrógeno
PEMEX	Petróleos Mexicanos
SENER	Secretaría de Energía
SE	Secretaría de Economía
ST	Sólidos Totales
SV	Sólidos Volátiles
UNAM	Universidad Nacional Autónoma de México

Indice general

	Pág.
Introducción.....	I
Objetivo de la tesis.....	III
Glosario.....	IV
Capítulo 1. Problema energético.....	1
1.1 Contexto internacional.....	1
1.2 Situación en México.....	2
1.3 Crecimiento poblacional y urbanización.....	3
1.3.1 Población mundial.....	4
1.3.2 Población en México.....	4
1.3.3 Urbanización en México.....	5
1.4. Estado actual del petróleo en México.....	6
1.4.1 Producción de petróleo.....	6
1.5 Energías renovables.....	8
1.5.1 Fermentación de biomasa.....	8
Capítulo 2. Fermentación anaerobia.....	11
2.1 Etapas de fermentación anaeróbica.....	11
2.2 Microorganismos involucrados en cada fase de la digestión anaeróbica.....	14
2.3 Factores que intervienen en la fermentación.....	15
2.3.1 Naturaleza y composición bioquímica de las materias primas.....	15
2.3.1.1 Sustrato.....	16
2.3.2 Temperatura de fermentación.....	18
2.3.3 Relación Carbono Nitrógeno C/N.....	18
2.3.4 Nivel de pH.....	20
2.4 Biodigestor.....	20
2.5.1 Componentes principales de un biodigestor anaeróbico.....	20
2.6 Principales Biodigestores.....	21
2.6.1 Modelos.....	21
2.7 Productos obtenidos de la biodigestión.....	23
Capítulo 3. Mecanismos de transferencia de calor.....	27
3.1 Transferencia de energía térmica.....	27
3.2 Transferencia de calor por conducción.....	28
3.2.1 Propiedades de transferencia de calor por conducción.....	30

3.3 Transferencia de calor por convección.....	32
3.4 Transferencia de calor por radiación.....	33
3.4.1 Propiedades térmicas de radiación.....	34
Capítulo 4. Radiación térmica.....	37
4.1 Radiación electromagnética.....	37
4.2 Espectro electromagnético.....	38
4.2.1 Clasificación del espectro electromagnético y su naturaleza.....	38
4.3 Radiación térmica y radiación de cuerpo negro.....	39
4.4 Radiación solar térmica.....	42
Capítulo 5. El método de elemento finito.....	45
5.1 Análisis por elemento finito.....	46
5.1.1 Pasos básicos en el análisis de elemento finito.....	46
5.1.2 Discretización del dominio.....	47
5.2 Derivación de la ecuación de elementos.....	47
5.3 Aplicación de elemento finito a transferencia de calor.....	59
Capítulo 6. Medición y cálculo de parámetros ambientales.....	61
6.1. Medición de la temperatura ambiente y humedad.....	61
6.2 Cálculo de la radiación solar.....	63
6.2.1. Radiación solar de plano horizontal.....	64
6.3 Radiación sobre la superficie de tres figuras geométricas.....	65
6.3.1 Irradiancia promedio sobre una superficie lateral cilíndrica.....	65
6.3.2 Irradiancia promedio sobre una superficie lateral cónica.....	67
6.3.3 Irradiancia promedio sobre una superficie semiesférica.....	69
Capítulo 7. Modelación del calentamiento térmico de una placa de ferrocemento expuesta a la radiación solar y condiciones ambientales reales.....	73
7.1 Construcción de las placas de ferrocemento.....	73
7.2 Medición de la temperatura en las placas.....	74
7.3 Modelación de la placa de ferrocemento FCP01.....	76
7.3.1 Balance de energía en la placa FCP01.....	77
7.3.2 Simulación por análisis de elemento finito.....	77
7.4 Validación del modelo.....	80
Capítulo 8. Diseño de tres fermentadores y modelado por análisis de elemento finito.....	83
8.1 Diseño de tres fermentadores para un biodigestor.....	83
8.1.1 Propiedades térmicas de los materiales.....	85
8.2 Balance de energía en el fermentador.....	86
8.3 Análisis por elemento finito.....	87
8.3.1 Aplicación de cargas térmicas en los tres modelos.....	87
8.3.2 Análisis por elemento finito para el fermentador cilíndrico.....	90

8.3.3 Análisis por elemento finito para el fermentador cónico.....	92
8.3.4 Análisis por elemento finito para el fermentador hemisférico.....	93
Capítulo 9. Análisis de resultados y conclusiones.....	97
9.1 Perfil de temperatura en el centro de la biomasa en los diferentes modelos...	97
9.2 Comparación del comportamiento térmico en centro de los fermentados con otro material	100
9.3 Conclusiones.....	102
9.4. Perspectivas.....	103

Capítulo 1

PROBLEMA ENERGÉTICO

Si bien los hidrocarburos han permitido el desarrollo económico de muchos países, también es cierto que una fuerte dependencia económica podría traer severos problemas a corto, a mediano y a largo plazo; por la inestabilidad en el precio, los costos de producción y tomando en cuenta que los hidrocarburos son un recurso no renovable.

Actualmente es difícil sustituir al petróleo a partir de electricidad generada con fuentes renovables debido a que el sector transporte depende básicamente de la gasolina y diésel, y el sector industrial de gas natural, aunado a lo anterior la principal fuente de energía eléctrica proviene de derivados de petróleo en más 50% [SENER, 2015]. Por ello la importancia de buscar alternativas energéticas y aumentar el consumo de energías renovables.

En éste capítulo se revisa el estado actual que guarda los hidrocarburos, las principales fuentes de energía en el país, a nivel mundial y los factores que determinan el consumo de energía, tal como el crecimiento poblacional y la industrialización.

1.1. Contexto internacional

A nivel internacional según datos BP-Statistical Review 2015 [BP, 2014] sobre el consumo de energía primaria a nivel mundial, revela que el petróleo fue la principal fuente de energía, seguida del gas natural y el carbón, figura 1.1, la participación de los combustibles fósiles representan el 86.3%. La participación de la energía nuclear es de 4.4%, las energías renovables 2.5% y la hidroeléctrica 6.8%.

Si bien a nivel mundial existe una fuerte dependencia en los combustibles fósiles, el uso de las energías renovables ha ido creciendo año con año en algunos países, los cuales han apostado a las Energías Renovables (ER) aumentando su capacidad instalada, figura 1.2, los principales países son China, Estados Unidos, Canadá, Alemania y Brasil [AIE, 2015].

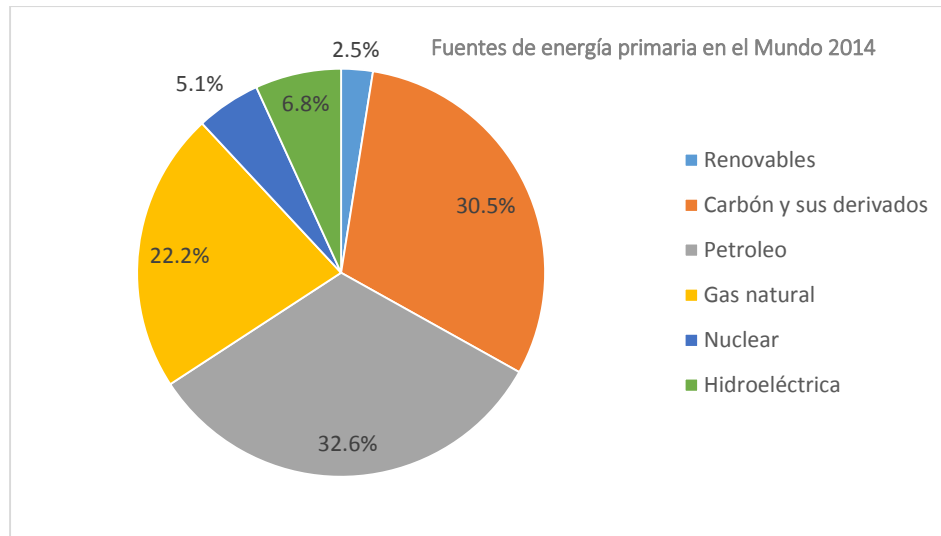


Figura 1.1. Estructura de energía primaria en el mundo 2014 (*Gráfica con datos BP-Statistical Review 2015*).

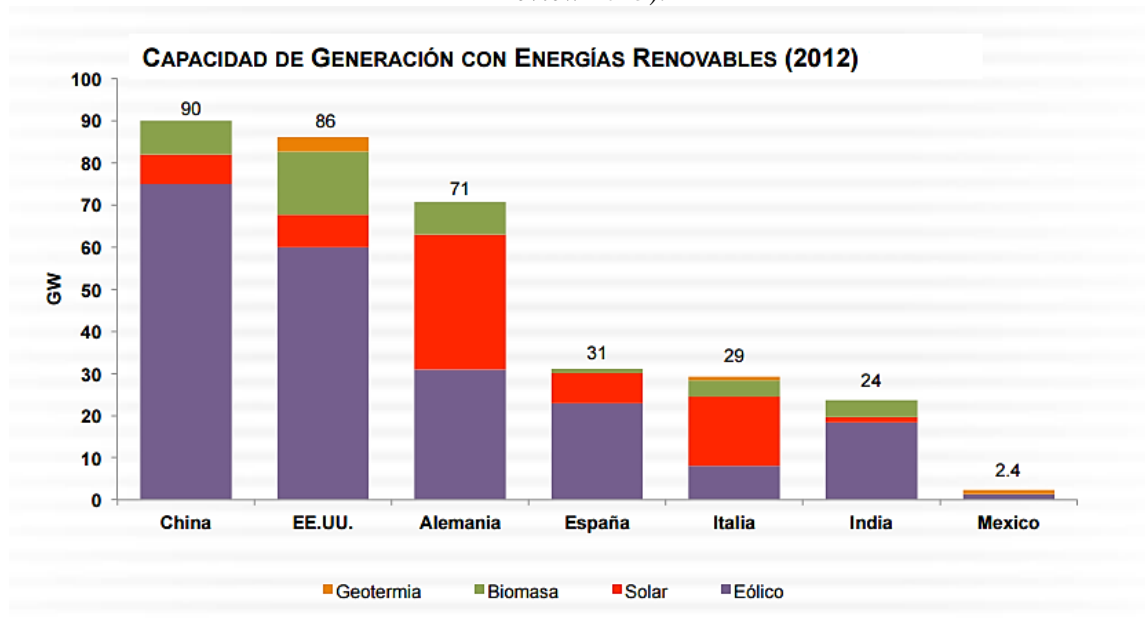


Figura 1.2. Capacidad Instalada de Energía Renovable (ER) de algunos países del mundo (*PEMEX, Agosto 2013*).

1.2. Situación en México

En México de acuerdo al balance nacional sobre energía de la Secretaría de Energía 2014 (figura 1.3), más del 90% de la energía que se consume en el país proviene de fuentes fósiles. El petróleo es la principal fuente con 63.4%, seguido del gas natural con 23.6% y carbón con 3.4%.

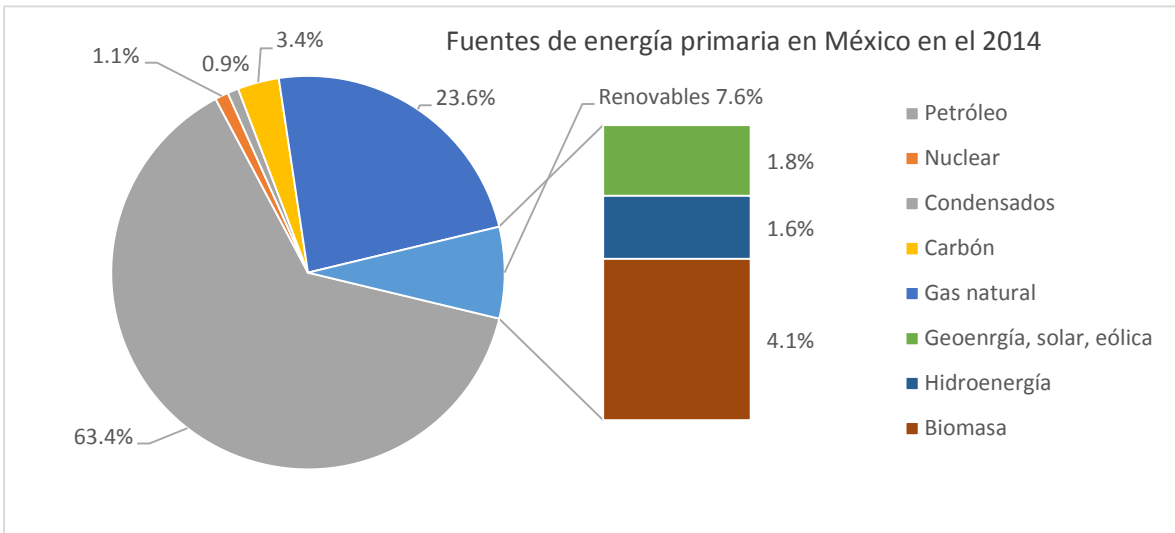


Figura 1.3. Estructura de energía primaria de México 2014 (*Balance Nacional de Energía 2014, SENER 2015*).

La participación de la ER fue de 7.6%, en donde la hidroelectricidad representa el 1.6%, la biomasa (leña y bagazo de caña) el 4.1%, mientras que la energía eólica, solar y geotérmica participaron con 1.8% [SENER, 2015].

Para promover el uso de energías renovables, en 2009 se publica en el diario oficial de la federación el “Programa especial para el aprovechamiento de energías renovables”, que busca reducir la dependencia en los combustibles fósiles y disminuir proporcionalmente las emisiones de gases de efecto invernadero [DOF, 2014]. Sin embargo de 2009 a 2014 el sector ER creció 9.73%, apenas el 1.4% en proporción al aumento en el consumo de energía primaria entre 2009 y 2014. Cabe mencionar que la energía eólica es la que ha tenido mayor crecimiento¹ pasando de 0.91 petajoules en 2009 a 23.13 petajoules en 2014.

1.3. Crecimiento poblacional y urbanización

Cada año a nivel mundial hay más personas en el planeta y por ende cada año es mayor la demanda de energía. La energía es determinante para realizar diferentes actividades en el mundo moderno, una sociedad urbanizada e industrializada consume mayor cantidad de energía en comparación con una comunidad rural (BP, 2014).

1. Esta comparación se realizó con datos del Balance nacional de energía 2009, SENER (2010) y el Balance nacional de energía 2014, SENER (2015).

1.3.1 Población mundial

A nivel mundial la población paso de 1 650 millones de habitantes en 1900 a 7 312 millones de habitantes en 2016, se estima que para el año 2030 habrá más de 8 000 millones de habitantes [Estrada, Islas, 2013], figura 1.4.

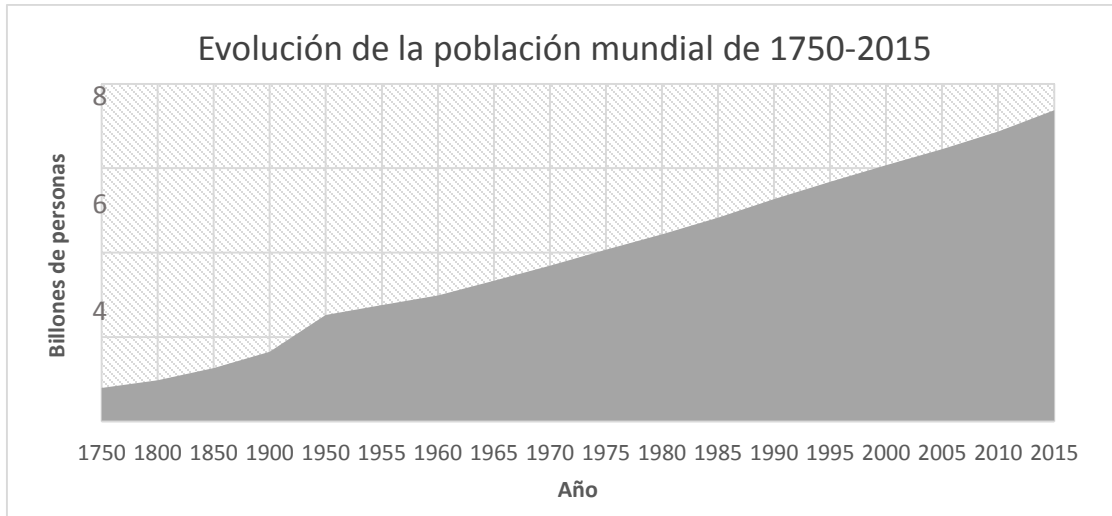


Figura 1.4. Evolución de la población mundial. (Salustino del campo, México, UNAM 1996., y el contador de la población mundial, disponible en la página. <http://www.census.gov/popclock/>, consultada el 31/03/2016).

1.3.2 Población en México

Durante los últimos 65 años, la población en México se ha cuadruplicado. En 1950 había 25.8 millones de personas y ya para 2015 más de 119.5 millones de habitantes (figura 1.5).

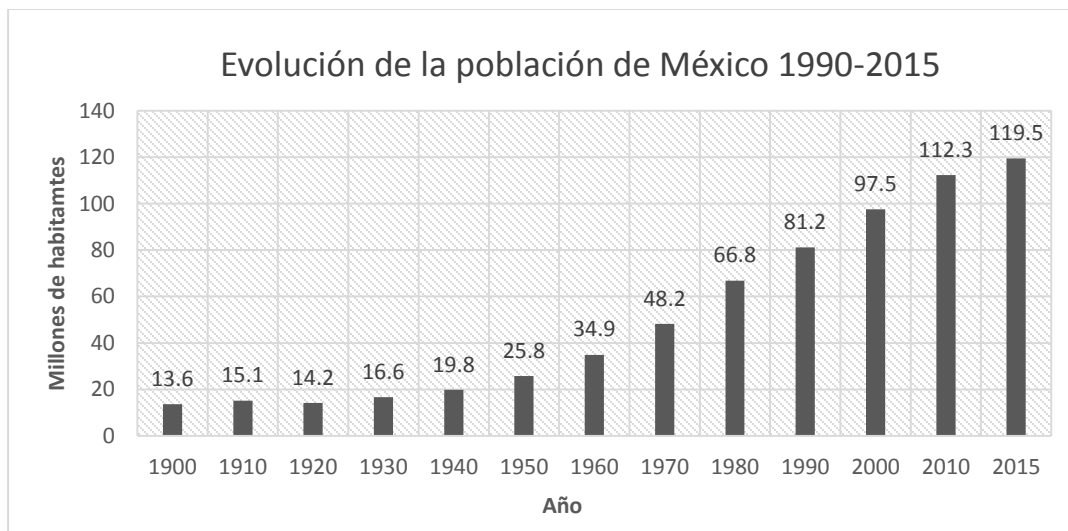


Figura 1.5. Evolución de la población en México. (Gráfica realizada con datos Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI, 2016]).

De 2010 a 2015, la población se incrementó en 7 millones de habitantes, lo que representa un crecimiento promedio anual de 1.4 por ciento [INEGI, 2016].

1.3.3 Urbanización en México

La urbanización es un fenómeno que está relacionado con la migración de las personas de las áreas rurales hacia las áreas urbanas y se da por diversos factores: la reclasificación de las áreas rurales como áreas urbanas, el crecimiento natural o el crecimiento de la población en las zonas urbanas, una mayor diversidad de estilos de vida y entretenimiento, mejor calidad de servicios sanitarios y educativos, la búsqueda de empleo, de un empleo mejor remunerado (INAFED, 2016).

Urbana

En 1950, poco menos de 43% de la población en México vivía en localidades urbanas, en 1990 era de 71% y para 2010, esta cifra aumentó a casi 78% [INEGI, 2016], figura 1.6.

Rural

El porcentaje de personas que habitan en comunidades rurales ha disminuido. En 1950, representaba poco más del 57% del total de la población del país; en 1990 era de 29 por ciento y para el 2010, esta cifra disminuyó hasta ubicarse en 22% [INEGI, 2016], figura 1.6.

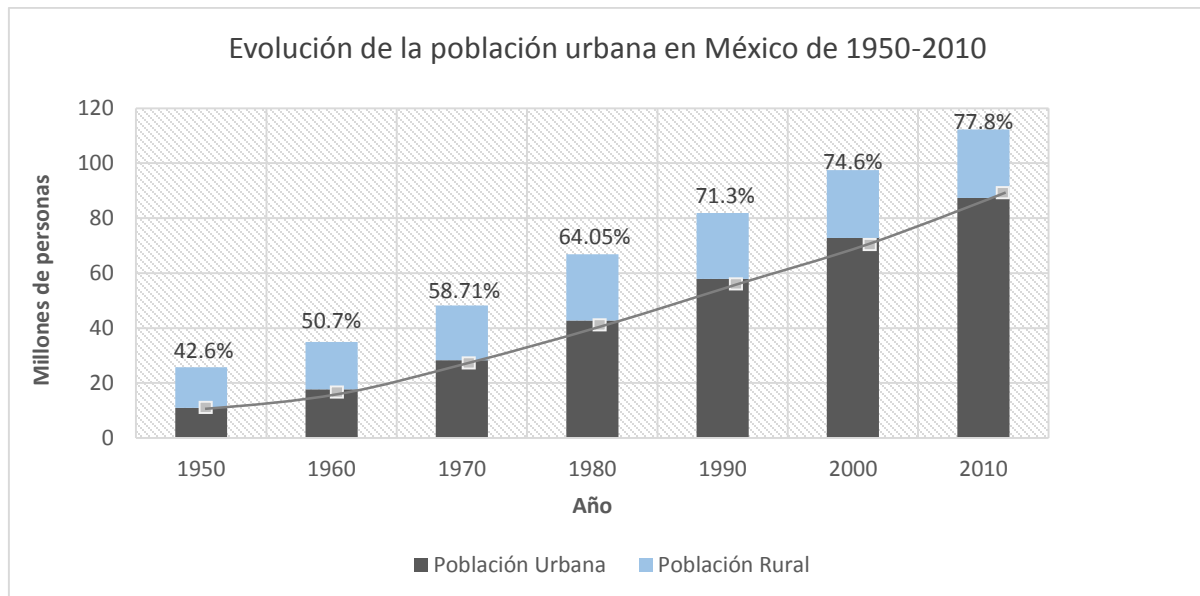


Figura 1.6. Evolución de la población Urbana en México, el cual indica el crecimiento de la población urbana en porcentaje. *Grafica Realizada con datos del Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI, 2016].*

1.4. Estado actual del petróleo en México

A nivel mundial México es uno de los principales productores de petróleo del mundo, en 2014 se sitió entre los 10 principales, ver tabla 1.1. Estados Unidos, Arabia Saudita y Rusia son por mucho los mayores productores, le siguen Canadá, China, Emiratos Árabes, Irán, Irak, Kuwait y México (BP, 2015). Estos países producen dos terceras partes de la producción mundial.

Tabla 1.1. Principales productores de petróleo en Mundo en 2014.

Posición	País	Miles de barriles diarios	% de mercado
1	EEUU	11 644.0	13.1
2	Arabia Saudita	11 505.0	13.0
3	Rusia	10 838.0	12.2
4	Canadá	4 292.0	4.8
5	China	4 246.0	4.8
6	Emiratos Árabes	3 712.0	4.2
7	Irán	3 614.0	4.1
8	Irak	3 285.0	3.7
9	Kuwait	3 123.0	3.5
10	México	2 784.0	3.1
Total mundial		88 673.0	66.6

[BP Statistical Review of World Energy, Junio 2015].

1.4.1 Producción de petróleo

Actualmente el sistema petrolero de México que se centra en la paraestatal Petróleos Mexicanos (PEMEX) enfrenta una crisis derivada de la disminución en la producción y la depreciación del crudo en el mercado mundial [Fernández, 2014]. El petróleo perdió más 50% de su valor entre 2015 y 2016 (ver figura 1.8), debido a la sobre producción petrolera por los principales países productores Estados Unidos, Arabia Saudita y Rusia [Fernández, 2015].

Una de las dificultades que enfrenta PEMEX es la disminución de las reservas de petróleo fácil, llamado así al petróleo fácil de extraer, transportar y refinar [J. Islas, Estada Gasca, 2013]. Además el principal yacimiento de PEMEX Cantarell, disminuye su producción desde 2004.

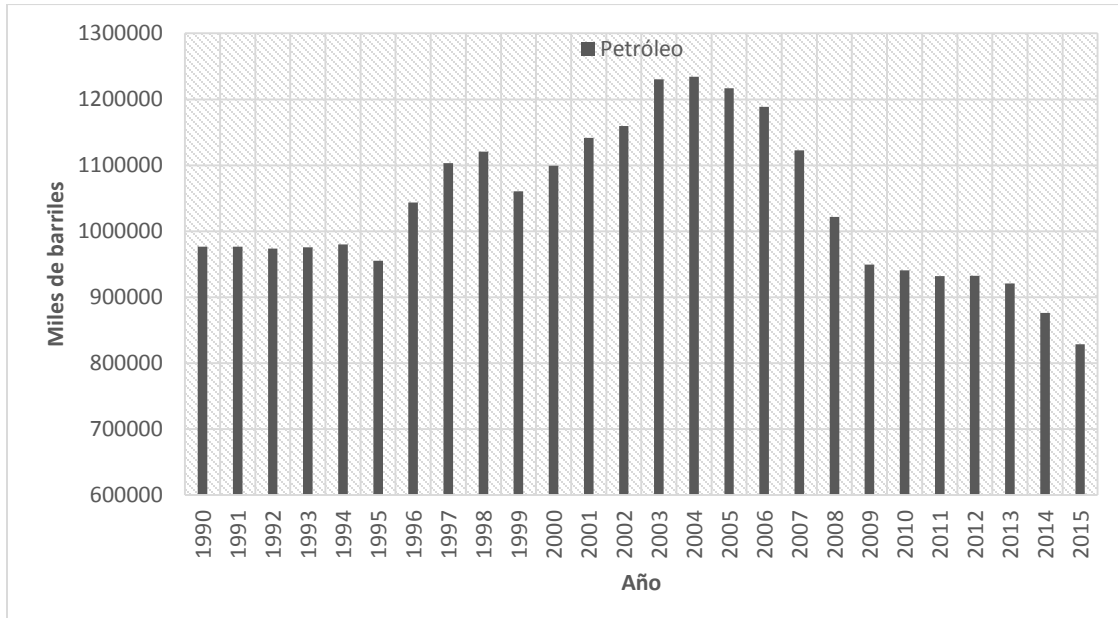


Figura 1.7. Volumen de producción del petróleo crudo Serie anual 1990-2015 en miles de barriles anuales [PEMEX, 2015 y INEGI sector energético, 2015].

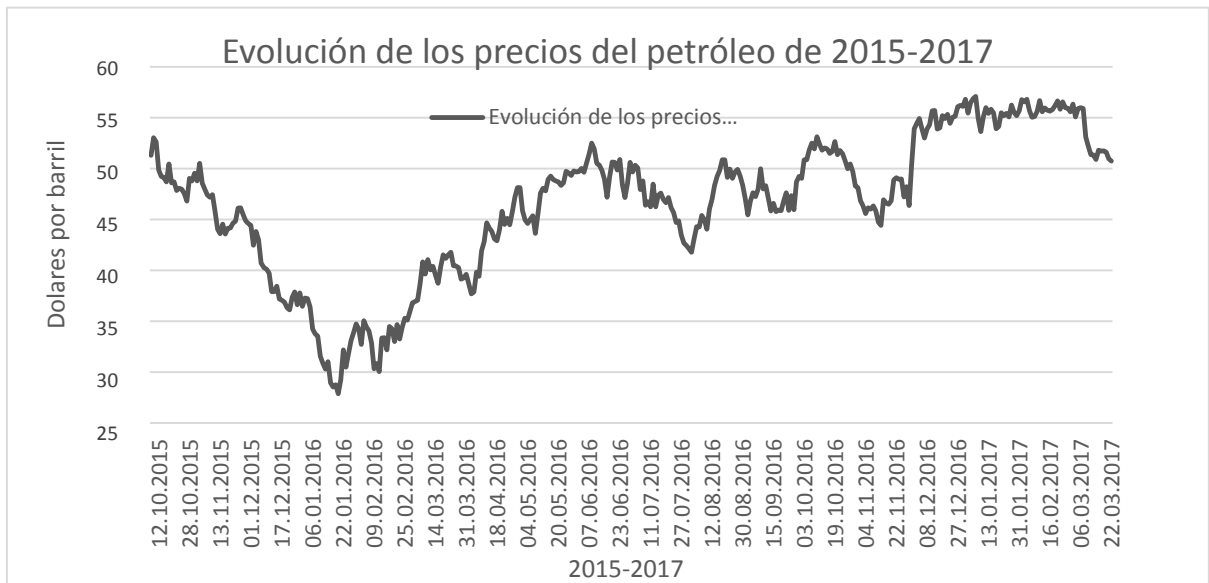


Figura 1.8. Evolución del precio del petróleo crudo en un tiempo comprendido entre 2015-2017. Fuente: Gráfica realizada con datos Fusión Media Ltd. Cotización en tiempo real de petróleo, disponible en la página <http://es.investing.com/commodities/brent-oil-historical-data#>, consultada el 22/03/2017.

1.5. Energías renovables

Las energías renovables hoy en día son consideradas una alternativa, dada la disponibilidad presente, así como su impacto menor sobre el medio ambiente [J. Islas, Estada Gasca, 2013], México cuenta con abundancia de Energía Renovable [SE, 2013], un alto potencial en energía eólica, geotérmica, hidráulica geotérmico, biomasa y solar (ver tabla 1.2).

Tabla 1.2. Potencial en Energía Renovable en México

Energías Renovables	Potencial MW	Capacidad Instalada MW
Eólica	40,000	1,289
Solar	312	37
Hidráulico	53,000	11707
Geotérmico	40,000	823
Biomasa	231,000-347,000	645

[SE 2013, IIE 2015].

Una de las energías renovables que puede contribuir en satisfacer gran parte de la demanda de energía es el uso de la biomasa para producir energía, conocida como “bioenergía”. De la bioenergía se obtienen los biocombustibles.

Los biocombustibles (bioetanol, biodiesel y biometano), podrían desempeñar un papel importante a largo plazo y sustituir directamente a los combustibles derivados de petróleo, si se desean hacer reducciones significativas de las emisiones de dióxido de carbono y garantizar el suministro de energía.

1.5.1. Fermentación de biomasa

De la biomasa se puede obtener mezclas de gases combustibles (CH_4 , H_2) por diferentes vías. Una de las vías para obtener metano (CH_4), es por medio de un proceso biológico conocido como digestión anaerobia [Masera, 2010], dicho proceso consta de una serie de reacciones bioquímicas en la que residuos orgánicos son degradados o consumidos por un conjunto de microorganismos en un contenedor hermético conocido como biodigestor o biorreactor y el producto obtenido es conocido como biogás, que es una mezcla conformada principalmente por CH_4 (50%-70%) y CO_2 (25%-40%). El biogás contiene CO_2 y eliminándolo puede substituir directamente al gas natural como combustible [Masera, 2011; Gutiérrez, 2014].

Bibliografía

AIE, 2015. Internatinal Energy Agency Agencia Internacional de Energía. World Energy Outlook 2015. Paris Cedex 15, France.

BP, 2014. Christof Rühl. Economista Jefe del Grupo BP. BP Statistical Review of World Energy. Junio de 2014.

BP, 2015. Datos informe BP Statistical Review of World Energy 2015. “Consumo de energía primaria en el mundo 2014, España. Pp. 1-2.

DOF, 2012. Ley para el aprovechamiento de energías renovables y el Financiamiento de la transición energética. Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión. DOF 12-01-2012. Disponible en: http://www.senado.gob.mx/comisiones/energia/docs/marco_LAERFTE.pdf. Consultada en Agosto 2016.

