



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE LA MIXTECA**

**“PROCESAMIENTO DE INTERFEROGRAMAS PARA  
OBTENER LAS ABERRACIONES DE UNALENTE  
ADAPTATIVA”**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO EN COMPUTACIÓN**

**PRESENTA**

**DIANA CAROLINA JARQUÍN GONZÁLEZ**

**DIRECTORES DE TESIS**

**DR. AGUSTIN SANTIAGO ALVARADO**

**M.C. ENRIQUE ALEJANDRO LÓPEZ LÓPEZ**

**HUAJUAPAN DE LEÓN, OAXACA A AGOSTO DE 2007**

*Dedicada especialmente a mis padres Sol e Ignacio.  
La confianza y el inmenso amor que me han brindado, han sido los motores para  
lograr esta meta. ¡Gracias!*

## **Agradecimientos**

Agradezco a toda mi familia y amigos que influyeron enormemente para la culminación de este proyecto de investigación, gracias por sus palabras de aliento.

A mis asesores, al Dr. Agustín Santiago Alvarado y al M.C. Enrique Alejandro López López por su enorme apoyo. Gracias por la confianza brindada, por guiarme para poder llevar a cabo este proyecto y por no dejarme desistir cuando creía estar perdida.

A mis sinodales, a la M.I.A. Hilda Caballero Barbosa, a la M.C. Verónica Rodríguez López y al Dr. Jorge González García por el tiempo dedicado a la revisión de este trabajo.

A mis hermanos, Carlos, Homero y Esmeralda que desde niña me han cuidado y brindado amor, gracias por creer en mí.

Finalmente quiero agradecer a las personas más importantes de mi vida, a mis padres, Soledad González e Ignacio Jarquín, que sin su incondicional apoyo, confianza e inmenso amor brindado hubiera culminado esta etapa de mi vida. Gracias, los amo y ¡lo logramos!

## Resumen

El presente trabajo, forma parte del proyecto aprobado por CONACyT llamado "Óptica Adaptiva de Sistemas Refractores". La contribución de este trabajo al proyecto es una aplicación de software que determina el comportamiento de las aberraciones presentes en una lente adaptiva. La aplicación procesa un conjunto de interferogramas que registran los cambios en el frente de onda de una lente adaptiva. El procesamiento consiste en realizar mediciones sobre las franjas del interferograma para obtener un conjunto de datos para realizar un ajuste a un polinomio. El ajuste se realiza por medio de mínimos cuadrados, utilizando como base los polinomios de Zernike. Para utilizar los polinomios de Zernike como una base ortogonal en el espacio discreto fue necesario aplicar la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt. Después del ajuste, se utiliza este polinomio para determinar los coeficientes de aberración. El procedimiento anterior se aplica a cada interferograma y con los coeficientes obtenidos se realiza una serie de gráficas que representan el comportamiento de cada aberración. Por otro lado, de cada interferograma se puede reconstruir otro utilizando los coeficientes de aberración obtenidos y el polinomio de aberración del frente de onda, con la finalidad de verificar cualitativamente que se están obteniendo datos correctos.

Para mejorar los resultados de las mediciones, primero se aplican al interferograma algunos algoritmos de preprocesamiento de imágenes. La aplicación de software es modelada con diagramas del Lenguaje de Modelado Unificado (UML) y desarrollada con el lenguaje de programación Java.

## **Abstract**

The present study forms part of the project approved by CONACyT called "Adaptive Optics of Refractive Systems". The contribution of this study to the project is a software application that determines the behavior of the aberrations found in an adaptive lens. The application processes a set of interferograms that register the changes in the wave front of an adaptive lens. The processing consists in realizing measurements on the fringes of the interferogram to obtain a set of information to do a polynomial fit. The fit is realized by means of least squares, using as a base Zernike's polynomials. In order to use Zernike's polynomials as an orthogonal base in the discrete space it was necessary to apply the Gram-Schmidt orthogonalization technique. After the fit, this polynomial is used to determine the aberration coefficients. The previous procedure is applied to each interferogram and with the coefficients obtained a series of graphs are realized to represent the behavior of each aberration. On the other hand, for every interferogram it is possible to reconstruct another one using the aberration coefficients obtained and the aberration polynomial of the wave front, with the purpose of qualitatively checking that correct information is obtained.

To improve the results of the measurements, first some image pre-processing algorithms are applied to the interferogram. The software application is modeled with diagrams of Unified Modeling Language (UML) and developed with Java programming language.

# Contenido

DEDICATORIA .....	II
AGRADECIMIENTOS .....	III
RESUMEN .....	IV
ABSTRACT .....	V
LISTA DE FIGURAS .....	VII
LISTA DE TABLAS .....	XIII
<b>Capítulo 1. Introducción</b> .....	1
1.1. Planteamiento del problema .....	4
1.2. Objetivos .....	6
1.3. Distribución del documento .....	7
<b>Capítulo 2. Conceptos de Óptica</b> .....	11
2.1. Introducción .....	11
2.2. Aberraciones de Seidel .....	12
2.3. Interferencia óptica .....	17
2.4. Polinomios de Zernike .....	20
2.4.1. Definición y propiedades de los polinomios de Zernike .....	21
2.5. Aberraciones del frente de onda .....	27
2.5.1. Definición del frente de onda .....	27
2.5.2. Relación entre las aberraciones de tercer orden y los polinomios de Zernike .....	31
<b>Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda</b> .....	35
3.1. Introducción .....	35
3.2. Aproximación por Mínimos Cuadrados .....	38
3.3. Ortogonalización de Gram-Schmidt .....	40
3.4. Representación del frente de onda utilizando los polinomios de Zernike .....	41
3.5. Ajuste del frente de onda por mínimos cuadrados .....	43
3.6. Aplicación de la ortogonalización de Gram-Schmidt .....	44

3.7.	Cálculo de los coeficientes de aberración	47
<b>Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes</b>		49
4.1.	Introducción	49
4.2.	Imagen Digital	50
4.3.	Histograma y Binarización	51
4.4.	Filtro de la Media	53
4.5.	Adelgazamiento	54
	4.5.1. <i>Preprocesamiento al Adelgazamiento</i>	55
	4.5.2. <i>Adelgazamiento Stentiford</i>	57
	4.5.3. <i>Post-Adelgazamiento</i>	58
<b>Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software</b>		61
5.1.	Introducción	61
5.2.	Preprocesamiento del Interferograma	65
	5.2.1. <i>Aplicación del Filtro de la Media al Interferograma</i>	66
	5.2.2. <i>Binarización del Interferograma</i>	66
	5.2.3. <i>Determinación del Centro del Interferograma</i>	67
	5.2.4. <i>Adelgazamiento del Interferograma</i>	69
5.3.	Obtención de Parámetros del Interferograma	70
	5.3.1. <i>Cálculo del orden de interferencia</i>	71
	5.3.2. <i>Obtención de parámetros de puntos medidos</i>	75
5.4.	Cálculo de coeficientes de aberración	79
5.5.	Reconstrucción de interferogramas	82
5.6.	Graficación del comportamiento de las aberraciones	85
<b>Capítulo 6. Pruebas y resultados</b>		89
6.1.	Introducción	89
6.2.	Pruebas con Interferogramas Simulados	91
	6.2.1. <i>Fase de Preprocesamiento</i>	92
	6.2.2. <i>Fase de Procesamiento</i>	94
	6.2.3. <i>Fase de Graficación del Comportamiento de las Aberraciones</i>	98

6.3. Pruebas con Interferogramas Experimentales . . . . .	104
6.3.1. Resultados de la Fase de Preprocesamiento . . . . .	105
6.3.2 Resultados de la Fase de Procesamiento . . . . .	109
6.3.3 Resultados de la Fase de Graficación de aberraciones de patrones reales . . . . .	112
<b>Capítulo 7. Conclusiones . . . . .</b>	<b>117</b>
<b>REFERENCIAS . . . . .</b>	<b>121</b>
<b>GLOSARIO . . . . .</b>	<b>125</b>
<b>ANEXO A. MANUAL DE USUARIO . . . . .</b>	<b>129</b>

# Lista de Figuras

Figura 2.1.	Aberración esférica en una lente. . . . .	13
Figura 2.2.	Imagen estelar observada con sistemas ópticos: a) sin aberración y b) con aberración esférica. . . . .	13
Figura 2.3.	Aberración de coma en una lente. . . . .	14
Figura 2.4.	Imagen estelar observada con sistemas ópticos a) sin aberración y b) con aberración de coma. . . . .	14
Figura 2.5.	Aberración de astigmatismo en una lente. . . . .	15
Figura 2.6.	Imagen estelar observada con sistemas ópticos a) sin aberración y b) con aberración de astigmatismo. . . . .	15
Figura 2.7.	Aberración de curvatura de campo en una superficie refractora. . . . .	16
Figura 2.8.	a) La Imagen formada en una pantalla plana cerca del plano imagen paraxial estará enfocada únicamente en el centro b) Al acercar la pantalla a la lente, se enfocarán los extremos. . . . .	16
Figura 2.9.	(a) Objeto sin distorsión, (b) objeto con distorsión positiva y (c) objeto con distorsión negativa. . . . .	17
Figura 2.10.	Ejemplo de un patrón de interferencia. . . . .	20
Figura 2.11.	Coordenadas del polinomio de Zernike al rotar los ejes. . . . .	22
Figura 2.12.	Frente de onda para un sistema óptico: (a) real e (b) ideal. . . . .	28
Figura 2.13.	Relación entre coordenadas rectangulares y polares que se usan en este capítulo. . . . .	29
Figura 3.1.	Interferograma con franjas de interferencia abiertas con su número de orden de interferencia correspondiente. . . . .	36
Figura 3.2.	Interferograma con franjas de interferencia cerradas con su número de orden de interferencia correspondiente. . . . .	36
Figura 3.3.	Proceso para llevar a cabo el ajuste del frente de onda y cálculo de los coeficientes de aberración. . . . .	37

Figura 4.1.	Representación de una imagen digital en niveles de grises. . . . .	51
Figura 4.2	Histograma de la Figura 4.1. . . . .	52
Figura 4.3.	Valle en el histograma de una imagen en niveles de grises. . . . .	52
Figura 4.4.	Ejemplo del método del filtro de la media para un píxel. . . . .	53
Figura 4.5.	Problemas del adelgazamiento de una imagen: (a) <i>Necking</i> , (b) <i>Tailing</i> y (c) <i>Line fuzz</i> . . . . .	55
Figura 4.6.	Un ejemplo de una plantilla para la detección de hoyos. . . . .	56
Figura 4.7.	Ejemplo de una plantilla utilizada para el énfasis en los ángulos cerrados. . . . .	57
Figura 4.8.	Plantillas para realizar el adelgazamiento Stentiford. . . . .	57
Figura 4.9.	Ejemplos de conectividad: a) conectividad=0 b) conectividad=1 c) conectividad=2 d) conectividad=3. . . . .	58
Figura 4.10.	La nomenclatura para los diferentes vecinos de un píxel P1. . . . .	59
Figura 5.1.	Diagrama principal de la aplicación. . . . .	64
Figura 5.2.	Diagrama del estado de actividad Preprocesamiento del Interferograma. . . . .	65
Figura 5.3.	Límites horizontales, verticales y centro de un interferograma no centrado en el cuadro de imagen. . . . .	68
Figura 5.4.	Diagrama del estado de actividad Adelgazamiento del Interferograma. . . . .	70
Figura 5.5.	Diagrama de la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma. . . . .	71
Figura 5.6.	Dirección de los barridos para la localización de franjas. Horizontal=Cian, Vertical=Verde, Diagonal 1= Naranja y Diagonal 2=Rojo. . . . .	72
Figura 5.7.	Barridos con diferentes ángulos para el barrido en diagonal 1. . . . .	73
Figura 5.8.	Barridos con diferentes ángulos para el barrido en diagonal 2. . . . .	73
Figura 5.9.	Diagrama de actividades del barrido en un interferograma. . . . .	74
Figura 5.10.	Orden de búsqueda de un vecino del mismo color en sentido de las manecillas del reloj. . . . .	75

Figura 5.11.	Orden de búsqueda de un vecino del mismo color en sentido contrario de las manecillas del reloj. . . . .	76
Figura 5.12.	Mapeo de una imagen al círculo unitario, $c=-1$ y $d=1$ . . . . .	77
Figura 5.13.	Interferograma no centrado en el cuadro de la imagen. . . . .	79
Figura 5.14.	Procedimiento para ajustar el frente de onda y cálculo los coeficientes de aberración. . . . .	80
Figura 5.15.	Asignación de valores para la reconstrucción de un interferograma. . . . .	85
Figura 5.16.	Diseño de gráfica para mostrar la variación de cada aberración en cada uno de los interferogramas procesados. . . . .	86
Figura 6.1.	Conjunto de interferogramas simulados, utilizados para la primera etapa de pruebas. . . . .	91
Figura 6.2.	Resultados de las tareas de en la Fase de Preprocesamiento para la Figura 6.1 (c). . . . .	92
Figura 6.3.	Resultados de las tareas de la Fase de Preprocesamiento para la Figura 6.1 (c), omitiendo la fase de la Aplicación del Filtro de la Media. . . . .	93
Figura 6.4.	Resultados de la tarea de Adelgazamiento para la Figura 6.1 (c) cuando: a) se aplicó el filtro de la media, b) no se aplicó el filtro de la media. . . . .	93
Figura 6.5.	Resultado de la tarea de Obtención de Parámetros del Interferograma de la Figura 6.1 (c). . . . .	95
Figura 6.6.	Resultado de la tarea de Obtención de Parámetros del Interferograma de la Figura 6.1 (c) sin aplicar previamente el filtro. . . . .	95
Figura 6.7.	Coeficientes de las aberraciones de Seidel para la Figura 6.1 (c). . . . .	96
Figura 6.8.	Tabla de valores para la etapa de Procesamiento de la Figura 6.1 (c). . . . .	97
Figura 6.9.	Reconstrucción del Interferograma de la Figura 6.1 (c). . . . .	97
Figura 6.10.	Reconstrucción del Interferograma de la Figura 6.1 (c) sin aplicación de filtro. . . . .	98
Figura 6.11.	Gráfica del comportamiento de la aberración esférica para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1. . . . .	101

Figura 6.12.	Gráfica del comportamiento de la aberración de coma para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1. . . . .	102
Figura 6.13.	Gráfica del comportamiento de la aberración de astigmatismo para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1. . . . .	102
Figura 6.14.	Gráfica del comportamiento de la aberración de curvatura de campo para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1. . . . .	103
Figura 6.15.	Gráfica del comportamiento de la aberración de distorsión para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1. . . . .	103
Figura 6.16.	Conjunto de interferogramas experimentales, utilizados para la segunda etapa de pruebas. . . . .	105
Figura 6.17.	Gráfica del comportamiento de la aberración esférica para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16. . . . .	113
Figura 6.18.	Gráfica del comportamiento de la aberración de coma para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16. . . . .	113
Figura 6.19.	Gráfica del comportamiento de la aberración de astigmatismo para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16. . . . .	114
Figura 6.20.	Gráfica del comportamiento de la aberración de astigmatismo para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16. . . . .	114
Figura 6.21.	Gráfica del comportamiento de la aberración de distorsión para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16. . . . .	115

## Lista de Tablas

Tabla 2.1.	Los polinomios de Zernike $V_n^l$ para $n \leq 4$ . . . . .	26
Tabla 2.2.	Términos del frente de onda $W$ asociados a las aberraciones de Seidel. . . . .	31
Tabla 2.3.	Asociación de los coeficientes del frente de onda $W$ y los coeficientes del polinomio de Zernike. . . . .	32
Tabla 2.4.	Aberraciones de tercer orden en términos de los coeficientes de Zernike. . . . .	34
Tabla 4.1	Orden de uso de plantillas. . . . .	57
Tabla 5.1.	Los polinomios de Zernike $U_r$ . . . . .	81
Tabla 6.1.	Resultados de la fase de Preprocesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.1. . . . .	99
Tabla 6.2.	Resultados de la fase de Procesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.1. . . . .	100
Tabla 6.3.	Resultados de la fase de Preprocesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.16 (a), (b) y (c). . . . .	107
Tabla 6.4.	Resultados de la fase de Preprocesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.16 (d), (e) y (f). . . . .	108
Tabla 6.5.	Resultados de la fase de Procesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.16 (a), (b) y (c). . . . .	110
Tabla 6.6.	Resultados de la fase de Procesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.16. (d), (e) y (f). . . . .	111

## Capítulo 1. Introducción

El presente trabajo forma parte del proyecto (SEP-2004-C01-46080/A1) aprobado por CONACyT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología) en el año 2005 llamado "Óptica Adaptiva de Sistemas Refractores". El objetivo de este proyecto es diseñar, construir y caracterizar una lente adaptiva, que es una lente que permite variar sus parámetros geométricos (**radio de curvatura, distancia focal, grosor**, etc.).

El diseño, construcción y caracterización de una lente adaptiva encierra problemas de diversos tipos como son: mecánicos, físicos, ópticos, computacionales, entre otros. Sin embargo, este trabajo únicamente pretende determinar el comportamiento de las aberraciones presentes en la lente al variar sus parámetros geométricos por medio del diseño e implementación de algoritmos.

Uno de los principales problemas que presentan las lentes en la formación de imágenes, es que las imágenes obtenidas no son una réplica exacta del objeto original debido a los defectos inherentes de las lentes y por errores de precisión en su fabricación. Debido a estos defectos, la imagen de un punto que forma la lente no es puntual sino que se forma una mancha, es decir, los **rayos** que parten del objeto no convergen en un sólo punto, sino que los rayos convergen en diferentes puntos por lo que se forma una imagen

## Capítulo 1. Introducción

borrosa. A tales imperfecciones que hacen que la calidad de las imágenes no sea tan buena como es deseable se denominan **aberraciones** [1].

Las aberraciones se pueden clasificar como aberraciones de rayo o aberraciones del frente de onda. Las aberraciones de rayo representan el desplazamiento de los rayos del **centro de curvatura** en un **plano imagen** que pasa a través de él [2], tales aberraciones se determinan al trazar una gran cantidad de rayos para calcular las desviaciones, lo cual es relativamente fácil si se tiene una computadora lo suficientemente rápida para realizar dichos cálculos [3]. El cálculo de estas aberraciones se utiliza cuando se conoce la forma general del **sistema óptico**, es decir se conocen los parámetros geométricos de la lente y se pretenden reducir las aberraciones a niveles aceptables de tolerancia [3]. Las aberraciones del **frente de onda** para cierto objeto puntual representan las desviaciones ópticas de su frente de onda con respecto a una esfera perfecta localizada en la **pupila de salida**. Si el frente de onda emergente es esférico entonces todos los rayos convergen a su centro de curvatura y se obtiene una imagen puntual perfecta [2]. La detección de estas aberraciones se utiliza cuando la construcción precisa de un sistema óptico está en duda o cuando se desea llevar a cabo correcciones finales de espacio o forma de superficies ópticas [3].

Uno de los métodos más utilizados para determinar de manera experimental las aberraciones en una lente rígida (sus parámetros geométricos no varían) es aplicarle una prueba interferométrica, la cual consiste en producir con la lente unas imágenes llamadas **interferogramas o patrones de interferencia** y realizar medidas sobre las franjas de los patrones. Con el conjunto de datos medidos se realiza un ajuste global de polinomios, dicho ajuste se puede realizar con la técnica de mínimos cuadrados. Los polinomios que se utilizan son los polinomios de Zernike debido a su relación con las aberraciones de Seidel. Estos polinomios son ortogonales en el plano continuo pero no para el plano discreto. Debido a que las medidas sobre las franjas de los patrones son puntos discretos, es necesario crear un conjunto de polinomios ortogonales sobre tales puntos, para ello se hace uso de la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt [4].

## Capítulo 1. Introducción

Para poder determinar las aberraciones presentes en una lente adaptiva, se tratará a ésta como si fueran varias lentes rígidas, es decir, en cada variación de los parámetros geométricos de la lente adaptiva se analizará como una lente rígida. Se aplicará el método de ajuste por mínimos cuadrados y la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt para determinar las aberraciones y mediante una gráfica para cada aberración se describirá el comportamiento que tiene tal aberración en cada interferograma que fue generado al ir variando los parámetros geométricos de la lente.

Debido a que las frecuencias ópticas son muy altas entre  $10^{14}$  y  $10^{15}$  Hz., no existe un detector que responda a tales cambios de frecuencias para determinar de manera instantánea un frente de onda. Por lo tanto, una manera de conocer las aberraciones en un sistema óptico es generando interferogramas. Los interferogramas se producen superponiendo en un **plano de observación** dos frentes de ondas, uno de ellos con una forma esférica o plana perfecta para actuar como referencia. El otro frente de onda pasa por el **sistema o elemento óptico** que se desea probar. Cualquier deformación en la superficie óptica produce una deformación en el frente de onda, a tal deformación se le conoce como aberración del frente de onda [5].

En este trabajo se implementa una aplicación de software utilizando el método de ajuste por mínimos cuadrados (utilizando los polinomios de Zernike) y la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt para poder determinar las aberraciones de Seidel presentes en un conjunto de interferogramas generados por una lente adaptiva. La aplicación, mediante una interfaz gráfica, permitirá la introducción de un conjunto de interferogramas, los cuales serán procesados para determinar las aberraciones presentes en cada uno de ellos. Se graficarán cada una de las aberraciones de Seidel presentes en el conjunto de interferogramas para describir cómo es que cada aberración va cambiando conforme la lente adaptiva cambia y con ello se pueda determinar el comportamiento de las aberraciones en una lente adaptiva.

La aplicación de software es modelada con diagramas del Lenguaje de Modelado Unificado (UML) y desarrollada con el lenguaje de programación Java. Se utilizan como

datos de entrada los interferogramas producidos por la lente a caracterizar. A cada interferograma se le aplican métodos de preprocesamiento de imágenes con la finalidad de medir y adquirir, de las franjas del interferograma, un conjunto de datos los cuales son necesarios para poder utilizar la técnica de mínimos cuadrados y ortogonalización de Gram-Schmidt para obtener los coeficientes de aberración y así poder determinar las aberraciones presentes en cada interferograma. Una vez que se tienen los coeficientes de aberración de cada interferograma, se grafican dichos resultados para describir la variación que tiene cada aberración. Con los coeficientes de aberración obtenidos se reconstruyen patrones de interferencia utilizando el polinomio de aberración del frente de onda.

### **1.1. Planteamiento del problema**

Todos los sistemas ópticos en menor o mayor grado forman imágenes con defectos o aberraciones, es decir, las imágenes no son una réplica exacta del objeto original, debido a los defectos inherentes de las lentes y por errores de precisión en su fabricación. Sin considerar los factores externos como temperatura, turbulencia atmosférica, contaminación, etc., la presencia de aberraciones en un sistema óptico causa la formación de imágenes imperfectas, es por ello que es necesario identificarlas para poder corregir el sistema óptico y así mejorar la calidad de las imágenes obtenidas.

El método de ajuste por mínimos cuadrados (utilizando los polinomios de Zernike) y la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt han sido los métodos utilizados para determinar las aberraciones de un sistema óptico [4]. Se hace uso de los polinomios de Zernike debido a su relación con las aberraciones de: esfericidad, coma, astigmatismo, distorsión y curvatura de campo. Debido a sus propiedades de invariancia rotacional, ortogonalidad y normalización, los polinomios de Zernike han sido utilizados para describir las aberraciones en una lente rígida (sus parámetros geométricos no varían) [4] y el presente trabajo pretende aplicarlo a una lente adaptiva (sus parámetros geométricos

## Capítulo 1. Introducción

varían). La lente adaptiva se tratará como un conjunto de lentes rígidas, es decir, para cada variación en los parámetros geométricos de la lente adaptiva se analizará como una lente rígida, se procesará cada interferograma generado con tales cambios en los parámetros geométricos. Mediante una aplicación de software, utilizando este método, se pretende determinar cada una de las aberraciones presentes en un conjunto de interferogramas generados por esta lente. De acuerdo a los coeficientes de aberración calculados para cada interferograma, éstos se graficarán y de ésta manera se determinará el comportamiento de las aberraciones (la variación de cada una) con respecto al cambio de los parámetros geométricos de la lente adaptiva.

