

## UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA

## CONTROL DE VELOCIDAD DE UN MOTOR DE CD A TRAVÉS DE UN ARREGLO EN CASCADA SEPIC - PUENTE COMPLETO ALIMENTADO CON UN PANEL SOLAR

#### TESIS

## PARA OBTENER EL TÍTULO DE

## INGENIERO EN ELECTRÓNICA

### PRESENTA

## EDEL FERNANDO CUEVAS LÓPEZ

# DIRECTOR DE TESIS Dr. JESÚS LINARES FLORES

HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA. JUNIO DE 2010

Tesis presentada en junio de 2010 ante los sinodales:

M.C. Jorge Luis Barahona Ávalos M.C. Enrique Espinosa Justo M.C. Jacob Vásquez Sanjuán

Director de tesis: Dr. Jesús Linares Flores

# Dedicatoria

Para toda mi familia: Mis papás Velia y Edel y mi hermana Karina Con mucho cariño. Edel.

# Agradecimientos

A mis papás por todo el apoyo, amor y compresión que me han dado toda la vida y sin el cual no hubiera sido posible la realización de esta tesis.

A Selene por sus palabras de aliento y cariño, ahh y también por sus regaños (muchos) cuando fueron necesarios.

A mis amigos de la carrera, el wilo, nacho, el men, wordo, el perro, etc. por los buenos momentos de juerga que pasamos.

A los profesores asignados como sinodales Jorge Barahona Ávalos, Enrique Espinosa Justo y Jacob Vásquez Sanjuán por su colaboración en la mejora de este trabajo de tesis.

Y por último a mi director de tesis el Dr. Jesús Linares por el conocimiento y tiempo invertidos en la realización de esta tesis.

## Resumen

Este trabajo de tesis trata sobre un control pasivo indirecto de velocidad angular para el sistema SEPIC-Puente Completo-Motor de CD alimentado vía un panel solar. Simultáneamente la ley de control regula el voltaje de salida del convertidor SEPIC a un valor nominal mayor al voltaje de salida del panel y la velocidad angular del eje del motor en ambos sentidos de giro, a través de las constantes de referencia pre-especificadas en el controlador. El resultado principal de la propuesta es un controlador lineal que se basa en las mediciones de corrientes y voltajes del convertidor tipo SEPIC, y también en la medición de la corriente de armadura del motor para poder operar. La ley de control se deriva del uso de la dinámica del error exacto, la cual se obtiene de la retroalimentación lineal de la salida pasiva del sistema. Todas las variables constantes de referencia deseadas se calculan a través de los puntos de equilibrio del sistema, los cuales quedan en términos del voltaje nominal de salida del convertidor SEPIC, la velocidad angular del motor y el voltaje de alimentación proporcionado por el panel fotovoltaico. La implementación de la ley de controlador promedio se hace mediante un esquema de modulación PWM. Y finalmente, se presentan resultados experimentales de la plataforma del sistema de control propuesto.

# Índice general

De	edica	toria					V
Ag	grade	ecimientos					VII
Re	esum	en					IX
Ín	dice	general					XI
Ín	dice	de figuras					xv
1.	Intr	oducción					1
	1.1.	Tipos de paneles solares fotovoltaicos	•				3
		1.1.1. Panel fotovoltaico de celdas monocristalinas $\hdots$	•				3
		1.1.2. Panel fotovoltaico de celdas policristalinas	•				4
		1.1.3. Panel fotovoltaico de celdas amorfas	•				4
	1.2.	Planteamiento del problema	•				4
	1.3.	Justificación	•				5
	1.4.	Hipótesis	•				6
	1.5.	Objetivos	•				6
		1.5.1. Objetivo general	•				6
		1.5.2. Objetivos específicos	•				6
		1.5.3. Metas	•				6
	1.6.	Contenido de la tesis	•		•	•	7
2.	Moo	delado matemático					9
	2.1.	Modelado del panel fotovoltaico	•				9

		2.1.1.	Modelado mediante la simulación del circuito equivalente del panel	
			fotovoltaico	10
		2.1.2.	Modelado mediante las ecuaciones de voltaje y corriente del panel	
			fotovoltaico	13
		2.1.3.	Acoplamiento del panel con el convertidor SEPIC $\ . \ . \ . \ .$	16
	2.2.	Modela	ado del convertidor cd-cd SEPIC	17
		2.2.1.	Modelo promedio del convertidor SEPIC	17
		2.2.2.	Análisis en estado estable del convertidor SEPIC	20
	2.3.	Modelo	o promedio del sistema	27
3.	Con	trol ba	sado en pasividad de sistemas multivariables	33
	3.1.	Pasivio	$\operatorname{lad}$	33
	3.2.	Disipat	tividad	36
	3.3.	Diseño	del controlador por retroalimentación de la salida pasiva $\ \ldots \ \ldots$	38
4.	Plat	taforma	a experimental	49
	4.1.	Motor	eléctrico de corriente directa	50
	4.2.	Conver	rtidor electrónico de potencia tipo SEPIC	51
		4.2.1.	Diseño de los inductores del convertidor $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	52
		4.2.2.	Selección de los capacitores del convertidor	54
		4.2.3.	Semiconductores del convertidor	55
	4.3.	Modul	ador de ancho de pulso (PWM)	56
	4.4.	Conver	rtidor cd-cd de puente completo	59
	4.5.	Sensor	es eléctricos	59
	4.6.	Contro	lador por retroalimentación de la salida pasiva	62
	4.7.	Result	ados experimentales	63
5.	Con	clusior	les	71
	5.1.	Trabaj	os futuros	72
Bi	bliog	grafía		75
А.	Sen	sor de	corriente NT-15	79
B.	B. Tarjeta de adquisición de datos			

### C. Controlador multivariable

83

# Índice de figuras

1.1.	Diagrama a bloques del manejador eléctrico solar.	5
2.1.	Circuito eléctrico de la celda fotovoltaica con carga	10
2.2.	Circuito eléctrico del panel fotovoltaico con carga.	11
2.3.	Circuito equivalente del panel fotovoltaico en el punto de máxima potencia.	12
2.4.	Curva VxI obtenida mediante simulación del modelo del panel	12
2.5.	Curva VxP obtenida mediante la simulación del modelo del panel	13
2.6.	Diagrama eléctrico del panel fotovoltaico	13
2.7.	Curva VxI obtenida a través de las ecuaciones de voltaje y corriente	15
2.8.	Curva VxP obtenida a través de las ecuaciones de voltaje y corriente	15
2.9.	Convertidor SEPIC conectado con el panel fotovoltaico	16
2.10.	Convertidor cd-cd tipo SEPIC.	18
2.11.	Circuito equivalente cuando $u = 1$	18
2.12.	Circuito equivalente cuando $u = 0.$	19
2.13.	Formas de onda de corriente y voltaje en el capacitor $C_2$ , con $I_{L_{min}} > I_o$ .	26
2.14.	Sistema propuesto.	28
2.15.	Convertidor de puente completo acoplado al motor	28
2.16.	Circuito eléctrico equivalente cuando $u_2 = 1. \ldots \ldots \ldots \ldots$	29
2.17.	Circuito eléctrico equivalente cuando $u_2 = -1$	29
3.1.	Elemento pasivo.	34
3.2.	Red pasiva	35
4.1		10
4.1.	Plataforma experimental	49
4.2.	Topología del convertidor SEPIC.	51

4.3.	a) circuito eléctrico del sistema en forma promedio. b) análisis en estado	
	estable del circuito del sistema.	52
4.4.	Diagrama esquematico para el modulador PWM	58
4.5.	Convertidor cd-cd de puente completo	59
4.6.	Sensor de corriente utilizando un amplificador de instrumentación	60
4.7.	Amplificador operacional configurado como amplificador inversor	60
4.8.	Sensor de voltaje.	61
4.9.	Divisor de voltaje utilizado para monitorear $v_o$	61
4.10.	Sensor de velocidad.	62
4.11.	Señales de velocidad, control y corriente de armadura para la función $(4.13)$ .	63
4.12.	Señales del convertidor SEPIC para la función (4.13)	64
4.13.	Señales de velocidad, control y corriente de armadura para la función (4.14).	65
4.14.	Señales del convertidor SEPIC para la función (4.14). $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	66
4.15.	Señales de velocidad, control y corriente de armadura para la función (4.15).	67
4.16.	Señales del convertidor SEPIC para la función (4.15)	67
4.17.	Implementación de la plataforma experimental	69
B.1.	Entradas/Salidas de la tarjeta DAQ6025E	81
C.1.	Controlador por retroalimentación de la salida pasiva del error implemen-	
	tado en Simulink	83

# Capítulo 1

# Introducción

La energía solar fotovoltaica es una de las tecnologías de energía renovable más populares, ya que utiliza la energía que recibimos del sol, la cual se encuentra disponible prácticamente en cualquier lugar. Una celda solar fotovoltaica, con base en el efecto fotoeléctrico convierte la energía que recibe del sol en energía eléctrica [10], [18], [32]. La energía solar fotovoltaica es principalmente utilizada como una fuente de energía alternativa para sistemas eléctricos residenciales o industriales. Además, otra aplicación importante del uso de esta fuente de energía es en los sistemas de transporte, ésta aplicación se ha dado a conocer en los vehículos eléctricos alimentados por paneles solares los cuales son mencionados a menudo como una alternativa a los vehículos de combustión interna [7], [11].

Por otro lado, la combinación de *convertidores electrónicos de potencia cd-cd/motor de cd* alimentados a través de un panel solar es una nueva alternativa para desarrollar sistemas de movimiento que no necesitan de la energía eléctrica convencional para ser operados [15]. La utilidad práctica del uso de los convertidores en este tipo de sistemas es en la transferencia de potencia, es decir la potencia de entrada que viene del panel y se transfiere a la salida en la carga (motor de cd) de una forma más eficiente. Donde el voltaje de salida de los convertidores proporciona un voltaje estable requerido a las demandas del motor de cd, éste voltaje siempre está íntimamente ligado a el perfil de velocidad angular deseado prefijado en el controlador desarrollado para el sistema. Las aplicaciones como satélites y una aplicación poco común como por ejemplo, un elevador eléctrico espacial han venido utilizando este tipo de sistemas en su control de movimiento [9], [15]. Los controladores de velocidad por retroalimentación desarrollados hasta ahora para los sistemas convertidor cd/cd tipo Cuk-motor de cd o convertidor cd/cd tipo SEPIC-motor de cd alimentados vía un panel solar, únicamente controlan al motor en un sentido de giro, elevando y disminuyendo el voltaje de alimentación que viene del panel [15]. Estas topologías utilizadas hasta ahora para la utilización eficiente del panel y regular la velocidad del motor de cd, dan la pauta para poder desarrollar otras topologías combinadas de convertidores del tipo cd/cd para hacer regulación del motor en ambos sentidos de giro.

Por tanto, en este trabajo se desarrolla un controlador indirecto de velocidad para el sistema que acopla en cascada a dos convertidores cd/cd SEPIC-Puente Completo-motor de cd alimentados vía un panel, donde a través de los convertidores de potencia (SEPIC-Puente completo) utilizados como interfaz, se controla el voltaje de salida del convertidor SEPIC, así como la velocidad angular del motor de cd, bajo ciertas condiciones de irradiancia solar. Tanto el voltaje de salida del convertidor SEPIC como la velocidad angular del motor se regulan de forma independiente. Esto con la finalidad de que si el valor nominal del voltaje de salida del panel disminuye, debido a la irradiancia solar, el controlador del convertidor SEPIC mantendrá un voltaje a su salida a un valor nominal mayor al proporcionado por el panel, para tener disponible siempre un voltaje a las exigencias del motor. Mientras que a través del convertidor puente completo se controlará la dirección de giro del motor, así como también la regulación de velocidad angular del mismo.

A este arregio en cascada del los convertidores SEPIC-Puente completo lo llamaremos convertidor SPC. El objetivo principal de la propuesta de control es conseguir la regulación indirecta de la velocidad angular en ambos sentidos de giro del eje del motor bajo ciertas condiciones de irradiancia solar. Para lograr este objetivo el controlador se diseña basado en el modelo dinámico del sistema que acopla a los dos convertidores con el motor de cd alimentados vía el panel solar, donde la variable del voltaje de salida del panel se toma como entrada de alimentación variante en el tiempo. La técnica de control empleada en este diseño se basa en la técnica por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto para sistemas de control multivariable [19]. El control propuesto no necesita del monitoreo de la variable de velocidad angular del motor para poder operar, ya que requiere solamente de la medida de la variables eléctricas del convertidor SEPIC y de la medida de la corriente de armadura del motor, y por supuesto también necesita del conocimiento de los parámetros del sistema. El modelo dinámico promedio multivariable del sistema convertidor SPC-Motor de cd obtenido en este trabajo, cumple perfectamente con las propiedades de *pasividad* y *disipatividad* para poder emplear la técnica de control por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto [21], [22]. Las variables de referencia del sistema se generan mediante el valor nominal de las variables de estado en un punto de equilibrio. Se utiliza un valor constante deseado para el voltaje de salida del convertidor SEPIC y un valor constante deseado para la velocidad angular del motor. Estas referencias constantes deseadas, a su vez, se emplean para generar las referencias deseadas de las corrientes y voltajes del convertidor SEPIC y la corriente de armadura del motor, así como también las entradas de control promedio del convertidor SPC para hacer la regulación de velocidad angular del motor de forma indirecta.

#### 1.1. Tipos de paneles solares fotovoltaicos

Los paneles solares fotovoltaicos están formados por un conjunto de celdas cuya función es producir electricidad a partir de la radiación solar ya sea directa o difusa. Existen diferentes tipos de paneles fotovoltaicos en función de los materiales semiconductores y los métodos de fabricación que se empleen, existen básicamente tres tipos: monocristalinos, policristalinos y amorfos, cada uno de ellos posee una eficiencia diversa ya que cada material tiene un carácter semiconductor diferente. Los paneles o módulos fotovoltaicos funcionan en base al efecto fotoeléctrico, los fotones contenidos en la luz transmiten su energía a los electrones de los materiales semiconductores que pueden entonces salir del semiconductor mediante un circuito externo, produciéndose así la corriente eléctrica [29].

#### 1.1.1. Panel fotovoltaico de celdas monocristalinas

Las celdas monocristalinas se componen de secciones de un único cristal de silicio, basadas en secciones de una barra de silicio perfectamente cristalizado en una sola pieza. En el laboratorio se han alcanzado rendimientos máximos del 25 % para éste tipo de paneles, pero en la realidad los paneles comerciales rondan el 16 % de eficiencia en la conversión de energías solar a energía eléctrica. Son los primeros que salieron al mercado y su calidad y potencias obtenidas por unidad de superficie son las más elevadas de todas. Por el contrario son las más caras, las más pesadas y las más frágiles frente a impactos, aunque las estructuras en las cuales van montadas ofrecen todo tipo de garantías para su correcta protección [29].

#### 1.1.2. Panel fotovoltaico de celdas policristalinas

Los materiales son semejantes a los del tipo anterior aunque en este caso el proceso de cristalización del silicio es diferente. Los paneles policristalinos se basan en secciones de una barra de silicio que se ha estructurado desordenadamente en forma de pequeños cristales. Son visualmente muy reconocibles por presentar su superficie un aspecto granulado. Las celdas policristalinas proporcionan rendimientos de hasta un 20% en laboratorio, y de un 15% de eficiencia aproximadamente en los módulos comerciales. La potencia obtenida es un poco inferior a las monocristalinas, pero su costo es más bajo [29].

#### 1.1.3. Panel fotovoltaico de celdas amorfas

Por las características físicas del silicio cristalizado, los paneles fabricados siguiendo esta tecnología presentan un grosor considerable. Mediante el empleo del silicio con otra estructura o de otros materiales semiconductores es posible conseguir paneles más finos y versátiles que permiten incluso en algún caso su adaptación a superficies irregulares. Las celdas basadas en Silicio amorfo no siguen una estructura cristalina alguna. Paneles de este tipo son habitualmente empleados para pequeños dispositivos electrónicos (calculadoras, relojes) y en pequeños paneles portátiles, tienen rendimientos máximos alcanzados en laboratorio de hasta un 13 %, siendo el de los módulos comerciales de alrededor del 8 % de eficiencia [29].

#### 1.2. Planteamiento del problema

Con el aumento de la contaminación ambiental debido al uso de combustibles fósiles para la generación de la energía eléctrica y con el incremento en el precio de la electricidad, surge la necesidad de utilizar fuentes de energía renovables (energía solar, eólica, geotérmica, etc.) para disminuir la emisión de contaminantes a la atmósfera y con esto proteger el medio ambiente. En los últimos años el uso de la energía solar se ha incrementado de forma importante en aplicaciones como la iluminación pública, satélites, etc., con lo cual la energía solar se convierte en un gran recurso para producir energía eléctrica para dichas aplicaciones.

En este trabajo se plantea el modelado, diseño e implementación de un sistema que funcione en base a energía solar para el control de un motor de cd accionado mediante dos convertidores cd-cd en cascada, todo este sistema se regulará mediante un controlador multivariable basado en la técnica por retroalimentación de la salida pasiva del error . En la figura 1.1 se ilustra un diagrama a bloques del planteamiento del problema.



Figura 1.1: Diagrama a bloques del manejador eléctrico solar.