DOF, 2014. 1. Diario oficial de la Federación, Programa Especial para el aprovechamiento de Energía Renovable, México. DOF: 28/04/2014.

http://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5342501&fecha=28/04/2014, consultada el 01/04/2016.

Estrada, Islas, 2010. Energías alternas: Propuesta de investigación y desarrollo para México. CIE-UNAM. México.

Estrada, Islas 2013. Islas S. Jorge, Claudio Estraga Gasca. “Energía”. CIE-UNAM. México.

Fernández, 2014. Fernando Ramones Fernández. La situación petrolera en México: rumbo al 2015. CIEP. México.

Gutiérrez, 2014. A. M^a. Gutiérrez, J. R. Arraibi, I. Díaz, M. Díaz. Proyecto Europeo LifeBioGrid. “Biogás, de la granja a la red de distribución de gas natural. Con la contribución del instrumento financiero LIFE+ de la Unión Europea. Marzo-Abril 2014. Pp. 74-77.

INAFED, 2016. Proyecto de ley de ingresos municipales. México. http://www.inafed.gob.mx/work/models/inafed/Resource/335/1/images/guia06_prooyecto_de_ley_de_ingresos_municipales.pdf. Consultada en Agosto 2016.

INEGI, 2009. Instituto Nacional de Estadística y Geografía e Informática. Censos económicos 2009. Electricidad. <http://cuentame.inegi.org.mx/economia/parque/electricidad.html>

INEGI. 2015. INEGI estadísticas Históricas de México 2014. Mexico.

INEGI, 2016. Instituto Nacional de Estadística y Geografía e Informática. Censos poblacionales. <http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/default.aspx?tema=P>. Consultada en Marzo 2016.

IPCC, 2011. “Special Report Renewable Energy Sources: Summary for Policy Makers”. SUMMARY FOR POLICYMAKERS AND TECHNICAL SUMMARY

Masera, 2005. Omar Masera R. BIOENERGIA EN MEXICO: Un catalizador del desarrollo sustentable. Primera edición, México.

Masera, 2010. Masera, O.; Arias, T., Ghilardi, A.; Guerrero, G y Patiño, P. (2010) “Estudio sobre la evolución del consumo de leña y carbón vegetal en México 1990-2024”

Masera, 2011. Bioenergía en México. Situación Actual y perspectivas. Red Mexicana de Bioenergía, A.C. Cuaderno temático No. 4,2011.

PEMEX, 2013. Pemex, la industria petrolera y la reforma energética. Agosto 2013. Consultada en Junio 2016 disponible digitalmente en:
http://www.canacintra.org.mx/presentaciones/2013_agosto/PEMEX.pdf

SE, 2013. Wendy Lozano Cardona. Secretaria de Economía. Energía Renovable. Unidad de inteligencia de negocios. México.

Sánchez, 2012. Sánchez Jiménez, Francisco Javier . Martín Navarro, Antonio Medina Encina, Fernando. II Jornadas Andaluzas de Patrimonio Industrial y de la Obra Pública (7 p.).Sevilla: Fundación Patrimonio Industrial de Andalucía.

SENER, 2010. Estrategia nacional de energía”. México, SENER. Pp. 72

SENER, (2013). “Estrategia nacional de energía 2013-2027”. México, SENER. Pp.

SENER, 2015. Balance nacional de energía Subsecretaría de Planeación y Transición Energética. Dirección General de Planeación e Información Energéticas. México.

Vázquez, 1995. Mariano Vázquez Espí. Una brevísima historia de la arquitectura solar. Instituto Juan de Herrera. Av. Juan de Herrera 4. 28040 MADRID. ESPAÑA. ISSN: 1578-097X.

Capítulo 2

FERMENTACIÓN ANAEROBIA

La fermentación o biodigestión anaerobia es un proceso biológico en el cual la materia orgánica es digerida por un conjunto de microorganismos en ausencia de oxígeno, liberando metano y dióxido de carbono principalmente.

El proceso anaeróbico involucra una serie de reacciones bioquímicas las cuales pueden dividirse en cuatro etapas:

1. Hidrólisis
2. Acidogénesis
3. Acetogénesis
4. Metanogénesis

Los microorganismos responsables de la digestión anaerobia están constituidos por los dominios *Bacteria* y *Archaea*, unidos en una red alimenticia sintrófica¹ y simbiótica² en dos procesos muy importantes: la acidogénesis y metanogénesis [Nielsen 2004, Abbasi 2012, Macera 2012].

2.1. Etapas de la fermentación anaeróbica

La fermentación conduce a la descomposición de materiales orgánicos complejos biodegradables, en un proceso de cuatro etapas que se muestra en la figura 2.1 [Khanal, 2008; Rosenweiy, 2011] y la descripción de las etapas se muestran a continuación:

1. Hidrólisis

Esta es la primera etapa, las macromoléculas orgánicas complejas, proteínas carbohidratos, lípidos y ácidos nucleicos son degradados en monómeros más pequeños. La hidrólisis de polímeros se lleva a cabo por enzimas extracelulares (proteínas, celulosas, lipasas y

1. Ocurre cuando dos organismos se complementan mutuamente en términos de factores nutricionales [Bartha, 2002].
2. Ocurre en una asociación interactiva obligatoria entre miembros de dos poblaciones distintas, que produce una condición estable en la que ambos viven juntos físicamente obteniendo ventajas mutuas [Bartha, 2002].

amilasas), producidas por bacterias fermentibas primarias, liberando monómeros soluble en agua como aminoácidos, ácidos grasos de cadena larga y glicerol [Olaya 2009, Abbasi 2012].

2. Acidogénesis

Esta etapa implica la conversión bacteriana de los compuestos producidos en la etapa anterior, en compuestos intermedios identificables de menor peso molecular. En el proceso, los monómeros liberados anteriormente son degradados mediante reacciones fermentativas, en donde dichos compuestos orgánicos funcionan como aceptores y donadores de electrones. Los principales productos de esta etapa son ácidos grasos volátiles (AGV), que funcionan como intermediarios degradativos, como son alcoholes, ácido propiónico, n-butírico, n-valérico, capriónico y láctico. Así como los precursores directos para la formación de metano (CH_4), que son el ácido fórmico, metilaminas, ácido acético, metanol, hidrógeno (H_2) y CO_2 [FAO 2011, Abbasi 2012].

3. Acetogénesis

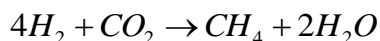
Es el proceso a través del cual bacterias anaerobias producen acetato a partir de diversas fuentes de energía (por ejemplo y dióxido de carbono). Las diferentes especies bacterianas que son capaces de realizar la acetogénesis se denominan colectivamente acetógenos. El ácido acético es el mayor intermediario en la cadena alimenticia anaerobia. Diversos sustratos como CO_2 , H_2 , carbohidratos, alcoholes, ácidos carboxílicos, aldehídos, compuestos aromáticos y algunos sustratos halogenados pueden ser oxidados y producir reductores utilizables para la reducción de acetato, por medio de la ruta del acetyl-CoA mejor conocida como ruta heterofermentadora [FAO, 2011, Masera, 2012]. Cuando las hexosas (azúcares de seis carbonos) son convertidas exclusivamente a acetato, la reacción fermentativa es llamada homoacetogénesis [Masera 2012].

4. Metanogénesis

En esta última etapa se obtiene metano (CH_4), y el proceso se lleva a cabo por microorganismos del dominio *Archea* que son estrictamente anaerobias, pertenecen al *phylum Euryarchaeota*. La producción metano está limitado por tres tipos de precursores: CO_2 compuestos que contiene el grupo metilo y acetato [Abbasi 2012] como se muestra a continuación:

Dióxido de carbono (CO₂) como precursor: Se denomina metanogénesis hidrogenotrófica o hidrogenófila y utiliza H₂ como donador de electrones [Whitman, 2008; Baserba et al., 2012, Masera 2012]:

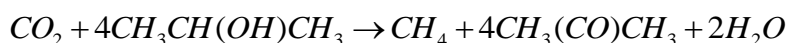
A partir de dióxido de carbono



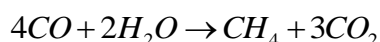
A partir de formiato



A partir de isopropanol



A partir de monóxido de carbono

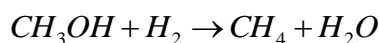


Metanol, metilamina y sulfatos metilados como precursor: Se denomina metanogénesis metilotrófica [Whitman, 2008; Baserba et al., 2012, Masera 2012]:

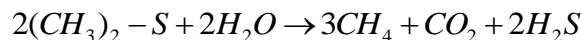
A partir de metanol



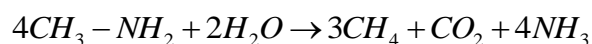
A partir de metanol e hidrógeno



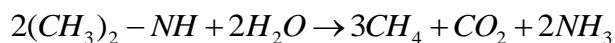
A partir de dimetilsulfuro



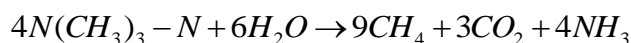
A partir de metilamina



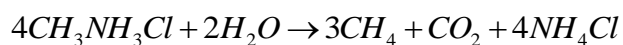
A partir de dimetilamina



A partir de trimetilamina



A partir de cloruro de metilamonio



Ácido acético como precursor: es llamado metanogénesis acetotrófica [Whitman, 2008; Baserba et al., 2012, Masera, 2012]:

A partir de ácido acético

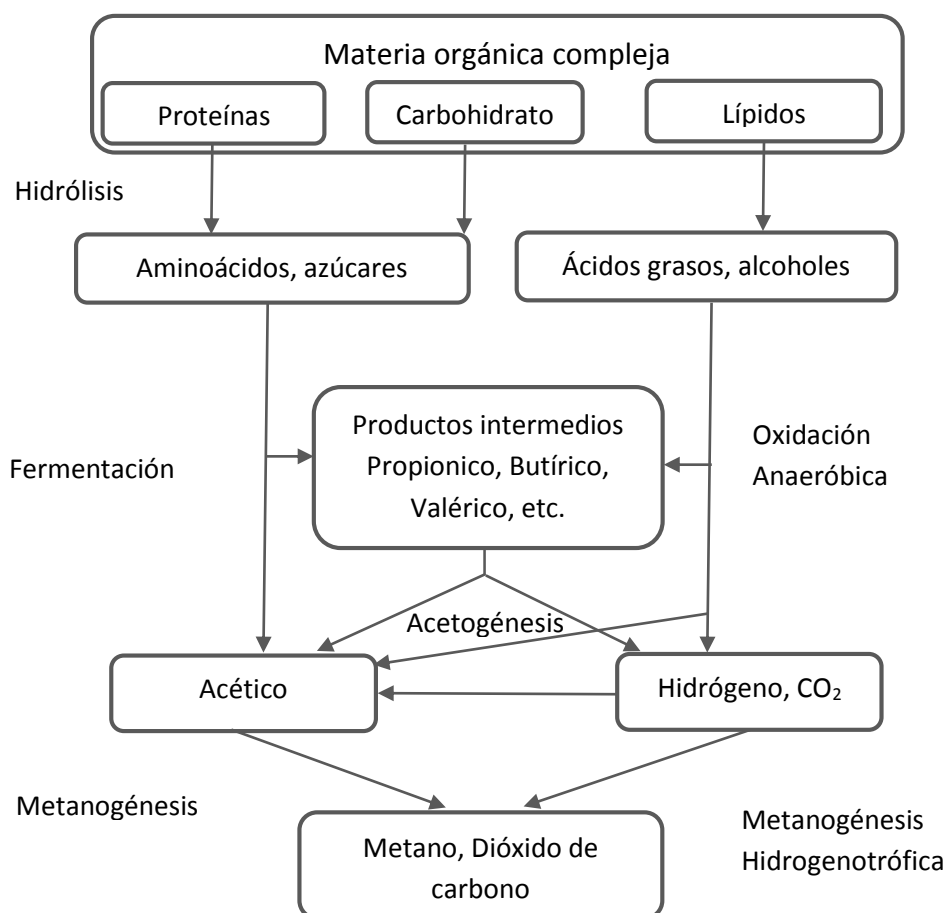
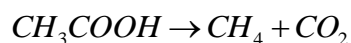


Figura 2.1. Fases de la fermentación anaerobia. [FAO 2011].

2.2. Microorganismos involucrados en cada fase de digestión anaeróbica

- Bacterias que participan en la hidrólisis

Los microorganismos de muchos géneros son los responsables de la hidrólisis. Entre estos destacan: *Bacteroides*, *Lactobacillus*, *Propioni-bacterium*, *Sphingomonas*, *Sporobacterium*, *Megasphaera*, *Bifidobacterium* [Díaz, 2006; Ariesyady, 2007; Macera, 2012].

- Bacterias que participan de la acidogénesis

La mayoría de los microorganismos acidogénicos también participan de la hidrólisis. El género *Clostridium*, *Paenibacillus* y *Ruminococcus* están presentes en todas las fases del proceso de fermentación, pero son dominantes en la fase acidogénica. El grupo *Cytophaga-Flavobacterium-Bacteroides* representa el segundo grupo más grande de microorganismos durante las dos primeras fases de la descomposición [FAO, 2011].

- Bacterias que participan en la acetogénesis

Estas bacterias sólo pueden sobrevivir en asociación con el género que consume hidrógeno. Las bacterias acetogénicas reductoras de sulfato son capaces de degradar lactato y etanol, pero no son capaces de degradar ácidos grasos y compuestos aromáticos [FAO, 2011].

- Bacterias que participan en la metanogénesis

La última fase de la descomposición anaeróbica se encuentra dominada por un grupo especial de microorganismos, las *Arqueas metanogénicas*. Las principales especies están representadas por *Methanobacterium*, *Methanospirillum hungatii* , y *Methanosarcina* [Whitman, 2008; Thauer et al., 2008].

- Especies metanotróficas

Estos microorganismos utilizan el oxígeno para degradar el metano y obtener su energía. Los productos metabólicos son el agua y el dióxido de carbono [FAO, 2011].

2.3. Factores que intervienen en la fermentación

2.3.1 Naturaleza y composición bioquímica de las materias primas.

Las características bioquímicas presentes en los residuos deben permitir el desarrollo y la actividad microbiana del sistema anaeróbico [Macera 2012]. El proceso microbiológico no solo requiere de fuentes de carbono y nitrógeno sino que también deben estar presentes en un cierto equilibrio de sales minerales (azufre, fósforo, potasio, calcio, magnesio, hierro,

manganeso, zinc, cobalto, selenio, tungsteno, níquel y otros menores) [FAO 2011] y es una propiedad del tipo de sustrato.

2.3.1.1 Sustrato

Las diversas materias primas que se pueden utilizar en la fermentación metanogénica, pueden ser residuos orgánicos de origen vegetal, animal, agroindustrial, forestal o doméstico, cuadro 2.1.

Cuadro. 2.1. Residuos orgánicos de diversos orígenes

Residuos de origen animal	Estiércol, orina, guano, residuos de mataderos (sangre y otros), residuos de pescados.
Residuos de origen vegetal	Malezas, rastrojos de cosechas, pajas, forraje en mal estado.
Residuos de origen humano	Heces, orina.
Residuos agroindustriales	Salvado de arroz, orujos, coquetas, melazas, residuos de semillas.
Residuos forestales	Hojas, vástagos, ramas y cortezas.
Residuos cultivos acuáticos	Algas marinas, jacintos y malezas acuáticas.

Fuente [FAO, 2011].

Los componentes orgánicos de estos residuos son variados y corresponden aproximadamente a un 50% del peso fresco, en función del contenido de agua y de las cenizas. Los principales grupos que se distinguen son (tabla 2.1): carbohidratos (50% del total de la materia orgánica seca), compuestos nitrogenados (20%), lignina¹ (10 a 40%) y el resto fracciones como cera, resinas, grasas. La composición promedio de la materia orgánica seca es: 48%C; 44%O; 7%H; 2%N [FAO 2011].

Tabla 2.1. Composición química de diversos residuos de origen animal y vegetal (valores promedios, base seca)

Materia Prima	Lípidos (%)	Proteínas (%)	Celulosa Hemicelulosa (%)	Lignina (%)	Ceniza (%)
Paja de trigo	1.10	2.10	65.45	21.60	3.53
Paja de arroz	2.35	12.26	30.51	10.61	12.55
Pasto verde	8.05	4.94	57.22	9.80	10.99

1. Lignina: es una clase de polímeros orgánicos complejos que forman materiales estructurales importantes en los tejidos, son particularmente importantes en la formación de las paredes celulares [Martone, 2009].

Alfalfa	10.41	12.81	36.79	8.96	10.30
Hojas secas	4.01	3.47	32.78	29.66	4.68
Caña maíz	----	4.50	35.40	10.30	6.50
Bovino	3.23	9.05	32.49	35.57	19.66
Porcino	11.50	10.95	32.39	21.49	23.67
Aves	2,84	9.56	50.55	19.82	17.23
Equino	2.70	5.50	40.50	35.00	17.80
Ovino	6.30	3.75	32.00	32.00	25.95
Caprino	2.90	4.70	34.00	33.00	26.40

[Varnero 1991, FAO 2011].

Si se desea conocer la cantidad de biogás que se puede producir a partir de los desechos orgánicos se puede saber si se conoce el porcentaje de sólidos totales (% ST) y el porcentaje de sólidos volátiles (%SV) [Olaya, 2009].

- *Sólidos Totales*: Porción de peso en seco de la materia prima que permanece después de un secado a una temperatura de 150 °C.
- *Sólidos Volátiles*: porción de sólidos totales que son volatilizados a 550 °C.

En la tabla 2.2 se da una estimación de la cantidad de biogás y metano (CH₄) que se puede producir a partir de compuestos orgánicos.

Tabla 2.2. Producción y composición teórica de biogás en diversos compuestos orgánicos

Compuesto orgánico	Fórmula química	Biogás m ³ /kg SV	CH ₄ m ³ /kg ST
Carbohidratos	C ₆ H ₁₀ O ₅	0.75	0.37
Lípidos	C ₁₆ H ₃₂ O ₂	1.44	1.44
Proteínas	C ₁₆ H ₂₄ O ₅ N ₄	0.98	0.49

[Varnero, 1991].

La tabla 2.3 proporciona información de la cantidad de biogás que se podría producir de los residuos vegetales.

Tabla 2.3. Producción de biogás a partir de residuos vegetales

Residuos	Cantidad residuos Ton/ha	Relación C/N	Volumen de biogás	
			m ³ /Ton	m ³ /ha
<i>Cereales (paja)</i>				
Trigo	3.3	123:1	367	1200
Maíz	6.4	45:1	514	3300
Cebada	3.6	95:1	388	1400
Arroz	4.0	58:1	352	1400

<i>Tubérculo (hojas)</i>				
Papas	10.0	20:1	606	6000
Betarragas	12.0	23:1	501	6000
<i>Leguminosas (paja)</i>				
Porotos	3.2	38:1	518	1650
Habas	4.0	29:1	608	1400
<i>Hortalizas (hojas)</i>				
Tomate	5.5	12:1	603	3300
Cebolla	7.0	15:1	514	3600

[Varnero 1991].

2.3.2. Temperatura de fermentación

En el desarrollo de cualquier proceso bioquímico, la temperatura es uno de los parámetros ambientales más importantes ya que mejora ó inhibe a grupos microbianos específicos, esto debido a que las actividades implican reacciones enzimáticas, donde las enzimas son complejos moleculares sensibles a la temperatura [Guevara 1996, Abbasi 2012]. Por ello es importante que la temperatura se mantenga constante ya que cada grupo bacteriano posee un grado de temperatura óptimo de crecimiento. Si la temperatura fluctúa, no se podrá mantener ninguna población metanógena en forma estable y una disminución en la población de un determinado grupo puede afectar al proceso de digestión anaerobia, reduciendo el grado de Generalmente se hace una diferenciación en tres rangos de temperatura de acuerdo al tipo de bacterias que predominan en cada una de ellas. En la tabla 2.4 se muestra el tipo de bacteria y su sensibilidad a los cambios de temperatura.

Tabla. 2.4. Clasificación de las bacterias según su rango de temperaturas.

Bacterias	Rango de temperatura (°C)
Psicrofílicas	Menos de 20
Mesofílicas	Entre 20 y 40
Termofílicas	Más de 40

[Cowan, Talaro, 2009].

2.3.3. Relación Carbono Nitrógeno (C/N)

El carbono y el nitrógeno son las principales fuentes de alimentación de las bacterias metanogénicas. El carbono constituye la fuente de energía y el nitrógeno es utilizado para la formación de nuevas células. Estas bacterias consumen 30 veces más carbono que nitrógeno,

por lo que la relación óptima de estos dos elementos en la materia prima se considera en un rango de 30:1 hasta 20:1 [Ghasimi 2010; FAO 2012], en la tabla 2.5 se muestra la relación C/N de algunos materiales orgánicos.

Importancia de la relación C/N

- Si la relación C / N es demasiado alta, el nitrógeno es consumido rápidamente por los metanógenos para satisfacer sus necesidades de proteínas y por lo tanto no habrá suficiente nitrógeno disponible para reaccionar con el carbono contenido en el material. Como resultado, la producción de biogás se detiene [Porras, 2003].
- Si la relación C/N es demasiado baja, el nitrógeno es liberado y se acumula en forma de amoníaco. Esto aumenta el pH del material. Cuando el valor de pH se eleva más alto que 8,5 comienza a ejercer un efecto tóxico sobre las bacterias metanogénicas [Abbasi 2012; Hartmann y Ahring, 2006].

Tabla 2.5. Relación de carbono/nitrógeno de materiales que se encuentran en medios rurales

Materiales	%C	%N	C/N
<i>Residuos animales</i>			
Bovinos	30	1.30	25:1
Equinos	40	0.80	50:1
Ovinos	35	1.00	35:1
Porcinos	25	1.50	16:1
Caprinos	40	1.00	40:1
Conejos	35	1.50	23:1
Gallinas	35	1.50	23:1
Patos	38	0.80	47:1
Excretas humanas	2.5	0.80	3:1
<i>Residuos vegetales</i>			
Paja Trigo	46	0.53	87:1
Paja cebada	58	0.64	90:1
Paja arroz	42	0.63	67:1
Paja avena	29	0.53	55:1
Rastrojo de maíz	40	0.75	53:1
Leguminosas	38	1.50	28:1
Hortalizas	30	1.80	17:1
Tubérculos	30	1.50	28:1
Hojas secas	41	1.00	41:1
Aserrín	44	0.06	730:1

[FAO, 2011].

2.3.4. Nivel de pH

La producción de biogás óptimo se consigue cuando el valor de pH de la mezcla de entrada se encuentra entre 6.7 y 7.5 (Deublein y Steinhuer. 2008; Daisy y Kamaras 2011). Durante el período inicial de la digestión, se producen grandes cantidades de ácidos orgánicos y el pH de la mezcla disminuye. Como la digestión continúa y aumenta la concentración de amoníaco, debido a la digestión de nitrógeno, el valor de pH aumenta. Cuando se estabiliza la producción de gas metano, el pH se mantiene entre 7,2 y 8,2 [Masera, 2012].

2.4. Biodigestor

El Biodigestor o reactor anaeróbico es un contenedor hermético que permite la descomposición de la materia orgánica en condiciones anaeróbicas y ésta facilita la extracción del biogás (figura 2.2).

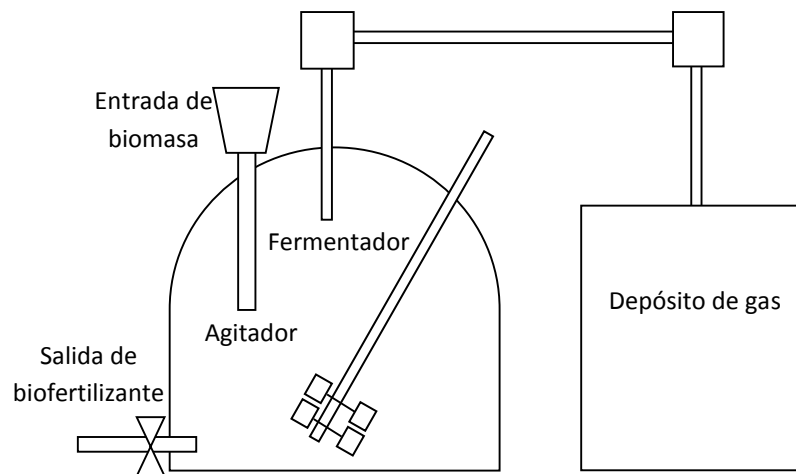


Figura 2.2. Diagrama de los principales componentes de un Biodigestor.

2.4.1. Componentes principales de un biodigestor anaeróbico

Los principales componentes de un biodigestor anaeróbico lo constituyen un fermentador o contenedor de las materias primas a digerir, un contenedor de gas con los accesorios para salida de biogás.

- Fermentador

El fermentador es el dispositivo principal, es donde ocurre el proceso bioquímico de degradación de materia orgánica. Los diseños pueden ser de forma cilíndrica, cúbica, semiesférico o rectangular, la mayor parte de los tanques se construyen de forma cilíndrica.

- Sistema de gas

El proceso de digestión anaerobia produce de 400 a 700 litros de gas por cada kilogramo de materia orgánica degradada, según las características del influente. El gas se compone fundamentalmente de metano y anhídrido carbónico. El contenido en metano del gas de un digestor que funcione adecuadamente variará del 65% al 70% en volumen, con una oscilación en el anhídrido carbónico del 30% al 35%. Uno o dos por ciento del gas del digestor se compone de otros gases [Macera 2012].

2.5. Principales Biodigestores

En la literatura se encuentra tres tipos de biodigestores acorde al tipo de biomasa, condiciones locales y disponibilidad de materia orgánica y costos.

1. Tipos de biodigestores

a) Continuo

Este tipo de digestores son utilizados normalmente para el tratamiento de aguas residuales, y para producción de metano a gran escala [Olaya, 2009].

b) Semi-continuo

Es el tipo de digestor más usado en el medio rural, cuando se trata de digestores pequeños para uso doméstico. Se cargan por gravedad una vez al día, con un volumen de mezcla que depende del tiempo de fermentación o retención y producen una cantidad diaria más o menos constante de biogás si se mantienen las condiciones de operación [Olaya 2009].

c) Discontinuo o por lotes

Este tipo de digestor se carga una sola vez en forma total y la descarga se efectúa una vez que ha dejado de producir gas combustible. Normalmente consiste en tanques herméticos con una salida de gas conectada a un gasómetro flotante, donde se almacena el biogás [Olaya 2009].

2.5.1 Modelos de biodigestores

Los más representativos de biodigestores son los siguientes

- a. Planta con cúpula o campana flotante

La planta de campana flotante, se muestra esquemáticamente en la figura 2.3 [Robles-Gil 2001; Olaya 2006]. Es conocido también como biodigestor Indio, y puede ser utilizado cuando se necesita de un abastecimiento continuo de biogás y fertilizante, caracterizándose por funcionar como depósito del gas producido, es decir, es el único tipo de biodigestores que tienen un depósito de biogás interior [Olaya, 2006].

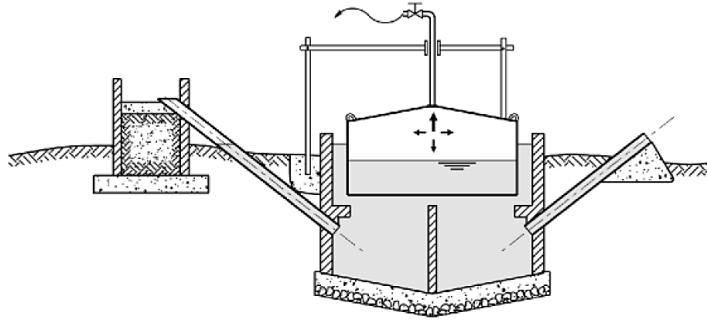


Figura 2.3. Biodigestor de campana flotante [FAO, 2011].

b. Planta con cúpula o campana fija

Mostrada esquemáticamente en la figura 2.4 [Robles-Gil, 2001; Olaya, 2006]. Es conocido también como biodigestor Chino, y debido a que el gas debe ser liberado continuamente para reducir la presión interna, se utilizan en instalaciones donde el consumo sea continuo o para almacenar el biogás en un depósito aparte [Olaya, 2006].

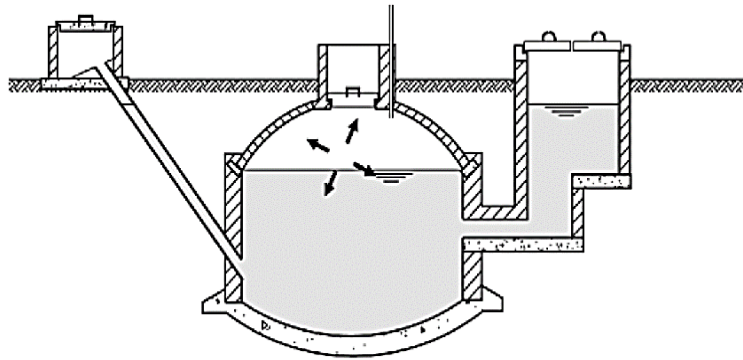


Figura 2.4. Biodigestor de campana fija [FAO, 2011].

c. Planta balón o biodigestor tubular:

La planta de balón se compone de un tubular en material plástico (polietileno, PVC, plastilona, entre otros) completamente sellado [Pedraza, 2002]. La figura 2.5, muestra un esquema de esta tipología. La parte inferior de la planta, en un 75% del volumen constituye la masa de fermentación, y en la parte superior, el 25% restante, se almacena el biogás. Este

tipo de planta se recomienda para aquellos sitios donde predominan las temperaturas altas y constantes [Pedraza, 2002].

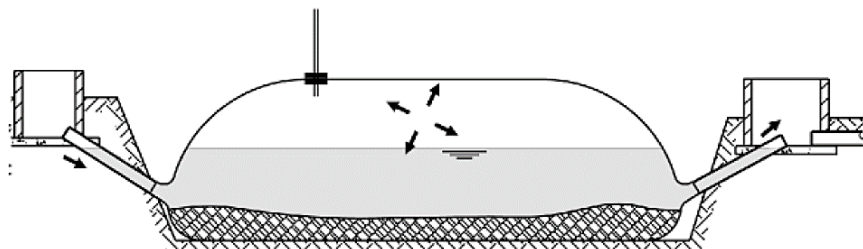


Figura 2.4. Biodigestor de bolsa o balón [FAO, 2011].

2.6 Productos obtenidos de la biodigestión

El principal producto obtenido de la biodigestión de materia orgánica es el biogás, conformado principalmente por gas metano (CH_4) entre 50-75% y dióxido de carbono (CO_2) entre 25-45%, ver tabla 2.6. El biogás puede ser utilizado para la cocción de alimentos, generar electricidad y una depuración puede sustituir de manera directa al gas natural que se conforma principalmente de metano (CH_4 entre 79%-97%) [Masera, 2012].

Otros de los productos obtenidos son los lodos restantes de la fermentación utilizados como fertilizantes. Esta tecnología permite incorporar los desechos orgánicos al medio ambiente y contribuye a hacer un buen uso de los recursos naturales.

Tabla. 2.6. Componentes del biogás

Componente	Concentración
Metano (CH_4)	50-75 %(vol)
Dióxido de carbono (CO_2)	25-45 %(vol)
Vapor de agua (H_2O)	2-7 %(vol)
Ácido sulfhídrico (H_2S)	20-20.000 ppm
Nitrógeno (N_2)	< 2 %(vol)
Oxígeno (O_2)	< 2 %(vol)
Hidrógeno (H_2)	< 1 %(vol)

[Macera, 2012].