Se propone desarrollar una aplicación en un lenguaje de alto nivel, con el paradigma de programación orientada a objetos (POO). La cual poseerá una interfaz gráfica, amigable al usuario y proveerá de un conjunto de opciones para poder llevar a cabo el procesamiento de un interferograma. Por tanto debe permitir la introducción de un conjunto de interferogramas generados por la lente adaptiva para poder graficar el comportamiento de las aberraciones presentes en la lente. Se podrán almacenar los coeficientes de aberración obtenidos para cada interferograma, los cuales son utilizados para realizar dicha gráfica. Además se tendrá la opción de reconstruir un patrón de interferencia a partir de los coeficientes de aberración calculados, dicho patrón reconstruido se podrá observar junto con el patrón original en pantalla para verificar la semejanza que existe entre ellos y con ello rectificar que los coeficientes de aberración calculados son los correctos.

La aplicación estará basada en la implementación de los siguientes algoritmos:

1. adquisición de un conjunto de puntos de los centros de las franjas del patrón de interferencia;
2. ajuste por mínimos cuadrados (utilizando los polinomios de Zernike) y ortogonalización de Gram-Schmidt para obtener los coeficientes de aberración y los cuales servirán para conocer las aberraciones presentes en un interferograma;

3. la reconstrucción de patrones de interferencia a partir de los coeficientes de aberración, para verificar que el patrón reconstruido es semejante al original;
4. graficación de los coeficientes de aberración para describir el comportamiento de las aberraciones de Seidel.

Los módulos de la aplicación consistirán de: adquisición de interferogramas, preprocesamiento de interferogramas (filtrado, binarización, adelgazamiento y mapeo), determinación de los coeficientes de aberración, reconstrucción de patrones de interferencia y graficación del comportamiento de las aberraciones. Se utilizarán diagramas del Lenguaje de Modelado Unificado (UML) para modelar la aplicación, la cual será desarrollada con el lenguaje de programación Java bajo el entorno de desarrollo NetBeans 5.0.

## 1.2. Objetivos

### *Objetivo general*

Desarrollar una aplicación para determinar el comportamiento de las aberraciones de Seidel presentes en una lente adaptiva.

### *Objetivos específicos*

- Implementar un algoritmo para poder obtener un conjunto de puntos de los centros de las franjas del interferograma.
- Implementar el algoritmo para determinar los coeficientes de aberración de Seidel con la técnica de mínimos cuadrados y ortogonalización de Gram-Schmidt.
- Implementar un algoritmo para la reconstrucción de patrones de interferencia.
- Procesamiento de un conjunto de interferogramas generados por una lente adaptiva para determinar el comportamiento de sus aberraciones.
- La aplicación deberá de ejecutarse en un ambiente gráfico.

### **1.3. Organización del documento**

El documento de la tesis está organizado de la siguiente manera. En el capítulo 2 se definen los conceptos teóricos de óptica que sustentan este trabajo y que son la base para el desarrollo de la aplicación de software. En la sección 2.1 se define y clasifican las aberraciones, de las cuales nos interesan las aberraciones de Seidel debido a su relación con los polinomios de Zernike. Las aberraciones presentes en una lente adaptativa se pueden conocer por medio del análisis de un interferograma generado por la lente, el cual es el resultado de la captura del fenómeno de interferencia en algún medio de grabación, por lo tanto, este fenómeno se revisará en la sección 2.2. En la sección 2.3 se da la definición y propiedades de los polinomios de Zernike y se especifican los polinomios que están relacionados con las aberraciones de Seidel. La manera de calcular los coeficientes de aberración en un sistema óptico es mediante el análisis de la forma del frente de onda emergente del sistema, es por ello que en la sección 2.4 se revisa la definición del frente de onda y la relación de los polinomios de Zernike con la aberración del frente de onda.

En el capítulo 3 se describirá la manera de cómo los coeficientes de aberración del polinomio del frente de onda se pueden determinar al llevar a cabo un ajuste del polinomio a los datos medidos de las franjas de un interferograma por mínimos cuadrados y por la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt, en la sección 3.1 se da una introducción del método. En la sección 3.2 se describe el método de mínimos cuadrados y en la sección 3.3 se describe el proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt. Para poder realizar el ajuste del polinomio del frente de onda, primero se debe especificar la forma de representar el polinomio del frente de onda, el cual se realizará con los polinomios de Zernike, sección 3.4. Una vez que se tiene el polinomio del frente de onda se describirá, en la sección 3.5, el ajuste del frente de onda por mínimos cuadrados y en la sección 3.6 se describe la aplicación de la ortogonalización de Gram-Schmidt para calcular los coeficientes de aberración del polinomio del frente de onda, en la sección 3.7.

## Capítulo 1. Introducción

En el capítulo 4 se revisan algunos conceptos importantes del preprocesamiento digital de imágenes. Se inicia por la definición de imagen digital en la sección 4.1. En la sección 4.2 se define histograma y cómo es utilizado para llevar a cabo la binarización de una imagen. Debido a la introducción de ruido por los sistemas ópticos, es necesario revisar ciertos algoritmos que permitan disminuirlo, dentro de ellos se encuentran los filtros, los cuales se definen en la sección 4.3. Para poder llevar a cabo el cálculo de los coeficientes de aberración en un interferograma es necesario obtener un conjunto de datos de las franjas que lo forman por lo tanto es necesario segmentar e identificar dichas franjas. Uno de los métodos utilizados es el de adelgazamiento, el cual se definirá en la siguiente sección 4.4.

En el capítulo 5 se describe el diseño de la aplicación de software, utilizando diagramas del Lenguaje de Modelado Unificado (UML), en la sección 5.1 se da una introducción de ello. La aplicación tiene como finalidad analizar las franjas que conforman cada uno de los patrones de interferencia generados por la lente adaptiva para determinar las aberraciones presentes en cada uno de ellos. Para ello se deben medir y adquirir de las franjas del patrón un conjunto de datos, para lo cual previamente se aplican técnicas de preprocesamiento de imágenes para mejorar la calidad de éste, perdiendo la menor cantidad de información que se pueda, esto se describe en la sección 5.2. Con el preprocesamiento se trata de facilitar las tareas de obtención de datos, sección 5.3. Una vez que se tiene este conjunto de datos se aplica la técnica de mínimos cuadrados (utilizando los polinomios de Zernike) y ortogonalización de Gram-Schmidt para obtener los coeficientes de aberración y así determinar las aberraciones presentes en cada interferograma, esto se especifica en la sección 5.4. Además con los coeficientes se puede llevar a cabo la reconstrucción de interferogramas, sección 5.5, esto con el objetivo de observar la semejanza entre el interferograma original y el reconstruido y con ello rectificar que los coeficientes de aberración calculados son los correctos. Una vez que se tienen los coeficientes de aberración se puede llevar a cabo la graficación de estos coeficientes, sección 5.6, para visualizar la variación de las aberraciones.

## **Capítulo 1. Introducción**

En el capítulo 6 se muestran los resultados obtenidos por la aplicación de software al procesar un conjunto de interferogramas. En la sección 6.1 se describe la manera en que se realizan las pruebas a la aplicación, las cuales se dividen en dos etapas. La primera consiste en realizar pruebas con interferogramas simulados y la segunda con interferogramas experimentales. En la sección 6.2 y 6.3 se muestran los resultados obtenidos de la primera y segunda etapa respectivamente.

Por último, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones del trabajo, y con base a los resultados obtenidos del capítulo anterior, se describe si se lograron los objetivos de ésta tesis y qué trabajos a futuro se proponen como continuación a éste.

## **Capítulo 2. Conceptos de Óptica**

### **2.1. Introducción**

En este capítulo se revisará el sustento teórico para el desarrollo de esta investigación e implementación de una aplicación de software que permita describir el comportamiento de las aberraciones presentes en una lente adaptativa. Se describirá la definición y clasificación de las aberraciones de Seidel, las cuales se detectan a partir del análisis de un interferograma generado por la lente adaptativa. Tal interferograma se forma al capturar el fenómeno de interferencia en algún medio de grabación, es por ello que se revisará el fenómeno de interferencia. Las aberraciones se pueden cuantificar utilizando los polinomios de Zernike, por lo cual se verá su definición y propiedades, así como la definición de las aberraciones del frente de onda. Además se mostrará la relación que existe entre los polinomios de Zernike y las aberraciones del frente de onda.

## 2.2. Aberraciones de Seidel

La calidad de las imágenes obtenidas en una cámara fotográfica, en un microscopio, o en general de cualquier sistema óptico depende en gran medida de un efecto óptico llamado aberraciones. Las aberraciones son imperfecciones en las imágenes producidas por una lente con respecto al objeto o imagen ideal. Se pueden clasificar en dos tipos: aberraciones cromáticas y monocromáticas.

Las aberraciones cromáticas son las que se presentan al iluminar el objeto con luz blanca o luz policromática, es decir, luz con diferentes **longitudes de onda** o colores. Estas aberraciones son las únicas que puede predecir la teoría de primer orden, la cual predice que un sistema óptico formado por lentes tiene diferentes **distancias focales** para distintos colores. Estas variaciones están relacionadas con el cambio de **índice de refracción** con respecto al color de la luz provocando que tanto la posición como el tamaño de la imagen sean diferentes para cada color [1].

Las aberraciones monocromáticas se presentan cuando el objeto es iluminado con luz monocromática, es decir, luz de una sola longitud de onda o color. Este tipo de aberraciones provocan que la imagen de un objeto puntual no sea un punto [1]. En el presente trabajo únicamente se determinará el comportamiento de este tipo de aberraciones.

Las aberraciones monocromáticas se pueden calcular en forma aproximada con la teoría de tercer orden, la cual consiste en que al desarrollar las funciones  $\text{seno } \theta$  ó  $\text{coseno } \theta$  en series de potencia se emplean los primeros dos términos de la expansión. Para calcular las aberraciones con mayor exactitud se tendrían que tomar aproximaciones de orden superior, es decir, considerar más términos del desarrollo en series de potencia de la función  $\text{seno } \theta$  ó  $\text{coseno } \theta$ . Otra alternativa para calcularlas con mayor precisión es hacer el trazado trigonométrico exacto de los rayos a través del sistema, en donde se calcula la desviación de los rayos [1]. Estas aberraciones fueron estudiadas a detalle por

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

primera vez por Ludwig von Seidel, de ahí que frecuentemente se les llama aberraciones de Seidel, y son las siguientes: esfericidad, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión [1].

La aberración de esfericidad o esférica es una desviación de los rayos que produce diversos puntos de convergencia; éstos se pueden observar cuando el objeto es un punto luminoso colocado sobre el **eje óptico** [1]. Los rayos que inciden más cerca de los bordes de la lente (rayos marginales) convergen más cerca del **foco** que los que pasan por el centro de la lente (rayos paraxiales), como se observa en la Figura 2.1. Al tener diferentes puntos de convergencia para los rayos marginales y los paraxiales, provoca que la imagen de un objeto puntual colocado sobre el eje óptico no sea un punto sino una mancha más extendida, como se puede observar en la Figura 2.2.

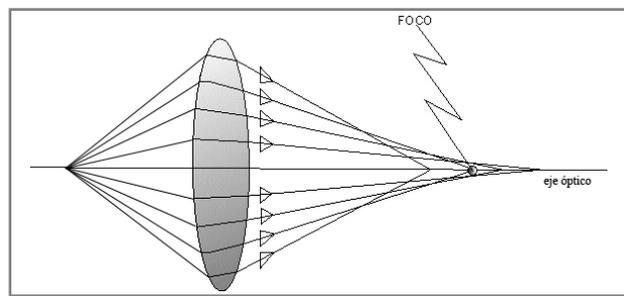


Figura 2.1. Aberración esférica en una lente.

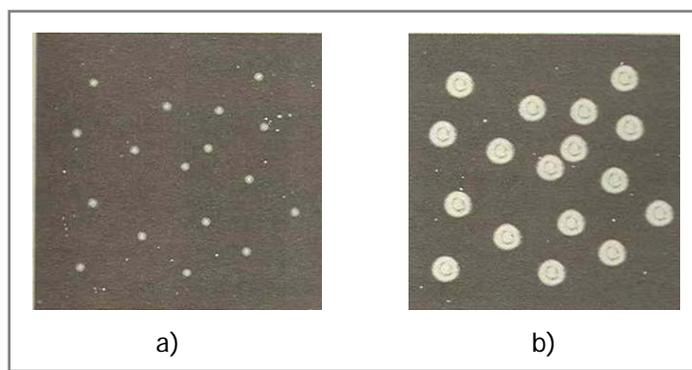


Figura 2.2. Imagen estelar observada con sistemas ópticos: a) sin aberración y b) con aberración esférica.

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

Para puntos del objeto que están fuera del eje óptico se presenta la aberración de coma, la cual se debe a que la amplificación paraxial es diferente a la amplificación marginal [1]. Es decir, que no se tiene la misma desviación para los rayos que cruzan cerca del centro de la lente y los que cruzan a las orillas de la lente. Si se toma un **plano de observación** en donde se forma la imagen con esta aberración, se puede ver en la imagen que se forman círculos con su centro desplazados sobre una misma línea (Figura 2.3), formando la aberración una mancha en forma de cometa, es por eso el nombre de aberración de coma. El efecto visual que provoca esta aberración se puede ver en la Figura 2.4.

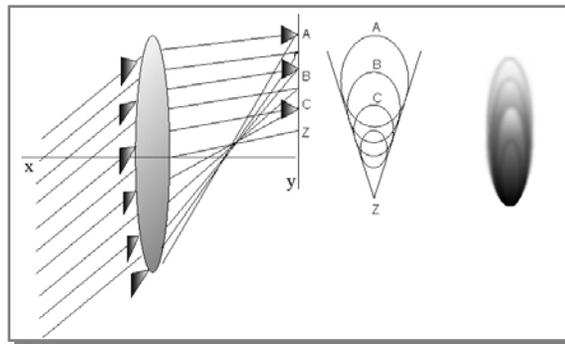


Figura 2.3. Aberración de coma en una lente.

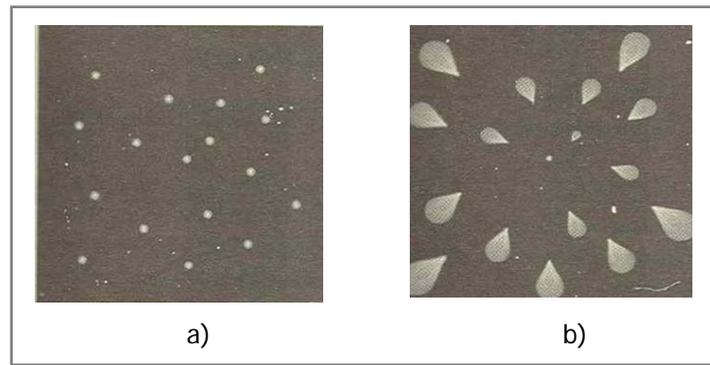


Figura 2.4. Imagen estelar observada con sistemas ópticos: a) sin aberración y b) con aberración de coma.

La aberración de astigmatismo es la separación entre el punto de convergencia de los rayos meridionales y el punto de convergencia de los rayos sagitales [1]. Es decir, el

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

astigmatismo es la separación que existe entre los puntos de convergencia de los rayos que atraviesan la lente a través del diámetro vertical (rayos meridionales) y los que la atraviesan en el diámetro horizontal (rayos sagitales), como se ve en la Figura 2.5, donde se muestran diferentes manchas cuando se va cambiando el plano de observación. Esta aberración se manifiesta en puntos fuera del eje óptico y el efecto visual se puede observar en la Figura 2.6.

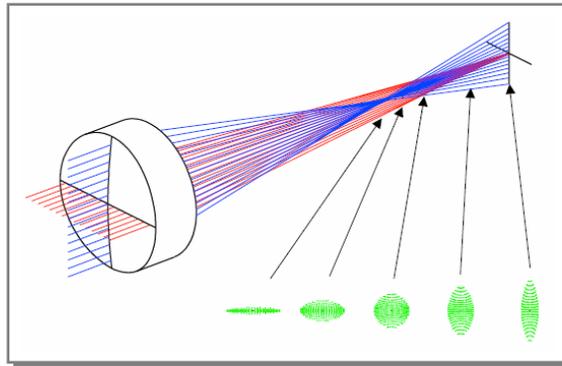


Figura 2.5. Aberración de astigmatismo en una lente.

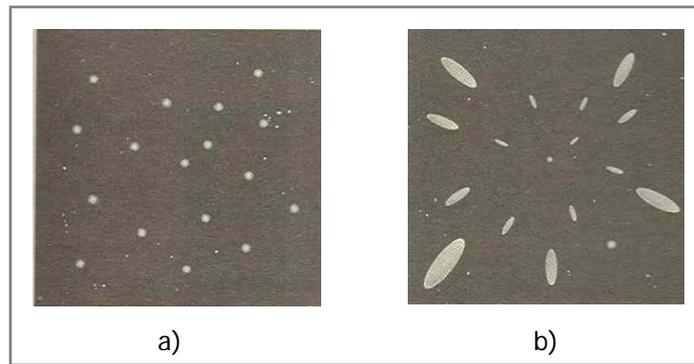


Figura 2.6. Imagen estelar observada con sistemas ópticos: a) sin aberración y b) con aberración de astigmatismo.

La aberración de curvatura de campo es la curvatura resultante en las *imágenes estigmáticas* [6]. Este tipo de imágenes se forman al existir una correspondencia uno a uno entre los puntos de las superficies objeto e imagen, es decir, para cada punto en el **plano objeto**, existirá un punto en el **plano imagen** con la misma **distancia focal** que en el plano objeto. Pero en presencia de esta aberración no existe una correspondencia de

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

distancias focales entre los puntos de la superficie objeto e imagen, por lo tanto, la imagen de un objeto plano no será un plano sino que tendrá una curvatura, conocida como superficie de Petzval, como se observa en la Figura 2.7. El efecto visual se muestra en la Figura 2.8, donde sólo la parte de la imagen que esta en el plano de observación es la que se verá enfocada.

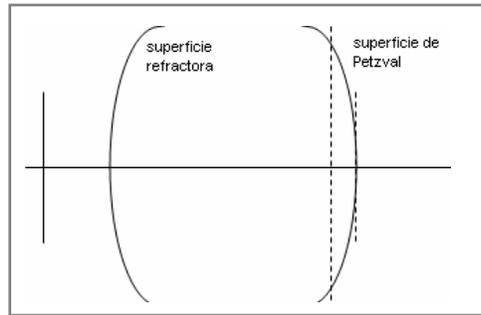


Figura 2.7. Aberración de curvatura de campo en una superficie refractora.

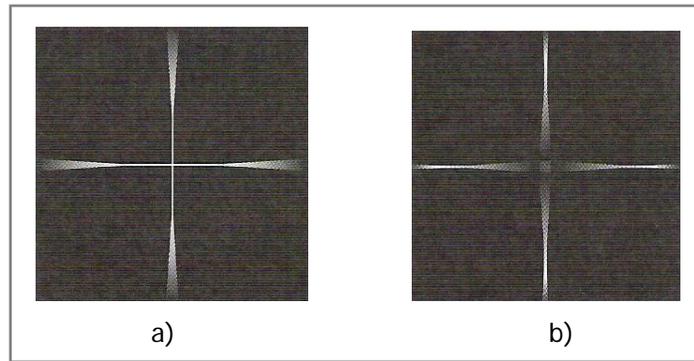


Figura 2.8. a) La imagen formada en una pantalla plana cerca del plano imagen paraxial estará enfocada únicamente en el centro b) Al acercar la pantalla a la lente, se enfocarán los extremos.

La aberración de distorsión se produce cuando las diversas zonas de la lente poseen distancias focales diferentes y aumentos diferentes [6]. Se manifiesta como una deformación de la imagen en su conjunto, a pesar de que cada punto del objeto corresponda a un único punto en el plano imagen. La distorsión puede ser positiva o negativa. La distorsión se manifiesta como una amplificación  $m$  no constante, es decir, que no es la misma para cualquier altura de la imagen [1]. La amplificación disminuye si la distorsión es negativa o aumenta si la distorsión es positiva, el efecto de esta aberración se muestra en la Figura 2.9. Si el objeto es un cuadrado, cuando la distorsión es positiva

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

la imagen tiene forma de barril y cuando la distorsión es negativa los lados del cuadrado se curvan hacia dentro, la imagen tiene forma de cojín.

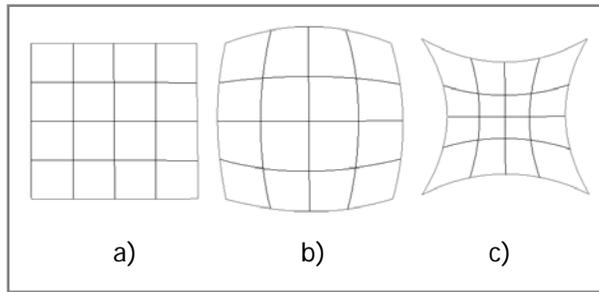


Figura 2.9. (a) Objeto sin distorsión, (b) objeto con distorsión positiva y (c) objeto con distorsión negativa.

Las aberraciones monocromáticas presentes en un sistema óptico se pueden cuantificar utilizando los polinomios de Zernike y su relación con los coeficientes de aberración. El algoritmo para implementar los polinomios mencionados utiliza como datos de entrada, los interferogramas producidos por el sistema a caracterizar. Un interferograma no es más que la captura del fenómeno de interferencia en algún medio de grabación. Por esta razón, en la siguiente sección se discute el fenómeno de interferencia.

### 2.3. Interferencia óptica

La interferencia óptica equivale a la interacción de dos o más ondas de luz que producen una irradiancia resultante, que se desvía de la suma de las irradiancias componentes [6]. Para explicar este fenómeno se definirán antes algunos conceptos: onda viajera e irradiancia. Una onda viajera clásica es una perturbación autónoma de un medio que se mueve en el espacio transportando energía e impulso [6]. Para describir esto, imagine que se deja caer una piedra en un estanque con agua en reposo, entonces a partir del punto de contacto de la piedra con el agua se empiezan a formar una serie de perturbaciones en forma de círculos concéntricos que se desplazan en forma de pequeñas olas. Éste es un ejemplo de una onda, sin embargo ésta es una onda mecánica y para este trabajo se

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

tratará con una onda electromagnética, la cual está formada por un campo eléctrico armónico variable en el espacio y tiempo, asociado a un campo magnético también variable con forma senoidal [1]. La luz es una onda de este tipo, igual que las ondas de radio, con la única diferencia que su frecuencia es mucho mayor y por lo tanto su longitud de onda mucho menor.

Por otra parte, en la actualidad no existe ningún dispositivo que pueda medir de manera instantánea el campo eléctrico de la luz entrante, por lo cual estos dispositivos sensan un promedio de la energía entrante en un período finito de tiempo y a esto se le llama irradiancia. La irradiancia se define como la energía medida por unidad de área por unidad de tiempo [6].

