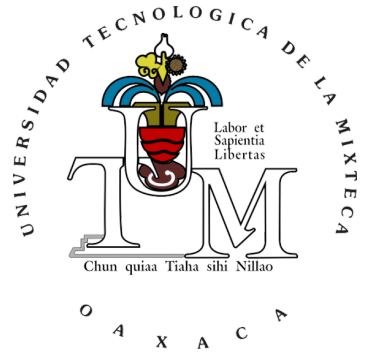


UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

División de estudios de posgrado

Análisis comparativo de diferentes esquemas de control no-lineal de posición y velocidad angular aplicado al motor de inducción trifásico tipo jaula de ardilla

Tesis para obtener el grado de:

Maestro en electrónica opción: sistemas inteligentes aplicados

Presenta

Ing. Julio César Martínez Ramírez

Directores

Dr. Jesús Linares Flores
Dr. Carlos García Rodríguez

Huajuapan de León, Oaxaca, marzo de 2017

A mis padres,
Mauricio y Nora por mostrarme el camino.
A Maria Jóse, por ser mi faro en este viaje.
A Lidia, mi segunda madre.

A Carolina, mi universo.

Agradecimientos

Quiero manifestar mi agradecimiento a los directores de tesis, Dr. Jesús Linares Flores y Dr. Carlos García Rodríguez, por sus valiosos consejos y su guía a través del área de control. Porque me mostraron el camino de la ciencia, mis amigos.

Al jurado calificador: Dr. Fermín Hugo Ramírez Leyva, Dr. Richard Jacinto Marquez Contreras, Dr. Edgardo Yescas Mendoza, Dr. Marco Antonio Contreras Ordaz por sus valiosas contribuciones al presente trabajo.

A mis padres, Nora Lidia Ramírez Martínez y Mauricio Isaac Martínez Vasquez, no sólo por su apoyo económico sino también por su apoyo moral. Por enseñarme con el ejemplo la importancia del trabajo, como la única vía para lograr cumplir mis suenõs. Gracias por todos sus consejos y por su apoyo en todo momento.

A mi hermana Maria José Ramírez Martínez, por que a través del ejemplo me demostró que la vida es de los luchadores, por ser una guerrera incansable.

A mi hermano Lenin Moises Flores Ramírez por que juntos crecimos, por los grandes momentos de felicidad y por las metas que hemos logrado y por las que estamos por alcanzar. A Lidia Hernandez Martínez por formarme como persona, mostrarme los valores que ahora me distinguen. Mi segunda madre. A Mariela Ramírez Martínez por todos los cuidados y atenciones hacia mi persona, incondicionalmente.

A Carolina Hernández Guzmán, por apoyarme siempre durante este camino, parte fundamental para lograr mis objetivos personales y profesionales, por darme grandes enseñanzas y ser la protagonista principal de mi vida.

A mi nueva familia, Humberto Hernández Herrera, Maribel Carmina Guzmán Arias y las pequeñas: Paola, Daniela y Julieta por todas las atenciones y grandes momentos a su lado.

A Maria de Jesus (Chuy), Alberto, David, Jorge, Judith, porque todos ellos me hicieron sentir parte de su familia y a su lado nunca me sentí solo.

A los profesores que no solo cumplieron su labor docente, si no que son considerados mis amigos: Heriberto I. Hernandez, Jesús Linares Flores, Felipe Santiago Espinosa, Jose Antonio Moreno Espinosa, Arturo Pablo Sandoval, Fermín Hugo Ramírez Leyva, Richard Jacinto Marquez Contreras.

Índice general

Agradecimientos **II**

Índice de figuras **V**

Índice de tablas **VIII**

Índice de siglas y símbolos **X**

1. Introducción **1**
1.1. Estado del arte . . . 6
1.2. Planteamiento del problema . . . 8
1.3. Justificación . . . 8
1.3.1. Pertinencia . . . 9
1.3.2. Relevancia . . . 9
1.4. Hipótesis . . . 9
1.5. Objetivos . . . 10
1.5.1. Objetivo general . . . 10
1.5.2. Objetivos específicos . . . 10
1.6. Metas . . . 11

2. Motor de inducción **12**
2.1. Acerca del motor de inducción . . . 12
2.1.1. Aspectos de construcción . . . 13
2.1.1.1. El núcleo magnético . . . 14
2.1.1.2. Geometría de la ranura de entrehierro . . . 14
2.1.1.3. Devanados del rotor jaula de ardilla . . . 15
2.2. Principio de operación . . . 16
2.2.1. Campo magnético rotatorio . . . 16
2.2.2. Principio de funcionamiento del motor de inducción trifásico . . . 19
2.3. Operación en estado estacionario . . . 21
2.3.1. Deslizamiento de rotor en el motor de inducción . . . 22
2.3.2. Circuito equivalente del motor de inducción . . . 22
2.4. Modelo dinámico del motor de inducción . . . 25

3. Obtención de los parámetros eléctricos y mecánicos del motor de inducción **29**
3.1. Obtención de los parámetros eléctricos . . . 29
3.1.1. Prueba de corriente directa . . . 30

3.1.2. Prueba en vacío . . . 32
3.1.3. Prueba de rotor bloqueado . . . 35
3.2. Parámetros eléctricos y mecánicos en el motor de inducción . . . 37

4. Control de posición angular en el motor de inducción 39
4.1. Sistema de coordenadas de campo orientado . . . 39
4.2. Principios de diseño de sistemas de control MIMO . . . 40
4.2.1. Derivadas de Lie . . . 41
4.2.2. Corchetes de Lie . . . 42
4.2.3. Grado relativo . . . 43
4.2.4. Forma normal de linealización . . . 46
4.3. Control de posición por campo orientado . . . 51
4.3.1. Control de campo orientado comandado por corrientes . . . 51
4.3.2. Control de posición y flujo de enlace . . . 52
4.4. Control de posición por modos deslizantes . . . 54
4.5. Control adaptable backstepping . . . 56
4.6. Control de posición vía dinámica de los ceros . . . 60
4.7. Observadores . . . 62
4.7.1. Observador de flujo de enlace . . . 62
4.7.2. Observadores de estado extendido . . . 63
4.7.2.1. Observador de estado extendido τ_L . . . 64
4.7.2.2. Observador de estado extendido α_1 y α_2 . . . 65

5. Resultados experimentales y conclusiones 66
5.1. Plataforma experimental . . . 66
5.1.1. Autotransformador trifásico . . . 67
5.1.2. Circuito rectificador trifásico . . . 68
5.1.3. Circuito inversor trifásico . . . 68
5.1.4. Sensores de corriente . . . 69
5.1.5. Módulo dSPACE . . . 69
5.1.6. Módulo Motor/Dinámometro . . . 72
5.2. Resultados obtenidos . . . 73
5.2.1. Simulación del control de posición para el motor de inducción . . . 74
5.2.1.1. Modelo promedio de la planta en Matlab/Simulink . . . 75
5.2.1.2. Resultados de simulación . . . 75
5.2.2. Análisis de desempeño entre los algoritmos de control . . . 77

6. Conclusiones y trabajo futuro 84
6.1. Conclusiones . . . 84
6.2. Trabajos futuros . . . 85

A. Transformaciónes de Clarke y Park 86
A.1. Transformación de Clarke . . . 86
A.2. Transformación de Park . . . 87

B. Artículo realizado 89

Bibliografía 96

Índice de figuras

1.1. Diagrama eléctrico de un propulsor eléctrico para una velocidad constante. . 1
1.2. Diagrama eléctrico de un propulsor eléctrico para una velocidad variable. . . 2
1.3. Aplicaciones de motores eléctricos con velocidad variable. 3
1.4. Uso de motores C.D. en comparación con motores de C.A. en años recientes [10]. 3
1.5. Consumo de energía primaria del sistema acelerador/motor/bomba. 4
1.6. (a) Consumo de energía primaria del sistema CEP/motor/bomba; (b) Potencia de entrada para un sistema motor/bomba (A) con un sistema de aceleración, (B) con un convertidor electrónico de potencia de 100 KVA 5
1.7. Topología básica del propulsor eléctrico. 6

2.1. Motor de inducción: a) monofásico con capacitor de auto-arranque; b) trifásico con estructura de aluminio (Fuente: ABB®) 13
2.2. Núcleo magnético de un motor de inducción: a) de una sola pila y b) de multiples pilas. 14
2.3. Geometría de ranura de entrehierro para las bobinas de los devanados a) semicerrada, b) semiabierta y c) abierta. 15
2.4. Rotor bobinado jaula de ardilla simple. 16
2.5. Estator de un máquina eléctrica rotatoria. 17
2.6. Detalles del estator y bobinas de una máquina rotante. 17
2.7. (a) Valores instantáneos de las corrientes en los embobinados y (b) Convención de los signos de las corrientes de una máquina de dos polos magnéticos. . . . 18
2.8. (a) Estator y bobinas de una máquina rotante con dos polos magnéticos y con el sentido de las corrientes y (b) disposición de las bobinas de estator y fuerza magnetomotriz para un ángulo eléctrico de 90°. 19
2.9. (a) Estator y bobinas de una máquina rotante con dos polos magnéticos y con el sentido de las corrientes y (b) disposición de las bobinas de estator y fuerza magnetomotriz para un ángulo eléctrico de 150°. 19
2.10. Fuerza electromotriz inducida en una espira. 20
2.11. Circulación de las corrientes en una espira cortocircuitada. 20
2.12. Sentido de la fuerza en los conductores. 21
2.13. Circuito equivalente inicial de un motor de inducción. 23
2.14. Circuito equivalente final de un motor de inducción. 24
2.15. Diagrama a bloques del modelo equivalente del motor de inducción. 28

3.1. Motor de inducción trifásico con rotor tipo jaula de ardilla AMK DV 4-1-4 D: a) vista superior y b) vista lateral 30
3.2. Circuito equivalente por fase del motor de inducción. 30

3.3. Esquema de conexión utilizado en la prueba de corriente directa. 31
3.4. Circuito equivalente en la prueba de CD (Alimentando una de las bobinas). . 31
3.5. Esquema de conexión para la medición de las variables en la prueba de vacío. 32
3.6. Curva de magnetización para los datos obtenidos en la prueba de vacío. . . . 34
3.7. Esquema de conexión para la medición de las variables en la prueba de rotor bloqueado. 36
3.8. Sistema mecánico utilizado en la prueba de rotor bloqueado. 36

4.1. Diagrama a bloques del modelo dinámico del motor de inducción en el sistema coordenado de campo orientado (d-q). 41
4.2. Diagrama a bloques del controlador de campo orientado con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción 53
4.3. Diagrama a bloques del controlador por modos deslizantes con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción. 56
4.4. Diagrama a bloques del controlador Backstepping con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción. 60
4.5. Diagrama a bloques del controlador vía dinámica de los ceros con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción. 62

5.1. Plataforma experimental del sistema para el control de posición angular del MI AMK DV 4-1-4 D. 66
5.2. Autotranformador trifásico STACO ENERGY 1010B-3. 67
5.3. Circuito rectificador trifásico. 68
5.4. Circuito inversor trifásico fuente de voltaje. 68
5.5. Sensores de corriente. 69
5.6. Módulo dSPACE DS1104 70
5.7. Señales de conexión de los pines de salida del PWM en el módulo dSPACE DS1104. 71
5.8. Fotografía del modulo Motor/Dinámometro utilizado. 73
5.9. Diagrama a bloques del sistema experimental utilizado. 74
5.10. Diagrama a bloques del sistema simulado. 76
5.11. Modelo promedio de la planta en PSIM. 77
5.12. Comparativa del seguimiento de una trayectoria de posición para los diferentes esquemas de control simulados en Matlab/Simulink-PSIM. 77
5.13. Comparativa del seguimiento de una trayectoria de posición para los diferentes algoritmos de control expuestos. 78
5.14. Comparativa del error de seguimiento de una trayectoria de posición para los diferentes algoritmos de control expuestos. 78
5.15. Indicador de desempeño de seguimiento de una trayectoria de posición para los diferentes algoritmos de control expuestos. 79
5.16. Estimador de estado extendido para los parámetros α_1 y α_2. 81
5.17. Estimador de la resistencia de estator R_S en función de la temperatura. . . . 81
5.18. Estimador del flujo de enlace ψ_d. 82
5.19. Seguimiento de trayectoria de posición angular para el esquema de control Backstepping con un par de carga pico ($\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]). 82
5.20. Error de posición para el esquema de control Backstepping con un par de carga pico ($\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]). 83

5.21. Estimador de estado extendido para los parámetros α_1 y α_2 con un par de carga extremo ($\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]). 83

A.1. Eje de referencia a, b, c y eje de referencia estacionario α-β. 86
A.2. Eje de referencia síncrono d-q y eje de referencia estacionario α-β. 88

Índice de tablas

3.1. Datos de placa del motor de inducción AMK DV 4-1-4 D. 30
3.2. Valores de resistencia de estator $R_{S_{CD}}$ medidos en la prueba de CD. 32
3.3. Valores de las pérdidas para las medicones en la prueba de vacío. 33
3.4. Valores medidos en la prueba de rotor bloqueado. 36
3.5. Parámetros eléctricos del circuito equivalente del motor de inducción AMK DV 4-1-4 D. 37
3.6. Parámetros eléctricos del motor de inducción AMK DV 4-1-4 D. 38

5.1. Valores del error cuadratico medio del error de seguimiento del MI. 80

Índice de siglas y símbolos

Siglas

CD	—	Corriente directa.
CA	—	Corriente lterna.
CEP	—	Convertidor electrónico de potencia.
DSP	—	Procesador Digital de Señales (Digital Signal Processor).
FMM	—	Fuerza magnetomotriz.
$FPGA$	—	Arreglo de compuertas programable en campo (Field Gate Programable Array).
$MIMO$	—	Multiples entradas - Multiples salidas (Multiple Inputs - Multiple Outputs).
MI	—	Motor de inducción.
rpm	—	Revoluciones por minuto.
$SISO$	—	Única entrada - Única salida (Single Input - Single Output).

Símbolos

s	—	Deslizamiento del motor de inducción.
n_p	—	Número de polos del motor de inducción.
u_{Sa}	—	Voltaje de estator (α) en coordenadas $\alpha - \beta$.
u_{Sb}	—	Voltaje de estator (β) en coordenadas $\alpha - \beta$.
λ_{Sa}	—	Flujo de enlace de estator (α) en coordenadas $\alpha - \beta$.
λ_{Sb}	—	Flujo de enlace de estator (β) en coordenadas $\alpha - \beta$.
λ_{Ra}	—	Flujo de enlace de rotor (α) en coordenadas $\alpha - \beta$.
λ_{Rb}	—	Flujo de enlace de rotor (β) en coordenadas $\alpha - \beta$.
i_{Sa}	—	Corriente de estator (α) en coordenadas $\alpha - \beta$.
i_{Sb}	—	Corriente de estator (β) en coordenadas $\alpha - \beta$.
i_{Ra}	—	Corriente de rotor (α) en coordenadas $\alpha - \beta$.
i_{Rb}	—	Corriente de rotor (β) en coordenadas $\alpha - \beta$.
θ	—	Posición angular del motor de inducción.
ω	—	Velocidad angular del motor de inducción.
ψ_d	—	Flujo de enlace (directa) en coordenadas $d - q$.
ρ	—	Ángulo del flujo de enlace (directa) en coordenadas $d - q$.
M	—	Inductancia mutua.
J	—	Momento de inercia del MI.
B	—	Coeficiente de fricción entre rotor y estator.

R_r — Resistencia de rotor.
R_s — Resistencia de estator.
L_r — Inductancia de rotor.
L_s — Inductancia de estator.
σ — Fuga electromagnética.
i_d — Corriente de estator (directa d) en coordenadas d-q.
i_q — Corriente de estator (cuadratura q) en coordenadas d-q.
u_d — Voltaje de estator (directa d) en coordenadas d-q.
u_q — Voltaje de estator (cuadratura q) en coordenadas d-q.
i_d — Corriente de estator (directa d) en coordenadas d-q.
τ_L — Par de carga.

Capítulo 1

Introducción

Un dispositivo que es de gran importancia para el funcionamiento de diferentes aplicaciones en procesos industriales y domésticos como: plantas de producción, medios de transporte, reproductores de audio o video, bombas, compresores de aire, propulsores de discos de computadoras, robots, entre otros, es el **propulsor eléctrico** (del inglés *Electric Drive*). Mediante estos dipositivos, los sistemas electromecánicos pueden generar el movimiento que se requiere para satisfacer una tarea específica. Un propulsor eléctrico se define como un sistema industrial que convierte la energía eléctrica en energía mecánica (como motores) o viceversa (como generadores) [1]. Hoy en día, cerca del 50 % de la energía eléctrica producida es usada en aplicaciones que utilizan propulsores eléctricos (ver *Boldea and Nasar* [1]). Los propulsores eléctricos funcionan a velocidad constante (Figura 1.1) o a velocidad variable (Figura 1.2).

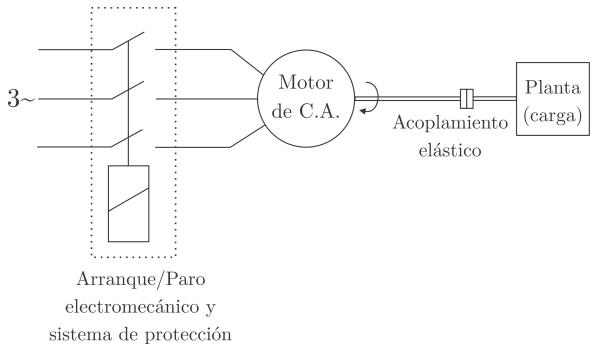


Figura 1.1: Diagrama eléctrico de un propulsor eléctrico para una velocidad constante.

El propulsor eléctrico de velocidad constante incluye el motor eléctrico, el acoplamiento mecánico, la carga mecánica (planta), el sistema electromecánico (o electrónico) de arranque/paro y sistema de protección. Actualmente, el 75-80 % de todos los propulsores eléctricos aún operan con velocidad constante debido a que la velocidad variable no es considerada necesaria excepto en el arranque, el frenado y la protección del mismo.

No obstante, existe un grupo pequeño del 20-25 % de las aplicaciones, con una razón de expansión anual rápida, donde se requiere que el par y la velocidad sean variables para igualar la carga mecánica.

Un propulsor eléctrico típico para una velocidad variable (Figura 1.2) hace uso de un convertidor electrónico de potencia (CEP), el cual produce la conservación de energía (en bombas, ventiladores, etc.) en forma rápida y robusta, mediante el control preciso del movimiento mecánico que se requiere para las aplicaciones (máquinas y herramientas, robots, propulsores de disco de computadoras, transportación de recursos, etc.) [1].

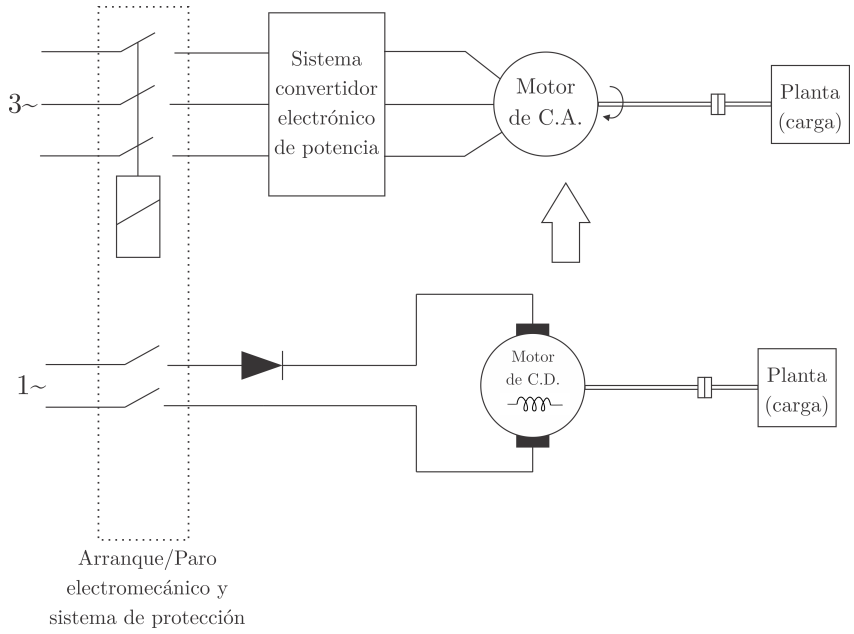


Figura 1.2: Diagrama eléctrico de un propulsor eléctrico para una velocidad variable.

En la Figura 1.3 se muestra un resumen de las principales aplicaciones industriales y el rango de potencia de los propulsores eléctricos. En aplicaciones específicas, el alto rendimiento implica un amplio rango de velocidades así como una respuesta precisa y rápida en el control de posición y/o velocidad de los motores.

Tradicionalmente para aplicaciones de velocidad variable, el motor de CD ha sido usado, por décadas, como el principal actuador electromecánico [3], sin embargo, en años recientes se ha incrementado el uso de motores de CA (desde 1990) [4, 6] como se muestra en la Figura 1.4. Este cambio radical, se debe principalmente al rápido progreso de los convertidores electrónicos de potencia para motores de C.A. Esto porqué en aplicaciones de velocidad variable, éstos requieren de la regulación de la variable de voltaje y frecuencia, mientras que los motores de CD requieren solamente la regulación del voltaje, esto debido a que el conmutador mecánico del motor de CD hace el cambio de frecuencia por sí mismo [1].

Los motores de CA son en muchos casos del tipo sin escobillas y tienen mayor par (Nm/Kg) que los motores con escobillas de CD y un más bajo costo de mantenimiento. Hoy en día los convertidores electrónicos de potencia (CEP) para motores de CD y para motores de CA, en aplicaciones de velocidades reversibles tiene precios comparables [1]. Por otra parte, si se consideran los costos de producción y transportación en el ahorro de energía eléctrica hasta el lugar del consumidor, la rentabilidad en el ahorro de energía se incrementaría significativamente cuando se emplea un CEP en propulsores de velocidad variable [1].

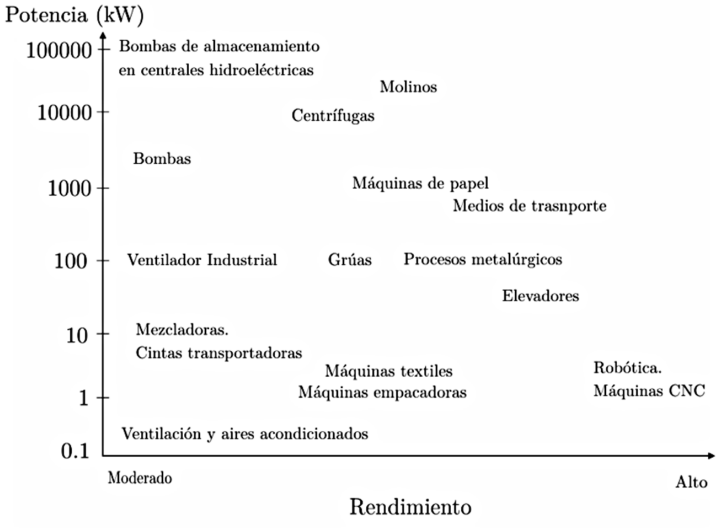


Figura 1.3: Aplicaciones de motores eléctricos con velocidad variable.

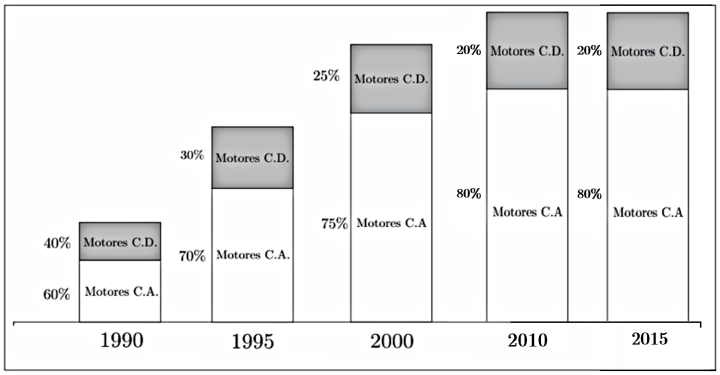


Figura 1.4: Uso de motores C.D. en comparación con motores de C.A. en años recientes [10].

La Figura 1.5 muestra el flujo de energía de la planta de potencia al sistema motor-bomba para una operación constante de velocidad de 10kW de potencia activa, cuando se usa un acelerador para el control del flujo. La eficiencia total de la fuente de energía del sistema primario es solamente el 11 % (ver Figura 1.5). Este es un rendimiento muy pobre de energía.

Cuando se introduce un CEP para la misma producción de potencia activa, se obtiene un rendimiento del 23 %, el cual es un mejor rendimiento de energía (ver Figura 1.6).

El factor de rendimiento de energía, η, se incrementa al doble por la presencia de los propulsores CEP para la velocidad variable. Así, el valor de ahorro de energía está en el propulsor, por lo tanto, se recomienda añadir este dispositivo para ahorrar energía en la cadena entera de conversion de energía y distribución, desde las plantas de potencia hasta los consumidores [1, 2].

Los propulsores CEP para el control de velocidad variable en todos los motores eléctricos, se aplican hoy en día del 10-15 %, en países en desarrollo se esperaba que para el año 2010 se alcanzara un porcentaje del 40-50 %, estudio realizado en 2005 por (*Boldea, Nasar* [1]).

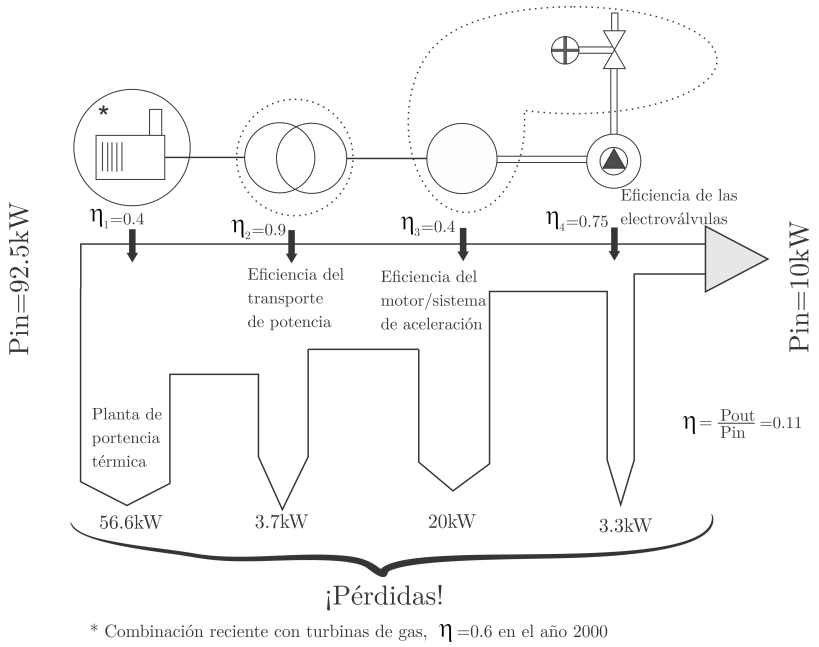


Figura 1.5: Consumo de energía primaria del sistema acelerador/motor/bomba.

Un propulsor eléctrico moderno (Figura 1.7) [3, 4, 6, 7, 8, 9] capaz de regular la velocidad, está compuesto de las siguientes partes:

- El motor eléctrico.
- El convertidor electrónico de potencia (CEP).
- Los sensores eléctricos y sensores de movimiento.
- El controlador del propulsor.
- Los comandos de interfaz.

El controlador del propulsor tiene un algoritmo interno de movimiento para el control de velocidad y/o posición. También tiene un controlador eléctrico interno, quien se encarga de regular el voltaje y la corriente en el CEP.

Los sensores eléctricos envían voltaje al controlador del propulsor cuando miden las variables eléctricas del sistema, mientras que los sensores de movimiento (u observadores) monitorean (o estiman) la posición y/o velocidad y par del eje del motor.

El controlador eléctrico tiene entradas para los sensores eléctricos que monitorean la fuente de potencia de entrada, y entradas para los sensores que monitorean las variables eléctricas del CEP. El controlador de movimiento maneja, en general, solamente las salidas de los sensores de movimiento u observadores.

Los comandos del controlador eléctrico están relacionados en el lado de la fuente de potencia, comandos de desempeño para la calidad de la energía (unidad de factor de potencia, eliminación de armónicos), mientras que los comandos del controlador de movimiento están relacionados para maniobrar el eje del motor. Estos últimos se envían a través de una interfase desde un controlador digital local o desde una computadora central con un proceso de control

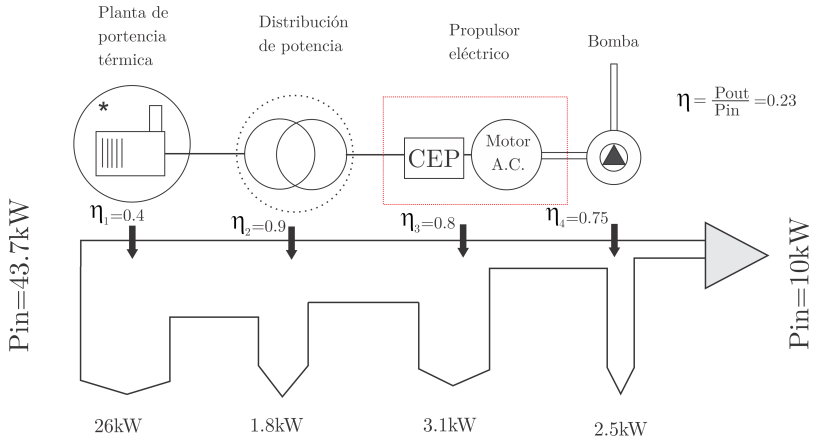


Figura 1.6: (a) Consumo de energía primaria del sistema CEP/motor/bomba; (b) Potencia de entrada para un sistema motor/bomba (A) con un sistema de aceleración, (B) con un convertidor electrónico de potencia de 100 KVA

remoto. Como expectativa, ambos controladores eléctrico y de movimiento son diseñados en conjunto para el controlador del propulsor. Actualmente, el controlador del propulsor y la interfase son llevados a cabo con una alta eficiencia a través de un Procesador Digital de Señales (DSP).

En esencia, todos los tipos de motores eléctricos existentes pueden ser acompañados por los CEP, que en conjunto con los controladores digitales de movimiento producen una alta eficiencia en el propulsor eléctrico. La curva ideal par-velocidad para el control de movimiento es una linea recta descendente. Este hecho facilita que se produzca una fuente de voltaje de CD variable para un amplio rango de control de velocidad, ésto ha sido hecho para la regulación de la variable de velocidad en un motor de CD desde los años 60's. Desde entonces la evolución de confiabilidad precio-competitividad en los CEP, para la variable de voltaje de CA, frecuencia y linealización de la curva par-velocidad mediante el control vectorial, ha contribuido a que los motores de CA sustituyan de forma importante a los motores de CD en aplicaciones de velocidad variable [1, 2, 10].

Por su robustez, por la simplicidad de su estructura, por su peso y su tamaño, el motor de inducción ofrece nuevas perspectivas tecnológicas en numerosas aplicaciones industriales, donde se le aprecia principalmente por su costo y el escaso mantenimiento que requiere. En efecto, entre los diferentes tipos de las motores de corriente alterna de campos giratorios, el motor de inducción (también llamado asíncrono) de jaula de ardilla es la que exige los sistemas de control más delicados para implementar un control efectivo de su par en réginen variable. El simple hecho de que su flujo sea inducido y deba ser controlado, introduce una complicación suplementaria y la necesidad de acceder directamente (o indirectamente) a esta variable. Sin embargo, sus cualidades intrínsecas son:

- Su construcción no exige materiales magnéticos especiales.
- Su robustez debida a su rotor de jaula.
- Su mantenimiento reducido.
- Su gran potencia.

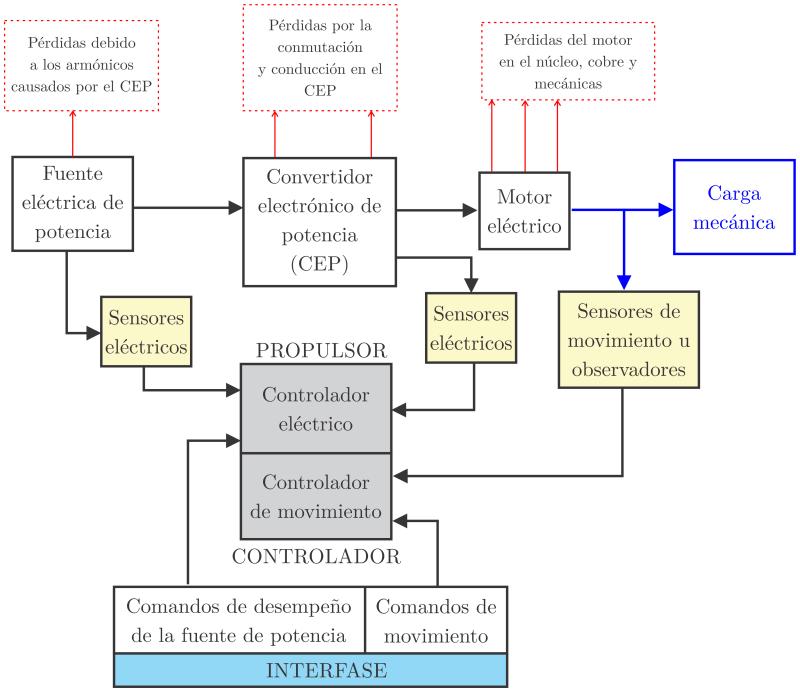


Figura 1.7: Topología básica del propulsor eléctrico.

Estas características han estimulado las investigaciones para definir estructuras de control que compensen sus débiles disposiciones en el control dinámico del par. Además, de que los procesos tecnológicos logrados en los convertidores estáticos y en la electrónica de control han aportado los medios necesarios para su desarrollo [4, 5].

1.1. Estado del arte

El propulsor eléctrico del motor de inducción tiene un amplio número de publicaciones en el contexto de control automático, tal que no es posible reportarlos en su totalidad. Una vista general de varios aspectos relacionados al control de posición y velocidad angular del motor de inducción se pueden consultar en los trabajos de *Bodson et al.* [20, 21]; *Chiasson* [22, 23]; *De Luca* [24]; *Marino et al.* [25]; *Ortega et al.* [26]. En la década anterior, el control de los parámetros de posición y velocidad angular del motor de inducción ha sido beneficiado por los recientes avances en el área de control no-lineal, aunado a la rápida evolución de los microprocesadores y la electrónica de potencia. Esto ha permitido aplicar nuevos métodos de control [31, 13, 37], derivados de los así llamados *enfoques de geometría diferencial* [31, 15], controladores *basados en pasividad* [14, 40, 41], o controladores con *enfoque de algebra diferencial* [28]. Sin embargo, una de las mayores dificultades es probablemente el diseño e implementación de leyes de control robustas bajo incertidumbres paramétricas y par de carga en el eje del motor. También, la observación precisa de las variables del rotor es una dificultad inherente al diseño de controladores para el motor de inducción. Es precisamente en este contexto donde las tecnicas de control por Modos Deslizantes [13], control basado en Pasividad [14] y control Adaptable Backstepping [12] encuentran un caso de aplicación muy interesante, ya que dichas tecnicas son capaces de hacer frente a las incertidumbres del

modelo dinámico del motor.

Una de las principales técnicas de control de posición y/o velocidad angular es la de control de campo orientado [27, 19, 25, 43, 39]. Se ha demostrado en diversos trabajos que ésta presenta ventajas como la reducción en la cantidad de cómputo [25, 39], comando de la posición o velocidad angular en función de las salidas de fase mínima del sistema a través de controladores de alta ganancia [27]. Sin embargo, estas características no representan una ventaja significativa en el desempeño del motor de inducción en un amplio rango de posición o velocidad angular, en específico, cuando existen perturbaciones exógenas en su eje.

En años recientes y con el avance de la tecnológia de la electrónica digital, se han desarrollado diversos controladores con mayor carga computacional y considerando controladores adaptativos para minimizar las incertidumbres parámetricas y principalmente atenuar las perturbaciones exógenas para cualquier instante de tiempo. Trabajos como los presentados en [13, 28, 31, 32, 33, 34] utilizan la técnica de control por modos deslizantes para el motor de inducción, y además prestan especial atención al comportamiento robusto del controlador ante perturbaciones de par de carga. En los trabajos reportados en [13, 31, 33, 34], se muestra un buen desempeño en la regulación de la velocidad angular en casos donde las leyes de control están basadas en parámetros eléctricos erróneos, como la resistencia de rotor incrementada o disminuida de su valor nominal. Es este caso se trata de evaluar el caso donde ocurre un incremento en la temperatura interna del motor. También se muestran las investigaciones realizadas en torno al control robusto respecto a los errores paramétricos ocurridos con la saturación del campo magnético inducido [13]. Un resultado importante de el uso de esta técnica es que no es necesario un observador de par para su aplicación y buen desempeño. Sin embargo, el estimador del flujo es siempre necesario.