### 1.3. Justificación

Debido a que los recursos naturales utilizados para la generación de energía eléctrica están disminuyendo rápidamente, el costo de la energía eléctrica se ha incrementado, por esto, las energías renovables adquieren una gran importancia para la generación de electricidad, en particular la energía solar. En México existe una insolación media de  $5KWh/m^2$  que es una de las más altas del mundo [28], además la región Mixteca cuenta con un 95 % de días soleados al año, con lo cual, este trabajo aprovechará dichas condiciones climatológicas de la zona a través de paneles solares y en conjunto con los convertidores electrónicos de potencia (cd-cd) que presentan alta eficiencia en la transferencia de potencia, para diseñar e implementar un sistema alimentado con energía solar que pueda ser utilizado para regular la velocidad angular del motor de cd en ambos sentidos de forma independiente a

la red eléctrica o en lugares donde no se cuente con la red eléctrica de CFE.

#### 1.4. Hipótesis

Con la aplicación de diferentes topologías de convertidores electrónicos de potencia cd-cd (SEPIC y puente completo) conectados en cascada, y haciendo uso de la energía solar y una técnica de control adecuada, se diseñará e implementará el control de velocidad de un motor de cd.

#### 1.5. Objetivos

#### 1.5.1. Objetivo general

Implementar un controlador multivariable para regular la velocidad y dirección de giro de una máquina de cd a través de un arreglo en cascada de los convertidores cd-cd SEPIC y puente completo alimentado mediante un panel solar.

#### 1.5.2. Objetivos específicos

- Analizar, diseñar y simular el sistema convertidor SEPIC-Puente completo-Motor de cd.
- Diseñar y simular un controlador multivariable para la regulación de velocidad utilizando la técnica por retroalimentación de la salida pasiva para el sistema SEPIC-Puente completo-Motor de cd.

#### 1.5.3. Metas

- Implementación del sistema convertidor SEPIC-Puente completo-Motor de cd.
- Implementación del controlador multivariable en Matlab Simulink utilizando la técnica por retroalimentación de la salida pasiva para regular al sistema SEPIC-Puente completo-Motor de cd.
- Comprobar el correcto funcionamiento de la plataforma experimental con el controlador en lazo cerrado.

#### 1.6. Contenido de la tesis

Este trabajo de tesis presenta la siguiente estructura:

En el capítulo 1 se presenta una breve introducción sobre energía solar y paneles fotovoltaicos, el planteamiento del problema, la justificación de este trabajo de tesis, la hipótesis planteada para dar solución al problema y por último se definen los objetivos a cumplir en este trabajo.

El capítulo 2 presenta el modelado matemático de cada una de las partes que integran el sistema tal como el modelado del panel fotovoltaico, modelado del convertidor cd-cd SEPIC y el modelado del convertidor cd-cd de puente completo acoplado al motor de cd, por último se hace el acoplamiento de todos los modelos, para finalmente obtener el modelo matemático promedio de todo el sistema.

El capítulo 3 proporciona una breve explicación de los conceptos de pasividad y disipatividad de sistemas, con la finalidad de verificar y comprobar la propiedad de pasividad del sistema propuesto, además en este capítulo se exponen las bases teóricas de la técnica de control por retroalimentación de la salida pasiva del error para sistemas multivariables. Y finalmente se diseña el controlador multivariable basado en la técnica por retroalimentación de la salida pasiva para el sistema *Convertidor SEPIC-Puente completo-Motor de cd*.

En el capítulo 4 se describe la plataforma experimental del sistema propuesto, esto es, la construcción de los convertidores cd-cd SEPIC y de puente completo, la implementación del controlador en Matlab Simulink, la construcción del modulador PWM, la construcción de los sensores utilizados para monitorear las variables que intervienen en el proceso de control y por último se presentan los resultados experimentales.

El capítulo 5 plantea las conclusiones obtenidas al realizar este trabajo de tesis así como también los trabajos futuros del mismo.

# Capítulo 2

# Modelado matemático

El contenido del capítulo presenta el modelado matemático de cada uno de los componentes que integran el sistema *convertidor cd/cd SEPIC - puente completo - motor de cd alimentado por un panel solar*. La primera sección se refiere al modelado del panel fotovoltaico, la segunda sección trata el modelado en forma promedio del convertidor SEPIC, así como su análisis en estado estable y, en la tercera y última sección se obtiene el modelo matemático en forma promedio de todos los componentes que integran el sistema debidamente acoplados.

#### 2.1. Modelado del panel fotovoltaico

En esta sección se lleva a cabo la caracterización del panel fotovoltaico a través de la hoja de especificaciones proporcionada por el fabricante, esta caracterización se realizó mediante el circuito eléctrico equivalente del panel fotovoltaico en el punto de operación de máxima potencia, también esta misma caracterización puede hacerse mediante las ecuaciones que describen la corriente y voltaje del panel, todo esto con la finalidad de obtener una mejor aproximación del modelo matemático del panel utilizado en este trabajo.

Para la realización de este trabajo se utilizaron 4 paneles fotovoltaicos de celdas policristalinas conectados en paralelo de la marca Solarex modelo SX50U. Las características eléctricas de este panel se muestran en la tabla 2.1.

Potencia máxima $(P_{max})$	50W
Voltaje en $P_{max}$ ( $V_{mpp}$ )	16.8V
Corriente en $P_{max}$ $(I_{mpp})$	2.97A
Corriente en corto circuito $(I_{sc})$	3.23A
Voltaje en circuito abierto $(V_{oc})$	21V
NOCT <sup>2</sup>	$47\pm2^{\circ}\mathrm{C}$

Tabla 2.1: Características eléctricas del panel SX50U de Solarex<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Las especificaciones de voltaje y corriente están basadas en mediciones hechas en condiciones de prueba estándar (STC). Iluminación de  $1KW/m^2$  en una distribución espectral de 1.5 AM y una temperatura de  $25^{\circ}C$ .

## 2.1.1. Modelado mediante la simulación del circuito equivalente del panel fotovoltaico

Al utilizar este método de caracterización, es necesario utilizar un modelo que describa el comportamiento de una celda del panel fotovoltaico [23], dicho modelo se muestra en la figura 2.1. Siendo  $R_s$  la resistencia en serie que se conecta con la carga a través de contactos metálicos y  $R_p$  la resistencia de los cristales de unión pn que constituyen la celda fotovoltaica.



Figura 2.1: Circuito eléctrico de la celda fotovoltaica con carga.

El modelo eléctrico de la celda fotovoltaica se expresa matemáticamente por la siguiente ecuación:

$$I_{cell} = I_{ph} - I_0 \left[ e^{\frac{q}{AKT} (V_{load} + I_{cell}R_s)} - 1 \right] - \frac{V_{load} + I_{cell}R_s}{R_p}$$
(2.1)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Temperatura nominal de funcionamiento de la celda (NOCT) bajo condiciones de operación estándar, temperatura ambiente 20°C, radiación solar de  $0.8KW/m^2$  y velocidad del viento de 1m/s.

- $I_{cell} \rightarrow Corriente de salida de la celda.$
- $I_{ph} \rightarrow \text{Corriente generada por la luz.}$
- $I_0 \longrightarrow Corriente de saturación de la celda.$
- $q \rightarrow Carga eléctrica.$
- $V_{load} \rightarrow$  Voltaje de salida de la celda.
- $A \rightarrow \text{Constantes ideales.}$
- $K \rightarrow \text{Constante de Boltzmann.}$
- $T \longrightarrow$  Temperatura de la celda en °K.

La agrupación de celdas fotovoltaicas forman los módulos o paneles fotovoltaicos y es posible representarlos mediante un circuito eléctrico [23] como se muestra en la figura 2.2. Donde  $R_{sm}$  es la resistencia en serie equivalente mientras que  $R_{pm}$  es la resistencia en paralelo equivalente del módulo, NP es el número de celdas en paralelo, NS es el número de celdas en serie e  $I_{phm}$  es la corriente suministrada por la fuente de corriente del panel.



Figura 2.2: Circuito eléctrico del panel fotovoltaico con carga.

En el punto de máxima potencia, se considera que  $R_{pm}$  es mucho mayor que  $R_{sm}$ , la fuente de corriente del módulo fotovoltaico  $I_{phm}$  se puede aproximar a la corriente máxima en corto circuito  $I_{sc}$  y el voltaje del diodo en polarización directa  $V_D$  más el voltaje de la fuente  $(NS - 1)V_D$  se puede aproximar al voltaje máximo en circuito abierto  $V_{oc}$ . Por tanto, el circuito eléctrico equivalente obtenido a partir de las aproximaciones hechas cuando el panel opera en el punto de máxima potencia se muestra en la figura 2.3.



Figura 2.3: Circuito equivalente del panel fotovoltaico en el punto de máxima potencia.

A partir del circuito de la figura 2.3, se obtiene el valor de  $R_{sm}$  a través de la ecuación (2.2). Mientras que el valor de  $R_{pm}$  se obtiene mediante la ecuación (2.3).

$$R_{sm} = \frac{V_{oc} - V_{mpp}}{I_{mpp}} = \frac{21 - 16.8}{2.97} \approx 1.41\Omega$$
(2.2)

$$R_{pm} = \frac{V_{oc}}{I_{sc} - I_{mpp}} = \frac{21}{3.23 - 2.97} \approx 80.77\Omega$$
(2.3)

Una vez obtenidos los valores para  $R_{pm}$  y  $R_{sm}$  se realiza la simulación del modelo del panel en el programa ORCAD 9.2. La figura 2.4 muestra la curva característica de voltaje contra corriente (VxI) del panel fotovoltaico obtenida en simulación a través del programa ORCAD 9.2.



Figura 2.4: Curva VxI obtenida mediante simulación del modelo del panel.

Mientras que la figura 2.5 muestra la curva característica de voltaje contra potencia (VxP) obtenida también mediante la simulación del modelo del panel.



Figura 2.5: Curva VxP obtenida mediante la simulación del modelo del panel.

## 2.1.2. Modelado mediante las ecuaciones de voltaje y corriente del panel fotovoltaico

A través de las ecuaciones eléctricas de voltaje y corriente que describen el comportamiento dinámico del panel fotovoltaico y con base en el diagrama eléctrico mostrado en la figura 2.6, se obtienen las siguientes expresiones considerando una temperatura y radiación solar constante (véase [10], [24] y [25]):

$$I(V_{pv}) = \frac{I_{sc} - I_{sc}e^{\left(\frac{V_{pv}}{b \, V_{oc}} - \frac{1}{b}\right)}}{1 - e^{-\left(\frac{1}{b}\right)}}$$
(2.4)

$$V_{pv}(I) = b V_{oc} \ln \left[ \frac{I_{sc} - \left(I - Ie^{-\left(\frac{1}{b}\right)}\right)}{I_{sc}} \right] + V_{oc}$$

$$(2.5)$$

$$P(V_{pv}) = V_{pv}I_{pv} = \frac{V_{pv}I_{sc} - V_{pv}I_{sc}e^{\left(\frac{V_{pv}}{b}V_{oc} - \frac{1}{b}\right)}}{1 - e^{-\left(\frac{1}{b}\right)}}$$
(2.6)

Donde I es la corriente suministrada por el panel,  $V_{pv}$  es el voltaje de operación del panel,  $V_{oc}$  es el voltaje del panel en circuito abierto,  $I_{sc}$  es la corriente del panel en corto circuito, b es la constante característica del panel y P es la potencia de salida del panel, ver también la tabla 2.1.



Figura 2.6: Diagrama eléctrico del panel fotovoltaico.

De la figura 2.6 se observa el capacitor  $C_{in}$  conectado a las terminales del panel fotovoltaico y cuya función principal es habilitar al panel como una fuente de voltaje, esto se desarrolla con más detalle en la sección siguiente.

Debido a que la corriente de salida del panel es la misma que la corriente promedio de entrada del convertidor cd-cd. Por lo tanto, se tiene que la corriente que circula por el capacitor  $C_{in}$  es:

$$\frac{dV_{pv}}{dt} = \frac{1}{C_{in}}(I(Vpv) - I)$$
(2.7)

Se calcula la derivada parcial de la potencia de salida del panel con respecto al voltaje  $V_{pv}$ , con la finalidad de obtener la ecuación de voltaje cuando el panel proporciona la máxima potencia, por tanto se tiene:

$$\frac{\partial P}{\partial V_{pv}} = \frac{I_{sc} - I_{sc} e^{\left(\frac{V_{pv}}{b V_{oc}} - \frac{1}{b}\right)}}{1 - e^{-\left(\frac{1}{b}\right)}} - \frac{V_{pv} e^{\left(\frac{V_{pv}}{b V_{oc}} - \frac{1}{b}\right)}}{V_{oc}b - V_{oc}b e^{\left(\frac{V_{pv}}{b V_{oc}} - \frac{1}{b}\right)}}$$
(2.8)

Igualando la ecuación (2.8) con cero y utilizando el método lineal de coordenadas reorientadas se obtiene la siguiente ecuación que describe el voltaje óptimo del panel (ver [24]):

$$V_{op} = V_{oc} + bV_{oc} \ln\left[b - be^{-\left(\frac{1}{b}\right)}\right]$$
(2.9)

Ya que se conoce el voltaje óptimo del panel a través de la ecuación (2.9), esta ecuación sustituye a  $V_{pv}$  en la ecuación (2.4) para obtener la corriente óptima en el panel. Por tanto, la potencia máxima del panel está dada por:

$$P_{max} = V_{op}I_{op} = V_{op}\frac{I_{sc} - I_{sc}e^{\left(\frac{V_{op}}{b \, V_{oc}} - \frac{1}{b}\right)}}{1 - e^{-\left(\frac{1}{b}\right)}}$$
(2.10)

Por otra parte, para obtener la constante característica del panel b se hace a partir de la ecuación (2.10), de la cual se despeja b y se obtiene la siguiente ecuación dada por:

$$b = \frac{\frac{V_{op}}{V_{oc}} - 1}{\ln\left[1 - \frac{I_{op}}{I_{sc}}\right]}$$
(2.11)

Donde:

 $I_{op} \rightarrow \text{Corriente en el punto de máxima potencia } I_{mpp}$  $V_{op} \rightarrow \text{Voltaje en punto de máxima potencia } V_{mpp}.$  Ahora sustituyendo los valores de voltaje y corriente proporcionados por el fabricante (ver tabla 2.1) en la ecuación (2.11), se obtiene el valor de b.

$$b = \frac{\frac{16.8}{21} - 1}{\ln\left[1 - \frac{2.97}{3.23}\right]} = \frac{-0.2}{-2.5195} \approx 0.08$$

Ya calculado el valor de b, este se sustituye en la ecuación de corriente (2.4) y en la ecuación de voltaje (2.5) y así se obtiene la curva característica de voltaje contra corriente del panel fotovoltaico, la cual se muestra en la figura 2.7. Mientras que la figura 2.8 muestra la curva característica de voltaje contra potencia del panel.



Figura 2.7: Curva VxI obtenida a través de las ecuaciones de voltaje y corriente.



Figura 2.8: Curva VxP obtenida a través de las ecuaciones de voltaje y corriente.

#### 2.1.3. Acoplamiento del panel con el convertidor SEPIC

En el punto de máxima potencia el panel fotovoltaico presenta un comportamiento eléctrico dual, es decir, puede funcionar como una fuente de corriente o como una fuente de voltaje. Para que el panel pueda emplearse como una fuente de voltaje es necesario conectar entre sus terminales de salida un capacitor de valor adecuado, esto garantiza que el panel fotovoltaico trabaje como la fuente de voltaje de cd que alimenta al convertidor SEPIC, este capacitor reduce de forma considerable las variaciones del voltaje de salida del panel. La figura 2.9 muestra el acoplamiento a través del capacitor entre el panel fotovoltaico y el convertidor SEPIC.



Figura 2.9: Convertidor SEPIC conectado con el panel fotovoltaico.

La energía potencial que se almacena en el capacitor  $C_{in}$ , se transforma en energía cinética a través del inductor  $L_1$  (ver figura 2.9). Teniendo en cuenta que todas las variaciones de energía en la corriente son producidas por el capacitor conectado en paralelo  $C_{in}$ , se obtiene la siguiente ecuación [23]:

$$\frac{1}{2}C_{in}(V_{max}^2 - V_{min}^2) = \frac{1}{2}L(I_{max}^2 - I_{min}^2)$$
(2.12)

Donde:

 $C_{in} \rightarrow \text{Capacitor conectado en paralelo con el panel.}$   $V_{max} \rightarrow \text{Variación máxima de voltaje en la entrada del convertidor SEPIC.}$   $V_{min} \rightarrow \text{Variación mínima de voltaje en la entrada del convertidor SEPIC.}$   $L \rightarrow \text{Inductor } (L_1) \text{ del convertidor SEPIC.}$   $I_{max} \rightarrow \text{Variación máxima de corriente en la entrada del convertidor SEPIC.}$  $I_{min} \rightarrow \text{Variación mínima de corriente en la entrada del convertidor SEPIC.}$  En términos de la corriente nominal, voltaje nominal y de sus variaciones se puede obtener la siguiente ecuación a partir de la ecuación (2.12). La cual queda de la siguiente manera:

$$C_{in} = \frac{L \cdot I_{nom} \cdot \Delta I}{V_{nom} \cdot \Delta V} \tag{2.13}$$

Donde:

 $V_{nom} \rightarrow \text{Voltaje nominal en la entrada del convertidor SEPIC.}$   $\Delta V \rightarrow \text{Variación de voltaje en la entrada del convertidor SEPIC.}$   $I_{nom} \rightarrow \text{Corriente nominal en la entrada del convertidor SEPIC.}$  $\Delta I \rightarrow \text{Variación de corriente en la entrada del convertidor SEPIC.}$ 

Sustituyendo los valores correspondientes en la ecuación (2.13) se obtiene el valor del capacitor:

$$C_{in} = \frac{(1 \times 10^{-3}) \cdot (11.9) \cdot (0.239)}{(16.8) \cdot (1.2)} \approx 141 \mu F$$

#### 2.2. Modelado del convertidor cd-cd SEPIC

En esta sección se obtiene el modelo matemático en forma promedio del convertidor cdcd tipo SEPIC y también se hace un análisis del mismo en estado estable, esto con la finalidad de obtener las ecuaciones características del convertidor y así poder calcular los valores necesarios de inductancia y capacitancia para asegurar que el convertidor trabaje en el modo de conducción continua (mcc). Y con ello se diseña al convertidor con un error de corriente y voltaje pequeño para que el modelo promedio tenga un menor margen de error en el circuito eléctrico físico (véase [12], [16]).