Una vez explicados los conceptos anteriores se puede decir que la interferencia es la diferencia que puede existir entre la irradiancia medida cuando se superponen dos ondas y la suma de las irradiancias de las ondas medidas en forma separada. Se puede demostrar que la irradiancia total de dos ondas que se superponen está dada por la siguiente ecuación [6]:

$$I_t = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad (2.1)$$

donde  $I_t$  es la irradiancia total,  $I_1$  e  $I_2$  son las irradiancias separadas de las ondas componentes y  $\delta$  es la diferencia de **fase** que está dada por una **diferencia de camino óptico** (DCO) ( $r_1 - r_2$ ) que recorren las ondas superpuestas y una diferencia de fases iniciales ( $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ), la cual está definida por:

$$\delta = k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (2.2)$$

En la ecuación (2.1) se puede observar que la irradiancia total puede diferir de la suma de la irradiancia de las ondas, y esa diferencia está dada por el término  $I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$ , llamado término de interferencia. La irradiancia resultante, puede ser mayor, menor o igual a  $I_1 + I_2$  dependiendo del valor de  $I_{12}$ , es decir dependiendo de  $\delta$ . Entonces un máximo en la irradiancia se obtiene cuando  $\cos \delta = 1$ , de modo que,

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} , \quad (2.3)$$

cuando  $\delta = 2m\pi$  , para  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  , el término de interferencia es conocido como interferencia constructiva total. También se puede obtener un mínimo de irradiancia cuando  $\cos \delta = -1$  , de modo que:

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} , \quad (2.4)$$

cuando  $\delta = (2m + 1)\pi$  , para  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  . En este caso al término de interferencia se le llama interferencia destructiva total.

La diferencia de fase  $\delta$  de la ecuación 2.2, puede reescribirse de tal forma que si las ondas están en fase, es decir,  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0$  , la máxima irradiancia se produce cuando:

$$\delta = k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = 2\pi m , \quad (2.5)$$

donde la DCO para los máximos quedará:

$$(r_1 - r_2)_{\text{máximos}} = \frac{2\pi m}{k} \quad (2.6)$$

donde  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  y es conocida como el número de propagación, por lo tanto:

$$(r_1 - r_2)_{\text{máximos}} = m\lambda \quad (2.7)$$

La mínima irradiancia se produce cuando:

$$\delta = k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \pi(2m + 1) \quad (2.8)$$

donde la DCO para los mínimos quedará:

$$(r_1 - r_2)_{\text{mínimos}} = \frac{\pi(2m + 1)}{k} \quad (2.9)$$

y sustituyendo  $k$  , se tiene:

$$(r_1 - r_2)_{\text{mínimos}} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (2.10)$$

Las zonas claras y oscuras que se verían en una pantalla colocada en la región de interferencia se denominan franjas de interferencia, las franjas son cambios de mínimos a máximos, que en su conjunto forman un patrón comúnmente llamado patrón de interferencia o interferograma. En la figura 2.10 se muestra una fotografía de un patrón

de interferencia. Es a partir de estos patrones que se pueden conocer los coeficientes de aberración utilizando los polinomios de Zernike, es por ello que en la siguiente sección se describen tales polinomios.

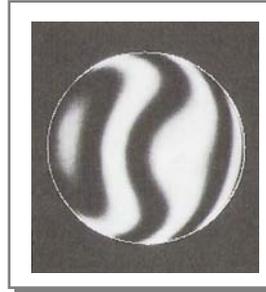


Figura 2.10. Ejemplo de un patrón de interferencia.

### 2.4. Polinomios de Zernike

Los polinomios de Zernike han sido exitosamente utilizados en el reconocimiento de patrones y procesamiento de imágenes (momentos de Zernike) [7]. Además de ser utilizados en la astronomía para describir las aberraciones del frente de onda debido a la turbulencia atmosférica, así como para describir las aberraciones del frente de onda en el ojo humano [8]. Esto debido a que las aberraciones de Seidel están relacionadas con los polinomios de Zernike [8]. Debido a dicha relación los polinomios serán utilizados para describir las aberraciones del frente de onda y así poder calcular los coeficientes de aberración de un conjunto de interferogramas generados por un lente adaptativa. Estos coeficientes permitirán describir el comportamiento de las aberraciones presentes en la lente.

En esta sección se revisará la definición y propiedades de los polinomios de Zernike y se desarrollarán los polinomios que están relacionados directamente con las aberraciones de Seidel. Tales polinomios serán utilizados en la siguiente sección para describir la relación que tienen con la definición de las aberraciones del frente de onda.

## 2.4.1. Definición y propiedades de los polinomios de Zernike

Los polinomios de Zernike son un conjunto de polinomios ortogonales definidos en un círculo unitario. Denotados como  $V_n^l(x, y)$  en dos variables reales  $x, y$  los cuales se expresan en coordenadas polares ( $x = \rho \sin \theta, y = \rho \cos \theta$ ) como:

$$V_n^l(x, y) = V_n^l(\rho \sin \theta, \rho \cos \theta) = R_n^l(\rho) e^{il\theta}, \quad (2.11)$$

donde  $R_n^l(\rho)$  es la parte radial,  $e^{il\theta}$  es la parte angular,  $n$  es el grado del polinomio y  $l$  es el parámetro de dependencia angular. La coordenada  $\rho$  es la distancia radial normalizada y  $\theta$  es el ángulo desde el eje  $y$ . En donde  $l$  y  $n$  son enteros,  $l \geq 0, l < 0$  y  $n \geq 0$ . Los números  $n$  y  $l$  están sujetos a las siguientes restricciones:  $n \geq |l|$  y  $n - |l|$  siempre es un número par. Los polinomios radiales están expresados por [9]:

$$R_n^l(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{n-|l|}{2}} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n+|l|}{2} - s\right)! \left(\frac{n-|l|}{2} - s\right)!} \rho^{n-2s} \quad (2.12)$$

Los polinomios de Zernike se distinguen de otros conjuntos de polinomios ortogonales debido a las siguientes tres propiedades [10]:

1. Tiene la propiedad de invariancia rotacional.
2. La función radial debe ser un polinomio en  $\rho$  de grado  $n$  y no contiene ninguna potencia de  $\rho$  menor que  $l$ .
3.  $R_n^l(\rho)$  debe ser par si  $l$  es par, e impar si  $l$  es impar.

A continuación se explicarán estas propiedades con mayor detalle.

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

La propiedad de invariancia rotacional significa que para cualquier rotación de los ejes que se realice con un ángulo  $\phi$ , como se muestra en la Figura 2.11, no se cambia la forma del polinomio. Si se tienen las siguientes nuevas coordenadas:

$$\begin{aligned} x' &= \rho \operatorname{sen} \alpha = \rho \operatorname{sen}(\theta + \phi) = x \cos \phi + y \operatorname{sen} \phi \\ y' &= \rho \cos \alpha = \rho \cos(\theta + \phi) = -x \operatorname{sen} \phi + y \cos \phi, \end{aligned} \quad (2.13)$$

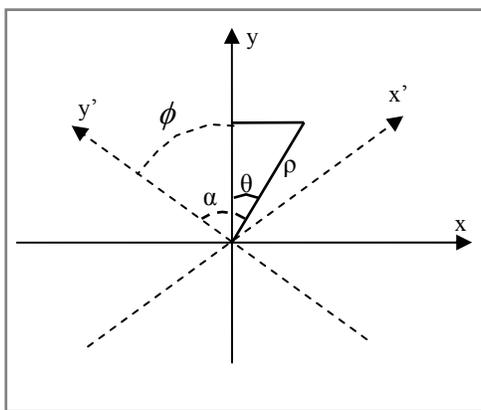


Figura 2.11. Coordenadas del polinomio de Zernike al rotar los ejes.

cada polinomio  $V(x, y)$  se transforma en un polinomio de la misma forma, es decir,  $V$  satisface la siguiente relación bajo la transformación de las ecuaciones (2.13):

$$V(x, y) = G(\phi)V(x', y'), \quad (2.14)$$

donde  $G(\phi)$  es una función continua con un período de  $2\pi$  radianes del ángulo de rotación  $\phi$  y  $G(0) = 1$  [9]. Si se tiene el polinomio:

$$V_n^l(x, y) = R_n^l(\rho)e^{il\theta} \quad (2.15)$$

y se realiza una rotación  $\phi$ , se tendrá un nuevo polinomio con las coordenadas  $(x', y')$  de la forma:

$$V_n^l(x', y') = R_n^l(\rho)e^{il\alpha}, \quad (2.16)$$

donde  $\alpha = \theta + \phi$ . Al sustituir  $\alpha$  en la ecuación (2.16) y usando la ecuación (2.15) se tiene que:

$$V_n^l(x', y') = R_n^l(\rho)e^{il(\theta+\phi)} = R_n^l(\rho)e^{il\theta} e^{il\phi} = \frac{R_n^l(\rho)e^{il\theta}}{e^{-il\phi}} = \frac{V_n^l(x, y)}{e^{-il\phi}} \quad (2.17)$$

Al despejar  $V_n^l(x, y)$  de la ecuación (2.17) se tiene que:

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

$$V_n^l(x, y) = V_n^l(x', y')e^{-il\phi} = V_n^l(x', y')G(\phi), \quad (2.18)$$

por lo tanto se cumple con la ecuación (2.14).

Para entender la segunda propiedad debemos observar que los términos de la función radial de los polinomios de Zernike, de acuerdo a la ecuación (2.12), están en función de  $\rho^{n-2s}$ , por lo tanto, el término de mayor grado será igual  $\rho^n$  para cuando  $s = 0$  y el de menor grado será igual a  $\rho^l$  para cuando  $s = \frac{n-|l|}{2}$ . De acuerdo a esto se cumple la segunda propiedad de los polinomios de Zernike, en donde la función radial es un polinomio en  $\rho$  de grado  $n$ , el término de mayor grado  $n$  determina el grado del polinomio en  $\rho$ , y una función que no contiene ninguna potencia de  $\rho$  menor que  $l$ , ya que el último término de la función radial es de potencia  $l$ .

Para explicar la tercera propiedad se puede observar que tanto  $l$  como  $n$  deben ser par o impar para que se cumpla la restricción de que  $n-|l|$  sea un número par, impuesta por la definición de los polinomios. Con el valor de  $n$ , que es par o impar según  $l$ , se determinará el grado del polinomio según la propiedad dos, por lo tanto  $R(\rho)$  será par o impar según  $l$ . Es así como se cumple con la tercera propiedad.

Además de las propiedades antes mencionadas, los polinomios de Zernike cuentan con las propiedades de ortogonalidad y normalización. La propiedad de ortogonalidad está dada por [9]:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 V_n^{l*}(\rho, \theta) V_n^l(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta = \frac{\pi}{n+1} \delta_{nm} \delta_{lk}, \quad (2.19)$$

donde  $V_n^{l*}(\rho, \theta)$  es el conjugado del polinomio de Zernike  $V_n^l(\rho, \theta)$  y  $\delta$  es la delta de Kronecker, la cual está definida por [9]:

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 1 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases} \quad (2.20)$$

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

Esta propiedad indica que el producto del polinomio por su conjugado es igual a  $\frac{\pi}{n+1}$  si  $n = m$  y  $l = k$ , de lo contrario al multiplicarlo por cualquier otro polinomio el resultado será igual a cero.

La propiedad de normalización está dada por [10]:

$$R_n^l(1) = 1, \quad (2.21)$$

es decir, la parte radial de cualquier polinomio de Zernike será igual a uno para todos los puntos con radio igual uno, esto es debido a que los polinomios de Zernike están definidos en un círculo unitario, por lo tanto, los valores de  $R_n^l(\rho)$  no serán mayores a uno.

Comúnmente en lugar de utilizar los polinomios complejos de Zernike,  $V_n^l$ , se utilizan los polinomios reales, ya que están relacionados con las aberraciones de Seidel. Tomando en cuenta la definición de que cualquier número complejo,  $z$ , se puede representar como la suma de su parte real  $\text{Re}(z)$  y una parte imaginaria  $\text{Im}(z)$  [6], tenemos que:

$$z = \text{Re}(z) + i \text{Im}(z), \quad (2.22)$$

tal que,

$$\text{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + z^*) \quad y \quad \text{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - z^*) \quad (2.23)$$

Aplicando esta definición a los polinomios de Zernike se calcula su parte real,  $U_n^l$  y su parte imaginaria  $U_n^{-l}$ , donde:

$$U_n^l = \frac{1}{2}[V_n^l + V_n^{-l}] = R_n^l(\rho) \cos(l\theta) \quad l \neq 0, \quad (2.24)$$

$$U_n^{-l} = \frac{1}{2i}[V_n^l - V_n^{-l}] = R_n^l(\rho) \sin(l\theta) \quad l \neq 0, \quad (2.25)$$

en donde los polinomios radiales  $R_n^l(\rho)$  son de valor real.

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

En la Tabla 2.1 se muestran los polinomios radiales de Zernike  $V_n^l$ , calculados con la ecuación (2.12), hasta  $n = 4$ , y con la ecuación (2.24) y (2.25) se calcularon los polinomios reales  $U_n^l$  y  $U_n^{-l}$ . Para cada polinomio  $V_n^l$  se tienen los polinomios reales  $U_n^l$  y  $U_n^{-l}$ . En la columna significado se muestra la asociación definida para algunos polinomios con las aberraciones de Seidel y el número de polinomio ( $Z_n$ ) que le corresponde. La relación entre los polinomios de Zernike y las aberraciones de Seidel fue obtenida de los autores Born y Wolf [4].

De los polinomios de Zernike, mostrados en la Tabla 2.1, se hará uso de los primeros nueve polinomios reales, de  $Z_0$  a  $Z_8$ , para describir la aberración del frente de onda, de acuerdo a lo descrito por Wyant [10]. La descripción de la definición de la aberración del frente de onda se revisará en la siguiente sección.

n	l	Polinomio de Zernike	$U_n^l$ y $U_n^{-l}$	Significado (número de polinomio)
0	0	$V_0^0 = 1$	$U_0^0 = 1$	Constante ( $Z_0$ )
1	1	$V_1^1 = \rho e^{\theta}$	$U_1^1 = \rho \cos \theta$ $U_1^{-1} = \rho \sin \theta$	Distorsión en dirección $y$ ( $Z_1$ ) Distorsión en dirección $x$ ( $Z_2$ )
2	0	$V_2^0 = (2\rho^2 - 1)$	$U_2^0 = 2\rho^2 - 1$	Curvatura de Campo ( $Z_3$ )
	2	$V_2^2 = (\rho^2) e^{2\theta}$	$U_2^2 = \rho^2 \cos 2\theta$ $U_2^{-2} = \rho^2 \sin 2\theta$	Astigmatismo con eje en $0^\circ$ o $90^\circ$ ( $Z_4$ ) Astigmatismo con eje en $45^\circ$ ( $Z_5$ )
3	1	$V_3^1 = (3\rho^3 - 2\rho) e^{\theta}$	$U_3^1 = (3\rho^3 - 2\rho) \cos \theta$ $U_3^{-1} = (3\rho^3 - 2\rho) \sin \theta$	Coma a través del eje $y$ ( $Z_6$ ) Coma a través del eje $x$ ( $Z_7$ )
	3	$V_3^3 = (\rho^3) e^{3\theta}$	$U_3^3 = \rho^3 \cos 3\theta$ $U_3^{-3} = \rho^3 \sin 3\theta$	( $Z_9$ ) ( $Z_{10}$ )
4	0	$V_4^0 = (6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	$U_4^0 = (6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	Esférica ( $Z_8$ )
	2	$V_4^2 = (4\rho^4 - 3\rho^2) e^{2\theta}$	$U_4^2 = (4\rho^4 - 3\rho^2) \cos 2\theta$ $U_4^{-2} = (4\rho^4 - 3\rho^2) \sin 2\theta$	( $Z_{11}$ ) ( $Z_{12}$ )
	4	$V_4^4 = (\rho^4) e^{4\theta}$	$U_4^4 = (\rho^4) \cos 4\theta$ $U_4^{-4} = (\rho^4) \sin 4\theta$	( $Z_{16}$ ) ( $Z_{17}$ )

Tabla 2.1. Los polinomios de Zernike  $V_n^l$  para  $n \leq 4$ .

## 2.5. Aberraciones del frente de onda

Debido a errores arbitrarios en el diseño, fabricación y ensamblaje de las lentes de un sistema óptico se introducen aberraciones. Una manera de describir tales aberraciones, es mediante el análisis de la forma del frente de onda emergente del sistema. En esta sección se revisará la definición del frente de onda para un sistema óptico simétrico rotacionalmente y la relación que tiene con las aberraciones de Seidel. Además de analizar la relación que tiene el frente de onda con los polinomios de Zernike.

### 2.5.1. Definición del frente de onda

Las aberraciones de un sistema óptico se definen como las desviaciones de un frente de onda ideal esférico (centrado en el punto imagen ideal) y el frente de onda real, las cuales se miden en la dirección de convergencia del rayo, ver Figura 2.12a. Para describir las aberraciones presentes en un sistema óptico, es necesario especificar la forma del frente de onda que emerge de la **pupila de salida** del sistema. Para ello se selecciona un sistema óptico ideal perfecto, en donde, para cada punto objeto habrá un frente de onda esférico convergente centrado en el punto imagen, como se muestra en la Figura 2.12b. Un punto imagen se especifica por las coordenadas  $(\xi, \eta)$  [10].

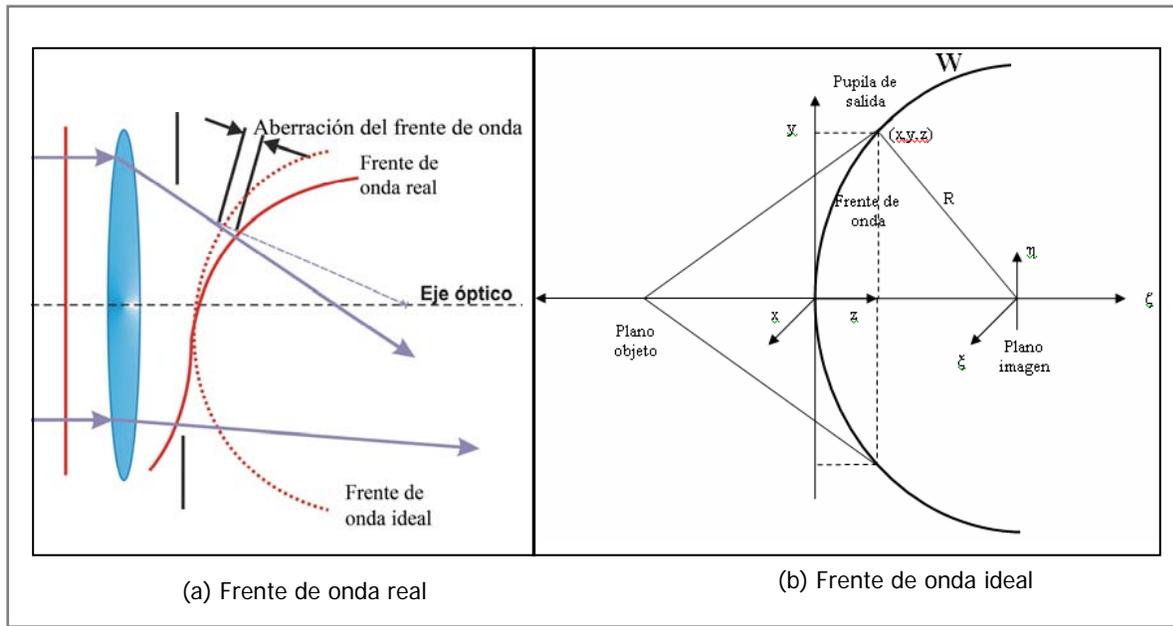


Figura 2.12. Frente de onda para un sistema óptico: (a) real e (b) ideal.

El frente de onda ( $W$ ) puede ser descrito como una función de cuatro variables  $x, y$ , las coordenadas en la pupila de salida y  $\xi, \eta$ , las coordenadas en el plano imagen, ver Figura 2.12. Se selecciona un sistema de coordenadas de tal manera que el punto objeto este en un plano conteniendo a los ejes  $y$  y  $z$ , con  $x = 0$ . Debido a la simetría de rotación,  $W$  no debe cambiar si hay una rotación rígida de los ejes  $x, y, \xi, \eta$  alrededor del eje  $z$ . Por lo tanto,  $W$  será una función de combinaciones de  $x, y, \xi, \eta$  las cuales son invariantes a la rotación. Tales combinaciones son:

$$x^2 + y^2, \quad x\xi + y\eta, \quad \xi^2 + \eta^2$$

Si se considera un punto objeto a lo largo del eje  $\eta$ , donde  $\xi = 0$ ,  $W$  puede ser escrita como una función de  $x^2 + y^2, y\eta$  y  $\eta^2$ , por lo tanto, el frente de onda al ser expandido como una serie de potencias queda de la siguiente manera [3]:

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

$$\begin{aligned}
 W(x, y, \eta) &= W(x^2 + y^2, y\eta, \eta^2) \\
 &= a_1(x^2 + y^2) + a_2y\eta + a_3\eta^2 + b_1(x^2 + y^2)^2 \\
 &\quad + b_2y\eta(x^2 + y^2) + b_3y^2\eta^2 + b_4\eta^2(x^2 + y^2) \\
 &\quad + b_5y\eta^3 + b_6\eta^4 + \dots \\
 &\quad + \text{términos de quinto y orden superior}
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

El primer término es conocido como defoco y provoca un cambio de posición longitudinal del centro de la esfera de referencia; el segundo término representa un cambio transversal del punto imagen y es llamado tilt. El tercer término da origen a un cambio de fase que es constante a través de la pupila de salida y no afecta la forma del frente de onda, por lo tanto no tiene efectos en la imagen. Con luz monocromática, éstos primeros tres términos normalmente tienen coeficientes igual a 0, por lo tanto no representan ninguna aberración. Los seis términos con coeficientes  $b_1$  a  $b_6$  son de cuarto orden en la variable  $x$ ,  $y$  y  $\eta$  cuando expresan las aberraciones del frente de onda y de tercer orden cuando expresan las aberraciones transversales de rayo. Debido a esto, los términos son conocidos como aberraciones de tercer o cuarto orden. Las primeras cinco aberraciones de tercer orden son conocidas como aberraciones de Seidel [3].

Para definir las aberraciones de Seidel, la expresión del frente de onda se reescribe en coordenadas polares (ver Figura 2.13) utilizando:

$$x = \rho \operatorname{sen} \theta \quad y = \rho \operatorname{cos} \theta ,$$

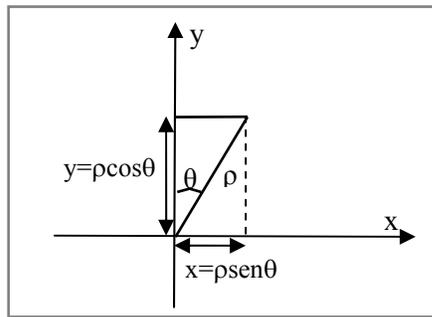


Figura 2.13. Relación entre coordenadas rectangulares y polares que se usan en este capítulo.