En los trabajos presentados por *Ortega et al.* [14, 26, 40, 42, 41], se muestra la sencilla implementación de la técnica de control basada en pasividad (CBP), con un alto desempeño en el seguimiento de trayectorias de velocidad angular en el motor de inducción. Un aporte muy importante de la aplicación de técnicas de control basado en pasividad al motor de inducción, es la sencillez que presenta en la incorporación de características de adaptación bajo par de carga e incertidumbres parámetricas. Esto se deriva de los siguientes dos hechos, primero, la técnica de control basada en pasividad se basa en la descripción dinámica de Euler-Lagrange, la cual conserva su linealidad (y minimalidad) sobre los parámetros. Segundo, que la técnica CBP cumple con la estabilidad de los operadores pasivos de lazo cerrado, la cual es una propiedad fundamental para la adaptación, por consecuencia los operadores pasivos definen también a los estimadores. Desafortunadamente, las ecuaciones del error resultantes de la aplicación de la técnica CBP en el motor de inducción exhiben un obstáculo para la adaptación del parámetro R_r, el cual es altamente variante en tiempos prolongados de operación del motor.

Backstepping es un esquema recursivo basado en la teoría de estabilidad de Lyapunov propuesto a inicios de 1990. Esta técnica fue abordada exhaustivamente por Krstić, Kanellakopoulos y Kokotovic en [12]. La idea del Backstepping es diseñar un controlador recursivamente, considerando algunas de las variables como controles virtuales y diseñando para ellas leyes de control intermedias. Backstepping permite lograr el objetivo de estabilización y seguimiento. La prueba de esas propiedades es una consecuencia directa del procedimiento recursivo, debido a que la función de Lyapunov es construida para el sistema completo. En los trabajos presentados en [12, 36] se muestra el control robusto de velocidad angular utilizando la técni-

ca de control adaptable Backstepping y la integración de la electrónica digital con el uso de un FPGA (Field Gate Programable Array, por sus siglas es inglés). Con la aplicación de esta técnica, y una planificación adecuada de la trayectoria de velocidad angular que contemple la adaptación de la estimación de la perturbación exógena y endógena, se consiguió arrancar en forma suave al motor con presencia de carga, y con esto se redujo en forma sustancial los picos súbitos de los transitorios eléctricos en la armadura.

A partir de los trabajos presentados en [13, 36, 40], los cuales muestran un mejor comportamiento de regulación o seguimiento de trayectorias de velocidad angular o posición, se propone mostrar las ventajas y desventajas que muestran estos controladores con un enfoque mayor en su desempeño bajo perturbaciones de par de carga e incertidumbre paramétrica. El presente proyecto es planteado a detalle en secciones posteriores.

1.2. Planteamiento del problema

La aplicación de los motores de inducción en la industria en la mayoria de los casos resulta en ventajas económicas. Son útiles para un gran rango de aplicaciones de baja potencia, como robótica, máquinas herramientas (torno, fresadoras, gruas, elevadores, etc), propulsión de vehículos eléctricos y aparatos domésticos. No obstante, también se pueden utilizar en aplicaciones de alta potencia, por ejemplo en sistemas de bombas de almacenamiento en plantas hidroeléctricas. Sin embargo, el control de velocidad (o posición) es particularmente complejo en este tipo de motor, por que su modelo dinámico es no-lineal. En años recientes, con los avances en el campo de control automático, microprocesadores y la contribución de electrónica de potencia, ha sido posible implementar técnicas de control con un mejor desempeño en la regulación del parámetro de posición o velocidad angular en el motor de inducción. Si bien, actualmente existe una amplia variedad de técnicas de control aplicadas al motor de inducción, no todas son robustas ante perturbaciones exógenas (par de carga) y endógenas (variaciones paramétricas). Es precisamente en este contexto donde las tecnicas de control por Modos Deslizantes [13], control basado en Pasividad [14] y control Adaptable Backstepping [12] encuentran un caso de aplicación muy interesante, ya que dichas tecnicas son capaces de hacer frente a las incertidumbres del modelo dinámico del motor. Por ello, la presente investigación se limita al estudio de las técnicas de control no-lineal, que en base a los resultados reportados en la literatura, muestran un comportamiento robusto bajo perturbaciones endógenas y exógenas: control de campo orientado, control por modos deslizantes [13], control basado en dinámica de los ceros y control adaptable Backstepping [12]. Siendo esta última la técnica candidata para demostrar que es posible proponer un esquema de control robusto bajo perturbaciones exógenas y endógenas extremas con un desempeño deseable bajo ciertas condiciones (regulación o seguimiento de posición angular).

1.3. Justificación

En las investigaciones reportadas en [13, 14, 12] sobre el control de posición en el motor de inducción, se ha mostrado el diseño de algoritmos de control con un alto desempeño en su comportamiento robusto ante pruebas de variación de par de carga. Incluso se ha mostrado en [13, 12] el diseño de algoritmos de control basados en parámetros eléctricos erróneos

o desconocidos con un excelente desempeño en la regulación del motor de inducción. Sin embargo, las técnicas de control utilizadas en [13, 14, 12] muestran diferencias particulares en relación al campo de aplicación, capacidad de cómputo, y principalmente la capacidad de hacer frente a las incertidumbres parámetricas y exógenas asociadas al modelo dinámico del motor. Por ello, la finalidad del trabajo de tesis, es comparar las características que ofrecen cada una de las técnicas de control no-lineal, control de campo orientado, control por modos deslizantes, control vía dinámica de ceros y control adaptable Backstepping, y así poder determinar cual es la mejor técnica, en cuanto al desempeño del error de seguimiento suave de trayectorias de posición angular bajo perturbaciones endógenas y exógenas.

1.3.1. Pertinencia

El desarrollo de este trabajo resulta de la aplicación de los conceptos adquiridos durante los cursos de control automático para el control de motores de CA y el uso de convertidores electrónicos de potencia. Las técnicas de control automático utilizadas en este proyecto se enfocan al seguimiento de trayectorias suaves de posición angular para un motor de inducción tipo "jaula de ardilla", mostrando un panorama de referencia para la elección de un algoritmo de control y estimación en función de su desmpeño dinámico y estático. Esto, con el fin de contribuir a la línea de investigación de control de sistemas electromecánicos realizados en la División de Estudios de Posgrado de la Universidad, y aportar una referencia para la elección de una técnica de control robusta para el motor de inducción tipo "jaula de ardilla".

1.3.2. Relevancia

En décadas pasadas se han desarrollado una amplia variedad de controladores de posición del motor de inducción, y con el avance de la tecnológia de los microprocesadores se han podido implementar técnicas con mayor carga computacional. Sin embargo, una dificultad importante la cual requiere enfuerzo en la investigación es: la robustez de las leyes de control respecto a incertidumbres paramétricas y perturbaciones exógenas (par de carga). La principal contribución de este trabajo es comparar las técnicas de control no-lineal: campo orientado, modos deslizantes, vía dinámica de los ceros y control adaptable Backstepping para el motor de inducción con el fin de mostrar su aplicabilidad a un punto de referencia significativo y establecer cuál de las tres técnicas presenta mayor robustez bajo incertidumbres parámetricas y bajo par de carga en el seguimiento de posición angular.

1.4. Hipótesis

En base al análisis propuesto de diferentes técnicas de control de posición para el Motor de Inducción tipo "Jaula de ardilla"se pueden establecer las siguientes hipótesis:

- Es posible establecer cúal de las tres tecnicas presenta mayor robustez bajo incertidumbres parámetricas y bajo par de carga en el seguimiento de trayectorias de posición angular.

- En condiciones de experimentación, es posible determinar que el control adaptable backstepping presenta un mejor desempeño robusto para el seguimiento de trayectorias suaves de velocidad angular (o posición), en comparación con los métodos de campo orientado, modos deslizantes o vía dinámica de ceros.
- El método de control adaptativo Backstepping muestra un mejor desempeño robusto de posición angular bajo pertubaciones exógenes extremas (en condiciones de baja potencia).

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Realizar un estudio comparativo de desempeño en el seguimiento de posición angular de tres técnicas de control no-lineal para el motor de inducción: control por modos deslizantes, control de campo orientado, control vía dinámica de ceros y control adaptable Backstepping bajo incertidumbre parámetrica y par de carga.

1.5.2. Objetivos específicos

- Obtener los parámetros eléctricos y mecánicos del motor de inducción tipo jaula de ardilla AMK®DV 4-1-4 D.
- Mostrar de forma simple y unificada el algoritmo para la obtención de los parámetros eléctricos y mecánicos de los motores de inducción trifásicos.
- Implementar las tecnicas de control no-lineal: de campo orientado, control por modos delizantes y control abaptable Backstepping para el seguimiento de trayectorias suaves de posición angular.
- Evaluar el comportamiento de la velocidad angular en el motor de inducción bajo perturbaciones endógenas y exógenas, utilizando los enfoques de control establecidos en el punto anterior.
- Evaluar los recursos tecnológicos empleados en función de la complejidad del algoritmo de control implementado.
- Mostrar en condiciones de experimentación una comparativa entre las diferentes técnicas de control no-lineal propuestas.
- Probar en condiciones de experimentación que la técnica de control adaptativo Backstepping presenta un mejor desempeño ante perturbaciones de par de carga y de incertidumbre paramétrica, en comparación con las técnicas de control por campo orientado, modos deslizantes y vía dinámica de ceros.
- Mostrar experimentalmente que para el control adaptable Backstepping, en condiciones de baja potencia es posible someter al motor de inducción a perturbaciones extremas de par de carga, con un buen desempeño del error de seguimiento de trayectorias suaves de posición angular.

- Realizar un documento de divulgación científica en base a los resultados obtenidos.

1.6. Metas

⊕ Construcción de la plataforma experimental para el motor de inducción tipo jaula de ardilla AMK®DV 4-1-4 D. en base a la topología del propulsor electrico (Figura 1.7).

⊕ Realizar las mediciones correspondientes para determinar los parámetros eléctricos y mecánicos del motor de inducción tipo jaula de ardilla AMK®DV 4-1-4 D.

⊕ Arrancar en forma suave el motor de inducción mediante los esquemas de control no-lineal propuestos.

⊕ Realizar pruebas experimentales a diferentes posiciones y par de carga a los sistemas de control propuestos.

⊕ Realizar pruebas de seguimiento de posición angular sometiendo al motor a un par de carga mayor al nominal en la implementación del control adaptable Backstepping.

⊕ Establecer un índice de desempeño del error de seguimiento de posición angular del motor de inducción, en donde se someterá a perturbaciones endógenas y exógenas, que permitirá conocer cúal de las técnicas de control no-lineal presenta un mejor desempeño.

Capítulo 2

Motor de inducción

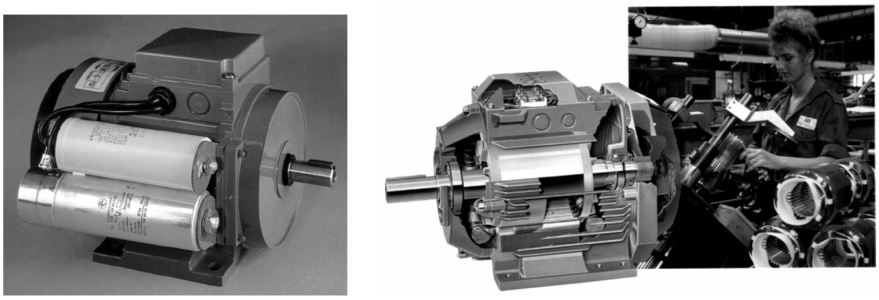
Los dispositivos rotatorios de conversión de energía electromecánica son conocidos como máquinas rotatorias. Se clasifican como máquinas de corriente directa si sus salidas son de corriente directa o si la energía de entrada de la máquina proviene de una fuente de corriente directa. Se llaman máquinas de corriente alterna, si sus salidas son periodicas o si la energía primaria de entrada proviene de una fuente de corriente alterna. Una máquina rotatoria se llama generador, si convierte la energía mecánica en energía eléctrica y se llama motor si convierte la energía eléctrica en mecánica. Las máquinas de corriente alterna son clasificadas de diferente forma: máquinas monofásico, bifásicas o trifásicas, dependiendo del tipo de fuente utilizada; como síncronas si giran a una velocidad constante llamada velocidad angular síncrona y, asíncronas si su velocidad de rotación es menor que la velocidad angular síncrona. Generalmente las máquinas asíncronas son conocidas como máquinas de inducción.

2.1. Acerca del motor de inducción

El control de movimiento y temperatura (calor) son el principal paradigma respecto a sus diferentes formas de aprovechamiento energético: energía térmica, mecánica, eléctrica y otras. La energía eléctrica, medida en KWh, representa más del 30 % del uso de energía global, y se encuentra en expansión. Parte de esta energía eléctrica es usada directamente en procesos de calentamiento e iluminación (en electrólisis, metalurgia y fundición, calefacción industrial, luminaria, etc). Sin embargo, la mayor parte de la energía eléctrica producida es convertida en energía mecánica a través de motores eléctricos, de estos, los motores de inducción son los más utilizados para aplicaciones domésticas e industriales.

Los motores de inducción son, generalmente, alimentados por energía de corriente alterna monofásica o trifásica. Los motores de inducción con alimentación monofásica, tienen dos fases en el bobinado de estator para generar una condición de autoarranque, son utilizados principalmente para aplicaciones domésticas (aspiradoras, lavadoras, etc.): 2.2 a 3 kW (Fig 2.1.a). Los motores de inducción trifásicos son usualmente construidos con una base de aluminio para aplicaciones de propósito general debajo de los 55 kW (Fig 2.1.b).

Presente en todas las industrias y aplicaciones domésticas. Los nuevos retos en el modelado,



a) b)

Figura 2.1: Motor de inducción: a) monofásico con capacitor de auto-arranque; b) trifásico con estructura de aluminio (Fuente: ABB®)

y el diseño óptimo en la era de mayor desarrollo tecnológico, su control para la obtención de un mejor desempeño, y su enorme potencial de aplicaciones, justifica la presente investigación sobre el motor de inducción.

2.1.1. Aspectos de construcción

En esta sección se dicutirán los aspectos de construcción del motor de inducción. Sus principales partes son:

- el núcleo magnético ranurado de estator,
- el devanado del estator,
- el núcleo magnético ranurado de rotor,
- el devanado de rotor,
- el eje de rotor,
- la carcasa del estator con rodamientos,
- el sistema de refrigeración,
- la caja de bornes.

El motor de inducción puede clasificarse de muchas maneras. Algunas de ellas son:

- con movimiento giratorio o lineal,
- con fuente de alimentación trifásica o monofásica,
- con rotor tipo jaula o rotor devanado.

En la mayoria de los motores de inducción, y en general, de las máquinas de inducción, el primario es el estator y el secundario es el rotor (excepto para las máquinas de inducción lineales). Prácticamente todos los MI tinene un rotor cilíndrico y por lo tanto un espacio de aire radial entre el estator y rotor. En primer lugar se discuten los aspectos de construcción de los elementos antes mencionados, ya que constituyen los principales elementos del funcionamiento de las máquinas de inducción.

2.1.1.1. El núcleo magnético

Los núcleos magnéticos de estator y rotor están construidos con finas láminas de acero orientado a reducir la histéresis y pérdidas por corrientes parásitas. Las laminaciones de estator y rotor se empaquetan en una sola pila (Figura 2.2.a) o en múltiples pilas (Figura 2.2.b) considerando canales radiales (5 a 15 mm de ancho) entre pilas (50 a 150 mm de largo) para la ventilación radial. La estructura de una sola pila es adecuadas para una ventilación axial en el motor de inducción.

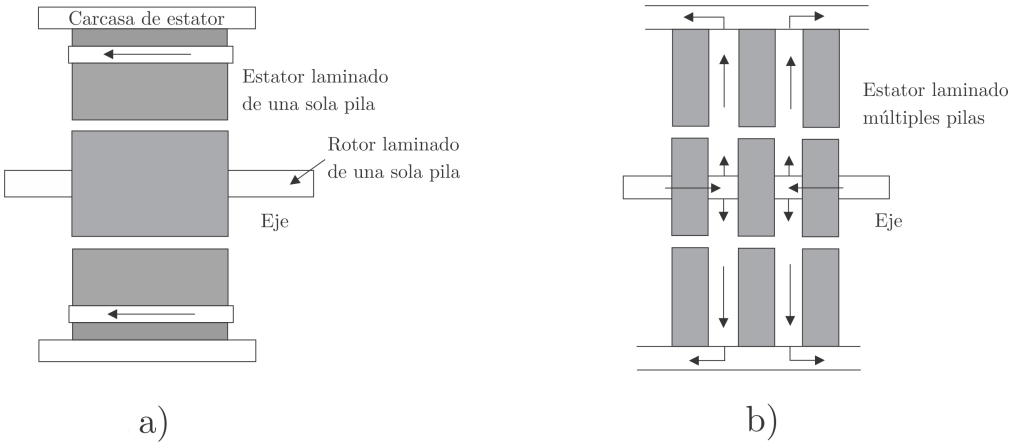


Figura 2.2: Núcleo magnético de un motor de inducción: a) de una sola pila y b) de multiples pilas.

Los motores de inducción con laminaciones de una sola pila, son utilizados típicamente en motores con potencias debajo de 100KW. Sin embargo, recientemente se ha mejorado la ventilación axial, por lo que han sido introducidos en aplicaciones por arriba de 2MW. El concepto de múltiples pilas de laminación es necesario para aplicaciones de gran potencia con largos ejes. El uso de este tipo de topología produce perdidas en el bobinado de estator, y en el rotor a tráves de las bobinas (barras) radiales. Además. la energía del campo electromagnético producido por las bobinas de rotor se traduce en inductancias de fuga adicionales que tienden a reducir el par máximo y el factor de potencia.

2.1.1.2. Geometría de la ranura de entrehierro

El entrehierro, o espacio de aire entre el estator y el rotor, tiene que ser recorrida por el campo magnético producido por el estator. Esto a su vez induce voltajes y produce corrientes en los bobinados de rotor. Este fenómeno de inducción requiere la magnetización del aire mediante grandes fuerzas magnetomotrices (FMM). Cuanto más pequeño es la brecha de aire (no magnético), menor es la fuerza magnetomotriz requerida. En este sentido, el objetivo principal de las ranuras de entrehierro es colocar las bobinas en estos espacios, con el fin de reducir la corriente de magnetización. En segundo lugar, la fabricación del bobinado y la colocación en las ranuras se vuelve más fácil. En tercer lugar, el hecho de colocar los devanados en las ranuras mejora la rigidez mecánica y transmisión de calor (a los nucleos). Por último, la FMM total por unidad de longitud aumenta, lo cual permite la construcción de MI con mayor potencia de manera eficiente.

La geometría de las ranuras de entrehierro depende principalmente del nivel de potencia (par de carga) del MI y tambien del tipo de alambre magnético (redondo o de sección transversal rectangular) con el que se construyen las bobinas de los devanados magnéticos de estator. Las bobinas contruidas con alambre magnético redondo son utilizadas para MI de bajas potencias, estas bobinas son introducidas una a una en las ranuras de entrehierro por lo que las aberturas de las ranuras deben ser pequeñas (Figura 2.3.a). En motores de inducción de mediana y alta potencia, se utilizan bobinados fabricados, en general, de alambre magnético de sección transversal rectangular, con ranuras de entrehierro abiertas o semiabiertas (Figura 2.3.b,c). La diversidad de la geometría de la ranura en los rotores tipo jaula dependen principalmente de:

- las condiciones de arranque y las limitaciones de carga nominal,
- fuente de entrada de voltaje/frecuencia variable o voltaje/frecuencia fija,
- el rango de par de carga

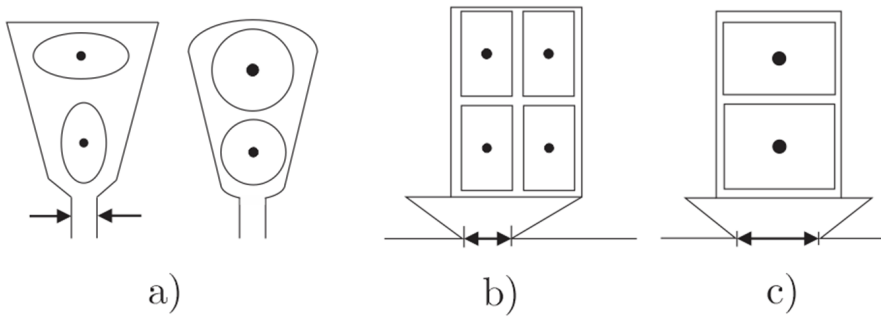


Figura 2.3: Geometría de ranura de entrehierro para las bobinas de los devanados a) semicerrada, b) semiabierta y c) abierta.

En general, las ranuras pueden ser rectangular, trapezoidal recta o trapezoidal redondeada, ranuras semicerradas, semiabiertas o abiertas. La razón de tener una abertura en las ranuras de entrehierro, es que, mediante esta geometría se consigue un par de arranque más bajo.

2.1.1.3. Devanados del rotor jaula de ardilla

El rotor jaula de ardilla del MI está construido con devanados individuales o dobles (2.4).

Las barras de la jaula y los anillos en los extremos están hechos de aluminio fundido a baja presión para baja y mediana potencia, y de latón o cobre para altas potencias. Para potencias medianas y altas las barras son soldadas a los anillos con plata para proporcionar un contacto de baja resistencia. Para los rotores de jaula doble, el latón (mayor resistividad) es comúnmente utilizado para la jaula superior y cobre para la jaula inferior. En este caso cada jaula tiene sus propios anillos en los extremos, debido a las limitaciones de expasión térmica en los materiales utilizados en su construcción. Para motores de inducción de alta eficiencia es mejor el uso de cobre debído a que posee mayor conductividad eléctrica, mayor densidad de corriente y soporta altas temperaturas de operación. Por otra parte, la fundición

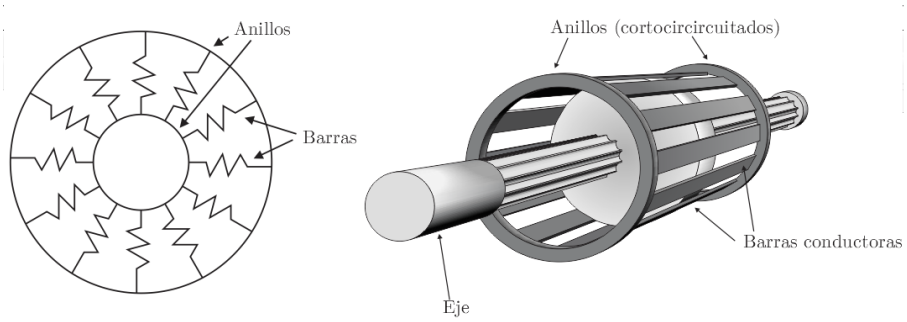


Figura 2.4: Rotor bobinado jaula de ardilla simple.

de aluminio a baja presión y temperatura da como resultado bajos costos de producción, lo que permite la producción en masa de rotores tipo jaula de baja potencia.

2.2. Principio de operación

El principio de funcionamiento para máquinas de inducción rotatorias se relaciona básicamente con el par eléctrico. En otras palabras, acerca de las fuerzas que generan movimiento a través del campo electromagnético inducido. O más simple aún, por que el motor de inducción gira. La generación de torque eléctrico en los motores de inducción puede aproximarse a través de:

- fuerzas sobre los conductores eléctricos en un campo magnético en movimiento,
- la teória de Maxwell,
- principios variacionales (Ecuaciones de Lagrange).

Con fundamento en los aspectos de construcción del motor de inducción, el principio de operación de estos es descrito a continuación.

2.2.1. Campo magnético rotatorio

A continuación se ejemplificará el concepto de campo magnético para la máquina de inducción de dos polos magnéticos. Si se toma un conjunto de chapas magnéticas que tiene la forma mostrada en la Figura 2.5, en la cual se ha realizado una serie de ranuras, y las mismas se apilan con un elemento aislante entre ellas, formando un cilindro cuyo eje es perpendicular al plano del dibujo, se obtiene el estator de una máquina eléctrica rotatoria.

Tomando ahora un par de ranuras opuestas diametralmente en la parte superior e inferior y se coloca en ellas una bobina que es denominada $u_1 - u_2$, de N espiras. La misma tiene un eje magnético perpendicular al plano de la misma y que en este caso es horizontal, tal como se muestra en la Figura 2.6.

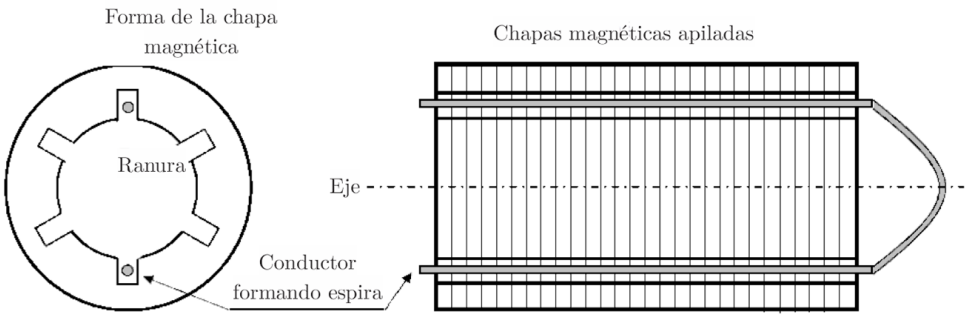


Figura 2.5: Estator de un máquina eléctrica rotatoria.

Si ahora se efectua el mismo procedimiento con la bobina $v_1 - v_2$, se observa que su eje magnético forma un ángulo de 120° geométricos respecto a la anterior, lo cual se observa en la tercera bobina $w_1 - w_2$. En resumen, se han colocado tres bobinas idénticas con su eje magnético desplazado 120°, siendo la bobina inicial la indicada con el subíndice 1 [11].

Siguiendo con el análisis, las tres bobinas se unen en un punto común $u_2 = v_2 = w_2$, conectadas en estrella, tal como se muestra en la Figura 2.6. Si se alimenta a las bobinas con un sistema trifásico de voltajes, circulará corriente de igual magnitud pero defasadas eléctricamente 120°, tal como se muestra en la Figura 2.7.a. Las corrientes que circulan dan origen a fuerzas magnétomotrices en cada una de las bobinas, cuya magnitud depende del número de espiras y el valor de la corriente instantanea [11]. Para efectos del siguiente análisis, se

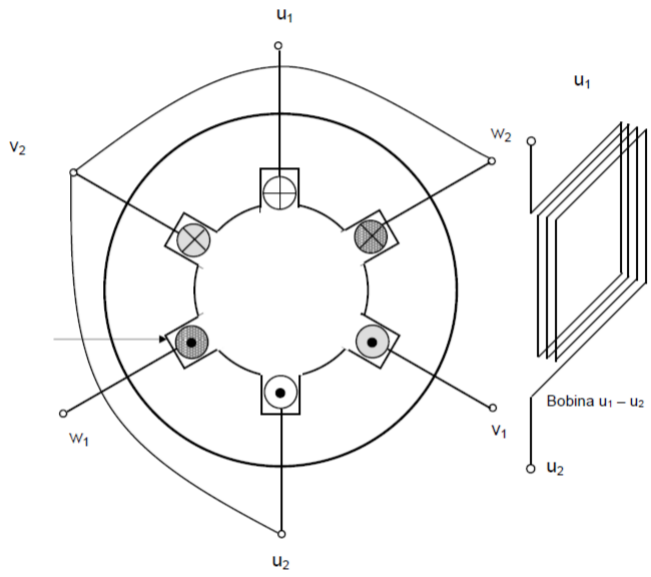


Figura 2.6: Detalles del estator y bobinas de una máquina rotante.

toman dos instantes de corriente para el ángulo eléctrico: 90° y 150°. La convención de signos

a adoptar es que las corrientes son positivas si el borne de entrada es u_1, v_1 o w_1 y negativas si los bornes son salientes u_2, v_2 o w_2, tal como se muestra en la Figura 2.7.b. En el esquema de la máquina, la corriente entrante se representa con una cruz (+) y si son salientes con un punto (•).

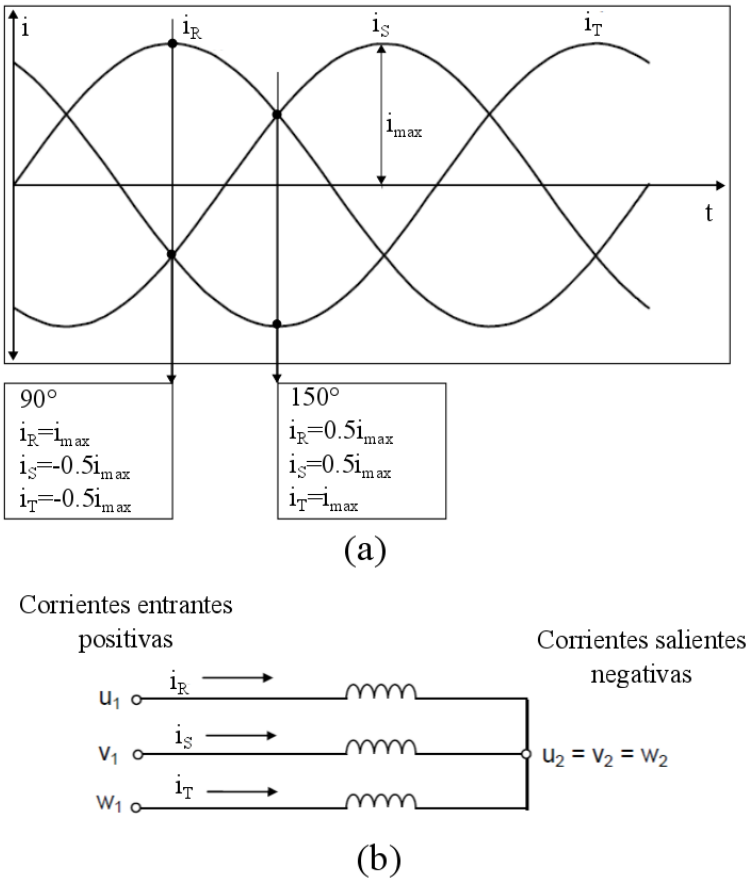


Figura 2.7: (a) Valores instantáneos de las corrientes en los embobinados y (b) Convención de los signos de las corrientes de una máquina de dos polos magnéticos.

Para el instante en que el ángulo eléctrico es 90°, la corriente i_R es positiva (entra por u_1) y por las otras son negativas (salen por v_1 y w_1), lo cual se observa en la Figura 2.8. Las corrientes en las bobinas generan fuerzas magnétomotrices cuyas magnitudes y sentidos son indicados en la Figura 2.8.b. En este caso las lineas de campo magnético abrazan a las corrientes de los embobinados en el mismo sentido. En el caso de un ángulo eléctrico de 150° el sentido de las corrientes y las fuerzas magnetomotrices resultantes se muestran en la Figura 2.9.

A partir del análisis de los dos ángulos eléctricos, se concluye que la fuerza magnetomotriz resultante se mantiene constante y que la misma ha girado un ángulo geométrico de 60° ante un avance de 60° eléctricos en corriente. De igual manera para otros ángulos, el campo magnético resultante obtenido, alimentado por un conjunto de bobinas cuyo eje magnético está desplazado 120° geométricos, por medio de un conjunto de corrientes desfasadas 120° en el tiempo, es de módulo constante que gira a razón de una vuelta por cada ciclo que cumplen

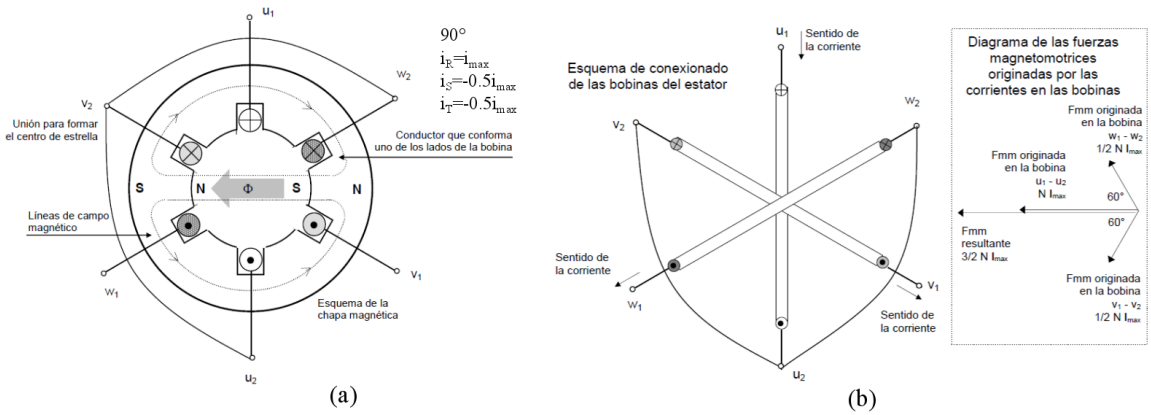


Figura 2.8: (a) Estator y bobinas de una máquina rotante con dos polos magnéticos y con el sentido de las corrientes y (b) disposición de las bobinas de estator y fuerza magnetomotriz para un ángulo eléctrico de 90°.

las corrientes.

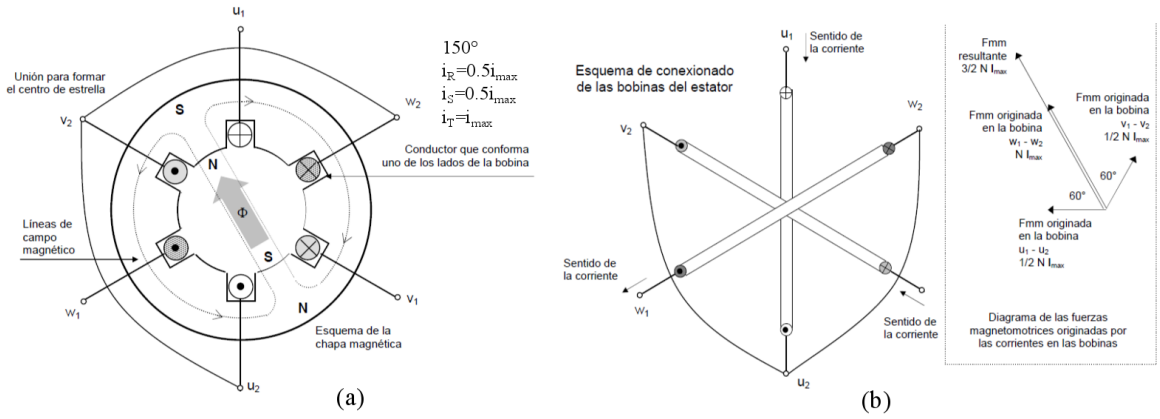


Figura 2.9: (a) Estator y bobinas de una máquina rotante con dos polos magnéticos y con el sentido de las corrientes y (b) disposición de las bobinas de estator y fuerza magnetomotriz para un ángulo eléctrico de 150°.

2.2.2. Principio de funcionamiento del motor de inducción trifásico

Los motores de inducción ó asíncronos, son los más utilizados por su robustez, sencillez y poco mantenimiento. El uso de los mismos es apto para requerimientos en los cuales no se deba mantener una velocidad constante, ya que este tipo de motores disminuyen ligeramente su velocidad con el aumento de carga en su eje.

El estator de un motor trifásico de inducción está formado por un conjunto de tres bobinas, las cuales son alimentadas por un sistema trifásico de corrientes, lo cual como se mencionó en la sección anterior, da origen a un campo magnético giratorio de módulo constante. Este campo magnético gira a una velocidad llamada sincronismo. Considere que se coloca una

espira dentro del estator, montada sobre su eje, cuyo único movimiento permitido es el de rotación, ver Figura 2.10. En esta situación, en la cual existe un campo magnético de módulo fijo girando alrededor de la espira mencionada, ésta concentrará un flujo magnético que varía en el tiempo, lo cual dará origen a una fuerza electromotriz inducida (Ley de Faraday).

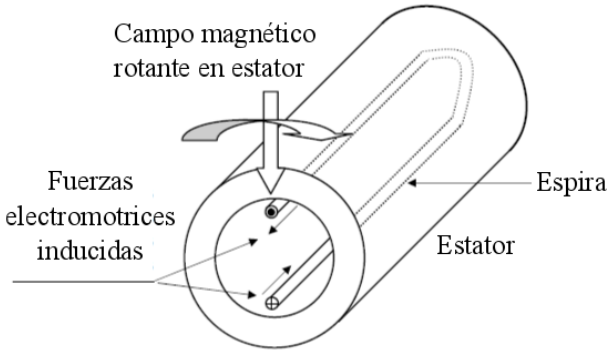


Figura 2.10: Fuerza electromotriz inducida en una espira.