#### 2.2.1. Modelo promedio del convertidor SEPIC

En la figura 2.10 se muestra el circuito eléctrico del convertidor SEPIC redibujado de una forma más simple reemplazando el transistor MOSFET por un interruptor de uso general de un polo y dos posiciones, esto con la finalidad de facilitar el análisis del circuito.



Figura 2.10: Convertidor cd-cd tipo SEPIC.

Con base en el circuito eléctrico mostrado en la figura 2.10 se puede obtener un circuito equivalente al colocar el interruptor en la posición u = 1, dicho circuito equivalente se muestra en la figura 2.11.



Figura 2.11: Circuito equivalente cuando u = 1.

Ahora aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) al circuito de la figura 2.11, se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = v_{in} \tag{2.14}$$

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = v_1 \tag{2.15}$$

mientras que, utilizando la ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) aplicada al mismo circuito, se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = -i_{L2} \tag{2.16}$$

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} \tag{2.17}$$

Ahora, cuando se selecciona la posición del interruptor en u = 0 en el circuito de la figura 2.10, se obtiene el circuito equivalente mostrado en la figura 2.12.



Figura 2.12: Circuito equivalente cuando u = 0.

Analizando el circuito eléctrico equivalente de la figura 2.12 mediante la LVK y la LCK se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = v_{in} - v_1 - v_o \tag{2.18}$$

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = -v_o \tag{2.19}$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = i_{L1} \tag{2.20}$$

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (i_{L1} + i_{L2})$$
(2.21)

El modelo matemático que describe el comportamiento dinámico del convertidor SEPIC mostrado en la figura 2.10, está dado de la siguiente forma:

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = v_{in} - (1 - u)(v_1 + v_o)$$
(2.22)

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = uv_1 - (1-u)v_o \tag{2.23}$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = -ui_{L2} + (1-u)i_{L1}$$
(2.24)

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1-u)(i_{L1} + i_{L2})$$
(2.25)

Donde  $u \in \{0, 1\}$  representa la entrada de control del convertidor, la cual pertenece a un conjunto discreto. Las ecuaciones (2.22) a (2.25) representan el modelo matemático del convertidor en su forma discontinua en el tiempo, si se considera un valor promedio en la entrada de control en cada periodo de conmutación del interruptor se tiene que la entrada de control promedio  $u_{av} \in [0, 1]$ , por lo tanto, las ecuaciones diferenciales del modelo promedio que describen el comportamiento dinámico del convertidor SEPIC son:

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = v_{in} - (1 - u_{av})(v_1 + v_o)$$
(2.26)

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = u_{av} v_1 - (1 - u_{av}) v_o \tag{2.27}$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = -u_{av} i_{L2} + (1 - u_{av}) i_{L1}$$
(2.28)

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1 - u_{av})(i_{L1} + i_{L2})$$
(2.29)

#### 2.2.2. Análisis en estado estable del convertidor SEPIC

Una parte importante en el desarrollo de este trabajo es el análisis del convertidor en estado estable, esto debido a la poca información disponible con respecto a dicho análisis. Para obtener las ecuaciones características en estado estable del convertidor, se asume que en todos los componentes del convertidor no existen pérdidas. El convertidor produce una salida de cd la cual es denotada como  $v_o(t)$  y está compuesta por un voltaje deseado de cd y por componentes de ca no deseados. El voltaje de rizo de salida debido a la conmutación es muy pequeño comparado con el nivel del voltaje de salida de cd. Debido a esto se asume que el voltaje de rizo de salida es despreciable por ser muy pequeño, por lo tanto, se tiene que  $v_o(t) = v_o$ .

El análisis se basará en la operación del convertidor SEPIC en estado estable, es decir, las corrientes y voltajes del convertidor tienden a alcanzar sus valores en estado estable. Las suposiciones para realizar el análisis en estado estable se pueden resumir de la siguiente forma:

1. Dado que se asume que no existen pérdidas en los componentes del convertidor (componentes ideales), la potencia promedio de entrada  $P_{in}$  y la potencia promedio de salida  $P_o$  son iguales.

$$P_{in} = P_o$$

2. Se asume que en operación en estado estable, la corriente en el inductor y el voltaje en el capacitor son periódicos en un ciclo de conmutación.

$$i_L(t_0) = i_L(t_0 + T)$$
$$v_c(t_0) = v_c(t_0 + T)$$

donde  $t_0$  es el tiempo inicial de conmutación y T es el periodo de conmutación.
3. Ya que los inductores y capacitores se consideran como componentes ideales, el voltaje promedio en el inductor y la corriente promedio en el capacitor son cero.

$$V_L = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} v_L(t) dt = 0$$
(2.30)

$$I_c = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} i_c(t) dt = 0$$
(2.31)

Las ecuaciones (2.30) y (2.31) indican que el total de energía almacenada en el inductor y en el capacitor en un ciclo completo de conmutación es igual a cero, con  $t_0 = 0$ . Por otra parte, D se conoce como el ciclo de trabajo y se define de la siguiente manera:

$$D = \frac{T_{encendido}}{T}$$

El transistor de potencia MOSFET se encuentra en estado de encendido por un periodo de tiempo DT y después pasa al estado de apagado en el tiempo restante del periodo de conmutación (1 - D)T. Dependiendo si el transistor se encuentra en estado de encendido o apagado se tienen dos modos de operación del convertidor, primero se considera el modo de operación 1, que es cuando el interruptor se encuentra en estado de encendido (u = 1)como se muestra en la figura 2.11.

Ahora integrando la ecuación (2.14) de t = 0 a t con  $I_{L1}(0)$  como condición inicial, se obtiene:

$$i_{L1}(t) = \frac{v_{in}}{L_1}t + I_{L1}(0)$$
(2.32)

Como se mencionó anteriormente, el voltaje promedio en el inductor en un ciclo de conmutación en estado estable es igual a cero con lo cual surge la siguiente relación:

$$v_1 = v_{in} \tag{2.33}$$

Sustituyendo la ecuación (2.33) en (2.15) e integrando de t = 0 a t con  $I_{L2}(0)$  como condición inicial, se obtiene:

$$i_{L2}(t) = \frac{v_{in}}{L_2}t + I_{L2}(0)$$
(2.34)

Las ecuaciones (2.33) y (2.34) indican que la corriente en los inductores  $L_1$  y  $L_2$  se cargan linealmente con una pendiente positiva de  $\left(\frac{v_{in}}{L_1}\right)$  y  $\left(\frac{v_{in}}{L_2}\right)$  respectivamente, donde  $I_{L1}(0)$ e  $I_{L2}(0)$  es el valor inicial de la corriente en el inductor en t = 0 cuando el interruptor se encuentra en estado de encendido.

El modo de operación 2 se establece cuando el interruptor cambia al estado de apagado (u = 0) en t = DT, el circuito eléctrico equivalente resultante es mostrado en la figura 2.12. Ahora sustituyendo la ecuación (2.33) en (2.18) e integrando después de t = DT a t con la condición inicial  $I_{L1}(DT)$  se obtiene:

$$i_{L1}(t) = -\frac{v_o}{L_1}(t - DT) + I_{L1}(DT)$$
(2.35)

Integrando la ecuación (2.19) de t = DT a t con la condición inicial  $I_{L2}(DT)$  se obtiene:

$$i_{L2}(t) = -\frac{v_o}{L_2}(t - DT) + I_{L2}(DT)$$
(2.36)

Las ecuaciones (2.35) y (2.36) indican que la corriente en los inductores  $L_1$  y  $L_2$  comienzan a descargarse en t = DT con una pendiente de  $\left(-\frac{v_o}{L_1}\right)$  y  $\left(-\frac{v_o}{L_2}\right)$  respectivamente, donde  $I_{L1}(DT)$  e  $I_{L2}(DT)$  es el valor inicial de la corriente del inductor cuando el interruptor se encuentra en estado de apagado.

Cuando el convertidor está operando en estado estable se tiene que:

$$I_L(0) = I_L(T)$$

Entonces, evaluando (2.32) y (2.34) en t = DT y (2.35) y (2.36) en t = T, se obtienen las siguientes ecuaciones que describen el comportamiento de las corrientes  $I_{L1}$  e  $I_{L2}$  en estado estable.

$$I_{L1}(DT) = \frac{v_{in}}{L_1}DT + I_{L1}(0)$$
(2.37)

$$I_{L2}(DT) = \frac{v_{in}}{L_2}DT + I_{L2}(0)$$
(2.38)

$$I_{L1}(0) = -\frac{v_o}{L_1}(1-D)T + I_{L1}(DT)$$
(2.39)

$$I_{L2}(0) = -\frac{v_o}{L_2}(1-D)T + I_{L2}(DT)$$
(2.40)

Donde  $I_L(0) = I_{L_{min}}$  e  $I_L(DT) = I_{L_{max}}$  que son los valores de la corriente en el inductor en los instantes de tiempo en que el interruptor se encuentra en estado de encendido y apagado en un periodo de tiempo. Sustituyendo la ecuación (2.37) en (2.39), se deriva la siguiente relación de voltaje del convertidor eléctrico, la cual esta definida de la siguiente forma:

$$I_{L1}(0) = -\frac{v_o}{L_1}(1-D)T + \frac{v_{in}}{L_1}DT + I_{L1}(0)$$
  
=  $-v_o(1-D) + Dv_{in}$   
 $\frac{v_o}{v_{in}} = \frac{D}{1-D}$  (2.41)

donde  $D \in [0, 1]$ .

El valor promedio de la corriente de entrada del convertidor eléctrico se calcula de la siguiente manera:

$$I_{in} = \frac{I_{L1_{max}} + I_{L1_{min}}}{2} \tag{2.42}$$

De acuerdo con la suposición hecha anteriormente de que las potencias promedio de entrada y de salida son iguales, se tiene:

$$P_{in} = P_o$$

$$v_{in}I_{in} = I_o v_o$$

$$I_{in} = \frac{I_o v_o}{v_{in}} = \frac{v_o^2}{v_{in}R}$$
(2.43)

Para calcular el valor de la corriente máxima en el inductor  $L_1$  ( $I_{L1_{max}}$ ), se tienen que despejar de (2.42) y luego sustituir  $I_{in}$  e  $I_{L1_{min}}$  por (2.43) y (2.39) respectivamente, con lo cual se tiene:

$$I_{L1_{max}} = \frac{2v_o^2}{v_{in}R} + \frac{v_o}{L_1}(1-D)T - I_{L1_{max}}$$
$$= \frac{v_o^2}{v_{in}R} + \frac{v_o}{2L_1}(1-D)T$$

Despejando  $v_o$  de (2.41) y sustituyendo se tiene:

$$= \frac{D^2 v_{in}}{R(1-D)^2} + \frac{D v_{in}}{2L_1} T$$
  
=  $D v_{in} \left( \frac{D}{R(1-D)^2} + \frac{T}{2L_1} \right)$  (2.44)

De igual manera se calcula el valor de  $I_{L1_{min}}$ , la cual queda de la siguiente forma:

$$I_{L1_{min}} = \frac{2v_o^2}{v_{in}R} - \frac{v_o}{L_1}(1-D)T - I_{L1_{min}}$$
  
$$= \frac{v_o^2}{v_{in}R} - \frac{v_o}{2L_1}(1-D)T$$
  
$$= \frac{D^2 v_{in}}{R(1-D)^2} - \frac{Dv_{in}}{2L_1}T$$
  
$$= Dv_{in} \left(\frac{D}{R(1-D)^2} - \frac{T}{2L_1}\right)$$
(2.45)

Ahora a partir de las ecuaciones (2.44) y (2.45) se puede calcular la corriente de rizo en el inductor  $L_1$ , la cual queda de la siguiente forma:

$$\Delta I_{L1} = I_{L1_{max}} - I_{L1_{min}}$$

$$= Dv_{in} \left( \frac{D}{R(1-D)^2} + \frac{T}{2L_1} \right) - Dv_{in} \left( \frac{D}{R(1-D)^2} - \frac{T}{2L_1} \right)$$

$$= \frac{Dv_{in}}{L_1 f}$$
(2.46)

El valor promedio de la corriente de salida del convertidor está definido por la siguiente ecuación:

$$I_o = \frac{I_{L2_{max}} + I_{L2_{min}}}{2} = \frac{v_o}{R}$$
(2.47)

El valor de las corrientes máxima y mínima en el inductor  $L_2$  del convertidor, se obtienen de manera similar a las de  $L_1$  y quedan de la siguiente forma:

$$I_{L2_{max}} = \frac{2v_o}{R} + \frac{v_o}{L_2}(1-D)T - I_{L2_{max}}$$
  
=  $\frac{v_o}{R} + \frac{v_o}{2L_2}(1-D)T$   
=  $\frac{Dv_{in}}{R(1-D)} + \frac{Dv_{in}}{2L_2}T$   
=  $Dv_{in}\left(\frac{1}{R(1-D)} + \frac{T}{2L_2}\right)$  (2.48)

Y para  $I_{L2_{min}}$  se tiene:

$$I_{L2_{min}} = \frac{2v_o}{R} - \frac{v_o}{L_2}(1-D)T - I_{L2_{min}}$$
  
=  $\frac{v_o}{R} - \frac{v_o}{2L_2}(1-D)T$   
=  $\frac{Dv_{in}}{R(1-D)} - \frac{Dv_{in}}{2L_2}T$   
=  $Dv_{in}\left(\frac{1}{R(1-D)} - \frac{T}{2L_2}\right)$  (2.49)

La corriente de rizo en el inductor  $L_2$  se calcula de igual manera que para el inductor  $L_1$ , la cual queda como sigue:

$$\Delta I_{L2} = I_{L2_{max}} - I_{L2_{min}}$$

$$= Dv_{in} \left( \frac{1}{R(1-D)} + \frac{T}{2L_2} \right) - Dv_{in} \left( \frac{1}{R(1-D)} - \frac{T}{2L_2} \right)$$

$$= \frac{Dv_{in}}{L_2 f}$$
(2.50)

El valor crítico de las inductancias  $L_1$  y  $L_2$  del convertidor hacen que este trabaje o no en el modo de conducción continua (mcc). Para esto, el valor mínimo de inductancia de  $L_1$  y  $L_2$  necesario para mantener al convertidor operando en el modo de conducción continua se establece de las ecuaciones (2.45) y (2.49), donde  $I_{L1_{min}} = I_{L2_{min}} = 0$ y se resuelve para encontrar los valores críticos de las inductancias  $L_1$  y  $L_2$ . Para  $L_1$  crítica se tiene:

$$Dv_{in} \left( \frac{D}{R(1-D)^2} - \frac{T}{2L_1} \right) = 0$$
  
$$L_{1crit} = \frac{TR(1-D)^2}{2D}$$
(2.51)

Y para  $L_2$  crítica se tiene:

$$Dv_{in}\left(\frac{1}{R(1-D)} - \frac{T}{2L_2}\right) = 0$$
  
$$L_{2crit} = \frac{TR(1-D)}{2}$$
 (2.52)

Para calcular el voltaje de rizo de salida en el capacitor  $C_2$ , se asume que la corriente en la carga es completamente de cd y que la corriente en la misma, es igual a la corriente en el capacitor en el intervalo cerrado de  $0 \le t < DT$ :

$$i_c = -I_o \tag{2.53}$$

Mientras que en el intervalo de  $DT \le t < T$  la corriente a través del capacitor está dada por la siguiente expresión:

$$i_c = i_L - I_o \tag{2.54}$$

Las formas de onda de la corriente y el voltaje en el capacitor  $C_2$  se muestran en la figura 2.13, partiendo de la gráfica de la corriente en el capacitor se obtiene la expresión que

describe a  $i_c(t)$ , la cual está dada por:



Figura 2.13: Formas de onda de corriente y voltaje en el capacitor  $C_2$ , con  $I_{L_{min}} > I_o$ .