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

donde  $\rho$  y  $\eta$  son normalizadas a 1, esto es,  $\rho = 1$  y  $\eta = 1$ , en la pupila de salida y la posición máxima del campo respectivamente. Por lo tanto, la expansión del frente de onda puede ser escrita en términos de los coeficientes de aberración por [10]:

$$\begin{aligned}
 W(\rho, \theta, \eta) &= a_1 \rho^2 + a_2 \rho \eta \cos \theta + a_3 \eta^2 \\
 &+ b_1 \rho^4 + b_2 \rho^3 \eta \cos \theta + b_3 \rho^2 \eta^2 \cos^2 \theta + b_4 \rho^2 \eta^2 \\
 &+ b_5 \rho \eta^3 \cos \theta + b_6 \eta^4 + \dots \\
 &+ \text{términos de quinto y orden superior}
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

El primer término de la ecuación (2.27),  $b_1 \rho^4$ , es llamado aberración esférica. En este término debido a que no aparece  $\eta$ , el efecto es constante sobre el campo del sistema. El segundo término,  $b_2 \rho^3 \eta \cos \theta$ , es la aberración de coma, la cual está ausente sobre el eje e incrementa linealmente con el ángulo de campo o la distancia. En donde  $b_2 \eta$  es el coeficiente constante y  $\rho^3 \cos \theta$  la parte variable, en donde si  $\rho$  varía, se forma una serie de círculos con radios y centros variados, cada uno con tangentes al punto imagen gaussiano, dentro de un ángulo de  $60^\circ$ , es por ello que su forma es de cometa. La tercera aberración de Seidel,  $b_3 \rho^2 \eta^2 \cos^2 \theta$ , es llamada astigmatismo, en donde no hay aberración del frente de onda en la sección-x (sección sagital) pero en la sección-y (sección tangencial) hay un incremento de curvatura, debido a que la aberración depende cuadráticamente de  $\rho^2$ . El cuarto término de las aberraciones primarias,  $b_4 \eta^2 \rho^2$ , es llamado curvatura de campo. El último término de las aberraciones de tercer orden es  $b_5 \rho \eta^3 \cos \theta$  llamado distorsión [3]. En la Tabla 2.2 se muestran los términos del frente de onda  $W$  en coordenadas cartesianas y polares asociados a las aberraciones de Seidel.

TÉRMINOS DE $W(x^2 + y^2, x\eta, \eta^2)$	TÉRMINOS DE $W(x^2 + y^2, x\eta, \eta^2)$ EN CORDENADAS POLARES	ABERRACIÓN
$b_1(x^2 + y^2)^2$	$b_1\rho^4$	Esférica
$b_2y\eta(x^2 + y^2)$	$b_2\rho^3\eta \cos \phi$	Coma
$b_3y^2\eta^2$	$b_3\rho^2\eta^2 \cos^2 \phi$	Astigmatismo
$b_4\eta^2(x^2 + y^2)$	$b_4\eta^2\rho^2$	Curvatura de campo
$b_5y\eta^3$	$b_5\rho\eta^3 \cos \phi$	Distorsión

Tabla 2.2. Términos del frente de onda  $W$  asociados a las aberraciones de Seidel.

## 2.5.2. Relación entre las aberraciones de tercer orden y los polinomios de Zernike

Las propiedades a primer orden y los coeficientes de aberración de tercer orden del frente de onda pueden ser obtenidos de los coeficientes de los polinomios de Zernike. Usando los primeros nueve polinomios reales de Zernike  $Z_0$  a  $Z_8$ , el polinomio de Zernike  $V(\rho, \theta)$ , puede ser escrito como [10]:

$$V(\rho, \theta) = c_0Z_0 + c_1Z_1 + c_2Z_2 + c_3Z_3 + c_4Z_4 + c_5Z_5 + c_6Z_6 + c_7Z_7 + c_8Z_8 \quad (2.28)$$

Sustituyendo los polinomios de Zernike  $U_n^l$  de la Tabla 2.1 en la ecuación (2.28) se tiene:

$$V(\rho, \theta) = c_0 + c_1\rho \cos \theta + c_2\rho \sin \theta + c_3(2\rho^2 - 1) + c_4\rho^2 \cos 2\theta + c_5\rho^2 \sin 2\theta + c_6(3\rho^2 - 2)\rho \cos \theta + c_7(3\rho^2 - 2)\rho \sin \theta + c_8(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1) \quad (2.29)$$

Desarrollando la ecuación (2.29) y agrupando términos se tiene la siguiente ecuación:

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

$$\begin{aligned}
 V(\rho, \theta) &= c_0 + c_1 \rho \cos \theta + c_2 \rho \operatorname{sen} \theta + 2c_3 \rho^2 - c_3 + \\
 &\quad c_4 \rho^2 \cos 2\theta + c_5 \rho^2 \operatorname{sen} 2\theta + 3c_6 \rho^3 \cos \theta - 2c_6 \rho \cos \theta \\
 &\quad + 3c_7 \rho^3 \operatorname{sen} \theta - 2c_7 \rho \operatorname{sen} \theta + 6c_8 \rho^4 - 6c_8 \rho^2 + c_8 \\
 &= c_0 - c_3 + c_8 \\
 &\quad + (c_1 - 2c_6) \rho \cos \theta + (c_2 - 2c_7) \rho \operatorname{sen} \theta \\
 &\quad + (2c_3 + c_4 \cos 2\theta + c_5 \operatorname{sen} 2\theta - 6c_8) \rho^2 \\
 &\quad + (3c_6 \cos \theta + 3c_7 \operatorname{sen} \theta) \rho^3 \\
 &\quad + 6c_8 \rho^4
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Para describir las aberraciones de Seidel a partir de los polinomios de Zernike, los coeficientes de la ecuación (2.30) se asociaron con los coeficientes del frente de onda.

La expansión en serie de potencias del frente de onda en términos de los coeficientes de aberración está dada como:

$$W(\rho, \theta) = W_{40} \rho^4 + W_{31} \rho^3 \cos \theta + W_{22} \rho^2 \cos^2 \theta + W_{20} \rho^2 + W_{11} \rho \cos \theta \tag{2.31}$$

Asociando los coeficientes del frente de onda  $W$  de la ecuación (2.31), con los coeficientes del polinomio de Zernike de la ecuación (2.30), de acuerdo al grado de  $\rho$ , se asigna una aberración a cada coeficiente del polinomio de Zernike [10], lo cual se muestra en la siguiente tabla:

TÉRMINOS DE $W(x^2 + y^2, x\eta, \eta^2)$	TÉRMINOS DE $V(\rho, \theta)$	ABERRACIÓN
$W_{40} \rho^4$	$6c_8 \rho^4$	Esférica
$W_{31} \rho^3 \cos \theta$	$(3c_6 \cos \theta + 3c_7 \operatorname{sen} \theta) \rho^3$	Coma
$W_{22} \rho^2 \cos^2 \theta$	$(2c_3 + c_4 \cos 2\theta + c_5 \operatorname{sen} 2\theta - 6c_8) \rho^2$	Astigmatismo
$W_{20} \rho^2$	$(2c_3 + c_4 \cos 2\theta + c_5 \operatorname{sen} 2\theta - 6c_8) \rho^2$	Curvatura de campo
$W_{11} \rho \cos \theta$	$(c_1 - 2c_6) \rho \cos \theta + (c_2 - 2c_7) \rho \operatorname{sen} \theta$	Distorsión

Tabla 2.3. Asociación de los coeficientes del frente de onda  $W$  y los coeficientes del polinomio de Zernike.

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

Por lo tanto, el frente de onda puede ser escrito en términos de los polinomios de Zernike, quedando de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 W(\rho, \theta) = & c_0 - c_3 + c_8 && \text{Piston} \\
 & + (c_1 - 2c_6)\rho \cos \theta + (c_2 - 2c_7)\rho \sin \theta && \text{Distorsión} \\
 & + (2c_3 + c_4 \cos 2\theta + c_5 \sin 2\theta - 6c_8)\rho^2 && \text{Curvatura de campo + Astigmatismo} \\
 & + (3c_6 \cos \theta + 3c_7 \sin \theta)\rho^3 && \text{Coma} \\
 & + 6c_8\rho^4 && \text{Esférica}
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Usando la identidad  $a \cos \alpha + b \sin \alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \cos \left[ \alpha - \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) \right]$ , la ecuación (2.32)

puede ser reescrita, en donde se pueden obtener los términos a primer y tercer orden (aberraciones del frente de onda), quedando de la siguiente forma [10]:

$$\begin{aligned}
 W(\rho, \theta) = & Z_0 - Z_3 + Z_8 && \text{Piston} \\
 & + \rho \sqrt{(Z_1 - 2Z_6)^2 + (Z_2 - 2Z_7)^2} \cos \left[ \theta - \tan^{-1} \left( \frac{Z_2 - 2Z_7}{Z_1 - 2Z_6} \right) \right] && \text{Distorsión(Tilt)} \\
 & + \rho^2 (2Z_3 - 6Z_8 \pm \sqrt{Z_4^2 + Z_5^2}) && \text{Curvatura de campo(Desenfoque)} \\
 & \pm 2\rho^2 \sqrt{Z_4^2 + Z_5^2} \cos^2 \left[ \theta - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{Z_5}{Z_4} \right) \right] && \text{Astigmatismo} \\
 & + 3\rho^3 \sqrt{Z_6^2 + Z_7^2} \cos \left[ \theta - \tan^{-1} \left( \frac{Z_7}{Z_6} \right) \right] && \text{Coma} \\
 & + 6\rho^4 Z_8. && \text{Esférica}
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

La magnitud, signo y ángulo de estos términos de aberración son mostrados en la Tabla 2.4 [10]. Las aberraciones de distorsión y curvatura de campo son nombradas como tilt y desenfoque respectivamente por otros autores.

## Capítulo 2. Conceptos de Óptica

Término	Descripción	Magnitud	Ángulo
$W_{11}$	Distorsión (Tilt)	$\sqrt{(Z_1 - 2Z_6)^2 + (Z_2 - 2Z_7)^2}$	$\tan^{-1}\left(\frac{Z_2 - 2Z_7}{Z_1 - 2Z_6}\right)$
$W_{20}$	Curvatura de Campo (Desenfoque)	$2Z_3 - 6Z_8 \pm \sqrt{Z_4^2 + Z_5^2}$ el signo se elige para minimizar el valor absoluto de la magnitud	
$W_{22}$	Astigmatismo	$\pm 2\sqrt{Z_4^2 + Z_5^2}$ signo opuesto al que se eligió en el término defoco	$\frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{Z_5}{Z_4}\right)$
$W_{31}$	Coma	$3\sqrt{Z_6^2 + Z_7^2}$	$\tan^{-1}\left(\frac{Z_7}{Z_6}\right)$
$W_{40}$	Esférica	$6Z_8$	

Tabla 2.4. Aberraciones de tercer orden en términos de los coeficientes de Zernike.

De esta manera podemos ver que las aberraciones de Seidel se relacionan con los primeros nueve polinomios reales de Zernike, por lo que en el siguiente capítulo se hablará cómo ajustar los coeficientes del frente de onda con los puntos de un interferograma.

## Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

### 3.1. Introducción

Una manera de conocer las aberraciones en un sistema óptico es mediante el análisis de los interferogramas que genera este sistema, ya que en ellos se encuentra capturada la desviación del frente de onda, es decir, la aberración del frente de onda. Un interferograma es un patrón de interferencia formado por una serie de franjas brillantes y oscuras, las cuales al ser analizadas se pueden determinar las aberraciones presentes en dicho patrón. Para ello se deben de adquirir un conjunto de datos a partir de ciertos puntos medidos en las franjas. Los puntos medidos en los centros de las franjas tendrán un valor  $m\lambda$ , es decir, la diferencia de camino óptico (DCO), donde  $m$  es el orden de interferencia, que es un número entero y  $\lambda$  es la longitud de onda de una fuente de luz láser. El orden de interferencia difiere en uno entre dos franjas consecutivas, como se observa en la Figura 3.1 [5]. Cuando las franjas son cerradas el orden de interferencia se toma como se muestra en la Figura 3.2.

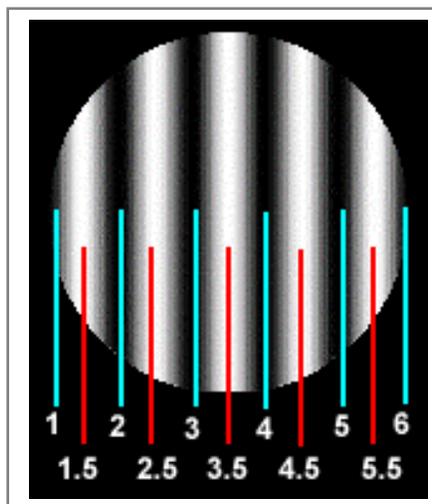


Figura 3.1. Interferograma con franjas de interferencia abiertas con su número de orden de interferencia correspondiente.

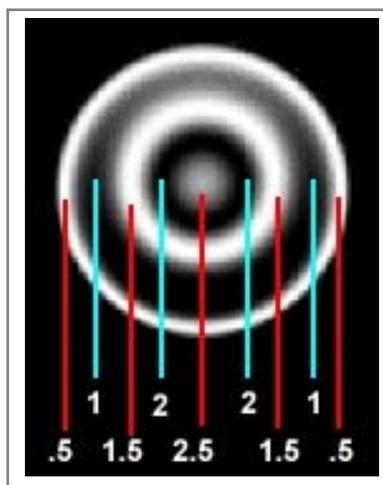


Figura 3.2. Interferograma con franjas de interferencia cerradas con su número de orden de interferencia correspondiente.

Después el frente de onda puede ser caracterizado por un análisis directo de los centros ordenados de las franjas. Debido a que los centros de las franjas representan mediciones de diferencia de camino óptico (DCO) en puntos discretos, como se señaló en la sección 2.2, algún tipo de interpolación de datos entre las franjas será necesario para producir un conjunto de datos uniforme [4]. Uno de los métodos más usados y el cual será analizado en este trabajo es el ajuste global de polinomios. Dicho ajuste se puede realizar con la técnica de mínimos cuadrados.

### Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

En este capítulo se describe la manera de determinar los coeficientes de aberración del polinomio del frente de onda al llevar a cabo un ajuste del polinomio a los datos medidos en las franjas de un interferograma por mínimos cuadrados. Antes de realizar el ajuste se debe determinar la forma de representar el polinomio del frente de onda, el cual se realizará con los polinomios de Zernike. Una vez que se tiene el polinomio del frente de onda, se describirá el ajuste del frente de onda por mínimos cuadrados. Pero debido a que los polinomios de Zernike no son ortogonales sobre puntos discretos, es necesario crear un conjunto de polinomios ortogonales sobre tales puntos, para ello se hará uso de la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt. Con esto ya se podrán calcular los coeficientes de aberración del polinomio del frente de onda, este proceso se resume en la Figura 3.3.

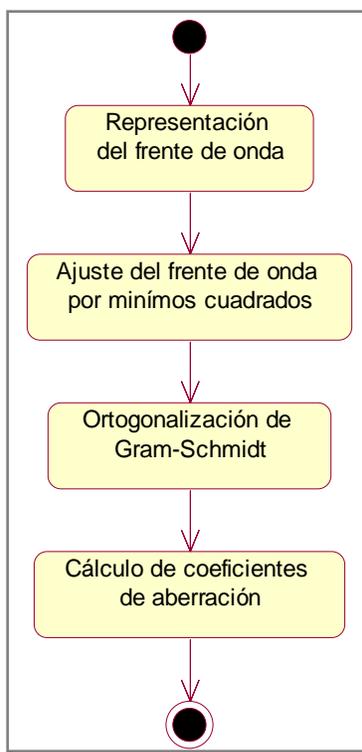


Figura 3.3. Proceso para llevar a cabo el ajuste del frente de onda y cálculo de los coeficientes de aberración.

## 3.2. Aproximación por Mínimos Cuadrados

El estudio de la teoría de la aproximación comprende dos tipos generales de problemas. Uno se presenta cuando una función se da de manera explícita, pero se quiere encontrar un tipo más sencillo de ella (un polinomio por ejemplo) que sirva para determinar los valores aproximados de una función dada. El otro problema de la teoría de aproximación se refiere al ajuste de las funciones a ciertos datos y a la búsqueda de la función que mejor se ajuste en una clase que se pueda emplear para representar los datos [11]. El método de mínimos cuadrados se puede emplear para solucionar ambos problemas, ya que éste método consiste en minimizar las diferencias al cuadrado que existen entre dos funciones o entre una distribución de puntos a una función determinada. En este trabajo estamos interesados en aplicar este método para encontrar la mejor función que se pueda usar como función aproximante para representar un conjunto de puntos.

El enfoque de mínimos cuadrados a este problema requiere de la determinación de la mejor función aproximante, cuando las diferencias entre los valores de la función aproximante y los valores dados sean mínimas. Supongamos que una función  $f \in C[a, b]$  y que se requiere un polinomio  $P_n(x)$  de grado máximo  $n$ , el cual reducirá al mínimo el error, en un intervalo  $[a, b]$ :

$$\int_a^b [f(x) - P_n(x)]^2 dx \quad (3.1)$$

Si se quiere determinar un polinomio de aproximación mediante mínimos cuadrados, esto es, un polinomio que reduzca al mínimo la ecuación 3.1, sea:

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = \sum_{k=0}^n a_k x^k, \quad (3.2)$$

y se define al error  $E$  como:

$$E(a_0, a_1, \dots, a_n) = \int_a^b (f(x) - \sum_{k=0}^n a_k x^k)^2 dx \quad (3.3)$$

### Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

El problema consiste en encontrar los coeficientes reales  $a_0, a_1, \dots, a_n$  que reduzcan  $E$  al mínimo. Una condición necesaria para que los números  $a_0, a_1, \dots, a_n$  hagan esto, es que:

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = 0 \text{ para cada } j = 0, 1, \dots, n \quad (3.4)$$

Desarrollando la ecuación (3.3) se tiene que:

$$E(a_0, a_1, \dots, a_n) = \int_a^b [f(x)]^2 dx - 2 \sum_{k=0}^n a_k \int_a^b x^k f(x) dx + \int_a^b \left( \sum_{k=0}^n a_k x^k \right)^2 dx, \quad (3.5)$$

por lo tanto,

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = -2 \int_a^b x^j f(x) dx + 2 \sum_{k=0}^n a_k \int_a^b x^{j+k} dx = 0 \quad (3.6)$$

Por tanto, si se quiere obtener  $P_n(x)$  se debe de resolver las  $(n+1)$  ecuaciones normales:

$$\sum_{k=0}^n a_k \int_a^b x^{j+k} dx = \int_a^b x^j f(x) dx, \quad (3.7)$$

para cada  $j = 0, 1, \dots, n$ , para las  $(n+1)$  incógnitas  $a_j$  [11].

Un sistema lineal de  $(n+1)(n+1)$  debe resolverse para los coeficientes  $a_0, a_1, \dots, a_n$  de  $P_n(x)$ . De acuerdo a la ecuación 3.7, los coeficientes del sistema lineal tienen la forma:

$$\int_a^b x^{j+k} f(x) dx = \frac{b^{j+k+1} - a^{j+k+1}}{j+k+1}, \quad (3.8)$$

creando un sistema lineal que no tiene una solución numérica que se pueda calcular fácilmente [11].

Debido a este problema, es necesario considerar una técnica diferente para obtener aproximaciones con mínimos cuadrados. Para ello se hace uso del siguiente teorema:

Teorema 3.1 Si  $\phi_0, \dots, \phi_n$  es un conjunto ortogonal de funciones en un intervalo  $[a, b]$  respecto a la función de peso  $w$ , entonces la aproximación por mínimos cuadrados en  $f$  en  $[a, b]$  respecto a  $w$  es:

$$\sum_{k=0}^n a_k \phi_k(x), \quad (3.9)$$

donde para cada  $k = 0, 1, \dots, n$  [11],

$$a_k = \frac{\int_a^b w(x) \phi_k(x) f(x) dx}{\int_a^b w(x) [\phi_k(x)]^2 dx} = \frac{1}{a_k} \int_a^b w(x) \phi_k(x) f(x) dx \quad (3.10)$$

La función a la que se le aplicará este teorema será a la función del frente de onda, la cual será representada en términos de los polinomios de Zernike. Dichos polinomios no son ortogonales sobre puntos discretos, por lo que es necesario crear un conjunto de polinomios ortogonales sobre tales puntos. Es por eso que se hará uso de la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt, la cual se explicará en la siguiente sección.

### 3.3. Ortogonalización de Gram-Schmidt

La ortogonalización de Gram-Schmidt es un procedimiento recursivo para construir un conjunto de polinomios ortogonales [11], toma un conjunto no ortogonal de funciones linealmente independientes y construye una base ortogonal sobre un intervalo arbitrario con respecto a una función de peso  $w$ . El procedimiento se hace al procesar secuencialmente una lista de funciones e ir generando una función ortogonal a las funciones anteriores de la lista. Esta técnica hace uso del siguiente teorema.

Teorema 3.2 El conjunto de las funciones polinomiales  $\{\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_n\}$  definida en la siguiente forma es ortogonal en  $[a, b]$  respecto a la función de peso  $w$  [11]:

$$\phi_0 \equiv 1, \quad \phi_1(x) = x - B_1, \quad (3.11)$$

para cada  $x$  en  $[a, b]$ , donde:

$$B_1 = \frac{\int_a^b x w(x) [\phi_0(x)]^2 dx}{\int_a^b w(x) [\phi_0(x)]^2 dx}, \quad (3.12)$$

y cuando  $k \geq 2$ ,

$$\phi_k(x) = (x - B_k) \phi_{k-1}(x) - C_k \phi_{k-2}(x), \quad (3.13)$$

para cada  $x$  en  $[a, b]$ , donde:

$$B_k = \frac{\int_a^b x w(x) [\phi_{k-1}(x)]^2 dx}{\int_a^b w(x) [\phi_{k-1}(x)]^2 dx} \quad (3.14)$$

y

$$C_k = \frac{\int_a^b x w(x) \phi_{k-1}(x) \phi_{k-2}(x) dx}{\int_a^b w(x) [\phi_{k-2}(x)]^2 dx} \quad (3.15)$$

Este teorema ofrece un procedimiento recursivo para construir un conjunto de polinomios ortogonales [11]. La aplicación de esta técnica se llevará a cabo en la sección 3.6, pero para ello es necesario primero definir la función del frente de onda, lo cual se describe en la siguiente sección.

### 3.4. Representación del frente de onda utilizando los polinomios de Zernike

Los polinomios de Zernike fueron desarrollados como un conjunto adecuado para representar las aberraciones del frente de onda sobre una pupila circular, tal y como se describió en la sección 2.4.2. Debido a la ortogonalidad de estos polinomios se simplifica el ajuste de polinomios a datos medidos en un interferograma [4]. Para tal ajuste primero se analizará cómo es que los polinomios de Zernike se utilizan como una función de aberración.

Los polinomios de Zernike son completos, esto significa que cualquier función  $W(\rho, \theta)$  de grado  $k$  puede ser expresada como una combinación lineal de los polinomios circulares de Zernike como [4]:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=-n}^n C_{nl} R_n^{|l|} e^{il\theta} , \quad (3.16)$$

### Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

$W(\rho, \theta)$  debe ser real y debido a que  $R_n^{|l|}$  también es real,  $C_{nl}$  puede ser real o imaginaria ( $C_{n,-l}$ ) y debe satisfacer la relación de la ecuación 3.17, donde  $C_{n,-l}^*$  es el complejo conjugado de  $C_{n,-l}$ ,

$$C_{nl} = C_{n,-l}^* \quad (3.17)$$

De manera que sólo se usen coeficientes reales, se pueden utilizar los polinomios reales de Zernike  $U_n^l$  como lo proponen Rammer y Wyant (1975):

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} U_{nm} = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} R_n^{n-2m} \begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} (n-2m)\theta, \quad (3.18)$$

donde la función seno se usa para  $n-2m > 0$  y la función coseno para  $n-2m \leq 0$ . El número positivo  $m$  es definido como:

$$m = \frac{n-l}{2}, \quad (3.19)$$

usando el hecho que  $n-l$  siempre es un número par y que  $n \geq l$  [4]. La doble sumatoria puede ser sustituida por:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} U_{nm} = \sum_{r=1}^L A_r U_r, \quad (3.20)$$

donde en lugar de utilizar los coeficientes  $n$  y  $m$ , un solo índice  $r$  se define por su orden de aparición en la doble suma y puede ser expresado por:

$$r = \frac{n(n+1)}{2} + m + 1 \quad (3.21)$$

El valor máximo de  $r$  es el número total de polinomios de Zernike utilizados, dado por:

$$L = (k+1)(k+2)/2, \quad (3.22)$$

donde  $k$  es el grado del polinomio [4].