Si la espira se encuentra *cerrada* o cortocircuitada, tal como se muestra en la Figura 2.11, circulará una corriente en el mismo sentido de la fuerza electromotriz inducida, cuyo valor dependerá de dicha FEM y de la impedancia de dicha espira.

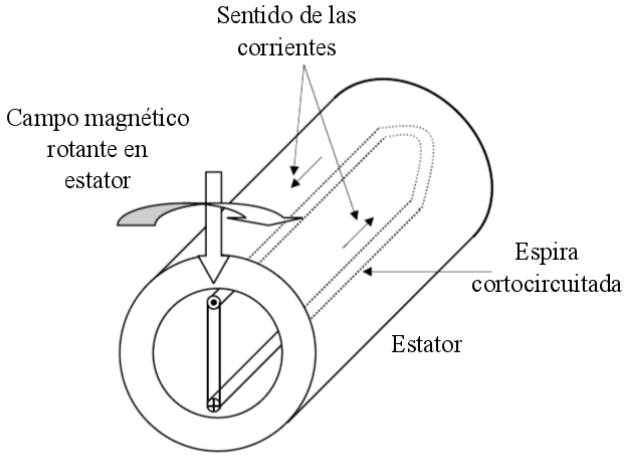


Figura 2.11: Circulación de las corrientes en una espira cortocircuitada.

Para el caso del movimiento en la máquina rotante, en el conductor superior la fuerza es hacia la derecha, y en el inferior hacia la izquierda, ver Figura 2.12.

Dado que las fuerzas se originan, únicamente a lo largo de los conductores paralelos al eje (corriente perpendicular al flujo magnético), y estando separados, se produce una cupla que hace mover la espira, y estando sobre un eje, comienza a girar, siguiendo el movimiento del campo magnético rotante. Entonces, la espira aumenta su velocidad hasta llegar a una velocidad levemente inferior a la del campo magnético.

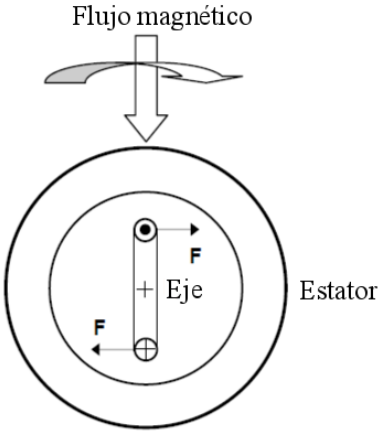


Figura 2.12: Sentido de la fuerza en los conductores.

Los motores no cuentan con una sola espira, sino que forman bobinas para lograr más conductores que aporten cupla. El motor trifásico tiene tres bobinas con sus ejes magnéticos desplazados 120° y unidas en un punto común, formando una conexión del tipo *estrella*. Las otras terminales de las bobinas son conectadas al exterior de la máquina mediante una corona (tipo jaula de ardilla, ver Figura 2.4), donde el valor de la corriente que circula a través de ellos depende del valor de la impedancia de dicho conductor.

2.3. Operación en estado estacionario

La clave de operación de un motor de inducción es la producción de campo electromágnetico rotatorio. Es conocido que la excitación del estator produce un campo electromágnetico rotatorio en el embobinado de la máquina, y que dicho campo rota a una velocidad síncrona específica (parámetro de velocidad síncrona). Al producirse este fenómeno, el campo magnético rotatorio "corta"los conductores del rotor. Cuando esto ocurre, los voltajes son inducidos en dichos conductores. El voltaje inducido provoca un incremento de corriente eléctrica y a su vez interactua con el campo producido por el embobinado para producir un torque eléctrico. Este torque eléctrico existe mientras se induzca campo magnético rotacional (de estator a rotor) y las corriente al rotor. Por consecuencia, el rotor comienza girando en direccion del campo electromágnetico rotacional.

Una alternativa para explicar el funcionamiento de los motores de inducción polifásicos es considerar la interacción del campo magnético de estator (excitado) con el campo magnético de rotor (inducido). La excitación del estator produce un campo magnético rotatorio el cual rota en el embobinado del estator a una velocidad síncrona. Este campo magnético induce corrientes polifásicas en el rotor, lo que da lugar a otro campo magnético rotatorio, el cual rota a la misma velocidad síncrona respecto al estator. De esta forma se tiene dos campos magnéticos rotatorios, rotando a la misma velocidad síncrona que el estator pero en un marco de referencia estacionario uno del otro. Consecuentemente, de acuerdo al principio de alineamiento de campos magnéticos, el rotor experimenta un torque eléctrico inducido. De ahí, el rotor gira en dirección del campo magnético rotatorio del estator.

2.3.1. Deslizamiento de rotor en el motor de inducción

La velocidad mecánica, n, del rotor se expresa comúnmente como una fracción del parámetro de velocidad síncrona, n_s, mediante el *deslizamiento*, s, expresado como:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \tag{2.1}$$

donde n_s, ecuación (2.1), está expresada en función de la frecuencia de las corrientes (f) de entrada al motor y del número de polos (P) del mismo.

$$n_s = \frac{120f}{P} \tag{2.2}$$

En un período inactivo, el campo magnético rotatorio inducido por el estator tiene la misma velocidad relativa con respecto a los devanados del rotor, y también respecto a los devanados de estator. Por lo tanto la frecuencia de las corrientes del rotor, f_r, es la misma que la frecuencia de las corrientes de estator, f. A velocidad síncrona, no existe un movimiento relativo entre entre el campo rotatorio de estator y de rotor, y la frecuencia de corrientes de rotor es cero. Esto implica que la frecuencia de rotor es proporcional al deslizamiento con la siguiente relación:

$$f_r = sf \tag{2.3}$$

donde f_r es la frecuencia de las corrientes de rotor y f es la frecuencia de las corrientes (o voltajes) de estator. En base a lo anterior, se puede concluir que:

- El campo magnético rotatorio de estator gira a una velocidad síncrona n_s.
- La fuerza electromagnética del rotor produce un campo magnético que tambien gira a la velocidad síncrona y en la misma dirección que el campo producido por el estator. Por lo tanto, lo campos electromagnéticos producidos por el rotor y estator son estacionarios uno respecto del otro.
- El campo magnético rotatorio producido por el rotor gira a una velocidad $(\omega_s - \omega_m)$ con respecto al rotor, donde ω_m es la velocidad mecánica real del rotor.
- Las corrientes y voltajes inducidas en el rotor están en función del deslizamiento y por consecuencia, de la frecuencia.

2.3.2. Circuito equivalente del motor de inducción

En un motor de inducción su funcionamiento depende de que el circuito del estator induzca voltajes y corrientes en el circuito del rotor (acción transformadora). Puesto que la inducción de voltajes y corrientes en el circuito del rotor de un motor de inducción es, esencialmente, una acción de transformación, el circuito equivalente de un motor eléctrico de inducción terminará por ser muy similar al circuito equivalente de un transformador eléctrico.

Como en cualquier transformador, hay una cierta resistencia y auto inductancia en los embobinados primarios (estator), los cuales se representan en el circuito equivalente de la máquina (ver Figura 2.13). La resistencia del estator se denominará R_1 y la reactancia de dispersión del estator X_1. Ambos componentes aparecen justo a la entrada del modelo del motor. También, como en cualquier transformador con un núcleo de hierro, el flujo de la máquina está relacionado con el voltaje aplicado E_1. La existencia de un entrehierro del motor de inducción, que aumenta enormemente la reluctancia de la trayectoria del flujo y por tanto debilita el acoplamiento entre el primario y el secundario. A mayor reluctancia causada por el entrehierro, mayor corriente de magnetización se necesita para lograr un nivel de flujo determinado. Por lo tanto, la reactancia de magnetización en el circuito equivalente X_M tendrá un valor menor que el correspondiente a un transformador. Para modelar las pérdidas en el núcleo se necesita, además, la resistencia R_c. El voltaje interno del estator E_1 se acopla con el secundario E_R por medio de un transformador ideal de relación de espiras a_{ef} . Aunque en el caso de los motores de jaula de ardilla es difícil definir esta relación, existe una relación de espiras efectiva para el motor.

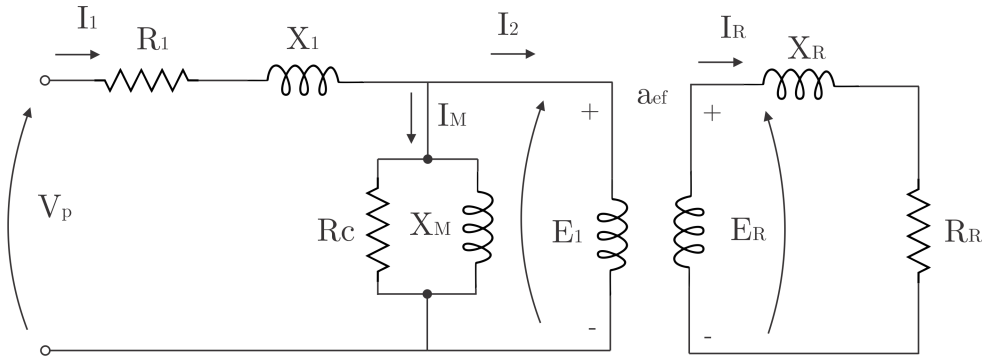


Figura 2.13: Circuito equivalente inicial de un motor de inducción.

En un motor de inducción, cuando se aplica el voltaje a los embobinados del estator, se induce un voltaje en los embobinados del rotor. En general, cuanto mayor sea el movimiento relativo entre los campos magnéticos del rotor y estator, mayor será el voltaje resultante en el rotor. El mayor movimiento relativo se da cuando el rotor esté en estado estacionario, condición conocida como de rotor bloqueado. El extremo opuesto $(0V)$ se da cuando no hay movimiento relativo. El voltaje inducido en cualquier caso entre los dos extremos es directamente proporcional al deslizamiento. Siendo E_{R0} el voltaje inducido con rotor bloqueado, entonces $E_R = sE_{R0}$. La reactancia del rotor de un motor de inducción depende de la inductancia L_R, de la frecuencia del voltaje f_e y de la corriente del rotor. Por lo que se tiene que

$$X_R = 2\pi s f_e L_R = sX_{R0} \tag{2.4}$$

donde X_{R0} es la reactancia del rotor cuando está bloqueado y f_e la frecuencia de la red. La resistencia del rotor se denomina RR.

La corriente en el secundario (rotor) se expresa como:

$$I_R = \frac{sE_{R0}}{R_R + jsX_{R0}} \tag{2.5}$$

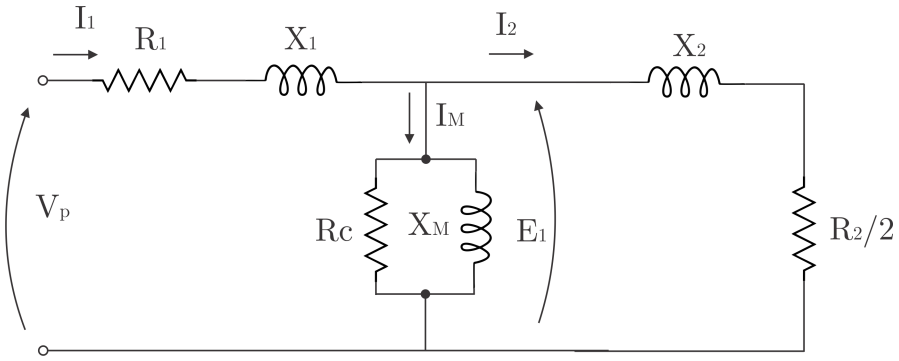


Figura 2.14: Circuito equivalente final de un motor de inducción.

Y dividida entre el parámetro de deslizamiento queda como:

$$I_R = \frac{E_{R0}}{R_R + jsX_{R0}} \tag{2.6}$$

Es posible tratar los efectos del rotor, debido a su velocidad variable, causados por una impedancia variable alimentada por una fuente de potencia de voltaje constante E_{R0}. De esta forma la impedancia del rotor se expresa como:

$$Z_R = \frac{R_R}{s} + jX_{R0} \tag{2.7}$$

Finalmente, se traslada los voltajes, corrientes e impedancias del secundario al primario por medio de la relación de espiras del transformador.

$$E_1 = a_{ef} E_{R0} \tag{2.8}$$

$$I_2 = \frac{I_R}{a_{ef}} \tag{2.9}$$

$$Z_2 = (a_{ef})^2 (\frac{R_R}{s} + jX_{R0}) \tag{2.10}$$

Por último, definiendo las impedancia y resistencia del secundario reflejado al primario, se obtiene el circuito equivalente mostrado en la Figura 2.14.

$$R_2 = (a_{ef})^2 R_R \tag{2.11}$$

$$X_2 = (a_{ef})^2 X_{R0} \tag{2.12}$$

La resistencia del rotor R_R, la reactancia del rotor bloqueado X_{R0} y la relación de espiras a_{ef} son difíciles de determinar en los rotores de jaula de ardilla. Sin embargo, es posible tomar medidas que proporcionan directamente los valores de R_2 y X_2. Existen normas (IEEE-112 [18]) que permiten la obtención de los parámetros eléctricos del circuito equivalente del motor de inducción a través de ensayos sencillos y de esta forma se obtiene el modelo dinámico del motor de inducción para la aplicación de las tecnicas de control propuestas.

2.4. Modelo dinámico del motor de inducción

El punto de partida para el control del motor de inducción es el sistema de ecuaciones diferenciales no-lineales que rigen su comportamiento dinámico. Como es mostrado por *Chiasson, Capítulo 7 [27]*, la dinámica para un motor de inducción bifásico con n_p número de polos, es dado por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}
u_{Sa} &= R_s i_{Sa} + L_s \frac{d}{dt} i_{Sa} + M \frac{d}{dt}\Big(i_{Ra} cos(n_p\theta) - i_{Rb} sin(n_p\theta) \Big) \\
u_{Sb} &= R_s i_{Sb} + L_s \frac{d}{dt} i_{Sb} + M \frac{d}{dt}\Big(i_{Ra} sin(n_p\theta) + i_{Rb} cos(n_p\theta) \Big) \\
0 &= R_r i_{Ra} + L_r \frac{d}{dt} i_{Ra} + M \frac{d}{dt}\Big(i_{Sa} cos(n_p\theta) + i_{Sb} sin(n_p\theta) \Big) \\
0 &= R_r i_{Rb} + L_r \frac{d}{dt} i_{Rb} + M \frac{d}{dt}\Big(-i_{Sa} sin(n_p\theta) + i_{Sb} cos(n_p\theta) \Big) \\
J\frac{d\omega}{dt} &= n_p M \Bigg(i_{Sa}\Big(i_{Ra} cos(n_p\theta) - i_{Rb} sin(n_p\theta) \Big) \\
&- i_{Sa}\Big(i_{Ra} sin(n_p\theta) + i_{Rb} cos(n_p\theta) \Big) \Bigg) - B/\omega - \tau_L \\
\frac{d\theta}{dt} &= \omega
\end{aligned} \tag{2.13}$$

con los flujos de enlace de las fases del motor descritos por el conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned}
\lambda_{Sa} &= L_s i_{Sa} + M\Big(i_{Ra} cos(n_p\theta) - i_{Rb} sin(n_p\theta) \Big) \\
\lambda_{Sb} &= L_s i_{Sb} + M\Big(i_{Ra} sin(n_p\theta) + i_{Rb} cos(n_p\theta) \Big) \\
\lambda_{Ra} &= L_r i_{Ra} + M\Big(i_{Sa} cos(n_p\theta) - i_{Sb} sin(n_p\theta) \Big) \\
\lambda_{Rb} &= L_r i_{Rb} + M\Big(-i_{Sa} sin(n_p\theta) + i_{Sb} cos(n_p\theta) \Big)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

El problema de control asociado al modelo dinámico expresado en (2.14) y (2.2) consiste en seleccionar a u_{Sa} y u_{Sb} tal que sea posible forzar a la variable θ a seguir una trayectoria de referencia dada. Las mediciones de las corrientes de estator i_{Sa}, i_{Sb} y la posición angular θ están comúnmente disponibles para la retroalimentación del controlador. Sin embargo, las mediciones de corriente en el rotor i_{Ra}, i_{Rb} no pueden realizarse de forma directa. En el caso práctico, el motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla es el más utilizado, en este tipo de rotor, la corriente eléctrica inducida se encuentra distribuida en la superficie del mismo y, por tanto, resulta impráctico realizar mediciones en cada barra del rotor. El flujo de enlace resultante puede ser medido con sensores de efecto Hall situados entre el estator y rotor, dichos sensores no son económicos, además de disminuir la fiabilidad del sistema de control. El conjunto de ecuaciones diferenciales no-lineales (2.14) describen al motor de inducción de forma compleja y la aplicabilidad de las estrategias de control no resulta evidente. La solución

está en la búsqueda de un conjunto de ecuaciones equivalentes de forma simple, en donde las aplicación de distintas estrategias de control resulte sencillo. Como primer paso para dicha simplificación, las ecuaciones dinámicas son reescritas en términos de algunas equivalencias del flujo de enlace en el rotor. El resultado es un modelo equivalente en el cual las expresiones $cos(n_p\theta)$ y $sin(n_p\theta)$ son eliminadas. Esto se consigue definiendo el siguiente conjunto de equivalencias del flujo de enlace de rotor

$$\begin{bmatrix}\psi_{Ra}\\ \psi_{Rb}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}cos(n_p\theta) & -sin(n_p\theta)\\ sin(n_p\theta) & cos(n_p\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_{Ra}\\ \lambda_{Rb}\end{bmatrix} \tag{2.15}$$

Al sustituir la expresion (2.14) en las dinámicas del flujo de enlace de rotor (2.15) se redefinen como

$$\begin{aligned}\psi_{Ra} &= L_r\Big(i_{Ra}cos(n_p\theta) - i_{Rb}sin(n_p\theta)\Big) + Mi_{Sa}\\ \psi_{Rb} &= L_r\Big(i_{Ra}sin(n_p\theta) + i_{Rb}cos(n_p\theta)\Big) + Mi_{Sb}.\end{aligned} \tag{2.16}$$

La obtención del modelo del motor de inducción en terminos de las variables de estado ψ_{Ra}, ψ_{Rb}, i_{Sa}, i_{Sb} y ω es mostrado. A partir de las ecuaciones (2.16), las dos primeras dinámicas del conjunto (2.13), pueden ser reescritas como:

$$\begin{aligned}u_{Sa} &= R_S i_{Sa} + L_S\frac{d}{dt}i_{Sa} + M\frac{d}{dt}(\psi_{Ra} - Mi_{Sa})/L_R\\ u_{Sb} &= R_S i_{Sb} + L_S\frac{d}{dt}i_{Sb} + M\frac{d}{dt}(\psi_{Rb} - Mi_{Sb})/L_R\end{aligned}$$

o bien,

$$\begin{aligned}u_{Sa} &= R_S i_{Sa} + L_S\left(1 - \frac{M^2}{L_R L_S}\right)\frac{d}{dt}i_{Sa} + \frac{M}{L_R}\frac{d}{dt}\psi_{Ra}\\ u_{Sb} &= R_S i_{Sb} + L_S\left(1 - \frac{M^2}{L_R L_S}\right)\frac{d}{dt}i_{Sb} + \frac{M}{L_R}\frac{d}{dt}\psi_{Rb}\end{aligned}$$

Y, la tercera y cuarta ecuación del conjunto de las dinámicas (2.13), se reescriben en forma expandida como:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}R_R i_{Ra}\\ R_R i_{Rb}\end{bmatrix} &+ \frac{d}{dt}\left(\begin{bmatrix}cos(n_p\theta) & sin(n_p\theta)\\ -sin(n_p\theta) & cos(n_p\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\psi_{Ra}\\ \psi_{Rb}\end{bmatrix}\right)\\ &+ \begin{bmatrix}cos(n_p\theta) & sin(n_p\theta)\\ -sin(n_p\theta) & cos(n_p\theta)\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\psi_{Ra}\\ \psi_{Rb}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{2.17}$$

Multiplicando ambos lados del sistema de ecuaciones (2.17) por $\begin{bmatrix}cos(n_p\theta) & -sin(n_p\theta)\\ sin(n_p\theta) & cos(n_p\theta)\end{bmatrix}$ se obtiene,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(n_p\theta) & -sin(n_p\theta) \\ sin(n_p\theta) & cos(n_p\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_R i_{Ra} \\ R_R i_{Rb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cos(n_p\theta) & -sin(n_p\theta) \\ sin(n_p\theta) & cos(n_p\theta) \end{bmatrix} \times n_p\omega \begin{bmatrix} -sin(n_p\theta) & cos(n_p\theta) \\ -cos(n_p\theta) & -sin(n_p\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{bmatrix}$$

La ecuación anterior, puede simplificarse a,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_R/L_R)(\psi_{Ra} - Mi_{Sa}) \\ (R_R/L_R)(\psi_{Rb} - Mi_{Sb}) \end{bmatrix} - n_p\omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{Ra} \\ \psi_{Rb} \end{bmatrix}$$

Finalmente, la ecuación de torque se puede puede reescribir como:

$$\begin{aligned} J\frac{d\omega}{dt} &= n_p M \left(i_{Sa} \frac{\psi_{Ra} - Mi_{Sa}}{L_R} - i_{Sa} \frac{\psi_{Rb} - Mi_{Sb}}{L_R} \right) - f\omega - \tau_L \\ &= n_p \frac{M}{L_R} (i_{Sa}\psi_{Ra} - i_{Sa}\psi_{Rb}) - B\omega - \tau_L \end{aligned}$$

Agrupando las ecuaciones descritas anteriormente, el modelo dinámico del motor de inducción en términos de las variables de estado θ, ω, ψ_{Sa}, ψ_{Sb}, i_{Sa} y i_{Sb} es,

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \omega \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p M}{JL_R}(i_{Sa}\psi_{Ra} - i_{Sa}\psi_{Rb}) - \frac{f\omega}{J} - \frac{\tau_L}{J} \\ \frac{d\psi_{Ra}}{dt} &= -\frac{R_R}{L_R}\psi_{Ra} - n_p\omega\psi_{Rb} + \frac{MR_R}{L_R} i_{Sa} \\ \frac{d\psi_{Rb}}{dt} &= -\frac{R_R}{L_R}\psi_{Rb} + n_p\omega\psi_{Ra} + \frac{MR_R}{L_R} i_{Sb} \\ u_{Sa} &= R_S i_{Sa} + \sigma L_S \frac{di_{Sa}}{dt} + \frac{M}{L_R}\frac{d\psi_{Ra}}{dt} \\ u_{Sb} &= R_S i_{Sb} + \sigma L_S \frac{di_{Sb}}{dt} + \frac{M}{L_R}\frac{d\psi_{Rb}}{dt} \end{aligned} \tag{2.18}$$

donde

$$\sigma \triangleq 1 - \frac{M^2}{L_R L_S} \tag{2.19}$$

representa el parámetro de *fuga* electromagnética, *ver Chiasson, Capítulo 7 [27].* Sustituyendo las dinámicas $d\psi_{Ra}/dt$ y $d\psi_{Rb}/dt$ correspondientes a la tercera y cuarta ecuación del sistema (2.18) en las ecuaciones quinta y sexta del mismo grupo de ecuaciones y reagrupando, se obtiene un sistema espacio-estado unificado de la forma,

$$
\begin{aligned}
\frac{d\theta}{dt} &= \omega \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu(i_{Sa}\psi_{Ra} - i_{Sa}\psi_{Rb}) - \frac{f\omega}{J} - \frac{\tau_L}{J} \\
\frac{d\psi_{Ra}}{dt} &= -\eta\psi_{Ra} - n_p\omega\psi_{Rb} + \eta M i_{Sa} \\
\frac{d\psi_{Ra}}{dt} &= -\eta\psi_{Rb} - n_p\omega\psi_{Ra} + \eta M i_{Sb} \\
\frac{di_{Sa}}{dt} &= \eta\beta\psi_{Ra} + \beta n_p\omega\psi_{Rb} - \gamma i_{Sa} + u_{Sa}/\sigma L_S \\
\frac{di_{Sb}}{dt} &= \eta\beta\psi_{Rb} + \beta n_p\omega\psi_{Ra} - \gamma i_{Sb} + u_{Sb}/\sigma L_S
\end{aligned}
\tag{2.20}
$$

con,

$$
\eta \triangleq \frac{R_R}{L_R}, \beta \triangleq \frac{M}{\sigma L_R L_S}, \mu \triangleq \frac{n_p M}{J L_R}, \gamma \triangleq \frac{M^2 R_R}{\sigma L_R^2 L_S} + \frac{R_S}{\sigma L_S} \tag{2.21}
$$

El sistema de ecuaciones (2.20) se representa en un diagrama a bloques como se muestra en la Figura 2.15.

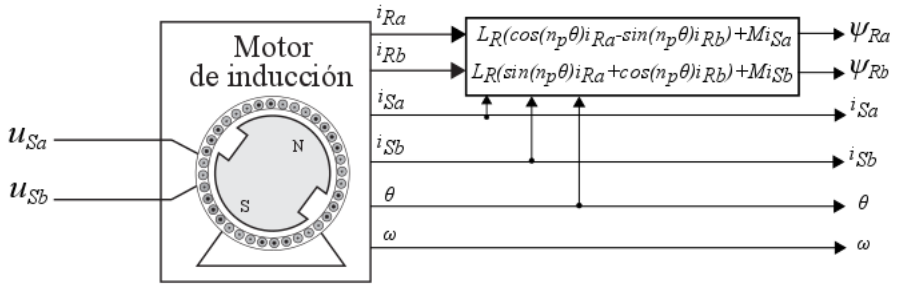


Figura 2.15: Diagrama a bloques del modelo equivalente del motor de inducción.

A partir de la representación espacio-estado (2.20), Figura 2.15, el problema de control asociado y los diferentes algoritmos de control desarrollados en el presente proyecto de investigación son expuestos en el Capítulo 4.

Capítulo 3

Obtención de los parámetros eléctricos y mecánicos del motor de inducción

En este capítulo se presenta el cálculo de los parámetros eléctricos y mecánicos de un motor de inducción tipo jaula de ardilla de 1/2HP AMK DV 4-1-4 D. Considerando la normativa internacional IEEE-112 [18] se aplicaron los ensayos al motor con el fin de estimar los parámetros eléctricos. Se empleo la prueba de vacío para determinar las pérdidas mecánicas y magnéticas, la prueba a rotor bloqueado para determinar la resistencia total efectiva, resistencia de rotor y pérdidas en el cobre, y la prueba de corriente directa (volt-amperimétro) para determinar la resistencia de estator. Los ensayos provienen de las diversas consideraciones realizadas sobre el circuito clásico por fase, del motor de inducción trifásico de rotor tipo jaula de ardilla simple. La metodología, los ensayos y sus resultados son mostrados en secciones posteriores.

3.1. Obtención de los parámetros eléctricos

El conocimiento exacto y real de los parámetros eléctricos y mecánicos del motor de inducción es necesario para poder emprender el análisis de su comportamiento dinámico y posteriormente aplicar las diferentes técnicas de control propuestas en el presente proyecto de tesis. En esta sección se presenta una descripción detallada de los procedimientos que se llevaron a cabo para la estimación de los parámetros eléctricos del motor de inducción AMK DV 4-1-4 D, donde los datos proporcionados por el fabricante son los presentados en la Tabla 3.1. Una vista general de este motor de inducción se muestra en la Figura 3.1.

Los parámetros eléctricos estimados experimentalmente en esta sección son los mínimos necesarios para analizar el modelo dinámico del motor: resistencias y reactancias (estator y rotor). Para esto se hará uso de la representación de una de las fases de un motor de inducción trifásico de rotor tipo jaula de ardilla, en operación balanceada, secuencia positiva y régimen estacionario, dado por el circuito equivalente de la Figura 3.2. Este circuito permite

Tabla 3.1: Datos de placa del motor de inducción AMK DV 4-1-4 D.

Motor de inducción AMK DV 4-1-4 D.		
U_N	Voltaje nominal	190 V
I_N	Corriente nominal	2.25 A
P_N	Potencia nominal	0.31 kW
n_N	Velocidad nominal	4050 rpm
f	Frecuencia	60 Hz
M_N	Par de carga	0.73 $N \cdot m$
M_0	Par de carga de arranque	0.9 $N \cdot m$
J	Momento de inercia	0.09 $\times 10^{-3}$ $Kg \cdot m^2$

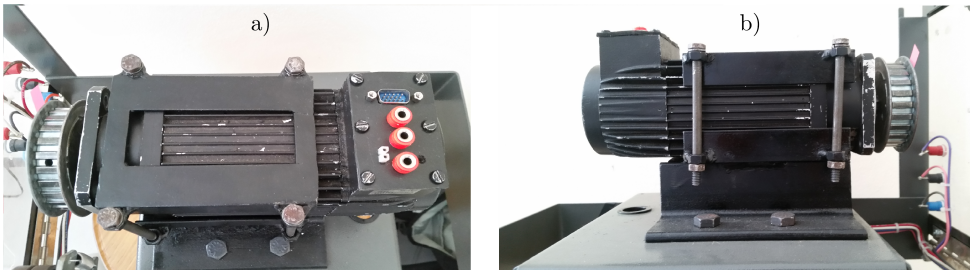


Figura 3.1: Motor de inducción trifásico con rotor tipo jaula de ardilla AMK DV 4-1-4 D: a) vista superior y b) vista lateral

dar una explicación, en forma representativa, del comportamiento del motor de inducción frente a los cambios que pueda presentar ante perturbaciones de par de carga.

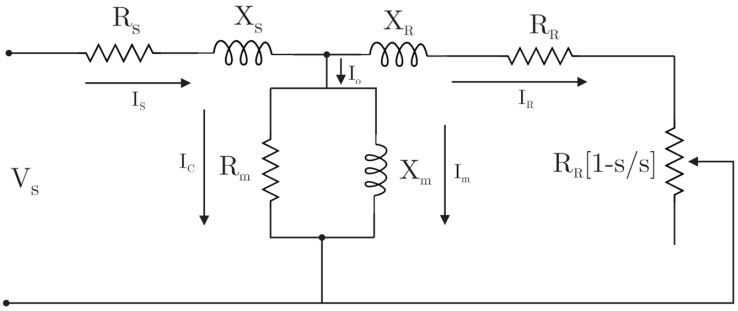


Figura 3.2: Circuito equivalente por fase del motor de inducción.

Para hallar los elementos que conforman el circuito equivalente, se somete el motor a una serie de pruebas bajo condiciones de frecuencia y temperatura nominal, debido a que la resistencia de rotor varia con la frecuencia de operación, y en general, las resistencias se ven afectadas por las variaciones de temperatura.

3.1.1. Prueba de corriente directa

Para la realización de las pruebas de vacío y rotor bloqueado, es necesario el conocimiento previo del valor de la resistencia de estator (R_S). Para ello, se aplica el método de volt-amperímetro, esta prueba se realiza empleando corriente directa, ya que de esta manera no

se induce voltaje en el circuito de rotor evitando que este gire y de igual forma que haya flujo resultante en el mismo. Bajo estas condiciones, la reactancia del motor es cero, quedando así el flujo de corriente limitado únicamente por la resistencia de estator, permitiendo de esta manera su cálculo.

Se empleó la conexión delta en los bobinados del motor, ya que tiene la característica de que el voltaje de línea es igual al de fase, esto permite calcular el valor preciso de la resistencia en cada fase del motor de inducción. El esquema de conexión para la realización de las mediciones de la resistencia de estator se muestran en la Figura 3.3.

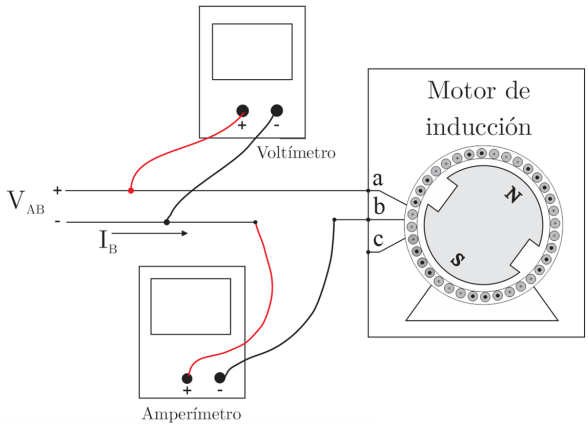


Figura 3.3: Esquema de conexión utilizado en la prueba de corriente directa.

En la Figura 3.4 se muestra el circuito equivalente para los cálculos de la resistencia de estator en el motor de inducción.

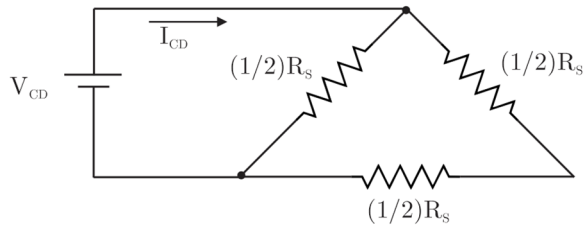


Figura 3.4: Circuito equivalente en la prueba de CD (Alimentando una de las bobinas).

Del circuito equivalente de la Figura 3.4 resulta (por ley de Ohm) que:

$$\frac{V_{CD}}{I_{CD}} = \frac{2R_{S_{CD}}}{3} \tag{3.1}$$

Por tanto, el valor de la resistencia de estator $R_{S_{CD}}$ es obtenida a partir de la ecuación (3.1) considerando una serie de mediciones con incrementos de voltaje V_{CD}. Para el motor en cuestión, las mediciones son presentadas en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Valores de resistencia de estator $R_{S_{CD}}$ medidos en la prueba de CD.

Prueba de CD: Motor de inducción AMK DV 4-1-4 D.							
$V_{CD}[V]$	1	2	3	4	5	6	7
$I_{CD}[V]$	0.37	0.69	1.12	1.5	1.85	2.2	2.6
$R_{S_{CD}}[\Omega]$	4.0541	4.3478	4.0179	4	4.0541	4.09	4.038
$R_{S_{CD}}$ promedio: 4.056Ω							

El valor de la resistencia medida en corriente directa $R_{S_{CD}}$, debe ser convertida a la correspondiente en corriente alterna R_S. Para esto se debe considerar el efecto pelicular ó *skin*, en donde se suele aumentar la resistencia en un 10 % o 20 %. Por lo tanto, el valor de la resistencia de estator R_S considerando el efecto pelicular es $R_S = R_{S_{CD}} \times 1.1 = 4.462\Omega$. La elección de este porcentaje depende únicamente del tamaño de los conductores del bobinado de estator, es decir, si el alambre conductor tiene mucho diámetro, entonces el efecto pelicular es muy pronunciado, y viceversa. En este caso, se decidió asumir un efecto pelicular del 10 % debido a que el motor es de baja potencia y baja corriente, por tanto, el tamaño del alambre conductor empleado en sus bobinados no presenta un efecto pelicular considerable [17, 18].

3.1.2. Prueba en vacío

La prueba en vacío se realiza con la finalidadd de obtener el valor de las pérdidas en el rotor, pérdidas magnéticas, corriente, resistencia y reactancia de magnetización del motor de inducción.

Esta prueba consiste en hacer funcionar el motor sin ningún tipo de carga mecánica en el eje, es decir, a rotor libre. La finalidad de esta prueba es obtener mediciones precisas de las corrientes de fase, voltaje de línea y potencia activa de entrada. En la Figura 3.5 se muestra el esquema para la medición de las variables asociadas a esta prueba.

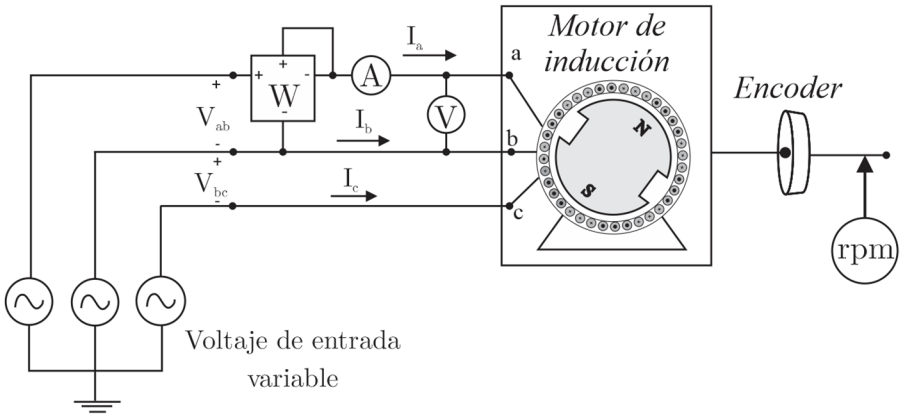


Figura 3.5: Esquema de conexión para la medición de las variables en la prueba de vacío.