Como  $I_c(DT)$  es el valor inicial de  $i_c(t)$  en t = DT entonces, la ecuación (2.54) se evalúa en t = DT y se obtiene lo siguiente:

$$I_c(DT) = I_L(DT) - I_o$$
  
=  $I_{L_{max}} - \frac{I_{L_{max}} + I_{L_{min}}}{2}$   
=  $\frac{I_{L_{max}} - I_{L_{min}}}{2}$   
=  $\frac{\Delta I_L}{2}$ 

Ahora la expresión matemática para  $i_c(t)$  que da de la siguiente forma:

$$i_c(t) = -\frac{\Delta I_L}{(1-D)T}(t-DT) + \frac{\Delta I_L}{2} \qquad DT \le t < T$$
 (2.55)

El voltaje en el capacitor para  $0 \le t < DT$  está dado por la siguiente ecuación:

$$v_{c}(t) = \frac{1}{C} \int_{0}^{DT} -I_{o}dt + V_{c}(0)$$
  
=  $-\frac{I_{o}}{C}t + V_{c}(0)$  (2.56)

Para  $DT \leq t < T$  el voltaje en el capacitor esta dado por:

$$v_{c}(t) = \frac{1}{C} \left[ \int_{DT}^{T} \frac{-\Delta I_{L}}{(1-D)T} (t-DT) + \frac{\Delta I_{L}}{2} \right] dt + V_{c}(DT)$$
  
$$= -\frac{\Delta I_{L}}{2C(1-D)T} (t-DT)^{2} + \frac{\Delta I_{L}}{2C} (t-DT) + V_{c}(DT)$$
(2.57)

donde  $V_c(0)$  y  $V_c(DT)$  es el voltaje inicial del capacitor en t = 0 y t = DT respectivamente.

Debido a que el voltaje promedio en el capacitor es el voltaje de salida  $v_o$  y con ayuda de la gráfica de voltaje del capacitor de la figura 2.13, se puede obtener el valor para  $V_c(0)$  y para  $V_c(DT)$ , los cuales son:

$$V_c(0) = v_o + \frac{I_o DT}{2C}$$
(2.58)

$$V_c(DT) = v_o - \frac{I_o DT}{2C} \tag{2.59}$$

En la gráfica de voltaje en el capacitor se puede observar que  $\Delta V_c = \frac{I_o DT}{C}$ , entonces la variación en el voltaje de salida está dado por:

$$\Delta v_o = \Delta V_c = \frac{I_o DT}{C} = \frac{v_o DT}{RC}$$
(2.60)

Por lo tanto, el voltaje de rizo de salida queda se la siguiente forma:

$$\frac{\Delta v_o}{v_o} = \frac{DT}{RC} = \frac{D}{RCf} \tag{2.61}$$

### 2.3. Modelo promedio del sistema

En la figura 2.14 se muestra el diagrama general del sistema propuesto para la conversión de energía solar a energía mecánica. Este diagrama está compuesto por un panel foto-voltaico, un convertidor cd-cd tipo SEPIC, un convertidor cd-cd de puente completo y un motor de cd.



Figura 2.14: Sistema propuesto.

Como se puede observar del diagrama eléctrico mostrado en la figura 2.14, el acoplamiento entre el panel fotovoltaico y el convertidor cd-cd tipo SEPIC se hace a través de un capacitor. Esto con la finalidad de utilizar el panel como una fuente de voltaje de cd, (véase [23]), mientras que el convertidor cd-cd de puente completo se conecta en cascada al convertidor SEPIC y el motor de cd se conecta entre las ramas del convertidor de puente completo.

La topología propuesta en la figura 2.14 presenta la ventaja de hacer la regulación de velocidad del motor en ambos sentidos de giro, a diferencia del trabajo publicado en [15], que solo hacen la regulación de velocidad en un solo sentido de giro del motor. Por otra parte, puesto que se ha calculado el modelo matemático promedio del convertidor SEPIC en la sección anterior, solo nos enfocaremos en la parte del convertidor de puente completo acoplado con el motor de cd. Para hacer más sencillo el análisis se redibuja el convertidor de puente completo sustituyendo los transistores de potencia MOSFET por interruptores de un polo y dos posiciones como se muestra en la figura 2.15.



Figura 2.15: Convertidor de puente completo acoplado al motor.

Basados en el circuito de la figura 2.15 se obtiene el circuito eléctrico equivalente el cual

se muestra en la figura 2.16, los interruptores se cierran cuando  $u_2 = 1$ .



Figura 2.16: Circuito eléctrico equivalente cuando  $u_2 = 1$ .

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff en el circuito de la figura 2.16, se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = v_o - R_a i_a - K_e \omega \tag{2.62}$$

Ahora aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff al mismo circuito, se obtiene lo siguiente:

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1 - u_1)(i_{L1} + i_{L2}) - i_a$$
(2.63)

Cuando los interruptores se abren en  $u_2 = -1$  en el circuito de la figura 2.15, se obtiene el siguiente circuito equivalente mostrado en la figura 2.17.



Figura 2.17: Circuito eléctrico equivalente cuando  $u_2 = -1$ .

Aplicando nuevamente la ley de voltajes y de corrientes de Kirchhoff al circuito equivalente de la figura 2.17 se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = -v_o - R_a i_a - K_e \omega \tag{2.64}$$

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1 - u_1)(i_{L1} + i_{L2}) + i_a$$
(2.65)

Con las ecuaciones (2.62) a (2.65) el modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de esta parte del sistema (convertidor de puente completo acoplado al motor

de cd) está casi completo, solo hace falta agregar la ecuación diferencial que describe la dinámica de la parte mecánica del motor de cd mediante la segunda ley de Newton. Agregando esta ecuación, el modelo matemático queda de la siguiente forma:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = -R_a i_a - K_e \omega + u_2 v_o \tag{2.66}$$

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1 - u_1)(i_{L1} + i_{L2}) - i_a u_2$$
(2.67)

$$J\frac{d\omega}{dt} = K_t i_a - B_f \omega \tag{2.68}$$

Donde  $u_2 \in \{-1, 1\}$  es la entrada de control del convertidor de puente completo que pertenece a un conjunto discreto. De igual forma que en el convertidor SEPIC si se considera un valor promedio en la entrada de control, esta entrada queda como  $u_{2av} \in [-1, 1]$ , entonces las ecuaciones diferenciales del modelo promedio quedan de la siguiente forma:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = -R_a i_a - K_e \omega + u_{2av} v_o \tag{2.69}$$

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1 - u_{1av})(i_{L1} + i_{L2}) - i_a u_{2av}$$
(2.70)

$$J\frac{d\omega}{dt} = K_t i_a - B_f \omega \tag{2.71}$$

Una vez calculado el modelo promedio del convertidor de puente completo conectado con el motor ((2.69) a (2.71)) y con el modelo promedio del convertidor SEPIC ((2.26) a (2.29)) se obtiene el modelo promedio del sistema no lineal multivariable de dos entradas de control  $u_{1av}$  y  $u_{2av}$  y dos salidas de interés a controlar  $v_o$  y  $\omega$ , el cual está dado por:

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = v_{in} - (1 - u_{1av})(v_1 + v_o)$$
(2.72)

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = u_{1av} v_1 - (1 - u_{1av}) v_o$$
(2.73)

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = -u_{1av} i_{L2} + (1 - u_{1av}) i_{L1}$$
(2.74)

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1 - u_{1av})(i_{L1} + i_{L2}) - i_a u_{2av}$$
(2.75)

$$L_a \frac{di_a}{dt} = -R_a i_a - K_e \omega + u_{2av} v_o \tag{2.76}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = K_t i_a - B_f \omega \tag{2.77}$$

Mediante el modelo dinámico propuesto (2.72 a 2.77), puede hacerse la conversión de energía solar a energía mecánica a través de las dos entradas de control  $u_{1av}$  y  $u_{2av}$ . Donde la entrada de control  $u_{1av}$  regula el voltaje de salida del convertidor SEPIC, mientras que la entrada de control  $u_{2av}$  regula la velocidad angular del motor y manipula el sentido de giro del mismo. Este modelo dinámico propuesto será de utilidad para el diseño de un controlador multivariable por retroalimentación que regulará de forma adecuada las variables de interés tales como: el voltaje de salida del convertidor SEPIC y la velocidad angular del motor de cd. Todo esto, se tratará a detalle en el capítulo 3.

### Capítulo 3

## Control basado en pasividad de sistemas multivariables

En este capítulo se presenta el análisis y diseño de un controlador promedio para el sistema propuesto *convertidor SEPIC - convertidor puente completo - motor de cd*, basado en la técnica por retroalimentación de la salida pasiva. Las primeras dos secciones abordan los conceptos de pasividad y disipatividad de los sistemas no lineales, asimismo se verifican estos conceptos en el sistema no lineal propuesto. Mientras que en la tercera sección se tratan los fundamentos del control por retroalimentación de la salida pasiva para sistemas no lineales multivariables y, finalmente a través de esta técnica se hace el diseño del controlador del sistema *convertidor SEPIC - convertidor puente completo - motor de cd*.

### 3.1. Pasividad

Antes de comenzar a introducir el concepto de pasividad para sistemas no lineales, es conveniente recordar algunos conocimientos de circuitos eléctricos para poder entender con mayor facilidad el concepto de pasividad. Recordando los principios de física básica se define a la potencia como la velocidad a la cual la energía es gastada o consumida con lo cual se tiene lo siguiente:

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \tag{3.1}$$

donde:

 $p(t) \rightarrow \text{Potencia.}$ 

 $w(t) \rightarrow \text{Energía}.$ 

Por tanto, la energía puede expresarse de la siguiente forma:

$$w(t) = \int_{t_0}^{t} p(t)dt$$
 (3.2)

En la figura 3.1 se representa un circuito eléctrico como una caja negra donde el voltaje a través de las terminales de alimentación se denota como v y la corriente que sale de la fuente de alimentación hacia la caja se denota por i. La dirección de la corriente y la polaridad del voltaje son arbitrarias, por tanto, se tiene que:

$$p(t) = v(t)i(t) \tag{3.3}$$



Figura 3.1: Elemento pasivo.

Por lo tanto, la energía consumida por el circuito en el tiempo t es:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} v(t)i(t)dt = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} v(t)i(t)dt}_{1} + \underbrace{\int_{0}^{t} v(t)i(t)dt}_{2}$$
(3.4)

El primer término de la ecuación (3.4) representa el efecto de las condiciones iniciales diferentes de cero en los elementos del circuito. Por medio la convención de signos se tiene:

- Si w(t) > 0, entonces el elemento representado por la caja negra consume energía.
- Si w(t) < 0, entonces el elemento representado por la caja negra suministra energía

De la teoría de circuitos eléctricos, los elementos que no generan su propia energía se denominan "pasivos". Un elemento en un circuito eléctrico es pasivo si se cumple que:

$$\int_{-\infty}^{t} v(t)i(t)dt \ge 0 \tag{3.5}$$



Figura 3.2: Red pasiva

De ahí, que los elementos en un circuito eléctrico como inductores, capacitores y resistencias satisfacen esta condición, por lo tanto se denominan elementos pasivos (ver [22]). En la figura 3.2 se muestra un circuito eléctrico, donde se asume que la caja negra contiene un elemento pasivo lineal o no lineal, aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff al circuito se obtiene:

$$e(t) = i(t)R + v(t) \tag{3.6}$$

Ahora, se asume que la fuente de voltaje e(t) es una fuente de energía finita dada por:

$$\int_0^T e^2(t)dt < \infty$$

entonces se tiene:

$$\int_0^T e^2(t)dt = \int_0^T (i(t)R + v(t))^2 dt$$
$$= R^2 \int_0^T i^2(t)dt + 2R \int_0^T v(t)i(t)dt + \int_0^T v^2(t)dt$$

Y dado que la caja negra representa un elemento pasivo  $\int_0^T v(t) i(t) dt > 0$  se tiene que:

$$\int_0^T e^2(t)dt \ge R^2 \int_0^T i^2(t)dt + \int_0^T v^2(t)dt$$

Ya que el voltaje aplicado es tal que  $\int_0^T e^2(t)dt < \infty$ , se pueden poner limites cuando  $T \to \infty$  en ambos lados de la ecuación, la cual queda de la siguiente forma:

$$R^{2} \int_{0}^{T} i^{2}(t)dt + \int_{0}^{T} v^{2}(t)dt \leq \int_{0}^{T} e^{2}(t)dt < \infty$$

Esto implica que tanto, i, como, v, tienen energía finita, esto indica que la energía en estas dos variables se controlan desde la fuente de voltaje de alimentación e(t).

### 3.2. Disipatividad

Si se considera un sistema no lineal afín representado en su forma general de espacio de estados como:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

$$y = h(x)$$
(3.7)

donde:

- $x \to \text{Variable de estado tal que } x \in X \subset \mathbb{R}^n.$
- $u \to \text{Entrada de control tal que } u \in U \subset R.$
- $y \rightarrow$  Función escalar de salida tal que  $y \in Y \subset R$ .

La región  $X \subset \mathbb{R}^n$  se conoce como la región de operación del sistema, mientras que la función de abastecimiento está definida como  $s(u, y) : U \times Y \to \mathbb{R}$ .

El sistema no lineal representado en (3.7) se dice que es disipativo con respecto a la función de abastecimiento s(u, y), si existe una función  $\phi : X \to R^+$  llamada función de almacenamiento, tal que para todo  $x_0 \in X$  y para todas las funciones de entrada  $u \in U$  se cumple la siguiente relación:

$$\phi(x(t_1)) \le \phi(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} s(u(t), y(t)) dt$$
(3.8)

con  $x(t_0) = x_0$  y  $x(t_1)$  es la variable de estado resultante en el tiempo  $t_1$ , de la solución del sistema (3.7) tomando como condición inicial a  $x_0$  y como entrada de control a la función u(t). Si  $\phi$  es diferenciable con respecto al tiempo entonces se tiene lo siguiente:

$$\dot{\phi} \le s(u, h(x, u)) \tag{3.9}$$

con h(x, u) como la salida del sistema (3.7).

Un sistema no lineal es pasivo cuando este es disipativo con respecto a la función de abastecimiento s(u, y) = uy, es decir, cuando el sistema cumple con la desigualdad (3.9). Además, cuando la ecuación (3.9) se vuelve estrictamente una igualdad, el sistema es entonces un sistema sin pérdidas (véase [2]). Para probar si el sistema no lineal obtenido en el capítulo 2 del sistema propuesto, cumple con ser pasivo disipativo. Bastará con demostrar que es disipativo con respecto a la función de abastecimiento s(u, y) = uy, es decir, cuando el sistema cumple con la desigualdad (3.9).

Del modelo promedio del sistema ((2.72) a (2.77)) obtenido en el capítulo 2, y para una mayor facilidad de análisis se considera que el motor gira en una sola dirección a velocidad máxima, es decir  $u_2 = 1$ , por lo tanto el modelo promedio del sistema queda de la siguiente forma:

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = v_{in} - (1 - u_{1av})(v_1 + v_o)$$
(3.10)

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = u_{1av} v_1 - (1 - u_{1av}) v_o \tag{3.11}$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = -u_{1av} i_{L2} + (1 - u_{1av}) i_{L1}$$
(3.12)

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1 - u_{1av})(i_{L1} + i_{L2}) - i_a$$
(3.13)

$$L_a \frac{di_a}{dt} = -R_a i_a - K_e \omega + v_o \tag{3.14}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = K_e i_a - B_f \omega \tag{3.15}$$

La ecuación de energía del sistema o función de almacenamiento está dada por la siguiente expresión:

$$\phi = \frac{1}{2}L_1i_{L1}^2 + \frac{1}{2}L_2i_{L2}^2 + \frac{1}{2}C_1v_1^2 + \frac{1}{2}C_2v_o^2 + \frac{1}{2}L_ai_a^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$
(3.16)

Para demostrar que el sistema propuesto es pasivo disipativo, se debe cumplir que la potencia de salida del sistema es menor que la potencia de entrada del mismo  $(P_{out} < P_{in})$ , entonces derivando la ecuación (3.16) con respecto al tiempo tenemos que la potencia de salida esta dada por:

$$\frac{d\phi}{dt} = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} i_{L1} + L_2 \frac{di_{L2}}{dt} i_{L2} + C_1 \frac{di_{v1}}{dt} v_1 + C_2 \frac{dv_o}{dt} v_o + L_a \frac{di_a}{dt} i_a + J \frac{d\omega}{dt} \omega$$
(3.17)

Ahora sustituyendo las ecuaciones del modelo (3.10) a (3.15) en la ecuación (3.17) se obtiene lo siguiente:

$$\frac{d\phi}{dt} = (v_{in} - (1 - u_{1av})(v_1 + v_o))i_{L1} + (u_{1av}v_1 - (1 - u_{1av})v_o)i_{L2} + (-u_{1av}i_{L2} + (1 - u_{1av})i_{L1})v_1 + (-R_ai_a - K_e\omega + v_o)i_a + (-\frac{v_o}{R} + (1 - u_{1av})(i_{L1} + i_{L2}) - i_a)v_o + (K_ei_a - B_f\omega)\omega$$
(3.18)

Desarrollando la ecuación (3.18) y eliminando términos se tiene la ecuación de la potencia total del sistema:

$$\frac{d\phi}{dt} = P_{out} = v_{in}i_{L1} - R_a i_a^2 - \frac{v_o^2}{R} - B_f \omega^2$$
(3.19)

Ya que la potencia de entrada del sistema esta dada por  $P_{in} = v_{in}i_{L1}$ , entonces se tiene que:

$$v_{in}i_{L1} - R_a i_a^2 - \frac{v_o^2}{R} - B_f \omega^2 < v_{in}i_{L1}$$
(3.20)

Como se puede observar en la ecuación (3.20) la potencia de salida es menor que la potencia de entrada del sistema con lo cual queda demostrado que el sistema es pasivo disipativo ya que cumple con la desigualdad (3.9).