Ya definida la forma de representar el frente de onda se puede llevar a cabo el ajuste al conjunto de puntos medidos mediante el método de mínimos cuadrados. Esto se describirá en la siguiente sección.

### 3.5. Ajuste del frente de onda por mínimos cuadrados

Una vez que se ha representado el frente de onda, es necesario ajustarlo al conjunto de puntos medidos de las franjas del interferograma. El ajuste consiste en encontrar los coeficientes del polinomio del frente de onda que mejor represente a los puntos medidos. El método más utilizado para ajustar un conjunto de puntos medidos es la aproximación por mínimos cuadrados, como se explicó en la sección 3.2.

Los datos medidos son usualmente conocidos como una serie de puntos discretos, mientras la forma de la función del frente de onda representa una función continua. Para poder empatar estas dos, se inicia por definir la varianza  $S$  del frente de onda discreto como [4]:

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [W_i' - W(\rho_i, \theta_i)]^2, \quad (3.23)$$

$W_i'$  es la DCO para cada punto  $i$  y  $W(\rho_i, \theta_i)$  es la representación de la función del frente de onda en ese punto.

Suponiendo que el frente de onda se representa por una combinación lineal de algunos polinomios  $V(\rho, \theta)$  como:

$$W(\rho_i, \theta_i) = \sum_{r=1}^L B_r V_r(\rho_i, \theta_i), \quad (3.24)$$

el mejor ajuste ocurre cuando  $S$  se minimiza, por lo tanto se tienen las siguientes condiciones:

$$\frac{\partial S}{\partial B_p} = 0 \quad p = 1, 2, 3, \dots, L \quad (3.25)$$

Por lo tanto, se obtiene el siguiente sistema de  $L$  ecuaciones con  $L$  incógnitas [4]:

$$\sum_{r=1}^L B_r \sum_{i=1}^N V_r V_p - \sum_{i=1}^N W_i' V_p = 0 \quad (3.26)$$

### Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

La matriz del sistema de ecuaciones se convierte en diagonal si los polinomios  $V_r$  se seleccionan de tal manera que satisfacen la condición de ortogonalidad en el conjunto discreto de puntos:

$$\sum_{i=1}^N V_r V_p = F_r \delta_{rp}, \quad (3.27)$$

donde  $\delta_{rp}$  es la delta de Kronecker y  $F_r$  está dada como:

$$F_r = \sum_{i=1}^N V_i^2 \quad (3.28)$$

Entonces los coeficientes  $B_p$  están dados por [4]:

$$B_p = \frac{\sum_{i=1}^N W_i' V_p}{\sum_{i=1}^N V_p^2} \quad (3.29)$$

En general los polinomios de Zernike no son ortogonales sobre puntos discretos. Por lo tanto, se debe de crear un conjunto de polinomios ortogonales sobre los puntos medidos al aplicar la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt [4].

## 3.6. Aplicación de la ortogonalización de Gram-Schmidt

Si se desea ajustar un polinomio que no es ortogonal sobre un conjunto de puntos discretos, no se puede utilizar la expresión (3.28) para calcular los coeficientes del polinomio. En lugar de eso se tendría que resolver un sistema de ecuaciones dado por la ecuación (3.26), esto además de ser un cálculo intensivo, también genera un gran número de errores de redondeo, especialmente cuando es grande la cantidad de puntos medidos.

### Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

Es más preciso primero transformar los polinomios deseados en un nuevo conjunto de polinomios que son ortogonales sobre los puntos. El proceso de ortogonalizar un conjunto de polinomios es conocido como la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt. Esta técnica se utilizará para obtener a partir de los polinomios de Zernike un conjunto de polinomios que sean ortogonales sobre un conjunto discreto de puntos que están distribuidos aleatoriamente. Se utilizará la expresión del frente de onda (3.20) con un sólo índice  $r$  [4].

Como se ha dicho los polinomios de Zernike  $U_r(r, \theta)$  son ortogonales en el continuo radial del círculo unitario, pero no en el conjunto discreto de puntos dentro del círculo, representado por  $V_r(\rho, \theta)$ . El frente de onda puede ser representado por:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{r=1}^L B_r V_r(\rho, \theta), \quad (3.30)$$

donde los polinomios  $V_r(\rho, \theta)$  satisfacen la condición discreta de ortogonalidad en el conjunto de  $N$  puntos con coordenadas  $(\rho_i, \theta_i)$  [4]:

$$\sum_{i=1}^N V_r(\rho_i, \theta_i) V_p(\rho_i, \theta_i) = F_r \delta_{rp}, \quad (3.31)$$

donde:

$$F_r = \sum_{i=1}^N V_i^2 \quad (3.32)$$

La ortogonalización de Gram-Schmidt inicia al definir:

$$\begin{aligned} V_1 &= U_1 \\ V_2 &= U_2 + D_{21} V_1 \\ V_3 &= U_3 + D_{31} V_1 + D_{32} V_2 \\ &\dots \\ V_j &= U_j + D_{j1} V_1 + D_{j2} V_2 + \dots + D_{j,j-1} V_{j-1} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Aquí las funciones  $U$  pueden ser monomiales en orden ascendente o los polinomios de Zernike [4]. En general y de una manera más compacta, se puede escribir esta expresión como:

### Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

$$V_r = U_r + \sum_{s=1}^{r-1} D_{rs} V_s, \quad (3.34)$$

donde  $r = 1, 2, 3, \dots, L$ . Debido a que  $V_r(\rho, \theta)$  se define ortogonal a  $V_p(\rho, \theta)$ , se debe multiplicar la expresión (3.34) por  $V_p$  y después sumarla para todos los puntos, desde  $i = 1, \dots, N$ . Si la condición de ortogonalidad en la ecuación (3.27) se usa, entonces se obtienen valores para  $r$  diferentes a  $p$ :

$$\sum_{i=1}^N V_r V_p = \sum_{i=1}^N U_r V_p + D_{rp} \sum_{i=1}^N V_p^2 = 0 \quad (3.35)$$

Por lo tanto,  $D_{rp}$  puede ser escrita como:

$$D_{rp} = -\frac{\sum_{i=1}^N U_r V_p}{\sum_{i=1}^N V_p^2}, \quad (3.36)$$

donde  $r = 2, 3, 4, \dots, L$  y  $p = 1, 2, \dots, r-1$  [4].

El siguiente paso es determinar los valores de los coeficientes  $C_{rs}$  que definen los polinomios ortogonales  $V_r$  como una combinación lineal de los polinomios de Zernike  $U_r$  [4]. Se comienza por escribir:

$$\begin{aligned} V_1 &= U_1 \\ V_2 &= U_2 + C_{21} U_1 \\ V_3 &= U_3 + C_{31} U_1 + C_{32} U_2 \\ &\dots \\ V_j &= U_j + C_{j1} U_1 + C_{j2} U_2 + \dots + C_{j,j-1} U_{j-1} \end{aligned} \quad (3.37)$$

o en general:

$$V_r = U_r + \sum_{i=1}^{r-1} C_{ri} U_i, \quad (3.38)$$

donde  $r = 2, 3, 4, \dots, L$ ,  $C_{rr} = 1$  y  $V_1 = U_1$ . Ahora se pueden encontrar los coeficientes  $C_{ri}$  como:

### Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

$$\begin{aligned}
 C_{21} &= D_{21} \\
 C_{31} &= D_{32}C_{21} + D_{31} \\
 C_{32} &= D_{32} \\
 C_{41} &= D_{43}C_{31} + D_{42}C_{21} + D_{41} \\
 C_{42} &= D_{42}C_{32} + D_{42} \\
 C_{43} &= D_{43}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

En forma general quedaría de la siguiente manera:

$$C_{ri} = \sum_{s=1}^{r-i} D_{r,r-s} C_{r-s,i} \tag{3.40}$$

donde  $i = 1, 2, 3, 4, \dots, r-1$  y  $C_{rr} = 1$  [4]. Con esto ya se pueden calcular los coeficientes de aberración, lo cual es descrito en la siguiente sección.

## 3.7. Cálculo de los coeficientes de aberración

Una vez que ya se han calculado los coeficientes  $B_r$  y  $C_{ri}$ , los coeficientes de Zernike  $A_r$ , de la ecuación (3.20), pueden ser obtenidos al sustituir la ecuación (3.38) en la ecuación (3.30) [4], quedando:

$$\begin{aligned}
 W(\rho, \theta) &= \sum_{r=1}^L B_r \left( U_r + \sum_{i=1}^{r-1} C_{ri} U_i \right) \\
 &= B_1 U_1 + \sum_{r=2}^L B_r \left( U_r + \sum_{i=1}^{r-1} C_{ri} U_i \right)
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

donde los coeficientes  $C_{ri}$  están dados por la expresión (3.40), y al sustituirlos en la ecuación (3.41) queda la siguiente expresión ya simplificada:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{r=1}^{L-1} \left( B_r + \sum_{i=r+1}^L B_i C_{ir} \right) U_r + B_L U_L \tag{3.42}$$

Comparando esta expresión con la (3.20), se definen a los coeficientes  $A_r$  como:

### Capítulo 3. Ajuste del Frente de Onda

$$A_r = B_r + \sum_{i=r+1}^L B_i C_{ir} , \quad (3.43)$$

con  $r = 1, 2, 3, \dots, (L - 1)$  y  $A_L = B_L$  [4].

Una vez que se ha revisado la sustentación teórica de este trabajo, se puede iniciar con el diseño de la propuesta de la aplicación de software, la cual consistirá en la implementación de algoritmos que permitan obtener un conjunto de datos a partir de ciertos puntos en las franjas de los interferogramas a procesar y con ello aplicar lo visto en este capítulo para determinar los coeficientes de aberración presentes en la lente adaptiva.

# **Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes**

## **4.1. Introducción**

Las aberraciones en un sistema óptico se pueden conocer al realizar un análisis de los interferogramas que genera este sistema, el análisis se realiza sobre las franjas brillantes u oscuras que lo forman. Para poder llevar a cabo éste análisis cada interferograma es tratado como una imagen digital en escala de grises, a la cual se le aplican ciertos algoritmos de preprocesamiento para resaltar las franjas del interferograma y con ello llevar a cabo el análisis. En este capítulo se realiza una revisión de algunos conceptos de procesamiento digital de imágenes utilizados en este trabajo, tales como la definición de imagen digital, histograma, binarización, filtro de la media y adelgazamiento.

## 4.2. Imagen Digital

Para poder definir que es una imagen digital, primero se mencionará la definición de una imagen. Una imagen se puede definir como función bidimensional de intensidad de luz indicada por la función  $f(x, y)$ , donde indica el valor de la intensidad de luz en el punto  $(x, y)$ , que representan las coordenadas espaciales [12]. Ahora, para obtener una imagen digital, la imagen  $f(x, y)$  debe ser digitalizada tanto espacialmente como en su amplitud. La digitalización de las coordenadas espaciales  $(x, y)$  se denomina muestreo de la imagen y la digitalización de la amplitud se denomina cuantificación de niveles de gris [12].

Una imagen digital puede considerarse como una matriz de  $N \times M$  como se indica por el elemento de la derecha de la siguiente ecuación [12]:

$$f(x, y) \approx \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0, M-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1, M-1) \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ f(N-1,0) & f(N-1,1) & \dots & f(N-1, M-1) \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

donde cada elemento de la matriz es una cantidad discreta, tanto para el valor de  $f$  como para las coordenadas espaciales  $(x, y)$ . A cada elemento de la matriz se le denomina elemento de la imagen o píxel. La posición de un píxel en la imagen digital está representada por una fila  $i$  y una columna  $j$ , donde  $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$  y  $j = 0, 1, 2, \dots, M-1$ . El valor del píxel  $(i, j)$  indica el nivel de gris del punto en la imagen, como se muestra en la Figura 4.1. Para imágenes en niveles de gris la intensidad normalmente se cuantifica en el intervalo  $[0, 255]$ , al cual se le denomina escala de grises y en donde 0 se considera como negro, y a 255 como blanco.

## Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes

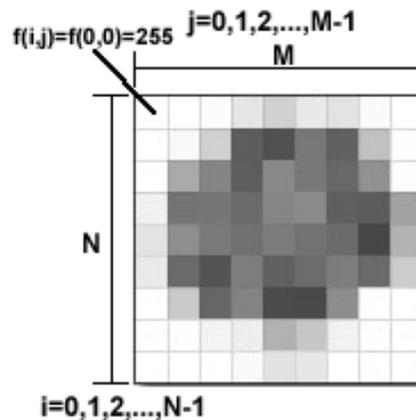


Figura 4.1. Representación de una imagen digital en niveles de grises.

Varias de las de las operaciones de procesamiento de imágenes requieren que la imagen a procesar primero sea binarizada. Las imágenes que únicamente están representadas por dos niveles de gris se llaman imágenes binarias. En la siguiente sección se define qué es un histograma y cómo se lleva a cabo la binarización al analizar el histograma de la imagen.

### 4.3. Histograma y Binarización

El histograma de una imagen digital con niveles de gris en el rango  $[0, L-1]$ , es una función discreta  $p(r_k) = n_k / n$ , donde  $r_k$  es el  $k$ -ésimo nivel de gris,  $n_k$  es el número de píxeles de la imagen con ese nivel de gris,  $n$  es el número total de píxeles de la imagen y  $k = 0, 1, 2, \dots, L-1$  [12]. Para una imagen en niveles de gris, el histograma es una gráfica que muestra la información sobre el número de píxeles de cada nivel de gris en la imagen. Usualmente el intervalo se define entre 0 (negro) y 255 (blanco), como se puede ver en la Figura 4.2.

## Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes

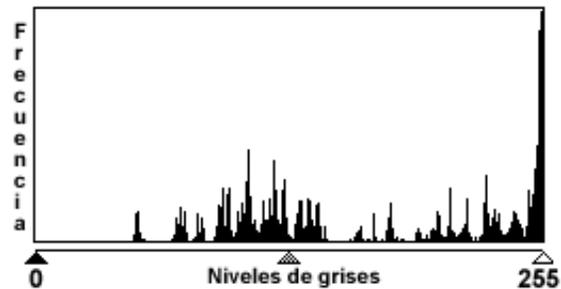


Figura 4.2 Histograma de la Figura 4.1.

Uno de los usos del histograma es en la binarización de una imagen, es decir, convertirla en una imagen en blanco y negro tratando de conservar las características de la imagen. La forma usual de binarizar una imagen es eligiendo un valor adecuado, llamado umbral, dentro de los niveles de grises de la imagen [12]. Todos los niveles de grises menores que el umbral se convierten en negro (0) y los mayores al umbral se convierten en blanco (255). El umbral es aquel valor que forme un “valle” en el histograma, es decir, es el valor con mayor frecuencia de entre 0 y 255, como se puede observar en la Figura 4.3.

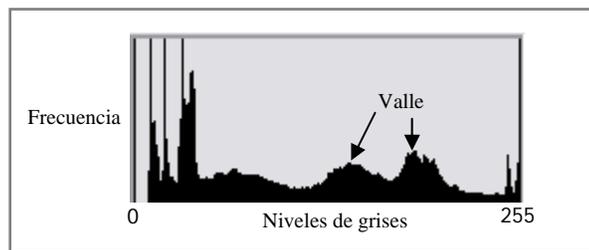


Figura 4.3. Valle en el histograma de una imagen en niveles de grises.

Debido a la introducción de ruido en una imagen por los sistemas ópticos, es necesario aplicar algunas técnicas de procesamiento de imágenes que eliminen el ruido presente en la imagen, dentro de esas técnicas se encuentra el filtrado. En la siguiente sección se explicará el Filtro de la Media, que es el filtro que se utilizó en este trabajo.

## 4.4. Filtro de la Media

El principal objetivo de las técnicas de mejora es procesar una imagen de forma que resulte más adecuada que la original para una aplicación específica. Los métodos de mejora de la imagen se clasifican en: métodos en el dominio espacial y métodos en el dominio de la frecuencia. El dominio espacial se refiere al propio plano de la imagen y las técnicas de esta categoría se basan en la manipulación directa de los píxeles de la imagen. El dominio de la frecuencia se basa en la modificación de la transformada de Fourier de una imagen [12].

Dentro de los métodos en el dominio espacial se encuentran los filtros suavizantes y los filtros realzantes. Los filtros suavizantes se emplean para hacer que la imagen aparezca algo borrosa y también para reducir el ruido. Los filtros realzantes destacan los detalles finos de una imagen o intensifican detalles que han sido difuminados [12]. Cuando el objetivo es la reducción del ruido más que el difuminado, el empleo de los filtros de mediana representa una alternativa, dentro de ellos se encuentra el Filtro de la Media.

122	100	120
150	150	140
135	135	100

$$media = \frac{122 + 100 + 120 + 150 + 150 + 140 + 135 + 135 + 100}{9} = 128$$

Figura 4.4. Ejemplo del método del filtro de la media para un píxel.

El Filtro de la Media consiste en sustituir un píxel por la media del valor de sus píxeles vecinos [13]. La media es calculada con el píxel bajo consideración (o píxel central) y todos los valores de los píxeles vecinos. Una vez que se tiene la media se sustituye al

## Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes

píxel central por este valor como se muestra en la Figura 4.4. Este cálculo de la media se realiza para todos los elementos de la matriz que forman a la imagen.

La disminución del ruido permite mejorar el proceso de identificación de regiones en las imágenes y con esto se puede aplicar un procesamiento particular a los diferentes segmentos de la imagen. Uno de los métodos de segmentación es el adelgazamiento, el cual se definirá en la siguiente sección.

### 4.5. Adelgazamiento

El estudio del análisis de imágenes consiste en extraer cierta información de una imagen de acuerdo al estudio que se esté realizando. Muchas veces el primer paso del análisis consiste en segmentar la imagen. La segmentación subdivide una imagen en sus partes constituyentes u objetos [12]. En el caso de este trabajo es importante obtener la región central de las franjas de interferencia por lo cual se utilizó un algoritmo de adelgazamiento.

Los algoritmos de adelgazamiento tienen como objetivo obtener el esqueleto de la imagen, esto es, identificar aquellos píxeles pertenecientes a un objeto que son necesarios para mantener la forma del mismo. Una de las técnicas de adelgazamiento es la de Stentiford [14].

Al aplicar los algoritmos de adelgazamiento se presentan algunos problemas como *Necking*, *Tailing* y *Line Fuzz* [14]. Para eliminarlos se recomienda preprocesar la imagen antes de llevar a cabo el adelgazamiento, este preprocesamiento se describe en la sección 4.5.1. Para mejorar los resultados del adelgazamiento se puede aplicar una etapa de Post-Adelgazamiento, la cual se describe en la sección 4.5.3.

### 4.5.1. Preprocesamiento al Adelgazamiento

En el caso de que no sean preprocesadas las imágenes previamente a la aplicación del algoritmo de adelgazamiento se presentan algunos problemas como *Necking*, *Tailing* y *Line Fuzz*, éstos se pueden visualizar en la Figura 4.5 y se describen a continuación [14]:

- *Necking*: se presenta cuando en una intersección ancha de dos líneas se adelgaza en un segmento.
- *Tailing*: se presenta cuando dos líneas se unen en un ángulo demasiado cerrado, aparece un segmento extra que no corresponde a la imagen.
- *Line Fuzz*: se presenta cuando un píxel en el borde de la imagen puede crear un segmento extra que se une al esqueleto.

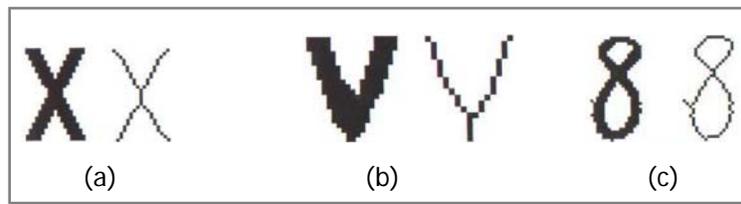


Figura 4.5. Problemas del adelgazamiento de una imagen.

(a) *Necking*, (b) *Tailing* y (c) *Line Fuzz*.

Para evitar este tipo de problemas el algoritmo sugiere preprocesar primero la imagen. Este preprocesado ayudará a minimizar los problemas antes mencionados. El preprocesado consta de los siguientes pasos [15]:

- i) Eliminar hoyos, se trata de identificar a aquellos píxeles aislados que puedan conducir al problema de *Tailing*.
- ii) Suavizado, se trata de eliminar todas las irregularidades de la imagen, suavizando los bordes, para minimizar el problema de *Line Fuzz*.
- iii) Énfasis en los ángulos cerrados, se trata pronunciar más el ángulo y así evitar el problema de *Necking*.

Uno de los métodos para eliminar los hoyos es por medio de la revisión de la imagen utilizando una serie de plantillas como la que se muestra en la Figura 4.6. En el

## Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes

artículo de Stentiford y Motimer se puede ver la colección completa de estas plantillas [15]. La plantilla se le aplica a cada píxel de la imagen y se revisa si hay una coincidencia entre los píxeles de la mascarilla y los píxeles de la imagen. La **X** significa que no importa el color que exista en la imagen. Donde existe una coincidencia se modifica la imagen, cambiando los píxeles vecinos o cambiando el píxel central.

X	X	●	●	●	X	X
X	●	●	●	●	●	X
X	●	●	●	●	●	X
●	●	●	○	●	●	●
●	●	●	○	●	●	●
X	●	●	●	●	●	X
X	●	●	●	●	●	X
X	X	●	●	●	X	X

Figura 4.6. Un ejemplo de una plantilla para la detección de hoyos.

El suavizado se realiza borrando todos aquellos píxeles que tengan dos o menos vecinos del color negro y además tengan una **conectividad** menor a dos. Eliminando estas irregularidades de la imagen se puede minimizar el problema de *Line Fuzz* [15].

El énfasis en los ángulos cerrados se realiza convirtiendo a color blanco, aquellos píxeles que se encuentren cerca de la unión de dos líneas que formen un ángulo cerrado. Uno de los métodos utilizados para hacer este proceso es por medio de plantillas como la que se muestra en la Figura 4.7. En el artículo de Stentiford y Motimer se puede ver la colección completa de estas plantillas [15]. Al igual que para eliminar hoyos se busca una coincidencia de los píxeles de la imagen con los de la plantilla para realizar el procedimiento.

## Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes

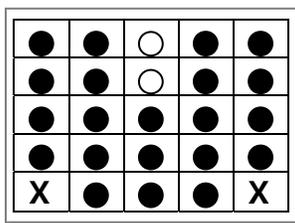


Figura 4.7. Ejemplo de una plantilla utilizada para el énfasis en los ángulos cerrados.

### 4.5.2. Adelgazamiento Stentiford

Después de aplicarle preprocesamiento a la imagen se le aplica el algoritmo de adelgazamiento de Stentiford. Este algoritmo también consiste en recorrer la imagen con una serie de plantillas, las cuales se muestran en la Figura 4.8. Si se presenta una coincidencia de la plantilla con la imagen se elimina el píxel de la imagen [15].