La prueba consiste en medir los valores de voltaje de línea, corriente de linea, potencia y velocidad en incrementos de 10 %, 15 %, 20 % del voltaje de entrada hasta llegar a un voltaje

10 % mayor al voltaje nominal. Es recomendable realizar este procedimiento mas de una vez con la finalidad de efectuar un análisis estadístico que asegure la repetitibilidad de los resultados.

A partir de las mediciones en esta prueba, se calculan las pérdidas magnéticas (P_{mag}) y las pérdidas por roce (P_{roce}). Para ello, es necesario conocer las pérdidas en el cobre de estator (P_{Cu}) representado por la ecuación (3.2).

$$P_{Cu} = 3I^2 R_S \tag{3.2}$$

La potencia de entrada en el esquema de la Figura 3.5 debe ser igual a:

$$P_o = P_{Cu} + P_{mag} + P_{roce} \tag{3.3}$$
$$= 3I^2 R_S + P_{mag} + P_{roce} \tag{3.4}$$

Por tanto, es posible encontrar una ecuación para las pérdidas por magnetización y las pérdidas por roce a partir de la ecuación (3.4).

$$P_{mag} + P_{roce} = P_o - 3I^2 R_S, \tag{3.5}$$

donde P_o es la potencia activa de entrada, I es la corriente de fase y R_S la resistencia de estator previemente calculada. A continuación se presenta en la Tabla 3.3, los valores de las pérdidas calculadas a través de la ecuación (3.5) para los datos obtenidos en la prueba de vacío.

Tabla 3.3: Valores de las pérdidas para las medicones en la prueba de vacío.

Voltaje entre fases, V_o [V]	Corriente de linea [A]	Potencia [W]	Velocidad [rpm]	$P_{mag} + P_{roce}$ [W]
19.3	0.561	10.8273	3414	8.70293
38.4	0.743	28.5312	3460	24.80487
58.2	1.188	69.1416	3359	59.61503
76.8	1.744	133.9392	3374	113.40883
95.4	2.59	247.086	3470	201.80633
113.8	4.337	493.5506	3388	366.58601
120	5.16	619.2	3458	439.4772

Posterioremente se construye la *curva de magnetización*, la cual corresponde a las pérdidas en vacío (Pérdidas de magnetización y roce [$P_{mag} + P_{roce}$]) contra el valor del voltaje entre fases al cuadrado (V_o^2), se muestra en la Figura 3.6.

La finalidad de construir la curva de magnetización es interpolar los datos y encontrar un valor para las pérdidas de magnetización P_{mag} y las pérdidas por roce P_{roce} de forma separada. Estos valores son utilizados para calcular la resistencia de magnetización R_m y la rectancia de magnetización X_m, bajo el siguiente análisis de la curva de magnetización [18]:

- Ubicar el punto en el eje de las coordenadas donde se obtiene un voltaje igual a cero; este valor corresponde a las pérdidas por roce.

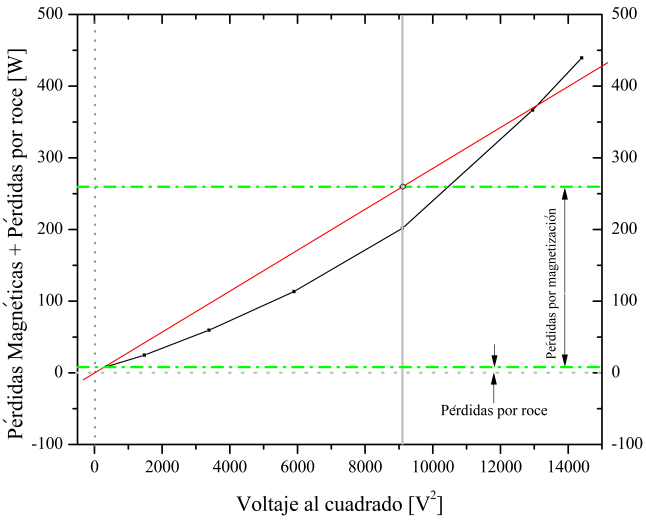


Figura 3.6: Curva de magnetización para los datos obtenidos en la prueba de vacío.

- Ubicar el voltaje nominal al cuadrado V_o^2 del motor en el eje de las abscisas e interceptar la curva. Así se obtiene el punto de corte con el eje de las ordenadas. Este valor representa las pérdidas totales, por lo que, es necesario sustraer el valor de las pérdidas por roce del punto anterior.
- Se calculan las pérdidas por magnetización (P_{mag}) a partir de las pérdidas totales (P_T) y las pérdidas por roce (P_{roce}).

$$\begin{aligned} P_{roce} &= 8W \\ P_{mag} + P_{roce} &= 259.75W \\ P_{mag} &= 259.75W - P_{roce} = 251.75W \end{aligned}$$

- Se calcula el factor de potencia FP y su ángulo θ con las siguientes ecuaciones [18]:

$$FP = \frac{P_{mag}}{\sqrt{3}V_o I_o} \tag{3.6}$$

$$\theta = Cos^{-1}(FP) \tag{3.7}$$

$$\begin{aligned} FP &= \frac{251.75W}{\sqrt{3}(120V)(5.16A)} = 0.2347 \\ \theta &= Cos^{-1}(0.2347) = 76.424^\circ \end{aligned}$$

- Para el cálculo de la resistencia de magnetización, se toma el voltaje nominal de línea

del motor y la corriente obtenida para ese valor. En este caso se utilizó el voltaje máximo medido debido a que en esta prueba, el valor de voltaje nominal del motor requeria corientes muy elevadas.

$$R_m = \frac{(V_o/\sqrt{3})^2}{I_o} = 57.199\,\Omega$$

- La corriente de magnetización se calcula a partir de la corriente medida al someter el motor al voltaje nominal y el ángulo correspondiente del factor de potencia, ecuación (3.8).

$$I_m = I_o Sin(\theta) \tag{3.8}$$

$$I_m = (5.16A)Sin(76.424^\circ) = 5.01583\,A$$

- Para la reactancia de magnetización de la rama en paralelo del circuito equivalente se toma el valor obtenido de la corriente de magnetización y el voltaje nominal de línea.

$$X_m = \frac{\frac{V_o}{\sqrt{3}}}{I_m} \tag{3.9}$$

$$X_m = \frac{\frac{(120V)}{\sqrt{3}}}{5.01A} = 13.812\Omega$$

3.1.3. Prueba de rotor bloqueado

Esta prueba permite la obtención de los parámetros asociados al rotor (Resistencia de rotor (R_R) y Reactancia de rotor (X_R)) en el motor de inducción. Esta prueba es la última en realizarse puesto que necesita de los parámetros de magnetización (R_m, X_m) y parámetros de estator (R_S).
Para su realización es necesario bloquear el rotor del motor de inducción para impedir su movimiento, bajo esta condición, el deslizamiento es uno $s = 1$ y la resistencia de carga será cero. Esto indica que el motor se comportará como un transformador cortocircuitado en el secundario. El esquema de esta prueba es semejante al empleado en la prueba de vacío, la diferencia se basa en que el rotor se bloquea mecánicamente y se toma una medición de las variables al momento en que la corriente alcanza el valor especifícado en los datos de placa del motor. Estas mediciones deben tomarse con mucha rápidez, debido a que esta prueba puede deteriorar el motor por el calentamiento excesivo de sus devanados. El esquema de conexión se muestra en la Figura 3.7.

En la Figura 3.8 se muestra el sistema mécanico utilizado para bloquear el rotor, el cual consiste en una base con tornillo unido a la polea del motor.

Las mediciones realizadas en la prueba de rotor bloqueado se muestran en la Tabla 3.4.

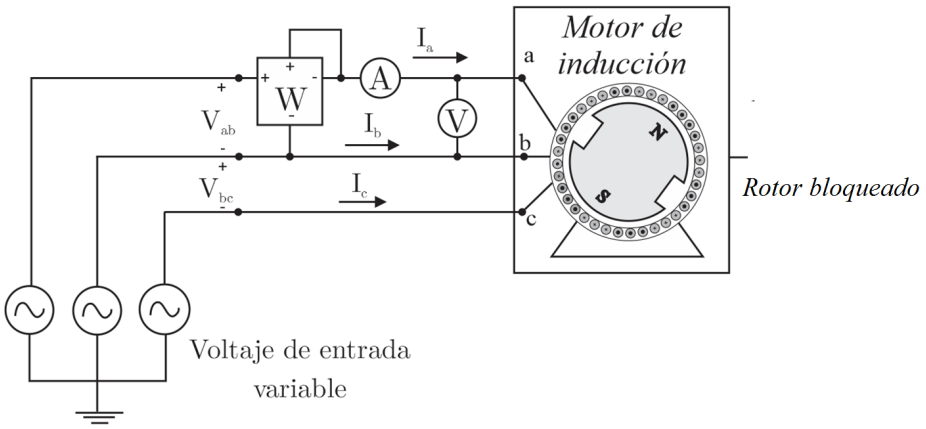


Figura 3.7: Esquema de conexión para la medición de las variables en la prueba de rotor bloqueado.

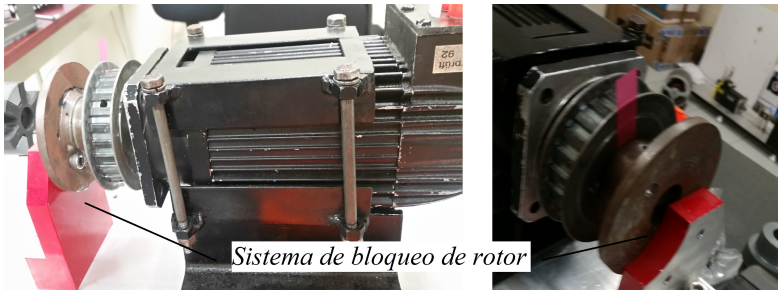


Figura 3.8: Sistema mecánico utilizado en la prueba de rotor bloqueado.

A partir de los datos medidos en la prueba de rotor bloqueado, se calculan los siguientes parámetros eléctricos,

- Se calcula la resistencia de rotor R_R utilizando la siguiente ecuación,

$$P_{cc} = 3I_{cc}^2(R_s + R_r) \tag{3.10}$$

- Se calcula la reactancia conjunta de estator y rotor, al resolver la siguiente ecuación,

$$\frac{\frac{V_{cc}}{\sqrt{3}}}{I_{cc}} = \sqrt{(R_S + R_R)^2 + (X_S + X_R)^2} \tag{3.11}$$

Tabla 3.4: Valores medidos en la prueba de rotor bloqueado.

Voltaje, V_{cc} [V]	Corriente, I_{cc} [A]	Potencia, P_{cc} [W]
20.1	2.257	32.0784

$$\frac{\frac{20.1}{\sqrt{3}}}{2.257} = \sqrt{4.40612 + (X_S + X_R)^2}$$
$$(X_S + X_R)^2 \rightarrow -9.3874\Omega$$
$$(X_S + X_R)^2 \rightarrow 9.3874\Omega$$

- Tomando en cuenta que el motor de inducción posee un par de carga de arranque del 2.2 % mayor al nominal y la corriente de arranque menor al 5 %, el motor de inducción en base a la clasificación NEMA corresponde a la clase A, por lo tanto, la distribución para las reactancias de estator y de rotor responde a la fracción representada por la ecuación,

$$X_R = \frac{1}{2}(X_S + X_R) \tag{3.12}$$

$$X_R = 4.69368$$
$$X_S = 4.69368$$

3.2. Parámetros eléctricos y mecánicos en el motor de inducción

Los resultados obtenidos a partir de las pruebas y mediciones han permitido estimar los parámetros eléctricos básicos de un motor de inducción trifásico de rotor tipo jaula de ardilla. En la Tabla 3.5 se compilan los parámetros calculados.

Tabla 3.5: Parámetros eléctricos del circuito equivalente del motor de inducción AMK DV 4-1-4 D.

Parámetro	Variable	Valor
Resistencia de estator	R_S	4.46 Ω
Reactancia de estator	X_S	4.69368 Ω
Resistencia de rotor	R_R	6.62Ω
Reactancia de rotor	X_R	4.69368 Ω
Resistencia de magnetización	R_m	57.199 Ω
Reactancia de magnetización	X_m	13.8112 Ω

Considerando que la frecuencia de operación nominal del motor de inducción es de 60 Hz, es posible encontrar los valores de inductancia de estator L_S, inductancia de rotor L_R e inductancia de magnetización L_m en base a la siguiente ecuación:

$$L_x = \frac{X_x}{2\pi f}, \tag{3.13}$$

donde L_x representa el valor de inductancia calculado, X_x la reactancia estimada en las pruebas anteriores y f la frecuencia de operación del motor.

Tabla 3.6: Parámetros eléctricos del motor de inducción AMK DV 4-1-4 D.

Parámetro	Variable	Valor
Resistencia de estator	R_S	4.46 Ω
Inductancia de estator	L_S	0.00747 H
Resistencia de rotor	R_R	6.62Ω
Inductancia de rotor	L_R	0.00747 H
Resistencia de magnetización	R_m	57.199 Ω
Inductancia de magnetización	L_m	0.003663 H
Momento de inercia	J	0.09 $\times 10^{-3}$ $Kg \cdot m^2$

Los valores mostrados en la Tabla 3.6 serán utilizados para estudiar el comportamiento dinámico del motor de inducción y posteriormente aplicar las técnicas de control propuestas en el presente documento de tesis.

Capítulo 4

Control de posición angular en el motor de inducción

En el presente cápitulo se abordan los fundamentos teóricos requeridos para el diseño de los algoritmos de control de campo orientado, modos deslizantes, control adaptable Backstepping y control por linealización de fase mínima vía dinámica de los ceros. Es planteado y explicado el uso de un sistema de coordenadas de campo orientado como base para el desarrollo de los controladores. Adicionalmente a los algoritmos de control, son diseñados estimadores para el flujo de enlace y par de carga, los cuales son incluidos a los algoritmos de control para mejorar su desempeño.

4.1. Sistema de coordenadas de campo orientado

Una de las soluciones al problema de control del motor de inducción consiste en encontrar un conjunto de ecuaciones equivalentes del modelo, en donde el diseño del controlador de posición o velocidad suele ser más directo y fácil de definir. Este nuevo conjunto de ecuaciones está definido en un nuevo sistema de coordenadas, un sistema rotatorio cuya posición angular está definida por

$$\rho \stackrel{\triangle}{=} arctan\left(\frac{\psi_\beta}{\psi_\alpha}\right) \tag{4.1}$$

En lugar de utilizar los flujos en coordenadas $\alpha - \beta$, se utiliza su definición polar

$$\psi_d = \sqrt{\psi_\alpha^2 + \psi_\beta^2} \tag{4.2}$$

lo cual permite que las corrientes y voltajes sean representados dentro del nuevo sistema coordenado utilizando la siguiente transformación, T_{dq}, llamada *transformación d-q* (ver Apéndice A),

$$i_{dq} \triangleq T_{dq} i_{S_{ab}} \tag{4.3}$$

$$u_{dq} \triangleq T_{dq} u_{S_{ab}} \tag{4.4}$$

donde,

$$i_{dq} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix},\ i_{S_{ab}} = \begin{bmatrix} i_{S_a} \\ i_{S_b} \end{bmatrix},\ u_{dq} = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix},\ u_{S_{ab}} = \begin{bmatrix} u_{S_a} \\ u_{S_b} \end{bmatrix}$$

$$T_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} cos(\rho) & -sin(\rho) \\ sin(\rho) & cos(\rho) \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Teniendo en cuenta que $cos(\rho) = \frac{\psi_\alpha}{\psi_d}$ y $sin(\rho) = \frac{\psi_\beta}{\psi_d}$, las ecuaciones de estado del sistema (2.20) en el marco de referencia $d-q$ son reescritas como

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{4.6}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \mu \psi_d i_q - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} \tag{4.7}$$

$$\frac{d\psi_d}{dt} = -\eta \psi_d + \eta M i_d \tag{4.8}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = n_p \omega + \eta \frac{i_q}{\psi_d} \tag{4.9}$$

$$\frac{di_d}{dt} = -\gamma i_d + \eta\beta\psi_d + n_p \omega i_q + \eta \frac{M i_q^2}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} u_d \tag{4.10}$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\gamma i_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega i_d - \eta \frac{M i_d i_q}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} u_d \tag{4.11}$$

donde, $\eta = \frac{R_r M^2}{L_r^2}; \beta = \frac{1}{\sigma L_s}; \gamma = R_s + \frac{R_r M^2}{L_r^2}$

A partir de la representación anterior, y suponiendo que todas las variables de estado son conocidas, pueden proponerse controladores muy efectivos para el motor de inducción cuyos procedimientos pueden ser consultados en secciones posteriores. El diagrama a bloques del sistema de ecuaciones (4.6-4.11) se muestra en la Figura 4.1.

Es necesario aclarar que θ, i_{Sa} e i_{Sb} son variables que pueden ser medidas directamente, pero para poder implementar la transformación *d-q* y las técnicas de control propuestas, deberá estimarse ρ y ψ_d a través de observadores, dicho desarrollo se tratará en secciones posteriores.

4.2. Principios de diseño de sistemas de control MIMO

Note en el conjunto de ecuaciones (4.6-4.11), la dinámica correspondiente al ángulo de flujo de enlace, ρ, puede ser omitido sin alterar la dinámica de todo el sistema. Sin embargo, esta

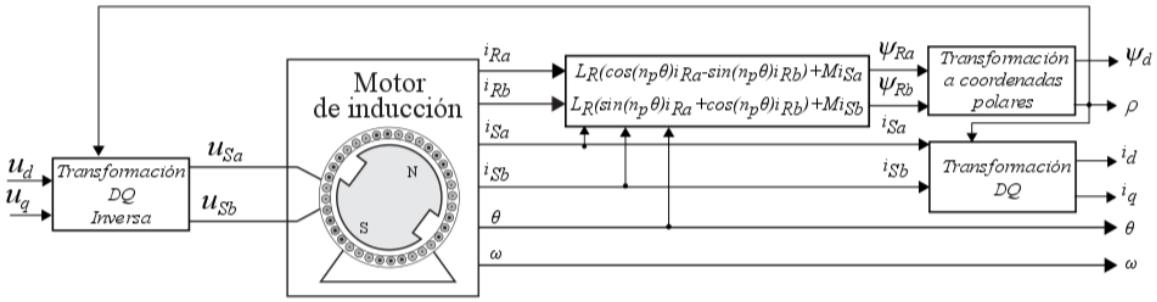


Figura 4.1: Diagrama a bloques del modelo dinámico del motor de inducción en el sistema coordenado de campo orientado (d-q).

dinámica es tomada en cuenta en la transformación del sistema de coordenadas estacionario $(\alpha - \beta)$ al sistema de coordenadas rotatorio $(d\text{-}q)$. Bajo esta justificación, considere la forma general no-lineal afín del sistema de ecuaciones dinámicas (4.6-4.11) como,

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u_d + g_2(x)u_q \tag{4.12}$$

donde,

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ \mu\psi_d i_q - \frac{B}{J}\omega \\ -\eta\psi_d + \eta M i_d \\ -\gamma i_d + \frac{\eta M}{\sigma L_R L_S}\psi_d + n_p\omega i_q + \frac{\eta M i_q^2}{\psi d} \\ -\gamma i_q - \frac{M}{(\sigma L_R L_S)}n_p\omega\psi_d - n_p\omega i_d - \frac{\eta M i_q i_d}{\psi_d} \end{bmatrix}$$

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \\ 0 \end{bmatrix} \quad g_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \end{bmatrix}$$

donde $x \in \mathbb{R}^5$, $u \in \mathbb{R}^2$. La importancia del sistema dinámico con la forma general no lineal afín (4.12) radica en su aplicabilidad para el diseño de los algoritmos de control de las secciones posteriores.

4.2.1. Derivadas de Lie

Cuando se habla de estabilidad en el sentido de Lyapmov se hace uso frecuentemente de la noción de *derivada temporal de una función escalar V a lo largo de las trayectorias del sistema* $\dot{x} = f(x)$ [35]. Dado $V : D \to \mathbb{R}$ y $\dot{x} = f(x)$, se tiene que,

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = \nabla V f(x) = L_f V(x).$$

Una definición ligeramente más abstracta conduce al concepto de la derivada de Lie.

Definición 4.2.1. *Considere una función escalar $h : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ y un campo vectorial $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$. La derivada de Lie de h con respecto a f, denotada $L_f h$, está dada por,*

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) \tag{4.13}$$

Así regresando a las funciones de Lyapunov, $\dot{V}$ es simplemente la derivada de Lie de V con respecto a $f(x)$. La notación de la derivada de Lie normalmente se utiliza siempre que derivadas de orden superior necesiten ser calculadas. Nótese que dados dos vectores de campo $f, g : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ se tiene que:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x), L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x)$$

y,

$$L_g L_f h(x) = L_g[L_f h(x)] = \frac{\partial (L_f h)}{\partial x} g(x)$$

y en el caso especial $f = g$,

$$L_f L_f h(x) = L^2 f h(x) = \frac{\partial (L_f h)}{\partial x} f(x).$$

4.2.2. Corchetes de Lie

Definición 4.2.2. *Considere los vectores de campo $f, g : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$. Los corchetes de Lie de f y g, denotados como $[f, g]$, es el vector de campo definido por:*

$$[f, g](x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) \tag{4.14}$$

Ejemplo. Dado,

$$f(x) = \begin{bmatrix} -x_2 \\ -x_1 - \mu(1 - x_1^2)x_2 \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

se tiene que,

$$\begin{aligned} [f, g](x) &= \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x_2 \\ -x_1 - \mu(1 - x_1^2)x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 + 2\mu x_1 x_2 & 1 - \mu(1 - x_1^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -2\mu x_1^2 x_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La siguiente notación, usada frecuentemente en la literatura, es útil cuando se calculan corchetes repetitivos,

$$[f, g](x) \stackrel{def}{=} ad_f g(x)$$

y

$$ad^2 f = [f, ad_f g] = [f, [f, g]]$$
$$ad^3 f = [f, ad^2 f] = [f, [f, [f, g]]]. \tag{4.16}$$

El siguiente lema resume varias propiedades utiles de los corchetes de Lie.
Lema 4.2.1. *Dado $f_{1,2} : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ se tiene:*

1. *Bilinealidad:*
   a) $[\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2, g] = \alpha_1[f_1, g] + \alpha_2[f_2, g]$.
   b) $[f, \alpha_1 g_1 + \alpha_2 g_2, g] = \alpha_1[f, g_1] + \alpha_2[f, g_2]$.
2. *Conmutatividad:* $[f, g] = -[g, f]$.
3. *Identidad de Jacobi: Dados los vectores de campo f y g, y una función h de valor real, se obtiene,*

   $$L_{[f,g]}h = L_f L_g h(x) - L_g L_f h(x)$$

   donde $L_{[f,g]}h$ representa la derivada de Lie de h con respecto al vector $[f, g]$

4.2.3. Grado relativo

Considere un sistema no-lineal con *m-entradas* y *m-salidas* de la forma,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x) + g_1(x)u_1(x) + g_2(x)u_2 + \ldots + g_m(x)u_m \\ y_1(t) &= h_1(x) \\ &\ldots \\ y_m(t) &= h_m(x) \end{aligned} \tag{4.17}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$; $f(x)$ y $g_i(x)$ con $i = 1, 2, \ldots m$, son vectores de campo suaves n-dimensionales,u_i es la i-ésima variable de control, $y_i(t)$ la i-ésima salida y h_i una función escalar de x. El concepto de grado relativo es mostrado en etapas.

Primero, se debe tener claro que para cada salida $y_i(t) = h_i(x)$ existe su correspondiente grado relativo r_i. Entonces, el grado relativo de un sistema MIMO es el conjunto,

$$r = \{r_1, r_2, \ldots r_m\} \tag{4.18}$$

Segundo, cada subgrado relativo satisface las siguientes condiciones de vecindad sobre $\mathbb{X}^0$:

(1) Para $k < r_i - 1$,

$$\begin{aligned} Lg_1 L^k fh_i(x) &= 0 \\ Lg_2 L^k fh_i(x) &= 0 \\ &\cdots \\ Lg_m L^k fh_i(x) &= 0 \end{aligned}$$

(2) Para $i = 1, 2, \ldots m$, no todos iguales a cero,

$$\begin{aligned} & Lg_1 L^{r_i - 1} fh_i(x) \\ & Lg_2 L^{r_i - 1} fh_i(x) \\ & \cdots \\ & Lg_m L^{r_i - 1} fh_i(x) \end{aligned} \tag{4.19}$$

Las dos condiciones mencionadas pueden ser fácilmente extendidas de la definición de grado relativo en sistemas SISO, ver *Qiang Lu, Capítulo 2* [35]. Para sistemas MIMO se puede anexar la siguiente condición:

(3) La matriz $B(x)$ es no singular sobre la vecindad $\mathbb{X}^0$,

$$B(x) = \begin{bmatrix} Lg_1 L^{r_1 - 1} fh_1(x) & Lg_2 L^{r_1 - 1} fh_1(x) & \cdots & Lg_m L^{r_1 - 1} fh_1(x) \\ Lg_1 L^{r_2 - 1} fh_2(x) & Lg_2 L^{r_2 - 1} fh_2(x) & \cdots & Lg_m L^{r_2 - 1} fh_2(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Lg_1 L^{r_m - 1} fh_m(x) & Lg_2 L^{r_m - 1} fh_m(x) & \cdots & Lg_m L^{r_m - 1} fh_m(x) \end{bmatrix}$$

Obsérvese que la condición (2) está incluida en la condición (3). Agrupando las condiciones mencionadas anteriormente, se establece la siguiente definición de grado relativo r para los sistemas MIMO,

Definición 4.2.3. *Para los sistemas MIMO (4.17), si las siguientes condiciones se cumplen para una vecindad de $\mathbb{X}^0$:*

Para $k_i < r_i - 1$, $i = 1, 2, \ldots m$ y $j = 1, 2, \ldots m$

$$Lg_j L^{ki} fh_i(x) = 0 \tag{4.20}$$

y la matriz de dimensión $m \times m$,

$$B(x) = \begin{bmatrix} Lg_1 L^{r_1 - 1} fh_1(x) & \cdots & Lg_m L^{r_1 - 1} fh_1(x) \\ Lg_1 L^{r_2 - 1} fh_2(x) & \cdots & Lg_m L^{r_2 - 1} fh_2(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Lg_1 L^{r_m - 1} fh_m(x) & \cdots & Lg_m L^{r_m - 1} fh_m(x) \end{bmatrix}$$

es no singular cerca de $\mathbb{X}^0$, entonces,

$$r = \{r_1, r_2, \ldots r_m\} \tag{4.21}$$

es el conjunto de grados relativos del sistema, y cada subgrado relativo corresponde a la salida $y_i(t) = h_i(x)$.

Grado relativo: Motor de inducción

Considere el sistema dinámico (4.12) del motor de inducción en coordenadas de campo orientado, donde las salidas del sistema son seleccionadas como,

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1(x) = i_d \\ y_2 &= h_2(x) = i_q \end{aligned} \tag{4.22}$$

Una vez definidas las salidas del sistema se obtienen los grados relativos r_1 y r_2 para el punto $\mathbb{X}^0 = [0, 0, 0, 1, 1]$ de acuerdo a la definición anterior. Se calculan,

$$\begin{aligned} Lg_1L^0fh_1(x) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma L_S} \\ Lg_2L^0fh_1(x) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \\ Lg_1L^0fh_2(x) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \end{pmatrix} = 0 \\ Lg_2L^0fh_2(x) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma L_S} \end{aligned}$$

Para cualquier vencidad de puntos $\mathbb{X}^0$, la matriz,

$$B(x) = \begin{pmatrix} Lg_1L^0fh_1(x) & Lg_2L^0fh_1(x) \\ Lg_1L^0fh_2(x) & Lg_2L^0fh_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_S} \end{pmatrix}$$

es una matriz no singular para cualquier punto de $\mathbb{X}$, donde $det(B(x)) \neq 0$. Entonces, de acuerdo a la definición anterior, se sabe que el grado relativo en el conjunto $x \in \mathbb{R}$ es,

$$r = \{r_1, r_2\} = \{1, 1\}$$

4.2.4. Forma normal de linealización

Con el propósito de simplificar este concepto y sin pérdida de generalidad, se considera el caso particular de un sistema de dos entradas y dos salidas, como en el sistema (4.17). Suponiendo que los grados relativos satisfacen $r = r_1 + r_2 = n$, donde n es la dimensión del vector de estados $x(t)$. Bajo esta condición, el mapeo coordenado $Z = \Phi(x)$ se debe seleccionar como:

$$\begin{aligned} z_1 &= \varphi_1(x) = h_1(x) \\ z_2 &= \varphi_2(x) = L_f h_1(x) \\ &\vdots \\ z_{r_1} &= \varphi_{r1}(x) = L^{r_1-1} f h_1(x) \\ z_{r_1+1} &= \varrho_1(x) = h_2(x) \\ z_{r_1+2} &= \varrho_2(x) = L_f h_2(x) \\ z_n &= \varphi_{r_2}(x) = L^{r_2-1} f h_2(x) \end{aligned} \tag{4.23}$$

Del mapeo anterior, se obtiene,

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= \frac{\partial \varphi_1(x)}{\partial x}\dot{x} = \frac{\partial h_1(x)}{\partial x}(f(x) + g_1(x)u_1 + g_2(x)u_2) \\ &= L_f h_1(x) + L_{g1} h_1(x) u_1 + L_{g2} h_1(x) u_2 \end{aligned} \tag{4.24}$$

de acuerdo a la definición 4.2.3, si $r_1 > 1$, entonces

$$L_{g1} h_1(x) L_{g2} h_1(x) = 0. \tag{4.25}$$

Por tanto, la ecuación (4.24) puede simplificarse a,

$$\dot{\varphi}_1 = L_f h_1(x) = \varphi_2 \tag{4.26}$$

Así de forma similar para las derivadas subsecuentes hasta,

$$\dot{\varphi}_{r1-1} = \varphi_{r1} \tag{4.27}$$

donde $L_{g1} L^{r_1-1} f h_1(x)$ y $L_{g1} L^{r_1-1} f h_1(x)$ no son todos ceros, por lo que la derivada $\dot{\varphi}_{r1}$ queda expresada por:

$$\dot{\varphi}_{r1} = L^{r_1} f h_1(x) + L_{g1} L^{r_1-1} f h_1(x) u_1 + L_{g2} L^{r_1-1} f h_1(x) u_2 \tag{4.28}$$

De forma similar para la segunda salida se tiene,

$$\begin{aligned} \varrho_1 &= \dot{\varrho}_2 \\ &\vdots \\ \varrho_{r_2-1} &= \varrho_{r2} \\ \varrho_{r2} &= L^{r_2} fh_2(x) + L_{g1} L^{r_2-1} fh_2(x) u_1 + L_{g2} L^{r_2-1} fh_2(x) u_2 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Dado lo anterior, cuando los grados relativos satisfacen $r = r_1 + r_2$, bajo la transformación de coordenadas (4.23), el sistema (4.17) puede ser tranformado en la forma normal siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= \varphi_2 \\ &\vdots \\ \dot{\varphi}_{r_1-1} &= \varphi_{r_1} \\ \dot{\varphi}_{r1} &= L^{r_1} fh_1(x) + L_{g1} L^{r_1-1} fh_1(x) u_1 + L_{g2} L^{r_1-1} fh_1(x) u_2 \\ \varrho_1 &= \dot{\varrho}_2 \\ &\vdots \\ \varrho_{r_2-1} &= \varrho_{r2} \\ \varrho_{r2} &= L^{r_2} fh_2(x) + L_{g1} L^{r_2-1} fh_2(x) u_1 + L_{g2} L^{r_2-1} fh_2(x) u_2 \end{aligned} \tag{4.30}$$

con las salidas

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \varphi_1(x(t)) \\ y_2(t) &= \varrho_1(x(t)) \end{aligned} \tag{4.31}$$

La ecuación (4.30) es llamada *primera forma normal no lineal afín* de los sistemas MIMO. Esto corresponde a que la condición de la suma de los grados relativos de cada salida $r = r_1 + r_2 + \ldots + r_m = n$. Si para un sistema como el mostrado en (4.17) se tiene que la suma de los grados relativos de cada salida $r = r_1 + r_2 < n$, entonces después de escoger una tranformación de coordenadas como (4.23), las últimas coordenadas $(n - r)$ pueden encontrarse como

$$\begin{aligned} \upsilon_1 &= \upsilon_1(x) \\ &\vdots \\ \upsilon_{n-r} &= \upsilon_{n-r}(x) \end{aligned} \tag{4.32}$$

$$\tag{4.33}$$

tal que la matriz Jacobiana de la función vectorial

$$\Phi(x) = [\varphi_1(x), \ldots, \varphi_{r1}(x); \varrho_1(x), \ldots, \varrho_{r2}; \upsilon_1(x), \ldots, \upsilon_{n-r}(x)]^T \tag{4.34}$$

es no singular en $x = \mathbb{X}^0$. Bajo esta condición, $(n-r)$ deberá ser agregada al sistema descrito en nuevas coordenadas a (4.30), es decir,

$$\begin{aligned} \dot{\upsilon}_1 &= L_f\upsilon_1(x) + L_{g1}\upsilon_1(x) + L_{g2}\upsilon_1(x) \\ &\vdots \\ \dot{\upsilon}_{n-r} &= L_f\upsilon_{n-r}(x) + L_{g1}\upsilon_{n-r}(x) + L_{g2}\upsilon_{n-r}(x) \end{aligned} \tag{4.35, 4.36}$$

Por lo tanto, el sistema después de la transformación es :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= \varphi_2 \\ &\vdots \\ \dot{\varphi}_{r_1-1} &= \varphi_{r_1} \\ \dot{\varphi}_{r1} &= L^{r_1}fh_1(x) + L_{g1}L^{r_1-1}fh_1(x)u_1 + L_{g2}L^{r_1-1}fh_1(x)u_2 \\ \varrho_1 &= \dot{\varrho}_2 \\ &\vdots \\ \varrho_{r_2-1} &= \varrho_{r2} \\ \varrho_{r2} &= L^{r_2}fh_2(x) + L_{g1}L^{r_2-1}fh_2(x)u_1 + L_{g2}L^{r_2-1}fh_2(x)u_2 \\ \dot{\upsilon}_1 &= L_f\upsilon_1(x) + L_{g1}\upsilon_1(x) + L_{g2}\upsilon_1(x) \\ &\vdots \\ \dot{\upsilon}_{n-r} &= L_f\upsilon_{n-r}(x) + L_{g1}\upsilon_{n-r}(x) + L_{g2}\upsilon_{n-r}(x) \end{aligned} \tag{4.37, 4.38}$$

junto con las salidas,

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \varphi_1(x(t)) \\ y_2(t) &= \varrho_1(x(t)) \end{aligned} \tag{4.39}$$

La ecuación (4.37) son el segundo tipo de forma normal. Puede verificarse que, si el conjunto de vectores de campo $\{g_1(x), g_2(x), \ldots, g_m(x)\}$ mostrado en (4.17) es involutivo, entonces $n-r$ mapeos de coordenadas $\upsilon_1(x), \upsilon_2(x), \ldots, \upsilon_{n-r}(x)$ asegura que,

$$\begin{aligned} L_{g1}\upsilon_i(x) &= 0 \\ L_{g2}\upsilon_i(x) &= 0 \\ &\vdots \\ L_{g_m}\upsilon_i(x) &= 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n-r \end{aligned} \tag{4.40}$$

Así, el segundo tipo de forma normal (4.37) puede ser transformada en

$$
\begin{aligned}
\dot{\varphi}_1 &= \varphi_2 \\
&\vdots \\
\dot{\varphi}_{r_1-1} &= \varphi_{r_1} \\
\dot{\varphi}_{r1} &= L^{r_1} f h_1(x) + L_{g1} L^{r_1-1} f h_1(x) u_1 + L_{g2} L^{r_1-1} f h_1(x) u_2 \\
\varrho_1 &= \dot{\varrho}_2 \\
&\vdots \\
\varrho_{r_2-1} &= \varrho_{r2} \\
\varrho_{r2} &= L^{r_2} f h_2(x) + L_{g1} L^{r_2-1} f h_2(x) u_1 + L_{g2} L^{r_2-1} f h_2(x) u_2 \\
\dot{\upsilon}_1 &= L_f \upsilon_1(x) + L_{g1} \upsilon_1(x) + L_{g2} \upsilon_1(x) \\
&\vdots \\
\dot{\upsilon}_{n-r} &= L_f \upsilon_{n-r}(x)
\end{aligned}
\tag{4.41}
$$

con las salidas,

$$
\begin{aligned}
y_1(t) &= \varphi_1(x(t)) \\
y_2(t) &= \varrho_1(x(t))
\end{aligned}
\tag{4.42}
$$

En (4.41), $\upsilon_1(x), \upsilon_2(x), \ldots, \upsilon_{n-r}(x)$ son las soluciones parciales del conjunto de ecuaciones diferenciales (4.40). Las ecuaciones (4.41) representan el tercer tipo de forma normal.