# 3.3. Diseño del controlador por retroalimentación de la salida pasiva

Para diseñar el controlador por retroalimentación de la salida pasiva, se considera el modelo en forma promedio del sistema (2.72) a (2.77) obtenido en el capítulo anterior, y debido a que se trata de un motor de corriente directa de imanes permanentes entonces  $K_e = K_t = K$  (véase [4]), por lo tanto el modelo del sistema queda de la siguiente manera:

$$L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = v_{in} - (1 - u_{1av})(v_1 + v_o)$$
(3.21)

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = u_{1av} v_1 - (1 - u_{1av}) v_o \tag{3.22}$$

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = -u_{1av} i_{L2} + (1 - u_{1av}) i_{L1}$$
(3.23)

$$C_2 \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R} + (1 - u_{1av})(i_{L1} + i_{L2}) - i_a u_{2av}$$
(3.24)

$$L_a \frac{d\iota_a}{dt} = -R_a i_a - K\omega + u_{2av} v_o \tag{3.25}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = Ki_a - B_f\omega \tag{3.26}$$

donde:

 $v_{in} \rightarrow$  Voltaje suministrado por el panel fotovoltaico.

 $i_{L1} \rightarrow \text{Corriente en el inductor } L_1 \text{ del convertidor SEPIC.}$ 

 $i_{L2} \rightarrow \text{Corriente en el inductor } L_2 \text{ del convertidor SEPIC.}$ 

 $v_1 \rightarrow$  Voltaje en el capacitor  $C_1$  del convertidor SEPIC.

 $v_o \rightarrow$  Voltaje en el capacitor  $C_2$  del convertidor SEPIC.

- $i_a \rightarrow \text{Corriente de armadura del motor de cd.}$
- $\omega \rightarrow$  Velocidad angular en el eje del motor.

 $u_{1av} \rightarrow$  Entrada de control promedio del convertidor SEPIC.

 $u_{2av} \rightarrow$  Entrada de control promedio del convertidor de Puente completo.

Ahora utilizando una notación matricial, el sistema no lineal descrito por (3.21)-(3.26) se puede representar en su forma pasiva de la siguiente manera:

$$A\dot{x} = (J(u_{av}) - R)x + Bu_{av} + \epsilon(t)$$
(3.27)

donde:

 $A \rightarrow Matriz simétrica constante definida positiva.$ 

 $x \rightarrow$ Vector de estados *n*-dimensional.

 $J(u_{av}) \rightarrow \text{Matriz}$  antisimétrica dependiente de  $u_{av}$ .

- $R \longrightarrow Matriz simétrica constante semidefinida positiva.$
- $B \longrightarrow Matriz constante de entrada de control.$
- $u_{av} \rightarrow$  Vector de la entrada de control promedio.

 $\epsilon(t) \rightarrow \text{Vector de entrada de alimentación } n\text{-dimensional.}$ 

La matriz  $J(u_{av})$  para toda  $u_{av}$  tiene la siguiente forma:

$$J(u_{av}) = J_0 + \sum_{i=1}^{m} J_i u_{iav}$$
(3.28)

Las matrices  $J_i$  con i = 1, 2, ..., m son antisimétricas constantes, mientras que B es una matriz constante de  $n \times m$  que en términos de vectores columna n-dimensionales, la matriz B esta dada por  $B = [b_1, b_2, ..., b_m]$ . El vector  $u_{av}$  se supone que es m-dimensional donde cada componente de  $u_{iav}$  toma valores en un intervalo cerrado de [-1, 1] del eje real. La matriz R representa el campo disipativo del sistema, mientras que la matriz  $J(u_{av})$  representa el campo conservativo del sistema. Los canales de entrada de control se representan con la matriz constante B, en tanto que, el vector  $\epsilon(t)$  representa las fuentes de entrada externas como son baterías o líneas de voltaje de cd. De (3.27) y con base en el modelo promedio se obtiene el vector de estados y la matriz A, los cuales están dados por:

$$x^{T} = \begin{pmatrix} i_{1} & i_{2} & v_{1} & v_{o} & i_{a} & \omega \end{pmatrix} \qquad A = diag \begin{pmatrix} L_{1} & L_{2} & C_{1} & C_{2} & L_{a} & J \end{pmatrix}$$

Ya que la matriz R, es la parte disipativa del sistema y con base en el modelo se tiene lo siguiente:

$$R = diag \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} & R_a & B_f \end{pmatrix}$$
(3.29)

Para calcular la matriz  $J(u_{av})$  que es la parte conservativa del sistema, se desarrolla la ecuación (3.28) con m = 2 la cual queda como:

$$J(u_{av}) = J_0 + \sum_{i=1}^2 J_i u_{iav} = J_0 + J_1 u_{1av} + J_2 u_{2av}$$

donde  $J_0$  es la matriz que se compone de términos que no dependen de las variables de entrada de control, por tanto se tiene que:

Nótese que la matriz  $J(u_{av})$  es una matriz antisimétrica por lo que debe de cumplir con  $J^T(u_{av}) = -J(u_{av})$  y R que es una matriz semidefinida positiva debe cumplir con  $R^T = R \ge 0.$ 

Debido a que en el modelo matemático promedio del sistema no existen constantes que multipliquen a las entradas de control  $(u_{1av} \ge u_{2av})$  el valor de la matriz B de la ecuación (3.27) es igual a cero. El vector de entrada  $\epsilon(t)$  y B quedan de la siguiente forma:

$$\epsilon(t) = \begin{bmatrix} v_{in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ya que se desea un controlador para hacer regulación del sistema es necesario calcular las variables de referencia para llevar a cabo dicha regulación, basados en el modelo promedio del sistema (3.21)-(3.26) se diseña el modelo de referencia para regular al sistema, el cual está dado por:

$$L_1 \frac{d\bar{i}_{L1}}{dt} = v_{in}(t) - (1 - \bar{u}_{1av})(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)$$
(3.30)

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = \bar{u}_{1av} \bar{v}_1 - (1 - \bar{u}_{1av}) \bar{v}_o \tag{3.31}$$

$$C_1 \frac{d\bar{v}_1}{dt} = -\bar{u}_{1av}\bar{i}_{L2} + (1 - \bar{u}_{1av})\bar{i}_{L1}$$
(3.32)

$$C_2 \frac{d\bar{v}_o}{dt} = -\frac{\bar{v}_o}{R} + (1 - \bar{u}_{1av})(\bar{i}_{L1} + \bar{i}_{L2}) - \bar{i}_a \bar{u}_{2av}$$
(3.33)

$$L_a \frac{di_a}{dt} = -R_a \bar{i}_a - K\bar{\omega} + \bar{u}_{2av}\bar{v}_o \tag{3.34}$$

$$J\frac{d\bar{\omega}}{dt} = K\bar{i}_a - B_f\bar{\omega} \tag{3.35}$$

Igualando el lado izquierdo de (3.30)-(3.35) a cero, de esta última se obtiene lo siguiente:

$$0 = K\bar{i}_a - B_f\bar{\omega}$$
$$\bar{i}_a = \frac{B_f}{K}\bar{\omega}$$

Siguiendo, de la ecuación (3.34) y sustituyendo  $\bar{i_a}$  se tiene:

$$0 = -R_a \bar{i}_a - K\bar{\omega} + u_{2av}\bar{v}_o$$
$$\bar{u}_{2av} = \frac{R_a \bar{i}_a + K\bar{\omega}}{\bar{v}_o}$$
$$\bar{u}_{2av} = \left(\frac{R_a B_f + K^2}{K\bar{v}_o}\right)\bar{\omega}$$

Partiendo de la ecuación (3.31) se tiene la siguiente expresión:

$$0 = \bar{u}_{1av}\bar{v}_1 - (1 - \bar{u}_{1av})\bar{v}_o$$
  
$$\bar{u}_{1av}\bar{v}_1 = (1 - \bar{u}_{1av})\bar{v}_o$$
 (3.36)

Por otro lado, se tiene que  $\bar{v}_1$ , se obtiene a partir de la ecuación (3.30) y con ayuda de la expresión (3.36):

$$0 = v_{in}(t) - (1 - \bar{u}_{1av})\bar{v}_1 - (1 - \bar{u}_{1av})\bar{v}_o$$
$$v_{in}(t) = (1 - \bar{u}_{1av})\bar{v}_1 + (1 - \bar{u}_{1av})\bar{v}_o$$
$$v_{in}(t) = (1 - \bar{u}_{1av})\bar{v}_1 + \bar{u}_{1av}\bar{v}_1$$
$$\bar{v}_1 = v_{in}(t)$$

Ahora haciendo uso de expresión (3.36), se obtiene la variable de entrada de control  $\bar{u}_{1av}$ :

$$\bar{u}_{1av}\bar{v}_1 = \bar{v}_o - \bar{u}_{1av}\bar{v}_o$$
$$\bar{v}_o = \bar{u}_{1av}(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)$$
$$\bar{u}_{1av} = \frac{\bar{v}_o}{\bar{v}_1 + \bar{v}_o}$$

De la ecuación (3.32) se obtiene la siguiente expresión:

$$0 = -\bar{u}_{1av}\bar{i}_{L2} + (1 - \bar{u}_{1av})\bar{i}_{L1}$$
  
$$\bar{u}_{1av}\bar{i}_{L2} = (1 - \bar{u}_{1av})\bar{i}_{L1}$$
(3.37)

Partiendo de la ecuación (3.33) se obtiene la siguiente expresión:

$$0 = -\frac{\bar{u}_o}{R} + \bar{u}_{1av}\bar{i}_{L2} + (1 - \bar{u}_{1av})\bar{i}_{L2} - \bar{i}_a\bar{u}_{2av}$$
$$\bar{i}_{L2} = \frac{\bar{v}_o}{R} + \bar{i}_a\bar{u}_{2av}$$
$$\bar{i}_{L2} = \frac{\bar{v}_o}{R} + \frac{R_aB_f^2 + K^2B_f}{\bar{v}_oK^2}\bar{\omega}^2$$

Y por último de ecuación (3.37) se tiene que:

$$\bar{u}_{1av}\bar{i}_{L2} = (1 - \bar{u}_{1av})\bar{i}_{L1}$$
$$\bar{i}_{L1} = \frac{\bar{u}_{1av}}{(1 - \bar{u}_{1av})}\bar{i}_{L2}$$
$$\bar{i}_{L1} = \frac{\bar{v}_o^2}{R\bar{v}_1} + \frac{R_a B_f^2 + K^2 B_f}{\bar{v}_1 K^2}\bar{\omega}^2$$

Los valores de las variables de referencia en el punto de equilibrio que intervienen en el control son los siguientes:

$$\bar{\omega} = \omega_d \tag{3.38}$$

$$\bar{v}_o = v_d \tag{3.39}$$

$$\bar{v}_1 = v_{in}(t) \tag{3.40}$$

$$\bar{i}_a = \frac{B_f}{K} \omega_d \tag{3.41}$$

$$\bar{u}_{1av} = \frac{v_d}{v_{in}(t) + v_d}$$
(3.42)

$$\bar{u}_{2av} = \left(\frac{R_a B_f + K^2}{K v_d}\right) \omega_d \tag{3.43}$$

$$\bar{i}_{L1} = \frac{v_d^2}{Rv_{in}(t)} + \left(\frac{R_a B_f^2 + K^2 B_f}{v_{in}(t) K^2}\right) \omega_d^2$$
(3.44)

$$\bar{i}_{L2} = \frac{v_d}{R} + \left(\frac{R_a B_f^2 + K^2 B_f}{v_d K^2}\right) \omega_d^2$$
(3.45)

Se puede observar que el valor de la variable de referencia  $\bar{v}_1$  es el voltaje de salida del panel fotovoltaico  $(v_{in}(t))$ , por lo tanto, el controlador regulará el voltaje del capacitor  $C_1$  al voltaje que tenga el panel es ese momento. El propósito principal del control es mantener el voltaje de salida del convertidor SEPIC al voltaje nominal máximo  $(v_d)$  del motor de cd en todo momento. Esto con el propósito de controlar la velocidad angular  $(\omega_d)$  del motor desde una velocidad cero hasta la velocidad máxima del mismo (ver tabla 4.1).

Poniendo el modelo de referencia (3.30)-(3.35) en su forma pasiva se tiene que:

$$A\dot{\bar{x}} = (J(\bar{u}_{av}) - R)\bar{x} + B\bar{u}_{av} + \epsilon(t)$$
(3.46)

El vector de estados del modelo de referencia queda definido de la siguiente forma:

$$\bar{x}^T = \begin{pmatrix} \bar{i}_1 & \bar{i}_2 & \bar{v}_1 & \bar{v}_o & \bar{i}_a & \bar{\omega} \end{pmatrix}$$

Ahora para calcular la dinámica del error del sistema se realiza la resta de la ecuación (3.27) con la ecuación (3.46), de la cual se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} A\dot{e} &= A\dot{x} - A\dot{\bar{x}} \\ &= J(u_{av})x - Rx + Bu_{av} - J(\bar{u}_{av})\bar{x} - R\bar{x} - B\bar{u}_{av} \\ &= J(u_{av})x - J(\bar{u}_{av})\bar{x} - R(x - \bar{x}) + B(u_{av} - \bar{u}_{av}) \end{aligned}$$

Definiendo el vector de error  $e = x - \bar{x}$ , el error de la entrada de control promedio como  $e_u = u_{av} - \bar{u}_{av}$  y sumando un cero a la dinámica del error  $J(u_{av})\bar{x} - J(u_{av})\bar{x}$ , se tiene:

$$A\dot{e} = J(u_{av})x - J(\bar{u}_{av})\bar{x} - Re + Be_u + J(u_{av})\bar{x} - J(u_{av})\bar{x}$$
  
$$= J(u_{av})(x - \bar{x}) - J(\bar{u}_{av})\bar{x} - Re + Be_u + J(u_{av})\bar{x}$$
  
$$= J(u_{av})e - Re + Be_u + [J(u_{av}) - J(\bar{u}_{av})]\bar{x}$$
(3.47)

Haciendo una aproximación lineal por serie de Taylor del término  $J(u_{av}) - J(\bar{u}_{av})$  con respecto a la entrada de control promedio  $u_{av}$  en (3.47), se obtiene lo siguiente:

$$J(u_{av}) = J(\bar{u}_{av}) + \frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{av}}\Big|_{u_{av} = \bar{u}_{av}} (u_{av} - \bar{u}_{av})$$

$$J(u_{av}) - J(\bar{u}_{av}) = \underbrace{\frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{av}}\Big|_{u_{av} = \bar{u}_{av}} e_{u}}_{:=\mathbf{J}}$$

$$(3.48)$$

Ahora sustituyendo (3.48) en (3.47) se obtiene la siguiente ecuación:

$$A\dot{e} = J(u_{av})e - Re + Be_u + J\bar{x} \tag{3.49}$$

De acuerdo con la linealidad de la ecuación (3.28), J esta puede escribirse de la siguiente manera:

$$J = \sum_{i=1}^{m} J_i(u_{i,av} - \bar{u}_{i,av}) = \sum_{i=1}^{m} J_i e_{i,u}$$
(3.50)

Sustituyendo la ecuación (3.50) en (3.49) se tiene que:

$$A\dot{e} = J(u_{av})e - Re + Be_{i,u} + \sum_{i=1}^{m} J_i e_{i,u} \bar{x}$$
$$= J(u_{av})e - Re + \underbrace{\left[B + (J_1 \bar{x}, \dots, J_m \bar{x})\right]}_{:=\bar{\mathbf{B}}} e_u$$
$$= J(u_{av})e - Re + \bar{B}e_u \tag{3.51}$$

La ecuación (3.51) describe la dinámica del modelo exacto del error de regulación en lazo abierto. Proponiendo la función candidata de Lyapunov del error de regulación como:

$$V(e) = \frac{1}{2}e^T A e \tag{3.52}$$

Ahora, la derivada de la función (3.52) con respecto al tiempo queda de la siguiente forma:

$$\dot{V}(e) = e^T A \dot{e} \tag{3.53}$$

**Propiedad 1** La matriz conservativa  $J(u_{av})$  satisface [20]:

$$e^T J(u_{av})e = 0 \qquad \forall \ u_{av} \in R, \ e \in R^n$$

Utilizando la propiedad 1 y sustituyendo la ecuación (3.51) en (3.53), la derivada con respecto al tiempo queda:

$$\dot{V}(e) = e^T J(u_{av})e - e^T Re + e^T \bar{B}e_u$$

$$= -e^T Re + e^T \bar{B}e_u \qquad (3.54)$$

Cuando se utiliza un controlador lineal por retroalimentación en lazo cerrado, la entrada de control  $e_u$  puede expresarse de la siguiente manera:

$$e_u = u_{av} - \bar{u}_{av} = -\Gamma \bar{B}e \tag{3.55}$$

Sustituyendo la ecuación (3.55) en (3.54) se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{V}(e) = -e^{T}Re + e^{T}\bar{B}(-\Gamma\bar{B}^{T}e)$$

$$= -e^{T}\underbrace{\left[R + \bar{B}\Gamma\bar{B}^{T}\right]}_{\tilde{\mathbf{R}}} e \leq 0 \qquad (3.56)$$

El término  $\tilde{R}$  de la ecuación anterior se conoce como la condición de disipación de acoplamiento, la cual, para alguna matriz simétrica constante gamma ( $\Gamma$ ) definida positiva se tiene la siguiente relación válida  $\tilde{R} \geq 0$ . Esta condición asegura que si la disipación natural del sistema no existe, esta puede conseguirse mediante una acción de control apropiada de manera complementaria.