Bibliografía

Abassi, 2012. Abbasi T, Tauseef SM, Abbasi SA. Biogas energy. New York: Springer Verlag 169 pp.

Ariesyadi 2007, Ariesyadi H.D., Tsukasa, Ito, T., Okabe, S.. Functional bacterial and archaeal community structures of major trophic groups in a full-scale anaerobic sludge digester. *Water Research.* 41: 1554-1568.

Baserba, 2012. Baserba, M.G., Angelidaki, I., Karakashev, D. Effect of continuous oleate addition on microbial communities involved in anaerobic digestion process. *Bioresource Technology.* 106. 74-81.

Daisy y Kamaraj, 2011. Daisy A, Kamaraj S The impact and treatment of night soil in anaerobic digester: a review. *Journal of Microbial and Biochemical Technology.* 43–50 pp.

Deablein y Sternhuer, 2008. Deublein D, Steinhauser A. Biogas from wastes and renewable resources: an introduction. Germany: John Wiley & Sons.

Deppenmeier, 2002. «Redox-driven proton translocation in methanogenic Archaea». *Cell. Mol. Life Sci.* 59 (9): 1513-33. doi:10.1007/s00018-002-8526-3.

Díaz, 2006. Díaz, E.E., Stams, A.J.M., Amils, R., Sanz, J.L. Phenotypic properties and microbial diversity of methanogenic granules from a full-scale upflow anaerobic sludge bed reactor treating brewery wastewater. *Applied and Environmental Microbiology.* 72: 4942-4949.

FAO, 2011. Manual de biogás. Prof. María Teresa Varnero Moreno. Gobierno de Chile. Santiago de Chile, 2011. ISBN 978-95-306892-0.

Ghasimi, 2010. Ghasimi S, Idris A, Chuah T, Tey B. The effect of C:N:P ratio, volatile fatty acids and Na levels on the performance of an anaerobic treatment of fresh leachate from municipal solid waste transfer station. *African Journal of Biotechnology;* 8(18):4572–81.

Guevara, 1996. Guevara V., A. *Fundamentos básicos para el diseño de biodigestores Anaeróbicos rurales. Producción de gas y saneamiento de efluentes.* DocumentoOps/cepis/96. Centro panamericano de ingeniería sanitaria y ciencias del ambiente –Organización panamericana de la salud. Lima. 80p.

Hartman y Ahring, 2006. Hartmann H, Ahring BK. Strategies for the anaerobic digestion of the organic fraction of municipal solid waste: an overview. *Water Science and Technology;* 53(8):7–22.

Hilbert, 2003. Hilbert, J.A, *Manual para la producción de biogás.* Instituto de ingeniería Rural, instituto nacional de tecnología agropecuaria – inta. Buenos aires, 57p.

Martone, 2009. Martone, Pt; Estevez, Jm; Lu, F; Ruel, K; Denny, Mw; Somerville, C; Ralph, J. «Discovery of Lignin in Seaweed Reveals Convergent Evolution of Cell-Wall Architecture.». *Current Biology* 19 (2): 169-75. doi:10.1016/j.cub.2008.12.031. ISSN 0960-9822. PMID 19167225.

Olaya, 2006. Olaya, Y. *Diseño de un biodigestor de cúpula fija*. Trabajo de Grado (Ingeniero Agrícola). Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira, Palmira.

Olaya, 2009. Olaya, Y. *Fundamentos para el diseño de biodigestores*. Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira. Facultad de Ingeniería y Administración. Palmira, Julio de 2009.

Pedraza, 2002. Pedraza, G.; Chará, J.; Conde, N.; Giraldo, S.; Giraldo, L. *Evaluación de los biodigestores en geomembrana (PVC) y plástico de invernadero en clima medio para el tratamiento de aguas residuales de origen porcino*. Fundación Centro de Investigaciones en Sistemas Sostenibles de Producción Agropecuaria – CIPAV. Cali.

Porras, 2003. Porras P, Gebresenbet G. Review of biogas development in developing countries with special emphasis in India. (0283-0086); 33 pp.

Robles-Gil, 2001. *Información climatológica para la aplicación de la energía de la biomasa*. Comisión de Climatología, Organización Meteorológica Mundial. La Paz, México, Agosto, 75p.

Thauer, 2008. Thauer R.K., Kaster, A.K., Seedorf, H., Buckel, W., Hedderich, R. Methanogenic archaea: ecologically relevant differences in energy conservation. *Nature Reviews Microbiology*. 6: 579-591.

Varnero, 1991. Varnero, M.T.. *Manual de Reciclaje Orgánico y Biogás*. Ministerio de Agricultura (FIA) –Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Santiago, Chile, 48p.

Weiland, 2010. Weiland P. Biogasproduction: current state and perspectives. *Microbiol Biotechnol* 2010;85:849–60.

Whitman, 2008. Liu, Y., Whitman, W.B. Metabolic, phylogenetic, and ecological diversity of methanogenic archaea. *Annals of the New York Academy of Science*. 1125: 171-189.

Capítulo 3

MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Cuando se escoge la fermentación anaerobia como el medio para producir metano, uno de los objetivos es maximizar la producción, una de las acciones que se puede realizar, es suministrar energía térmica al sistema de fermentación. La manera en que se pretende suministrar energía térmica al proceso de fermentación es a través de las paredes del fermentador, el cual involucra los tres mecanismos de transferencia de calor, *conducción*, *convección* y *radiación*, del cual trata este capítulo.

3.1. Transferencia de energía térmica

La energía se puede transferir a un cuerpo mediante dos mecanismos: Calor Q y Trabajo W . La transferencia de calor se lleva a cabo cuando existe una fuerza impulsora que es la diferencia de temperatura. La cantidad de calor o energía térmica que se transfiere durante un proceso se denota por Q .

Una relación importante es la razón de transferencia de calor \dot{Q} , que es la cantidad de energía transferida por unidad de tiempo, tiene unidades J/s o su equivalente W.

Si se conoce la razón de transferencia de calor \dot{Q} , se puede conocer la cantidad total de transferencia de calor Q en un intervalo de tiempo Δt a partir de

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} \dot{Q} dt \quad (3.1)$$

La razón de transferencia del calor por unidad de área perpendicular a la dirección de esa transferencia se llama flujo de calor y el flujo promedio de calor se expresa como

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \quad (3.2)$$

en donde A es el área de transferencia de calor [Holman. 1999, Çengel, 2007].

3.2. Transferencia de calor por conducción

Se lleva a cabo por contacto entre dos cuerpos ya sean líquidos, sólidos o gases como consecuencia de la interacción molecular directa, se transmite energía térmica de uno al otro, siempre y cuando exista un gradiente de temperatura, la segunda ley de la termodinámica establece que la transferencia de calor se lleva a cabo de la región de mayor temperatura a la de menor [Manrique, 2005; Lestina, 2010].

La ecuación modelo que permite cuantificar la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo sobre una superficie plana es conocida como ley de Fourier, la cual se enuncia de la siguiente forma:

Ley de Fourier: La razón de la conducción de calor a través de una superficie plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de ésta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa, es decir

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (3.3a)$$

donde $\frac{dT}{dx}$ es el gradiente de temperatura y k es la constante de proporcionalidad en (W/m.K),

llamada conductividad térmica y es una propiedad del material. El signo negativo hace referencia al hecho de que el flujo del calor se produce en el sentido en el que el gradiente de temperatura es negativo [Çengel, 2007].

Para ilustrar lo anterior se considera la figura 3.1, una pared grande y plana de espesor $\Delta x = L$ y área A , la diferencia de temperatura entre los extremos es $\Delta T = T_2 - T_1$ la razón de transferencia de calor se expresaría como

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = -kA \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (3.3b)$$

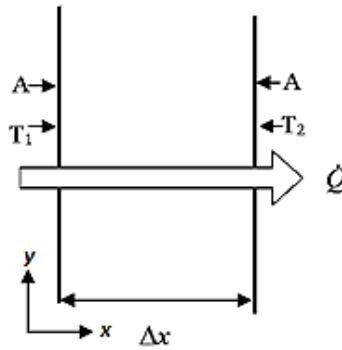


Figura 3.1. Pared plana.

Las ecuaciones 3.3 son una relación que proporciona la velocidad a la cual se transfiere calor en dirección x por área perpendicular a la dirección de transferencia, y es proporcional al gradiente de temperatura.

Para obtener la ecuación general de conducción calor en tres dimensiones se realiza el balance de energía sobre un volumen de control ya sea en coordenadas rectangulares, cilíndricas o esféricas y las siguientes

Coordenadas rectangulares:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + e_{gen} \cdot = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.4)$$

Coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(kr \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + e_{gen} \cdot = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.5)$$

Coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + e_{gen} \cdot = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.6)$$

Las ecuaciones 3.4, 3.5 y 3.6 son conocidas como ecuación de difusión [Incropera, 1999; Çengel, 2007].

3.2.1. Propiedades de transferencia de calor por conducción

Conductividad térmica. Es una propiedad importante del material ya que expresa la rapidez a la cual se lleva a cabo la transferencia de calor. Valores altos de k corresponden a buenos conductores y valores cercanos a cero corresponden a materiales aislantes. En la tabla 3.1 se muestra la conductividad térmica de algunos materiales.

Tabla 3.1. Conductividad térmica de algunos materiales a temperatura ambiente

Materiales	$K, \text{W/m.}^\circ\text{C}$
Diamante	2 300
Plata	429
cobre	401
Oro	217
Aluminio	237
Hierro	80.2
Mercurio	8.54
Vidrio	0.78
Ladrillo	0.72
Agua	0.607
Piel humana	0.37
Madera (roble)	0.17
Helio	0.152
Caucho Suave	0.13
Fibra de vidrio	0.043
Aire	0.026

[Çengel, 2007].

Como se observa en la tabla 3.1 los metales y cristales son mejores conductores de calor que los materiales no metálicos y los gases. La diferencia es debida a que los metales y los cristales tienen una estructura ordenada que facilita la transferencia de energía por vibración de partículas o entre sus átomos. Mientras en los líquidos y gases la interacción es débil y la transferencia de calor se lleva a cabo por el intercambio de energía cinética por colisión entre una molécula rápida y otra más lenta [Incropera, 1999; Kreith 2010].

Difusividad Térmica. Es otra de las propiedades importantes en el análisis de la conducción de calor, especialmente cuando se desea almacenar calor. Esta propiedad expresa cuán rápido se difunde el calor por un material.

Se define como la razón entre calor conducido (conductividad térmica) y calor almacenado (capacidad calorífica), se escribe como

$$\alpha = \frac{\text{Conductividad Térmica}}{\text{Capacidad Calorífica}} = \frac{k}{\rho c_p} (m^2/s) \quad (3.4)$$

donde ρc_p es la capacidad calorífica. En la tabla 3.2 muestra la difusividad térmica de materiales seleccionados.

Tabla 3.2. Difusividad térmica de algunos materiales a temperatura ambiente (20°C)

Material	$\alpha, m^2 / s$
Plata	146×10^{-6}
Oro	127×10^{-6}
Cobre	113×10^{-6}
Aluminio	97.5×10^{-6}
Hierro	22.8×10^{-6}
Mercurio	4.7×10^{-6}
Mármol	1.2×10^{-6}
Hielo	1.2×10^{-6}
Concreto	0.75×10^{-6}
Ladrillo	0.52×10^{-6}
Suelo macizo (seco)	0.52×10^{-6}
Vidrio	0.34×10^{-6}
Lana de vidrio	0.23×10^{-6}
Agua	0.14×10^{-6}
Carne de res	0.14×10^{-6}
Madera (roble)	0.13×10^{-6}

[Çengel, 2007].

De la tabla 3.2 se observa que en general los metales tiene el valor más alto de la difusividad térmica, esto dice que se propaga más rápido el calor hacia el medio que los materiales aislantes. Los gases poseen una difusión térmica casi nula dada su baja conductividad y poca densidad [Lide, 2009].

3.3. Transferencia de calor por convección

Este fenómeno de transferencia se debe al movimiento de masa de un fluido (líquido o gas) que está en contacto con una superficie. Comprende los efectos combinados de conducción y movimiento de fluido. Se produce de manera natural por la diferencia de densidades, o forzada al hacer pasar un fluido sobre una superficie caliente [Lestina 2010].

Para ilustrar considere la figura 3.2, una placa de área superficial A_s con temperatura T_s y la temperatura del fluido a una distancia lo suficientemente alejada es T_∞ . La ecuación que describe dicho fenómeno se le conoce como ley de enfriamiento Newton, se expresa de la siguiente manera:

Ley de enfriamiento de Newton. La rapidez de la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (3.5)$$

en donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, en $\text{W}/\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ o $\text{Btu}/\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$ [Çengel, 2007].

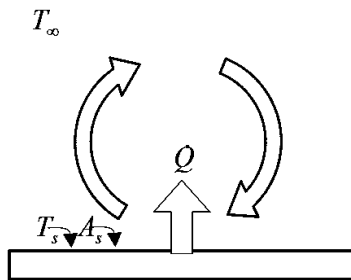


Figura 3.2. Diagrama esquemático para la ilustrar la transferencia de calor por convección.

Es importante mencionar que el coeficiente de transferencia no es una propiedad termodinámica, sino un parámetro empírico que se incorpora, en las expresiones de transferencia de calor y depende la naturaleza del modelo, del fluido próximo a la superficie, de las propiedades del fluido y de la geometría del sistema.

La transferencia de calor por convección se clasifica de acuerdo con la naturaleza del flujo, se llama convección forzada cuando el flujo es causado por medios externos, y convección libre (o natural) cuando el flujo es inducido por fuerzas de empuje que surgen a partir de las densidades ocasionadas por la diferencia de temperatura [Incropera, 1999].

La tabla 3.3 muestra los valores típicos de transferencia de calor por convección para convección natural y forzada.

Tabla 3.3. Valores típicos del coeficiente de transferencia de calor

Aplicaciones	h (W/m ² .K)	h (Btu/h.ft ² .°F)
<i>Convección natural</i>		
Gases	2-25	00.35-4.4
Líquidos	50-1000	8.8-180
<i>Convección forzada</i>		
Gases	25-250	4.4-44
Líquidos	50-20,000	8.8-3500

[Çengel, 2007].

3.4. Transferencia de calor por radiación

Todos los objetos cuya temperatura esté por encima del cero absoluto emiten y absorben radiación, a diferencia de los mecanismo de transferencias anteriores, no requiere un medio para que se lleve a cabo el intercambio de energía. En el vacío se realiza a la velocidad de la luz [Çengel, 2007].

Este mecanismo se considera como un fenómeno volumétrico, sin embargo, se considera que es superficial para sólidos opacos a la radiación térmica, como madera, rocas y los metales. La razón es que, la radiación emitida en el interior del material nunca llega a la superficie y la que incide sobre él se absorbe a una cuantas micras de la superficie [Incropera, 1999].

Para ilustrar la transferencia de calor por radiación considere la figura 3.4, una placa plana de área superficial A_s con temperatura T_s . La razón máxima de radiación que se puede emitir desde una superficie de área A_s a una temperatura termodinámica T_s , es expresada por la **ley de Stefan- Boltzmann** como

$$\dot{Q}_{rad,max} = \sigma A_s T_s^4 \quad (3.6)$$

donde $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$, es la constante de Stefan-Boltzmann [Çengel, 2007]. La superficie idealizada que emite radiación a razón máxima se llama cuerpo negro, la radiación emitida es conocida como *radiación de cuerpo negro*. La radiación emitida por todas las superficies reales es menor que la emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura y se expresa como:

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon \sigma A_s T_s^4 \quad (3.7)$$

en donde ε es la emisividad de la superficie, la emisividad es un valor que está en el intervalo $0 \leq \varepsilon \leq 1$, es una medida de cuán próxima está una superficie de ser un cuerpo negro, para el cual $\varepsilon = 1$ [Holman. 1999].

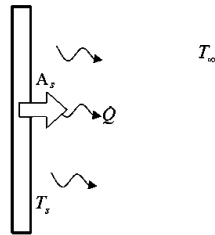


Figura 3.4. Diagrama esquemático para ilustrar la transferencia de calor por radiación.

3.4.1. Propiedades térmicas de radiación

La radiación puede incidir sobre una superficie desde sus alrededores (figura 3.5), parte de la irradiación puede ser absorbida por la superficie, y aumentar su temperatura.

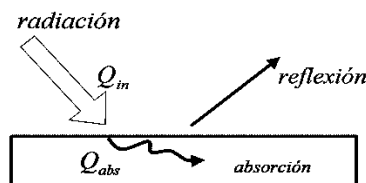


Figura. 3.5. Diagrama esquemático para ilustrar las propiedades de radiación.

La *absortividad* α al igual que la *emisividad* ε es otra propiedad importante en la transferencia de calor por radiación. La absorptividad α se define como la capacidad que tiene la superficie de un material de absorber una fracción de la energía incidente, su valor está en el intervalo $0 \leq \alpha \leq 1$. Para un cuerpo negro $\alpha = 1$, es decir un cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente sobre él, α depende en general de la temperatura y de la longitud de onda de la radiación. La razón a la cual una superficie absorbe la radiación se determina a partir de

$$\dot{Q}_{abs} = \alpha \dot{Q}_{in} \quad (3.8)$$

donde \dot{Q}_{in} es la razón a la cual la radiación incide sobre la superficie y \dot{Q}_{abs} es la razón absorbida por la superficie. Para las superficies opacas (no transparentes), parte de la radiación incidente no es absorbida por la superficie y se refleja [Holman. 1999, Çengel, 2007].

Bibliografía

Çengel. 2007. Transferencia de calor y masa. Yunus A. Çengel. Tercera edición. Editorial McGraw-Hill, University of Nevada, Reno, 2007. Pp 17-76.

Holman. 1999. Transferencia de calor. J. P. Holman Professor of Mechanical Engineering Southern Methodist University. Décima reimpresión, México. ISBN 968-26-0649-7.

Incropera 2010. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Fundamentos de transferencia de calor. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Editorial Person Educación, 1999. Pp. 333, 886.

Manrique, 2005. Transferencia de calor. José Ángel Manrique Valadez. Segunda edición. Editorial Alfaomega. Oxford University Press. México.

Lestina, 2010. Lestina, Thomas; Serth, Robert W. Process Heat Transfer: Principles, Applications and Rules of Thumb. Academic Press.

Lide, 2009. Lide, David R Handbook of Chemistry and Physics (90 ed.). Boca Raton, Florida: CRC Press. p. 2-65. ISBN 978-1-4200-9084-0.

Kreith. 2010. Kreith, Frank; Manglik, Raj M.; Bohn, Mark S. Principles of Heat Transfer. Cengage Learning

Capítulo 4

RADIACIÓN TÉRMICA

El sol es la principal fuente de energía de la Tierra, se encuentra a una distancia de 149.6 millones de km de la Tierra, y tiene una masa de $m = 1.989 \times 10^{30}$ kg, aproximadamente 333.05×10^3 veces la masa de la tierra y una temperatura superficial de 5 777 K. La energía del sol se debe a la reacción continua de fusión en que los átomos de hidrógeno se transforman en átomos de helio. Se estima que el Sol emite radiación a razón de 63 450 720 W/m² y la energía que llega perpendicular a la superficie atmosférica es de 1353 W/m² [Çengel. 2007]. En este capítulo se revisarán los conceptos básicos de radiación térmica.

4.1. Radiación electromagnética

La radiación es una forma de transmitir energía a través del espacio entre dos cuerpos por medio de ondas electromagnéticas. La onda electromagnética es la combinación de campos eléctricos y magnéticos oscilantes y viajan a la velocidad de la luz $c_0 = 2.9979 \times 10^8$ m/s en el vacío, para un medio en general viajan a una velocidad $c = c_0 / n$, donde n es el índice de refracción del medio. Las ondas electromagnéticas se caracterizan por su frecuencia ν o su longitud de onda λ y están relacionadas por

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (4.1)$$

En muchos casos es útil concebir la radiación electromagnética como la propagación de una colección de paquetes discretos de energía llamados fotones o cuantos, como propuso Max Planck en 1900, en conjunción con su teoría cuántica [Resnick, 2009]. En esta idea, cada fotón de frecuencia ν se considera que tiene una energía de

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (4.2)$$

en donde $h = 6.6256 \times 10^{-34} J \cdot s$ es la constante de Planck. A la distribución energética del conjunto de las ondas electromagnéticas se denomina espectro electromagnético.

4.2. Espectro electromagnético.

El espectro electromagnético se extiende desde la radiación de menor longitud de onda, como los rayos gamma hasta las ondas electromagnéticas de mayor longitud de onda, como son las ondas de radio (Figura 4.2). La naturaleza de los diferentes tipos de onda electromagnética depende básicamente a la forma en que se producen

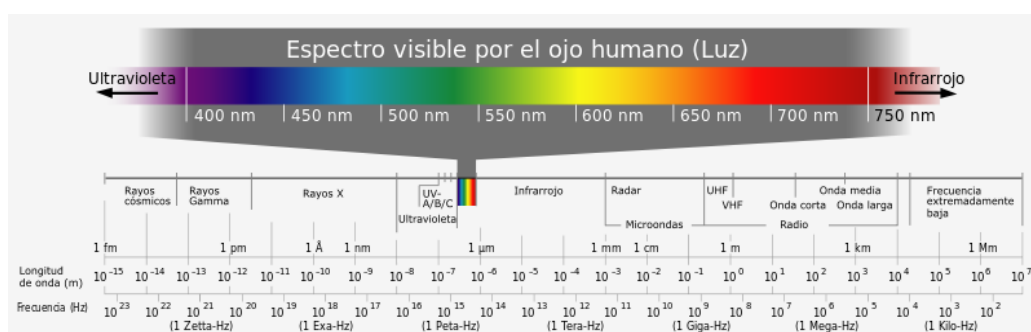


Figura 4.1. Diagrama muestra el espectro electromagnético y resalta el rango de la luz visible [Frank, 2006].

4.2 1. Clasificación del espectro electromagnético y su naturaleza

1. Espectro visible. Este tipo de radiación electromagnética es sensible para nuestros ojos, Los límites de la longitud de onda de la región visible van desde 400 nm (el violeta) hasta unos 700 nm (el rojo) [Resnik, 2009].

2. Infrarrojos. La radiación infrarroja, que tiene longitudes de onda mayor que la luz visible (desde $0.7 \mu\text{m}$ hasta 1 mm aproximadamente), se emite comúnmente por átomos o moléculas cuando cambian su movimiento vibratorio o rotatorio. La radiación infrarroja es un medio importante de transferencia de calor, y a veces se le llama radiación térmica [Çengel, 2007; Resnik, 2009].

3. Microondas. Las microondas pueden considerarse como ondas cortas de radio, las longitudes de onda van de 1 mm a 1 m. Comúnmente se producen por osciladores electromagnéticos en circuitos eléctricos, como en el caso de los hornos de microondas [David, 1993].

4. Ondas de radio. Tiene longitudes de onda mayores de 1 m. Se producen a partir de fuentes terrestres mediante electrones que oscilan en conductores de circuitos eléctricos [Robert, 2004].

5. Ultravioleta. Se denomina radiación ultravioleta o radiación UV a la radiación electromagnética cuya longitud de onda está entre (1 nm a 400 nm), la cual puede producirse por las transiciones atómicas de los electrones exteriores así como en la radiación que parte de fuentes térmicas como el Sol [Sliney y David, 2003; Resnick, 2009].

6. Rayos X. Las longitudes de onda típicas están entre 0.01 nm y 10 nm, pueden producirse con longitudes de onda discretas en transiciones individuales entre los electrones interiores (los más fuertemente ligados) de un átomo, y también pueden producirse al desacelerar partículas cargadas (como los electrones). Las longitudes de onda de los rayos X corresponden aproximadamente al espaciamiento entre los átomos de los sólidos. Pueden penetrar fácilmente en tejidos blandos pero son detenidos por los huesos y otras materias sólidas [Drenth, 1999].

7. Rayos gamma. Son radiaciones electromagnéticas con las longitudes de onda más cortas (menos de 10 pm). Son las más penetrantes entre las radiaciones electromagnéticas, y la exposición a una radiación gamma intensa puede tener un efecto perjudicial sobre el cuerpo humano. Estas radiaciones pueden emitirse en las transiciones de un núcleo atómico de un estado a otro y también pueden ocurrir en las desintegraciones de ciertas partículas elementales [Michael, 2007; Resnick, 2009].

4.3. Radiación térmica y radiación de cuerpo negro

La radiación térmica se define como la energía emitida por un cuerpo como consecuencia de su temperatura, usualmente está comprendida entre 0.1 a 100 μm . En esta escala se encuentra parte del ultravioleta ($\lambda < 0.38$), la región visible ($0.38 < \lambda < 0.78$) y parte del infrarrojo ($\lambda > 0.78$) [Manrique, 2005].

Cuando la radiación incide sobre un material parte de la radiación se transmite y otra parte es reflejada. Un cuerpo negro es un caso límite, en el que toda la energía incidente desde el

exterior es absorbida, y toda la energía incidente desde el interior es emitida [Holman 1999; Çengel, 2007].

En el siglo XIX los investigadores descubrieron dos propiedades importantes de la radiación térmica:

1. A medida que aumenta la temperatura de un cuerpo, crece rápidamente la intensidad de la radiación térmica emitida.
2. Cuanto más alta sea la temperatura, más corta será la longitud de onda de la parte más intensa del espectro electromagnético [Çengel, 2007].

La respuesta a lo observado lo dio el físico alemán Gustav Kirchhoff (1824-1887) en 1859, propuso considerar una pequeña cavidad en un cuerpo sólido, si mantiene sus paredes a una temperatura T , la radiación que salga de él no dependerá ni del modo en que se construya la cavidad, sino solo de la temperatura [Holman 1999, Çengel, 2007].

Un cuerpo negro se puede sustituir con gran aproximación por una cavidad con una pequeña abertura. La energía radiante incidente a través de la abertura, es absorbida por las paredes en múltiples reflexiones y solamente una mínima proporción escapa (se refleja) a través de la abertura.

El primero de los enunciados se puede escribir en términos cualitativos y es conocida como ley de Stefan-Boltzmann.

La ley de Stefan-Boltzmann. La potencia total irradiada por unidad de área de la abertura de la cavidad, sumada para todas las longitudes de onda, se llama su intensidad radiante $I(T)$ y se relaciona con la temperatura por

$$I(T) = \sigma T^4 \quad (4.3a)$$

en donde a $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ es la constante de Stefan-Boltzmann y T es la temperatura absoluta de la superficie en K.

Los objetos calientes ordinarios irradian menos eficientemente de lo que lo hacen los radiadores de cavidad [Holman 1999, Çengel, 2007]. La generalización de la ecuación 4.3a es

$$I(T) = \varepsilon \sigma T^4 \quad (4.3b)$$

donde ε es la emisividad superficial del material.

En la figura 4.2 se muestra la radiación espectral o poder de emisión para cuatro temperaturas seleccionadas.

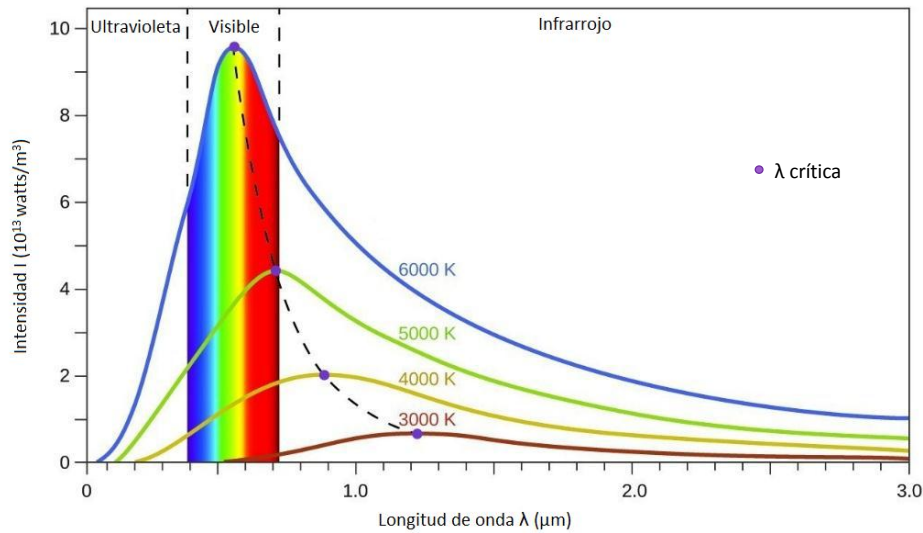


Figura. 4.2 Poder de emisión para temperaturas seleccionadas.

De la figura se observa que, conforme aumenta la temperatura, aumenta también esta área y por lo tanto la intensidad radiante, como lo predice la ecuación 4.3.

La relación para el poder de emisión espectral de cuerpo negro $I(T)$ fue desarrollada por Max Planck en 1901, en conjunción con su famosa teoría cuántica. Esta relación se conoce como ley de Planck y se expresa como [Manrique, 2005; Çengel, 2007]

$$I(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]} \quad (4.4)$$

en donde las constantes valen

$$C_1 = 2\pi^5 hc_0^2 = 3.74177 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4 / \text{m}^2$$

$$C_2 = hc_0 / k = 1.43878 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

Asimismo, T es la temperatura absoluta de la superficie, λ es la longitud de onda de la radiación emitida y $k = 1.38065 \times 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann.

La ley del desplazamiento de Wien. A medida que la temperatura aumenta, el pico de la curva de la figura 4.2 se desplaza hacia las longitudes de onda más cortas. La longitud de onda a la cual se presenta el pico para una temperatura específica se expresa por la ley del desplazamiento de Wien como [Incropera 1999, Çengel, 2007].

$$(\lambda T)_{poder.máx} = 2897.8 \mu\text{m.K} \quad (4.5)$$

Willy Wien desarrolló originalmente esta relación en 1894 aplicando la termodinámica clásica, pero también se puede obtener derivando la ecuación 4.4 con respecto a λ , manteniendo T constante e igualando el resultado a cero.

La radiancia espectral $R(\lambda)$. Nos dice cómo varía la intensidad de la radiación de la cavidad con la longitud de onda para una temperatura determinada. Se define de modo que el producto $R(\lambda)d\lambda$ da la potencia irradiada por unidad de área que se encuentra en la banda de longitudes de onda que se extiende desde λ hasta $\lambda + d\lambda$, es una función de distribución estadística.

Se puede hallar la intensidad radiante $I(T)$ para cualquier temperatura al sumar (esto es, integrando) la radiancia espectral en toda la región de longitudes de onda. Entonces [Çengel, 2007]

$$I(T) = \int_0^{\infty} R(\lambda) d\lambda \quad (T \text{ fija}) \quad (4.6)$$

4.4. Radiación solar térmica

La radiación solar es esencial para que se lleve a cabo la vida en la tierra, a través de ella es que se lleva a cabo el proceso de fotosíntesis, la producción de alimentos y los combustibles. Se estima que el flujo de irradiación sobre una superficie perpendicular a ella en el límite exterior de la atmósfera de la Tierra es de $S_c = 1353 \text{ W/m}^2$ cuando el planeta se encuentra a la distancia media del Sol (Figura 4.3). Esta cantidad se denomina constante solar [Manrique, 2005]. La irradiación extraterrestre $G_{s,o}$ se determina a partir de la siguiente expresión

$$G_{s,o} = S_c \cdot f \cdot \cos \theta \quad (4.7)$$

La cantidad f es un pequeño factor de corrección al tener en cuenta la excentricidad de la órbita de la Tierra alrededor del Sol ($0.97 \leq f \leq 1.03$) [Incropera, 1999].