Forma normal de linealización: Motor de inducción

Modelo dinámico del motor de inducción en coordenadas $d-q$:

$$
\begin{aligned}
\frac{d\theta}{dt} &= \omega \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu \psi_d i_q - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} \\
\frac{d\psi_d}{dt} &= -\alpha \psi_d + \alpha M i_d \\
\frac{di_d}{dt} &= -\gamma i_d + \alpha\beta\psi_d + n_p \omega i_q + \alpha \frac{M i_q^2}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} u_d \\
\frac{di_q}{dt} &= -\gamma i_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega i_d - \alpha \frac{M i_d i_q}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} u_d
\end{aligned}
\tag{4.43}
$$

donde, $\alpha = \dfrac{R_r M^2}{L_r^2}; \beta = \dfrac{1}{\sigma L_s}; \gamma = [R_s + \dfrac{R_r M^2}{L_r^2}]$

Las salidas de fase mínima del sistema dinámico (4.43) son

$$y_1(x) = h_1(x) = i_d$$
$$y_2(x) = h_2(x) = i_q$$

La forma normal de linealización de fase mínima se define como:

$$\begin{aligned}
z_1 &= L\overset{0}{f}h_1(x) = h1(x) = i_d \\
z_2 &= L\overset{0}{f}h_2(x) = h2(x) = i_q \\
\dot{z}_1 &= z_3 = \underbrace{L\overset{1}{f}h_1(x)}_{\alpha_1} + \underbrace{L_{g_1}L\overset{0}{f}h_1(x)}_{\beta_1}u_d + \underbrace{L_{g_2}L\overset{0}{f}h_1(x)}_{\beta_2}u_q \\
\dot{z}_2 &= z_4 = \underbrace{L\overset{1}{f}h_2(x)}_{\alpha_2} + \underbrace{L_{g_1}L\overset{0}{f}h_2(x)}_{\beta_3}u_d + \underbrace{L_{g_2}L\overset{0}{f}h_2(x)}_{\beta_4}u_q
\end{aligned} \tag{4.44}$$

La forma normal de linealización (4.44) puede ser reescrita como,

$$\begin{aligned}
z_1 &= h_1(x) = i_d \\
z_2 &= h_2(x) = i_q \\
\dot{z}_1 &= \alpha_1 + \beta_1 u_d + \beta_2 u_q \\
\dot{z}_2 &= \alpha_2 + \beta_3 u_d + \beta_4 u_q
\end{aligned} \tag{4.45}$$

para,

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= L\overset{1}{f}h_1(x) \\
\alpha_2 &= L\overset{1}{f}h_2(x) \\
\beta_1 &= L_{g_1}L\overset{0}{f}h_1(x) \\
\beta_2 &= L_{g_2}L\overset{0}{f}h_1(x) \\
\beta_3 &= L_{g_1}L\overset{0}{f}h_2(x) \\
\beta_4 &= L_{g_2}L\overset{0}{f}h_2(x)
\end{aligned}$$

donde α_1, α_2 y β_i $i = 1, 2, 3, 4$, se calculan como:

$$\alpha_1 = -\gamma i_d + \alpha\beta\psi_d + n_p\omega i_q + \alpha\frac{Mi_q^2}{\psi_d}$$
$$\alpha_2 = -\gamma i_q - \beta n_p\omega\psi_d - n_p\omega i_d - \alpha\frac{Mi_d i_q}{\psi_d}$$
$$\beta_1 = \beta_4 = \frac{1}{\sigma L_s}$$
$$\beta_2 = \beta_3 = 0$$

Por lo tanto, la forma normal de linealización de fase mínima es,

$$\begin{aligned} z_1 &= i_d \\ z_2 &= i_q \\ \dot{z}_1 &= -\gamma i_d + \alpha\beta\psi_d + n_p\omega i_q + \alpha\frac{Mi_q^2}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s}u_d \\ \dot{z}_2 &= -\gamma i_q - \beta n_p\omega\psi_d - n_p\omega i_d - \alpha\frac{Mi_d i_q}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s}u_q \end{aligned} \tag{4.46}$$

Los conceptos de derivada de Lie, corchete de Lie, grado relativo y forma normal de linealización de sistemas MIMO referidos en las secciones 4.1 y 4.2 son aspectos escenciales para el diseño de los algorimos de control en el presente proyecto de investigación. A continuación se describe detalladamente el diseño de los controladores para el motor de inducción propuestos.

4.3. Control de posición por campo orientado

4.3.1. Control de campo orientado comandado por corrientes

La estrategia de control de campo orientado es planeada en etapas. La primera consiste en implementar un lazo de corriente que asegure un cierto nivel deseado de corriente en los devanados de estator. Se debe proponer u_d y u_q tal que i_d e i_q converjan respectivamente a referencias de corriente i_d^* e i_q^* . Chiasson [27] muestra que el efecto de los términos no lineales en la dinámica de estas corrientes, (4.10) y (4.11), pueden ser eliminados forzando al sistema a entrar en un modo comandado por corrientes utilizando retroalimentación de alta ganancia. Lo anterior significa que puede proponerse un controlador de alta ganancia PI para regular las corrientes de estator.

$$u_d = K_{dI}\int_0^t (i_{dr} - i_d) + K_{dP}(i_{dr} - i_d) \tag{4.47}$$

$$u_q = K_{qI}\int_0^t (i_{qr} - i_q) + K_{qP}(i_{qr} - i_q) \tag{4.48}$$

Es posible fijar un valor de ganancias K_{dI}, K_{dP}, K_{qI} y K_{qP} tal que pueda obtenerse una rápida convergencia de i_d e i_q a sus correspondientes referencias. Una manera de determinar estas constantes es a partir de un polinomio Hurwitz de la forma

$$s^2 + 2\omega_k\zeta_k s + \omega_k^2 \tag{4.49}$$

donde $K_{dI} = 2\zeta_1\omega_1$ y $K_{dP} = \omega_1^2$, de igual forma pueden proponerse valores para las constantes K_{qI} y K_{qP}. Utilizando los valores adecuados de ω_k y ζ_k, pueden construirse polinomios con raíces complejas siatuadas en el semiplano izquierdo del plano complejo s. Si estas raices son los suficientemente negativas, una dinámica estable es inducida en la respuesta de lazo cerrado del sistema.

4.3.2. Control de posición y flujo de enlace

Suponiendo que el controlador PI asegura un nivel de corriente deseado en los devanados de estator, entonces i_{dr} e i_{qr} se convertirán en entradas de control auxiliares para el diseño de los controladores de posición y flujo de enlace. Esta consideración, da paso a la siguiente simplificación de las ecuaciones de estado

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{4.50}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{n_p}{J}\psi_d i_{qr} - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} \tag{4.51}$$

$$\frac{d\psi_d}{dt} = -\eta\psi_d + \eta M i_{dr} \tag{4.52}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = n_p\omega + \frac{R_r M^2}{L_r^2}\frac{i_{qr}}{\psi_d} \tag{4.53}$$

En este nuevo conjunto de ecuaciones, la entrada de control i_{dr} puede ser usada para llevar el flujo ψ_d a un punto deseado ψ_{d0}. Este equilibrio deseado está dado por

$$\psi_{d0} = \frac{M^2}{L_r} i_{d0} \tag{4.54}$$

Dado que las corrientes de estado estacionario del motor de dos fases cumplen que $i_{d0}^2 + i_{q0}^2 = i_{Sa}^2 + i_{Sb}^2 = I^2$, el par electromagnético definido por

$$\tau = n_p \psi_{d0} i_{q0} \tag{4.55}$$

$$= \frac{n_p M^2}{L_r} i_{d0} i_{q0} \tag{4.56}$$

sujeto a una restricción de máxima corriente, $i_{d0}^2 + i_{q0}^2 \leq I_{max}^2$, es maximizado para velocidades bajas escogiendo $i_{d0} = i_{q0} = I_{max}/\sqrt{2}$, satisfaciendo también la restricción de máximo voltaje, $u_{Sa}^2 + u_{Sb}^2 \leq V_{max}$, siendo la corriente I_{max}, la corriente nominal máxima que el inversor puede suministrar. Una vez definido ψ_{d0}, un controlador PI puede ser propuesto para lograr la regulación del flujo de enlace a la referencia deseada

$$i_{dr} = K_{\psi I} \int_0^t (\psi_{d0} - \psi_d) + K_{\psi P}(\psi_{d0} - \psi_d) \tag{4.57}$$

La selección de ganancias de ese controlador pueden ser determinadas por un polinomio Hurwitz como en el caso anterior. Cuando ψ_d ha convergido a ψ_{d0}, la posición y la velocidad del rotor, (4.6) y (4.7), llegan a ser ciertamente

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{4.58}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{n_p}{J}\psi_{d0} i_{qr} - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} \tag{4.59}$$

Puede verse ahora que existe una relación lineal entre la entrada i_{qr} y la velocidad. Para completar el diseño del control, sea $\theta^*(t)$ la trayectoria de referencia mecánica que es requerida a seguir por el motor. El control de posición angular es hecho a través de la entrada i_{qr}, específicamente escogida como

$$i_{qr} = \Big(K_0 \int_0^t (\theta_{ref} - \theta) + K_1(\theta_{ref} - \theta) + K_2(\omega_{ref} - \omega) + \dot{\omega}_{ref} + B/J\omega\Big)/\mu\psi_0 \quad (4.60)$$

Con la elección apropiada de las ganancias K_0, K_1 y K_2, se garantiza la convergencia $\theta(t) \to \theta^*$, aún con torques de carga constantes τ_L actuando en el motor.

La Figura 4.2 muestra el diagrama a bloques del controlador de campo orientado con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción.

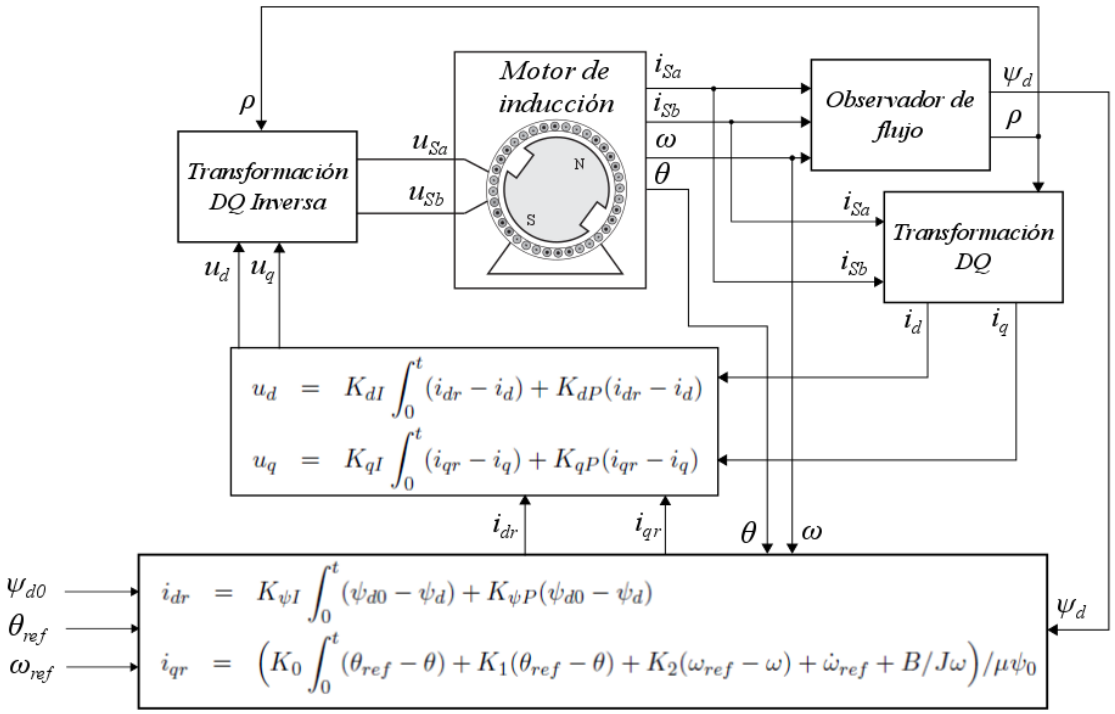


Figura 4.2: Diagrama a bloques del controlador de campo orientado con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción

En el siguiente capítulo se muestra la integración del diagrama de la Figura 4.2 con el hardware utilizado para la implementación y obtención de los resultados experimentales.

4.4. Control de posición por modos deslizantes

El algoritmo de control por modos deslizantes para un motor de inducción, bajo la suposición clásica de una distribución sinusoidal de la inducción magnética en el entrehierro y sin saturación en el circuito magnético [13] tiene un modelo dinámico no lineal de la forma (4.12). Las entradas de control son los voltajes de estator. El par de carga es considerado una perturbación desconocida pero acotada.

Las salidas y_1 y y_2 son seleccionadas como las corrientes i_d e i_q respectivamente. El objetivo de control es forzar a las salidas y_1 y y_2 a seguir una trayectoria de referencia deseada. De acuerdo a la teoria de control por modos deslizantes, las superficies de deslizamiento son seleccionadas en base a la ecuación,

$$S_j(x,t) = \sum_{i=0}^{r_j-1} l_{ji}(y_{j-ref} - y_j)^{(i)} \qquad j = 1 \dots m \tag{4.61}$$

donde r_j es el grado relativo de la salida y_j.

Las salidas seleccionadas y_1 y y_2 tienen grado relativo $^\circ r = 1$, por lo tanto, superficies de deslizamiento se definen como,

$$S_1(x,t) = l_1(i_{d_{ref}} - i_d) \tag{4.62}$$
$$S_2(x,t) = l_2(i_{q_{ref}} - i_q) \tag{4.63}$$

La ecuación dinámica de la primera superficie de deslizamiento $S_1(x,t)$ es,

$$\begin{aligned} \dot{S}_1(x,t) &= l_1\left(\frac{di_{d_{1ref}}}{dt} - \frac{di_d}{dt}\right) \\ &= l_1\left(\frac{di_{d_{1ref}}}{dt} - f_4\right) := \alpha_1(x,t) + \beta_1(x)u_d + \beta_2(x)u_q \end{aligned} \tag{4.64}$$

La dinámica de la segunda superficie de deslizamiento $S_2(x,t)$ es,

$$\begin{aligned} \dot{S}_2(x,t) &= l_2\left(\frac{di_{q_{1ref}}}{dt} - \frac{di_q}{dt}\right) \\ &= l_2\left(\frac{di_{q_{1ref}}}{dt} - f_5\right) := \alpha_2(x,t) + \beta_3(x)u_d + \beta_4(x)u_q \end{aligned} \tag{4.65}$$

donde las funciones f_4 y f_5 están definidas como en la forma general no-lineal afín (4.12),

$$f_4 = -\gamma i_d + \frac{\eta M}{\sigma L_R L_S}\psi_d + n_p\omega i_q + \frac{\eta M i_q^2}{\psi d} \tag{4.66}$$
$$f_5 = -\gamma i_q - \frac{M}{(\sigma L_R L_S)} n_p\omega\psi_d - n_p\omega i_d - \frac{\eta M i_q i_d}{\psi_d} \tag{4.67}$$

Y las funciones α_1, α_2, β_1, β_2, β_3 y β_4 de la forma normal de linealización de fase miníma (4.44),

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= -\gamma i_d + \alpha\beta\psi_d + n_p\omega i_q + \alpha\frac{Mi_q^2}{\psi_d} \\
\alpha_2 &= -\gamma i_q - \beta n_p\omega\psi_d - n_p\omega i_d - \alpha\frac{Mi_d i_q}{\psi_d} \\
\beta_1 &= \beta_4 = \frac{1}{\sigma L_s} \\
\beta_2 &= \beta_3 = 0
\end{aligned}$$

Así, la ley de control por modos deslizantes se define como:

$$\begin{aligned}
u_d &= \frac{-\alpha_1 - k_1 sign(S_1)}{\beta_1} \\
u_q &= \frac{-\alpha_2 - k_2 sign(S_2)}{\beta_4}
\end{aligned} \tag{4.68}$$

donde las ganancias k_1 y k_2 son las ganancias de conmutación del controlador; l_1 y l_2 determinan la velocidad de convergencia de las dinámicas del error en *modo deslizante*. Las trayectorias de corriente son seleccionadas (4.60) y (4.57) para las salidas y_2 y y_1 respectivamente.

La Figura 4.3 muestra el diagrama a bloques del controlador por modos deslizantes con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción.

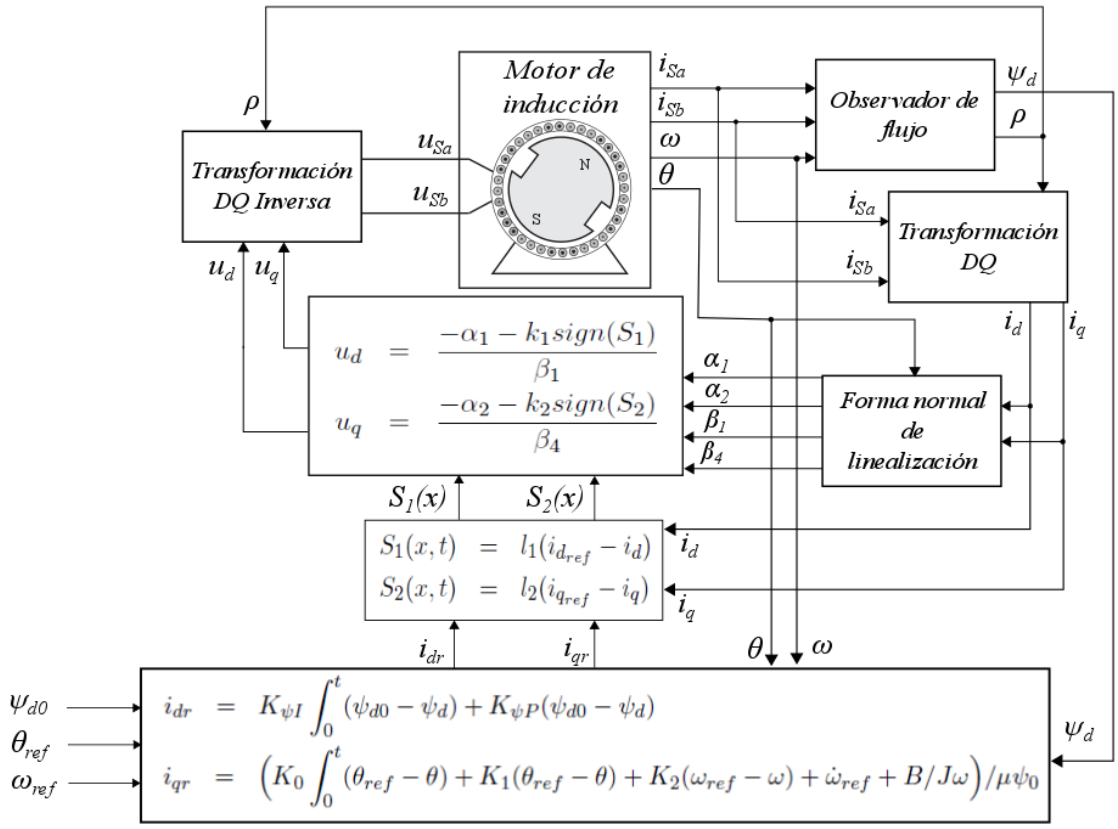


Figura 4.3: Diagrama a bloques del controlador por modos deslizantes con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción.

En el siguiente capítulo se muestra la integración del diagrama de la Figura 4.3 con el hardware utilizado para la implementación y obtención de los resultados experimentales.

4.5. Control adaptable backstepping

En esta sección se diseña el controlador suave de posición angular basado en la técnica Backstepping, a partir del modelo linealizado en forma exacta (4.44) escogiendo como salidas a la corriente directa i_d y la corriente de cuadratura i_q. Por otra parte los valores estimados de α_1, α_2, τ_L y ψ_d se adaptan a la ley de control de seguimiento suave de posición angular.

Partiendo de la forma normal de *Brunovsky* del MI (4.44), se diseñara la ley de control bajo las siguientes suposiciones:

- Las corrientes de fase i_{Sa} e i_{Sb} son medidas y transformadas al eje coordenado d-q mediante el conocimiento de la variable del ángulo eléctrico ρ.
- El valor del parámetro de par de carga y los términos paramétricos incluidos en las funciones α_1 y α_2 se estiman mediante un observador de orden reducido, considerado

constante y acotado. Estos valores se adaptan a la ley de control y son expuestos en secciones posteriores.

- El conjunto de valores nominales de parámetros del motor se consideran conocidos.

Paso 1. Cálculo del controlador de seguimiento de la parte eléctrica u_d.

El primer paso para el diseño del controlador de posición basado en Backstepping, es proponer una función candidata de Lyapunov la cual debe ser una función definida positiva y su derivada debe ser una función definida negativa. La función propuesta es:

$$V_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2 \tag{4.69}$$

donde la variable z_1 denota el error de seguimiento de la primera salida de fase mínima,

$$z_1 = x_1(t) - x_1^*(t). \tag{4.70}$$

La función candidata de Lyapunov cumple con ser definida positiva, escalar diferenciable no acotada, donde su derivada temporal es,

$$\dot{V}_1(z_1) = z_1 \dot{z}_1 \tag{4.71}$$

donde la rapidez del error de seguimiento de z_1, es dado por:

$$\dot{z}_1(t) = \dot{x}_1(t) - \dot{x}_1^*(t) = \alpha_1(x) + \beta_1 u_d \tag{4.72}$$

Se sutituye (5.21) dentro de (4.71), y se obtiene lo siguiente,

$$\dot{V}_1(z_1) = z_1[\alpha_1(x) + \beta_1 u_d] \tag{4.73}$$

Por lo tanto, para probar que esta última ecuación, sea definida negativa se propone que la primera entrada u_d sea:

$$u_d = -\frac{1}{\beta_1}[\alpha_1(x) + c_1 z_1] \tag{4.74}$$

donde, $c_1 > 0$ es un valor constante, que define la sensibilidad proporcional del controlador de seguimiento de la corriente directa i_d del MI. Sustituyendo (4.74) en (4.73) , resulta,

$$\dot{V}_1(z_1) = -c_1 z_1^2 \tag{4.75}$$

Por lo tanto, el error de seguimiento converge exponencialmente al valor cero.

Paso 2. Cálculo del controlador de seguimiento de la parte mecánica u_q.

Siguiendo con la metodología, se propone una segunda función candidata de Lyapunov como:

$$V_2(z_1, z_2) = \frac{1}{2}z_2^2 + V_1 \tag{4.76}$$

donde se define el error de seguimeinto para la segunda salida como,

$$z_2 = x_2(t) - x_2^*(t). \tag{4.77}$$

La derivada temporal de (4.76) es,

$$\dot{V}_2(z_1, z_2) = z_2\dot{z}_2 - c_1 z_1^2 \tag{4.78}$$

y la derivada del error de seguimiento de z_2, es dado por:

$$\dot{z}_2(t) = \dot{x}_2(t) - \dot{x}_2^*(t) = \alpha_2(x) + \beta_4 u_q \tag{4.79}$$

Se sutituye (4.72) dentro de (4.78), y se obtiene lo siguiente,

$$\dot{V}_2(z_1, z_2) = z_2[x_3(t) - \dot{x}_2^*(t)] - c_1 z_1^2 \tag{4.80}$$

Como paso intermedio se propone un error de seguimiento z_3, el cual involucra a la variable virtual $\gamma_1(x)$ que consigue que la derivada temporal de $V_2(z_1, z_2)$ sea definida negativa,

$$z_3(t) = x_3(t) - \gamma_1(x) \Leftrightarrow x_3(t) = z_3(t) + \gamma_1(x) \tag{4.81}$$

La variable x_3 de (4.81) se sustituye en la derivada temporal de $V_2(z_1, z_2)$ y se obtiene:

$$\dot{V}_2(z_1, z_2) = z_2[z_3(t) + \gamma_1(x) - \dot{x}_2^*(t)] - c_1 z_1^2 \tag{4.82}$$

Aquí se puede proponer a la variable virtual o control virtual $\gamma_1(x)$ como:

$$\gamma_1(x) = \dot{x}_2^*(t) - c_2 z_2 \tag{4.83}$$

Por lo tanto, la derivada temporal de $V_2(z_1, z_2)$ se simplifica a,

$$V_2(z_1, z_2) = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - z_2 z_3 \tag{4.84}$$

donde $c_2 > 0$ se define como la sensibilidad proporcional del error de seguimiento de la variable z_2. Para conseguir que la derivada temporal de $V_2(z_1, z_2)$ sea definida negativa, basta con elegir a $z_3(t) = 0$, para que los errores de seguimiento z_1 y z_2 convergan a cero exponencialmente.

Siguiendo con la metodología de la técnica Backstepping, se obtiene para el caso particular del motor de inducción,

$$\dot{V}_2(z_1, z_2) = -c_1 z_1^2 + z_2[\alpha_2 + \beta_4 u_q - \dot{x}_2^*] \tag{4.85}$$

Y la ley de control de seguimiento suave de la posición angular del MI es dada por:

$$u_q = -\frac{1}{\beta_4}[\alpha_2 - \dot{x}_2^* + c_2 z_2] \tag{4.86}$$

El controlador Backstepping se define entonces como,

$$z_1 = x_1 - x_1^* = i_d - i_d^* \tag{4.87}$$
$$z_2 = x_2 - x_2^* = i_q - i_q^* \tag{4.88}$$

y sus derivadas del error de seguimiento,

$$\dot{z}_1(t) = \dot{x}_1(t) - \dot{x}_1^*(t) = \alpha_1(x) + \beta_1 u_d \tag{4.89}$$
$$\dot{z}_2(t) = \dot{x}_2(t) - \dot{x}_2^*(t) = \alpha_2(x) + \beta_4 u_q \tag{4.90}$$

Y la ley de control para la parte eléctrica u_d y para la parte mecánica u_q se definen como:

$$u_d = -\frac{1}{\beta_1}[\alpha_1 + c_1(i_d - i_{dr})] \tag{4.91}$$
$$u_q = -\frac{1}{\beta_4}\left[\alpha_2 - \frac{1}{\mu\psi_d}\left(\ddot{\omega}^* + \frac{B}{J}\dot{\omega}^*\right) + c_2(i_q - i_{qr})\right] \tag{4.92}$$

donde, las variables de referencia i_d e i_q son definidas como en (4.57) y (4.60) respectivamente. Las trayectorias de posición angular junto con sus derivadas temporales se calculan mediante un polinomio Bézier de décimo orden, y se denotan como: $x_2^* = \theta^*(t)$, $\dot{x}_2^* = \dot{\theta}^*(t)$, $\ddot{x}_2^* = \ddot{\theta}^*(t)$ y $\dddot{x}_2^* = \dddot{\theta}^*(t)$. En la Figura 4.4 se muestra el diagrama a bloques del algoritmo de control descrito en la presente sección. En el siguiente capítulo se muestra la integración del algoritmo con los elementos eléctricos y de procesamiento de señales utilizados.

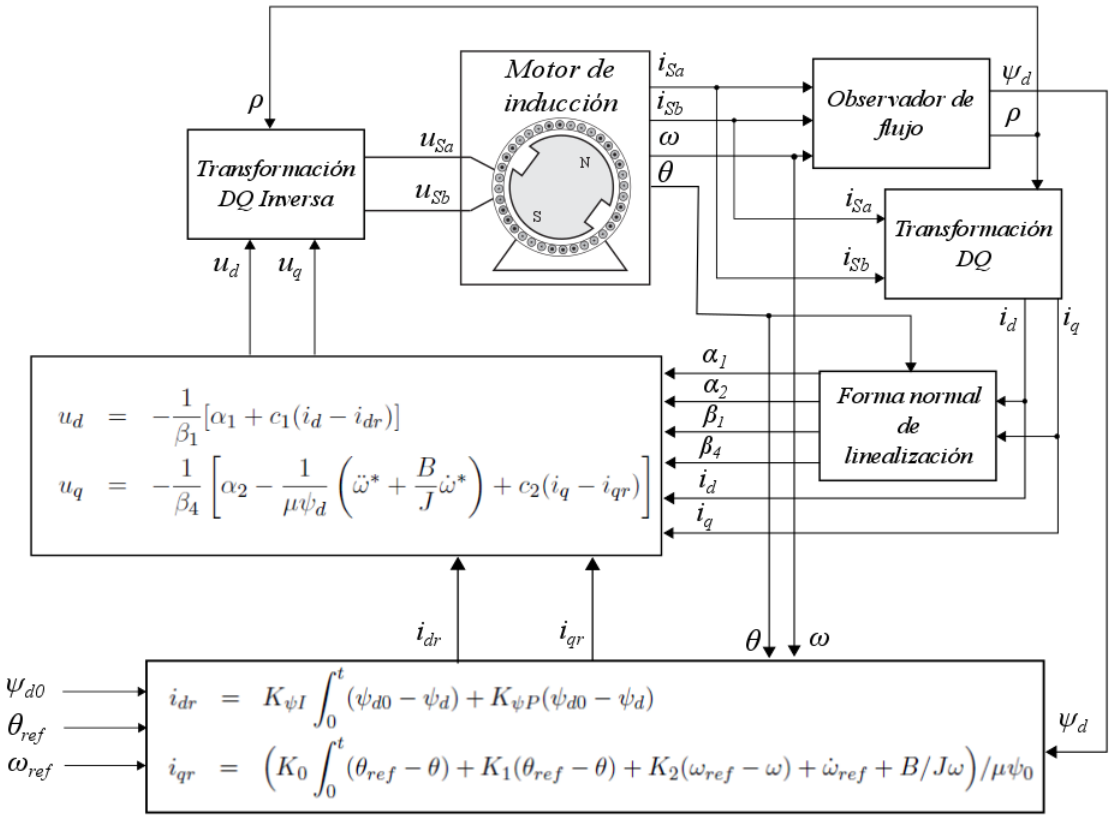


Figura 4.4: Diagrama a bloques del controlador Backstepping con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción.

4.6. Control de posición vía dinámica de los ceros

En la presente sección se describe el control suave de trayectorias de posición basado en el principio de diseño de dinámica cero, *ver Qiang Lu* [35]. El objetivo de control se logra a través de la selección de salidas tales que la suma de sus grados relativos es menor al orden del sistema, $r < n$. Las salidas que cumplen dicha condición son conocidas como salidas de *fase mínima*. Para el caso de motor de inducción con un modelo dinámico no-lineal (4.6-4.11), las salidas de fase mínima son:

$$y_1(x) = h_1(x) = i_d$$
$$y_2(x) = h_2(x) = i_q$$

Observese que la suma de los grados relativos de las salidas de fase miníma es menor al orden del sistema,

$$r_{i_d} + r_{i_q} = 1 + 1 = 2 \ \Rightarrow 2 < n \, para \, n = 4$$

A partir de estas salidas, es posible obtener una forma normal de linealización de fase mínima mostrada en la seccion 4.2.4. Obsérvese que a partir de la forma normal de linealización de

fase mínima 4.46 es posible obtener directamente una ley de control, a la cual se denominará *control de fase mínima o control basado en dinámica de los ceros*, como:

$$u_{d_{aux}} = \dot{z}_1 = \alpha_1 + \beta_1 u_d \tag{4.93}$$
$$u_{q_{aux}} = \dot{z}_2 = \alpha_2 + \beta_4 u_q \tag{4.94}$$

De (4.93) y (4.94), se obtiene respectivamente,

$$u_d = \frac{u_{d_{aux}} - \alpha_1}{\beta_1} \tag{4.95}$$
$$u_q = \frac{u_{q_{aux}} - \alpha_2}{\beta_4} \tag{4.96}$$

donde, los controladores auxiliares $u_{d_{aux}}$ y $u_{q_{aux}}$ se proponen como (4.47) y (4.48) respectivamente, en base a los resultados del algoritmo de control de campo orientado como,

$$u_{d_{aux}} = K_{dI} \int_0^t (i_{dr} - i_d) + K_{dP}(i_{dr} - i_d) \tag{4.97}$$
$$u_{q_{aux}} = K_{qI} \int_0^t (i_{qr} - i_q) + K_{qP}(i_{qr} - i_q) \tag{4.98}$$

y sus respectivas trayectorias de corrientes de referencia i_{dr} e i_{qr} son planificadas como:

$$i_{dr} = (K_0 \int_0^t (\theta_{ref} - \theta)dt + K_1(\theta_{ref} - \theta) + K_2(\omega_{ref} - \omega) + (\frac{f}{J})\omega + \dot{\omega}_{ref})/\mu\psi_0 \tag{4.99}$$
$$i_{qr} = K_{\phi I} \int_0^t (\psi_{d0} - \psi_d) + K_{\psi P}(\psi_{d0} - \psi_d) \tag{4.100}$$

En la Figura 4.5 se muestra el diagrama a bloques del algoritmo de control diseñado vía dinámica de los ceros. En las secciones posteriores se muestran los observadores empleados en los algoritmos de control descritos anteriormente.

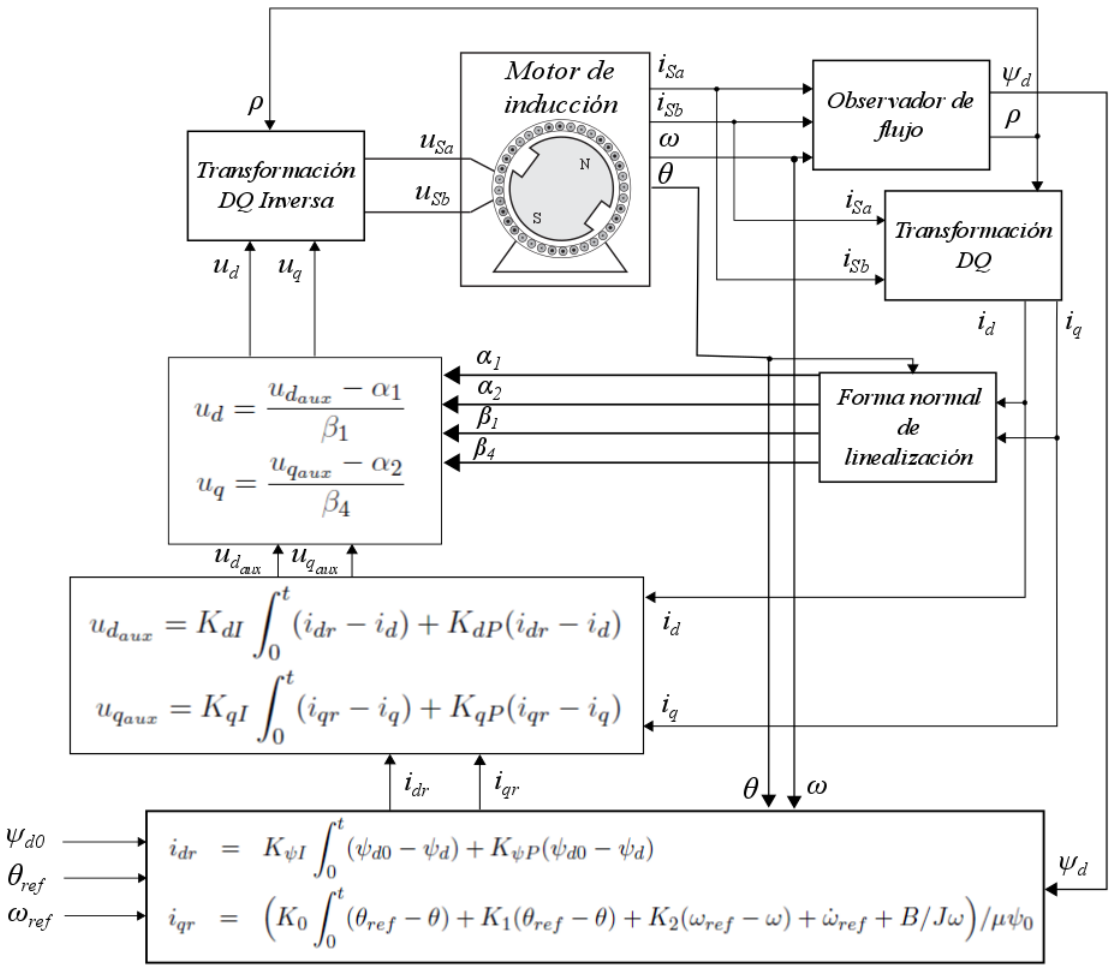


Figura 4.5: Diagrama a bloques del controlador vía dinámica de los ceros con seguimiento de trayectorias para el motor de inducción.