De la ecuación (3.56) el término  $\tilde{R}$  está definido de la siguiente forma:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} (\bar{v}_1 + \bar{v}_o)^2 \Gamma_1 & (\bar{v}_1 + \bar{v}_o)^2 \Gamma_1 & -(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)\Gamma_1 & -(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)\Gamma_1 & 0 & 0\\ (\bar{v}_1 + \bar{v}_o)^2 \Gamma_1 & (\bar{v}_1 + \bar{v}_o)^2 \Gamma_1 & -(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)\Gamma_1 & -(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)\Gamma_1 & 0 & 0\\ -(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)\Gamma_1 & -(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)\Gamma_1 & (\bar{i}_1 + \bar{i}_2)^2 \Gamma_1 & (\bar{i}_1 + \bar{i}_2)^2 \Gamma_1 & 0 & 0\\ -(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)\Gamma_1 & -(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)\Gamma_1 & (\bar{i}_1 + \bar{i}_2)^2 \Gamma_1 & \frac{1}{R} + (\bar{i}_1 + \bar{i}_2)^2 \Gamma_1 + \bar{i}_a^2 \Gamma_2 & -\bar{v}_o \bar{i}_a \Gamma_2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{v}_o \bar{i}_a \Gamma_2 & R_a + \bar{v}_o^2 \Gamma_2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_f \end{bmatrix}$$

Aplicando el criterio de Sylvester, se calcula el determinante de todas las submatrices de  $\tilde{R}$ , las cuales están formadas por las *i* primeras filas y por las *i* primeras columnas de  $\tilde{R}$  para i = 1, 2, ...n, con lo cual se obtienen los siguientes determinantes  $det\tilde{R}_1 > 0$ ,  $det\tilde{R}_2 = 0$ ,  $det \tilde{R}_3 = 0$ ,  $det \tilde{R}_4 = 0$ ,  $det \tilde{R}_5 = 0$ ,  $det \tilde{R}_6 = 0$ , por lo tanto se tiene que  $\tilde{R}$  es una matriz semidefinida positiva ya que los determinantes  $\tilde{R}_1$ ,  $\tilde{R}_2 \dots \tilde{R}_6 \ge 0$ . Debido a esto, la ecuación (3.56) es una función semidefinida negativa y por lo tanto el punto de equilibrio de (3.51) bajo la ley de control (3.55) es estable.

Para demostrar la estabilidad asintótica global de (3.56) en lazo cerrado se utiliza el principio de invarianza de LaSalle, el cual se cita a continuación.

**Definición 1** Considérese el sistema no lineal descrito por [20]:

$$\dot{x} = f(x) \tag{3.57}$$

donde f(x) es un campo vectorial en  $\mathbb{R}^n$  y suponga que f(0) = 0. Si inicialmente el sistema (3.57) satisface  $x(t_0) = 0$ , entonces la función  $x(t) \equiv 0$  para  $t > t_0$  es una solución de (3.57) llamada solución trivial o solución en equilibrio. Sea  $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  una función definida positiva, radialmente no acotada y continuamente diferenciable tal que  $\dot{V}(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}^n$ . Sea  $\Omega = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \dot{V}(x) \leq 0 \right\}$  y supóngase que ninguna solución permanece idénticamente en  $\Omega$  más que la solución trivial  $x(t) \equiv 0$ , por lo tanto, el origen es asintóticamente estable globalmente.

Ya que la función f(x) en este caso, está dada por (3.51) donde el vector de estados es  $x = e \in \mathbb{R}^n$ . El único punto de equilibrio de (3.51) es  $e = 0 \in \mathbb{R}^n$ , la función candidata de Lyapunov  $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  propuesta en (3.52) es definida positiva en forma global, también es radialmente no acotada y continuamente diferenciable. De la ecuación (3.56) se observa que  $\dot{V}(e) \leq 0 \forall e \in \mathbb{R}^n$ . Ahora considérese la región  $\Omega$  dada por:

$$\Omega = \left\{ e \in R^n \mid \dot{V}(e) = 0 \right\}$$

Puesto que  $\dot{V}(e) \leq 0 \in \Omega$ , por lo tanto, V(e(t)) es una función decreciente en el tiempo t. Ya que V(e(t)) es una función continua en el conjunto compacto  $\Omega$ , y está acotada inferiormente en  $\Omega$ . Por lo tanto, V(e(t)) tiene un límite a cuando  $t \to \infty$ . Debido a que  $\Omega$  es un conjunto invariante se tiene que  $\dot{V}(e(t)) = 0$  y la única solución invariante es e = 0. Como la solución trivial es la única solución del sistema (3.51) restringido a  $\Omega$ , entonces empleando la definición 1 puede concluirse que el origen del espacio del error es asintóticamente estable globalmente. Una vez demostrada la estabilidad asintótica de la dinámica del error del sistema, la ley de control se obtiene despejando  $u_{av}$  de (3.55), con lo cual se tiene:

$$u_{av} = \bar{u}_{av} - \Gamma \bar{B}^T e \tag{3.58}$$

donde  $\Gamma = \text{diag} \begin{pmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 \end{pmatrix}$ , con  $\Gamma_1$  y  $\Gamma_2$  constantes positivas en el intervalo [0,1] y  $\overline{B} = \begin{pmatrix} J_1 \overline{x} + b_1 & J_2 \overline{x} + b_2 \end{pmatrix}$ , dado que B = 0 entonces se tiene que  $b_1 = b_2 = 0$  y  $J_1 = \frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{1av}}$  y  $J_2 = \frac{\partial J(u_{av})}{\partial u_{2av}}$ , entonces para calcular  $\overline{B}$  se parte de que:

Entonces  $\overline{B}$  queda como sigue:

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} J_1 \bar{x} + b_1 & J_2 \bar{x} + b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{v}_1 + \bar{v}_o & 0 \\ \bar{v}_1 + \bar{v}_o & 0 \\ -\bar{i}_1 - \bar{i}_2 & 0 \\ -\bar{i}_1 - \bar{i}_2 & -\bar{i}_a \\ 0 & \bar{v}_o \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.59)

Sustituyendo la ecuación (3.59) en la ecuación (3.58) se tiene que:

$$\begin{bmatrix} u_{1av} \\ u_{2av} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u}_{1av} \\ \bar{u}_{2av} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Gamma_1 & 0 \\ 0 & \Gamma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}_1 + \bar{v}_o & \bar{v}_1 + \bar{v}_o & -\bar{i}_1 - \bar{i}_2 & -\bar{i}_1 - \bar{i}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{i}_a & \bar{v}_o & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 - \bar{i}_1 \\ i_2 - \bar{i}_2 \\ v_1 - \bar{v}_1 \\ v_o - \bar{v}_o \\ i_a - \bar{i}_a \\ \omega - \bar{\omega} \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, la ley de control multivariable por retroalimentación de la salida pasiva del error, está dada como:

$$u_{1av} = \bar{u}_{1av} - \Gamma_1(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)(i_1 - \bar{i}_1) - \Gamma_1(\bar{v}_1 + \bar{v}_o)(i_2 - \bar{i}_2) +$$

$$\Gamma_1(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)(v_1 - \bar{v}_1) + \Gamma_1(\bar{i}_1 + \bar{i}_2)(v_o - \bar{v}_o)$$

$$u_{2av} = \bar{u}_{2av} + \Gamma_2 \bar{i}_a(v_o - \bar{v}_o) - \Gamma_2 \bar{v}_o(i_a - \bar{i}_a)$$
(3.61)

### Capítulo 4

### Plataforma experimental

En este capítulo se presenta el diseño e implementación experimental de la plataforma del sistema propuesto.



Figura 4.1: Plataforma experimental

En la figura 4.1 se muestra el diagrama electrónico general de la plataforma experimental, la cual está compuesta por los siguientes módulos:

- 1. Panel fotovoltaico (representado por la fuente de voltaje).
- 2. Motor eléctrico de corriente directa con tacómetro integrado.
- 3. Convertidor electrónico de potencia tipo SEPIC.

4. Convertidor electrónico de potencia de puente completo cd-cd.

- 5. Control por retroalimentación de la salida pasiva del error exacto.
- 6. Modulador de ancho de pulso (PWM).
- 7. Sensores eléctricos.

### 4.1. Motor eléctrico de corriente directa

El motor de cd utilizado en la plataforma para el sistema *convertidor cd-cd SEPIC - puente completo - motor de cd*, es un motor modelo D06D304E de la compañía Hitachi. En la tabla 4.1 se muestran las características principales de dicho motor, los primeros parámetros son proporcionados por el fabricante y los cinco últimos fueron obtenidos experimentalmente en el laboratorio.

Tabla 4.1: Parámetros del motor de cd.			
Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Velocidad máxima	V	3700	RPM
Potencia de salida	р	53	W
Encoder		240	Pulsos/Rev
Resistencia de armadura	$R_a$	2	Ω
Inductancia de armadura	$L_a$	8.9	mH
Coeficiente de fricción viscosa	$B_f$	249.6	$\mu(\text{Nm-s})/\text{rad}$
Constante eléctrica	$K_e$	0.0884	$V_s/\mathrm{rad}$
Constante mecánica	$K_t$	0.0884	N-m/A

La obtención de los parámetros  $(K, B_f, R_a, L_a)$  del motor se obtuvieron a través de pruebas experimentales, ya que estos datos no fueron especificados en la hoja de datos proporcionados por el fabricante.

### 4.2. Convertidor electrónico de potencia tipo SEPIC

El convertidor SEPIC (reductor - elevador) puede transformar un voltaje de entrada  $V_{in}$ en un voltaje de salida  $V_o$ , ya sea mayor, menor o igual al voltaje de entrada  $V_{in}$ . Esto se logra mediante la conmutación del transistor MOSFET a través de una señal PWM que controla el ciclo de trabajo del transistor, lo que permite generar los distintos rangos del voltaje de salida del convertidor (ver figura 4.2).



Figura 4.2: Topología del convertidor SEPIC.

El convertidor SEPIC opera en el modo de conducción continua (mcc), si la corriente que pasa a través del inductor  $L_1$  nunca llega a ser cero en un periodo completo, por tanto, cuando el convertidor trabaja en estado estable el capacitor  $C_1$  bloquea la corriente de cd y debido a esto la corriente a través del capacitor es cero ( $i_{C1} = 0$ ). Puesto que la corriente promedio en el capacitor  $i_{C1}$  es cero, la corriente promedio que circula por el inductor  $L_2$  es la misma que la corriente promedio que pasa a través de la carga. Ahora tenemos que  $V_{in} = V_1$  cuando el convertidor opera en estado estable entonces se llega a la siguiente relación  $V_{L1} = -V_{L2}$ , ya que el voltaje en ambos inductores es igual en magnitud, la corriente de rizo para los dos inductores también son iguales en magnitud.

El convertidor SEPIC tiene dos modos de operación, cuando el interruptor S se encuentra encendido las corrientes  $i_1$  e  $i_2$  se incrementan en magnitud. La energía necesaria para aumentar la corriente  $i_1$  viene desde la fuente de voltaje de entrada y ya que el interruptor se encuentra encendido se considera como un corto circuito, por tanto el voltaje instantáneo  $V_1$  es aproximadamente  $V_{in}$  y el voltaje  $V_{L2}$  es aproximadamente  $-V_{in}$ , entonces el capacitor  $C_1$  provee la energía necesaria para incrementar la magnitud de la corriente  $i_2$  y así incrementar la energía almacenada en  $L_2$ . Ahora cuando el interruptor es conmutado en apagado, la corriente  $i_{C1}$  es la misma que la corriente  $i_1$  que pasa a través del inductor  $L_1$  debido a que el interruptor se considera como un circuito abierto. Ahora como se puede ver en el esquemático de la figura 4.2 la corriente  $i_2$  se suma a la corriente  $i_1$  lo que incrementa la corriente entregada a la carga. Debido a las conmutaciones en el MOSFET las corrientes en los inductores presentan un rizo de corriente  $\Delta_{iL}$ .

Se escogió un valor de corriente de rizo pequeño para el convertidor con base en los parámetros del inductor. La frecuencia de conmutación para el diseño del convertidor es de 35kHz, este valor de frecuencia se escogió para aprovechar al máximo la eficiencia que proporciona el convertidor en la transferencia de potencia entrada/salida y para tener un inductor con un valor pequeño de inductancia. Mientras que el voltaje de alimentación del convertidor se seleccionó con base en el voltaje en el punto de máxima potencia entregado por el panel fotovoltaico  $V_{in} = 16.8V$  (véase tabla 2.1).

#### 4.2.1. Diseño de los inductores del convertidor

Partiendo del análisis de los circuitos de la figura 4.3, donde 4.3(a) muestra el circuito eléctrico del sistema convertidor SEPIC - puente completo - motor de cd en forma promedio, mientras que en 4.3(b) se muestra el análisis del circuito del sistema en cd cuando  $\omega = 0 \ rad/seg$ .



Figura 4.3: a) circuito eléctrico del sistema en forma promedio. b) análisis en estado estable del circuito del sistema.

La fuente dependiente de la figura 4.3(a) se hace cero en el análisis de cd debido a que el voltaje que se tiene a la salida del convertidor tiene una amplitud pequeña lo que provoca que el eje del motor no se mueva ( $\omega = 0$ ), esto se presenta cuando el ciclo de trabajo de conmutación del convertidor es muy pequeño, por tanto, el valor del voltaje de salida está dado por (ecuación (2.41)):

$$\bar{v} = \frac{Dv_{in}}{1-D} = \frac{(0.1)(16.8)}{1-0.1} = 1.86V$$
(4.1)

donde el valor de D fue calculado experimentalmente en el laboratorio.

Por otro lado, se puede calcular una resistencia equivalente  $R_{eq}$  a partir de las dos resistencias en paralelo R y  $R_a$  de la figura 4.3(b), entonces el valor de la resistencia equivalente es la siguiente:

$$R_{eq} = \frac{R \cdot R_a}{R + R_a} = \frac{94\Omega \cdot 3\Omega}{94\Omega + 3\Omega} = 2.9\Omega \tag{4.2}$$

donde R es una resistencia limitadora de corriente del circuito de armadura del motor y también es la que disipa la energía en el capacitor. Mediante el análisis de cd del sistema realizado anteriormente, se puede calcular el valor mínimo de los inductores  $L_1$  y  $L_2$ , así como también se puede calcular el valor mínimo de las corrientes de rizo en ambos inductores.

Para poder asegurar que el convertidor esté siempre trabajando en el modo de conducción continua (mcc), se debe calcular el valor mínimo o crítico para los dos inductores, la expresión para calcular el valor de  $L_1$  es la siguiente (ecuación (2.51)):

$$L_{1crit} = \frac{TR(1-D)^2}{2D} = \frac{R_{eq}(1-D)^2}{2Df}$$

de esta expresión se obtiene el cálculo del valor mínimo de la inductancia  $L_1$  del convertidor:

$$L_{1crit} = \frac{(2.9\Omega)(1-0.1)^2}{2(35kHz)(0.1)} = 355.57\mu H$$

Ahora para poder calcular el valor crítico de la inductancia  $L_2$  del convertidor, se utiliza la siguiente expresión (ecuación (2.52)):

$$L_{2crit} = \frac{TR(1-D)}{2} = \frac{R_{eq}(1-D)}{2f}$$

de aquí se obtiene el valor crítico de  $L_2$  el cual queda:

$$L_{2crit} = \frac{(2.9\Omega)(1-0.1)}{2(35kHz)} = 37.28\mu H$$

A partir de estos valores críticos de las inductancias  $L_1$  y  $L_2$  se calcula el valor mínimo de la corriente de rizo mediante las ecuaciones (2.46) y (2.50) las cuales son:

$$\Delta I_{L1} = \frac{Dv_{in}}{L_1 f} = \frac{(0.1)(16.8V)}{(355.57\mu H)(35kHz)} = 0.135A \tag{4.3}$$

mientras que para  $\Delta I_{L2}$  se tiene:

$$\Delta I_{L2} = \frac{Dv_{in}}{L_2 f} = \frac{(0.1)(16.8V)}{(37.28\mu H)(35kHz)} = 1.287A \tag{4.4}$$

Como se puede apreciar en (4.4) el valor de la corriente de rizo es grande, y como se desea una corriente de rizo más pequeña se elige un valor de inductancia más grande para  $L_2$ como:

$$L_2 = L_1 = 1mH (4.5)$$

De (4.5) se observa que el valor de inductancia para  $L_1$  es el mismo que para  $L_2$ , esto se hace con la finalidad de facilitar el diseño y construcción de los inductores. Debido a esto el valor de la corriente de rizo en ambos inductores es la siguiente:

$$\Delta I_{L1} = \Delta I_{L2} = \frac{(0.1)(16.8V)}{(1mH)(35kHz)} = 0.048A \tag{4.6}$$

Los inductores se construyeron con un hueco de aire de 2mm, para lograr la inductancia de 1mH se necesita un número de vueltas de n = 58 sobre el núcleo de ferrita con un alabre magneto de calibre 16. El núcleo tiene una resistencia de aproximadamente  $0.3\Omega$ , un inductor de valor más grande del que se especifica en (4.5) no es recomendable, debido a que en su construcción se debe incrementar el número de vueltas del alambre y como consecuencia esto incrementaría las pérdidas resistivas en el inductor. Para conseguir un valor de inductancia más grande se puede aumentar el tamaño del hueco de aire en el núcleo sin tener que incrementar el número de vueltas de alambre sobre el mismo. Todos los cálculos para la construcción de los inductores son con base en [26].