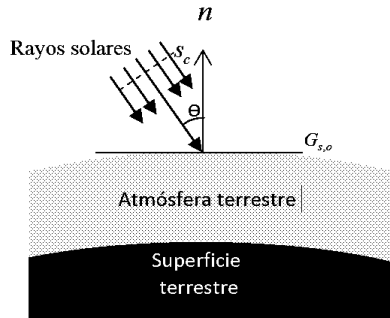


Figura 4.3. Naturaleza de la dirección de la radiación fuera de la atmósfera terrestre.

Debido a la alta capacidad de absorción de gases atmosféricos O_3 (ozono), H_2O , O_2 y CO_2 , no toda la energía expresada por la constante solar alcanza la superficie de la Tierra. La incidencia de radiación solar sobre la superficie de la Tierra depende también de la cantidad de polvo y otros contaminantes en la atmósfera emitida [Holman 1999, Çengel, 2007, Méndez 2010]. La Figura 4.4. Muestra los efectos de la absorción atmosférica para un lugar a nivel del mar.

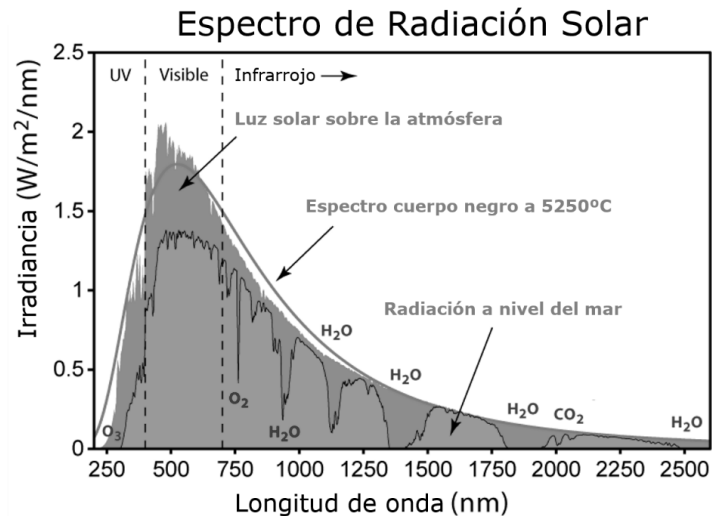


Figura. 4.4. Espectro de la radiación solar por encima de la atmósfera y a nivel del mar. [Robert, 2007]

Bibliografía

Çengel, 2007. Transferencia de calor y masa. Yunus A. Çengel. Tercera edición. Editorial McGraw-Hill, University of Nevada, Reno, 2007. Pp 17-76.

David, 2003. David H. Sliney, 2003«Radiación Ultravioleta». Enciclopedia de Seguridad y Salud en el Trabajo de la OIT 49: 49.7. Consultado el 25 de noviembre de 2016. Disponible en:<http://www.insht.es/InshtWeb/Contenidos/Documentacion/TextosOnline/EnciclopediaOIT/tomo2/49.pdf>

David, 1993. David M. Pozar. Microwave Engineering Addison-Wesley Publishing Company. ISBN 0-201-50418-9.

Drenth, 1999. Drenth, Jan. Principles of protein x-ray crystallography (en inglés) (2ª edición). Springer. pp. 34-35. ISBN 9780387985879.

Incropera, 1999. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Fundamentos de transferencia de calor. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Editorial Person Educación, 1999. Pp. 333, 886.

Holman, 1999. Tranferencia de calor. J. P. Holman Professor of Mechanical Engineering Southern Methodist University. Décima reimpresión, México. ISBN 968-26-0649-7

Manrique, 2005. Transferencia de calor. José Ángel Manrique Valadez. Segunda edición. Editorial Alfaomega. Oxford University Press. México.

Méndez, 2010. Méndez Muñoz, Javier María; Cuervo García, Rafael; Bureau Veritas Formación. «1». Energía Solar Térmica. Fundación Confemetal. p. 37

Michael, 2007. Michael F. L'Annunziata. Radioactivity: introduction and history. Amsterdam, Netherlands: Elsevier BV. pp. 55-58. ISBN 978-0-444-52715-8.

Robert, 2004. Robert L, Boylestad. Introducción al análisis de circuitos. Pearson Educación. Décima edición da Edición. México. p. 525. ISBN: 970-26-0448-6.

Robert, 2007. Robert A. Rohde. Proyecto Calentamiento Global Art. Imagen disponible en: http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Image:Solar_Spectrum.png&redirect=no&oldid=137131966, consultada el 15 enero 2017.

Capítulo 5

EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO

El método de elemento finito es una herramienta que permite aproximar la solución de las ecuaciones diferenciales con condiciones de frontera y condiciones iniciales que se presentan en problemas de ingeniería, de física y matemáticas. Las aplicaciones van desde el análisis de estructuras para edificios hasta el análisis de los campos de flujo de calor, campos magnéticos y fluidos [Chandrupatla, 1999; Reddy, 2005].

El método consiste básicamente en la división de su dominio en muchas pequeñas regiones, llamadas “elementos”, convenientemente distribuidas, dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados nodos. El conjunto de nodos considerado para hacer las aproximaciones se llama malla ver Figura 5.1. [Reddy, 2005; Logan, 2007].

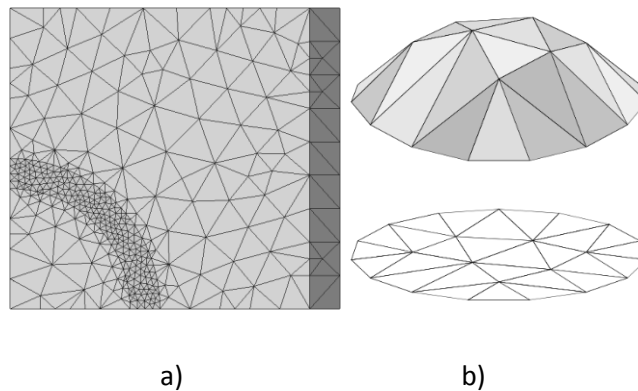


Figura 5.1. a. Es un ejemplo de una malla bidimensional del método de elemento finito para un escudo magnético de forma cilíndrica. b. Representación bidimensional y tridimensional de una malla usada en método de elemento finito [Zureks, 2006].

5.1. Análisis por elemento finito

5.1.1. Pasos básicos en el análisis de elemento finito

Definición del problema de condiciones de frontera

Considere el problema de encontrar la función $u(x)$ que satisface la ecuación diferencial

$$-\frac{d}{dx}\left(a\frac{du}{dx}\right) + cu - q = 0, \text{ para } 0 < x < L \quad (5.1)$$

y las condiciones de frontera

$$u(0) = u_0, \left(a\frac{du}{dx}\right)\Big|_{x=L} = Q_0 \quad (5.2)$$

Donde $a = a(x)$, $c = c(x)$, $q = q(x)$, u_0 y Q_0 son datos conocidos del problema. La ecuación (5.1) surge en la descripción analítica de muchos procesos físicos. Por ejemplo la transferencia de calor por convección en una pared plana o aleta (en una 1-D) que fluye a través de canales o tuberías, la deformación axial de una barra, y otros procesos pueden ser también descritos por (5.1) [J. N. Reddy, 2005].

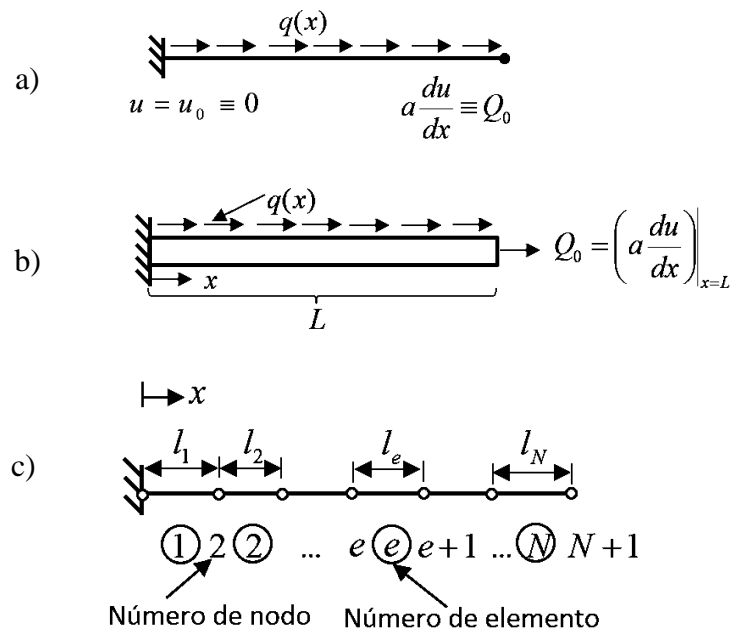


Figura 5.2. Discretización del dominio de elemento finito en una dimensión: a) problema físico; b) idealización matemática; c) discretización de elemento finito [Reddy, 2005].

5.1.2. Discretización del dominio

El dominio del problema consiste en todos los puntos que se deseen tomar entre $x=0$ y $x=L$ ver Fig. (5.2b). El dominio Ω es dividido en un conjunto de elementos, un elemento típico de longitud es l_e y se localiza entre los puntos A y B . La colección de cada elemento es llamado elemento finito de malla del dominio (ver figura 5.2c y figura 5.3). La razón para dividir el dominio en elementos son dos: la primera, para representar la geometría del dominio; y la segunda, para aproximar la solución sobre cada elemento de la malla en el orden que mejor represente sobre todo el dominio [Reddy, 2005].

Para conectar los elementos e imponer la continuidad de la solución en los nodos comunes a los elementos, se identifica los puntos finales de cada elemento de línea como elemento de nodo. El número de elementos usado en el problema depende principalmente del elemento típico y de la precisión deseada.

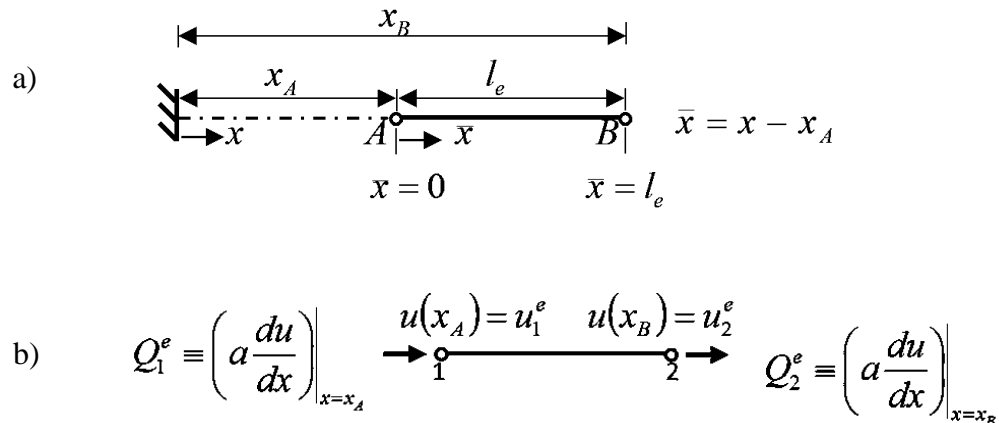


Figura 5.3. Discretización del dominio de elemento finito en una dimensión para el problema 5.1. (a) un típico elemento finito del elemento finito de la malla en Fig. 5.2c; x coordenada global; \bar{x} coordenada local (b) un elemento típico, con la definición de la primera (u) y segunda (Q) variable de cada uno de los elementos de los nodos [Reddy, 2005].

5.2. Derivación de la ecuación de elementos

La derivación de las ecuaciones del elemento finito, que relacionan las variables primarias con las variables secundarias en los nodos de los elementos, envuelve tres casos:

1. Construir la weighted-residual o forma débil de la ecuación diferencial.
2. Asumir la forma aproximada de la solución sobre un elemento típico.

3. Derivar las ecuaciones de elemento finito mediante la sustitución de la solución aproximada entre la forma weighted-residual o forma débil [Reddy, 2005].

Caso 1. Forma débil. En este método de elemento finito, se busca una aproximación de la solución para (5.1) sobre cada elemento finito.

El polinomio de aproximación de la solución dentro de un elemento típico Ω^e , es de la forma

$$U^e = \sum_{j=1}^n u_j^e \psi_j^e(x) \quad (5.3)$$

donde u_j^e son los valores de la solución en los nodos del elemento finito y ψ_j^e son las funciones de aproximación sobre el elemento. Los coeficientes u_j^e que satisfacen (5.1) son determinados a partir de una integral de peso, que es de la forma

$$0 = \int_{x_A}^{x_B} w \left[-\frac{d}{dx} \left(a \frac{du}{dx} \right) + cu - q \right] dx \quad (5.4)$$

donde $w(x)$ denota la función de peso y $\Omega^e = (x_A, x_B)$, es el dominio típico del elemento. Para $u \approx U^e$ y cada elección independiente de w , se obtiene una ecuación algebraica independiente que relaciona todos los u_j^e de los elementos. Un total de n ecuaciones serán requeridas para resolver los n valores u_j^e .

El primer paso es multiplicar la ecuación diferencial que gobierna a la función de peso w y la integral sobre un elemento típico. El segundo paso es cambiar la diferenciación de u a w , usando la técnica de integración por partes. Esto se consigue de la siguiente manera. Se considera la identidad

$$-w \left[\frac{d}{dx} \left(a \frac{du}{dx} \right) \right] = -\frac{d}{dx} \left(wa \frac{du}{dx} \right) + a \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} \quad (5.5a)$$

La integral de esta identidad sobre el dominio del elemento es

$$-\int_{x_A}^{x_B} w \left[\frac{d}{dx} \left(a \frac{du}{dx} \right) \right] dx = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{d}{dx} \left(wa \frac{du}{dx} \right) dx + \int_{x_A}^{x_B} a \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} dx$$

$$= - \left[wa \frac{du}{dx} \right]_{x_A}^{x_B} + \int_{x_A}^{x_B} a \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} dx \quad (5.5b)$$

Sustituyendo (5.5b) en (5.4) se obtiene

$$0 = \int_{x_A}^{x_B} \left(a \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} + cwu - wq \right) dx - \left[wa \frac{du}{dx} \right]_{x_A}^{x_B} \quad (5.6)$$

Se puede evaluar el último término de la ecuación (5.6) usando las condiciones de frontera

$$-Q_A = \left(a \frac{du}{dx} \right) \Big|_{x_A}, \quad Q_B = \left(a \frac{du}{dx} \right) \Big|_{x_B} \quad (5.7)$$

Para problemas de conducción de calor Q_A y Q_B denota la transferencia de calor a través del cuerpo.

La formulación débil de una ecuación diferencial permite convertir un problema de cálculo diferencial formulado en término de ecuaciones diferenciales en términos de un problema de álgebra lineal, que puede ser aproximado por un sistema finito de ecuaciones algebraicas.

Con la sustitución de (5.7) en (5.6), la forma variacional se convierte en

$$0 = \int_{x_A}^{x_B} \left(a \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} + cwu - wq \right) dx - w(x_A)Q_A - w(x_B)Q_B \quad (5.8)$$

La forma variacional de (5.8) contiene dos tipos de expresiones: que contiene tanto u como w , y otros que solo contiene w . Se agrupan los términos en dos grupos, la primera llamada forma bilineal:

$$B(w, u) = \int_{x_A}^{x_B} \left(a \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} + cwu \right) dx \quad (5.9a)$$

Se denota todos los demás términos que solo depende de w por $l(w)$, llamando forma lineal:

$$l(w) = \int_{x_A}^{x_B} (wq) dx + w(x_A)Q_A + w(x_B)Q_B \quad (5.9b)$$

La forma variacional de (5.8) se puede expresar ahora como:

$$B(w, u) = l(w) \quad (5.10)$$

llamado problema variacional asociado a (5.1).

Esta ecuación tiene una amplia aplicación en matemáticas o en sólidos y estructuras metálicas que se puede apreciar al factor variacional (5.10) la cuál es la definición de la minimización de una energía cuadrática funcional o de la energía potencial total $I(u)$:

$$\delta I = 0 \quad (5.11)$$

donde δ el símbolo variacional y I en la función cuadrática definida como:

$$I(u) = \frac{1}{2} B(u, u) - l(u) \quad (5.12)$$

$B(w, u)$ es bilineal y simétrica con u y w

$$B(w, u) = B(u, w) \quad (5.13)$$

Cuando (5.1) describe la deformación axial de la barra, $\frac{1}{2} B(u, u)$ la energía de deformación elástica almacenada en la barra, $l(u)$ representa el trabajo realizado por las fuerzas aplicadas, y $I(u)$ representa la energía potencial total sobre la barra del elemento.

Paso 2. Aproximación de la solución. Se busca una solución aproximada de U^e en forma de polinomios algebraicos. Las razones de esta elección son dos: en primer lugar, la teoría de interpolación del análisis numérico que puede usarse para desarrollar la aproximación sistemática sobre un elemento. La segunda, la evaluación de los polinomios en la integral es mucho más fácil.

Para encontrar la solución aproximada de U^e , se debe cumplir con ciertos requisitos para que la función converja a la solución real u a medida que aumenta el número de elementos. Estos son [Reddy. 2005]:

1. La solución aproximada debe ser continua y diferenciable, como es requerido por la forma débil.
2. Debe ser un polinomio completo, es decir, incluir todos los términos de orden más bajo al más alto.
3. Debe ser una interpolación de las variables primarias en los nodos del elemento finito.

Se considera un polinomio de orden lineal

$$U^e = a + bx \quad (5.14)$$

donde a y b son constantes. Esta expresión cumple los dos primeros requisitos. Para cumplir el tercero

$$U^e(x_A) = u_1^e, \quad U^e(x_B) = u_2^e \quad (5.15)$$

se puede expresar las constantes a y b en términos u_1^e y u_2^e , la ecuación (5.15) proporciona dos relaciones entre (a, b) y (u_1^e, u_2^e) :

$$u_1^e = a + bx_A \quad (5.16a)$$

$$u_2^e = a + bx_B$$

o en forma matricial,

$$\begin{Bmatrix} u_1^e \\ u_2^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_A \\ 1 & x_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} \quad (5.16b)$$

Resolviendo se obtiene

$$a = \frac{1}{l_e} (u_1^e x_B - u_2^e x_A) = \frac{1}{l_e} (\alpha_1^e u_1^e + \alpha_2^e u_2^e) \quad (5.17a)$$

$$b = \frac{1}{l_e} (u_2^e - u_1^e) = \frac{1}{l_e} (\beta_1^e u_1^e + \beta_2^e u_2^e) \quad (5.17b)$$

Donde $l_e = x_B - x_A$ y

$$\alpha_i^e = (-1)^j x_j^e, \quad \beta_i^e = (-1)^i, \quad x_1^e = x_A, \quad x_2^e = x_B \quad (5.18)$$

En (5.17), i y j permuta en un orden natural:

Si $i=1$ entonces $j=2$; Si $i=2$ entonces $j=1$

La α_i^e y β_i^e es introducido para mostrar la forma típica de funciones de interpolación.

Sustituyendo (5.17) en (5.14) se llega a [Reddy 2005]

$$\begin{aligned} U(x) &= \frac{1}{l_e} [(\alpha_1^e u_1^e + \alpha_2^e u_2^e) + (\beta_1^e u_1^e + \beta_2^e u_2^e)x] \\ &= \frac{1}{l_e} (\alpha_1^e + \beta_1^e x) u_1^e + \frac{1}{l_e} (\alpha_2^e + \beta_2^e x) u_2^e \end{aligned}$$

Esto es,

$$U^e(x) = \psi_1^e(x)u_1^e + \psi_2^e(x)u_2^e = \sum_{j=1}^2 \psi_j^e(x)u_j^e \quad (5.19a)$$

donde

$$\psi_1^e(x) = \frac{1}{l_e}(\alpha_1^e + \beta_1^e x) = \frac{x_B - x}{x_B - x_A}, \quad \psi_2^e(x) = \frac{1}{l_e}(\alpha_2^e + \beta_2^e x) = \frac{x - x_A}{x_B - x_A} \quad (5.19b)$$

Que es llamado funciones de aproximación lineal de elemento finito. Para formar la interpolación (5.19), se etiquetan los puntos finales como 1 y 2 y se renombra las segundas variables como

$$Q_A = Q_1^e \quad Q_B = Q_2^e \quad (5.20)$$

Los números de los nodos globales de elementos conectados en serie pueden estar relacionados con los números de nodo elemento. Para los elementos lineales, los números de los nodos globales de elemento Ω^e y son e y $e+1$, y las coordenadas globales de los nodos de elementos son x_e y x_{e+1} .

Paso 3. Modelo de elemento finito. Con el fin de formular el modelo de elementos finitos basado en la forma débil (5.8), no es necesario presuponer el grado de aproximación de U^e . El modelo puede ser desarrollado para un grado arbitrario de interpolaciones:

$$u \approx U^e = \sum_{j=1}^n u_j^e \psi_j^e(x) \quad (5.21)$$

donde ψ_j^e son la interpolación de las funciones de Lagrange de grado $n-1$. Cuando $n > 2$, la forma débil de (5.8) deberá modificarse para incluir variables secundarias no nulas, si las hay, en los nodos interiores:

$$0 = \int_{x_A}^{x_B} \left(a \frac{dw}{dx} \frac{du}{dx} + cwu - wq \right) dx - \int_{x_A}^{x_B} wq dx - \sum_{i=1}^n w(x_i^e) Q_i^e \quad (5.22)$$

donde x_i^e es la coordenada global del i -ésimo nodo del elemento Ω^e . Los nodos 1 y n denotan los finales de cada elemento entonces Q_1^e y Q_n^e y representan las fuentes puntuales desconocidas, todos los otros Q_i^e siempre son conocidos.

Sustituyendo (5.21) por u y $\psi_1^e, \psi_2^e, \dots, \psi_n^e$, para W en la forma débil (5.22), para obtener n ecuaciones algebraicas:

$$\begin{aligned}
0 &= \int_{x_A}^{x_B} \left[a \frac{d\psi_1^e}{dx} \left(\sum_{j=1}^n u_j^e \frac{d\psi_j^e}{dx} \right) + c \psi_1^e \left(\sum_{j=1}^n u_j^e \psi_j^e(x) \right) - \psi_1^e q \right] dx - \sum_{j=1}^n \psi_1^e(x_j^e) Q_j^e \\
0 &= \int_{x_A}^{x_B} \left[a \frac{d\psi_2^e}{dx} \left(\sum_{j=1}^n u_j^e \frac{d\psi_j^e}{dx} \right) + c \psi_2^e \left(\sum_{j=1}^n u_j^e \psi_j^e(x) \right) - \psi_2^e q \right] dx - \sum_{j=1}^n \psi_2^e(x_j^e) Q_j^e \\
&\quad \vdots \\
0 &= \int_{x_A}^{x_B} \left[a \frac{d\psi_i^e}{dx} \left(\sum_{j=1}^n u_j^e \frac{d\psi_j^e}{dx} \right) + c \psi_i^e \left(\sum_{j=1}^n u_j^e \psi_j^e(x) \right) - \psi_i^e q \right] dx - \sum_{j=1}^n \psi_i^e(x_j^e) Q_j^e \\
&\quad \text{(i-ésima ecuación)} \\
&\quad \vdots \\
0 &= \int_{x_A}^{x_B} \left[a \frac{d\psi_n^e}{dx} \left(\sum_{j=1}^n u_j^e \frac{d\psi_j^e}{dx} \right) + c \psi_n^e \left(\sum_{j=1}^n u_j^e \psi_j^e(x) \right) - \psi_n^e q \right] dx - \sum_{j=1}^n \psi_n^e(x_j^e) Q_j^e
\end{aligned} \tag{5.23a}$$

Se debe tener en cuenta que la numeración de las ecuaciones algebraicas sigue a la de las variables principales en el elemento. La i -ésima ecuación algebraica se puede escribir como

$$0 = \sum_{j=1}^n K_{ij}^e u_j^e - f_i^e - Q_i^e \quad (i=1,2,..n) \tag{5.23b}$$

donde

$$K_{ij}^e = \int_{x_A}^{x_B} \left(a \frac{d\psi_i^e}{dx} \frac{d\psi_j^e}{dx} + c \psi_i^e \psi_j^e \right) dx = B(\psi_i^e, \psi_j^e), \quad f_i^e = \int_{x_A}^{x_B} q \psi_i^e dx = l(\psi_i^e) \tag{5.23c}$$

Las ecuaciones (5.23a) pueden expresarse en términos de los coeficientes K_{ij}^e , f_i^e y Q_i^e como

$$\begin{aligned}
K_{11}^e u_1^e + K_{12}^e u_2^e + \dots + K_{1n}^e u_n^e &= f_1^e + Q_1^e \\
K_{21}^e u_1^e + K_{22}^e u_2^e + \dots + K_{2n}^e u_n^e &= f_2^e + Q_2^e \\
&\quad \vdots \\
K_{n1}^e u_1^e + K_{n2}^e u_2^e + \dots + K_{nn}^e u_n^e &= f_n^e + Q_n^e
\end{aligned} \tag{5.24a}$$

En la notación matricial, las ecuaciones lineales (5.24a) pueden escribirse como

$$\tag{5.24b}$$

$$[K^e]\{u^e\} = \{f_i^e\} + \{Q_i^e\}$$

La matriz $[K^e]$ se llama matriz de coeficientes, o matriz de rigidez en aplicaciones de mecánica estructural. El vector de columna $\{f_i^e\}$ es el vector de fuerza que aparece en problemas de mecánica estructural [Reddy, 2005].

La matriz de coeficientes $[K^e]$, que es simétrica, y el vector de fuerza $\{f_i^e\}$ pueden evaluarse para un elemento y datos dados (a , b y q). Para valores constantes de a , b y q (definiéndolas como, a_e , b_e y q_e) los coeficientes K_{ij}^e y f_i^e pueden ser evaluados para un elemento típico [Reddy, 2005].

Elemento lineal. Para una malla de elementos lineales, el elemento Ω^e está situado entre los nodos globales $x_A = x_e$ y $x_B = x_{e+1}$ (ver fig. 5.2). Por lo tanto,

$$K_{ij}^e = \int_{x_e}^{x_{e+1}} \left(a_e \frac{d\psi_i^e}{dx} \frac{d\psi_j^e}{dx} + c_e \psi_i^e \psi_j^e \right) dx \quad f_i^e = \int_{x_e}^{x_{e+1}} q_e \psi_i^e dx \quad (5.25a)$$

o, en el sistema de coordenadas local \bar{x} ,

$$K_{ij}^e = \int_0^{l_e} \left(a_e \frac{d\psi_i^e}{dx} \frac{d\psi_j^e}{dx} + c_e \psi_i^e \psi_j^e \right) dx \quad f_i^e = \int_0^{l_e} q_e \psi_i^e d\bar{x} \quad (5.25b)$$

donde $x = x_{el}^{le} + \bar{x}$ y

$$dx = d\bar{x}, \quad \frac{d\psi_i^e}{dx} = \frac{d\psi_i^e}{d\bar{x}} \quad (5.26)$$

Además ψ_i^e puede expresarse en términos de \bar{x} , como

$$\psi_1^e = 1 - \frac{\bar{x}}{h_e}, \quad \psi_2^e = \frac{\bar{x}}{h_e} \quad (5.27)$$

Se puede calcular K_{ij}^e y f_i^e evaluando las integrales, se tiene

$$K_{11}^e = \int_0^{l_e} \left[a_e \left(-\frac{1}{l_e} \right) \left(-\frac{1}{l_e} \right) + c_e \left(1 - \frac{\bar{x}}{l_e} \right) \left(1 - \frac{\bar{x}}{l_e} \right) \right] d\bar{x} \quad (5.28a)$$

$$K_{11}^e = \frac{a_e}{l_e} + \frac{1}{3} c_e l_e$$

$$K_{12}^e = \int_0^{l_e} \left[a_e \left(-\frac{1}{l_e} \right) \frac{1}{l_e} + c_e \left(1 - \frac{x}{l_e} \right) \frac{x}{l_e} \right] dx \quad (5.28b)$$

$$K_{12}^e = -\frac{a_e}{l_e} + \frac{1}{6} c_e l_e = K_{21}^e \text{ (por simetría)}$$

$$K_{12}^e = \int_0^{l_e} \left[a_e \frac{1}{l_e} \frac{1}{l_e} + c_e \frac{x}{l_e} \frac{x}{l_e} \right] dx = \frac{a_e}{l_e} + \frac{1}{3} c_e l_e \quad (5.28c)$$

Similarmente se obtiene

$$f_1^e = \int_0^{l_e} q_e \left(1 - \frac{x_e}{l_e} \right) dx = \frac{1}{2} q_e l_e, \quad f_2^e = \int_0^{l_e} q_e \left(1 - \frac{x_e}{l_e} \right) dx = \frac{1}{2} q_e l_e \quad (5.29)$$

Así, para q_e constante, la fuente total $q_e l_e$ se distribuye igualmente en los dos nodos. La matriz de coeficientes y el vector columna son

$$[K^e] = \frac{a_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{c_e l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$\{f^e\} = \frac{q_e l_e}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (5.31)$$

Si $a = a_e x$ y $c = c_e$, la matriz de coeficientes $[K^e]$ puede evaluarse como

$$[K^e] = \frac{a_e}{l_e} \left(\frac{x_e + x_{e+1}}{2} \right) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{c_e l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Conectividad de elementos. Al derivar las ecuaciones de los elementos, se aísla un elemento típico (ℓ) de la malla y se formula el problema variacional (o forma débil) y se desarrolla su modelo de elementos finitos. Para resolver el problema total, se deben poner los elementos en sus posiciones originales. Al hacer esto antes de la discretización, se impone la continuidad de las variables primarias y el equilibrio de las variables secundarias en los nodos de conexión entre los elementos. El ensamble de los elementos se realiza imponiendo las dos condiciones siguientes:

1. Continuidad de las variables primarias en los nodos de conexión:

$$u_n^e = u_1^{e+1} \quad (5.33a)$$

es decir, el último valor nodal del elemento Ω^e es el mismo que el primer valor nodal del elemento adyacente Ω^{e+1} .

2. Balance de las variables secundarias en los nodos de conexión:

$$Q_n^e + Q_1^{e+1} = \begin{cases} 0 & \text{si no se aplica una fuerza externa} \\ Q_0 & \text{si una fuerza externa de manitud } Q_0 \text{ es aplicada} \end{cases} \quad (5.33b)$$

En las condiciones (5.33), se supone que los elementos están conectados en una secuencia.

La continuidad de las variables primarias $u_2^e = u_1^{e+1}$ y el equilibrio de las variables secundarias

$Q_2^e + Q_1^{e+1}$ para una malla de elementos lineales se ilustra en la Fig. 3.7.

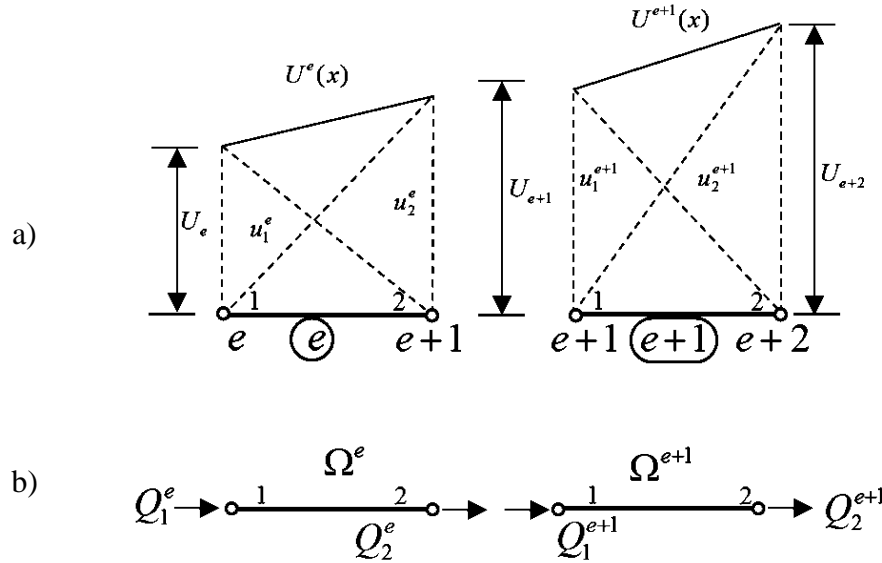


Figura 5.4. Montaje de dos elementos de Lagrange lineales: (a) continuidad de la variable primaria; (b) balance de las variables secundarias [Reddy, 2005].