4.7. Observadores

Todos los esquemas de control desarrollados en secciones anteriores requieren del parámetro de flujo de enlace para su implementación. Adicionalmete los algoritmos de control vía dinámica de los ceros y Backstepping se propone el uso de observadores lineales de estado extendido para estimaciones parámetricas exógenas y endógenas en el motor. Los algoritmos de estimación utilizados son descritos a continuación.

4.7.1. Observador de flujo de enlace

Debido a que la variable de flujo ψ_d no se puede medir directamente, se utiliza un estimador de flujo definido por (*Chiasson* [27]). A partir del conjunto de ecuaciones (2.18), las ecuaciones dinámicas correspondientes al flujo de enlace son,

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{Ra}}{dt} &= -\frac{R_R}{L_R}\psi_{Ra} - n_p\omega\psi_{Rb} + \frac{MR_R}{L_R}i_{Sa} \\ \frac{d\psi_{Rb}}{dt} &= -\frac{R_R}{L_R}\psi_{Rb} + n_p\omega\psi_{Ra} + \frac{MR_R}{L_R}i_{Sb} \end{aligned} \tag{4.101}$$

Una forma sencilla de obtener una estimación de los flujos de enlace ψ_{Ra} y ψ_{Rb} es medir directamente las corrientes i_{Sa} e i_{Sb} del motor mediante un convertidor analógico-digital, además de medir la velocidad ω usando un encoder. Entonces las ecuaciones de flujo de enlace (4.101) pueden representarse como,

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\psi}_{Ra}}{dt} &= -\eta\hat{\psi}_{Ra} - n_p\omega\hat{\psi}_{Rb} + M\eta i_{Sa} \\ \frac{d\hat{\psi}_{Rb}}{dt} &= -\eta\psi_{Rb} + n_p\omega\hat{\psi}_{Ra} + M\eta i_{Sb} \end{aligned} \tag{4.102}$$

donde $\eta = \frac{R_R}{L_R}$. La solución a las ecuaciones (4.102) es usada como estimador de flujo retroalimentado en los algoritmos de control. Para la implementación de este algoritmo, se asume lo siguiente:

- Las ecuaciones (4.101) representan correctamente el modelo dinámico del flujo de enlace.
- Los parámetros η y M son perfectamente conocidos.
- Las corrientes i_{Sa}, i_{Sb} y ω son precisamente medidos.
- La integración númerica de las ecuaciones (4.102) es resuelta de forma adecuada por el dispositivo de procesamiento de señales utilizado.

Bajo estas suposiciones, la solución al sistema de ecuaciones (4.102) es presentado en (*Chiasson* [27]) como,

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}}{dt} &= n_p\omega + \eta M(-i_\alpha sin(\hat{\rho}) + i_\beta cos(\hat{\rho}))/\hat{\psi}_d \\ \frac{d\hat{\psi}}{dt} &= -\eta\hat{\psi} + \eta M(i_\alpha cos(\hat{\rho}) + i_\beta sin(\hat{\rho}))/\hat{\psi}_d \end{aligned} \tag{4.103}$$

La utilidad de usar coordenadas $d-q$ es que las variables ψ_d, i_d e i_q son constantes sin importar la velocidad del motor.

4.7.2. Observadores de estado extendido

Adicionalmente, se diseñaron observadores de estado extendido (OEE) para la variable de perturbación exógena (par de carga τ_L) y las variables correspondientes a la forma normal de linealización (4.44), α_1 y α_2.

4.7.2.1. Observador de estado extendido τ_L

En esta subsección se diseña un observador de orden reducido para estimar el parámetro de par de carga. Para el diseño se toman las siguientes suposiciones:

- La variable de velocidad y corriente de cuadratura, son perfectamente conocidas por las mediciones directas al sistema.
- Los valores nominales de los parámetros J, B, ω son conocidos.
- El flujo de enlace ψ_d es conocido a partir de la estimación mostrada en la sección anterior.
- El valor estimado del par de carga τ_L, se considera constante y desconocido, pero acotado.

A partir de la ecuación mecánica del MI (4.7), se tiene que,

$$\tau_L = J\frac{d\omega}{dt} - J\mu\psi_d i_q + B\omega \tag{4.104}$$

como una medida indirecta del par de carga τ_L. Se propone el siguiente observador adaptable para τ_L como sigue:

$$\frac{d\tau_L}{dt} = \lambda_1(\tau_L - \hat{\tau}_L) \tag{4.105}$$

donde $\lambda_1 > 0$ es la ganancia del observador y $\hat{\tau}_L$ es el par estimado por el observador. Por lo tanto la dinámica del error de estimación es dada por:

$$\frac{de_{\tau_L}}{dt} = -\lambda_1 e_{\tau_L} \tag{4.106}$$

donde $e_{\tau_L} = \tau_L - \hat{\tau}_L$. Escogiendo a $\lambda_1 >> 0$, el error de observación e_{τ_L}, converge a cero exponencialmente cuanto $t \to \infty$. Por lo tanto se tiene el siguiente observador de orden reducido:

$$\frac{d\hat{\omega}}{dt} = \mu\psi_d i_q - (B/J)\hat{\omega} + \tau_1 + \lambda_1(\omega - \hat{\omega}) \tag{4.107}$$

$$\frac{d\tau_1}{dt} = \lambda_0(\omega - \hat{\omega}) \tag{4.108}$$

$$\hat{\tau}_L = -J\tau_1 \tag{4.109}$$

Con la finalidad de minimizar los efectos del par de carga en el eje de MI, el valor estimado de este parámetro se adapta en línea a la ley de control de seguimiento suave de posición angular tratando a detalle en la siguiente sección.

4.7.2.2. Observador de estado extendido α_1 y α_2

En la presente subsección, es propuesto el diseño de un observador de orden reducido para estimar los parámetros internos desconocidos del motor de inducción. La variación por calentamiento del valor estimado de la resistencia de rotor y la posible saturación del la inductancia mutua son consideradas variantes y desconocidas, pero absolutamente acotadas. Por lo tanto, existe una solución para la estimación de la dinámica del error de acuerdo con [29]. El observador de estado extendido se obtiene a partir de la filosofía de observador de orden reducido mediante la inyección artificial de diferencias exactas. Sean las variables de estado del observador,

$$\zeta_1 = \hat{\alpha}_1 \tag{4.110}$$

$$\zeta_2 = \frac{d\hat{\alpha}_1}{dt} \tag{4.111}$$

$$\xi_1 = \hat{\alpha}_2 \tag{4.112}$$

$$\xi_2 = \frac{d\hat{\alpha}_2}{dt} \tag{4.113}$$

El observador de estado extendido para las incertidumbres parámetricas para α_1 se define como:

$$\frac{d\zeta_1}{dt} = \zeta_2 + \beta_1 u_d + \lambda_{1a}(i_d - \zeta_1) \tag{4.114}$$

$$\frac{d\zeta_2}{dt} = \lambda_{1b}(i_d - \zeta_1) \tag{4.115}$$

y para α_2, definido como,

$$\frac{d\xi_1}{dt} = \xi_2 + \beta_4 u_q + \lambda_{2a}(i_q - \xi_1) \tag{4.116}$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = \lambda_{2b}(i_q - \xi_1), \tag{4.117}$$

donde $\lambda_{1a}, \lambda_{1b}, \lambda_{2a}$ y λ_{2b} son las ganancias del observador sintonizadas mediante un polinomio Hurwitz. Este estimador garantiza que los errores de estimación convergerá asintóticamente de manera uniforme a una pequeña vecindad del origen de la dinámica del error de estimación de fase. Este error de estimación dinámica permanecerá limitado bajo incertidumbres paramétricas en el motor de inducción.

Capítulo 5

Resultados experimentales y conclusiones

En este capítulo se describe cada uno de los componentes utilizados en la plataforma experimental. Se presentan los resultados experimentales obtenidos de la adquisición de datos del módulo dSPACE, a través del software Control Desk ®.

5.1. Plataforma experimental

En la figura 5.1 se muestra la plataforma experimental utilizada para las pruebas de laboratorio. Las señales de control son generadas por el módulo dSPACE, que sirven para conmutar el inversor y generar la potencia necesaria para que el MI genere un movimiento mecánico de acuerdo a la trayectoria de referencia deseada. Mediante el software *Control Desk* se hace la manipulación del módulo dSPACE, así como la obtención de los datos de cada señal que se muestran a lo largo de este capítulo. La plataforma experimental está conformada por los siguientes elementos:

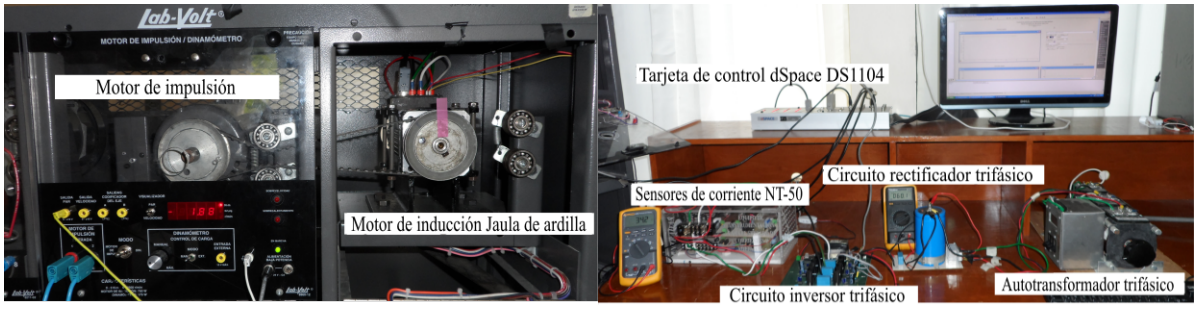


Figura 5.1: Plataforma experimental del sistema para el control de posición angular del MI AMK DV 4-1-4 D.

- Fuente de voltaje trifásico.
- Diodo rectificador trifásico.

- Inversor trifásico fuente de voltaje.
- Motor de impulsión/Dinámometro.
- Sensores de corrienre.
- Motor de induccion AMK ®DV 4-1-4 D.
- Módulo dSPACE DS1104.
- Programa de controlador implementado en MATLAB/Simulink.

5.1.1. Autotransformador trifásico

El suministro de alimentación de potencia es proporcionado por un autotranformador trifásico denominado "variac". Esta es una máquina eléctrica de construcción y características similares a las de un transformador trifásico, pero con la diferencia de que sus núcleos son variables, con esto se consigue cambiar la relación de transformación por cada fase. El variac emplea tres autotransformadores monofásicos, donde los circuitos magnéticos son completamente independientes, sin que se produzca una reacción o interferencia alguna entre los flujos. La variación de transformación se produce mediante la rotación de una perilla acoplada a un eje, fijado en cada autotranformador de fase. Teniendo como resultado salidas de voltaje y corriente variables.

El variac utilizado para el desarrollo de este proyecto es de la marca STACO ENERGY PRODUCTS C.O., de la serie 1000 modelo 1010B-3. El voltaje de salida en cada fase es de igual magnitud, pero defasada 120° uno con respecto a otro. El modelo 1010B-3 opera con un voltaje de línea de 240 V a 60 Hz en sus terminales de entrada, con capacidad de soportar un 17 % arriba del voltaje nominal. El variac proporciona un voltaje de salida de 0 a 280 V, una corriente máxima de salida de 10 A, con una potencia máxima de 4.85 KVA. Se acopla un interruptor termomagnético como protección contra voltajes altos y sobrecorrientes de la toma de corrientes trifásicas, además de encendido y apagado del variac.

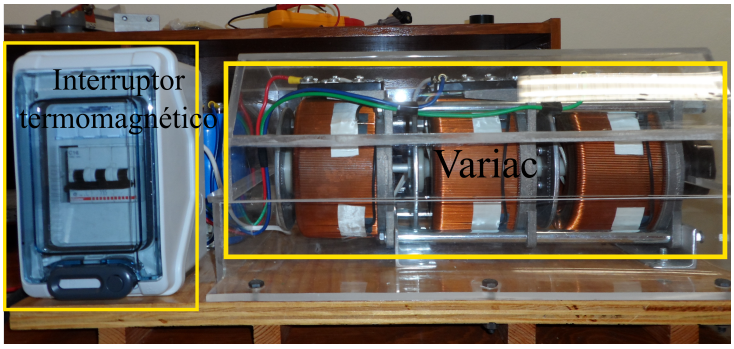


Figura 5.2: Autotranformador trifásico STACO ENERGY 1010B-3.

5.1.2. Circuito rectificador trifásico

El bus de CD de potencia suminstra el voltaje al circuito inversor trifásico. Por ello, se construyó un circuito rectificador trifásico (CRT), tal como se muestra en la Figura 5.3. El CTR rectifica los voltajes generados por los devanados del secundario del variac. Cuenta con un capacitor electrolítico de 100 mF a 350 V para aislar el voltaje rectificado en un voltaje de CD, y un capacitor MKP de 1 μF a 850 V, para la supresión de ruido. La fuente de alimentación de CD varía mediante la relación de transformación de los voltajes trifásicos conectados en los devanados primarios del variac.

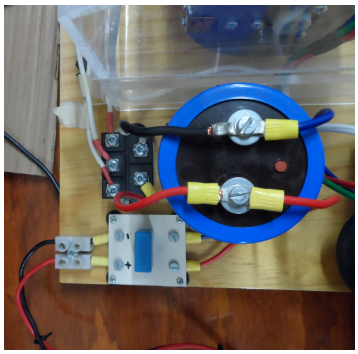


Figura 5.3: Circuito rectificador trifásico.

5.1.3. Circuito inversor trifásico

Para el accionamiento del MI se construyó un circuito inversor trifásico. Con una corriente nominal de 40 A y un voltaje nominal de colector-emisor en cada IGBT de 600V. En la Figura 5.4 se muestra el circuito construido y se señalan algunas de las partes importantes que los constituyen.

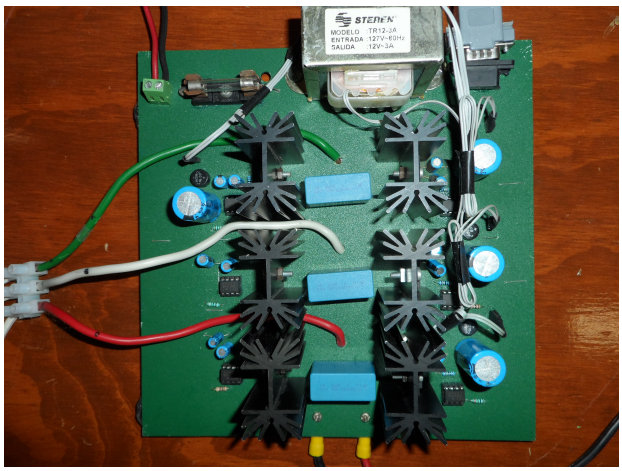


Figura 5.4: Circuito inversor trifásico fuente de voltaje.

El inversor consta de las siguientes partes:

- IGBT's (FGAF40NUFD): dispositivo semiconductor de potencia controlado por compuerta (interruptor).
- Opto-acopladores PC923: dispositivo electrónico para el aislamiento galvánico y accionamiento de las compuertas de los IGBT's.
- Alimentación de bajo voltaje (15 V): Alimentación para los opto-acopladores PC923.
- Capacitores MKP: elemento utilizado para la reducción de ruido en cada una de las ramas del inversor.

Las señales de control que conmutaran los IGBT's proviene del módulo dSPACE. El diseño de circuitos de tiempos muertos no fue necesario, ya que es controlado y proporcionado por el modulo dSPACE.

5.1.4. Sensores de corriente

Para medir las corrientes de fase generadas por el inversor trifásico, se utilizó una tarjeta electrónica diseñada en la Universidad Tecnológica de la Mixteca [30], ver Figura 5.5. Esta tarjeta contiene tres dispositivos de sensado de corriente (NT-50) que permite obtener información de la magnitud de la corriente en una señal de bajo voltaje. Estas señales se toman como variables de retroalimentación para el controlador incorporado en el modulo dSPACE. Es necesario hacer una calibración por software de las señales de entrada, y establecer por hardware una relación de conversión de uno a cinco, es decir por cada amper se obtiene a la salida $200mV$. Esto con el fin de acotar los voltajes en las entradas del ADC del módulo dSPACE.

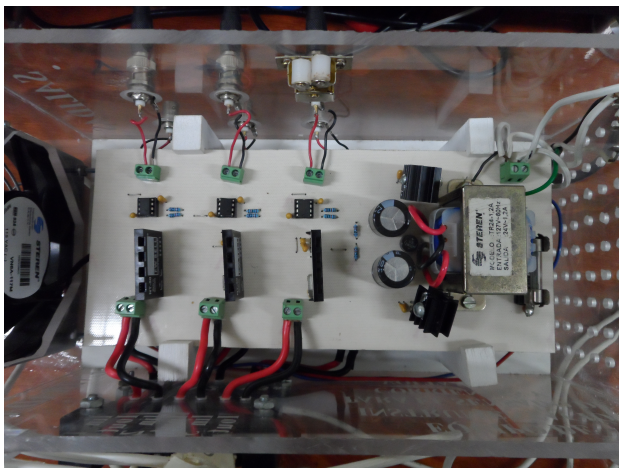


Figura 5.5: Sensores de corriente.

5.1.5. Módulo dSPACE

Los algoritmos de control son implementados mediante la programación del módulo dSPACE. Esta herramienta permite diseñar, simular, implementar, probar una variedad de algoritmos y adquirir una variedad de variables en tiempo real. El modulo dSPACE es programado

con la plataforma de Matlab®Simulink, lo que permite desarrollar diversidad de algoritmos, analizarlos y visualizarlos creando secuencias de comandos de procesamiento por lotes, definir las señales a visualizar, configurar los parámetros y obtener los datos de prueba. El diseño basado en modelos de control permite el ahorro en tiempo y una relación costo-eficiencia alta, razones por las cuales este tipo de sistema es usado como material de prototipado rápido. En la Figura 5.6 se muestra el modulo dSPACE utilizado para la realización de las pruebas experimentales.

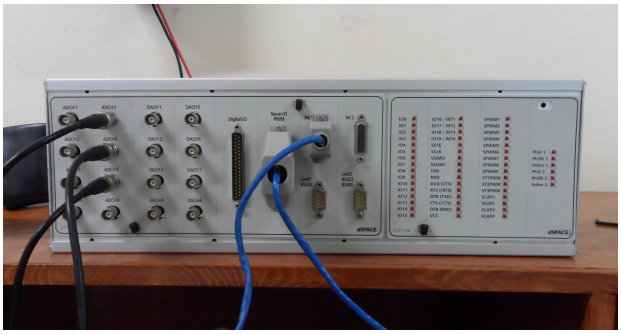


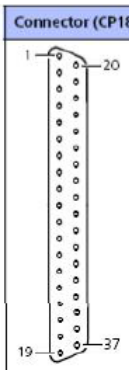
Figura 5.6: Módulo dSPACE DS1104

La ejecución de los algoritmos de control serán realizados mediante la programación de la tarjeta controladora DS1104 R&D que contiene un microcontrolador DSP esclavo modelo TMS320F240. Estos componentes están dentro del módulo dSPACE, la cual contiene conectores de entrada y salida de señales. Las características que tiene el módulo dSPACE se listan a continuación:

- Procesador principal MPC8240, núcleo PowerPC 603e, 250 MHz, memoria cache de 32 kB.
- Memoria de 32 MB en SDRAM y memoria flash de 8MB.
- Temporizadores de 32 bits (contador descendente), 4 temporizadores de propósito general y para el conteo del tiempo de 64 bits.
- Interruptores controlados para el manejo de los temporizadores, encoders, puerto UART, DSP esclavo, PWM, ADC y conectores de entradas y salidas.
- Entradas analógicas conformado por 4 DAC independientes y un ADC de 16 bits (multiplexado).
- 8 DAC's como salidas analógicas de 16 bits.
- 20 entradas y salidas digitales.
- 2 encoder incrementales de entrada (TTL o RS422) de 24 bits.
- Interfaz serial UART.
- DSP esclavo TMS320F240.
- Conexión del módulo mediante un conector PCI de 32bits.
- Rango de temperatura de operación: $0 - 55°C$.

- Fuente de alimentación de +5 V a 2.5 A, +12 V a 0.3 A y -12 V a 0.2 A.
- Consumo de potencia: 18.5W.

De todas las características disponibles en el dispositivo dSPACE, únicamente se obordaran aquellas que son utilizadas para el control de posición del MI, tales como el módulo PWM y convertidores análogico/digital. La configuracion del puerto DB25 de salida de las señales PWM al circuito inversor se muestran en la Figura 5.7.



Connector (CP18)	Pin	Signal	Pin	Signal
	1	GND		
	2	SCAP1	20	GND
	3	SCAP3	21	SCAP2
	4	GND	22	SCAP4
	5	ST2PWM	23	ST1PWM
	6	GND	24	ST3PWM
	7	SPWM1	25	GND
	8	SPWM3	26	SPWM2
	9	SPWM5	27	SPWM4
	10	SPWM7	28	SPWM6
	11	SPWM9	29	SPWM8
	12	GND	30	GND
	13	GND	31	GND
	14	GND	32	GND
	15	GND	33	GND
	16	SSIMO	34	SSOMI
	17	SCLK	35	SSTE
	18	VCC (+5 V)	36	GND
	19	VCC (+5 V)	37	GND

Figura 5.7: Señales de conexión de los pines de salida del PWM en el módulo dSPACE DS1104.

Las características del módulo PWM se listan a continuación:

- DSP esclavo con 3 canales de salida para la generación de señales PWM trifásicas con un rango de frecuencia de 1.25 Hz a 5 MHz.
- Tres señales PWM controladas por el periodo (modo simétrico).
- Las señales PWM tienen componentes complementarios (señales negadas).
- Control del tiempo muerto entre cada señal PWM no invertido (PWM1, PWM3 y PWM5) e invertido (PWM2, PWM4 y PWM6).
- El ciclo de trabajo es programado de forma independiente.
- El ciclo de trabajo es especificado por el usuario.
- Salidas PWM individuales controladas por software.
- Voltajes de salida TTL.
- Capacidad de corriente de salida de 13mA en cada pin del PWM.

El módulo de conversión análogico-digital (ADC) está formado por cinco canales y puede operar de dos maneras:

- ADC multiplexado:

- Cuatro canales ADC multiplexados y equipados con circuitos de muestreo y retención (Sample and Hold ADC).
- Resolución de 16 bits.
- Voltajes de entrada de $\pm 10V$.
- Tiempo de conversion de 2 μs.

- ADC independiente:
  - Resolución de 12 bits.
  - Voltajes de entrada de $\pm 10V$.
  - Tiempo de conversión de 800 ns.

Por último, para el manejo de señales y manipulación del algoritmo de control programado en la dSPACE, se utiliza el software ControlDesk versión 7.3.1. Este software, permite la adquisición de los datos de cada una de las señales que fluyen a través del algoritmo de control. En la siguiente sección se muestran los resultados experimentales adquiridos en tiempo real para cada una de las señales de los algoritmos de control propuestos.

5.1.6. Módulo Motor/Dinámometro

El módulo motor/dinámometro modelo 8960-1X consiste en un motor de CD de imanes permanentes que tiene la opción de configurarse como motor o dinámometro por medio de un interruptor. Para su configuración como motor es necesario conectarlo a una fuente de CD a través de sus dos conectores en el panel frontal. Para su uso como dinámometro, los imanes permanentes del motor operan como un generador de CD, donde las terminales del generador son conectadas a una carga eléctrica. La carga mecánica es aplicada por un circuito accionador (inversor) acoplado al módulo. Ambas operaciones son controladas de manera manual a través de una perilla acoplada al panel frontal o de manera externa por un voltaje de control. Para los experimentos realizados en la presente investigación se utiliza el módulo en su configuración motor de impulsión, la carga mecánica aplicada al motor de inducción en condiciondes de control de posición son aplicadas de manera externa mediante la perilla acoplada al panel frontal.

En ambos modos de configuración el módulo presenta indicadores digitales de velocidad y de par de carga. Consta de terminales de salida, que permiten la obtención de la velocidad (tacogenerador) y par aplicado (sensor de par de carga). Estas señales se utilizan en la obtención de los resultados experimentales.

En los ejes del módulo motor/dinámometro y el motor de inducción se incorporan coples para fijar los ejes de ambas máquinas, a través de una banda que acopla los dos ejes, tal como se muestra en la Figura 5.8.

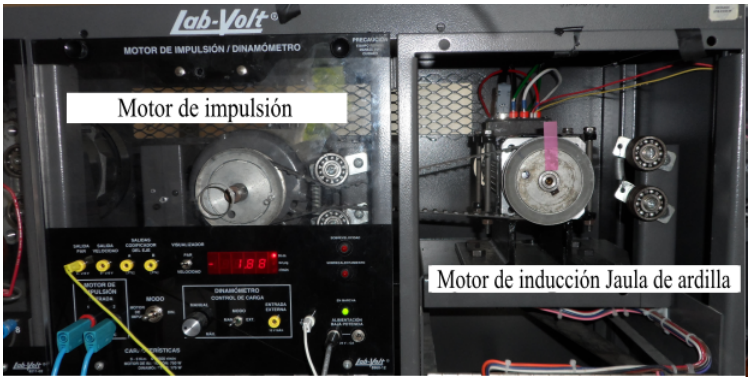


Figura 5.8: Fotografía del modulo Motor/Dinámometro utilizado.

5.2. Resultados obtenidos

Se desarrollaron las pruebas experimentales para una trayectoria de posición angular y se obtuvieron los datos con ayuda del software ControlDesk®del modulo dSPACE. La trayectoria suave de posición angular fue planificada de acuerdo a un polinomio Bézier con posición final de $2\pi\, rad$. Se consideraron los siguientes parámetros para no exceder los límites de operación del motor:

- Voltaje del bus de CD: 100 [V].
- Par aplicado τ_L: 1.6 [Nm]. Par aplicado al motor de inducción sin exceder los limites térmicos.
- Par pico $\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]. Máximo par aplicado al MI por cortos periodos de tiempo.
- Posición promedio θ: 2 [πrad]. Valor máximo de la trayectoria de posición angular de referencia.
- Flujo de enlace promedio ψ_{d0}: 0.26 [Wb]. Flujo de enlace de referencia calculado como $\psi_{d0} = Mi_{d0}$.
- Frecuencia de conmutación f: 10 [KHz]. Frecuencia de conmutación del inversor trifásico.

De acuerdo a la información obtenida, se consideran dos casos: el primero corresponde al desempeño del controlador aplicando el par nominal τ_L cuando la variable de control se encuentra en estado estacionario en motor de inducción. Por último se considera, para el algorimo de control adaptable Backstepping, un par de carga que excede dos veces el par promedio $\tau_{L_{max}}$. La integración de los dispositivos electrónicos de potencia, el sistema de procesamiento de señales y los algoritmos de control se muestra en la Figura 5.9.

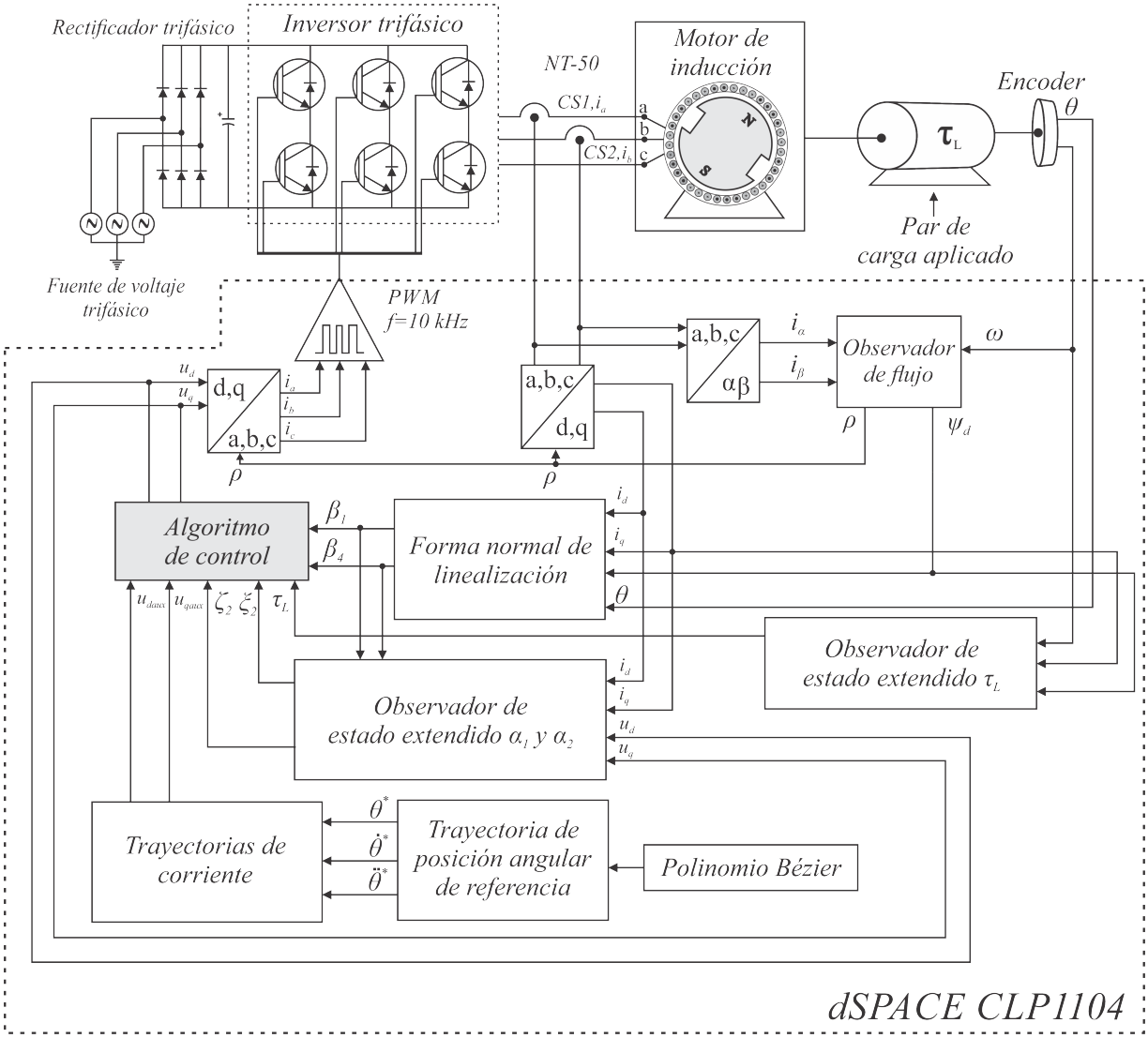


Figura 5.9: Diagrama a bloques del sistema experimental utilizado.

5.2.1. Simulación del control de posición para el motor de inducción

El diagrama mostrado en la Figura 5.9 representa el esquema general del sistema a bloques. A partir de este algoritmo se simula el control de seguimiento suave de posición angular del MI. Los valores de las ganancias del controlador, de los observadores y de las condiciones iniciales para la trayectoria de referencia, se determinan por el usuario bajo un criterio de estabilización. Por otro lado, para la cosimulación se utilizará el programa Matlab/Simulink y el software de simulación PSIM. En este último se implementaran los elementos eléctricos, estableciendo sus parámetros de acuerdo a los valores calculados en el Capítulo 3. A continuación se describe cada uno de los bloques que conforman el algoritmo de control.

5.2.1.1. Modelo promedio de la planta en Matlab/Simulink

Se diseña y construye el diagrama a bloques de la planta tal como se muestra en la Figura 5.10. El acoplamiento del modelo promedio de la planta sobre el entorno de Matlab/Simulink se hace con ayuda del bloque *SimCoupler*. Este bloque proporciona un enlace entre PSIM y Matlab/Simulink, con el objetivo de implementar y simular la parte eléctrica en PSIM y el esquema de control así como las tranformaciones de Clarke y Park en Matlab/Simulink. Con este tipo de herramientas se facilita la simulación del esquema general, además de visualizar y analizar el desempeño del controlador antes de realizar las pruebas experimentales en el laboratorio.

En el circuito de la Figura 5.11, el circuito inversor trifásico suministra la potencia necesaria para el MI, donde las mediciones de las corrientes de fase se retroalimentan a través del controlador. Para la conmutación de los IGBT's del inversor se recurre a la modulación PWM sinusoidal mediante un circuito analógico, que compara la señal promedio del controlador con la señal triangular. El esquema del circuito de tiempos muertos no es incluido para simulación, pero se toma en cuenta durante la implementación física, únicamente se hace el negado de cada señal de cada fase para conmutar la parte inferior de cada rama del inversor. Las señales de entrada hacia el modulador PWM son proporcionadas por el controlador, y las señales de salida son obtenidas de la medición de los sensores de corriente de la planta. Se observa otra señal que simula el parámetro de par de carga, y también se observa otra señal de salida que representa a la variable de velocidad angular. La adquisición de las señales de entrada y salida se realizan a través de los nodos de enlace **In Link Node** y **Out Link Node**, donde se reciben las variables de control (u_a, u_b,u_c y τ_L) y se envían las variables (i_a, i_c y ω) del circuito hacia el diagrama del esquema de control realizado en Simulink.

Un aspecto importante a remarcar es que a través del software de simulación PSIM, se simula de manera realistica el comportamiento dinámico y estático del MI, donde se pueden ingresar los parámetros del motor calculados en el Capítulo 3, mostrados en la Tabla 3.6.

Para las pruebas de simulación se alimenta al inversor trifásico con una fuente de CD de 100 V, y se establece una frecuencia de conmutación de 10 KHz para la señal triangular (portadora), la cual se utiliza en los circuitos de comparación del PWM.

5.2.1.2. Resultados de simulación

Se realizó la simulación de una trayectoria suave de referencia y regulación de la posición del MI. Los resultados de simulación del diagrama a bloques implementado en Matlab/Simulink-PSIM son presentados a continuación.

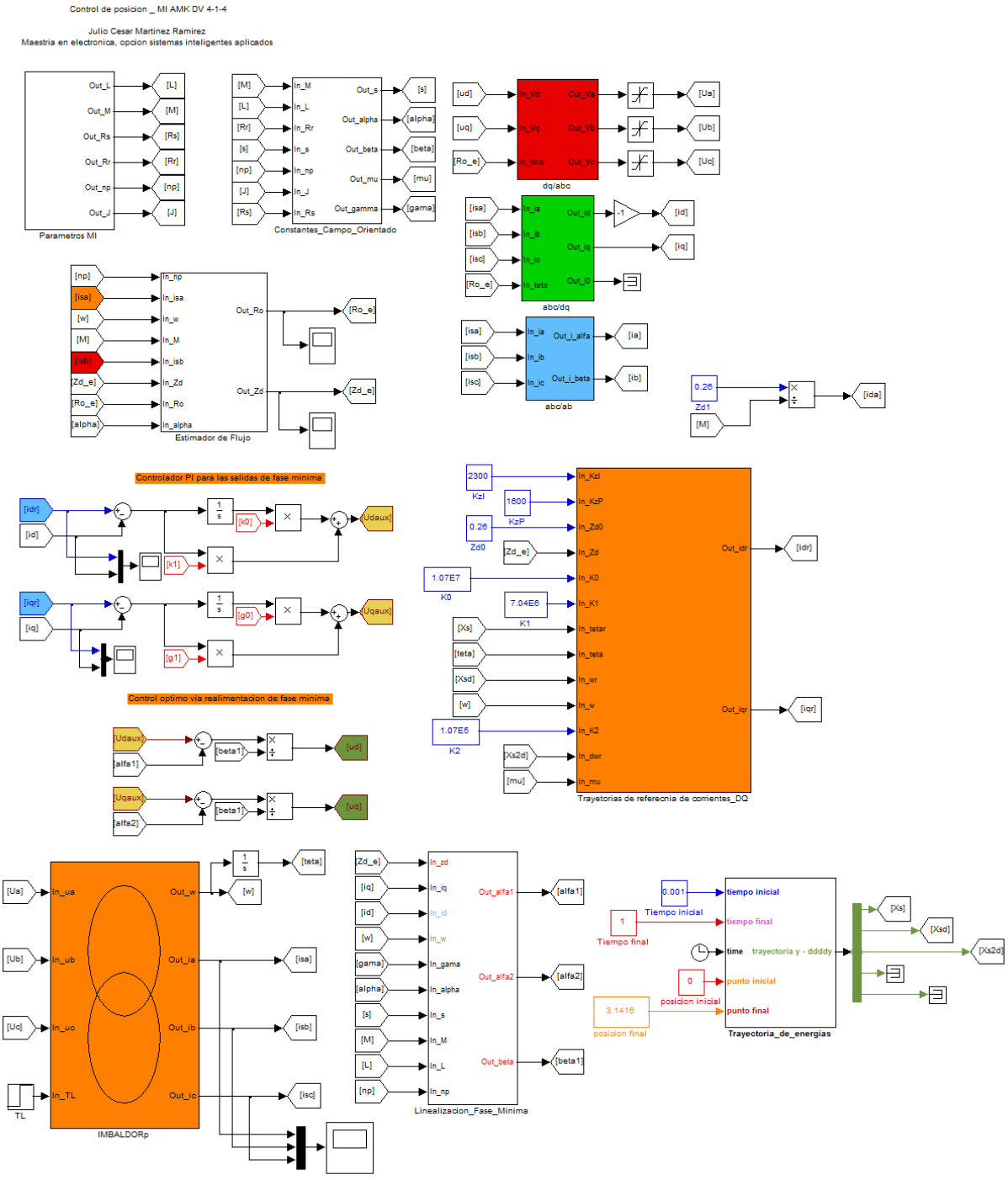


Figura 5.10: Diagrama a bloques del sistema simulado.