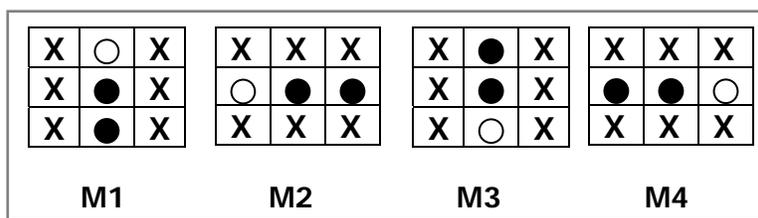


Figura 4.8. Plantillas para realizar el adelgazamiento Stentiford.

Como ya se mencionó se aplican las cuatro plantillas de la Figura 4.8 a la imagen que se quiere adelgazar. Sin embargo no todas estas plantillas se aplican de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo como pudiera pensarse, sino que el algoritmo dispone la aplicación en distintos ordenes como se muestran en la Tabla 4.1.

Orden de aplicación de las plantillas	Dirección en una sola línea	Dirección en varias líneas
Plantilla M1	Izquierda a derecha	Arriba hacia abajo
Plantilla M2	Abajo hacia arriba	Izquierda a derecha
Plantilla M3	Derecha a izquierda	Abajo hacia arriba
Plantilla M4	Arriba hacia abajo	Derecha a izquierda

Tabla 4.1. Orden de uso de plantillas.

## Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes

Es mediante la eliminación sucesiva de píxeles como este algoritmo obtiene el esqueleto de la imagen. Se marca un píxel para ser eliminado, si existe una coincidencia con la plantilla, el píxel no es **punto final** y tiene **conectividad** uno [15]. Cuando se haya finalizado de comparar todos los píxeles de la imagen con las cuatro plantillas, se borran los píxeles que hayan sido marcados. Si se borró algún píxel se repite el proceso antes descrito, en caso contrario se termina el algoritmo.

Un píxel es punto final si únicamente está conectado a un píxel de su mismo color, es decir, si un píxel negro sólo tiene un vecino negro de los ocho posibles vecinos. La conectividad es la medida por medio de cuantos objetos están conectados a un píxel en particular [16]. En la Figura 4.9 se muestra ejemplos de la conectividad que puede presentar un píxel.

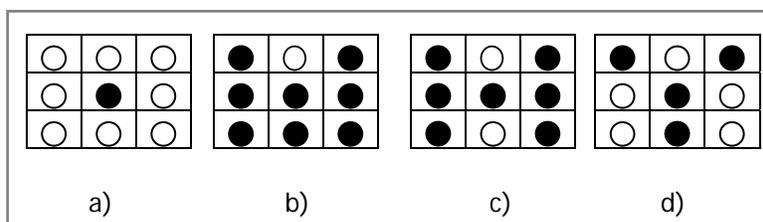


Figura 4.9. Ejemplos de conectividad: a) conectividad=0 b) conectividad=1  
c) conectividad=2 d) conectividad=3

### 4.5.3. Post-Adelgazamiento

El proceso de Post-Adelgazamiento (*Post-Thinning*) consiste en eliminar todos aquellos píxeles que no sean imprescindibles para la **conectividad** de sus vecinos. Tras el proceso de Post-Adelgazamiento, todos los píxeles presentan dos vecinos, exceptuando los extremos y los cruces, que presentarán uno o varios vecinos [17]. Con este procedimiento se intenta mejorar los resultados de la técnica de adelgazamiento.

El proceso aplicado a cada píxel es el siguiente, de acuerdo a la numeración de los vecinos de un píxel P1 que se representan en la Figura 4.10:

- Se calcula la conectividad del píxel P1.

## Capítulo 4. Conceptos de Procesamiento Digital de Imágenes

- Si la conectividad es igual a 0, significa que el píxel no tiene vecinos por lo tanto se elimina.
- Si la conectividad es igual a 1 no se elimina el píxel.
- En otro caso:
  - Para cada vecino par (2, 4, 6 ó 8) de P1 se realiza lo siguiente:
    - Si el vecino par está en negro y los siguientes están en blanco y negro respectivamente, poner el vecino siguiente a negro (sólo para este cálculo, después vuelve a ser blanco).
    - A continuación se vuelve a calcular la conectividad de P1. Si la conectividad ahora es 1, se elimina el píxel. En caso contrario, el píxel es imprescindible para la conectividad de sus vecinos.

P3	P2	P9
P4	P1	P8
P5	P6	P7

Figura 4.10. La nomenclatura para los diferentes vecinos de un píxel P1.

Una vez que se ha revisado la sustentación teórica de este trabajo, se puede iniciar con el diseño de la propuesta de la aplicación de software, la cual consistirá en la implementación de los algoritmos visto en este capítulo para obtener un conjunto de datos a partir de ciertos puntos en las franjas de los interferogramas a procesar y con ello aplicar lo visto en el capítulo 3 para determinar los coeficientes de aberración presentes en la lente adaptiva.

## **Capítulo 5.    Diseño de la Aplicación de Software**

### **5.1. Introducción**

Uno de los métodos más utilizados, de manera experimental, para determinar las aberraciones presentes en una lente rígida es por medio del análisis de un interferograma. El método consiste en colocar la lente rígida bajo prueba en un arreglo **interferométrico** y producir un patrón de interferencia para realizar mediciones sobre las franjas producidas y con ello calcular las aberraciones presentes en la lente. El presente trabajo trata de determinar el comportamiento de las aberraciones en una lente adaptiva utilizando repetidas veces el método antes mencionado.

Al fijar los parámetros geométricos de una lente adaptiva se le puede ver como una lente rígida y si cada cambio en los parámetros de la lente adaptiva se toma como otra lente rígida, entonces se podría ver a una lente adaptiva como varias lentes rígidas. De esta manera se podrían determinar las aberraciones presentes en cada una de estas lentes y así determinar el comportamiento de las aberraciones en la lente adaptiva. Esto se puede visualizar graficando el cambio de cada una de las aberraciones con respecto al cambio en los parámetros geométricos. Tratar de determinar el comportamiento de las

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

aberraciones en una lente adaptiva sin una aplicación de cómputo sería una tarea muy laboriosa, ya que se debe realizar una gran cantidad de cálculos para determinar las aberraciones registradas en un interferograma, además para el caso de este trabajo se debe realizar repetidas veces el proceso. Es por ello que mediante una aplicación de software se automatiza este proceso.

En este capítulo se describe el diseño de la aplicación de software, la cual es desarrollada en un lenguaje de alto nivel, bajo el paradigma de programación orientada a objetos (POO). Para describir el diseño de esta aplicación se utilizan diagramas del Lenguaje de Modelado Unificado (UML), que actualmente es un estándar para visualizar, especificar, construir y documentar sistemas de software [18]. El lenguaje de desarrollo que se seleccionó para implementar la aplicación es Java, por ser un lenguaje que soporta el paradigma orientado a objetos y tener una gran colección de bibliotecas de clases que ayudaron al desarrollo de la aplicación.

La finalidad principal de la aplicación es determinar el comportamiento de las aberraciones presentes en una lente adaptiva. Para ello se necesita procesar un conjunto de patrones de interferencia generados por un interferómetro que utilice esta lente. Cada patrón de interferencia debe representar distintos parámetros geométricos de la lente y cada uno de ellos se puede procesar para hallar las aberraciones presentes en él. Con esta información se puede graficar el cambio de cada una de las aberraciones con respecto al cambio de los parámetros geométricos y de esta manera poder visualizar el comportamiento de cada aberración en la lente adaptiva.

La aplicación requiere de un conjunto de interferogramas, como datos de entrada, para ser procesados y con ello obtener la información necesaria para generar las gráficas que describan el comportamiento de cada una de las aberraciones presentes en dichos interferogramas. Los interferogramas de entrada deben representar las variaciones de los parámetros geométricos de la lente adaptiva. Cada uno de estos interferogramas debe estar almacenado como una imagen en formato jpeg, gif, o png. La entrada de los interferogramas a la aplicación puede ser de manera conjunta o individual, esto depende

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

de la ubicación de los mismos. Si los patrones se encuentran en un mismo directorio, se selecciona al conjunto de interferogramas y estos se agregan a la aplicación, de lo contrario, se localiza cada interferograma y se va agregando uno por uno.

El procesamiento de interferogramas consiste en aplicar el mismo método a cada interferograma que determine las aberraciones presentes en cada uno de ellos, para ello se deben analizar las franjas que conforman cada uno de los interferogramas. El análisis consiste en medir y adquirir de las franjas del interferograma un conjunto de parámetros necesarios para poder calcular las aberraciones, esto se explicará en la sección 5.3. Para mejorar los resultados en la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma, primero se aplica a la imagen algunos algoritmos de preprocesamiento de imágenes tales como: un filtro para disminuir el ruido, binarización de la imagen y un algoritmo de adelgazamiento. Después de obtener el conjunto de parámetros de las franjas se aplica el ajuste del frente de onda, visto en la sección 3.5 y 3.6, para obtener los coeficientes de aberración. En la etapa de reconstrucción del interferograma se utilizan los coeficientes de aberración obtenidos en la etapa anterior para llevar a cabo su tarea de reconstruir un interferograma. Para finalizar, se lleva a cabo la graficación de la variación de las aberraciones en el conjunto de interferogramas. Para cada aberración se genera una gráfica mostrando la variación que ha tenido la aberración en cada interferograma. Con esto se puede visualizar el comportamiento de cada una de las aberraciones presentes en la lente adaptiva. Los pasos antes descritos se pueden visualizar en la Figura 5.1, donde se utilizan diagramas UML.

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

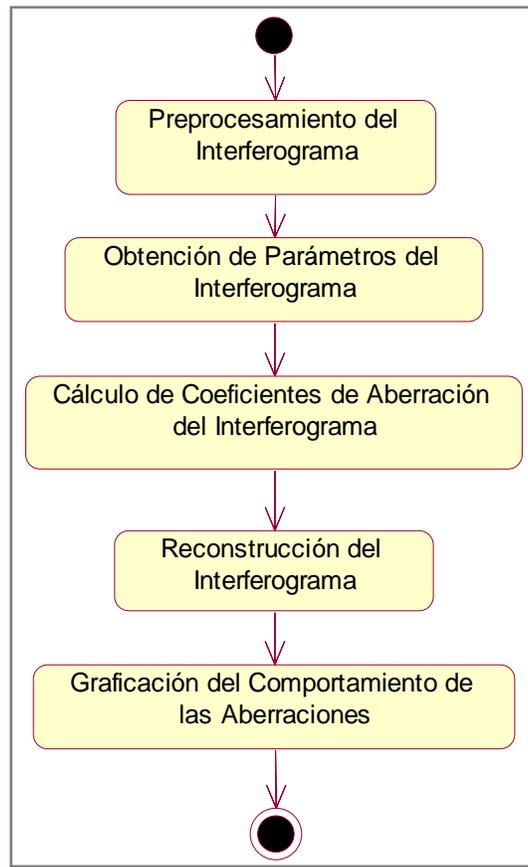


Figura 5.1. Diagrama principal de la aplicación.

En las siguientes secciones se describe más detalladamente cada uno de los estados de actividad representados en la Figura 5.1. Las operaciones que se aplican a un interferograma son las mismas para todos los demás, razón por la cual en las siguientes secciones únicamente se describen las operaciones aplicadas a un sólo interferograma. A excepción de la sección de graficación del comportamiento de las aberraciones, ya que en esta sección se representa el resultado conjunto del procesamiento de todos los interferogramas.

## 5.2. Preprocesamiento del Interferograma

El Preprocesamiento del Interferograma tiene como objetivo, eliminar el ruido, aumentar el contraste y resaltar características de la imagen que aumenten las posibilidades de tener mejores resultados en el objetivo principal. La etapa de Preprocesamiento de la Imagen comienza por la eliminación del ruido al aplicarle el Filtro de la Media. A continuación se resalta el contraste por medio de la Binarización del Interferograma. Después se determina el Centro del Interferograma, debido a que regularmente no coincide con el centro de la imagen y es necesario porque se toma como referencia en la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma. Para finalizar el preprocesamiento, a la imagen se le aplica un algoritmo de adelgazamiento para resaltar la región central de las franjas de interferencia, que son necesarias para obtener los datos que se requieren en la siguiente etapa. En la Figura 5.2 se visualizan los pasos antes descritos, y en las siguientes secciones se describirán a mayor detalle cada uno de estos pasos.

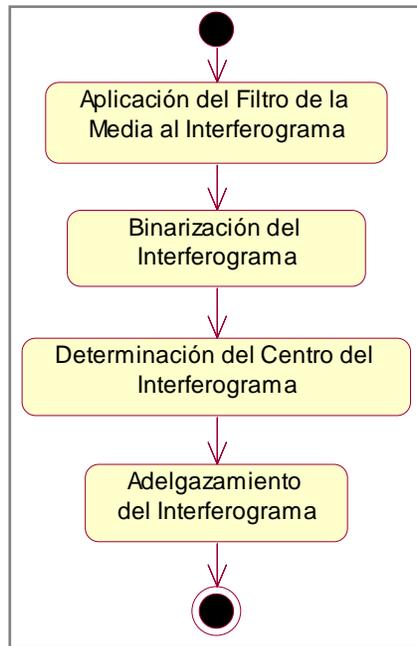


Figura 5.2. Diagrama del estado de actividad Preprocesamiento del Interferograma.

### 5.2.1. Aplicación del Filtro de la Media al Interferograma

Al aplicar el Filtro de la Media a un interferograma disminuye el ruido, permitiendo obtener mejores resultados en las tareas de Binarización, Adelgazamiento y Obtención de Parámetros del Interferograma. La mejoría en la Binarización se presenta cuando las franjas del interferograma no se engruesan o adelgazan demasiado y por lo tanto los centros de las franjas no se desplazan, permitiendo así poder obtener información lo más cerca de los centros de las franjas. Es decir, al mantener el ruido en la imagen la selección del límite del umbral para la binarización no es la más adecuada, provocando que el grosor de las franjas varíe y por consiguiente los centros de las franjas se desplacen. Asimismo el filtro disminuye la presencia de ciertos problemas de adelgazamiento como son *Necking*, *Tailing* y *Line Fuzz* [14]. Al disminuir estos problemas mejora el resultado final de adelgazamiento y con ello mejora la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma al permitir obtener parámetros de puntos lo más cerca al centro de las franjas.

Para aplicar el Filtro de la Media se hace uso del algoritmo descrito en la sección 4.4. Una vez que se tiene la imagen filtrada se lleva a cabo la Binarización, como se describirá en la siguiente sección.

### 5.2.2. Binarización del Interferograma

La Binarización del Interferograma es necesaria debido a que el algoritmo de adelgazamiento está diseñado para procesar imágenes binarias. La Binarización se lleva a cabo de acuerdo a lo descrito en la sección 4.3, pero debido a que en las imágenes utilizadas en este trabajo se presentan dos frecuencias muy altas, una para valores cercanos a 0 y otra para valores cercanos a 255, se tomó el criterio de seleccionar dos

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

valles para después calcular el promedio de ambos y asignar ese valor al umbral. Es decir, de 0 a 128 se selecciona un valle y de 128 a 255 se selecciona otro para promediarlos y establecer el umbral. La selección del umbral en la binarización determina la variación del ancho de las franjas del interferograma, provocando así un desplazamiento de los centros de las franjas cuando se lleva a cabo el adelgazamiento debido a esa variación. Esto ocasiona que en la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma se midan puntos lejos del centro de las franjas y por lo tanto varíen los resultados del cálculo de los coeficientes de aberración.

Posteriormente se determina el centro del interferograma binarizado. Debido a que éste raramente coincide con el centro de la imagen y es necesario localizarlo porque será utilizado como referencia en la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma. La manera de localizar dicho centro se describe en la siguiente sección.

### 5.2.3. Determinación del Centro del Interferograma

En las imágenes utilizadas en este trabajo, el centro del interferograma regularmente no coincide con el centro de la imagen. Por ello es necesario implementar un algoritmo que nos permita determinar el centro del interferograma, dado que es el punto de referencia para obtener los demás datos en la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma.

Para obtener el centro del interferograma, primero se deben encontrar los límites horizontales  $(x_1, x_2)$  y los límites verticales  $(y_1, y_2)$  del patrón de interferencia en la imagen, como se puede observar en la Figura 5.3. Después de obtener estos límites se puede determinar el centro del interferograma como:

$$x = x_1 + \frac{x_2 - x_1}{2} \quad (5.1)$$

y

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{2} \quad (5.2)$$

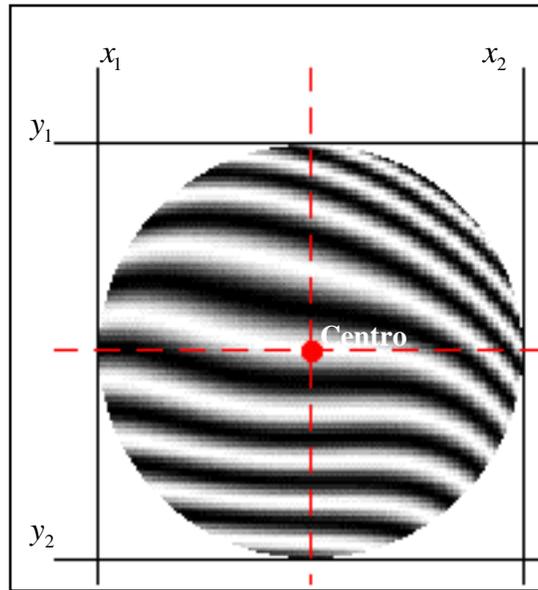


Figura 5.3. Límites horizontales, verticales y centro de un interferograma no centrado en el cuadro de imagen.

Para encontrar cada límite horizontal y vertical se realiza un barrido, el cual consiste en buscar una serie consecutiva de píxeles del mismo color en el sentido que se está realizando dicho barrido, es decir, para cuando la imagen tiene fondo blanco se busca un conjunto de píxeles negros, de lo contrario se busca un conjunto de píxeles blancos. Cuando se encuentra esa serie consecutiva de píxeles, se le asigna al límite la posición del primer píxel donde se inicio el barrido. Para encontrar el límite horizontal izquierdo ( $x_1$ ) el barrido se realiza de arriba hacia abajo de izquierda a derecha; para el límite horizontal derecho ( $x_2$ ) el barrido se realiza de arriba hacia abajo de derecha a izquierda; para el límite vertical superior ( $y_1$ ) el barrido se realiza de izquierda a derecha de arriba hacia abajo; y para el límite vertical inferior ( $y_2$ ) el barrido se realiza de izquierda a derecha de abajo hacia arriba.

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

Para finalizar la etapa de Preprocesamiento del Interferograma se aplica el algoritmo de adelgazamiento Stentiford, el cual permite resaltar la parte central de las franjas del interferograma. Estas regiones se deben identificar para poder obtener los datos que se requieren en la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma. En la siguiente sección se describe más detalladamente el algoritmo empleado para este fin.

### 5.2.4. Adelgazamiento del Interferograma

El uso de la técnica de adelgazamiento permite identificar la región central de cada una de las franjas de un interferograma. Es necesario distinguir estas regiones para medir parámetros de puntos lo más cerca a los centros de las franjas, mejorando así los resultados del Cálculo de los Coeficientes de Aberración del Interferograma.

Una de las técnicas de adelgazamiento es la de Stentiford, vista en la sección 4.5.2, la cual deja el esqueleto central del patrón de interferencia, es decir, deja la forma central de las franjas del patrón. Es por ello que se utilizó esta técnica ya que permitió obtener parámetros de puntos lo más cerca al centro de las franjas. Debido a que esta técnica presenta algunos problemas tales como *Necking*, *Tailing* y *Line Fuzz*, los cuales se describieron en la sección 4.5.1, se recomienda que la imagen sea preprocesada antes de aplicarle el algoritmo de adelgazamiento con la finalidad de eliminarlos. También se ha observado, que en ocasiones después de haber aplicado el algoritmo de Stentiford, el esqueleto obtenido no es exactamente de un píxel de grosor y para este trabajo es necesario que así lo sea. Por lo tanto, después de aplicar el algoritmo de adelgazamiento a la imagen se le aplica una etapa de Post-adelgazamiento, descrito en la sección 4.5.3. En la Figura 5.4 se muestran los pasos implementados para obtener las regiones centrales de las franjas.

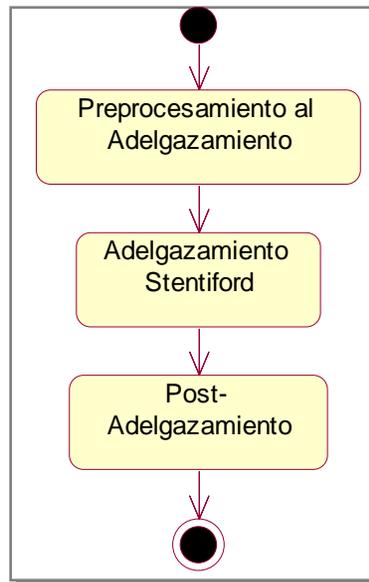


Figura 5.4. Diagrama del estado de actividad Adelgazamiento del Interferograma.

El algoritmo de adelgazamiento es la última tarea de la etapa de Preprocesamiento de Imágenes y como ya se mencionó mejora los resultados en la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma, la cual consiste en medir y adquirir de las franjas del interferograma un conjunto de parámetros necesarios para poder calcular las aberraciones presentes en él. En la siguiente sección se describe la manera de obtener dichos parámetros.

### **5.3. Obtención de Parámetros del Interferograma**

Un interferograma es el resultado de la captura del fenómeno de interferencia, el cual está formado por zonas claras y oscuras las cuales se denominan franjas de interferencia. Las franjas son cambios de máxima irradiancia a mínima irradiancia, los máximos de irradiancia se localizan en el centro de las franjas claras y los mínimos de irradiancia se localizan en el centro de las franjas oscuras. Además con los centros de las franjas se

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

puede asignar el valor de la aberración del frente de onda. Por esta razón, era importante localizar estas regiones en la sección anterior.

En resumen, una vez localizadas las franjas se adquiere un conjunto de parámetros del centro de las franjas tales como: el valor de la aberración del frente de onda y las coordenadas mapeadas al círculo unitario de cada punto. Para calcular el valor de aberración del frente de onda ( $W_i'$ ), primero se calcula el orden de interferencia de cada franja (sección 5.3.1) ya que el valor de aberración del frente de onda es igual a  $m\lambda$  para puntos medidos en franjas oscuras y  $(m + \frac{1}{2})\lambda$  para puntos medidos en franjas brillantes, donde  $m$  ó  $m + \frac{1}{2}$  es el orden de interferencia, dependiendo del tipo de franjas y  $\lambda = 632.8nm$ , la longitud de onda de un láser He-Ne que es utilizado para producir los interferogramas. Los pasos antes descritos se pueden visualizar en la Figura 5.5.

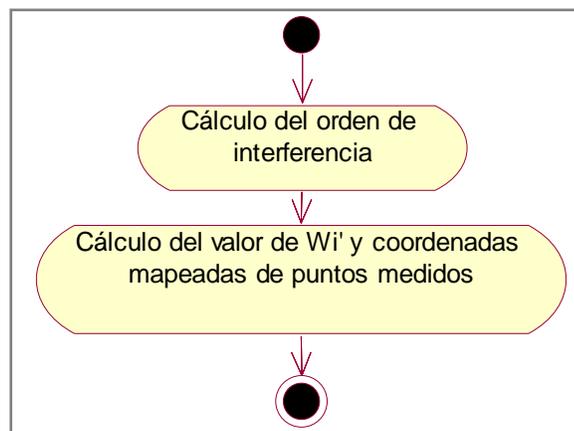


Figura 5.5. Diagrama de la etapa de Obtención de Parámetros del Interferograma.