El equilibrio de las variables secundarias puede interpretarse como la continuidad de $a du/dx$ en el punto común a los elementos Ω^e y Ω^{e+1} (cuando no hay cambio en $a du/dx$ se impone en el interior) [Reddy, 2005]:

$$\left(a \frac{du}{dx} \right)^e = \left(a \frac{du}{dx} \right)^{e+1}$$

o de la forma

$$\left(a \frac{du}{dx} \right)^e + \left(-a \frac{du}{dx} \right)^{e+1} = 0$$

$$Q_2^e + Q_1^{e+1} = 0 \quad (5.34)$$

La continuidad entre elementos de las variables primarias se impone renombrando las dos variables u_n^e y u_1^{e+1} en $x = x_N$ como una y la misma, nombrando el valor de u en el nodo global N :

$$u_n^e = u_1^{e+1} \equiv U_N \quad (5.35)$$

donde $N = (n-1)e + 1$ es el número de nodo global correspondiente al nodo n del elemento Ω^e y nodo 1 del elemento Ω^{e+1} . Por ejemplo, para una malla de E elementos lineales finitos ($n = 2$), se tiene.

$$\begin{aligned} u_1^1 &= U_1 \\ u_2^1 &= u_1^2 = U_2 \\ u_2^2 &= u_1^3 = U_3 \\ &\vdots \\ u_2^{E-1} &= u_1^E = U_E \\ u_2^E &= U_{E+1} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Para imponer el equilibrio de las variables secundarias Q_i^e (5.33b), se establece $Q_n^e + Q_1^{e+1}$ igual a cero o un valor especificado si se tiene tales expresiones en las ecuaciones. Para obtener tales expresiones, se añade la n -ésima ecuación del elemento Ω^e a la primera ecuación del elemento Ω^{e+1} ; es decir [Reddy, 2005],

$$\sum_{j=1}^n K_{nj}^e u_j^e = f_n^e + Q_n^e \quad (5.37a)$$

y

$$\sum_{j=1}^n K_{1j}^{e+1} u_j^{e+1} = f_1^{e+1} + Q_1^{e+1} \quad (5.37b)$$

dado

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (K_{nj}^e u_j^e + K_{1j}^{e+1} u_j^{e+1}) &= f_n^e + f_1^{e+1} + (Q_n^e + Q_1^{e+1}) \\ &= f_n^e + f_1^{e+1} + (Q_0) \end{aligned} \quad (5.37c)$$

Este proceso reduce el número de ecuaciones de $2E$ a $E+1$. La primera ecuación del primer elemento y la última ecuación del último elemento permanecerán sin cambios, excepto para

cambiar el nombre de las variables primarias. El lado izquierdo de (5.37c) se puede escribir en términos de los valores nodales globales como

$$\begin{aligned}
& \left(K_{n1}^e u_1^e + K_{n2}^e u_2^e + \cdots + K_{nn}^e u_n^e \right) + \left(K_{11}^{e+1} u_1^{e+1} + K_{12}^{e+1} + \cdots + K_{1n}^{e+1} u_n^{e+1} \right) \\
& = \left(K_{n1}^e U_N + K_{n2}^e U_{N+1} + \cdots + K_{nn}^e U_{N+n-1} \right) \\
& + \left(K_{11}^{e+1} U_{N+n-1} + K_{12}^{e+1} U_{N+n} + \cdots + K_{1n}^{e+1} U_{N+2n-2} \right) \\
& = \left(K_{n1}^e U_N + K_{n2}^e U_{N+1} + \cdots + K_{n(n-1)}^e U_{N+n-2} \right) \\
& + \left(K_{nn}^e + K_{11}^{e+1} \right) U_{N+n-1} + K_{12}^{e+1} U_{N+n} + \cdots + K_{1n}^{e+1} U_{N+2n-2}
\end{aligned} \tag{5.38}$$

donde $N = (n-1)e + 1$

Para una malla de E elementos lineales ($n = 2$), se tiene

$$\begin{aligned}
& K_{21}^1 U_1 + K_{12}^1 U_2 = f_1^1 + Q_1^1 \\
& K_{21}^2 U_1 + (K_{22}^1 + K_{11}^2) U_2 + K_{12}^2 U_3 = f_2^1 + f_1^2 + Q_2^1 + Q_1^2 \\
& K_{21}^2 U_2 + (K_{22}^2 + K_{11}^3) U_3 + K_{12}^3 U_4 = f_2^2 + f_1^3 + Q_2^2 + Q_1^3 \\
& \vdots \\
& K_{21}^{E-1} U_{E-1} + (K_{22}^{E-1} + K_{11}^E) U_E + K_{12}^E U_{E+1} = f_2^{E-1} + f_1^E + Q_2^{E-1} \\
& K_{21}^E U_E + K_{22}^E U_{E+1} = f_2^E + f_1^E + Q_2^E
\end{aligned} \tag{5.39a}$$

Estas son las ecuaciones ensambladas. Contienen la suma de coeficientes y términos de origen en nodos comunes a dos elementos. Las ecuaciones (5.39a) pueden expresarse en forma de matricial como

$$\begin{bmatrix}
K_{11}^1 & K_{12}^1 & & & \\
K_{21}^1 & K_{22}^1 + K_{11}^2 & 0 & & \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\
& 0 & K_{22}^{E-1} + K_{11}^E & K_{12}^E & \\
& & K_{21}^E & K_{22}^E &
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
U_1 \\
U_2 \\
U_3 \\
\vdots \\
U_E \\
U_{E+1}
\end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 + f_1^2 \\ f_2^2 + f_1^3 \\ \vdots \\ f_2^{E-1} + f_1^E \\ f_2^E \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1^1 \\ Q_2^2 + Q_1^2 \\ Q_2^3 + Q_1^3 \\ \vdots \\ Q_2^{E-1} + Q_1^E \\ Q_2^E \end{Bmatrix} \quad (5.39b)$$

En general, varios elementos se pueden conectar en un nodo, y los elementos no tienen que ser numerados consecutivamente. En ese caso, la idea anterior aún se mantiene, con el cambio que los coeficientes procedentes de todos los elementos conectados en un nodo se sumarán [Reddy. 2005].

5.3. Aplicación de elemento finito a transferencia de calor

La ecuación de conducción de calor unidimensional está escrita como

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + eA = \rho cA \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.40)$$

Para una pared plana y aislada en las superficies laterales Las condiciones de contorno asociadas son

$$T = T_0, \quad Q + hA(T - T_\infty) + Q_0 = 0 \quad (5.41)$$

La ecuación 5.40 es un caso especial del problema de condiciones de frontera 5.1 con $a = kA$, $c = Ph$, y $q \rightarrow Ae + PhT_\infty$ y por lo tanto se puede escribir el modelo de elementos finitos a partir de (5.24):

$$[K^e] \{T^e\} = \{f^e\} + \{Q^e\} \quad (5.42a)$$

donde

$$K_{ij}^e = \int_{x_A}^{x_B} \left(kA \frac{d\psi_i^e}{dx} \frac{d\psi_j^e}{dx} + Ph\psi_i^e \psi_j^e \right) dx, \quad f_i^e = \int_{x_A}^{x_B} \psi_i^e (Ae + PhT_\infty) dx$$

$$Q_1^e = \left(-kA \frac{dT}{dx} \right) \Big|_{x_A}, \quad Q_2^e = \left(kA \frac{dT}{dx} \right) \Big|_{x_B} \quad (5.42b)$$

Donde Q_1^e y Q_2^e denota el flujo de calor entre los elementos de los nodos.

Bibliografía

Chandrupatla, 1999. Tirupatli R. Chandrupatla. Ashok D. Belegundu Introducción al elemento finito en Ingeniería. 2da Edición. New Jersey: Prentice-Hall. Inc.

Bathe, 1995: K. J. Bathe. Finite Element Procedures, Prentice Hall, 2nd edition.

Ciarlet 1978: P. G. Ciarlet. The Finite Element Method for Elliptic Problems, North-Holland, Ámsterdam, 1978.

Ciarlet, 1991: P. G. Ciarlet. Basic error estimates for elliptic problems en Handbook of Numerical Analysis (Vol II) J.L. Lions y P. G. Ciarlet (ed.), North-Holland, Ámsterdam, 1991, p. 17-351.

Logan, 2007. Daryl L. Logan. A First Course in the Finite Element Method. University of Wisconsin-Platteville: Thomson.

Muñoz , 2014. J. J. Benito Muñoz, R. Álvarez Cabal, F. Ureña Prieto, E. Saleté Casino, E. Aranda Ortega: Introducción al Método de los Elementos Finitos, UNED, Madrid.

Oñate, 1995. E. Oñate. Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos, CIMNE, Barcelona, 1995.

Reddy, 2005. J. N. Reddy An Introduction To The Finite Element Method, (third edition ed.) (p.5, pp.105-117). Texas: McGraw-Hill, Inc

Zienkiewicz y Taylor, 1994: O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, El Método de los Elementos Finitos, volúmenes 1 y 2. CIMNE-Mc Graw Hill.

Capítulo 6

MEDICIÓN Y CÁLCULO DE PARÁMETROS AMBIENTALES

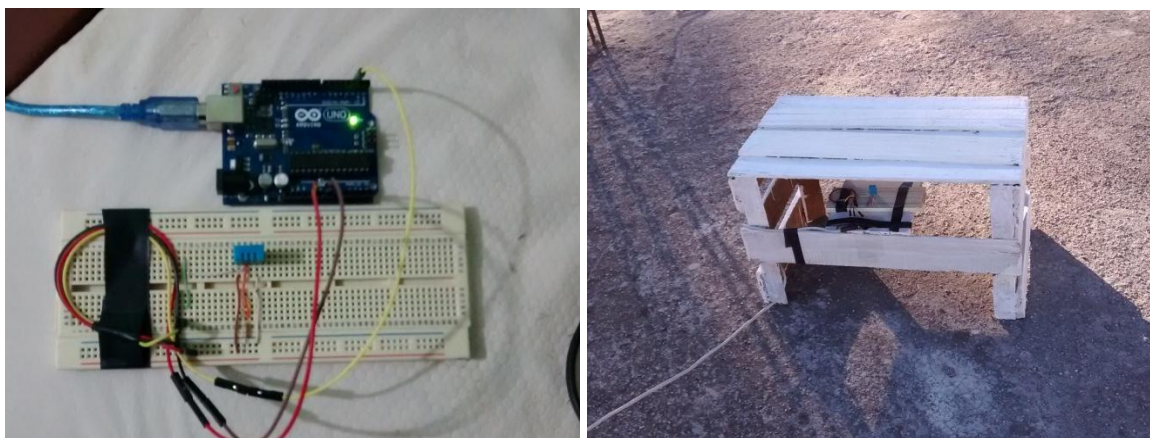
Para modelar y diseñar los fermentadores es necesario conocer las condiciones climatológicas del lugar en donde se desea instalar el fermentador. El lugar de referencia para los diseños es Huajuapán de León, ubicado en la región Mixteca Oaxaqueña. Su clima es semicálido húmedo con lluvias en verano, la temperatura media varía a lo largo del año [INAFED 2005, INEGI 2012]. Durante los meses de diciembre a febrero la temperatura mínima media va de 5.7 °C a una temperatura media máxima de 28 °C y en los meses más cálidos, marzo, abril y mayo la temperatura mínima media y máxima media van entre 9.8 a 31.6 °C respectivamente [Weatherbase]. La mayor parte del año tiene cielo despejado lo que ha proporcionado un gran potencial en energía solar.

Una de las dificultades que se observa en Huajuapán de León son los cambios repentinos de la temperatura que podría afectar el crecimiento de los microorganismos si se desea exponerlos a la temperatura ambiente.

En este capítulo se mide y se calcula los parámetros meteorológicos necesarios para realizar los estudios térmicos, el primer estudio es el calentamiento de una placa de ferrocemento que es expuesta a la radiación solar, que permitirá evaluar el método de análisis por elemento finito en el capítulo siguiente. El segundo estudio, es el comportamiento térmico en el interior de tres modelos de fermentadores para un biodigestor al aplicar las cargas térmicas, dicho análisis se hará en los capítulos 8 y 9.

6.1. Medición de la temperatura ambiente y humedad

Para medir la temperatura y humedad del ambiente se utilizó la tarjeta electrónica Arduino Uno R3 que utiliza el microcontrolador ATmega328 y el sensor de temperatura y humedad DHT11. El arreglo electrónico se muestra en la figura 6.1a. La figura 6.1b muestra el arreglo experimental final realizado para hacer las mediciones.



a)

b)

Figura 6.1. a) Muestra el arreglo electrónico la tarjeta Arduino Uno y el sensor de humedad DHT11. b) Muestra la colocación el arreglo electrónico en el lugar que se midió la temperatura y humedad del aire.

Los datos fueron tomados a partir de las 7 de la mañana correspondiente al día 26 de enero del presente por 24 horas en periodos de 5 minutos, los resultados obtenidos se muestran en la figura 6.2, de color azul el porcentaje de humedad y de color rojo la temperatura del ambiente.

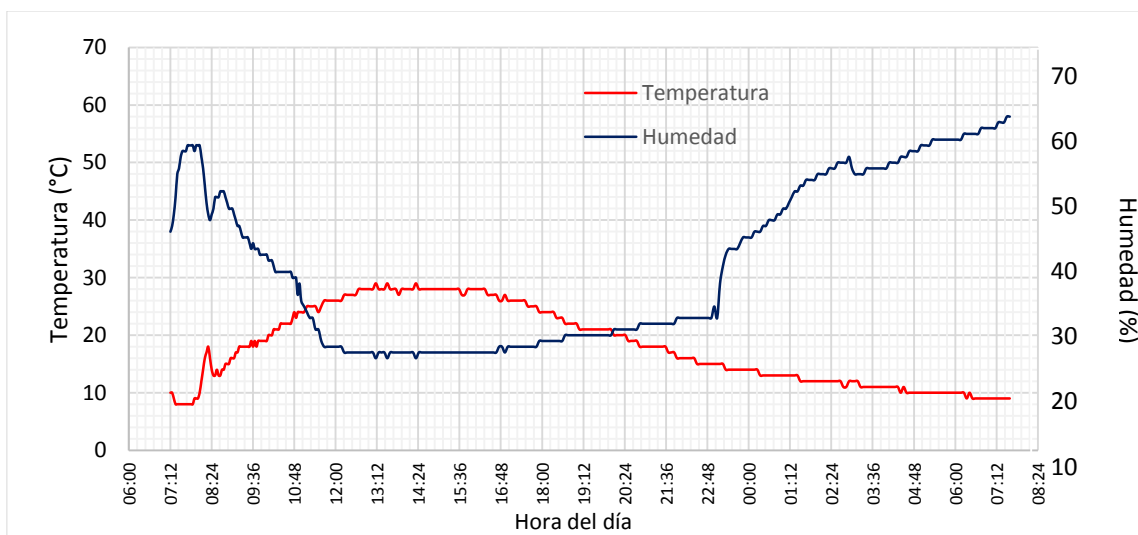


Figura 6.2. Muestras de los resultados obtenidos de temperatura y humedad, medidos durante los días 26 y 27 de Enero de 2017.

La temperatura promedio medida durante las 24 horas de medición es de 17.99 °C.

6.2. Cálculo de la radiación solar

En la literatura se encuentra diferentes métodos para estimar la radiación solar sobre una determinada superficie de la tierra en cierta hora y día del año. El modelo usado fue desarrollado por la empresa Apogee Instrumets ® y revisada por la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles ASCE (por sus siglas en inglés) [ASCE, 2009] figura 6.3.

El modelo de cálculo de radiación es utilizado para calibrar piranómetros y la precisión del modelo puede ser +/- 3% si se realiza en condiciones climáticas favorables, sin nubes y sin contaminantes. El logro de precisión requiere que todas las entradas sean medidas o estimadas con precisión (temperatura del aire, humedad relativa, el día del año, hora del día, la altitud, latitud y longitud).

Latitude = °

Longitude = °

Longitude_{tz} = °

Elevation = m

Day of Year =

Time of Day =
(6 min = 0.1 hr)

Daylight Savings = + hr

Air Temperature = C

Relative Humidity = %

Model Estimated Shortwave = W m⁻²

Measured Shortwave = W m⁻²

DIFFERENCE FROM MODEL = %

Figura 6.3. Imagen tomada de la página de internet de la empresa Apogee Instrumets ®, en donde se muestran los parámetros requeridos para realizar los cálculos de radiación solar. [http://clearskycalculator.com/pyranometer.htm].

Los parámetros, latitud, longitud y elevación del lugar de medición se obtuvieron con la ayuda de un GPS, los datos obtenidos se muestran en la tabla 6.1. Longitud correspondiente al centro de la zona horaria local de la república mexicana es de 90°.

Tabla 6.1. Parámetros utilizados para realizar la estimación de radiación.

Parámetros	Valor
Latitud	17°49'39.361
Longitud	97°48'25.952
Elevación	1787m

Los cálculos se hicieron cada 15 minutos a partir de las 7 am hasta las 6:30 pm que son las horas de insolación. Los datos calculados se muestran en la figura 6.4.

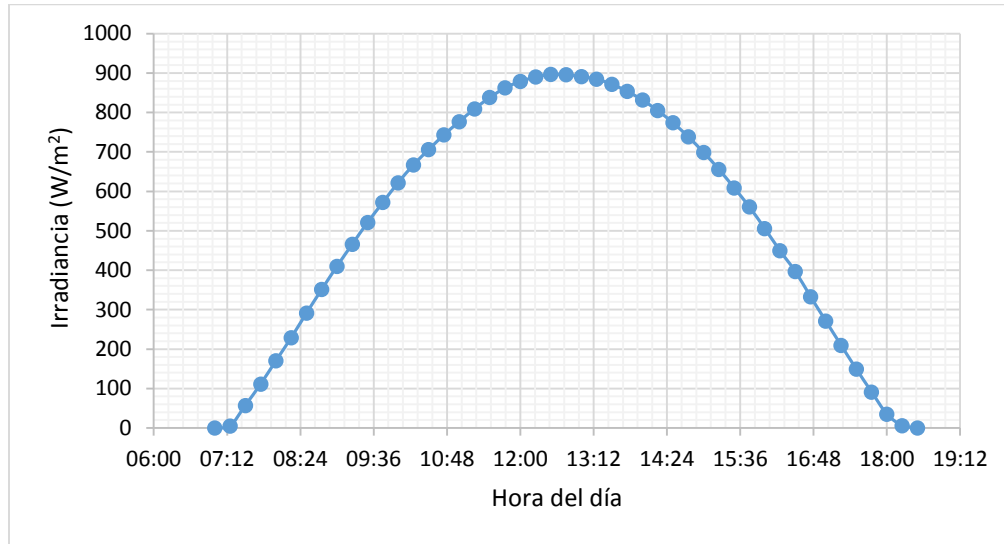


Figura 6.4. Muestra la gráfica de radiación durante las horas de insolación.

La radiación solar que llega sobre una superficie depende la inclinación de la misma con respecto a la dirección de los rayos solares. En los siguientes apartados se hará una estimación de la irradiación solar para diferentes superficies.

6.2.1. Radiación solar de plano horizontal

La intensidad de la radiación solar que llega a la superficie terrestre disminuye cuando el sol se aleja de la posición vertical (zenit), figura 6.5. Conforme el Sol se aleja del zenit ($h < 90^\circ$) los rayos solares se proyectan sobre el plano aumentando el área irradiada mientras se mantiene un flujo de energía constante [ITE].

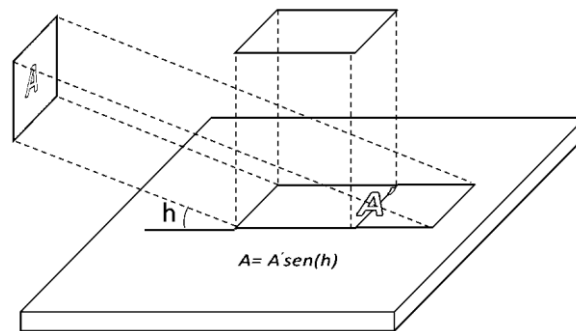


Figura 6.5. Muestra la proyección de un área A' en un plano horizontal a una área A en un plano vertical.

La irradiancia (I) en el plano inclinado depende de la altura solar y es descrita por la siguiente ecuación:

$$I = I_0 \text{sen}(h) \quad (6.1)$$

En donde h es el ángulo de inclinación de los rayos solares. La irradiancia de plano horizontal tomará el valor máximo I_0 cuando el sol alcance su altura máxima [ITE, Sierra 2010]. Los resultados se muestran gráficamente en la figura 6.6.

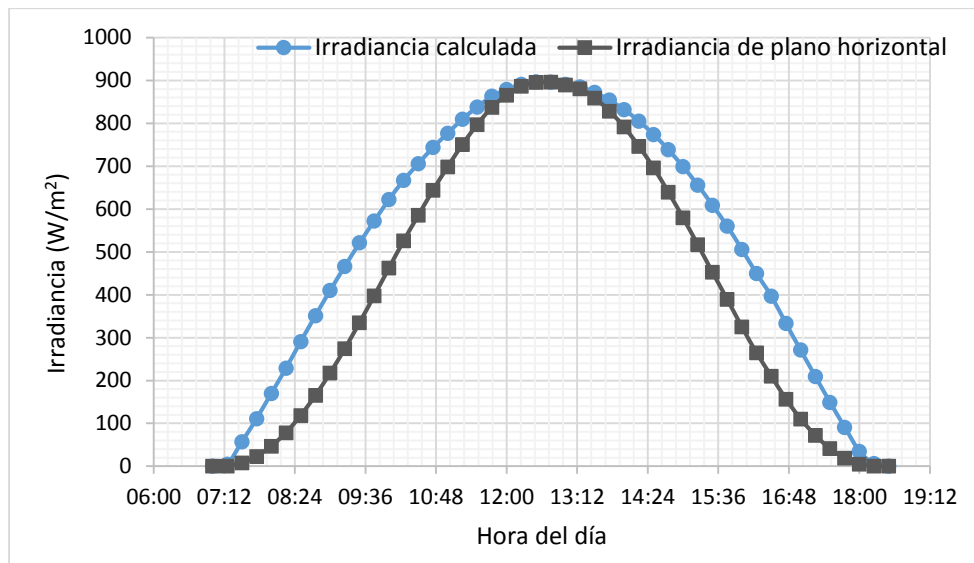


Figura 6.6. Curva de irradiación calculada e irradiación de plano horizontal.

6.3. Radiación sobre la superficie de tres figuras geométricas

Es este apartado de se busca calcular la irradiancia promedio sobre tres superficies geométricas, cilíndrica, cónica y semiesférica. Los resultados obtenidos serán aplicados en los diseños de los fermentadores propuestos que se verán más adelante.

6.3.1. Irradiancia promedio sobre una superficie lateral cilíndrica

La cantidad de radiación que llega a cualquier superficie equivale a la cantidad que absorbe su sombra en metros cuadrados. Es decir, la irradiación sobre de la superficie lateral del cilindro de la figura 6.7 cuando el sol está en posición $h=0$ equivale a la irradiancia del

rectángulo de área A_1 de la figura 6.7.b. Ahora, cuando el sol va subiendo hasta la posición a su zenit $h=90^\circ$, la irradiancia sobre el cilindro equivale la irradiancia sobre la superficie circular de la tapa. Del zenit al ocaso $h=180^\circ$ se sigue el mismo procedimiento [ITE, Sierra 2010].

Las relaciones obtenidas a continuación son determinadas a partir de la estimación de la sombra de cada figura geométrica y distribuida de forma uniforme sobre toda su superficie.

Para determinar la irradiancia promedio sobre la superficie lateral del cilindro de radio R y altura b se sigue la siguiente relación:

$$I = I_0 \frac{A_{sc}}{A_c} \quad (6.2)$$

Donde A_{sc} es el área de la sombra y $A_c = 2\pi Rb$ es el área de la superficie lateral y I_0 es la irradiancia de la figura 6.4. A_{sc} se expresa como (ver figura. 6.7):

$$A_{sc} = (A_1 \text{sen}(h+90^\circ) - A_2 \text{sen}(h)) + A_2 \text{Sen}(h) \quad (6.3)$$

$$A_{sc} = A_1 \text{sen}(h+90^\circ) \quad (6.4)$$

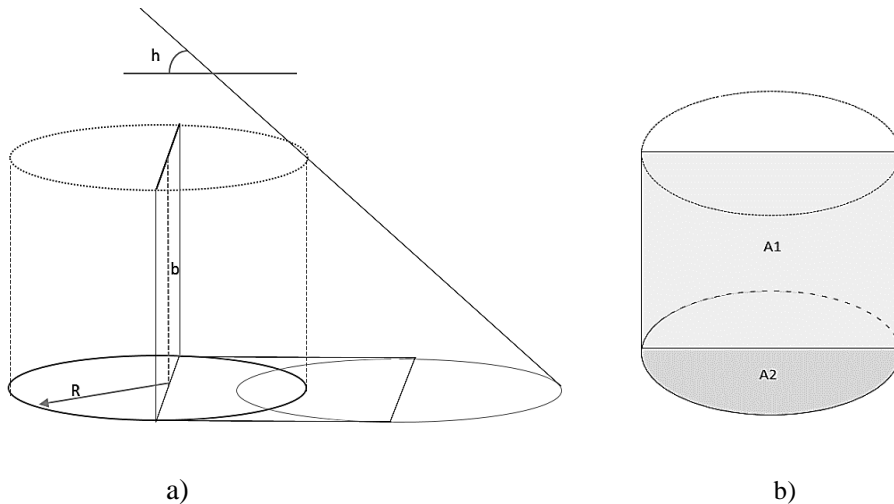


Figura. 6.7. a) Diagrama esquemático para calcular la irradiancia sobre una superficie lateral cilíndrica. b) Muestra dos áreas base a través del cual se realiza el cálculo de la irradiancia.

El área del rectángulo A_1 es $2Rb$ y el área de la media circunferencia A_2 es $\frac{1}{2}\pi R^2$. La irradiancia promedio sobre cualquier superficie cilíndrica de radio R y altura b es:

$$I = \frac{I_0}{\pi} \text{sen}(h + 90^\circ) \quad (6.5)$$

La grafica de la ecuación 6.5 se muestra en la figura 6.8.

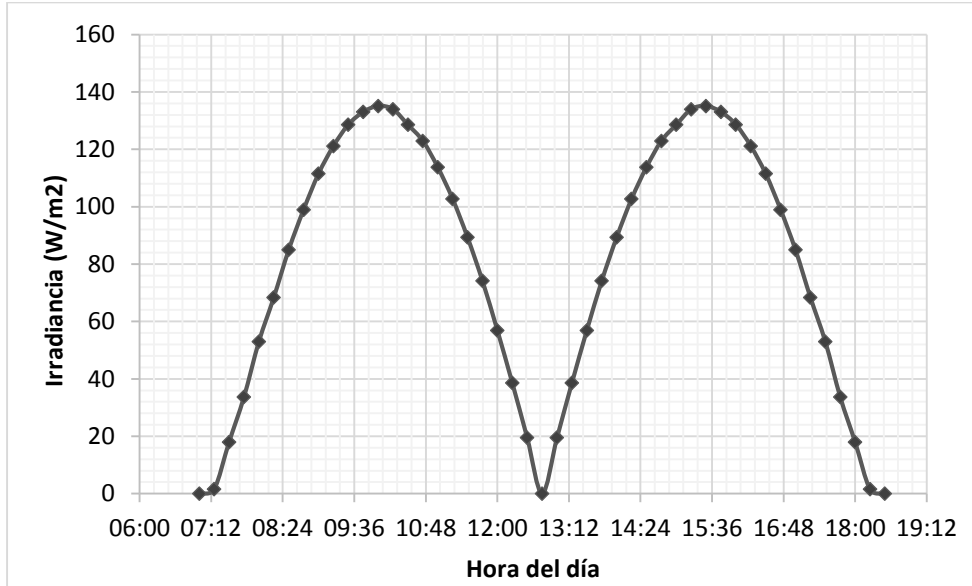


Figura. 6.8. Irradiancia promedio sobre una superficie lateral cilíndrica.

6.3.2. Irradiancia promedio sobre una superficie lateral cónica

Para estimar la radiación sobre una superficie cónica de radio R y altura b considere la figura 6.9. Cuando el sol está en posición $h=0$ el área de irradiancia equivale a la del triángulo A_1 . Conforme va moviéndose el sol hasta llegar al zenit $h=90^\circ$, el área equivalente es $2A_c$ que es el área de la base πR^2 .

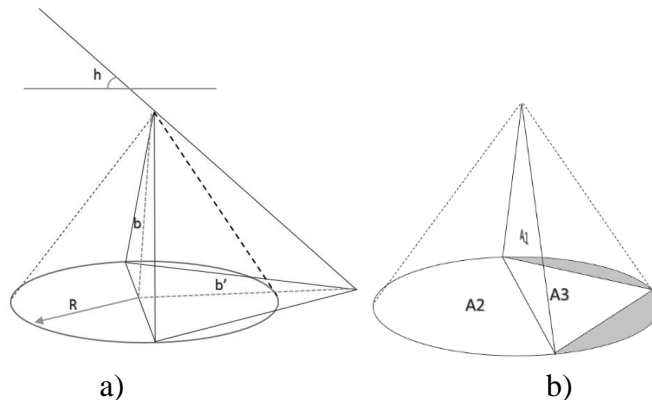


Figura 6.9. a) Diagrama esquemático para calcular la irradiancia sobre una superficie lateral cónica.
b) Muestra las áreas base a través del cual se hace el cálculo de irradiancia.

La ecuación que describe la irradiancia promedio sobre una superficie cónica sería:

$$I = I_0 \frac{A_{scn}}{A_{sl}} \quad (6.6)$$

Donde A_{scn} es el área de la sombra irradiada y A_{sl} es el área de la superficie lateral del cono. De la figura 6.9b. la longitud b' va disminuyendo conforme va avanzando el sol hasta tomar el valor de R . Este punto dependerá de la altura b y radio R , y es diferente para cada cono de dimensiones distintas. El área A_{scn} queda descrita como (ver figura 6.9):

Para $b' > R$

$$A_{scn} = (A_2 + 2A_s)\text{sen}(h) + A_1\text{sen}(h + 90^\circ) \quad (6.7)$$

donde A_s es el área sombreada mostrada en la figura 6.10. y definida como

$$A_s = \frac{R^2}{2}(\beta - \text{sen}(\beta)) \quad \text{para } 0 < \beta < 45^\circ \quad (6.8)$$

Para $b' < R$ la sombra sería circular y corresponde a la base, de modo que A_{scn} queda escrita como:

$$A_{scn} = 2A_1\text{sen}(h) \quad (6.9)$$

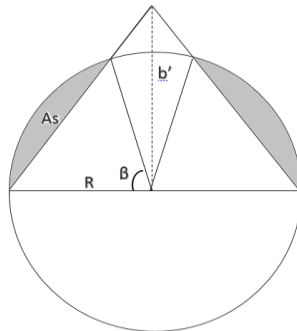


Figura 6.10. Diagrama para ilustrar la sombra de una superficie cónica.