#### 4.2.2. Selección de los capacitores del convertidor

Los capacitores de convertidor  $C_1$  y  $C_2$  se deben elegir de acuerdo a la corriente  $I_{Crms}$  que deben soportar en relación con la potencia de salida. El voltaje nominal para el capacitor

 $C_1$  debe ser mayor que el voltaje máximo de entrada, los capacitores electrolíticos funcionan bien para todas las aplicaciones donde el valor del capacitor necesario para satisfacer la corriente rms. Podría usarse un capacitor cerámico, pero un valor bajo de capacitancia para  $C_1$  provocaría cambios en el voltaje del capacitor debido a que la corriente es grande.

Tomando en cuenta estas consideraciones se elige un valor de voltaje de rizo pequeño del 1% del voltaje  $v_1$  con lo cual se tiene que el voltaje de rizo es  $\Delta V_{c1} = 0.16V$ , y con base en el análisis en estado estable se tiene que el voltaje de rizo en el capacitor  $C_1$  está dado por:

$$\Delta V_{c1} = \frac{v_{in}DT}{RC_1} = \frac{v_{in}D}{RC_1f}$$

Despejando  $C_1$  y sustituyendo los valores correspondientes en la ecuación anterior se calcula el valor del capacitor  $C_1$ :

$$C_1 = \frac{(16.8 \ V)(0.65)}{(94\Omega)(0.16 \ V)(35 \ kHz)} = 20.74\mu F$$

Puesto que no existe un valor comercial de capacitancia de  $20.74\mu F$  se elige el valor comercial más cercano, por lo tanto  $C_1 = 22\mu F$ .

Dado que el voltaje de salida del convertidor funcionará como fuente de alimentación para el convertidor de puente completo, se requiere que el voltaje contenga el menor rizo posible, por tanto se elige un capacitor de valor grande  $C_2 = 470 \mu F$  y nuevamente del análisis en estado estable se calcula el valor del voltaje de rizo:

$$\Delta V_{C2} = \frac{Dv_o}{RC_2 f}$$

Sustituyendo los valores correspondientes en la ecuación anterior se tiene:

$$\Delta V_{C2} = \frac{(0.65)(32V)}{(94\Omega)(35kHz)(470\mu F)} = 0.013V$$

#### 4.2.3. Semiconductores del convertidor

El problema principal en la selección de los semiconductores de potencia de conmutación es en la reducción de pérdidas que pueda tener a la hora de conmutar y en las dimensiones de corriente que pueda manejar. De aquí se elige un transistor MOSFET (IRF640) de baja resistencia de encendido  $R_{DS(on)}$ . Donde su valor es de aproximadamente 0.18 $\Omega$  y además puede conducir fácilmente una corriente de 3.5A.

Adicionalmente, debido a que el MOSFET necesita un voltaje positivo en su compuerta  $V_{GS} > 0$  para ser conmutado en encendido, se tiene que el voltaje del MOSFET de su compuerta a tierra tiene que ser más grande que el voltaje de entrada  $(v_{in})$ , para que el MOSFET entre en estado de conducción. Para esto, se utiliza un dispositivo llamado impulsor de compuerta, donde mediante este dispositivo se consigue un voltaje mayor al voltaje de alimentación, el cual se utiliza para activar la compuerta del MOSFET, además este dispositivo realiza disparos de subida y bajada en tiempos muy cortos en la conmutación del MOSFET. Esto por supuesto reduce las pérdidas de conmutación en el transistor.

Por otra parte, el diodo utilizado en convertidor SEPIC es un diodo rectificador ultra rápido (BYV32-200), el cual ofrece bajas pérdidas en la conmutación debido a que tiene un bajo voltaje de umbral en su polarización y un tiempo de recuperación bastante rápido en voltajes inversos.

### 4.3. Modulador de ancho de pulso (PWM)

Los moduladores de ancho de pulso son de gran utilidad para la implementación práctica de los controladores en su forma promedio, ya que mediante estos se transforma la señal continua en una señal discreta equivalente, esto permite el encendido y apagado del interruptor en forma apropiada.

Por otra parte, la idea del diseño de los métodos de control es representar una expresión de control continuo de retroalimentación basado en sistemas en su forma promedio, con entradas de control limitadas en un intervalo cerrado de [0, 1], donde éstas trasladan una ley de control de retroalimentación a una forma discreta (producto de la comparación de la señal de entrada promedio con una señal triangular de alta frecuencia) que toma como entrada la señal de control continua como una función del ciclo de trabajo para la implementación del PWM.
Existen muchas aplicaciones donde el modulador PWM funciona como un actuador electrónico para la activación y desactivación del interruptor, en donde su salida funciona como la entrada de control real. Este modulador es muy utilizado en equipos industriales y de investigación, por lo tanto se tratará con más detalle al modulador PWM. En muchas aplicaciones se encuentran sistemas de control de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x, u), \ \forall \ x \in X, \ u \in U \tag{4.7}$$

donde  $X \subset \mathbb{R}^n$ , mientras que el espacio de entrada U es un conjunto discreto. Un claro ejemplo de esto son los convertidores electrónicos de potencia, los cuales pueden ser representados mediante esta notación matemática.

Ahora considérese un sistema de control cualquiera con  $U = \{0, 1\}$ , esto es:

$$\dot{x} = f(x, u), \ u \in \{0, 1\}$$
(4.8)

de aquí se define al ciclo de trabajo como la relación de trabajo efectivo de la variable de control u, que tiene un valor fijo en un instante de tiempo  $\Delta$ .

En todo ciclo de trabajo la entrada de control u, se conmuta exactamente en un tiempo de 1 a 0. La fracción del ciclo de trabajo sobre el cual la entrada mantiene el valor fijo de 1 se conoce como la razón de trabajo y se denota por  $\alpha$ . La razón de trabajo  $\alpha$  puede depender también del estado x (o mejor dicho, del valor del estado muestreado desde el inicio del ciclo de trabajo), en todo ciclo de trabajo  $[t, t+\Delta]$  la entrada de control u queda definida por:

$$u(\tau) = 1, \qquad para \ t \le \tau \le t + \alpha \Delta$$

$$u(\tau) = 0, \qquad para \ t + \alpha \Delta \le \tau \le t + \Delta$$

$$(4.9)$$

Por lo tanto se tiene que el estado x al final del ciclo de trabajo está definido por:

$$x(t+\Delta) = x(t) + \int_t^{t+\alpha\Delta} f(x(\tau), 1)d\tau + \int_{t+\alpha\Delta}^{t+\Delta} f(x(\tau), 0)d\tau$$
(4.10)

El modelo promedio ideal del sistema controlado por PWM se obtiene a través del ciclo de trabajo de duración instantánea  $\Delta$ , que tiende al valor de cero. Se obtiene el límite de la expresión (4.10) y entonces tenemos que:

$$\dot{x} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{x(t+\Delta) - x(t)}{\Delta} = \alpha f(x(\tau), 1) + (1-\alpha)f(x(\tau), 0)$$
(4.11)

La razón de trabajo  $\alpha$  se piensa como una entrada a valores continuos, que toma sus valores en el intervalo cerrado [0, 1]. El esquema de control por PWM produce el control desde la propia conmutación de los convertidores electrónicos de potencia, donde es razonable asumir que los interruptores pueden estar abiertos (u = 0) o cerrados (u = 1) de una manera lo suficientemente rápida en una razón de trabajo de  $\alpha \in [0, 1]$ .

La implementación física del modulador PWM se realizó mediante la comparación de una señal triangular de frecuencia finita y una señal promedio de cd que se impone en la salida del convertidor (señal moduladora), el índice de modulación m se obtiene mediante la siguiente razón:

$$m = \frac{v_{av}}{v_{tri}} \tag{4.12}$$

donde,  $v_{av}$  es el voltaje de la señal de control promedio de cd y  $v_{tri}$  es el voltaje pico de la señal triangular que generalmente se mantiene constante.

En la figura 4.4 se muestra el circuito eléctrico generador PWM el cual se compone de un generador de onda triangular (ICL 8038) y un comparador analógico de alta velocidad (LM311), que coteja los niveles de voltaje de la señal promedio de entrada con la señal triangular generada a una frecuencia de 35kHz y una amplitud de 5V de pico a pico.



Figura 4.4: Diagrama esquematico para el modulador PWM.

#### 4.4. Convertidor cd-cd de puente completo

El sistema de conmutación más sencillo de este convertidor genera un voltaje de salida el cual tiene una forma de onda cuadrada, esto es, cuando la señal  $u_2$  proveniente de los drivers es igual a uno provoca que los transistores a los cuales está conectada se cierren haciendo que el voltaje entre los puntos A y B sea igual a  $V_{cc}$ , mientras que cuando  $u_2 = 0$ entonces los transistores se abren y el voltaje entre A y B es igual a  $-V_{cc}$ , por lo que la conmutación periódica del voltaje entre  $V_{cc}$  y  $-V_{cc}$  genera la forma de onda cuadrada del voltaje de salida. El voltaje de salida del convertidor puede ser controlado tanto en magnitud como en polaridad, de forma similar la magnitud y dirección de la corriente de salida puede ser controlada.



Figura 4.5: Convertidor cd-cd de puente completo

El convertidor de puente completo se implementó con los mismos transistores MOSFET utilizados en el convertidor SEPIC (IRF640) debido a sus características mencionadas anteriormente. Cada una de las ramas del puente es conmutada por su respectivo driver (IR2113) mediante una señal PWM como se muestra en la figura 4.5.

#### 4.5. Sensores eléctricos

En el desarrollo de esta trabajo de tesis se construyeron diferentes tipos de sensores eléctricos, en la figura 4.6 se muestra el diagrama esquemático del sensor de corriente utilizado para monitorear la corriente  $i_1$  del convertidor, este sensor consta únicamente de un amplificador de instrumentación (AD620) el cual está configurado para obtener una

relación de 1V/1A, es decir, por cada amperio que circule a través de la resistencia de sensado  $R_{sen}$  se tiene un voltaje unitario a la salida del amplificador.



Figura 4.6: Sensor de corriente utilizando un amplificador de instrumentación.

La figura 4.7 muestra el diagrama esquemático del sensor utilizado para monitorear la corriente  $i_2$  del convertidor, dicho sensor está compuesto por un amplificador operacional (LF356) el cual está configurado como un amplificador inversor cuya ganancia se ajusta con el potenciómetro para obtener una relación de 1V/1A de igual forma que el sensor anterior.



Figura 4.7: Amplificador operacional configurado como amplificador inversor.

Para sensar el voltaje  $V_1$  en el capacitor  $C_1$  se requiere de un circuito analógico compuesto por tres amplificadores operacionales (LF356) que acondicionan la señal de entrada para obtener una escala de conversión de 1V/0.1V, esto es debido a que la tarjeta de adquisición de datos solo maneja voltajes de entre [-10V, 10V]. La figura 4.8 muestra el diagrama esquemático del sensor de voltaje.



Figura 4.8: Sensor de voltaje.

Para monitorear el voltaje  $v_o$  no es necesario utilizar ningún tipo de sensor, ya que al ser  $v_o$  el voltaje de salida del convertidor tiene un valor constante (32V), pero como se mencionó anteriormente la tarjeta de adquisición de datos no maneja valores mayores a 10V por lo cual es necesario reducir el voltaje  $v_o$ , esto se logra mediante un simple divisor de voltaje y un seguidor de voltaje implementado con un amplificador operacional (UA741) el cual a su salida tendrá una décima parte de  $v_o$ . La figura 4.9 muestra el circuito descrito para monitorear  $v_o$ .



Figura 4.9: Divisor de voltaje utilizado para monitorear  $v_o$ .

El sensor de velocidad construido para monitorear la velocidad del motor se muestra en la figura 4.10, como se puede observar el sensor consta de un contador binario de 4 bits (74HC393) el cual se utiliza para dividir la frecuencia que proporciona el tacómetro, dicha frecuencia pasa después al convertidor de frecuencia a voltaje (LM2907) el cual proporciona a su salida una relación aproximadamente lineal de 1V/1kHz. Este sensor se usa solo con fines de comparación ya que la velocidad no interviene en el proceso de control del sistema, por tanto el sensor puede construirse o no.



Figura 4.10: Sensor de velocidad.

Para monitorear la corriente de armadura  $(i_a)$  del motor se utilizó un sensor de corriente magneto resistivo NT-15 de la compañía F.W. Bell. Para obtener más información a cerca de las características de este sensor ver la hoja de especificaciones proporcionada por el fabricante en el apéndice A.

# 4.6. Controlador por retroalimentación de la salida pasiva

EL controlador en su forma promedio dado por las ecuaciones (3.60) y (3.61) diseñado en el capítulo anterior para el sistema *convertidor SEPIC* - *convertidor puente completo* - *motor de cd* en lazo cerrado se implementó utilizando el programa Simulink de Matlab (ver figura C.1 en el apéndice C), usando como interfaz una tarjeta de adquisición de datos modelo DAQ6025E de la compañía National Instruments para la comunicación con los circuitos de sensado y de control. El periodo de muestreo utilizado para la implementación del controlador fue de  $520\mu s$ .

#### 4.7. Resultados experimentales

Básicamente se realizaron tres tipos de pruebas para observar el desempeño del controlador multivariable por retroalimentación de la salida pasiva para el sistema propuesto. La primera prueba se realiza para un perfil de velocidad constante que tiene tres niveles de velocidad, velocidad positiva, velocidad cero y velocidad negativa. La segunda prueba se realiza para un perfil de velocidad constante con dos niveles de velocidad, velocidad negativa y velocidad cero. Finalmente se realiza la tercera prueba para un perfil de velocidad que tiene también dos niveles de velocidad, velocidad cero.

A continuación se presentan dos figuras en donde se muestra el desempeño del controlador para un perfil de velocidad de referencia dado mediante la siguiente función:

$$\bar{\omega} = \begin{cases} 250 \ rad/seg & 0 \le t < 4 \\ 0 \ rad/seg & 4 \le t \le 6 \\ -250 \ rad/seg & 6 < t \le 10 \end{cases}$$
(4.13)



Figura 4.11: Señales de velocidad, control y corriente de armadura para la función (4.13).

Se observa en la gráfica de velocidad angular de la figura 4.11 dos respuestas en el tiempo de esta variable, la primera en el intervalo de tiempo [0, 4) s en donde se aprecia que el tiempo de establecimiento de la variable real de velocidad es de aproximadamente medio

segundo. La segunda respuesta se aprecia en el intervalo de tiempo [6, 10) s donde se observa también que el tiempo de establecimiento de la variable real de velocidad es igual al del primer intervalo.

Las gráficas de las entradas de control y la variable de la corriente de armadura muestran gráficamente el comportamiento dinámico para el perfil de velocidad constante dado por la función (4.13).

La figura 4.12 muestra las respuestas de las variables internas del convertidor SEPIC para el mismo perfil de velocidad angular de referencia dado por la función (4.13), las cuales son: voltaje en el capacitor  $C_1$ ,  $v_1$ , voltaje de salida  $v_o$ , corriente de entrada  $i_1$  y corriente de salida  $i_2$ . En la gráfica superior de esta misma figura se observa en el intervalo cerrado [4, 6] s, un incremento considerable en el valor nominal del voltaje de salida del convertidor, producto de la regeneración de energía ocasionada por el frenado repentino del motor. Este mismo efecto se observa en las gráficas inferior izquierda e inferior derecha de la figura en el intervalo de tiempo en el cual el motor está detenido.



Figura 4.12: Señales del convertidor SEPIC para la función (4.13).

A continuación se presentan dos figuras en donde se muestra el desempeño del controlador para un perfil de velocidad de referencia dado mediante la siguiente función:

$$\bar{\omega} = \begin{cases} -200 \ rad/seg & 0 \le t < 4 \\ 0 \ rad/seg & 4 \le t \le 6 \\ -200 \ rad/seg & 6 < t \le 10 \end{cases}$$
(4.14)

En la figura 4.13 se muestra la respuesta en lazo cerrado de la variable de velocidad para el perfil de referencia deseado descrito en (4.14), donde se aprecia el tiempo que le toma al controlador regular la velocidad del motor, el cual es aproximadamente medio segundo en los dos periodos de tiempo en que el motor se arranca. También se puede observar en esta misma figura, la respuesta de las entradas de control y la variable de corriente de armadura para este mismo perfil.



Figura 4.13: Señales de velocidad, control y corriente de armadura para la función (4.14).

La figura 4.14 presenta las respuestas de las variables internas del convertido SEPIC para el perfil de velocidad de referencia (4.14). En la gráfica superior de la figura 4.14, se aprecia nuevamente el incremento en el valor nominal del voltaje de salida del convertidor en el intervalo de tiempo en el cual el motor se frena súbitamente.



Figura 4.14: Señales del convertidor SEPIC para la función (4.14).