### 5.3.1. Cálculo del orden de interferencia

Para asignar el orden de interferencia  $m$  a las franjas de un interferograma, se realiza un barrido a la imagen de manera horizontal, vertical y en diagonal. El barrido tiene

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

la finalidad de localizar el número de franjas en ese sentido y la posición  $(x, y)$  de cada franja que se localizó. Para el barrido horizontal se localizan las franjas que se encuentran del centro a la derecha y del centro a la izquierda. Para el barrido vertical se localizan las franjas que se encuentran del centro hacia arriba y del centro hacia abajo. Se realizaron dos barridos diagonales. Para el barrido en diagonal 1 se localizan las franjas que se encuentran del centro hacia la esquina izquierda superior y del centro hacia la esquina derecha inferior. Para el barrido en diagonal 2 se localizan las franjas que se encuentran del centro hacia la esquina derecha superior y del centro hacia la esquina izquierda inferior. En la Figura 5.6 se muestran con diferentes colores la dirección de los barridos para localizar las franjas.

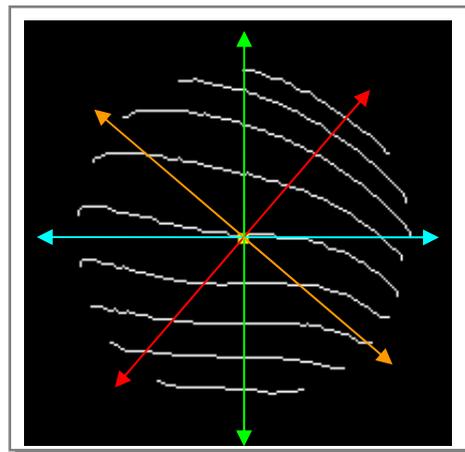


Figura 5.6. Dirección de los barridos para la localización de franjas. Horizontal=Cian, Vertical=Verde, Diagonal 1= Naranja y Diagonal 2=Rojo.

Para los barridos que se hacen en diagonal, también se debe considerar el ángulo con el que se realizará la búsqueda, es decir, si se dibuja un eje horizontal en el centro del interferograma, se mide el ángulo a partir de este eje en sentido contrario a las manecillas del reloj como se muestra en la Figura 5.7. Los ángulos que se determinaron experimentalmente fueron de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ . Se aplica el mismo criterio para el barrido en diagonal 2, en la Figura 5.8 se muestran los ángulos que se utilizaron.

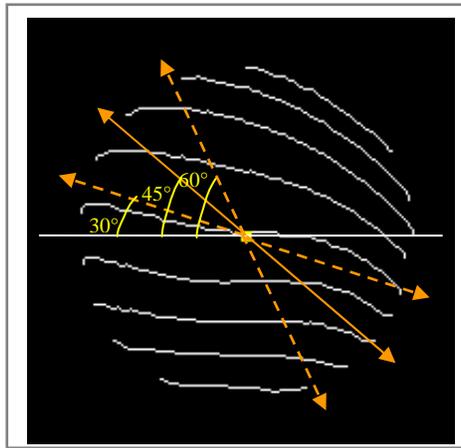


Figura 5.7. Barridos con diferentes ángulos para el barrido en diagonal 1.

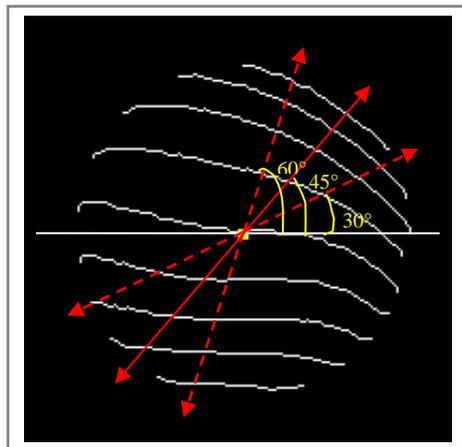


Figura 5.8. Barridos con diferentes ángulos para el barrido en diagonal 2.

El barrido consiste en buscar a partir del centro hacia el sentido correspondiente, un píxel que sea máximo, el cual determina que se ha encontrado una franja en el sentido que se está realizando el barrido. Se guardan las coordenadas de ese máximo y a continuación se busca un píxel que sea mínimo. Si se está en los límites del interferograma se repite este paso, de lo contrario se han encontrado todas las franjas posibles en esa dirección. Para cuando se tiene una imagen con fondo negro el valor del píxel máximo=255, es decir un píxel blanco, y el valor del píxel mínimo=0, es decir, un píxel negro. Cuando el fondo es blanco el valor del píxel máximo=0, es decir, ahora se buscan las franjas negras y el valor del píxel mínimo=255. En la Figura 5.9 se muestra el diagrama de actividades del barrido antes descrito, donde  $Pos(x, y)$  es el método para

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

evaluar que la posición  $(x, y)$  está dentro de los límites del interferograma,  $Val[x][y]$  contiene el valor de nivel de gris del píxel en la posición  $(x, y)$  y  $m$  es el orden de interferencia acumulado.

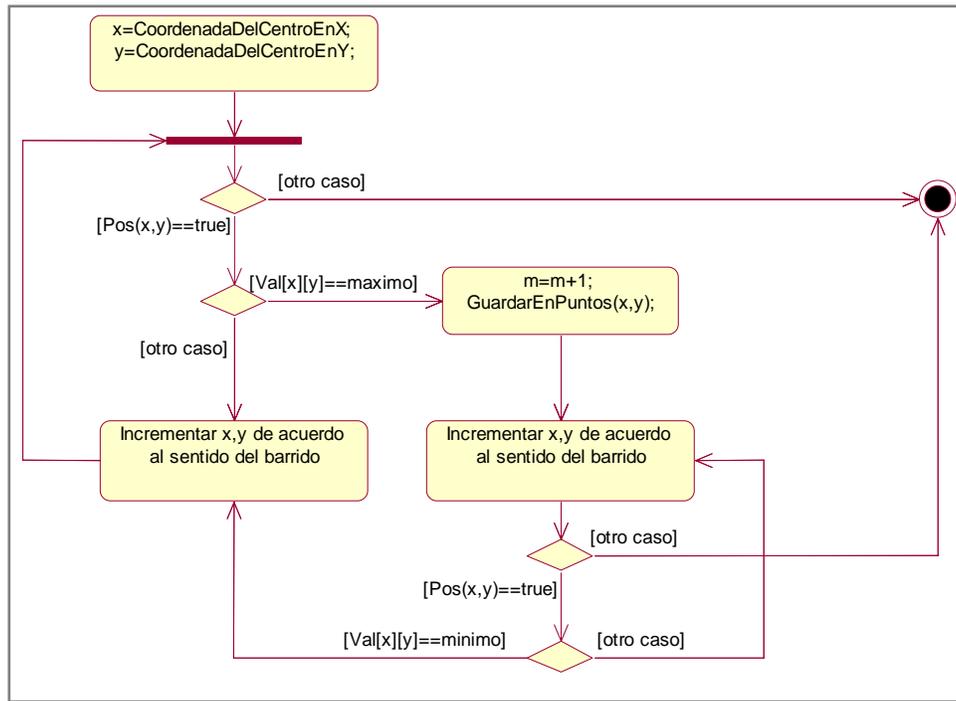


Figura 5.9. Diagrama de actividades del barrido en un interferograma.

Después de haber realizado los barridos, se selecciona el barrido que haya localizado el mayor número de franjas y se almacenan las coordenadas de las franjas localizadas en ese sentido. Posteriormente se ordenan las coordenadas de las franjas localizadas para poder asignar el orden de interferencia a cada franja, de acuerdo a lo descrito en la sección 3.1. Una vez que se asignó el orden de interferencia a cada franja del interferograma se puede iniciar con el proceso de medición de puntos sobre ellas, lo cual se describe en la siguiente sección.

### 5.3.2. Obtención de parámetros de puntos medidos

Después de haber localizado los centros de las franjas del interferograma se puede iniciar con la medición de puntos sobre ellas para obtener el conjunto de parámetros necesarios para calcular los coeficientes de aberración presentes en el interferograma. Los parámetros que se necesitan en la medición de cada punto son: su valor de aberración del frente de onda y sus coordenadas mapeadas a un círculo unitario.

El recorrido de una franja se realiza en dos partes, primero la parte inferior y después la parte superior. Este proceso consiste en buscar el píxel vecino con el mismo color que el píxel central obtenido, sino existe, significa que se ha llegado al final del recorrido de la franja. Para recorrer la parte inferior de una franja se realiza una búsqueda a la derecha y en sentido de las manecillas del reloj, es decir, se inicia comparando el píxel central con el píxel a la derecha, si no coinciden ahora se compara con el píxel de la derecha inferior y así sucesivamente hasta que se encuentre uno del mismo color. Para la siguiente iteración se inicia comparando con el tipo de vecino de la iteración anterior, es decir, si la coincidencia existió con el vecino inferior entonces ahora se compara con su respectivo vecino inferior. En la Figura 5.10 se muestra el orden de comparación con los píxeles vecinos cuando es en sentido al de las manecillas del reloj.

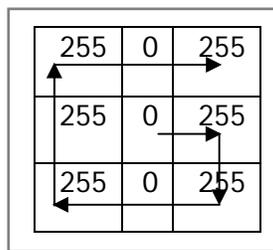


Figura 5.10. Orden de búsqueda de un vecino del mismo color en sentido de las manecillas del reloj.

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

Para recorrer la parte superior de una franja se realiza una búsqueda a la derecha y arriba en sentido contrario de las manecillas del reloj, es decir, se inicia comparando el píxel central con el píxel de la esquina derecha superior, si no coinciden ahora se compara con el píxel superior y así sucesivamente hasta que se encuentre un empate. Para la siguiente iteración se inicia comparando con el tipo de vecino de la iteración anterior. En la Figura 5.11 se muestra el orden de comparación con los píxeles vecinos cuando es en sentido contrario al de las manecillas del reloj.

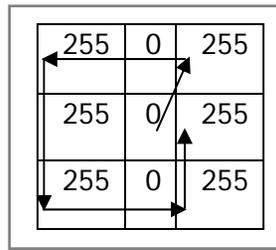


Figura 5.11. Orden de búsqueda de un vecino del mismo color en sentido contrario de las manecillas del reloj.

Conforme se recorre la franja, cada punto que se mide sobre ella se mapea al círculo unitario, el cual consiste en escalar las coordenadas al rango de  $[1,-1]$  ya que los polinomios de Zernike están definidos en este rango, esto se describirá más adelante. Por otro lado, se mide el valor de aberración del frente de onda ( $W'$ ) del punto, el cual es igual a  $m\lambda$  si se están analizando franjas negras (máximos) y  $(m + \frac{1}{2})\lambda$  para franjas blancas (mínimos), de acuerdo a las ecuaciones 2.7 y 2.10. Donde  $m$  es el orden de la franja a la que pertenece ese punto (determinado en la sección anterior). Para cada punto la medición de su valor de aberración del frente de onda será igual a:

$$W'(x, y) = m\lambda \quad (5.3)$$

ó

$$W'(x, y) = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (5.4)$$

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

Es necesario mapear las coordenadas de un punto al círculo unitario debido a que los polinomios de Zernike están definidos en un círculo unitario. El mapeo consiste en escalar las coordenadas a un rango de  $[1,-1]$ , para ello se utilizan las siguientes ecuaciones de traslación [7]:

$$x_j = c + \frac{j}{N-1} * (d - c), \quad (5.5)$$

$$y_i = d - \frac{i}{M-1} * (d - c), \quad (5.6)$$

donde  $i = 0 \dots N-1$  y  $j = 0 \dots M-1$ , tal que  $N$  y  $M$  son las dimensiones de la imagen, y los valores  $d = 1$  y  $c = -1$ ; como se observa en la Figura 5.12.

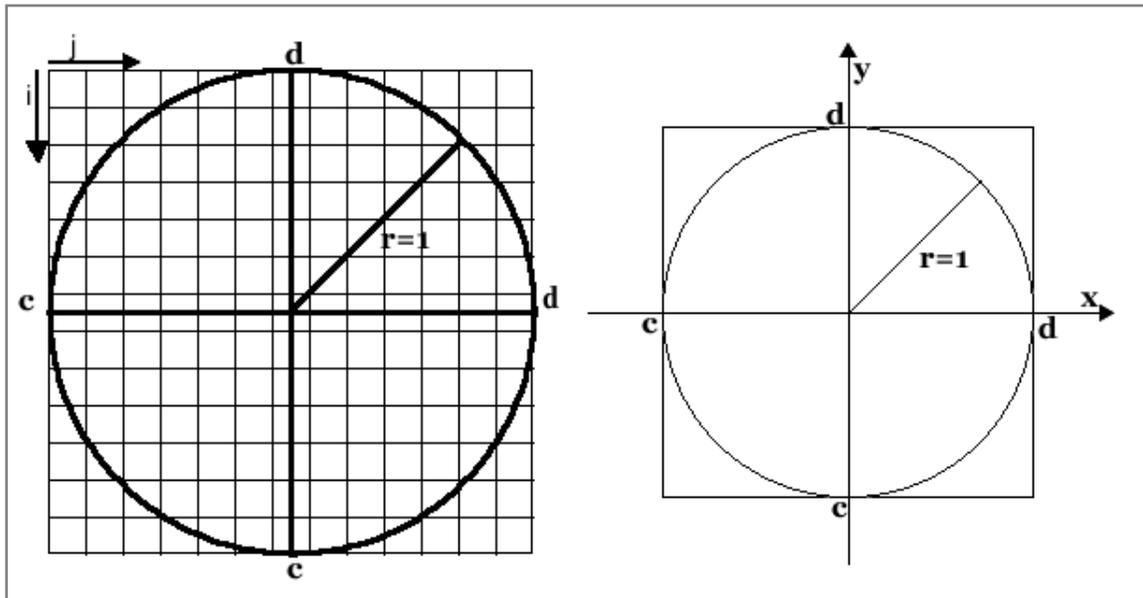


Figura 5.12. Mapeo de una imagen al círculo unitario,  $c=-1$  y  $d=1$ .

Debido a que el interferograma puede no estar centrado, como se observa en la Figura 5.13, se deben de reasignar las coordenadas que estén fuera de los límites del interferograma para poder aplicar las fórmulas para el mapeo de coordenadas al círculo unitario. Se deben de tomar en cuenta las siguientes condiciones para las coordenadas  $(x, y)$  del interferograma:

1. Si  $x < x_1 \Rightarrow x = x_1$ .

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

2. Si  $x > x_2 \Rightarrow x = x_2$ .
3. Si  $y < y_1 \Rightarrow y = y_1$
4. Si  $y > y_2 \Rightarrow y = y_2$
5. Si  $x_1 \leq x \leq x_2 \Rightarrow x = x - x_1$ .
6. Si  $y_1 \leq y \leq y_2 \Rightarrow y = y - y_1$ .

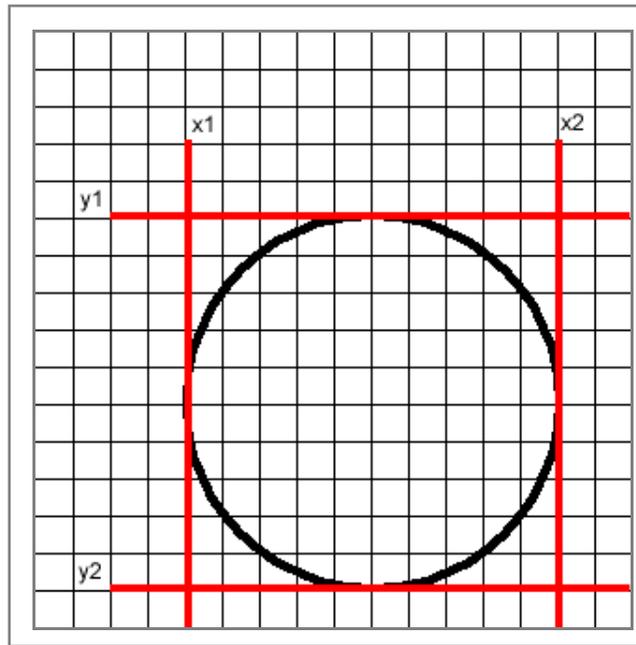


Figura 5.13. Interferograma no centrado en el cuadro de la imagen.

Una vez que se tomaron en cuenta estas condiciones se pueden calcular las nuevas coordenadas  $(x_j, y_i)$  del punto tomado de muestra con coordenadas  $(x, y)$  utilizando las ecuaciones (5.5) y (5.6), las ecuaciones quedan de la siguiente manera:

$$x_j = -1 + \frac{2x}{(x_2 - x_1)}, \quad (5.7)$$

$$y_i = 1 - \frac{2y}{(y_2 - y_1)} \quad (5.8)$$

Con el conjunto de parámetros obtenidos de las franjas del patrón de interferencia se puede llevar a cabo el ajuste del frente de onda y con ello obtener los coeficientes de

aberración presentes en el patrón bajo análisis. Este procedimiento se describe en la siguiente sección.

### **5.4. Cálculo de coeficientes de aberración**

Para determinar los coeficientes de aberración presentes en un interferograma es necesario llevar a cabo un ajuste del polinomio del frente de onda a los datos medidos sobre las franjas de un interferograma. El método más utilizado para realizar el ajuste es por medio de la técnica de mínimos cuadrados, la cual consiste en encontrar los coeficientes del polinomio del frente de onda que mejor representen a los puntos medidos. Debido a que la función del frente de onda representa una función continua y los datos medidos en un interferograma son una serie de puntos discretos, es necesario empatarlos. Para ello es necesario contar con un conjunto de polinomios ortogonales, que permitan representar la función del frente de onda, utilizando los puntos medidos.

La función del frente de onda puede ser representada en términos de los polinomios de Zernike, ya que es una base ortogonal de polinomios. Por esta razón, para cada uno de los puntos medidos de las franjas del interferograma se determinan los polinomios de Zernike. Sin embargo, estos polinomios se definen ortogonales en el espacio continuo y no en espacio discreto, como se presenta en este caso. Debido a que estos polinomios no son ortogonales sobre los puntos medidos, se obtiene un conjunto de polinomios ortogonal utilizando la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt. Posteriormente se lleva a cabo el ajuste del frente de onda al conjunto de puntos medidos con mínimos cuadrados y se finaliza con el cálculo de los coeficientes de aberración utilizando los resultados de las tareas antes descritas. El procedimiento para ajustar las desviaciones del frente de onda se puede resumir en la Figura 5.14 y a continuación se describe a mayor detalle cada uno de estos pasos.

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

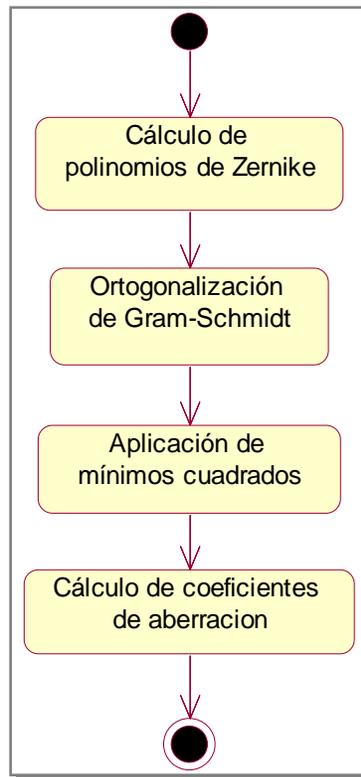


Figura 5.14. Procedimiento para ajustar el frente de onda y cálculo de los coeficientes de aberración.

Para cada punto de los  $N$  medidos sobre el interferograma se calculan cierto número de polinomios de Zernike. El número de polinomios a calcular es determinado por la ecuación 3.22. Para abarcar todas las aberraciones de Seidel asociadas con los polinomios de Zernike, se determinó utilizar los polinomios hasta el grado 4, debido a que son los que están relacionados con las aberraciones de Seidel. Utilizando la ecuación 3.22 y sabiendo que el grado del polinomio  $k$  es igual a 4, se obtiene que  $L = 15$ , por lo tanto, se utilizan los primeros 15 polinomios de Zernike.

Los polinomios de Zernike están representados por un doble índice  $U_{nm}$ , pero pueden estar definidos por un solo índice  $r$ , como se especifico en la sección 3.4 y directamente en la ecuación 3.21. Los primeros 15 polinomios  $U_r$ , se muestran en la Tabla 5.1 [1], son los polinomios que se calcularon para cada punto medido y se almacenan en una matriz de  $15 \times N$ .

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

n	M	R	Polinomio de Zernike	Representación monomial	Significado
0	0	1	1	1	Pistón o término constante
1	0	2	$\rho \text{sen} \theta$	$x$	Distorsión sobre eje x
	1	3	$\rho \cos \theta$	$y$	Distorsión sobre eje y
2	0	4	$\rho^2 \text{sen} 2\theta$	$2xy$	Astigmatismo con eje en 45°
	1	5	$2\rho^2 - 1$	$-1 + 2y^2 + 2x^2$	Curvatura de campo
	2	6	$\rho^2 \cos 2\theta$	$y^2 - x^2$	Astigmatismo con eje en 0° o 90°
3	0	7	$\rho^3 \text{sen} 3\theta$	$3xy^2 - x^3$	Astigmatismo triangular con base en el eje x
	1	8	$(3\rho^3 - 2\rho)\text{sen} \theta$	$-2x + 3xy^2 + 3x^3$	Coma a través del eje $x$
	2	9	$(3\rho^3 - 2\rho)\cos \theta$	$-2y + 3x^2y + 3y^3$	Coma a través del eje $y$
	3	10	$\rho^3 \cos 3\theta$	$y^3 - 3x^2y$	Astigmatismo triangular con base en el eje y
4	0	11	$(\rho^4)\text{sen} 4\theta$	$4y^3x - 4x^3y$	
	1	12	$(4\rho^4 - 3\rho^2)\text{sen} 2\theta$	$-6xy + 8y^3x + 8x^3y$	
	2	13	$(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	$1 - 6y^2 - 6x^2 + 6y^4 + 12x^2y^2 + 6x^4$	Esférica
	3	14	$(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos 2\theta$	$-3y^2 + 3x^2 + 4y^4 - 4x^4$	
	4	15	$(\rho^4)\cos 4\theta$	$y^4 - 6x^2y^2 + x^4$	

Tabla 5.1. Los polinomios de Zernike  $U_r$ .

Con los polinomios de Zernike que se tienen para cada punto medido, se aplica la ortogonalización de Gram-Schmidt para generar un conjunto de polinomios ortogonales

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

sobre los puntos medidos. Se hace uso de las ecuaciones (3.38), (3.40) y (3.36) alternadamente, hasta que todos los coeficientes  $D_{rp}$  y los polinomios  $V_r$  son calculados donde  $r = 2, 3, \dots, L$  y  $p = 1, 2, 3, \dots, (r-1)$ . Se hace uso de una matriz de tamaño  $L \times N$  para almacenar los resultados de  $V_r$  y de  $L \times L$  para  $C_{ri}$  y  $D_{rp}$ . En seguida se aplica la técnica de mínimos cuadrados, con la ecuación (3.29) con  $p = 1, 2, 3, \dots, L$  y con los valores medidos  $W_i'$  de las desviaciones del frente de onda donde  $i = 1, 2, \dots, N$ , se calculan los coeficientes  $B_p$ , estos valores se almacenan en un vector de tamaño  $L$ .

Por último con la ecuación (3.43) con  $r = 1, 2, 3, \dots, L-1$  y  $A_L = B_L$  se calculan todos los coeficientes de aberración  $A_r$ , los cuales se almacenan en un vector de dimensión 15. Con los coeficientes de aberración calculados se puede llevar a cabo la reconstrucción de interferogramas, como se describirá en la siguiente sección. La reconstrucción servirá para comparar de manera visual que los coeficientes de aberración calculados son cercanos a los originales al existir cierta similitud entre el interferograma original y el reconstruido, la reconstrucción se describe en la siguiente sección.