Como se mencionó anteriormente la irradiancia promedio sobre una superficie cónica dependerá de las dimensiones del mismo. El ejemplo mostrado a continuación tiene las dimensiones del fermentador que se verá más adelante, un fermentador de cono truncado de la figura 6.11.

$$\begin{aligned} r &= 4.2\text{cm} \\ R &= 49.35\text{cm} \\ b &= 75.2\text{cm} \end{aligned}$$

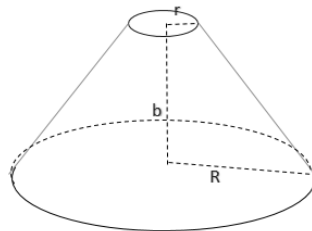


Figura 6.11. Muestra un cono truncado y sus dimensiones que sobre el cual se estimará la irradiancia promedio.

Realizando los cálculos correspondientes se obtuvo la irradiancia promedio sobre la superficie lateral cónica de la figura 6.11, los resultados son mostrados en la figura 6.12.

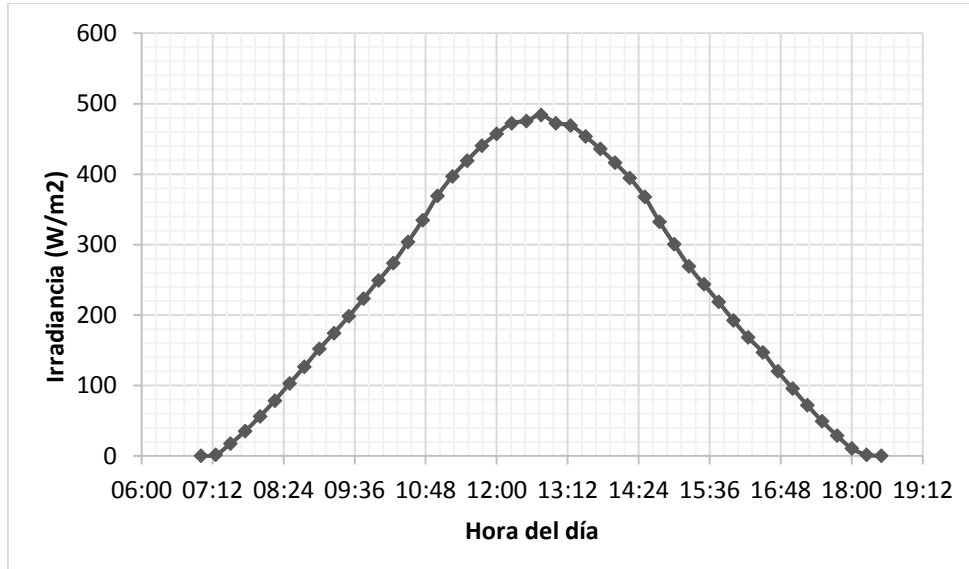


Figura 6.12. Irradiancia promedio sobre la superficie lateral cónica de la figura 6.11.

6.3.3. Irradiancia promedio sobre una superficie semiesférica

Para calcular la irradiancia sobre la superficie de media esfera de radio R y área $A_{se} = 2\pi R^2$ figura 6.13, donde $A_1 = A_2 = \frac{1}{2}\pi R^2$, es el área de la mitad de una circunferencia de radio R . La irradiación es descrita por la siguiente ecuación

$$I = I_0 \frac{A_{sen}}{A_{se}} \quad (6.10)$$

Conforme al sol va avanzando hasta superar los 45° , la irradiancia equivale a la irradiancia de la base circular. La estimación de irradiancia promedio sobre la superficie hemisférica sería la siguiente:

Para $h < 45$

$$\begin{aligned} A_{sen} &= A_1 \text{sen}(h + 90^\circ) + A_2 \text{sen}(h) \\ A_{sen} &= \frac{1}{2}\pi R^2 (\text{sen}(h + 90^\circ) + \text{sen}(h)) \end{aligned} \quad (6.11)$$

Sustituyendo el valor de A_{se} , se obtiene

$$I = \frac{1}{4} I_0 (\text{sen}(h + 90^\circ) + \text{sen}(h)) \quad (6.12)$$

Para $45 < h < 90^\circ$

$$A_{sen} = 2A_1 \text{sen}(h) \quad (6.13)$$

$$I = \frac{1}{2} I_0 \text{sen}(h) \quad (6.14)$$

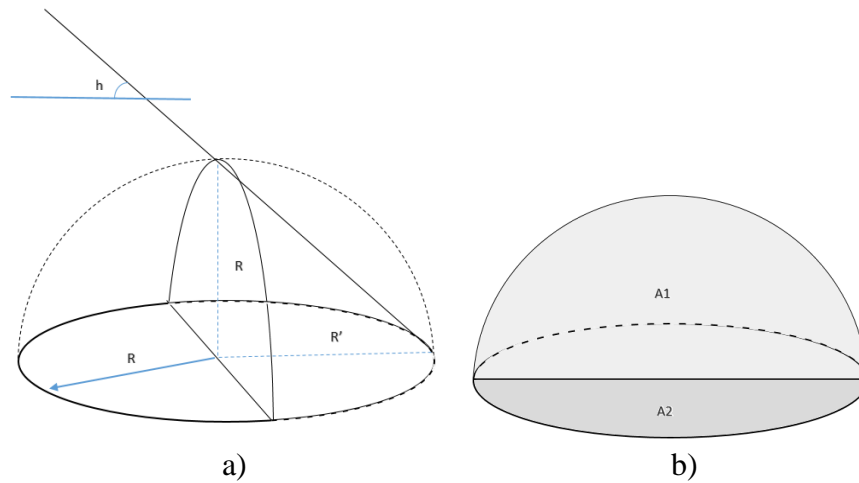


Figura 6.13. a) Diagrama esquemático para calcular la irradiación promedio sobre una superficie semiesférica. b) Muestra las áreas base a través de las cuales se hace el cálculo de irradiancia.

Así la irradiancia promedio sobre la media superficie esférica es mostrada en la figura 6.14.

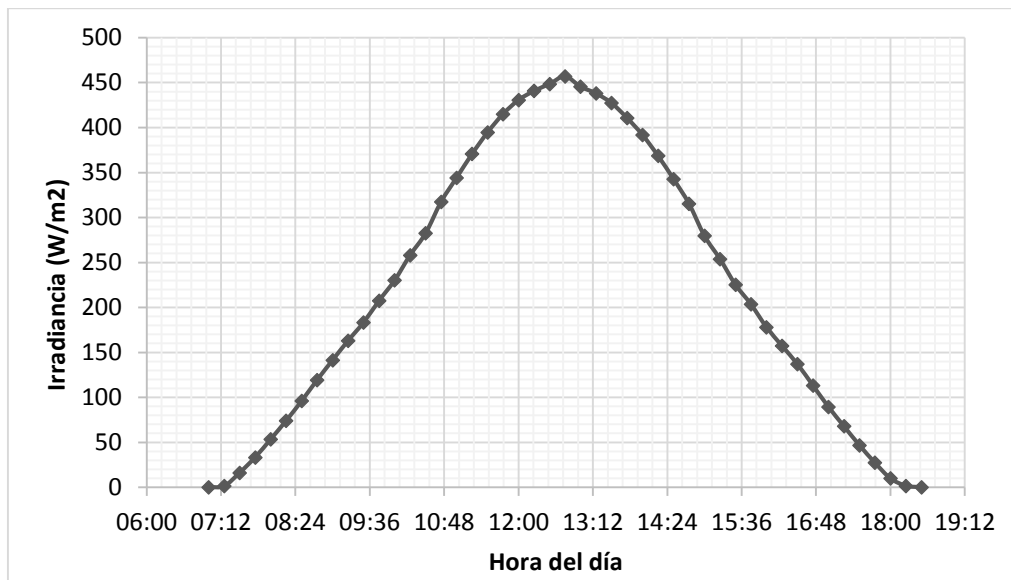


Figura 6.14. Irradiancia promedio sobre una superficie semiesférica.

Los parámetros ambientales medidos en este capítulo son importantes y se usaran para realizar las simulaciones en los siguientes capítulos.

Bibliografía

Apogee® Instruments. Clear sky solar radiation calculator. Disponible la dirección electrónica: http://clearskycalculator.com/model_accuracy.htm. Consultada el día 27 de enero de 2017.

ASCE, 2005. American Society of Civil Engineers. ASCE Standardized Reference Evapotranspiration Equation. American Society of Civil Engineers. Reston, Virginia, USA. 2005. ASCE Bookstore, ISBN 078440805, Stock Number 40805, pp 216

INAFED 2005. Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal, Secretaría de Gobernación «Enciclopedia de los Municipios de México». Consultado el 13 de marzo de 2016.

INEGI 2010. Instituto Nacional de Estadística y Geografía. «Compendio de información geográfica municipal 2010. Heroica Ciudad de Huajuapán de León, Oaxaca.». Consultado el 13 de marzo de 2016.

ITE. Instituto de Tecnologías Educativas de España. Efecto del ángulo de incidencia de los rayos solares sobre la irradiancia. Gobierno de España. Disponible en la dirección electrónica. https://fjferrer.webs.ull.es/Apuntes3/Leccion02/11_efecto_del_angulo_de_incidencia_de_los_rayos_solares_sobre_la_irradiacion.html Consultado el 27 de enero de 2017.

Sierra 2010. Emiliano Sierra. SOLARIMETRÍA. Fundamentos energía solar térmica. CI 4230513-5 Nov. 2010.

Capítulo 7

MODELACIÓN DEL CALENTAMIENTO TÉRMICO DE UNA PLACA DE FERROCEMENTO EXPUESTA A LA RADIACIÓN SOLAR Y CONDICIONES AMBIENTALES REALES

En éste capítulo se hace un estudio del calentamiento térmico de una placa de ferrocemento al exponerla a la radiación solar y temperatura ambiente que fueron medidas y calculadas en el capítulo 6. El estudio consta de dos partes, la primera es experimental, la medición de la temperatura en la placa al exponerla a la radiación solar, la segunda es la modelación usando los mismos parámetros ambientales usando el software de simulación térmica de SolidWorks® basado en análisis de elemento finito [SolidWorks®, 2014]. Al final de éste capítulo se hará la comparación de resultados obtenidos y se validará el modelo.

El material seleccionado para confeccionar los biodigestores es ferrocemento, dado que es un material muy resistente, ligero y económico, que permite fabricar diferentes figuras geométricas, se compone de cemento, arena, malla de alambre y agua [Michele, 2012]. Por otra parte su uso en la construcción de viviendas hace que sea poco comfortable si el espesor es reducido, esto es porque el material se comporta como un excelente conductor de calor [Alavés, 2006], sin embargo ésta característica parece ser una ventaja en la fabricación de fermentadores, los cuales se desean absorba la radiación solar y la transfiera a la biomasa. Para aumentar la absorción de la superficie se ha aplicado pintura negra mate.

7.1 Construcción de las placas de ferrocemento

El ferrocemento construido fue hecho a base de mortero de cemento, con una relación 1:4 cemento-arena, malla de gallinero y malla electro soldada (figura 7.1b), siguiendo el manual (OPS/CEPIS, 2003), las dimensiones de la placa de 35x35cm y 3cm de espesor, ver figura 7.1a.

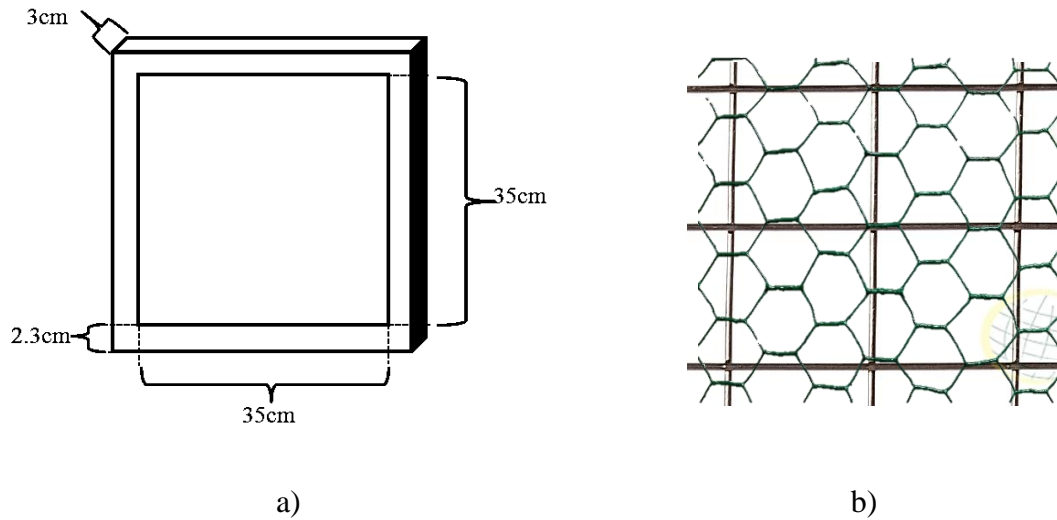


Figura 7.1 a). Dimensiones de las placas de ferrocemento contruidas. b). Malla de gallinero y malla electro soldada.

En la figura 7.2 se muestra dos de las placas construidas, a una de ellas se aplicó la pintura negra mate y se la ha nombrado como placa-FCP01 y una segunda de color natural de nombre placa-FSP01.



Figura 7.2. Del lado izquierdo se muestra la placa-FCP01. Del lado derecho la placa FSP01.

7.2. Medición de la temperatura en las placas

La medición de temperatura sobre las superficies de las placas se obtuvo el mismo día que se midió la temperatura ambiente y humedad mostrada en el capítulo 6, que corresponden al día 26 de enero del presente año. Para disminuir las pérdidas de calor por convección, la placa fue aislada con unicel (poliestireno expandido) como se observa en la figura 7.3.



Figura 7.3. Muestra el aislamiento de las placas de ferrocemento.

Los datos fueron medidos con un pirómetro digital durante las horas de insolación entre las 07:00 y 18:00 hrs, los datos se muestran en la tabla 7.1 y su gráfica es la figura 7.4.

Tabla. 7.1. Muestra los datos medidos de las placas de la figura 7.4.

Hora	PlacaFSP01 (°C)	PlacaFCP01 (°C)
07:00	3	4
07:30	2.6	3.7
08:00	3.34	4.94
08:30	6.64	10.5
09:00	12.48	18.8
09:30	18.54	26.26
10:00	24.84	32.4
10:30	30.26	40.32
11:00	34.8	46.8
11:30	37.64	50.98
12:00	38.76	53.16
12:30	41.19	57.94
13:00	43.36	59.8
13:30	44.19	59.1
14:00	43.68	57.2
14:30	42.49	55.9
15:00	40.6	53.4
15:30	38.63	49.26
16:00	36.56	46.76
16:30	33.13	41.8
17:00	28.36	34.36
17:30	24.83	29.06
18:00	22.56	26.6

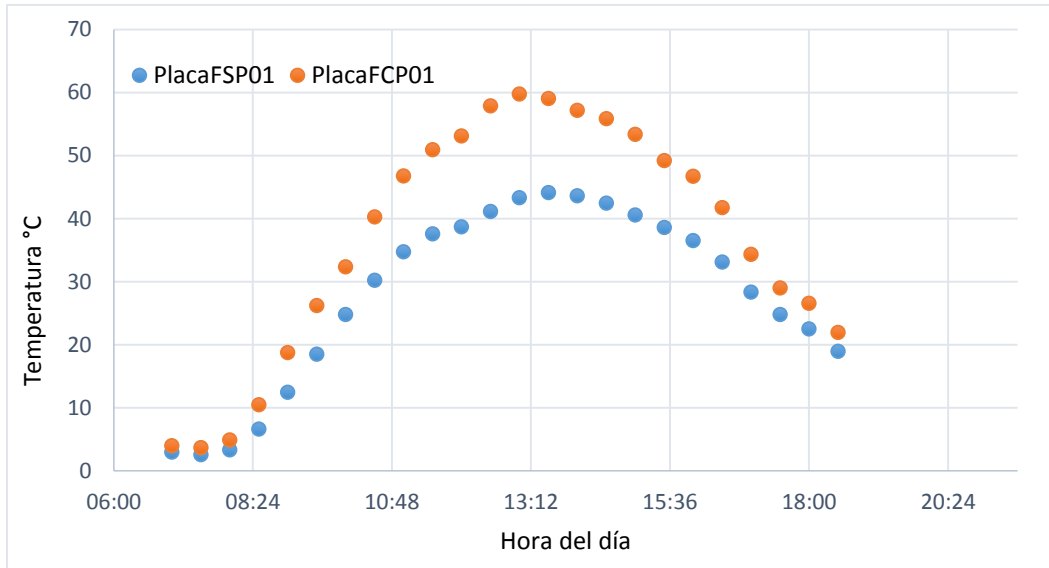


Figura 7.4. Muestra la gráfica de los resultados medidos de las placas FSP01 y FCP01.

Como era de esperarse la placa FCP01 es la que absorbe más radiación, la diferencia máxima de temperatura entre las placas es superior a 16 °C, esta característica es la que desea dar a los modelos que propone más adelante. A continuación se hace el análisis térmico por análisis de elemento finito para ésta placa.

7.3. Modelación de la placa de ferrocemento FCP01

La imagen de la figura 7.5, es un esquema realizado para mostrar las cargas térmicas aplicadas sobre la placa FCP01 en el análisis térmico.

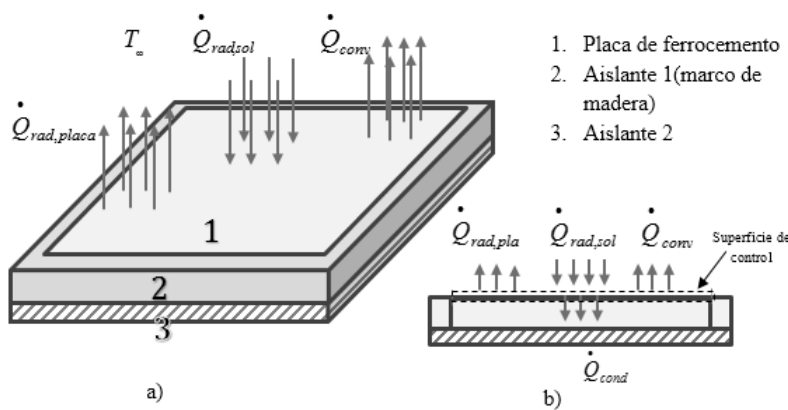


Figura 7.5. a) Muestra los componentes del sistema a analizar, la placa de ferrocemento y los materiales aislantes. b) Muestra la superficie de control sobre el cual se hace balance de energía.

7.3.1. Balance de energía en la placa FCP01

Por conservación de energía se sabe que

$$\left(\begin{array}{c} \text{Razón de transferencia neta} \\ \text{de energía que entra} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Razón de transferencia} \\ \text{neta de energía que sale} \end{array} \right)$$

$$\dot{E}_{entra} = \dot{E}_{sale} \quad (7.1)$$

La relación es válida tanto para condiciones estacionarias y transitorias [Çengel. 2007]. El balance de energía para la superficie de la figura 7.5, se puede expresar como:

$$\dot{Q}_{rad,solar} = \dot{Q}_{cond} + \dot{Q}_{conv.} + \dot{Q}_{rad,placa} \quad (7.2)$$

donde $\dot{Q}_{rad,solar}$ es la radiación solar neta que incide sobre la superficie, \dot{Q}_{cond} es la conducción a través de la superficie hacia el interior de la pared, $\dot{Q}_{conv.}$ es la convección de calor de la superficie hacia el aire del exterior y $\dot{Q}_{rad,placa}$ es la radiación neta de la superficie hacia los alrededores.

7.3.2 Simulación por análisis de elemento finito

El análisis por elemento finito se lleva a cabo en cuatro pasos, el primero es la representación 3D de la placa en un modelo CAD y editar las propiedades térmicas de cada material a utilizar, el segundo es definir las cargas térmicas en solidwoks®, éste paso implica introducir los parámetros ambientales, la radiación solar y la temperatura ambiente, y definir el tiempo de simulación. El tercero es la construcción del mallado, definición del número de elementos finitos, y por último el análisis térmico, la ejecución de todos los parámetros ya definidos y la obtención de los resultados. La aplicación de estos pasos para la placa FCP01 se describe a continuación.

1. Modelo CAD y propiedades de los materiales. La representación CAD de la placa FCP01 se muestra en la figura 7.6. Las propiedades térmicas de los materiales se muestran en la tabla 7.2 y tabla 7.3.

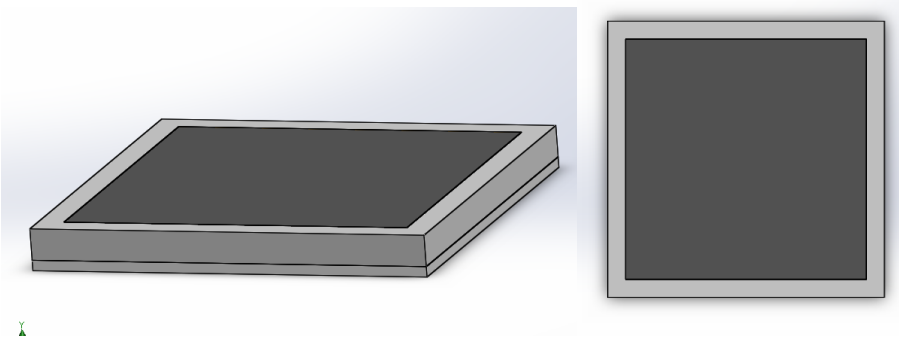


Figura. 7.6. Representación CAD de la placa FCP01.

Tabla 7.2. Conductividad térmica de los materiales utilizados

Material	Conductividad térmica (k) (W/m.K)
Ferrocemento	1.14
Madera pino	0.163
Unicel (poliestireno expandido)	0.029

[Miliarium 2008; Chávez 2009].

Tabla 7.3. Emisividad y absorptividad de la superficie

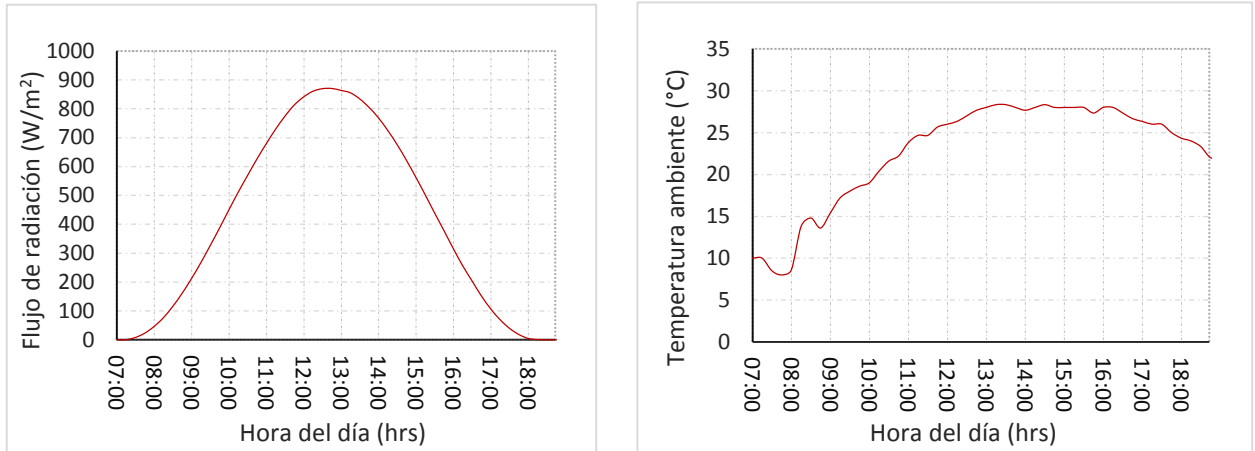
Propiedad térmica de la superficie (pintura negra)	
Emisividad térmica (ε)	0.97
Absorptividad térmica (α)	0.97

[Çengel. 2007].

2. Aplicación de las cargas térmicas. Las cargas térmicas son las siguientes:

- Temperatura inicial
La temperatura inicial en la placa es 4°C.
- Flujo de calor por radiación
La parte superior de la placa es expuesta a la irradiancia de plano horizontal calculada en sección 6.3, y es mostrada en la figura 7.7a.
- Pérdida de calor por convección
La pérdida de calor por convección se da por el intercambio de energía con el medio ambiente. La temperatura del medio ambiente se muestra en la figura 7.7b. El coeficiente de convección de aire es $h=14 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ [Incropera, 1999].
- Pérdida de calor por radiación

La pérdida de calor por radiación se da también con el medio ambiente en toda la superficie de la placa.



a)

b)

Figura 7.7. a) Es el flujo de radiación sobre una superficie horizontal. b) Es la temperatura ambiente aplicada al estudio térmico.

3. Mallado

La figura 7.8, muestra el mallado realizado previo al análisis térmico, el número de nodos, de elementos y grados de libertad.

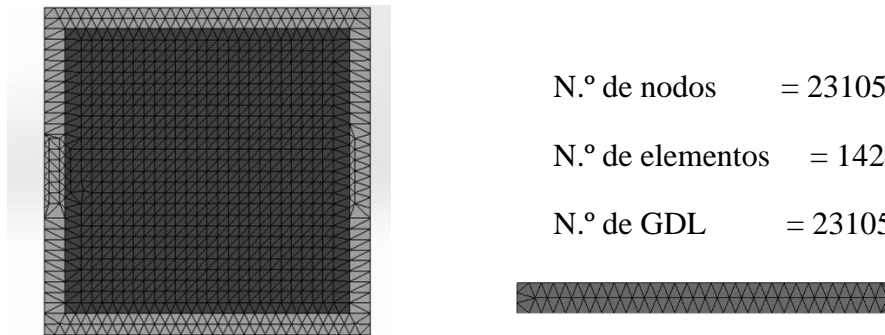


Figura 7.8. Muestra el mallado de frente y de un costado realizado para el análisis térmico.

4. Simulación y resultados

El número de pasos fueron 46 de 900 segundos cada uno, con un total de 41,400 segundos que corresponden a 11.5 horas, entre 07:00 a 18:30hrs. El perfil de temperatura de la superficie se muestra en la figura 7.9. Una imagen de la distribución de temperaturas sobre la superficie de la placa se muestra en la figura 7.10 que corresponde a las 13:00 hrs.

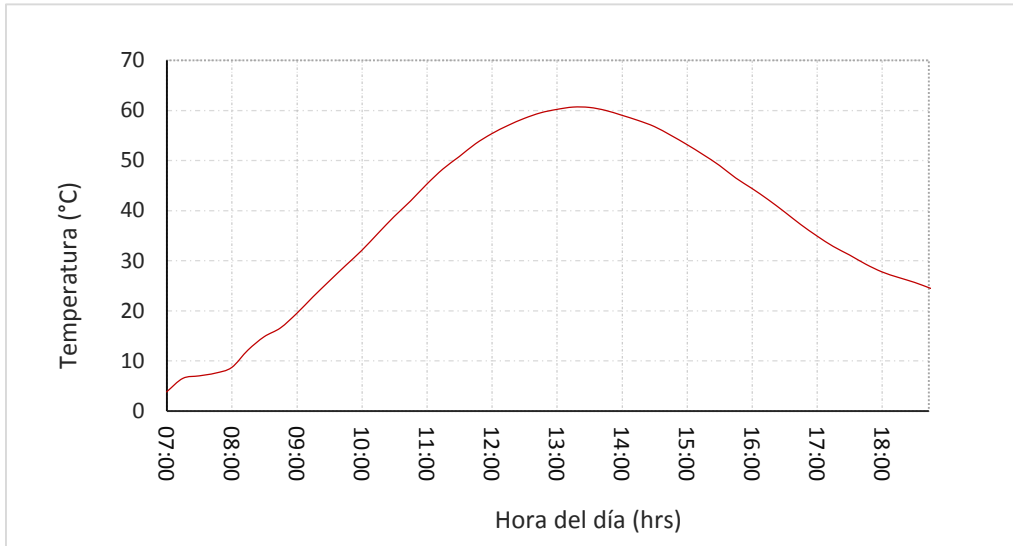


Figura 7.9. Muestra el perfil de temperatura obtenido de la simulación sobre la superficie de la placa FCP01.

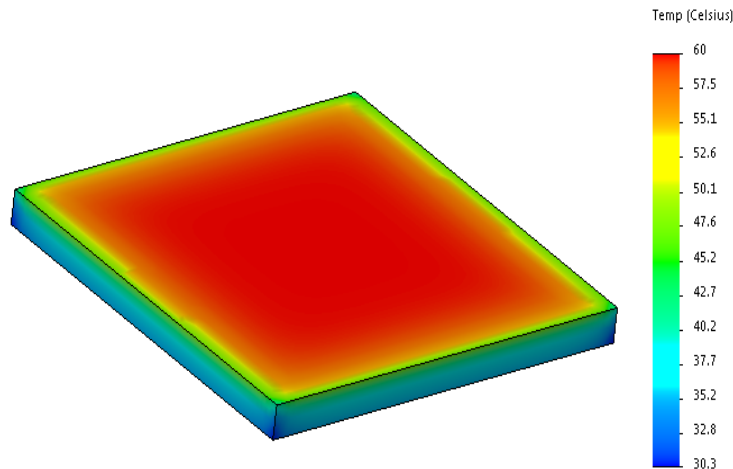


Figura 7.10. La imagen corresponde a las 13:00 hrs y su temperatura máxima es de 60.2 °C.

En la imagen de la figura 7.10 se observa que la orilla y los costados de la placa tienen una menor temperatura, resultado que se esperaría dado que la madera tiene una menor conductividad térmica.

7.4. Validación del modelo

La comparación de los datos experimentales y los obtenidos en la simulación se muestran en la figura 7.11. Para validar el modelo se determinó el coeficiente de correlación R^2 [Motulsky y Ransnas 1987] descrito como

$$R^2 = 1 - \frac{n}{n-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^n (e_i - m_i)^2}{\sum_{i=1}^n (e_i - m_{prom})^2} \right) \quad (7.3)$$

y el factor de exactitud A_f [Ross, 1996] definido como

$$A_f = \exp \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln e_i - \ln m_i)^2} \quad (7.4)$$

donde m_i representa valores medidos, e_i valores (estimados), m_{prom} el valor promedio de los valores medidos y n el número de datos.

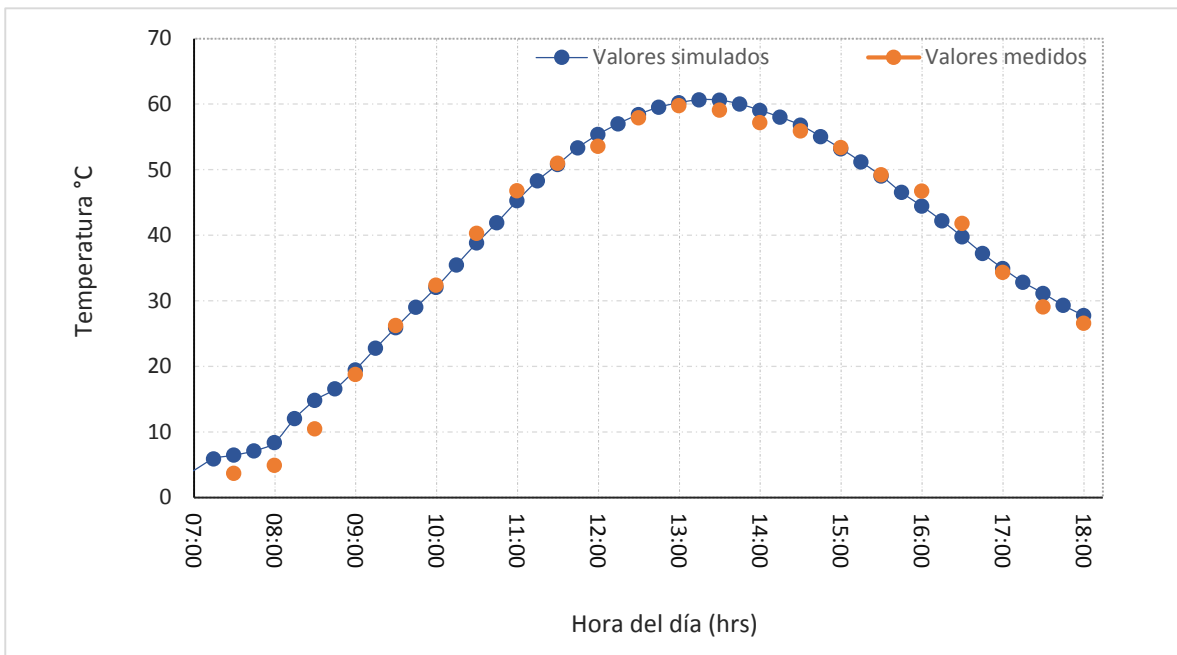


Figura 7.11. Muestra la comparación de los datos medidos con los obtenidos en la simulación.