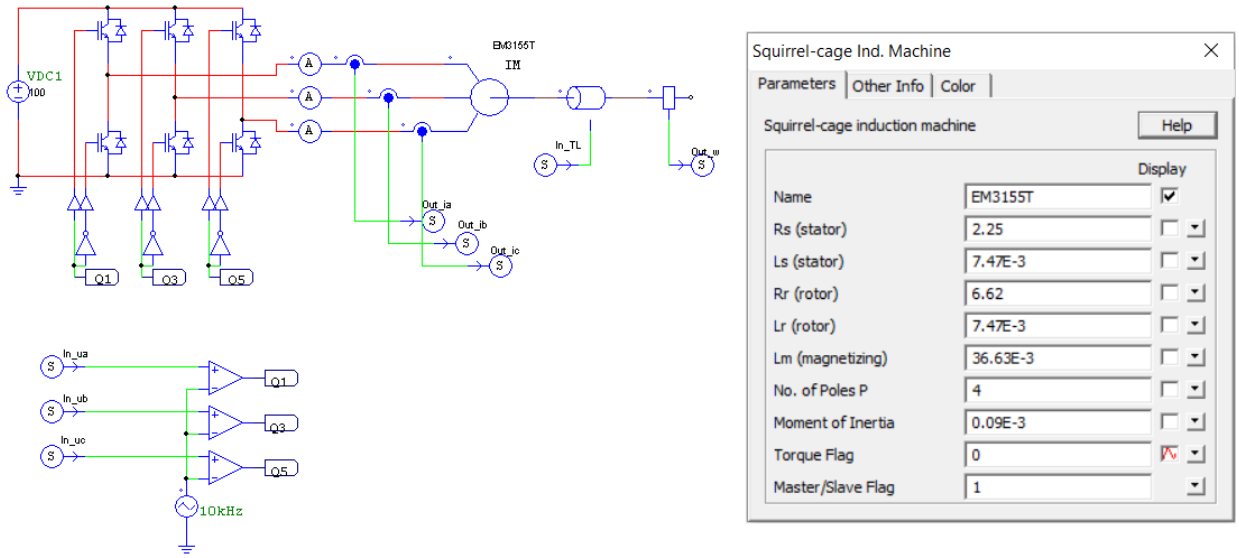


Figura 5.11: Modelo promedio de la planta en PSIM.

En la Figura 5.12 se aprecia el seguimiento de la posición del MI ante una trayectoria suave de referencia. Se propone una posición de referencia de 2π [rad] con un arranque suave en un intervalo de tiempo entre 0 a 5 segundos. Para todos los esquemas de control se observa que el controlador inyecta la potencia necesaria para que la posición alcance a la señal de referencia sin ningún problema, aún despues de haber aplicado un par de carga al eje.

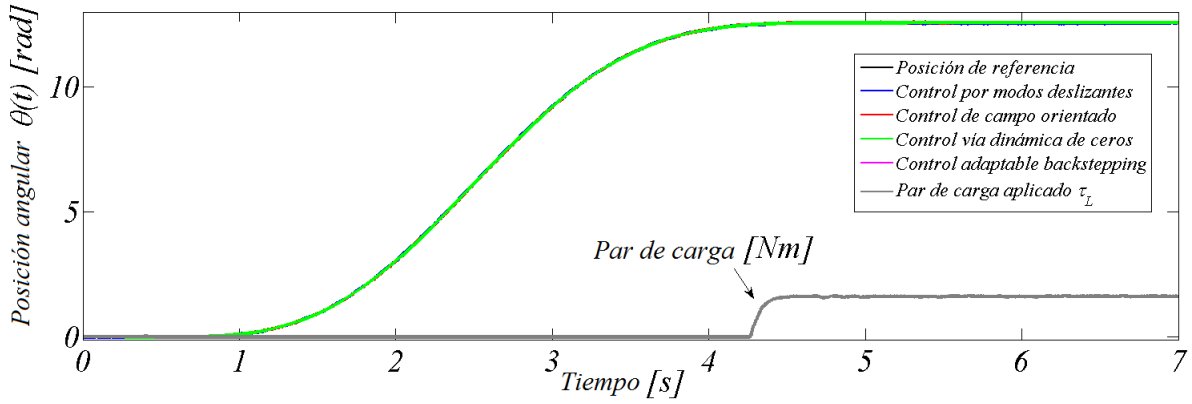


Figura 5.12: Comparativa del seguimiento de una trayectoria de posición para los diferentes esquemas de control simulados en Matlab/Simulink-PSIM.

5.2.2. Análisis de desempeño entre los algoritmos de control

Para el análisis de desempeño entre los diferentes algoritmos de control se considerarón condiciones térmicas y eléctricas iguales. Debido a que no existen diferencias significativas entre el seguimiento de trayectorias de posición sin perturbaciones exógenas, se considera el caso en donde se aplica un par de carga constante τ_L: 1.6 [Nm] y una temperatura $T \simeq 25°$ C.

En la Figura 5.13 se muestra un gráfico comparativo con el segumiento de trayectoria de posición angular, de los diferentes algoritmos de control implementados ante una perturbación constante de par de carga. La trayectoria de referencia es pre-específicada en base a un polinomio Bézier de décimo orden, para el cálculo de la trayectoria de referencia deseada, ver [24].

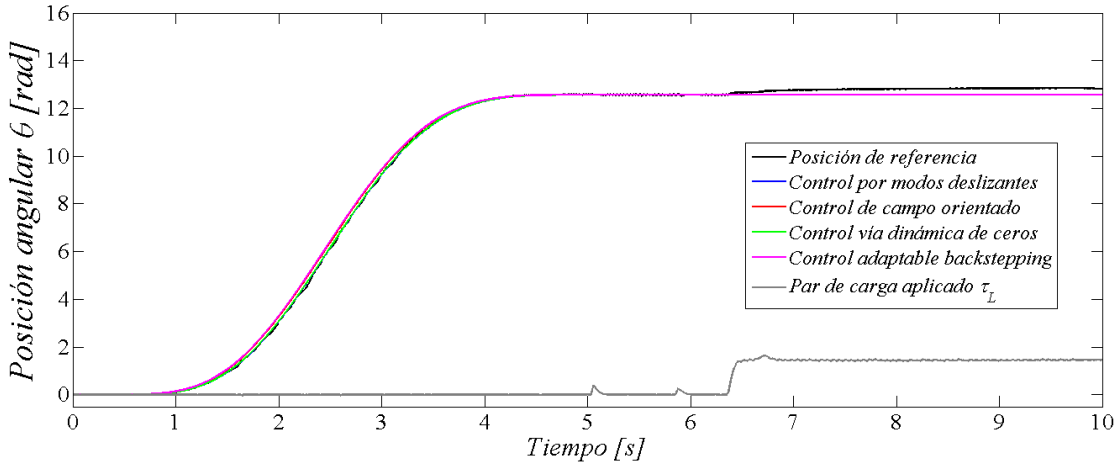


Figura 5.13: Comparativa del seguimiento de una trayectoria de posición para los diferentes algoritmos de control expuestos.

Se puede apreciar en la Figura 5.13 que la posición proporciona un buen desempeño en todos los esquemas de control implementados. En la Figura 5.14 se muestra una comparativa del error de seguimiento de trayectorias de posición para los diferentes esquemas de control expuestos en el presente proyecto de investigación.

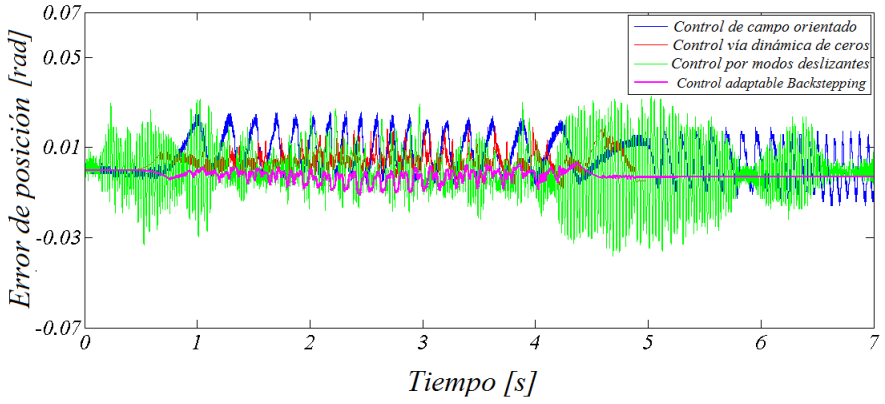


Figura 5.14: Comparativa del error de seguimiento de una trayectoria de posición para los diferentes algoritmos de control expuestos.

A partir de la Figura 5.14 se pueden establecer lo siguiente:

- El error de posición del controlador de campo orientado comandado por corrientes, presenta un seguimiento oscilante en el regimen transitorio. Además se observa que

para $t = 5\ s$ se aplica un par de carga constante $\tau_L = 1.6[Nm]$. En este caso, el seguimiento de la trayectoria de posición comienza a oscilar sobre la referencia, lo cual produce un error en estado estacionario acotado.

- El controlador vía dinámica de los ceros presenta un mejor desempeño en el regimen transitorio y en el regimen estacionario. Sin embargo, se observa que al aplicar par de carga en aproximadamente $t = 5\ s$, ocurre un pequeño sobretiro producto de la perturbación exógena aplicada.
- En el caso del control por modos deslizantes, existe una oscilación presente en todo el seguimiento de la trayectoria de posición deseada, esto debido a la propiedad de conmutación del *modo deslizante* [13].
- El control adaptable backstepping muestra el menor error de seguimiento de la trayectoria de posición deseada. Se observa que ante la perturbación de par de carga, no muestra un error significativo.

Como índice de desempeño de los controladores, es utilizado el error cuadratico medio, el cual mide el promedio de los errores al cuadrado, es decir, la diferencia entre el estimador y lo que se estima. Para el caso de aplicación el error en el seguimiento de posición angular es acumulado por la suma de cada uno de sus elementos elevado al cuadrado:

$$Error = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\theta_r - \theta)^2 \tag{5.1}$$

En la Figura 5.15 se observa que a pesar de que existe una perturbación exógena aplicada de motor de inducción en el control adaptable backstepping muestra un mejor índice de desempeño en comparación con los otros esquemas de control utilizados. Obsérvese también que el error acumulado del control de campo orientado no se mantiene acotado y además presenta un incremento en función del tiempo.

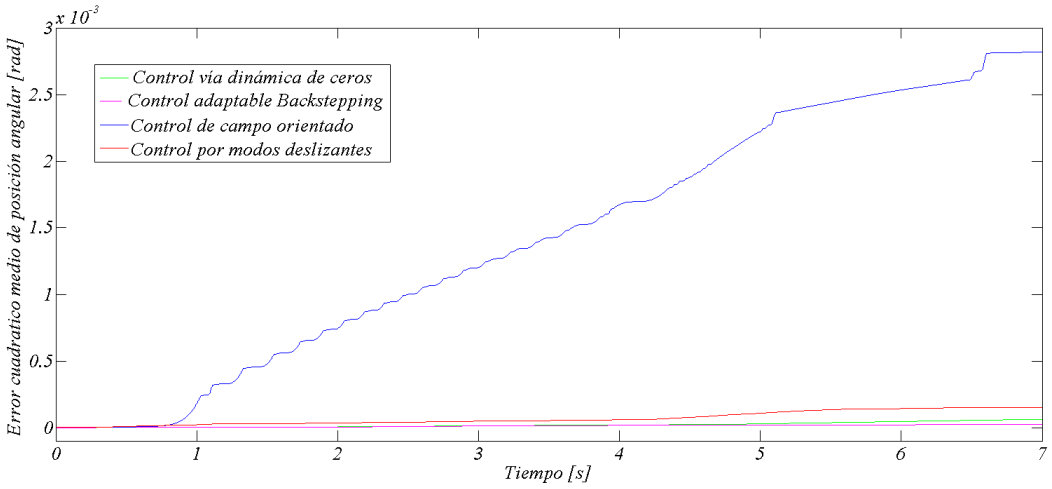


Figura 5.15: Indicador de desempeño de seguimiento de una trayectoria de posición para los diferentes algoritmos de control expuestos.

Los valores del error cuadratico medio calculados numericamente, se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Valores del error cuadratico medio del error de seguimiento del MI.

Esquema de control	Error cuadratico medio [rad]
Control de campo orientado	0.0028
Control por modos deslizantes	1.5254×10^{-4}
Control vía dináamica de ceros	6.26×10^{-5}
Control adaptable Backstepping	2.23×10^{-5}

Es importante mencionar que el control adaptable backstepping muestra un mejor desempeño en el seguimiento de trayectorias suaves de posición, sin embargo este controlador requiere de un procesamiento matemático mayor comparado con los otros esquemas de control. Los resultados obtenidos muestran que el esquema de control backstepping en conjunto con un observador de orden reducido, presenta un buen desempeño ante perturbaciones súbitas en comparación con los otros esquemas de control.

La Figura 5.16 muestra el desempeño del observador de estado extendido, el cual estima cambios paramétricos internos del MI en función de sus ecuaciones de forma normal,

$$\alpha_1 = -\gamma i_d + \alpha\beta\psi_d + n_p\omega i_q + \alpha\frac{Mi_q^2}{\psi_d}$$
$$\alpha_2 = -\gamma i_q - \beta n_p\omega\psi_d - n_p\omega i_d - \alpha\frac{Mi_d i_q}{\psi_d}$$

Observese que las variables medidas unicamente corresponden a i_q, i_d y ω, por tanto se tiene información de los valores paramétricos α, β y γ los cuales se definien como,

$$\alpha = \frac{R_r M^2}{L_r^2}$$
$$\beta = \frac{1}{\sigma L_s}$$
$$\gamma = [R_s + \frac{R_r M^2}{L_r^2}]$$

De esta forma es posible estimar el valor de los parámetros eléctricos y su variación en el tiempo.

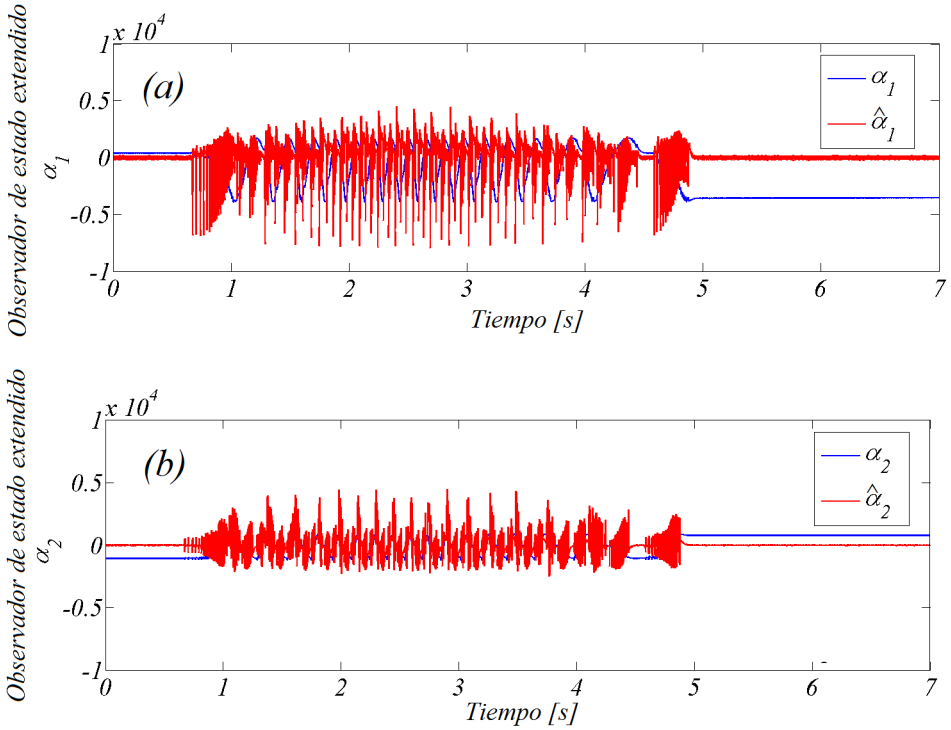


Figura 5.16: Estimador de estado extendido para los parámetros α_1 y α_2.

Uno de los principales parámetros que presentan variaciones térmicas respecto a su valor nominal, es la resistencia de estator R_S. Esto es debido a que en condiciones de control de posición, el motor de inducción no genera autoventilación por el movimiento del rotor, provocando calentamiento en el estator. A su vez, el calentamiento en componentes eléctricos pasivos, provoca una desviación de sus valores nominales de operación, como se muestra en la Figura 5.17.

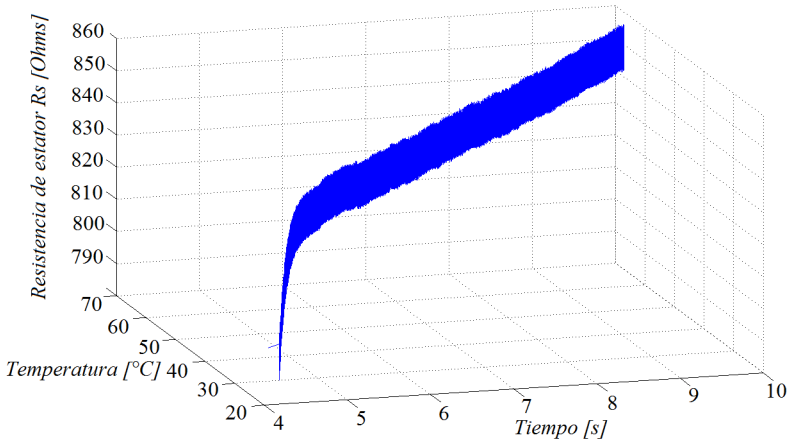


Figura 5.17: Estimador de la resistencia de estator R_S en función de la temperatura.

La Figura 5.18 muestra el desempeño del observador de flujo de enlace ψ_d, el cual muestra un buen desempeño en todos los esquemas de control. El flujo de enlace es utilizado como parámetro principal en los esquemas de control implementado. Su aplicabilidad reside en las operaciones de conversión de coordenadas $\alpha - \beta$ y $d - q$ y sus transformaciones inversas, ver sección 4.7.1.

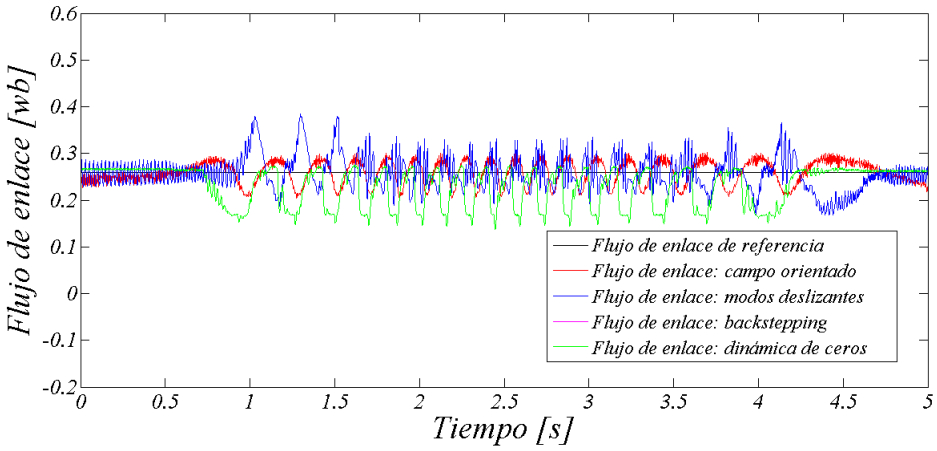


Figura 5.18: Estimador del flujo de enlace ψ_d.

Para el esquema de control backstepping se realizarón pruebas con par de carga extremo ($\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]) por cortos periodos de tiempo para evitar daños en el motor por efectos de calentamiento. Los resultados obtenidos muestran un desempeño robusto bajo las condiciones de par establecidas, ver Figura 5.19.

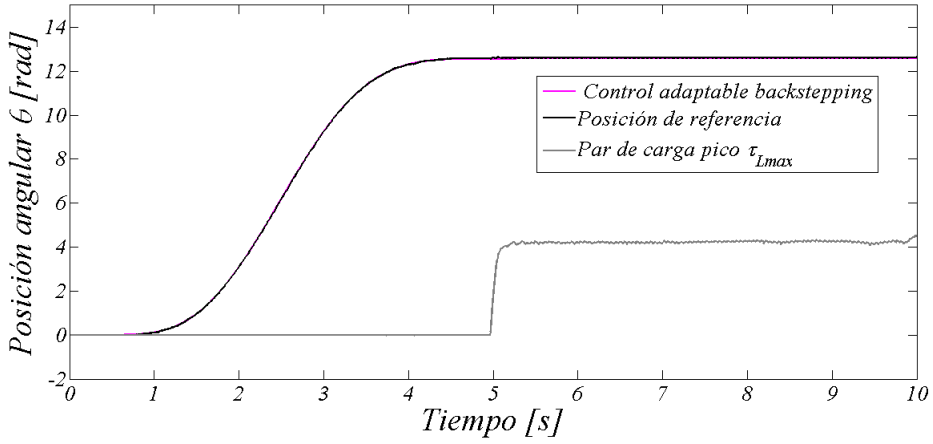


Figura 5.19: Seguimiento de trayectoria de posición angular para el esquema de control Backstepping con un par de carga pico ($\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]).

En la Figura 5.19 se observa la convergencia de la posición angular hacia el valor de referencia deseado. El seguimiento de la trayectoria de posición a la referencia deseada se corrobora en la Figura 5.20, donde se muestra el error en el seguimiento de posición angular. Se observa

que en $t = 5segundos$, es decir, al aplicar un par de carga extremo ($\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]) el error en el seguimiento de la trayectoria de referencia incrementa, sin embargo se mantiene acotado en un rango muy pequeño (< 0.1).

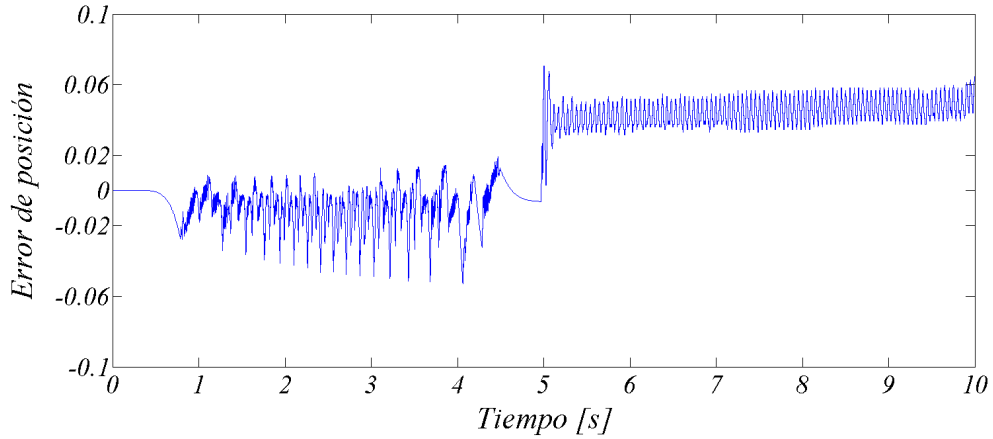


Figura 5.20: Error de posición para el esquema de control Backstepping con un par de carga pico ($\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]).

El trabajo realizado por los observadores hace que la posición angular se enganche a la posición angular medida, teniendo como resultado un óptimo desempeño del controlador. La respuesta del observador de estado extendido para α_1 y α_2 ante una perturbación de par de carga pico $\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm], se muestra en la Figura 5.21.

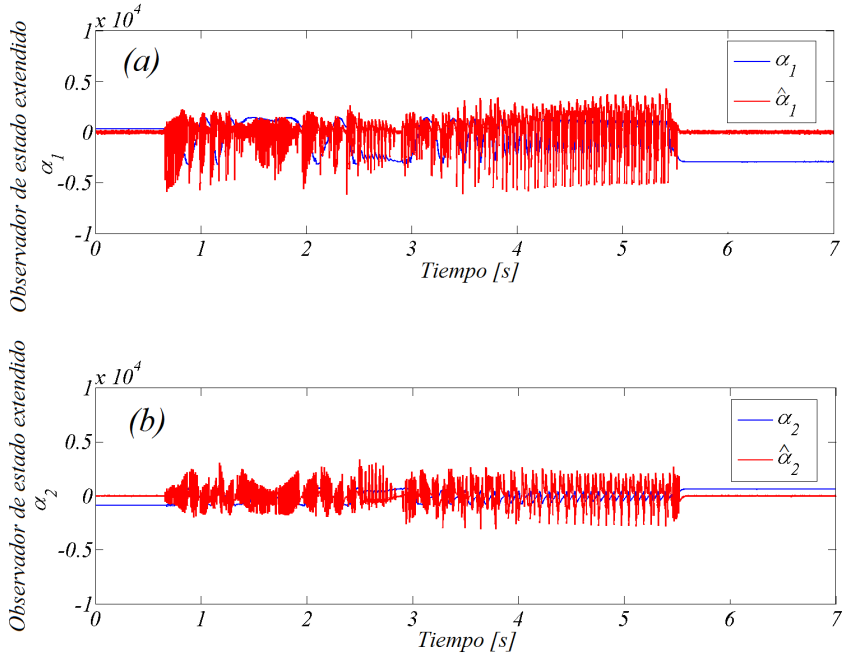


Figura 5.21: Estimador de estado extendido para los parámetros α_1 y α_2 con un par de carga extremo ($\tau_{L_{max}}$: 4 [Nm]).

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

En este capítulo se presentan las conclusiones referentes a los diferentes algoritmos de control diseñados e implementados para el control de posición de un motor de inducción (MI), además se muestran propuestas sobre trabajos futuros.

6.1. Conclusiones

Las conclusiones del trabajo presentado son:

- El evaluar diferentes esquemas de control permite establecer diferencias no solo en la aplicabilidad del MI, si no en diferencias propias de cada controlador. Nótese que el efecto del modo deslizante en la aplicación del MI de inducción es evidente en todo momento del seguimiento de trayectorias de posición angular.
- El desempeño de los controladores bajo las condiciones de operación mostradas en el capítulo anterior se mantiene acotado en el error de seguimiento de trayectorias de posición, aún cuando es aplicado par de carga a la flecha del MI.
- Debe conocerse perfectamente el flujo de enlace ψ_d para generar e implementar los esquemas de control.
- Los parámetros eléctricos del MI deben estimarse mediante métodos establecidos en la Norma IEEE 112 [18]. Este procedimiento permite conocer los parámetros eléctricos del MI en condiciones estáticas.
- El modelo linealizado en forma exacta permite la obtención de una ley de control Backstepping y un esquema de control, vía dinámica de los ceros, que forza la convergencia de los errores de seguimiento de trayectorias de posición a aproximadamente cero en todo momento, ante pares de carga constantes.
- El controlador Backstepping mantiene un buen desempeño en el seguimiento de trayectorias de posición ante perturbaciones exógenas extremas de par de carga. Las pruebas realizadas en estas condiciones se realizaron en un corto tiempo debido a las repercuciones térmicas en el motor.

- Los observadores de estado extendido permiten la estimación de los parámetros internos. Esto permite conocer cómo varían los parámetros internos del MI de forma dinámica ante perturbaciones exógenas tales como par de carga o temperatura.

6.2. Trabajos futuros

- Se sugiere explorar más a fondo las prestaciones del controlador Backstepping a fin de aprovechar sus ventajas como la incertidumbre de parámetros y otras perturbaciones.
- Establecer esquemas de control considerando técnicas *sensorless* para el parámetro de posición.
- Será importante realizar pruebas en motores con un mayor y menor número de pares de polos, y evaluar el desempeño de los esquemas de control ante efectos como el de dentado en motores con pocos pares de polos.
- Durante la realización de este proyecto se observó que un parámetro que afecta el desempeño del MI es la temperatura, por lo que se sugiere realizar estudios sobre los efectos térmicos en el MI con diferentes esquemas de control.
- Una tarea importante es llevar a cabo estos trabajos del MI a una aplicación específica de posicionamiento o bien a un proceso de manufactura.

Apéndice A

Transformaciónes de Clarke y Park

A.1. Transformación de Clarke

Obsérvese, en la Figura A.3, 3 variables f_a, f_b, f_c defasadas 120° ubicadas en el eje de referencia a, b, c y un eje bifásico ortogonal conocido como eje de referencia estacionario α-β. Se observa que el eje α del eje de referencia estacionario, se encuentra alineado con el eje a del eje de referencia trifásico.
La transformación de Clarke permite transformar las variables que se encuentran en el eje de referencia trifásico a, b, c, al eje de referencia estacionario α-β.

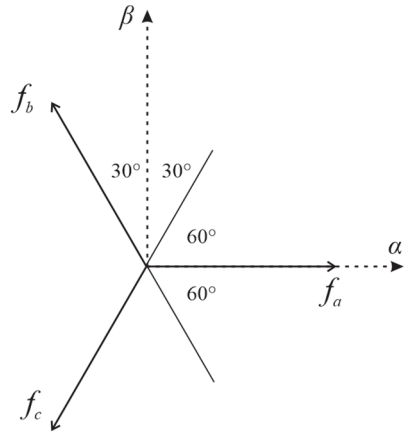


Figura A.1: Eje de referencia a, b, c y eje de referencia estacionario α-β.

Analizando la proyección de las variables del eje de referencia a, b, c al eje de referencia α-β, realizando las sumas vectoriales necesarias y ordenando matricialmente se obtiene:

$$\begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -cos(60°) & cos(30°) & 1 \\ -cos(60°) & -cos(30°) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{pmatrix} \tag{A.1}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{pmatrix}$$

La inversa de la transformación de Clarke, está dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

En términos trigonometrícos la ecuación (A.2) puede ser expresada como:

$$\begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & -cos(60°) & -cos(60°) \\ 0 & cos(30°) & -cos(30°) \\ cos(60°) & cos(60°) & cos(60°) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

La ecuación (A.3) es la transformación de Clarke, con la cual se representan variables f_a, f_b, f_c en un eje de referencia bifásico estacionario f_α, f_β. Una ventaja de aplicar la transformación α-β, es que separa las componentes de frecuencia cero al ubicarlos en el eje de secuencia cero. Si el sistema es de tres hilos (no tiene conductor de neutro) no se tienen entonces componentes de secuencia cero, por lo que los voltajes y corrientes en la componente cero puede eliminarse de las ecuaciones anteriores.

A.2. Transformación de Park

La transformada de Park permite obtener valores trifásicos de un sistema de referencia fijo en un sistema de referencia ortonormal giratorio. La transformada inversa permite hacer lo contrario, si se tiene un sistema ortonormal con un eje de referencia fijo, y desfase, se puede obtener el sistema con el eje de referencia giratorio. Esta transformada convierte un sistema trifásico estacionario en un sistema trifásico ortogonal que gira con el ángulo mecánico (θ_m) del rotor. Permite como tal un cambio de coordenadas, desde un sistema trifásico estacionario al sistema coordenado giratorio. La trasnformada de Park utiliza la transformada de Clarke para obtener el equivalente en cuadratura de los ejes fijos a los giratorios con un ángulo. El significado físico de la trasnformada de Park es colocarse en un eje de referencia fijo o giratorio. En la Figura A.2 se observa el eje de referencia bifásico estacionario α-β, así como las variables f_d y f_q que se encuentran en un eje de referencia bifásico síncrono d-q. El eje de referencia síncrono d-q, así como sus variables f_d y f_q se encuentran respecto al eje de referencia estacionario α-β, con una velocidad angular ω_e.

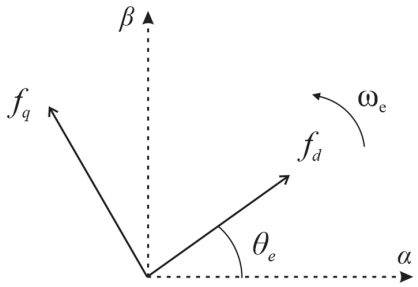


Figura A.2: Eje de referencia síncrono *d*-*q* y eje de referencia estacionario α-β.

A partir de la Figura A.2 se analiza la proyección de las variables f_d y f_q sobre el eje de referencia α-β; por lo tanto, se obtienen las ecuaciones de las proyecciones en su forma matricial, la cual expresa las variables del eje de referencia *d*-*q* en función de las variables del eje de referencia α-β, tal como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\begin{pmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\theta_e) & sin(\theta_e) & 0 \\ -sin(\theta_e) & cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

En su forma inversa, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} cos(\theta_e) & sin(\theta_e) & 0 \\ -sin(\theta_e) & cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} cos(\theta_e) & -sin(\theta_e) & 0 \\ sin(\theta_e) & cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{A.5}$$

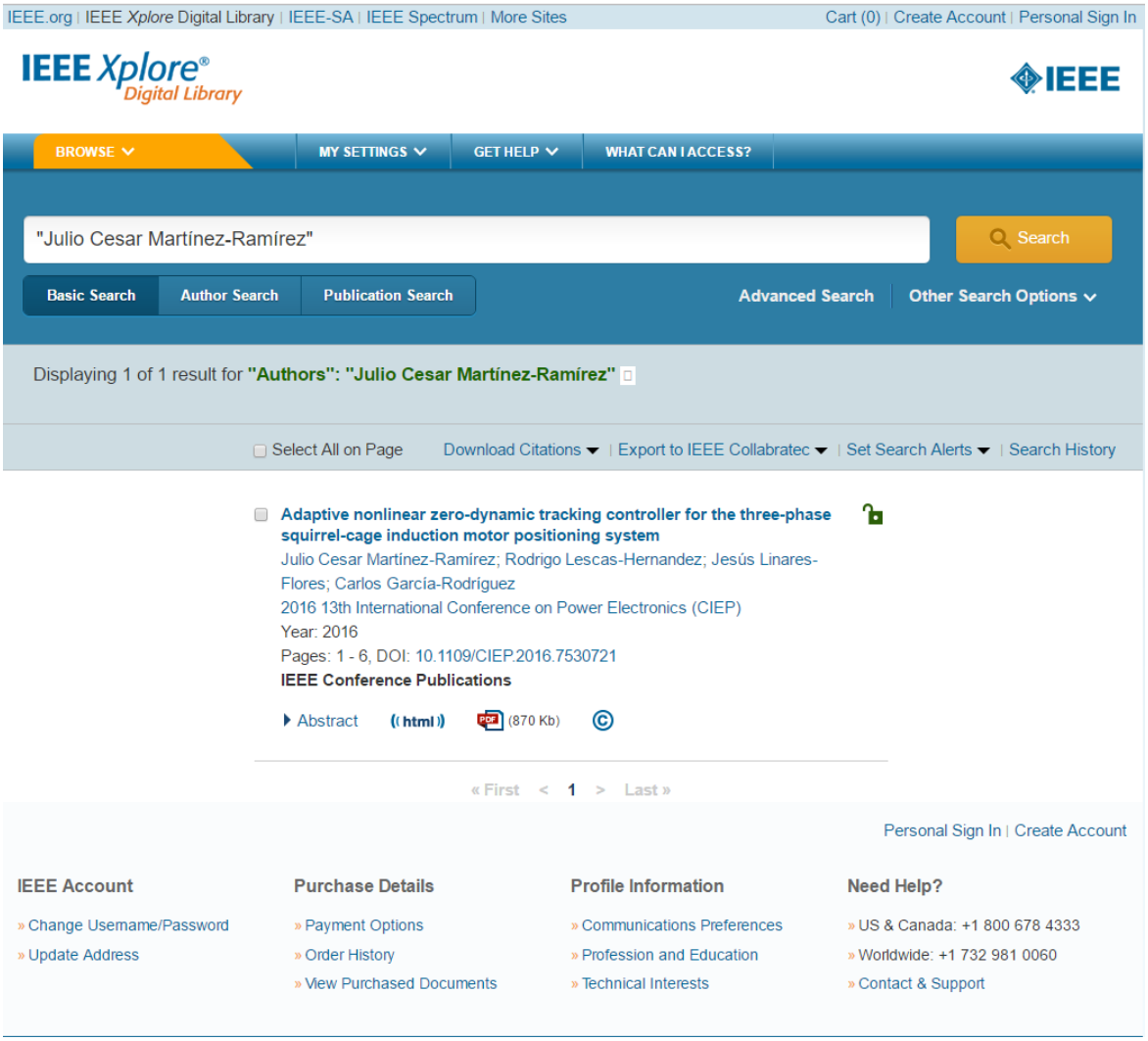
Sustituyendo la ecuación (A.2) en (A.4) y simplificando, se obtiene,

$$\begin{pmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} cos(\theta_e) & cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ -sin(\theta_e) & -sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} \tag{A.6}$$

De la ecuación (A.6) se observa que es posible aplicar la transformada de Clark y la transformada de Park a un sistema en el eje de referencia *a*, *b*, *c*, la cual es de gran utilidad para el desarrollo de los modelos del motor de inducción y sus respectivos observadores. Estas transformaciones son válidas para cualquiera de las variables de flujo de enlace, corriente o voltaje trifásico.