Este efecto de regeneración se presenta con una amplitud de voltaje menor que en la primera prueba, esto debido a que la velocidad de referencia para esta prueba es menor que el de la primera. En la parte inferior de la figura 4.14, también se observa este mismo efecto en las gráficas de las variables restantes del convertidor SEPIC.

En las figuras 4.15 y 4.16 se muestran las respuestas de las variables del sistema en lazo cerrado, para un perfil de velocidad angular deseado, dado por la siguiente función:

$$\bar{\omega} = \begin{cases} 200 \ rad/seg & 0 \le t < 4 \\ 0 \ rad/seg & 4 \le t \le 6 \\ 200 \ rad/seg & 6 < t \le 10 \end{cases}$$
(4.15)

En la figura 4.15 se muestra la respuesta en lazo cerrado de la variable de velocidad para el perfil de referencia deseado descrito en (4.15), donde se observa nuevamente que el controlador regula la velocidad aproximadamente en medio segundo en ambos periodos de tiempo en el cual el motor se arranca.



Figura 4.15: Señales de velocidad, control y corriente de armadura para la función (4.15).

La figura 4.15 también muestra la respuesta de las entradas de control y la variable de corriente de armadura para el perfil de velocidad de referencia dado por la función (4.15).



Figura 4.16: Señales del convertidor SEPIC para la función (4.15).

Una vez más, se puede observar en la gráfica superior de la figura 4.16 el efecto de la regeneración de energía en el voltaje de salida del convertidor en el intervalo de tiempo

[4, 6] s, asimismo, en la parte inferior de la figura 4.16 se observa el mismo efecto en las gráficas de las variables restantes del convertidor SEPIC.

En las figuras 4.11, 4.13 y 4.15 se observan picos en la corriente de armadura en el intervalo de tiempo en el que el motor está detenido, debido a la presencia de estos picos de corriente se produce la regeneración de energía, la cual es el producto de la resistencia de armadura por la corriente de armadura en sentido negativo, es decir,  $FEM = -R_a i_a - L_a \frac{di_a}{dt}$ .

Para finalizar, la tabla 4.2 presenta la eficiencia del convertidor SEPIC obtenida en las pruebas de la plataforma experimental con los tres perfiles de velocidad.

Tabla 4.2: Eficiencia del convertidor SEPIC.								
Velocidad	Potencia de entrada	Potencia de salida	Eficiencia					
$250 \ rad/seg$	31.92 W	26.24 W	0.822					
$\pm 200 \ rad/seg$	23.53 W	19.2  W	0.816					



Figura 4.17: Implementación de la plataforma experimental

- 1. Voltaje proporcioado por el panel fotovoltaico.
- 2. Motor de cd.
- 3. Convertidor cd-cd tipo SEPIC.
- 4. Convertidor cd-cd de puente completo.
- 5. Sensores de corriente del convertidor SEPIC.
- 6. Modulador de ancho de pulso (PWM).
- 7. Sensores de voltaje del convertidor SEPIC.
- 8. Sensor de velocidad y de corriente de armadura.

# Capítulo 5

#### Conclusiones

El presente trabajo de investigación describe el diseño y la construcción de un controlador multivariable para regular la velocidad y dirección de giro de un motor de cd mediante un arreglo en cascada de los convertidores cd-cd SEPIC y puente completo alimentados con paneles fotovoltaicos, del desarrollo de este trabajo de investigación se obtienen las siguientes conclusiones:

- Se propuso un sistema de conversión de energía solar a energía mecánica, el modelado matemático de este sistema integra los modelos dinámicos de las partes individuales que conforman el sistema mediante ecuaciones diferenciales.
- Una vez obtenido el modelo del sistema y aprovechando las propiedades de pasividad y disipatividad del mismo, se diseñó el controlador por retroalimentación de la salida pasiva, el cual tiene dos entradas de control  $(u_{1av} \ y \ u_{2av})$  y dos salidas de interés a regular, la velocidad angular  $(\omega)$  y el voltaje de salida del convertidor SEPIC  $(v_o)$ .
- El diseño del controlador no requiere de un sensor de velocidad en la retroalimentación, debido a que la regulación de la velocidad se lleva a cabo a través de los parámetros del sistema y el monitoreo de las variables de estado (i<sub>1</sub>, i<sub>2</sub>, v<sub>1</sub>, v<sub>o</sub>, i<sub>a</sub>).
- La técnica utilizada para el diseño del controlador no requiere de la linealización del sistema dinámico no lineal alrededor de un único punto de equilibrio.
- Se proporciona un análisis en estado estable del convertidor cd-cd tipo SEPIC para asegurar su funcionamiento en el modo de conducción continua (mcc), el cual es un

aporte importante en el área de electrónica de potencia. Este tipo de convertidor regularmente se menciona en la literatura consultada en el desarrollo de este trabajo [1], [3], [22], [27], sin embargo, este análisis nunca se realiza.

- En la realización de este trabajo se comprobaron las principales características por las cuales se eligió el convertidor SEPIC de entre las demás topologías de convertidores. Una de las características es la robustez del convertidor ante el ruido ya que por su topología se comporta como un filtro de cuarto orden, con lo cual no es necesario el uso de filtros a la entrada ni a la salida del convertidor, además a diferencia de los convertidores de tipo reductor-elevador el SEPIC no invierte la polaridad del voltaje de salida, una de las principales características es la alta eficiencia en la transferencia de potencia del convertidor, la cual está por arriba del 80 %.
- Los principales inconvenientes en el desarrollo de este trabajo se presentaron cuando la radiación solar no era suficiente para que el panel fotovoltaico proporcionara la corriente y voltaje necesarios para el correcto funcionamiento del sistema. Otro inconveniente por llamarlo de alguna manera, se presentó en el diseño e implementación del controlador ya que se requiere el monitoreo de la mayoría de las variables de estado del sistema para su retroalimentación, pero a cambio de esto, se tiene un mejor desempeño en el controlador.

#### 5.1. Trabajos futuros

Tomando como base lo desarrollado en el presente trabajo de tesis se derivan los siguientes trabajos futuros:

- Diseñar y construir una plataforma para el montaje de los paneles fotovoltaicos de tal forma que estos puedan seguir el movimiento del sol y, así poder captar la máxima radiación solar durante todo el día.
- Implementar el controlador en un microcontrolador o un FPGA con la finalidad de reducir el tamaño del sistema y que el controlador sea autónomo.
- Diseñar e implementar los convertidores cd-cd a frecuencias más altas, con ayuda de semiconductores de nueva generación.

- Debido a la regeneración de energía que se produce cuando el motor es frenado repentinamente, se propone realizar un análisis matemático exhaustivo para corregir este fenómeno.
- Agregar al sistema una etapa de almacenamiento de energía para que pueda trabajar cuando la radiación solar no es suficiente o para que pueda trabajar por la noche.

### Bibliografía

- J.P. Agrawal, "Power Electronic Systems: Theory and Design", Ed. Prentice Hall, 2001.
- [2] M.I. Angulo Nuñez, H. Sira Ramírez, "Passivity Based Regulation of nonlinear Continuos Processes", 36th Conference on Decision and Control, Dec. 1997.
- [3] I. Batarseh, "Power Electronic Circuits", Editorial John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- [4] J. Chiasson, "Modeling and High Performance Control of Electric Machines", Editorial John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- R.F. Coughlin, F.F. Driscoll, "Amplificadores Operacionales y Circuitos Integrados Lineales", Ed. Pearson Prentice Hall, 1999.
- [6] R.B. Darla, "Development of Maximum Power Point Tracker for PV Panels Using SEPIC Converter", 29th International Telecomunication Energy Conference, Septiembre 2007.
- [7] L. Egiziano, A. Giustiniani, G. Lisi, G. Petrone, G. Spagnuolo, M. Vitelli, "Experimental Characterization of the Photovoltaic Generator for a Hybrid Solar Vehicle", IEEE International Symposium on Industrial Electronics, June 2007.
- [8] M. Fliess, H. Sira-Ramírez, "An algebraic framework for linear identification", ESAIM Control Optimization and Calculus of Variations, Jan. 2003.
- [9] T. Friedli, S.D. Round, J.W. Kolar, "Modeling the Space Elevator A Project Oriented Approach for Teaching Experimental Power Electronics", European Conference on Power Electronics and Applications, Septiembre 2007.

- [10] O. Gil-Arias, E. Ortiz Rivera, "A general purpose tool for simulating the behavior of PV solar cells, panels and arrays", Workshop on Control and Modeling for Power Electronics, Aug. 2008.
- [11] J.R. Higinbotham, P.G. Kitchener, J.R. Moisan, "Development of a New Long Duration Solar Powered Autonomous Surface Vehicle", Oceans 2006, Sept. 2006.
- [12] A. Hren, P. Slibar, "Full Order Dynamic Model of SEPIC Converter", Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, June, 2005.
- [13] C. Hua, C. Shen, "Comparative study of peak power tracking techniques for a solar storage system", Applied Power Electronics Conference and Expositions, Feb. 1998.
- [14] C. Hua, C. Shen, "Control of DC/DC Converters for Solar Energy System with Maximum Power Tracking", International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, Noviembre 1997.
- [15] E. Jiménez Toribio, A. Labour Castro, F. Muñiz Rodríguez, H. Pérez Hernández,
   E. Ortiz Rivera "Sensorless Control of SEPIC and Cuk Converters for DC Motors using Solar Panels", IEEE Electric Machines and Drives, May 2009.
- [16] H. Kanaan, K. Al-Haddad, "A Comparative Analysis of Nonlinear Current Control Schemes Applied to a SEPIC Power Factor Corrector", Industrial Electronics Society 31st Annual Conference of IEEE, Nov., 2005.
- [17] H.K. Khalil, "Nonlinear Systems Third Edition", Editorial Prentice Hall, 1996.
- [18] M. Kolhe, J.C. Joshi, D.P. Kothari, "Performance analysis of a directly coupled photovoltaic water-pumping system", IEEE Transaction on Energy Conversion, Sept. 2004.
- [19] J. Linares Flores, J. Reger, H. Sira Ramírez, "Sensorless tracking control of two DCdrives via a double Buck-converter", 45th IEEE Conference on Decision and Control, Diciembre 2006.
- [20] J. Linares Flores L. Barahona Ávalos, C.A. Bautista Espinosa, "Controlador Basado en Pasividad y Estimación Algebraica en Línea del Parámetro de Carga del Convetidor de Potencia CD-CD Tipo Ćuk", por aparecer.

- [21] J. Linares Flores "Control suave de velocidad de motores de cd mediante convertidores de potencia cd/cd", Tesis doctoral dirigida por H. Sira Ramírez, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Mecatrónica, CINVESTAV-IPN, México, 28 Oct. 2006.
- [22] H.J. Marquez, "Nonlinear Control Systems Analysis and Design", Editorial John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- [23] E. Mineiro, S. Daher, F. Antunes, C. Cruz, "Photovoltaic System for Supply Public Illumination in Electrical Energy Demand Peak", 19th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004.
- [24] E. Ortiz Rivera, F. Peng, "Linear Reoriented Coordinates Method", Conference on Electro-information Technology, May 2006.
- [25] E. Ortiz Rivera, F. Peng, "Analytical Model for a Photovoltaic Panel using the Electrical Characteristics provided by the Manufacturer Data Sheet", Power Electronics Specialist Conference, Sept. 2005.
- [26] Pronine Electronics Design, "Multilayer Air Core Inductor Calculator", http://www.pronine.ca/multind.htm, 2009.
- [27] M.H. Rashid, "Electrónica de Potencia, Circuitos, dispositivos y aplicaciones", Editorial Prentice Hall, 1995.
- [28] Secretaría de Energía, "Energías Renovables para el Desarrollo Sustentable en México", 2009.
- [29] Sitiosolar, "Los paneles solares fotovoltaicos", http://www.sitiosolar.com/paneles fotovoltaicas.htm, 2009.
- [30] Solarex "SX-40, SX-50 Photovoltaic Modules", Manufacturer Datasheet.
- [31] M.W. Spong, M. Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control", Editorial John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [32] M. Veerachary, T. Senjyu, K. Uezato, "Maximum power point tracking control of IBD converter supplied PV system", Applied Power Electronics Proc., Nov. 2001.

 [33] Wikipedia, "Energía solar fotovoltaica, panel fotovoltaico, célula fotovoltaica", http://es.wikipedia.org, 2009.

# Apéndice A

## Sensor de corriente NT-15

#### Mechanical **Dimensions**

Dimensions with drilling plans NT-5 NT-15 2.2 0.8×0.5 . 54 10 16 7.3 35.0 NT-25 NT-50 0.5×0.25 2 54 Recommended current path layout Recommended minimal distance  $I_{M}$ 00000 Pinning 1 2 3 4 5 Pin = -V<sub>S</sub> SUPPLY GND (PINS 3,4 SHOULD BE CONNECTED TOGETHER) OUTPUT GND  $V_{OUT}$ lin = = = current input current output positive current direction lout All dimensions in mm Note: Due to continuous process improvement, specifications subject to ch SYPRIS 6120 Hanging Moss Road • Orlando, Florida 32807 • www.fwbell.com rest & MEASUREMENT Phone (407) 678-6900 • Fax (407) 677-5765 • Toll Free (800) 778-6117 F.W. BEL

L

#### **Magneto-Resistive Current Sensors**

For the potential free measurement of electric currents (DC, AC, impulse...) with the magneto-resistive (AMR) technology. The nominal currents are 5, 15, 25 and 50 A, with a galvanic isolation between the primary current and the output signal.

#### Applications

- 3 phase current drives and servo drives Frequency inverters for DC drives
- Mains adapters
- Uninterruptable power supplies
- Battery powered applications

- Solar technologyBuilding control and automation
- Welding equipment

#### Advantages

- Excellent accuracy, linearity and dynamics
- Small and compact design
- Light weight (0.14....0.23 oz)
- Small sensitivity to interferences
- Internal measurement resistor  $R_{M}$
- No field concentration, therefore no remanence

		Unit	NT-5	NT-15	NT-25	NT-50
Electrical Data	Primary nominal current, I <sub>PN</sub>	А	5	15	25	50
	Primary current measurement range <sup>1</sup>	А	0 ± 15	0 ± 45	0 ± 75	0 ± 150
	Overload <sup>2</sup>	А		10	X Ipn	
	Output voltage at $\pm I_{_{PN}}$	V		±	2.5	
	Internal resistor of the NT	Ω		<	150	
	Supply voltage ± 5%3	V		± 12	± 15	
	Power consumption @ I <sub>PN</sub>	mA		<	40	
	Resistance of the primary conductor	mΩ	< 12	< 1	< 0.5	< 0.15
	Isolation test voltage, effective	kV		;	3.5	
	Measurement tension <sup>4</sup>	V		6	600	
Accuracy	Accuracy ⁵at I <sub>PN</sub> and room temp.	%		< :	± 0.3	
	Overall accuracy at $I_{_{PN}}$ and room temp.	%		< :	± 0.8	
	Linearity	%		< :	± 0.1	
	Typical offset voltage at room temp.	mV		±	7.5	
	Sensitivity drift <sup>6</sup>	%/°C		±	0.01	
	Max. offset over temp. (- 25°C + 85°C)	mV		±	- 35	
Dynamic Data	Reaction time (10% of $I_{_{\rm PN}}$ )	μs		<	0.15	
	Rise time (10% 90% of $I_{PN}$ ) $^{7}$	μs	< 1.7	< 1.7	< 1.2	< 1.0
	Frequency range (deviated amplitude)	kHz	DC 100			
General Data	Temperature range	°C	- 25°C + 85°C			
	Storage temperature	°C		- 25°C	. + 100°C	
	Mass	g (oz)	4.0 (0.14)	4.2 (0.15)	4.5 (0.16)	6.5 (0.23)
	Dimensions	mm (in)	35 x 23.5 x	(7.3 (1.4 x 0.	92 x 0.29)	
	Surface on PCB board	mm <sup>2</sup> (in <sup>2</sup> )		256	6 (0.4)	
	Isolated, self-extinguishing housing material			ULS	94-VO	
	Standards		E	EN50178 • EN	61010 • CE-si	ign

<sup>2</sup> For 3 s; I<sub>P</sub> = 2 X I<sub>PN</sub> for 10 s <sup>2</sup> For 20 ms, then 20 s max. I<sub>PN</sub> <sup>3</sup> At V<sub>s</sub> =  $\pm$ 12 V: I<sub>P</sub> = 2 X I<sub>PN</sub>. Restrictions on accuracy and dynamic range

 $^4$  Pollution degree 2, cat. II  $^5$  Without offset V\_0 and tolerance error of the measurement resistor  $R_{\rm M}$   $^6$  Only dependent of the TC of the measurement resistor  $R_{\rm M}$   $^7$  With di/dt = 100A/µs

### Apéndice B

### Tarjeta de adquisición de datos

La tarjeta de datos utilizada para la implementación del controlador promedio es de la serie DAQ6025E de la marca National Instruments, en la figura B.1 se muestra la descripción detallada de las entradas y salidas analógicas de cada uno de sus canales. La tarjeta de adquisición de datos se utiliza únicamente para adquirir y enviar los datos a los circuitos del sistema, ya sean los convertidores cd-cd o los sensores eléctricos.



Figura B.1: Entradas/Salidas de la tarjeta DAQ6025E.

# Apéndice C

# Controlador multivariable



Figura C.1: Controlador por retroalimentación de la salida pasiva del error implementado en Simulink.