El coeficiente de correlación fue de 0.99105 y el factor de exactitud $A_f = 1.122$ que es cercano a 1, que da validez al modelo.

Cabe mencionar que simular fenómenos reales no controlados es bastante difícil, porque las variables relacionadas pueden cambiar repentinamente, por ejemplo un viento fuerte sobre la placa cambia el coeficiente de transferencia por convección o una nube que impida que los rayos solares lleguen a la superficie, sin embargo los obtenidos siguen un comportamiento bastante similar a lo medido experimentalmente.

Con lo anterior se concluye que la modelación de la placa de ferrocemento y las simulaciones forman una base importante para las simulaciones que se analizarán posteriormente, el coeficiente de correlación y el factor de exactitud permiten dar mayor certeza a la viabilidad del trabajo realizado.

Bibliografía

Alavés 2006. Rafael Alavés-Ramírez, José Luis Caballero-Montes y Pedro Montes-García. Materiales regionales como recurso bioclimático para techumbres en climas cálidos húmedos. Un caso de estudio en Oaxaca, México. CIIDIR Unidad Oaxaca IPN.

Çengel. 2007. Transferencia de calor y masa. Yunus A. Çengel. Tercera edición. Editorial McGraw-Hill, University of Nevada, Reno, 2007. Pp 17-76

Chávez, 2009. Jesús Chávez Galán. Tesis de Doctorado “Evaluación experimental de propiedades térmicas de materiales de construcción nacionales y desarrollo de ventanas ahorradoras de energía” UNAM, México.

Incropera, 1999. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Fundamentos de transferencia de calor. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Editorial Person Educación, 1999. Pp. 333, 886.

Manrique, 2005. Transferencia de calor. José Ángel Manrique Valadez. Segunda edición. Editorial Alfaomega. Oxford University Press. México.

Michele 2012. Michele Melaragno. An Introduction to Shell Structures: The Art and Science of Vaulting. Springer Science & Business.

Miliarium 2008. Propiedades térmicas de materiales. Ingeniería Civil y medio ambiente. Madrid, España. <http://www.miliarium.com/Prontuario/Tablas/Quimica/PropiedadesTermicas.asp>

Motulsky, H.J., Ransnas, L.A., 1987. Fitting curves to data using nonlinear regression: a practical and nonmathematical review. FASEB J. 1, 365– 374.

Ross T. (1996). Indices for performance evaluation of predictive models in food microbiology. J. Appl. Bacteriol. 81: 501-508.

SolidWorks®, 2014. Theoretical Manual. SolidWoks Simulation. Fundamentals of Finite Element Analysis.

OPS/CEPIS, 2003. Guía de construcción para estructuras de ferrocemento. Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente. Lima Peru,

Capítulo 8

DISEÑO DE TRES FERMENTADORES Y MODELADO POR ANÁLISIS DE ELEMENTO FINITO

En este capítulo se presentan el estudio por análisis de elemento finito de tres fermentadores propuestos sometidos a cargas térmicas reales para determinar el comportamiento térmico en estado estable considerando las propiedades térmicas de los materiales. El capítulo empieza presentado los tres modelos propuestos y posteriormente se harán los balances de energía para ejemplificar las cargas térmicas aplicadas, la solución del problema se llevará a cabo usando el software de análisis térmico basado en elemento finito de SolidWorks®.

Los resultados obtenidos se muestran para cada fermentador, y en el capítulo siguiente se analizarán más detalladamente.

8.1. Diseño de tres fermentadores para un biodigestor

Se han diseñado tres modelos (figura 8.1), el primero de geometría cilíndrica elegido por ser de los más fácil de confeccionar y el más usados para la fermentación a pequeña escala, el segundo es cónico y tiene como ventaja una mayor exposición a la radiación solar en las horas de insolación más intensas y por último un tercero de geometría hemisférica que es de los más utilizados en la construcción fermentadores a gran escala.

Las dimensiones usadas fueron calculadas para un volumen total interior de 0.230 m^3 y para un volumen de biomasa de 0.170 m^3 que equivale a 170 litros. El espesor de cada contenedor es de 3cm. En las figuras 8.1 a, c y e, se muestran los planos usados para cada modelo, y las imágenes de la figuras 8.1 b, d y f, es una representación 3D de cómo serían los modelos propuestos ya terminados.

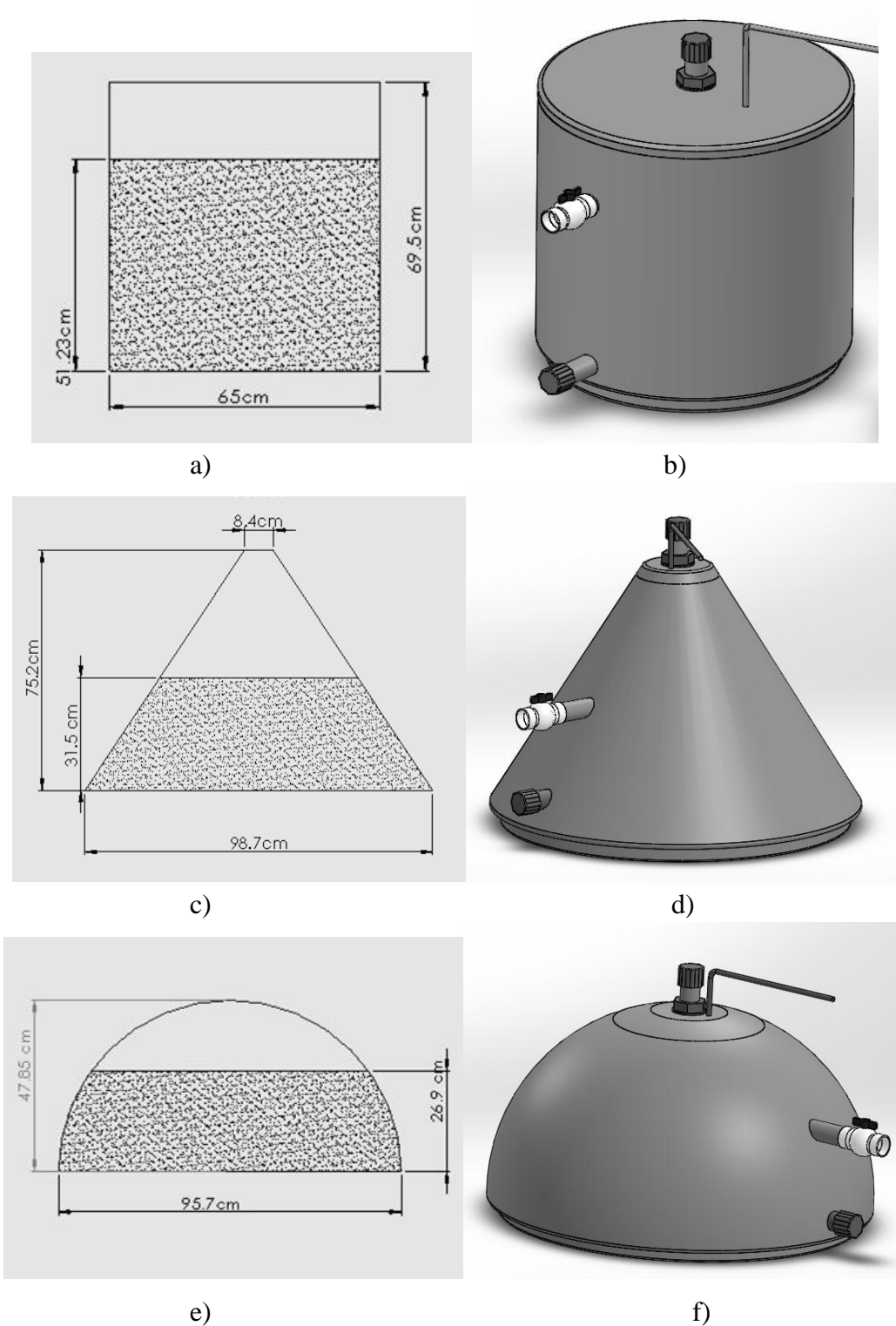


Figura.8.1. a, c, e Muestra el plano del fermentador cilíndrico, cónico y semiesférico. b, d y f su representación 3D.

8.1.1. Propiedades térmicas de los materiales

Para llevar a cabo el análisis térmico es necesario conocer las propiedades térmicas de los materiales utilizados, el material principal es el ferrocemento. Los estudios térmicos de éste capítulo están basados en ferrocemento a base de mortero [Chávez, 2009], la conductividad térmica de estos materiales se muestran en la tabla 8.1.

Tabla 8.1. Propiedades térmicas del ferrocemento

Ferrocemento	Conductividad térmica (W/m.K)	Densidad (Kg/cm ³)	Calor específico J/(kg·K)
A partir de mortero	1.4	2500	1050

[Chávez, 2009].

Se desea agregar pintura negra a las paredes del fermentador al igual que como se hizo en las placas, para mejorar la absorción de la superficie. Las propiedades térmicas de radiación de la superficie se muestran en la tabla 8.2.

Tabla 8.2. Propiedades de radiación

Superficie del ferrocemento	Absortividad	Emisividad
Pintura negra	0.97	0.97

[Çengel. 2007].

Las propiedades térmicas de la biomasa y del biogás utilizadas, fueron reportadas por Morales [Morales, 2011], dichas propiedades se obtuvieron de forma experimental y se muestran en las tablas 8.3 y 8.4.

Tabla 8.3. Propiedades térmicas de la biomasa utilizada para el análisis térmico.

Biomasa	Conductividad térmica (W/m °C)	Difusividad térmica (m ² /seg)
Estiércol vacuno diluido en agua (50% humedad)	2.26	2.9x10 ⁻⁵

[Morales, 2011].

Tabla 8.4. Propiedades térmicas del biogás.

Material	Densidad (Kg/m ³)	Conductividad térmica (W/m. K)
Biogás	1.15	0.025

[Morales, 2011].

8.2. Balance de energía en el fermentador

El esquema de la figura 8.2 fue creado para ejemplificar la aplicación de las cargas térmicas presentes en este análisis térmico. En el estudio están presentes los tres mecanismos de transferencia de calor (conducción, convección y radiación).

Se han definido 5 regiones en donde se hará los balances de energía y se observan en la figura 8.2. El balance de energía para cada región marcada es la siguiente:

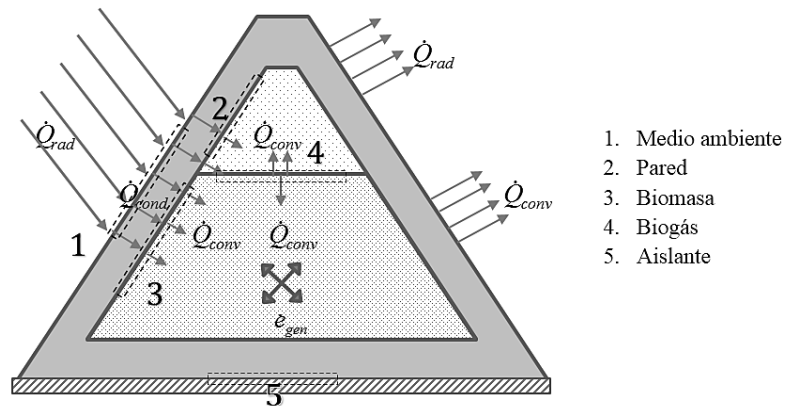


Figura 8.2. Diagrama ilustrativo de los mecanismos de transferencia de calor presentes en los modelos analizar.

1. Medio ambiente-pared exterior

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{l} \text{Radiación solar neta que} \\ \text{incide sobre la} \\ \text{superficie} \end{array} \right) \\
 & = \left(\begin{array}{l} \text{Conducción a través} \\ \text{de la superficie} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{Convección entre} \\ \text{la superficie y el} \\ \text{medio ambiente} \end{array} \right) \\
 & - \left(\begin{array}{l} \text{Radiación neta de la} \\ \text{superficie con los alrededores} \end{array} \right) \\
 \dot{Q}_{rad,solar} & = \dot{Q}_{cond} - \dot{Q}_{conv} - \dot{Q}_{rad,placa} \quad (8.1)
 \end{aligned}$$

2. Pared-biomasa

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{l} \text{Conducción a través} \\ \text{de la pared} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Conducción a través} \\ \text{de la biomasa} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{Velocidad de generación} \\ \text{de calor en la biomasa} \end{array} \right) \\
 \dot{Q}_{cond,pared} & = \dot{Q}_{cond,biomasa} - \dot{e}_{gen,biomasa} \quad (8.2)
 \end{aligned}$$

3. Pared-gas

$$\left(\begin{array}{c} \text{Conducción a través} \\ \text{de la pared} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Convección a través} \\ \text{del gas} \end{array} \right)$$

$$\dot{Q}_{cond,pared} = \dot{Q}_{conv,gas} \quad (8.3)$$

4. Biomasa-gas

$$\left(\begin{array}{c} \text{Conducción a través} \\ \text{de la biomasa} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Convección a través} \\ \text{del gas} \end{array} \right)$$

$$\dot{Q}_{cond,pared} = \dot{Q}_{conv,gas} \quad (8.4)$$

5. Pared-aislante

$$\left(\begin{array}{c} \text{Conducción a través} \\ \text{de la superficie de la pared} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Conducción a través} \\ \text{del aislante} \end{array} \right)$$

$$\dot{Q}_{cond,pared} = \dot{Q}_{cond,aislante} \quad (8.5)$$

8.3. Análisis por elemento finito

Los datos obtenidos de temperatura ambiente e irradiancia fueron medidos y calculados para 24 horas, dichos datos se aplicaran de forma periódica por 12 días, el objeto es llegar al estado estable y encontrar el perfil de la temperatura en el centro de cada fermentador y así determinar la ganancia de calor sobre la temperatura ambiente. Además de ver el comportamiento oscilatorio de la temperatura interior durante el día y la noche.

El número de pasos del estudio son 1,152 y los resultados que mostraran para cada modelo corresponde a la gráfica realizada de un corte trasversal en el centro de cada fermentador, los puntos graficados correspondiente serán los siguientes:

1. Temperatura en fondo del contenedor
2. Temperatura en centro de la biomasa
3. Temperatura del biogás
4. Temperatura sobre la superficie exterior en la tapa
5. Temperatura sobre las superficie lateral de cada modelo

Las especificaciones de los estudios se presentan a continuación

8.3.1. Aplicación de cargas térmicas en los tres modelos

- Flujos de calor por radiación

El flujo de calor como se mencionó anteriormente depende de la geometría, los flujos de radiación utilizados en estos análisis y obtenidos previamente en el capítulo 6 son los siguientes, figuras 8.3, 8.4, 8.5, 8.6 y 8.7, donde cada día va de 7:00 a 7:00 am.

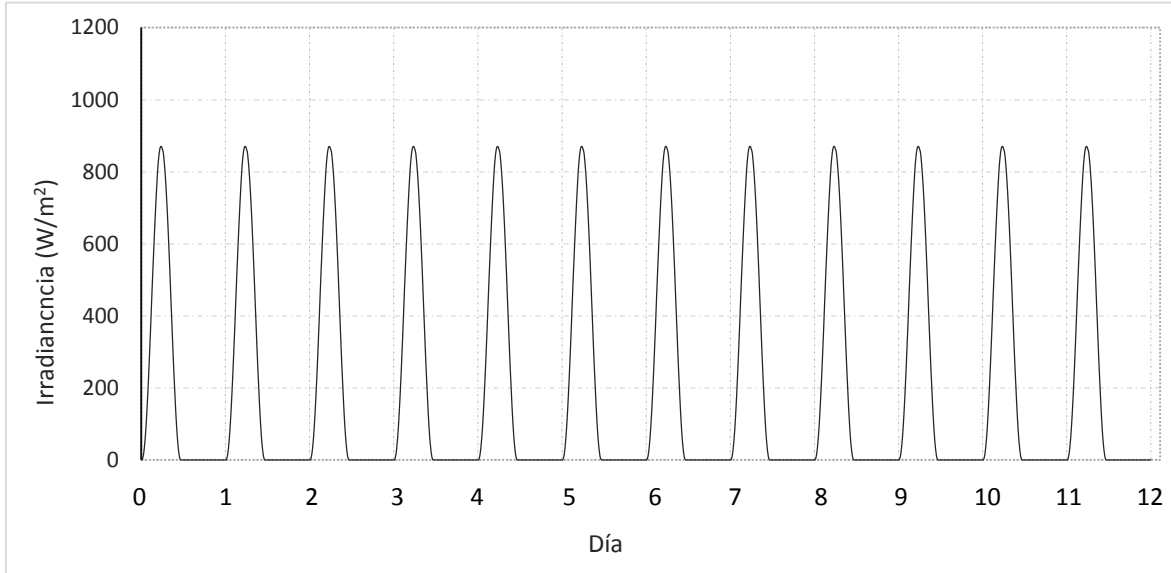


Figura 8.3. Irradiancia de plano horizontal para 12 días.

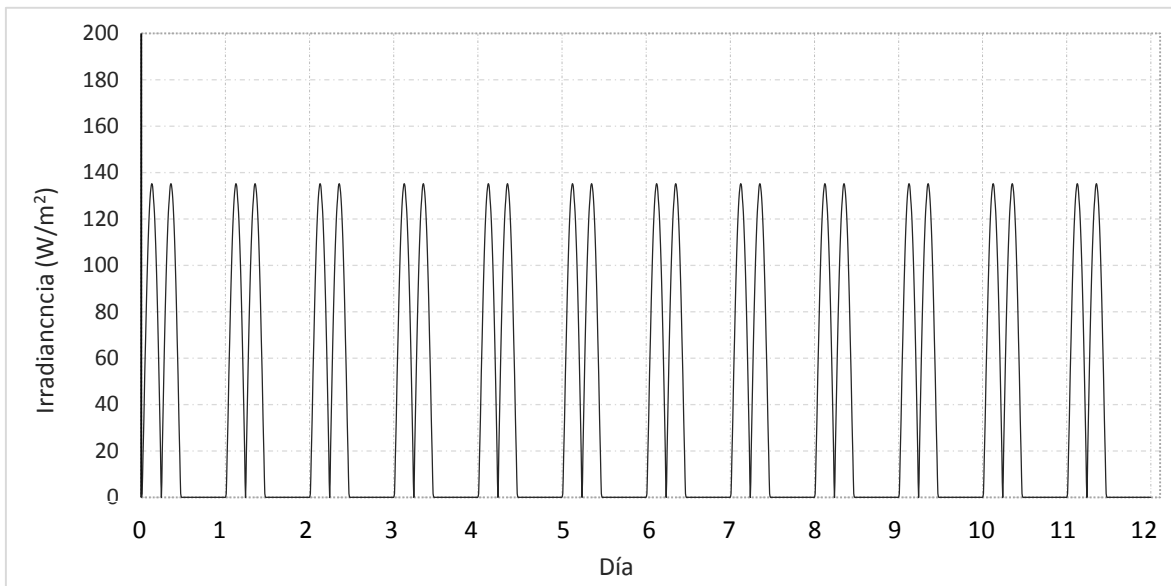


Figura 8.4. Irradiancia promedio sobre una superficie lateral cilíndrica para 12 días.

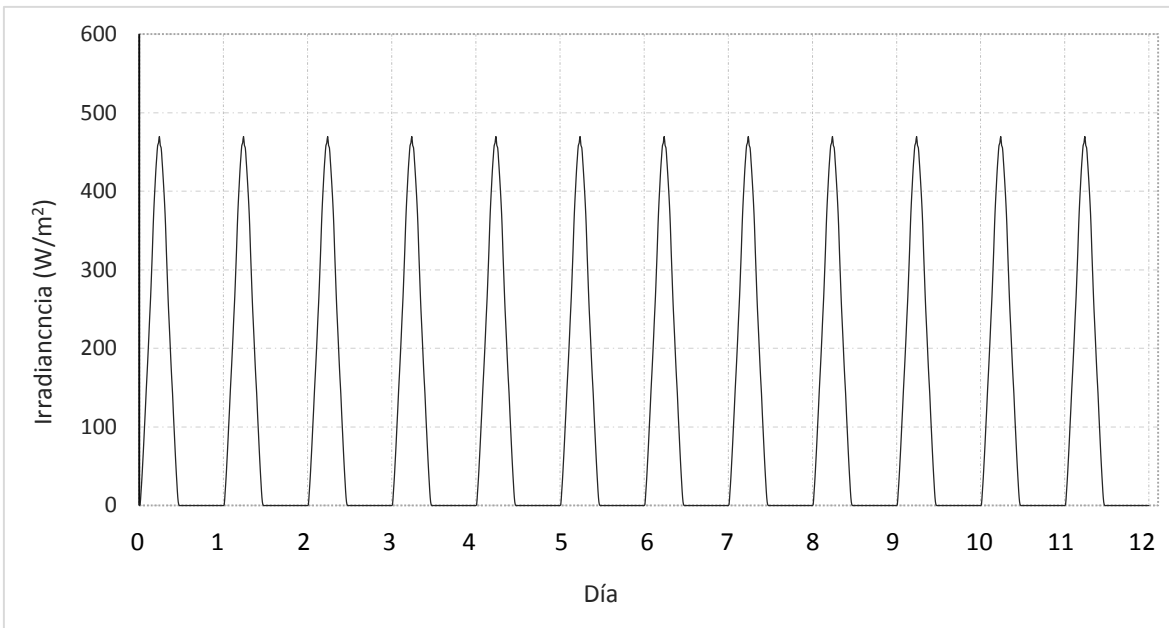


Figura 8.5. Irradiancia sobre una superficie lateral cónica para 12 días.

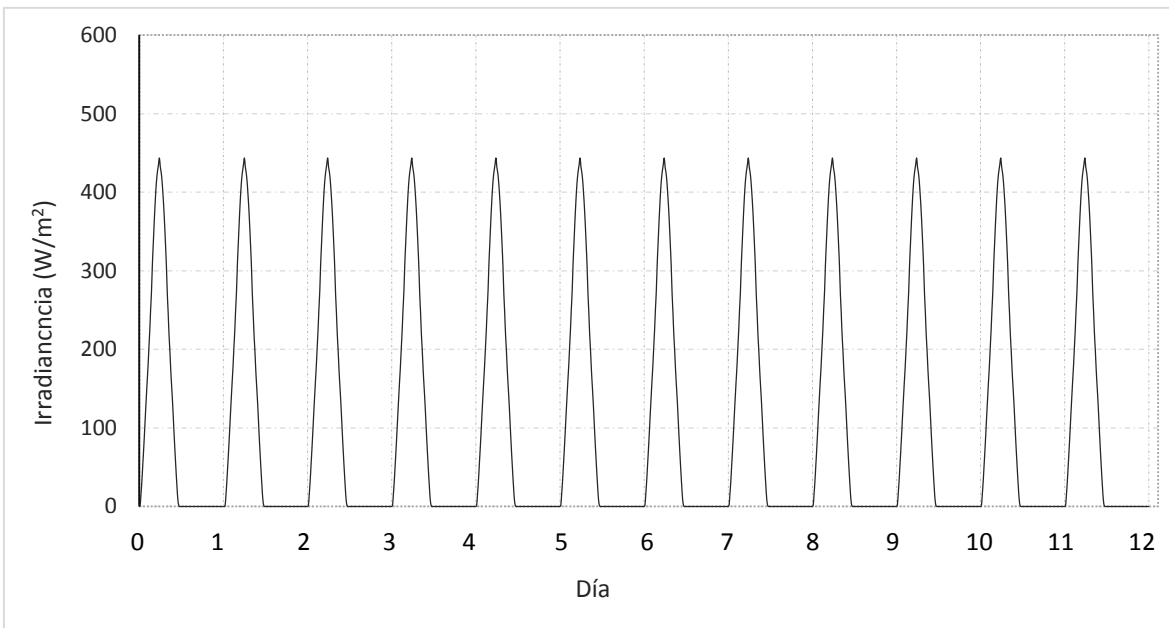


Figura 8.6. Irradiancia promedio sobre la superficie hemisférica para 12 días.

- La temperatura ambiente aplicada sobre todas las superficies de todos los modelos se muestra en la figura 8.7

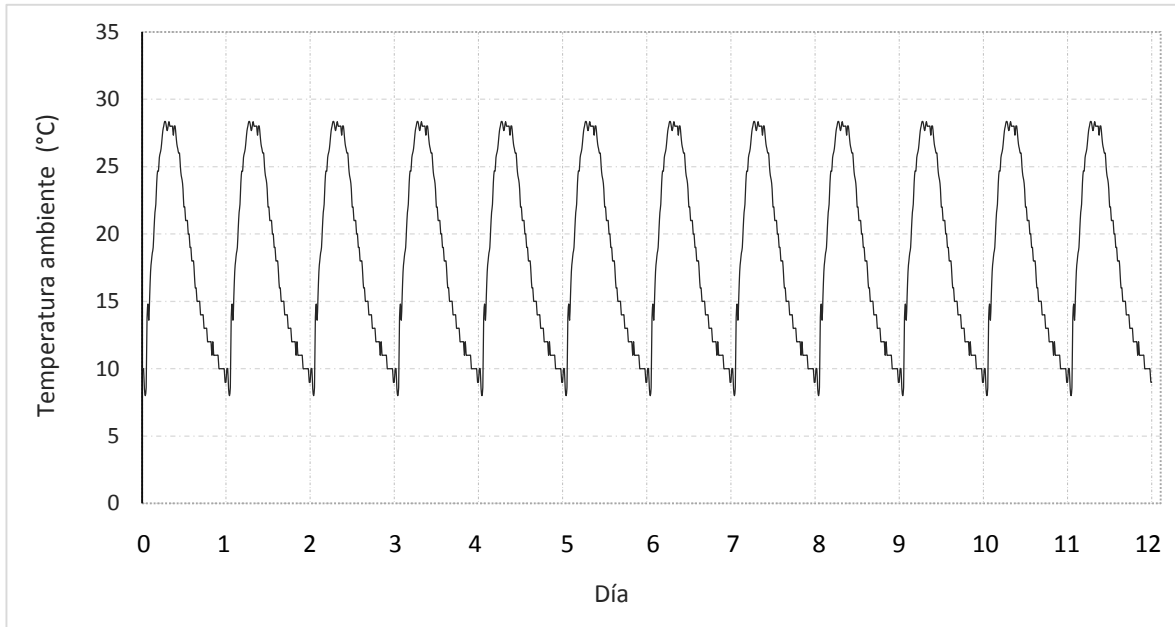


Figura 8.7. Temperatura del medio ambiente para 12 días utilizada en el estudio térmico.

8.3.2. Análisis por elemento finito para el fermentador cilíndrico

1. Cargas térmicas aplicadas:

-Temperatura inicial

4°C

-Flujo de calor por radiación

Irradiancia de plano horizontal en la tapa

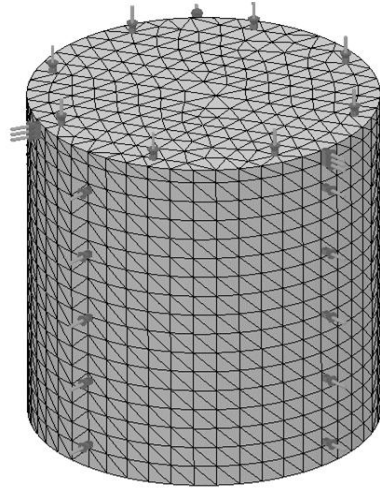
Irradiancia promedio de superficie cilíndrica en la parte lateral del cilindro.

-Convección natural con el medio ambiente

-Perdida de calor por radiación con el medio ambiente

2. Mallado

El mallado realizado, el número de nodos, número de elementos y grados de libertad del estudio térmico se muestra en la figura 8.8.



N. ° de nodos = 30979

N. ° de elementos = 21414

N. ° de GDL = 30979

Figura 8.8. Muestra el mallado realizado previo al estudio térmico, el número de nodos, elementos y grados de libertad.

3. Resultados.

Los resultados obtenidos para el modelo cilíndrico se muestran en la figura 8.9. Que correspondiente a los 5 puntos antes mencionados (sección 8.2).

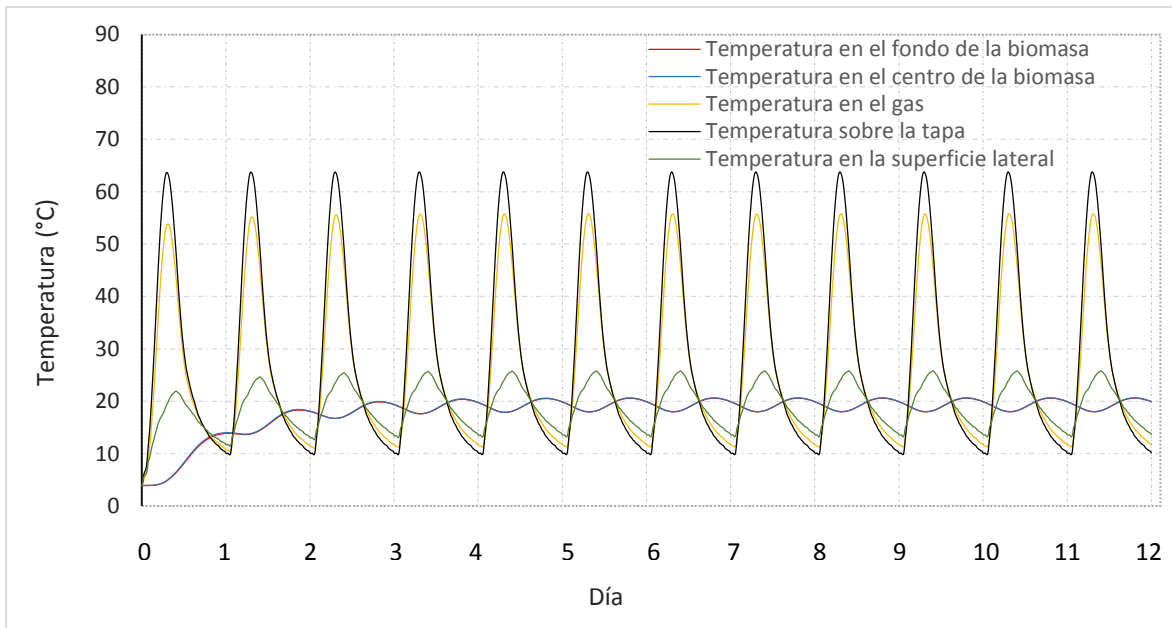


Figura 8.9. Muestra la gráfica de la respuesta a las cargas térmicas aplicadas para el modelo de fermentado cilíndrico en puntos seleccionados.