Apéndice B

Artículo realizado



Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller for the Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor Positioning System

Julio Cesar Martínez-Ramírez,
Rodrigo Lescas-Hernandez
Departamento de Posgrado,
Universidad Tecnológica de la Mixteca,
Oaxaca 69000, México
Emails: julio.cesar.martinez.ramirez.1@gmail.com
rodrigolescas@hotmail.com

Jesús Linares-Flores, *Senior Member, IEEE*
and Carlos García-Rodríguez, *Member, IEEE*
Instituto de Electrónica y Mecatrónica,
Universidad Tecnológica de la Mixteca,
Oaxaca 69000, México
Emails: jlinares@mixteco.utm.mx
sofosmaster@mixteco.utm.mx

***Abstract*—This paper is concerned with the design and implementation of a position adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller (ANZTC) for a three phase squirrel-cage induction motor (IM). This controller is designed for a fifth-order model of an induction motor which includes both electrical and mechanical dynamics under the assumptions of linear magnet circuits, written in $d-q$ coordinates. A linear extended state observer (LESO) is derived for the online estimation of the disturbances related to the internal parameters of the induction motor, such as mutual inductance, stator resistance, rotor resistance, stator inductance, rotor inductance, and flux linkage. The estimated value of LESO observer is adapted to controller in order to minimize the unknown disturbance effects present in the system. Experimental results of the proposed control are compare to a classical field oriented control at the same operation conditions. Both control techniques were implemented in a dSPACE®1104 equipment.**

***Index Terms*—Adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller, Three-phase induction motor, Linear extended state observer, Field oriented control.**

I. Introduction

The induction motor is the most commonly used and it is considered to be the workhorse of industry. It is an alternating current motor, either three-phase or single phase. Industrial induction motors may run at constant speed or at variable speed through the use of a power electronic converter [1]. The applications who required a variable speed or position tracking has a fast expansion. That make investigation about induction motor more suitable for implementation in real industry [2]. There are several approaches to design a speed or position controllers that including magnetic saturation effects, parameter uncertainties, and load torque variations, such as input-output linearization control [3], passivity-based control [4], variable structure control [5]-[6], and adaptive control [6]-[7].

The induction motor operation at low speed causes a reduction in air circulation in the stator windings, and this produces a heating in the mutual inductance, stator inductance, stator resistance, rotor inductance, and rotor resistance. Thus, all the internal parameters of induction motor change their value. The high-performance position tracking controllers for the induction motors have to take account all the time the internal parameters variations, in order to reduce the internal disturbances effects produced by the increase of temperature [3]-[7]. Therefore, we develop an adaptive nonlinear zero dynamic tracking controller based on a linear extended state observer (LESO), which estimates the internal parameters variations of motor, and reduces the effects causes by the internal and external disturbances present in the system. The main contributions of this paper are: 1) The design and implementation of a LESO observer to estimate and compensate the internal perturbations effects in the induction motor system, 2) the design and implementation of a robust angular position tracking control based on zero dynamics design method, and 3) the comparison between adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller and field oriented controller. This paper is organized as follows. Section II presents the mathematical model of the three-phase induction motor and the problem formulation. The classic field oriented controller (FOC) and the adaptive nonlinear zero-dynamic tracking controller are presented in the

978-1-5090-1775-1/16/$31.00 ©2016 IEEE

section III. In Section IV, the experimental setup is explained, and the experimental results are shown, where the static and dynamic performance of the position tracking error of both controllers are compared. Finally, Section V presents the conclusions of all the work.

II. Induction Motor Model

This paper is referred to [9], [10] for the general theory of electric machines and induction motors, to [11] for related control problems. The symbols used, their meaning and their value are listed in the Appendix A. Consider the following nonlinear state-space model in the field-oriented coordinates system given by,

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta}{dt} &= \omega \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu\psi_d i_q - \frac{B}{J}\omega - \frac{\tau_L}{J} \\
\frac{d\psi_d}{dt} &= -\eta\psi_d + \eta M i_d \\
\frac{di_d}{dt} &= -\gamma i_d + (\eta M/\sigma L_R L_S)\psi_d \\
&\quad + n_p\omega i_q + \eta M i_q^2/\psi d + u_d/\sigma L_S \\
\frac{di_q}{dt} &= -\gamma i_q - (M/\sigma L_R L_S) n_p \omega \psi_d \\
&\quad - n_p\omega i_d - \eta M i_q i_d/\psi_d + u_q/\sigma L_S \\
\frac{d\rho}{dt} &= n_p\omega + \eta M i_q/\psi_d
\end{aligned} \tag{1}$$

where the state vector is defined by $x = (\theta, \omega, \psi_d, i_d, i_q, \rho)^T$ and $(u_d, u_q)^T$ the voltage control inputs.

Let $\sigma = 1 - M^2/L_R L_S$, $\alpha = R_R/L_R$, $\beta = M/\sigma L_R L_S$, $\mu = n_p M/JL_R$, $\gamma = M^2 R_R/\sigma L_R^2 L_S + R_S/\sigma L_S$, a parameterization of the induction motor model, where σ, α, β, γ, μ are known parameters depending on the nominal value of electrical and mechanical parameters shown in the Appendix A. The dynamic model shown in (1) is used to develop a very effective method of control. In the sections below a classic method of current-command fiel-oriented control and the design of a ANZTC is shown.

III. Induction Motor Control

A. Field Oriented Control

A classical control technique for induction motors is by the field oriented control. Chiasson [12] shown that the effect of the nonlinear terms in (1) can be eliminated by forcing the system into *current-command* mode using high-gain feedback. That is, one applies the PI current loops

$$u_d = K_{dI}\int_0^t (i_{dr} - i_d) + K_{dP}(i_{dr} - i_d) \tag{2}$$

$$u_q = K_{qI}\int_0^t (i_{qr} - i_q) + K_{qP}(i_{qr} - i_q) \tag{3}$$

directly to (1) to force the currents to track their corresponding references i_{dr} and i_{qr}, respectively. The control of position is then done through the input i_{qr} choosen by

$$\begin{aligned}
i_{qr} = \Big(K_0\int_0^t (\theta_{ref} - \theta) + K_1(\theta_{ref} - \theta) \\
+K_2(\omega_{ref} - \omega) + \dot{\omega}_{ref} + B/J\omega\Big)/\mu\psi_0.
\end{aligned} \tag{4}$$

The flux linkage ψ_d is forced to a constant value ψ_{d0} by

$$i_{dr} = K_{\psi I}\int_0^t (\psi_{d0} - \psi_d) + K_{\psi P}(\psi_{d0} - \psi_d) \tag{5}$$

Equations (4) and (5) ensure that $\theta \to \theta_{ref}, \omega \to \omega_{ref}, \psi_d \to \psi_{d0} = M i_{d0}$ (Appendix B) even with a constant load torque τ_L acting on the motor.

B. Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller

Note that equation of (1), corresponding to the flux angle can be omitted from the original set of equations without altering the dynamics of the system, moreover its value has already been taken into account in the transformation from the $\alpha - \beta$ stationary coordinate system to the $d - q$ rotating coordinate system. Consequently, and omitting also the load torque for convenience, the model (1) can be written as

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u_d + g_2(x)u_q \tag{6}$$

where

$$f(x) = \begin{bmatrix}
\omega \\
\mu\psi_d i_q - \frac{B}{J}\omega \\
-\eta\psi_d + \eta M i_d \\
-\gamma i_d + \frac{\eta M}{\sigma L_R L_S}\psi_d + n_p\omega i_q + \frac{\eta M i_q^2}{\psi d} \\
-\gamma i_q - \frac{M}{\sigma L_R L_S)} n_p\omega\psi_d - n_p\omega i_d - \frac{\eta M i_q i_d}{\psi_d}
\end{bmatrix}$$

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \\ 0 \end{bmatrix} \quad g_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sigma L_S} \end{bmatrix}$$

The new state vector is $x(t) = (\theta, \omega, \psi_d, i_d, i_q)^T$. Selecting the currents i_d and i_q as system outputs

$$y_1(t) = h_1(x) = i_d \tag{7}$$

$$y_2(t) = h_2(x) = i_q, \tag{8}$$

these outputs are relative degree $^\circ R = 1$ and the remaining dynamics θ, ω, ψ_d are guaranteed stable. As the relative degree ($^\circ R = 2$) is less than the order (n=5) of the system, so we can propose a nonlinear zero-dynamic tracking controller (NZTC) for the induction motor. Then, the reduced normal form (See [14]) for this system is

$$z_1 = L_f^0 h_1(x) = h_1(x) = i_d \tag{9}$$

$$z_2 = L_f^0 h_2(x) = h_2(x) = i_q \tag{10}$$

$$\dot{z}_1 = \underbrace{L_f h_1(x)}_{\alpha_1} + \underbrace{L_{g_1} L_f h_1(x)}_{\beta_1} u_d + \underbrace{L_{g_2} L_f h_1(x)}_{\beta_2} u_q \tag{11}$$

$$= \alpha_1 + \beta_1 u_d + \beta_2 u_q$$

$$\dot{z}_2 = \underbrace{L_f h_2(x)}_{\alpha_2} + \underbrace{L_{g_1} L_f h_2(x)}_{\beta_3} u_d + \underbrace{L_{g_2} L_f h_2(x)}_{\beta_4} u_q \tag{12}$$

$$= \alpha_2 + \beta_3 u_d + \beta_4 u_q$$

where $\alpha_1, \alpha_2, \beta_n$, $n = 1 \ldots 4$, are calculated as

$$\alpha_1 = -\gamma i_d + \alpha\beta\psi_d + n_p\omega i_q + \alpha M i q^2/\psi_d \tag{13}$$

$$\alpha_2 = -\gamma i_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega i_d - \alpha M i_q i_d/\psi_d \tag{14}$$

$$\beta_1 = \beta_4 = 1/\sigma L_S \tag{15}$$

$$\beta_2 = \beta_3 = 0 \tag{16}$$

Therefore, the NZTC is defined as

$$u_{daux} = \dot{z}_1 + \alpha_1 + \beta_1 u_d \Leftrightarrow u_d = \frac{u_{daux} - \alpha_1}{\beta_1} \tag{17}$$

$$u_{qaux} = \dot{z}_2 + \alpha_2 + \beta_4 u_d \Leftrightarrow u_q = \frac{u_{qaux} - \alpha_2}{\beta_4} \tag{18}$$

where the variables u_{daux}, u_{qaux} are referred to equations (4) and (5) respectively.

C. LESO for the unknown nonlinear internal parameters estimation

In this section, a LESO is proposed to estimate the internal uncertainties induction motor. The estimated value of the heating the rotor resistance and the possible saturation of the magnetic inductance link is considered to be time variang and unknow, but uniformly absolutely bounded so that existence of solutions for the estimation error dynamics are guaranteed to exist according to [13]. The corresponding LESO observer is obtained within a reduced order observer philosophy via the artificial injection of exact differentials. Let $\zeta_1 = \hat{\alpha}_1$, $\zeta_2 = \frac{d\hat{\alpha}_1}{dt}$, $\xi_1 = \hat{\alpha}_2$ and $\xi_2 = \frac{d\hat{\alpha}_2}{dt}$ the observer state variables. The LESO estimates for internal uncertainties are, for α_1,

$$\frac{d\zeta_1}{dt} = \zeta_2 + \beta_1 u_d + \lambda_{1a}(i_d - \zeta_1) \tag{19}$$

$$\frac{d\zeta_2}{dt} = \lambda_{1b}(i_d - \zeta_1) \tag{20}$$

and for α_2,

$$\frac{d\xi_1}{dt} = \xi_2 + \beta_4 u_q + \lambda_{2a}(i_q - \xi_1) \tag{21}$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = \lambda_{2b}(i_q - \xi_1), \tag{22}$$

where $\lambda_{1a}, \lambda_{1b}, \lambda_{2a}$ and λ_{2b} are gains tuned by a polynomial Hurwitz. Now the Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller (ANZTC) is redefined with the inclusion of observers LESO (20) and (22) the equations (17) and (18) respectively, as,

$$u_d = \frac{u_{daux} - \zeta_2}{\beta_1} \tag{23}$$

$$u_q = \frac{u_{qaux} - \xi_2}{\beta_4} \tag{24}$$

This estimator guarantees that the estimation errors are uniformly asymptotically converges to a small neighborhood of the origin of the phase space dynamics estimation error. This dynamic estimation error will remain bounded under parametric uncertainties in the induction motor.

IV. Experimental Results

The experimental results were preceded by computer simulations of the FOC and ANZTC position tracking controllers for the IM. There were using realistic MATLAB/Simulink-PSIM package [15]. The parameter values of the IM with AMK-DV4 series number (Baldor®Electric Company) used in the simulation environment and controller desing are shown in Table I (Appendix A). Moreover, in Figure 1, shows the block diagram of the plant, which is constituted by the following elements: 1) a three-phase IM with encoder device (EM1-Trasmisible Optical Encoder); 2) a prime mover/dynamometer (Model 8960-1X) which consists of a dynamometer (for applying a mechanical load to the IM) and a tachogenerator; 3) a three-phase diode bridge rectifier ($3\phi - DBR$); 4) a 2.4 kW voltage source inverter (VSI); 5) two current sensors (BELL®NT-50) were added to the plataform for measuring the phase

currents i_a (CS1) and i_b (CS2); and 6) the PWM device (10kHz), flux linkage observer (see Appendix C), internal parameters LESO, bézier polynomial, reference trajectories, $ab/\alpha\beta$, ab/dq, and dq/abc transformation blocks, and Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller are implemented into the DS1104 dSPACE controller card (see laboratory setup Fig. 2).

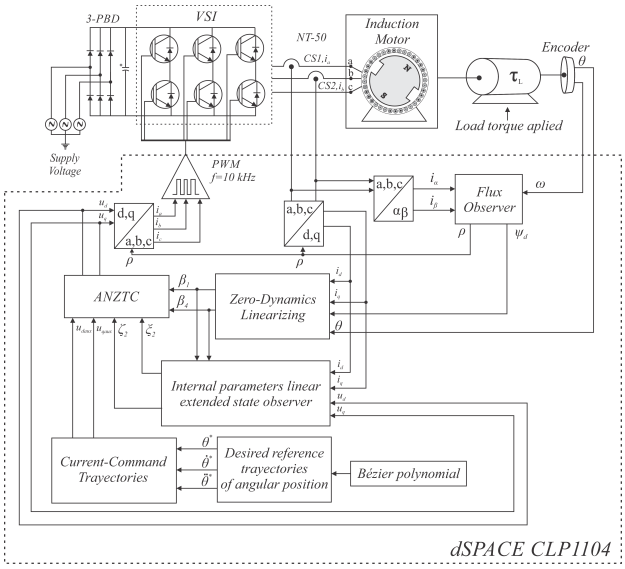


Fig. 1. Schematic of the experimental setup for the IM system and DS1104 dSPACE controller card in closed loop.

A. Comparision Between Current-Command FOC and Adaptive Nonlinear Zero-Dynamic Tracking Controller

In this section, we compare the static and dynamic performance of the proposed controller [14] versus a classical field oriented control [12]. Fig. 3(a) shows the angular position response for a desired trajectory, specified via a suitable Bézier polynomial of order ten. The initial and final values of desired reference trajectory are defined as $\theta_i^*(t = 1seg) = 0.1(rad)$ and $\theta_f^*(t = 5seg) = 4\pi(rad)$, where the desired reference trajectory $\theta^*(t)$ was defined by the following function [8]:

$$\theta^*(t) = \begin{cases} \bar{\theta}_i^*, & \text{for } t < t_0 \\ \bar{\theta}_i^* + (\bar{\theta}_f^* - \bar{\theta}_i^*)\phi(t, t_0, T) & \text{for } t_0 \leq t \leq T \\ \bar{\theta}_f^*, & \text{for } t > T \end{cases} \tag{25}$$

where $\phi(t, t_0, T)$ is a polynomial function of time, exhibiting a sufficient number of zero derivatives at times, t_0 and T, while also satisfying: $\phi(t, t_0, T) = 0$ and $\phi(t, t_0, T) = 1$. For instance, one such polynomial may be giben by

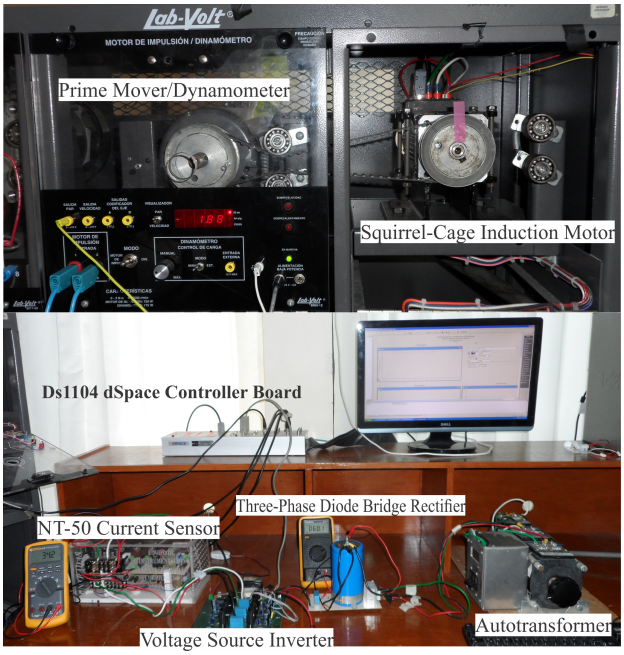


Fig. 2. Photograph of the laboratory setup of the test system with indicated devices.

$$\begin{aligned} \phi(t, t_0, T) &= \nu^5[r_1 - r_2\nu + r_3\nu^2 - r_4\nu^3 \\ &\quad + r_5\nu^4 - r_6\nu^5] \end{aligned} \tag{26}$$

with $\nu = \frac{t-t_0}{T-t_0}$ and $r_1 = 252$, $r_2 = 1050$, $r_3 = 1800$, $r_4 = 1575$ and $r_6 = 126$.

Both controllers show a good performance in the tracking position. This result is corroborated in Fig. 3b, where show the error dynamics of both controllers. In Fig.3(b) shows that in steady-state the performance of the controller ANZTC remains constant, while the FOC controller varies on an error value bounded. Under normal temperature conditions (30°C), both error dynamics remain bounded in very small values ($\leq 5\times10^{-3}$), so it is not possible to establish a significant difference between the two performances in the tracking position.

On the other hand, when the IM remains in operation under constant position and low external ventilation it occurs a heating effect due to: 1) under low or zero speed, 2) high frequency in the PEC, and 3) load torque applied to IM; where they cause variations in the internal parameters of the motor. Experiments were performed at high temperature ($\geq$ 30°C), to test the

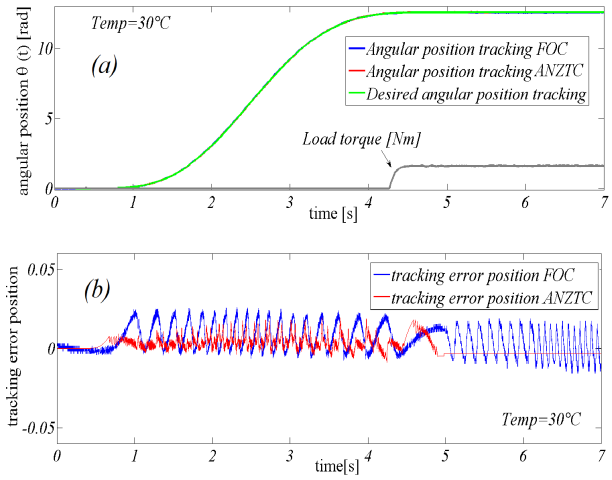


Fig. 3. Experimental results: (a) angular position response, desired reference (green line), zero-dynamic linearizing control response (red line) and field oriented control response (blue line); (b) dynamic error for a desired angular position trajectory trancking task with external load torque applied $\tau_L \neq 0$. Operating temperature 30°C.

performance of the motor in the tracking position, the results are shown in Fig. 4(a).

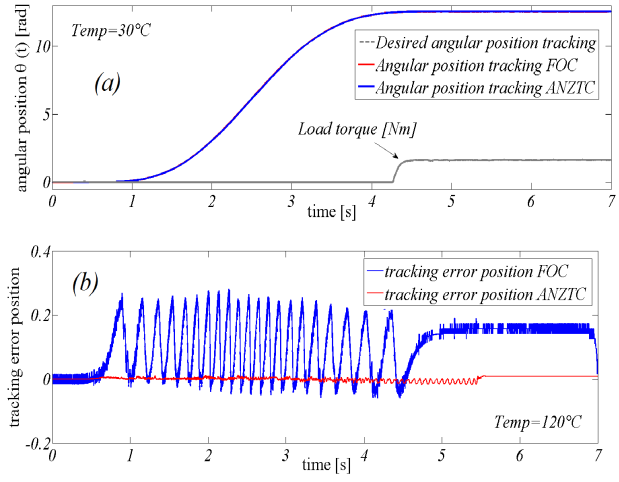


Fig. 4. Experimental results: (a) angular position response, desired reference (dashed line), zero-dynamic linearizing control response (blue line) and field oriented control response (red line); (b) dynamic error for a desired angular position trajectory trancking task with external load torque applied $\tau_L = 0$. Operating temperature 120°C.

In Fig. 4(a) shown angular position response for the same desired trajectory which in the case above. The result of the tracking position is not well appreciated in the Fig. 4(a), however, the dynamics of the error in Fig. 4(b) shows an increase by ten in tracking error position of FOC controller (≥ 0.1), while the ANZTC controller remains small error dynamics ($\leq 5 \times 10^{-3}$). This is because the LESO estimator attenuates the parametric variations of induction motor associated with exogenous and endogenous unknown disturbances.

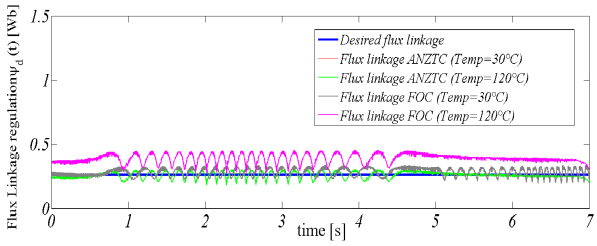


Fig. 5. Experimental results: flux linkage observer ANZTC response, temperature: 30°C (green line) and 120°C (red line); flux linkage observer FOC response, temperature: 30°C (gray line) and 120°C (pink line).

Heating reflects an imbalance in the motor parametric variables. Therefore, there is a significant error in the flux linkage observer (Fig. 5), which is necessary to perform $d-q$ transformations on both controllers.

V. Conclusion

The zero-dynamic design method allows the design of a robust tracking controller for the position regulation of the three-phase induction motor. Both control strategies (FOC and ANZTC) track the desired trajectory of angular velocity with a minimum error, when the induction motor is working at standard temperature. When the temperature rises up to 100°C into the stator windings, the position tracking error gets higher in the field oriented controller, while adaptive nonlinear zero-dynamic controller keeps a minimum error. The experimental results of control proposed show a high-performance in the tracking trajectory of angular position, when the motor is subjected to a nominal load torque, or a high temperature, which causes variations in the motor's parameters.

APPENDIX A

TABLE I
ELECTRICAL AND MECHANICAL PARAMETERS OF THE INDUCTION MOTOR

Induction Motor Data (Baldor®AMK-DV4)		
θ	Angular position	
ω	Angular speed	
ψ_d	Flux linkage in a frame (d,q)	(0.26 Wb) rated
i_d, i_q	Currents in a frame (d,q)	
u_d, u_q	Voltage inputs in a frame (d,q)	
R_S	Stator resistance	2.25 Ω
R_R	Rotor resistance	6.62 Ω
L_S	Stator inductance	7.47 mH
L_R	Rotor inductance	7.47 mH
M	Mutual inductance	$24.4\times10^{-3}H$
n_p	number of pole pairs	2
J	Rotor inertia	$0.9\times10^{-3}Kgm^2$
τ_L	Load torque	(1.5 Nm) rated
	PTC Thermistor (integrated in the motor)	$5-155^{\circ}C$

APPENDIX B
MAXIMUM TORQUE

In steady state the currents in a two-phase motor are of the form $i_{Sa} = Icos(\omega_S t + \phi_S)$, $i_{Sb} = Icos(\omega_S t + \phi_S - \pi/2)$ so that $i_{d0}^2 + i_{q0}^2 = i_{Sa}^2 + i_{Sb}^2 = I^2$. Shown that the steady-state torque $\tau = J\mu\psi_{d0}i_{q0} = J\mu\psi_{d0}i_{d0}i_{q0}$ subject to $i_{d0}^2 + i_{q0}^2 \leq I_{max}^2$ is maximized by chossing $i_{d0} = i_{q0} = I_{max}/\sqrt{2}$. This is used only at lower speeds where the voltage constraint $u_{Sa}^2 + u_{sB}^2 \leq V_{max}$ will not be violated. (In this case, $I_{max} = 2.3A$, then one might choose $i_{d0} = 1.5/\sqrt{2} = 1.06A$ so as to not operate at the current limit [12].)

APPENDIX C
FLUX LINKAGE OBSERVER

The flux linkage observer used is development on a dynamic model of induction motor in polar coordinates (See Chiasson [12]). The flux linkage observer is defined as,

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = n_p\omega + \alpha M\left(-i_\alpha sin(\hat{\rho}) + i_\beta cos(\hat{\rho})\right)/\hat{\psi}_d \quad (27)$$
$$\frac{d\hat{\psi}_d}{dt} = -\alpha\hat{\psi}_d + \alpha M\left(i_\alpha cos(\hat{\rho}) + i_\beta sin(\hat{\rho})\right)$$

The usefulness of the representation (25) is that the variables ψ_d, i_d, and i_q, vary much slower than variables in cordinates $\alpha - \beta$. For example, if the motor is running at a constant speed, the variables ψ_d, i_d, and i_q, are constant no matter how high the speed.

REFERENCES

[1] S. A. Nasar and I. Boldea, *Electric Machines Steady-State Operation*, Lexington, Kentuchy:CRC Taylor and Francis, 1990 .

[2] I. Boldea and S. A. Nasar, *Electric Drives*, 2nd ed. Timisoara, Romania: CRC Taylor and Francis, 2014.

[3] D. Dolinar, P. Ljusev, and G. Stumberger, *"Inputoutput linearising tracking control of an induction motor including magnetic saturation effects*, IEEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 150, No. 6, November 2003.

[4] Wen-Jieh Wang and Jenn-Yih Chen, *"Passivity-based sliding mode position control for induction motor drives",* in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 20, no. 2, pp. 316-321, June 2005.

[5] O. Barambones, P. Alkorta, J. M. Gonzalez de Durana, and E. Kremers, *"A Robust Position Control for Induction Motors using a Load Torque Observer"*, IEEE Proc. 20th Mediterranean Conference on Control & Automation, Barcelona, Spain, July 3-6, 2012.

[6] P. Alkorta Egiguren and B. C. Oscar, *"Robust position control of induction motor drives,"* Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on, Bari, 2010, pp. 1468-1473.

[7] R. Shahnazi, H. Shanechi, and N. Pariz, *"Position Control of Induction and DC Servomotors: A Novel Adaptive Fuzzy PI Sliding Mode Control"*, IEEE Transactions on energy conversion, vol. 23, no. 1, March 2008.

[8] Biagiotti and C. Melchiorri, *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2008.

[9] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, and S. D. Umans, *Electric Machinery*, New York: McGraw-Hill, 1983.

[10] P. C. Krause, *Analysis of Electric Machinely*, New York: McGraw-Hill, 1986.

[11] W. Leonhard, *Control of Electrical Drives*, Berlin: Springer-Verlag, 1985.

[12] J. Chiasson, *Modeling and High-Performance Control of Electric Machines*, New York: Wiley-Interscience, 2005.

[13] Y.E. Gliklikh, *"Necessary and sufcient conditions for global - intime existence of solutions of ordinary, stochastic and parabolic differential equations,"* Abstr. Appl. Anal., vol. 2006, pp. 117, 2006.

[14] Q.Lu ,Y. Sun, and S. Mei, *Nonlinear ControlSystems and PowerSystem Dynamics*, Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 2001.

[15] PSIM, *Users Guide Version 9.0 Release 3,*Powersim, May 2010 [Online]. Available: https://www.myway.co.jp/products/psim/dlles/pdf/PSIM_User_Manual_V9.0.2.pdf

Bibliografía

[1] I. Boldea, S.A. Nasar. *Electric Drives*. Electric Power Engineering Series. CRC Press, 1 Edición (2005).

[2] I. Boldea, S.A. Nasar. *Máquinas Eléctricas, Dinámica y Control*. Cecsa (1995).

[3] P. C. Sen. *Thyristor D.C. drives*. John Wiley & Sons (1981).

[4] W. Leonhard. *Control of electric drives*. Springer-Velarg, 2 Edición (1996).

[5] P.Vas. *Vector control of A.C. machines*. Oxford Univ. Press (1990).

[6] G.K. Dubey. *Power semiconductor controlled drives*. Prentice Hall (1989).

[7] I. Boldea, S.A. Nasar. *Vector control of A.C. drives*. CRC Press (1992).

[8] M.P. Kazmierkovski, H. Tunia,. *Automatic control of converted-fed inductions motor drives*. Elseiver (1994).

[9] P.M. Trzynadlowsky. *The field oriented principle in control induction motors*. Kluver Acad. Press (1996).

[10] N. Mohan, T.M. Undeland, W.P. Robbins. *Power Electronics*. John Wiley & Sons (1995).

[11] S.A. Nasar, I. Boldea. *Electric Machines. Steady-State Operation*. Series in Electrical Engineering. Hemisphere Pub. Corp, New York (1990).

[12] Miroslav Krstić, Iaonnis Kanellakopoulos, Petar Kokotović. *Nonlinear and Adaptive Control Desing*. Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons Inc, New York (1995).

[13] Wilfrid Perruquetti, Jean Pierre Barbot. *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker Inc., New York (2002).

[14] Romeo Ortega, Antonio Loría, Per Johan Nocklasson, Hebertt Sira-Ramirez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems. Mechanical, Electrical and Electromechanical Aplications*. Springer-Verlag, Londres (1998).

[15] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer Velarg, Comm & Contr. Eng. Series, 3ra. Edición (1995).

[16] R.Hernández-Sampieri. *Metodología de la investigación*. McGRAW-HILL (1991).

[17] A. E. Fitzgerald, C. Kmgsley, S.D. Umans. *Electric Machinery*. 5a. Edición, MacGraw Hill, New York (1990).

[18] Norma IEEE 112: Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators. Institute of Electrical and Electronics Engineers (2004).

[19] M. Bodson, J. Chiasson, R. Novotnak."Nonlinear speed observer for high-performance induction motor control". IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 42 (4). pp. 337-343 (1995).

[20] M. Bodson, J. Chiasson, R. Novotnak. "High-performance induction motor control via input-output linealization". IEEE Trans. Contr. Syst. Techn., Vol. 14, No. 4, pp.25-33 (1994).

[21] M. Bodson, J. Chiasson, R. Novotnak."Nonlinear speed observer for high-performance induction motor control. IEEE Trans. Indust. Electron., Vol. 42, No. 4, pp.1-7 (1995).

[22] J. Chiasson. "Dynamic feedack linearization of the induction motor". IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 38, No. 10, pp.1588-1594 (1993).

[23] J. Chiasson. "A new approach to dynamic feedback linearization control of an induction motor". Proc. 34th IEEE Conf. Decision and Control, New Orleans, LA, pp.2173-2178 (1995).

[24] A. De Luca. "Design of an exact nonlinear controller for induction motor". IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.34, pp.1304-1307 (1989).

[25] Marino, R. Peresada, S. Valigi, P., "Adaptive input-output linearizing control of induction motors". IEEE Transactions on Automatic Control, vol.38, no.2, pp.208-221 (1993).

[26] R. Ortega, G. Espinosa. "Torque regulation for induction motors". Automatica, Vol. 29, No.3, pp.621-633 (1993).

[27] John Chiasson. *Modeling and high-performance control of electric machines.* Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons Inc, New York (2005).

[28] A. Chelouah. E. Delaleu, P. Martin, P. Rouchon. "Differential flatness and control of induction motors". Proc. of Symposium on Control: Optimization and Supervition, Computacional Engineering in Systems Applications (CESAR), IMACS Multiconferences, Lille, France, pp. 80-85. (1996).

[29] Y.E. Gliklikh, "Necessary and sufficient conditions for global-intime existence of solutions of ordinary, stochastic and parabollic defferential equations", Abstr. Appl. Anal., vol.2006, pp. 1-17 (2006).

[30] Escobar - Noriega. Carlos. *Control de seguimiento de velocidad basado en pasividad de un motor síncrono de imanes permanentes, sin sensor de posición.* Universidad Tecnológica de la Mixteca (2015).

[31] J. Chiasson. "Nonlinear controllers for induction motors", IFAC Conferences Systems Structure and Control, Nantes, France, pp. 5-7 (1995).

[32] A. Glumineau, M. Hammy, C.H. Mong."Robust control of brushless servo motor via sliding mode techniques". Int. J. Control , vol. 58 (5). pp. 970-990 (1998).

[33] J.Y. Hung, W. Gao, J.C. Hung."Variable structure control: A survey". IEEE Transactions Industrial Electronics , vol. 40 (1). pp. 2-22 (1993).

[34] Proca, A.B. Keyhani, A., "Sliding-Mode Flux Observer With Online Rotor Parameter Estimation for Induction Motors". IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol.54, no.2, pp.716-723 (2007).

[35] Qiang Lu, Yuanzhang Sun, Shengwey Mei, *Nonlinear Control System and Power System Dynamics*. Kluwer Academic Publisher, Massachusetts (2001).

[36] Faa-Jeng Lin, Li-Tao Teng, Chih-Kai Chang."Adaptive Backstepping Control for Linear Induction Motor Drive Using FPGA". IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, pp.1269-1274 (2006).

[37] D. G. Taylor. "Nonlinear control of electric machines: An overview". IEEE Control Systems Magazine, Vol. 14, No.6, pp.41-51 Diciembre (1994).

[38] O. Hegazy, R. Barrero, J. Van Mierlo, M. El Baghdad, P. Lataire, T. Coosemans. "Control, analysis and comparison of different control strategies of electric motor for battery electric vehicles applications". 15th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE), vol.3, no.2, pp.1-13 (2013).

[39] Hou Zhaowen, Huang Jin, Cheng Ming, Liu He, Zhao Lihang, "Rotor Faults Diagnosis in Rotor Field Oriented Controlled Induction Motors Based on Torque Current". Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2014 17th International Conference on Electronics, pp.988-992 (2014).

[40] R. Ortega, G. Espinosa. "Passivity properties of induction motors: application to flux observer design". Industry Applications Society Annual Meeting, Conference Record of the 1991 IEEE, pp.65-71 (1991).

[41] K. Kim, R. Ortega, A. Charara. "Theoretical and experimental comparison of two nonlinear controllers for current-fed induction motors". IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.5, No.3, Mayo (1997).

[42] Emmanuel Delaleau, Jean-Paul Louis, Romeo Ortega."Modeling and control of inductions motors". Int. J. Appl. Math Comput. Sci., Vol. 11, No. 1, pp. 105-129 (2001).

[43] B. Bessaih, A. Boucheta, I.K. Bousserhane, A. Hazzab, P. Sicard. "Speed control of linear induction motor considering end-effects compensation using rotor time constant estimation". 2012 9th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices (SSD), Vol. 3, No.5, pp.1-7 (2012).