8.3.3. Análisis por elemento finito para el fermentador cónico

1. Cargas térmicas aplicadas:

-Temperatura inicial

4°C

-Flujo de calor por radiación

Irradiancia de plano horizontal en la tapa

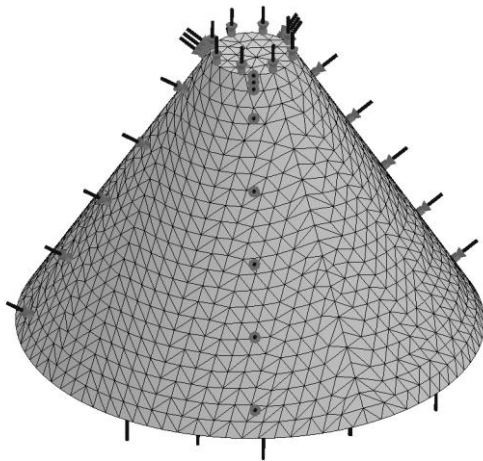
Irradiancia promedio de superficie cónica en la superficie lateral del cono.

-Convección natural con el medio ambiente

-Perdida de calor por radiación con el medio ambiente

2. Mallado

El mallado realizado, el número de nodos, número de elementos y grados de libertad del estudio térmico se muestra en la figura 8.10.



N.º de nodos = 27045

N.º de elementos = 18448

N.º de GDL = 27045

Figura 8.10. Muestra el mallado realizado para el modelo cónico, en él se muestra el número de nodos, de elementos y grados de libertad,

Los resultados obtenidos del análisis térmico del fermentador cónico se muestran en la figura 8.11

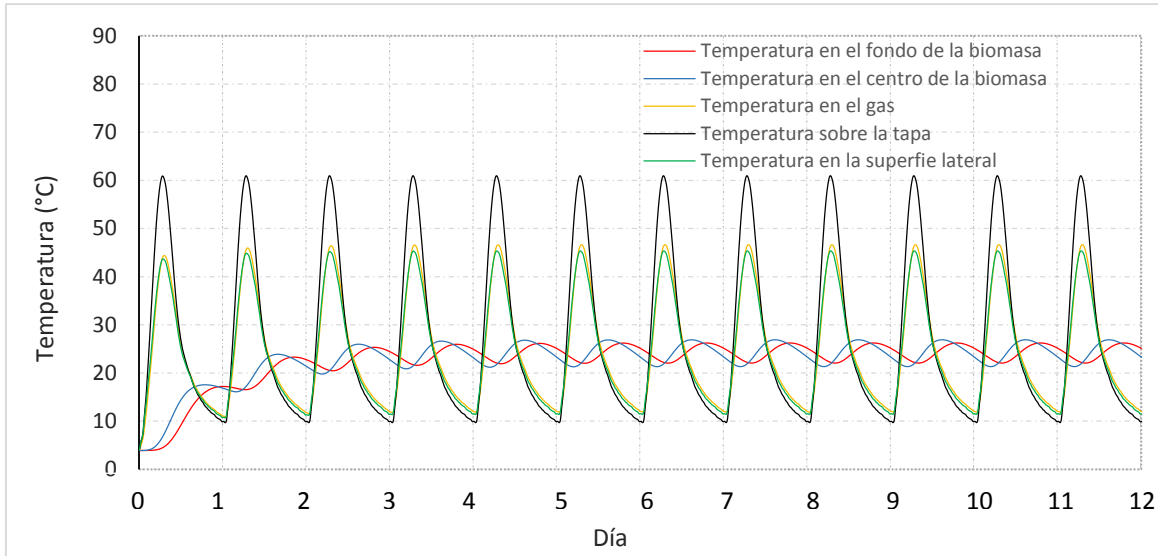


Figura 8.11. Muestra la gráfica de la respuesta a las cargas térmicas aplicadas para el modelo de fermentado cónico en puntos seleccionados.

8.3.4. Análisis por elemento finito para el fermentador hemisférico

1. Cargas térmicas aplicadas

-Temperatura inicial

4°C

-Flujo de calor por radiación

Irradiancia de plano horizontal en la tapa

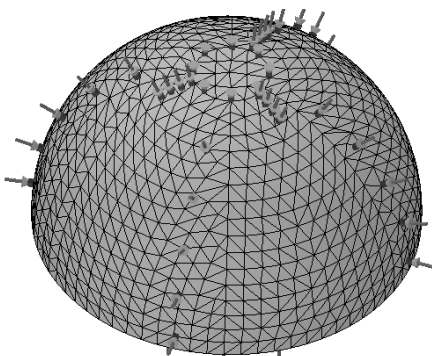
Irradiancia promedio de superficie hemisférica

-Convección natural con el medio ambiente

-Pérdida de calor por radiación con el medio ambiente

2. Mallado

El mallado realizado, el número de nodos, número de elementos y grados de libertad del estudio térmico se muestra en la figura 8.12.



N.º de nodos = 26593

N.º de elementos = 18396

N.º de GDL = 26593

Figura 8.12. Muestra el mallado realizado para el modelo hemisférico y el número de nodos, elementos y grados de libertad.

3. Resultados

Los resultados obtenidos para el modelo hemisférico se muestran en la figura 8.13.

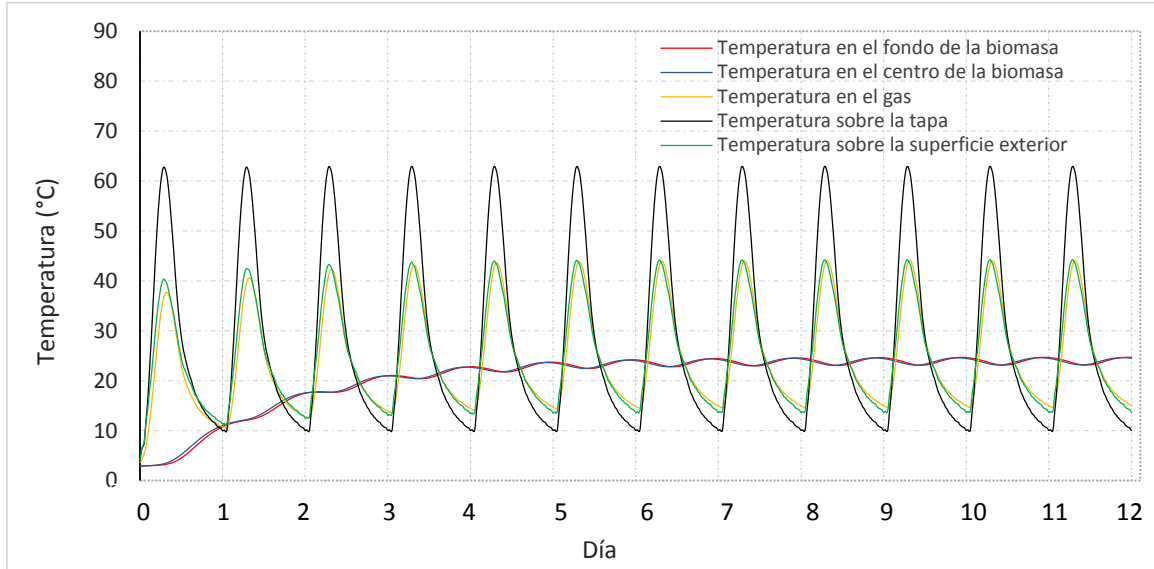


Figura 8.13. Muestra la gráfica de la respuesta a las cargas térmicas aplicadas para el modelo de fermentado hemisférico en puntos seleccionados.

La temperatura sobre la tapa de los tres modelos superan los 60°C como se observó en la placa FCP01 analizada en el capítulo anterior, la temperatura mínima sobre la superficie de la tapa es de 10 °C. De todos los puntos la temperatura de la biomasa es la más estable.

De la figura 8.11 se observa que la temperatura sobre la superficie lateral del cono es mayor que la alcanzada por la superficie lateral del fermentador cilíndrico (figura 8.10) resultado que era de esperar, dado que está más expuesta a la radiación solar. La temperatura sobre la superficie lateral hemisférica también es mayor que la temperatura sobre la superficie lateral del cilindro. En el siguiente capítulo se hace un análisis más detallado de los tres modelos de fermentadores.

Bibliografía

Çengel. 2007. Transferencia de calor y masa. Yunus A. Çengel. Tercera edición. Editorial McGraw-Hill, University of Nevada, Reno, 2007. Pp 17-76.

Chávez, 2009. Jesús Chávez Galán. Tesis de Doctorado “Evaluación experimental de propiedades térmicas de materiales de construcción nacionales y desarrollo de ventanas ahorradoras de energía” UNAM, México.

Incropera, 1999. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Fundamentos de transferencia de calor. Frank P. Incropera, David P. DeWitt. Editorial Person Educación, 1999. Pp. 333, 886.

Holman, 1999. Transferencia de calor. J. P. Holman Professor of Mechanical Engineering Southern Methodist University. Décima reimpresión, México. ISBN 968-26-0649-7

Manrique, 2005. Transferencia de calor. José Ángel Manrique Valadez. Segunda edición. Editorial Alfaomega. Oxford University Press. México.

Morales 2011. Martín Morales María del S. Vilte y Angélica Boucíguez. “Estudio de la distribución de temperaturas para el diseño de un biodigestor enterrado”. *Universidad Nacional de Salta*. Rosario. Argentina.

SolidWorks®, 2014. Theoretical Manual. SolidWoks Simulation. Fundamentals of Finite Element Analysis.

Capítulo 9

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el capítulo anterior se mostró parte de los resultados obtenidos en el análisis térmico del estudio de los fermentadores, en éste capítulo se hizo la comparación del comportamiento térmico en el interior de cada uno de los modelos propuestos, y estos se compararán con la temperatura ambiente. Se analizará además mapas térmicos de un corte transversal en estado estable que permitió visualizar la diferencia en cada modelo. Y por último se revisará el perfil de temperatura en el centro de la biomasa para un segundo material.

9.1. Perfil de temperatura en el centro de la biomasa en los diferentes modelos

En la gráfica de la figura 9.1 se muestra los perfiles de temperatura en el centro de la biomasa de los tres modelos propuestos y la temperatura ambiente aplicada para los 12 días de simulación. La temperatura promedio del medio ambiente medida fue de 17.99°C.

Los esquemas de las figuras 9.2, 9.3 y 9.4 son imágenes obtenidas de la simulación, muestran un corte transversal en el centro de cada modelo en estado estable para dos horas definidas, la primera es en el momento que la superficie sobre la tapa alcanza su temperatura máxima, la segunda es en el momento que la biomasa empieza a perder calor.

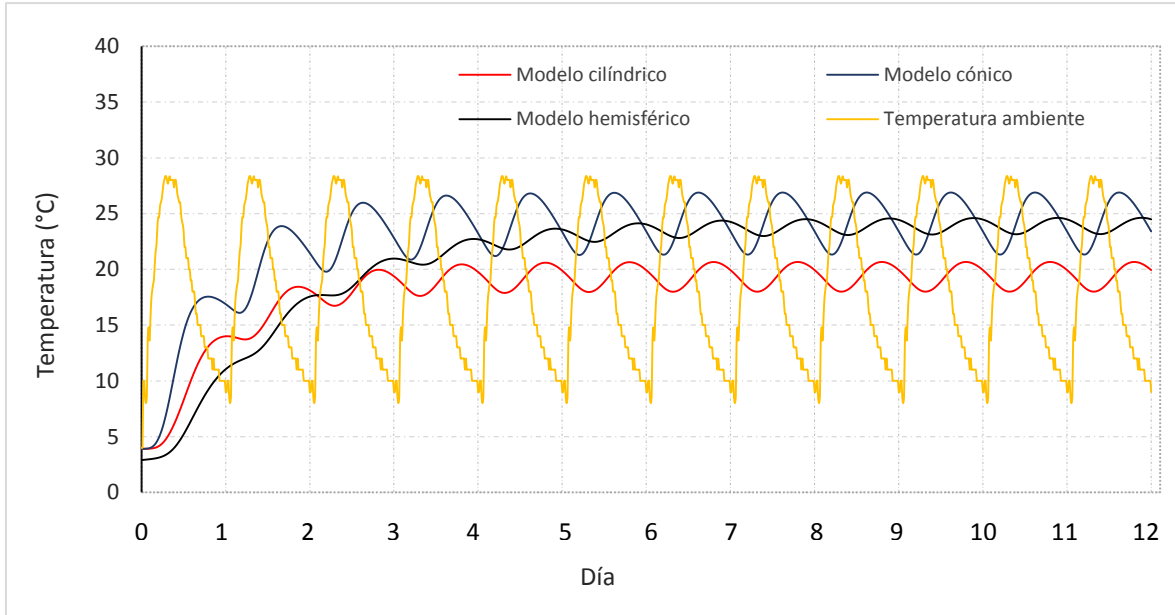


Figura 9.1. Perfil de temperatura en el interior de cada fermentador propuesto y la temperatura ambiente aplicada.

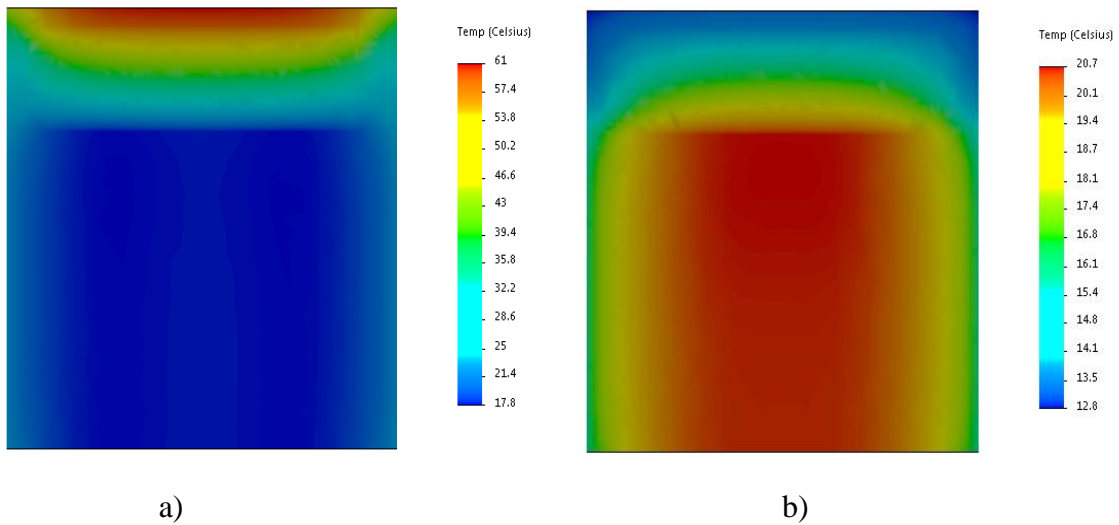


Figura 9.2. a) Corte transversal del interior del fermentador cilíndrico en estado estable a las 14:15 hrs. b) Corte trasversal del interior del fermentador cilíndrico en estado estable a las 02:15 hrs.

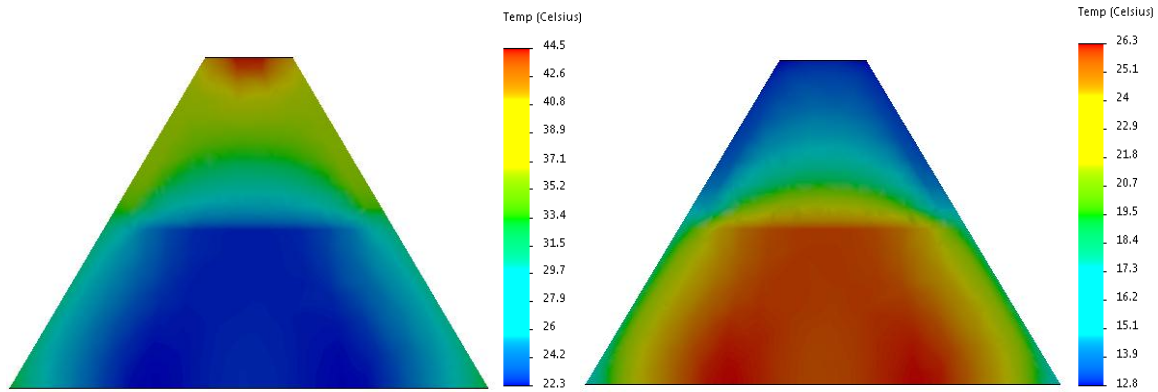


Figura 9.3. a) Corte transversal del interior del fermentador cónico en estado estable a las 13:45 hrs. b) Corte trasversal del interior de fermentador cónico en estado estable a las 21:45 hrs.

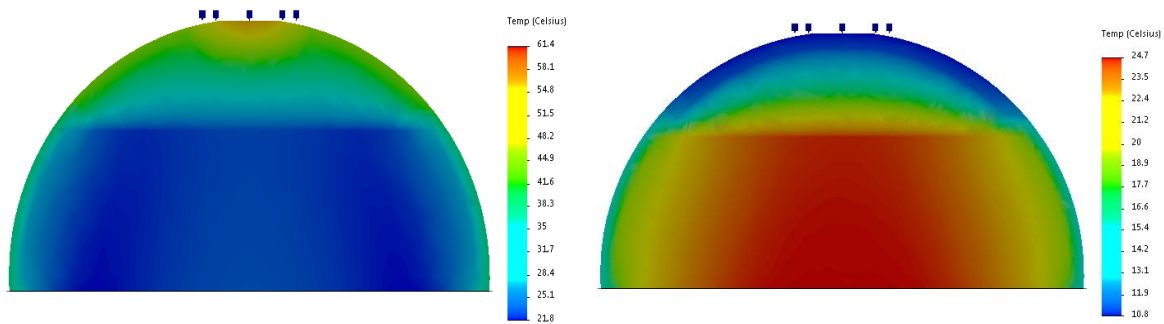


Figura 9.4. a) Corte transversal del interior del fermentador hemisférico en estado estable a las 14:00 hrs. b) Corte trasversal del interior en estado estable del fermentador hemisférico a las 02:00 hrs.

De los tres modelos propuestos, el modelo cónico es el que alcanza una mayor temperatura en estado estable en el centro del fermentador, su temperatura máxima y mínima es de 26.88°C y 21.33 respectivamente y su temperatura promedio es de 24.33°C .

En el modelo hemisférico es el segundo en alcanzar una mayor temperatura, que es 25.61°C y una temperatura mínima de 23.16°C , su temperatura promedio es de 23.93°C .

El modelo cilíndrico es que alcanza una temperatura menor, su temperatura máxima y mínima es de 20.65 y 17.96°C , respectivamente y su temperatura promedio es de 19.39°C .

Por último, de los tres modelos el cónico es el que gana más calor durante el día (figura 9.1), sin embargo la biomasa de éste modelo es la primera en empezar a perder el calor ganado, como se observa en a figura 9.2, 9.3 y 9.4.

9.2. Comparación del comportamiento térmico en el centro de los fermentadores con otro material

El segundo material de estudio del ferrocemento construido para el estudio de techumbres en climas húmedo cálido en el estado de Oaxaca cuyo coeficiente de conductividad térmica es de $0.577 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ [Alavez, 2006]. La comparación de este material con el anterior a base de mortero de cemento de conductividad térmica $1.4 \text{ w/m}^\circ\text{C}$ [Chávez, 2009] son mostrados en la figura 9.5, 9.6 y 9.7.

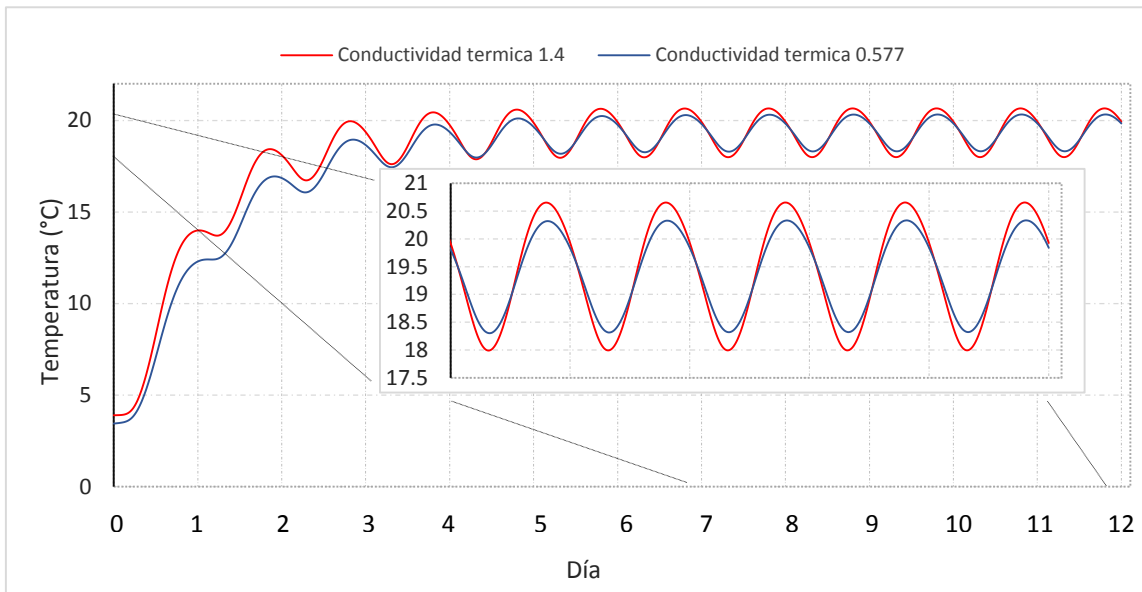


Figura 9.5. Comparación del perfil de temperatura en centro del fermentador cilíndrico.

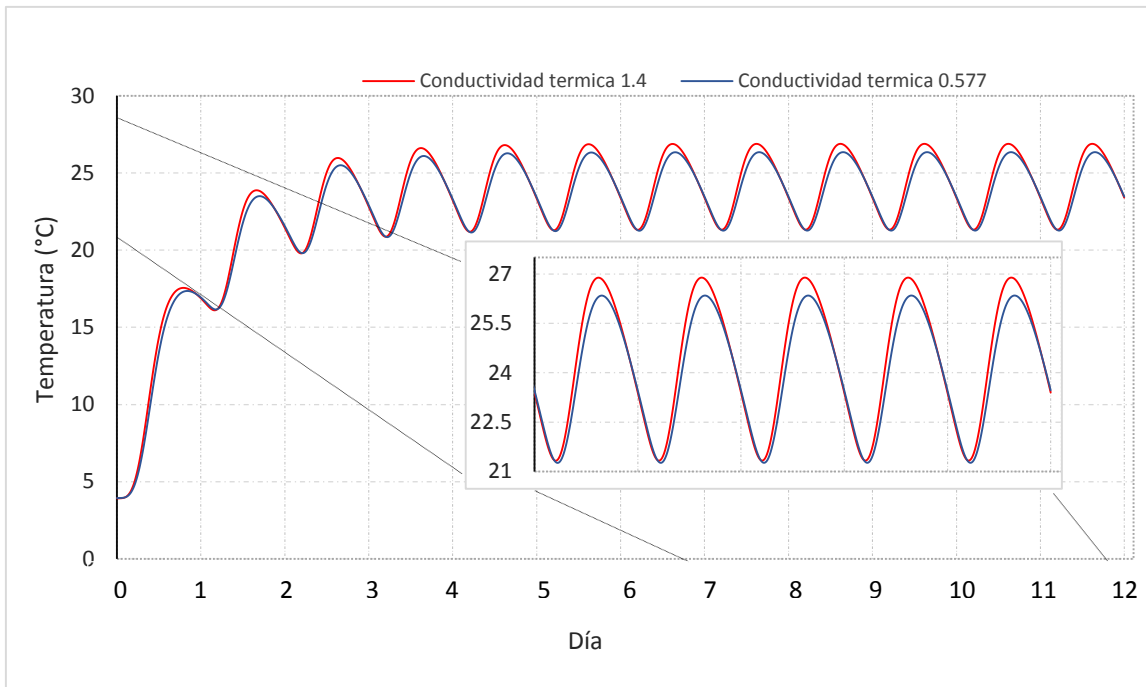


Figura 9.6. Comparación del perfil de temperatura en centro del fermentador cónico.

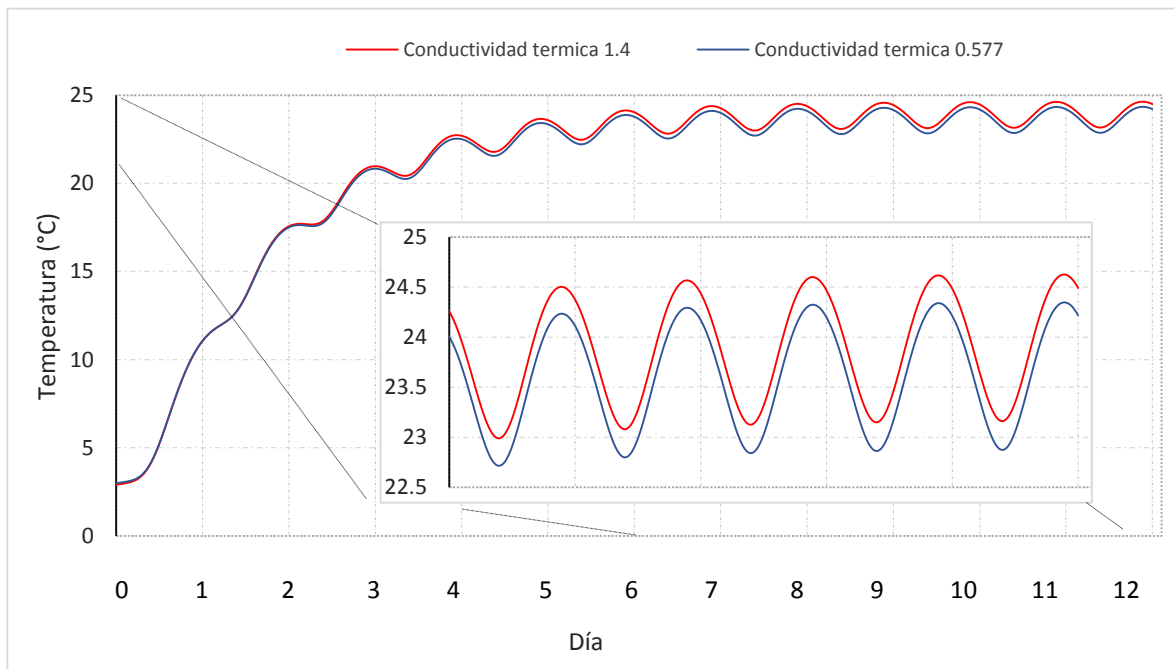


Figura 9.7. Comparación del perfil de temperatura en centro del fermentador semiesférico.

9.3. Conclusiones

La biomasa y la energía solar térmica son dos alternativas que combinadas pueden dar resultados viables. La biomasa (desechos orgánicos) puede ser fermentada para obtener metano y la energía solar térmica usada para acelerar el proceso al suministrar calor. En México más del 90% de la energía que se consume proviene de combustibles fósiles (petróleo, carbón y gas natural). La dependencia energética en los hidrocarburos y la disminución en la producción son problemas que enfrenta el sector energético. Por otro lado recuperar por completo todo combustible fósil que se ha utilizado en las últimas décadas tardaría millones de años haciéndolo un recurso no renovable, además la contaminación asociada al uso de los hidrocarburos, el aumento de los gases de efecto invernadero y el calentamiento global han provocado un impacto severo sobre el medio ambiente. El uso de la biomasa como combustible se considera como neutro en liberación de dióxido de carbono (CO₂) dado que lo liberado es equivalente a lo absorbido durante la fotosíntesis.

Durante el proceso de fermentación de biomasa, la temperatura es uno de los parámetros ambientales más importantes ya que mejora ó inhibe a grupos microbianos específicos. Los resultados obtenidos en las simulaciones del comportamiento térmico en el interior de los fermentadores arrojaron buenos resultados, entre ellos muestra al ferrocemento como un excelente material que puede ser usado para fabricar biodigestores, lo cual se mostró al obtener los perfiles de temperatura el centro de la biomasa que en promedio (tabla 9.1) superan a la temperatura promedio medida del medio ambiente que fue de 17.99 °C. La ganancia de calor se le atribuye a las propiedades térmicas del material y la diferencia en cada modelo a la geometría de los diseños. Los rangos de operación de cada diseño se muestran en la tabla 9.1.

Tabla 9.1. Rangos de temperatura de los tres modelos de fermentadores propuestos.

Modelo	Rango de operación	Temperatura promedio
Cilíndrico	17.96-20.65°C	19.39°C
Cónico	21.33- 26.88°C	24.33°C
Hemisférico	23.16-25.61°C	23.94°C

Los resultados obtenidos permiten visualizar que el uso de la energía solar a través de las paredes del fermentador contribuye a generar temperaturas estables en el interior, el ferrocemento permitió la absorción de radiación y evitó pérdidas de calor durante la noche tal como se observó en la imagen 9.1.

De los tres modelos propuestos el mejor en base a la temperatura promedio sería el modelo cónico, sin embargo el modelo hemisférico tiene una temperatura interior más estable como se observa en la figura 9.1 donde el rango de temperatura de operación es menor (tabla 9.2) que favorecería el crecimiento bacteriano, siendo así el mejor modelo.

La utilización de otro ferrocemento de menor conductividad térmica en la sección 9.2 se obtuvo como resultado que el confeccionar los fermentadores a partir de este material alcanzaría una temperatura interior menor en los tres modelos, sin embargo, el cilíndrico tiene una mejora significativa en la estabilidad térmica como se observó en la figura 9.5.

9.4. Perspectivas

Los resultados obtenidos hasta el momento con este trabajo de tesis, constituyen una base sólida de un sistema de fermentación que favorece el crecimiento de microorganismos que producen metano. El crecimiento y desarrollo de los microorganismos encargados de degradar la biomasa dependen de la temperatura del medio de crecimiento, además es bien sabido que son capaces de generar calor, y el calor que generen dependerá de la cantidad presente de microorganismos, al mismo tiempo, la cantidad de los mismos depende de otros factores como el tipo de sustrato y el pH del medio. Los trabajos futuros se centrarían básicamente en la parte microbiana, monitorear el crecimiento de los microorganismos e incorporar los resultados obtenidos a un nuevo modelo que además podría incorporar la producción de metano. Simular un sistema más completo como el mencionado requerirá un software más avanzado (Ansys®), que permitiría simular éste y otros sistemas mucho más complejos.

Bibliografía

Alavés, 2006. Rafael Alavés-Ramírez, José Luis Caballero-Montes y Pedro Montes-García. Materiales regionales como recurso bioclimático para techumbres en climas cálidos húmedos. Un caso de estudio en Oaxaca, México. CIIDIR Unidad Oaxaca IPN.

Chávez, 2009. Jesús Chávez Galán. Tesis de Doctorado “Evaluación experimental de propiedades térmicas de materiales de construcción nacionales y desarrollo de ventanas ahorradoras de energía” UNAM, México.

FAO, 2011. Manual de biogás. Prof. María Teresa Varnero Moreno. Gobierno de Chile. Santiago de Chile, 2011. ISBN 978-95-306892-0.

Lagrange, B. 1979. Biomethane. Principles, Techniques, Utilisation. Vol.2 . Edisual / Energies Alternatives. 249pp

Speece, 1996. Anaerobic biotechnology for industrial wastewater treatments. Archae Press, Nashville, TN, USA.

Varnero, 2001. Desarrollo de substratos: Compost y Bioabonos. In: Experiencias Internacionales en la Rehabilitación de Espacios Degradados. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. Publicaciones Misceláneas Forestales N° 3, 123p. 21 –30.