### 5.5. Reconstrucción de interferogramas

En un interferograma se encuentra capturada la desviación del frente de onda, es decir, la aberración del frente de onda. Al obtener un conjunto de puntos de los centros de las franjas del interferograma se puede realizar el ajuste del frente de onda con esos puntos. A continuación se utiliza este resultado para determinar los coeficientes de aberración presentes en el interferograma y con estos coeficientes se reconstruye otro interferograma. El procedimiento anterior se realiza para probar cualitativamente que los datos obtenidos son correctos, al comparar visualmente la semejanza entre el interferograma original y el interferograma reconstruido.

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

Para llevar a cabo la reconstrucción primero se define el ancho y largo del interferograma reconstruido. Estos datos estarán determinados por los límites horizontales  $(x_1, x_2)$  y los límites verticales  $(y_1, y_2)$  del interferograma en la imagen, calculados al ser procesado el interferograma. El ancho es igual a  $x_2 - x_1$  y el largo es igual a  $y_2 - y_1$ . A continuación, para cada punto del interferograma se evalúa el frente de onda  $W$  utilizando la ecuación 3.20. Donde el valor máximo de  $r$  es el número total de polinomios de Zernike utilizados ( $L$ ), los  $U_r$  son los polinomios de Zernike definidos en la Tabla 5.1. y  $A_r$  son los coeficientes de aberración que se van a calcular.

Para cada punto  $(x, y)$  de la imagen a reconstruir, se mapean las coordenadas al círculo unitario, usando las expresiones 5.7 y 5.8. Posteriormente se calcula el radio con la siguiente ecuación:

$$radio(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (5.9)$$

Si el radio está dentro de los límites  $[0,1]$  entonces ese punto se evalúa en la expresión 3.20, de lo contrario es un punto que se encuentra fuera del círculo unitario, por lo tanto, el valor de  $W(x, y) = 0$ . Una vez que se han calculado los valores de  $W(x, y)$  de todos los puntos de la matriz del interferograma a reconstruir, se deben determinar los puntos que pertenecen a las franjas brillantes y los que pertenecen a las franjas oscuras. Después estos valores se escalan al intervalo  $[0, 255]$  para generar el interferograma en escala de grises.

Para determinar los puntos que pertenecen a una franja, se divide a  $W(x, y)$  entre  $\lambda$  ó  $\frac{\lambda}{2}$ , para las franjas oscuras la división es entre  $\lambda$  y para las franjas brillantes es entre  $\frac{\lambda}{2}$ . Debido a que en las ecuaciones 5.3 y 5.4, el resultado de la división indicará el orden de interferencia  $m$  (un número entero) si es que se trata de un punto perteneciente a una franja.

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

Para generar el interferograma en escala de grises, se escalan los nuevos valores de  $W(x, y)$  al intervalo  $[0, 255]$ . Para ello se analiza la parte decimal de los valores de  $W(x, y)$  de cada punto y se toman en cuenta los siguientes criterios que se establecieron experimentalmente:

- Si la parte decimal es mayor o igual a 0.8 (limA) ó menor o igual a 0.2 (limB), significa que ese punto pertenece a un máximo, por lo tanto, se le asigna el valor máximo.
- Si la parte decimal es mayor o igual a .45 (lim2) y menor ó igual a 0.55 (lim1) entonces significa que ese punto pertenece a un mínimo, por lo tanto, se le asignará el valor mínimo.
- Si la parte decimal es mayor al lim1 y menor al limA entonces ese valor se escala entre 1 y 254, para ello se utiliza la siguiente formula:

$$color = \frac{255}{\lim A - \lim 1} * (val - \lim 1) \quad (5.10)$$

- Si la parte decimal es mayor al limB y menor a lim2 entonces ese valor se escala entre 1 y 254, para ello se utiliza la siguiente formula:

$$color = \frac{255}{\lim 2 - \lim B} * (val - \lim B) \quad (5.11)$$

Para interferogramas en donde se analizaron las franjas brillantes, el máximo es igual a 255 y el mínimo es igual a 0, en cambio para las franjas oscuras, el máximo es igual a 0 y el mínimo es igual a 255. En la Figura 5.15 se muestra la escala de valores mencionada anteriormente para llevar acabo la reconstrucción. Una vez que ya se tienen todos los valores de la matriz, se genera una imagen en escala de grises del interferograma reconstruido.

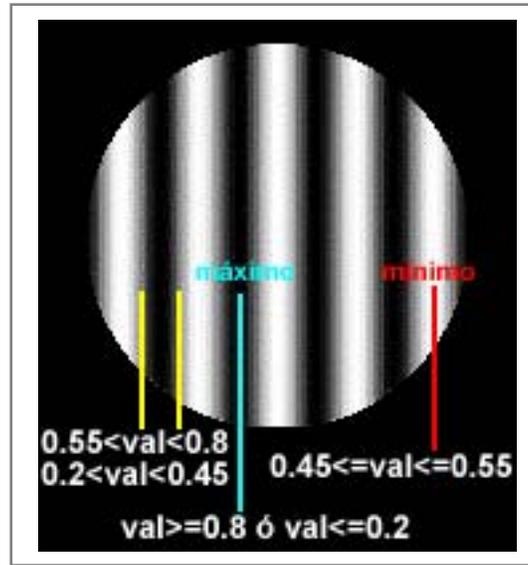


Figura 5.15. Asignación de valores para la reconstrucción de un interferograma.

Para poder determinar el comportamiento de las aberraciones en una lente adaptiva, se deben procesar un conjunto de interferogramas generados por esta lente y determinar sus coeficientes de aberración. Con estos coeficientes se puede generar una gráfica que permita visualizar el comportamiento de las aberraciones con respecto al cambio de los parámetros geométricos de la lente adaptiva, lo cual se describe en la siguiente sección.

## 5.6. Graficación del comportamiento de las aberraciones

Para determinar el comportamiento de las aberraciones en una lente adaptiva, se debe tener un conjunto de interferogramas que representen los cambios en los parámetros geométricos de la lente adaptiva. Estos interferogramas serán procesados para obtener los coeficientes de aberración, como se describió en la sección anterior. Después se generará una gráfica por cada una de las aberraciones de Seidel y por medio de ésta visualizar el comportamiento que tiene cada una de las aberraciones con respecto al cambio en los parámetros geométricos.

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

Para cada gráfica, el eje horizontal corresponde a los interferogramas que representan los cambios de los parámetros geométricos y el eje vertical el valor del coeficiente de aberración correspondiente a cada interferograma. Para cada aberración se calcula el valor máximo y mínimo, los cuales determinarán la división del eje vertical, en el caso que los valores sean de signos contrarios. Además con estos datos se definirán las coordenadas del punto origen de la gráfica  $(x_0, y_0)$  y el valor máximo servirá para calcular la separación entre cada punto en el eje vertical, como se muestra en la Figura 5.16.

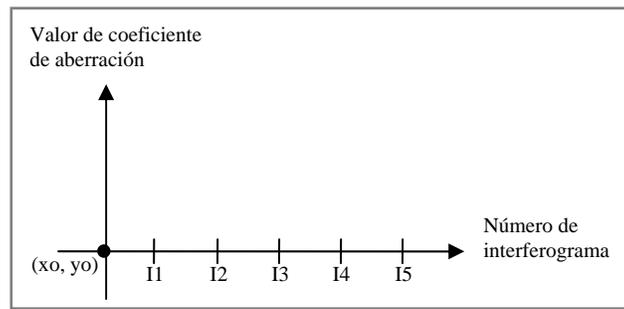


Figura 5.16. Diseño de gráfica para mostrar la variación de cada aberración en cada uno de los interferogramas procesados.

Para el eje x se determina la separación entre cada punto ( $\text{intx}$ ) que representará al número de interferograma en el eje. La separación se calcula con la siguiente ecuación:

$$\text{intx} = \text{ancho} / \text{tam} , \quad (5.12)$$

donde *ancho* corresponde al ancho del eje x y *tam* es el número de interferogramas procesados. Por tanto, la coordenada *x* de cada interferograma es determinada por:

$$x = x_0 + (\text{int x} * i) , \quad (5.13)$$

donde *i* representa el número del interferograma y  $x_0$  es la coordenada en el eje x del punto origen de la gráfica.

## Capítulo 5. Diseño de la Aplicación de Software

Para determinar la separación entre cada punto en el eje vertical ( $inty$ ), cuando todos los valores de los coeficientes de aberración tienen el mismo signo, se utiliza la siguiente expresión:

$$inty = (val / max) * alto , \quad (5.14)$$

donde  $val$  representa el valor del coeficiente de aberración,  $max$  el máximo de los valores de los coeficientes y  $alto$  representa el tamaño del eje vertical. Cuando los valores de los coeficientes de aberración son positivos y negativos se utiliza la siguiente ecuación:

$$inty = (val / max) * (alto / 2) . \quad (5.15)$$

Por lo tanto, la coordenada  $y$  de cada valor de coeficiente de aberración para cada interferograma  $i$  es determinada por:

$$y = y_0 - inty , \quad (5.16)$$

donde  $y_0$  es la coordenada en el eje  $y$  del punto origen de la gráfica.

En el siguiente capítulo se muestran los resultados de la aplicación de software al analizar un conjunto de interferogramas. Se presentan los valores de los coeficientes de aberración obtenidos para cada interferograma y la reconstrucción de cada uno de ellos. Además se muestra la gráfica del comportamiento de cada una de las aberraciones. Las pruebas se realizan para interferogramas simulados e interferogramas generados por la lente adaptiva.

## **Capítulo 6. Pruebas y resultados**

### **6.1. Introducción**

En este capítulo se presentan los resultados de las pruebas efectuadas a la aplicación de software desarrollada. Tales pruebas determinarán si se ha logrado cumplir con el objetivo de la aplicación que es determinar el comportamiento de las aberraciones presentes en un conjunto de patrones de franjas producidos por una lente adaptiva cuando ésta cambia de forma. Las pruebas se dividen en dos etapas, la primera consiste en realizar pruebas con interferogramas simulados y la segunda prueba con interferogramas experimentales. Los interferogramas simulados son generados por una aplicación en Web y los interferogramas experimentales son generados en el laboratorio al evaluar a la lente adaptiva cuando modifica sus parámetros geométricos.

Las ventajas de los interferogramas simulados es el bajo ruido que presentan, el balance entre el brillo y el contraste para distinguir entre las franjas brillantes y oscuras. Estos interferogramas son imágenes ideales que pocas veces se generarán en el laboratorio, pero que han servido para evaluar la aplicación de software desarrollada. En el caso de los interferogramas experimentales, son imágenes que contienen mucho ruido a las cuáles no se les puede aplicar el mismo filtro en la etapa de Preprocesamiento, ya que el ruido presente en cada interferograma es diferente. Además de la saturación de brillo y

## Capítulo 6. Pruebas y resultados

contraste que afecta en las tareas de procesamiento para distinguir entre las franjas brillantes y oscuras. Es por ello que cada interferograma experimental, antes de ser evaluado por la aplicación, se le aplica un preprocesamiento diferente el cual es determinado al evaluar el nivel de ruido, el brillo y el contraste. Aplicando otros filtros para disminuir las deficiencias de las características antes mencionadas, con el objetivo de definir y resaltar las franjas del interferograma para que pueda ser procesado por la aplicación desarrollada.

Como se mencionó anteriormente, las pruebas consistieron de dos etapas: Pruebas con Interferogramas Simulados y Pruebas con Interferogramas Experimentales. En cada prueba se llevaron acabo las siguientes fases: Preprocesamiento, Procesamiento, Reconstrucción y Graficación del Comportamiento de Aberraciones en un conjunto de interferogramas. La fase de Preprocesamiento consiste en evaluar las tareas descritas en la sección 5.2, obteniéndose como resultado final los centros de las franjas del interferograma, necesarios para la siguiente fase. En la fase de Procesamiento se abarcan las tareas de Obtención de Parámetros del Interferograma, los cuales son: el valor de aberración del frente de onda y el mapeo de las coordenadas a un círculo unitario de cada punto medido (descrito en la sección 5.3.2). Además se lleva acabo el Cálculo de Coeficientes de Aberración del Interferograma (descrito en la sección 5.4). En esta fase se obtiene como resultado final los valores de los coeficientes de aberración presentes en un interferograma. La fase de Reconstrucción utiliza los coeficientes de aberración obtenidos para poder llevar acabo su tarea de reconstruir el interferograma. Por último, la fase de Graficación del Comportamiento de las Aberraciones, presenta en una gráfica la variación de las aberraciones para un conjunto de interferogramas. Para cada aberración se genera una gráfica mostrando la variación que ha tenido en cada interferograma. En las siguientes secciones se presentan los resultados obtenidos para las pruebas que se realizan con interferogramas simulados y experimentales, cotejando que los resultados se encuentren dentro de las tolerancias permitidas [3].

## 6.2. Pruebas con Interferogramas Simulados

El objetivo de realizar pruebas con interferogramas simulados es verificar el correcto funcionamiento de la aplicación de software, es decir, debe obtener los mismos valores de los coeficientes de aberraciones que se utilizaron para generarlos. Para generar los patrones se utilizó la aplicación en web "Zernike polynomials to Seidels", desarrollada por James C. Wyant [19]. En ella se introducen los valores de los coeficientes de aberración deseados y la aplicación dibuja el interferograma. En la Figura 6.1 se muestran algunos de los interferogramas simulados que fueron utilizados para la primera etapa de las pruebas.

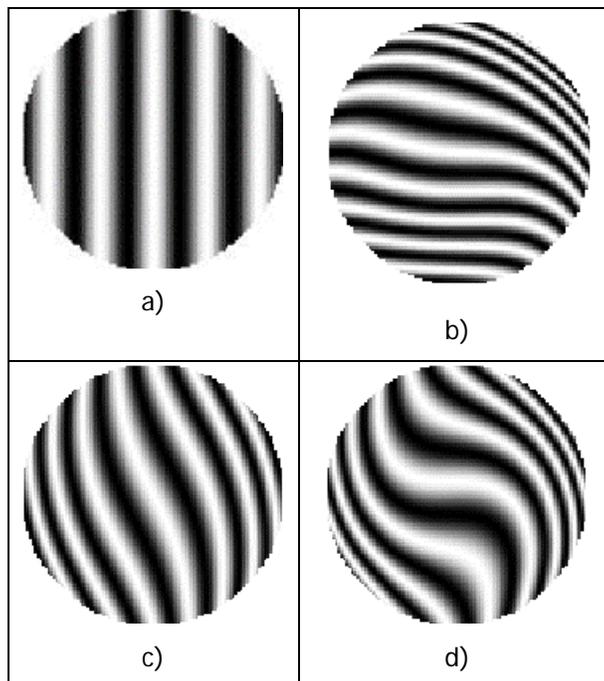


Figura 6.1. Conjunto de interferogramas simulados, utilizados para la primera etapa de pruebas.

Debido a que las operaciones que se aplican a un interferograma simulado son las mismas para todos los demás, en la Fase de Preprocesamiento (sección 6.2.1) y Fase de Procesamiento (6.2.2) únicamente se describen todas las operaciones aplicadas al procesamiento del interferograma de la Figura 6.1 (c). En la sección 6.2.3 se presenta el

resultado obtenido del procesamiento del conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1, es decir el resultado de aplicar las tareas de las Fases de Preprocesamiento, Procesamiento y la Fase de Graficación del Comportamiento de las Aberraciones presentes en el conjunto de interferogramas.

### 6.2.1. Fase de Preprocesamiento

En esta fase se llevan a cabo las tareas de preprocesamiento descritas en la sección 5.2, las cuales consisten en: la Aplicación del Filtro de la Media, la Binarización, la Determinación del Centro del Interferograma y Adelgazamiento de Franjas. En la Figura 6.2 se presentan los resultados obtenidos en cada una de las tareas del preprocesamiento del interferograma de la Figura 6.1 (c).

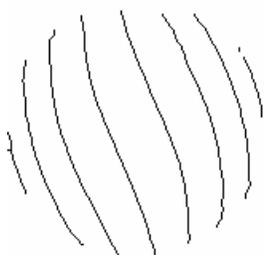
	
1. Aplicación del Filtro de la Media	2. Binarización del Interferograma
Posición del Centro $(x,y)=(80,84)$	
3. Determinación del Centro del Interferograma	4. Adelgazamiento del interferograma

Figura 6.2. Resultados de las tareas de en la Fase de Preprocesamiento para la Figura 6.1 (c).

## Capítulo 6. Pruebas y resultados

La aplicación del filtro al interferograma es muy importante ya que disminuye el ruido presente en él. La disminución de ruido ayuda a obtener mejores resultados en la binarización (que los centros de las franjas no se desplacen y cambien de forma y espesor) y por consiguiente se obtiene un buen adelgazamiento, es decir, disminuyen los problemas de adelgazamiento como el de proyección falsa. En la Figura 6.3 se muestran los resultados al procesar el interferograma de la Figura 6.1 (c) sin haber aplicado el filtro. En la Figura 6.4 se puede observar los resultados del adelgazamiento, para comparar ambos resultados cuando se aplica o no el filtro y ver las ventajas que este proporciona. Como se puede observar cuando no se aplica el filtro de la media, ciertos centros de las franjas están incompletos, no son continuas las líneas que representan a las franjas.

	Posición del Centro $(x,y)=(81,83)$	
1. Binarización del Interferograma	2. Determinación del Centro del Interferograma	3. Adelgazamiento del Interferograma

Figura 6.3. Resultados de las tareas de la Fase de Preprocesamiento para la Figura 6.1 (c), omitiendo la fase de la Aplicación del Filtro de la Media.

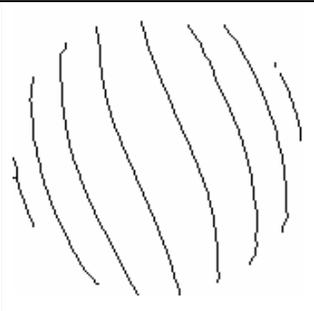
	
a) Adelgazamiento del Interferograma con filtro	b) Adelgazamiento del Interferograma sin filtro

Figura 6.4. Resultados de la tarea de Adelgazamiento para la Figura 6.1 (c) cuando: a) se aplicó el filtro de la media, b) no se aplicó el filtro de la media.

Una vez que se ha realizado el preprocesamiento se puede iniciar con etapa de procesamiento, la cual consiste en obtener las coordenadas de los puntos que pasan por los centros de las franjas que forman al interferograma. Para ello se tiene que recorrer cada una de las franjas y medir los siguientes parámetros en ellas: su orden de interferencia y las coordenadas de los puntos que la forman para mapearlas a un círculo unitario.

### 6.2.2. Fase de Procesamiento

En esta etapa se obtiene como resultado del procesamiento los valores de las aberraciones presentes en un interferograma y la reconstrucción del interferograma con tales valores. En esta fase se llevan acabo las siguientes tareas: Obtención de Parámetros del Interferograma, Cálculo de Coeficientes de Aberración del Interferograma y Reconstrucción del Interferograma. En la tarea de Obtención de Parámetros del Interferograma se obtienen de cada punto de la parte central de una franja sus coordenadas y su valor de aberración del frente de onda (visto en sección 5.3). Para el Cálculo de Coeficientes de Aberración del Interferograma se aplica el ajuste del frente de onda visto en la sección 5.4. Por último, la Reconstrucción del Interferograma hace uso de los coeficientes de aberración previamente calculados y tiene como objetivo corroborar de manera visual la correcta reconstrucción entre el interferograma original y el producido, y con ello evaluar que los coeficientes calculados están dentro de las tolerancias esperadas por la teoría.

Para recorrer los centros de las franjas y medir los parámetros antes mencionados, se realiza un desplazamiento sobre la franja en base a una prioridad asignada en sentido de las manecillas del reloj y en sentido contrario a las manecillas del reloj. Cada punto medido se marca como visitado y se pinta el píxel de color gris claro. En la Figura 6.5 se muestran los puntos que se midieron sobre el interferograma de la Figura 6.1 (c). Como

## Capítulo 6. Pruebas y resultados

se puede observar se midieron puntos en la mayor parte de las franjas. Mientras más puntos se midan mejor será el ajuste y la reconstrucción obtenida.

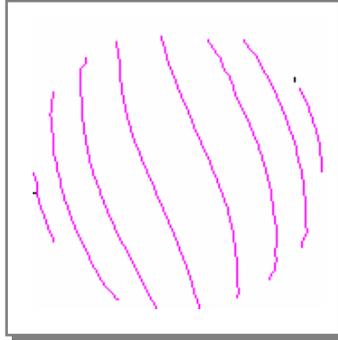


Figura 6.5. Resultado de la tarea de Obtención de Parámetros del Interferograma de la Figura 6.1 (c).

Cuando al interferograma no se le aplica un filtro el resultado del adelgazamiento son franjas incompletas, es decir, las franjas no están unidas totalmente. Esto ocasiona que en la tarea de Obtención de Parámetros del Interferograma no se midan puntos en todas las franjas, originando una imprecisión en el cálculo de los coeficientes de aberración. En la Figura 6.6 se muestra en color gris claro los puntos que se miden en el interferograma al cual no se le aplicó previamente un filtro, como se puede observar existen áreas en las que no se midieron puntos ya que no se puede recorrer toda la franja debido a que está fragmentada.

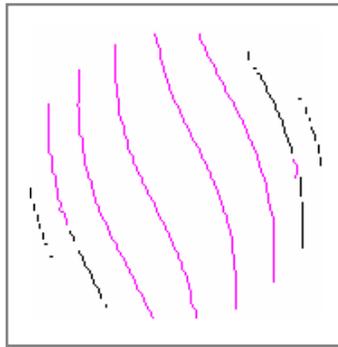


Figura 6.6. Resultado de la tarea de Obtención de Parámetros del Interferograma de la Figura 6.1 (c) sin aplicar previamente el filtro.

## Capítulo 6. Pruebas y resultados

Una vez que se obtuvo el conjunto de parámetros de las franjas se aplica el ajuste del frente de onda, visto en la sección 5.4, para calcular los coeficientes de aberración presentes en el interferograma. Los coeficientes son presentados en pantalla y se pueden almacenar en un archivo, si es que así lo determina el usuario. Son 5 coeficientes de aberración los que se calculan, son los coeficientes de las aberraciones de Seidel, como se especifica en la Figura 6.7.

Aberración	Coficiente
Esférica	-0.00495
Coma	-0.39088
Astigmatismo	0.01532
Curvatura de Campo	-0.00575
Distorsión	-2.88629

Figura 6.7. Coeficientes de las aberraciones de Seidel para la Figura 6.1 (c).

Las coordenadas de los puntos ya mapeadas al círculo unitario que se miden en las franjas del interferograma y su valor del frente de onda son presentados en un tabla (ver Figura 6.8), así como el error entre  $W(x, y) = m\lambda$  ó  $W(x, y) = (m + \frac{1}{2})\lambda$  según sea el caso y lo calculado al evaluar los coeficientes en la expresión de aberración del frente de onda (3.20), donde el error es la diferencia entre estos dos valores. Con estos valores se calcula la raíz media cuadrática (RMS), para conocer el error promedio. Para el interferograma que está bajo análisis, en la Figura 6.8 se muestran los valores obtenidos de la tabla presentada en la aplicación.

Para rectificar de manera visual que los coeficientes calculados de un interferograma son muy cercanos a los esperados, se lleva a cabo la reconstrucción del interferograma con dichos coeficientes. En la Figura 6.9 se muestra el Interferograma reconstruido a partir de los coeficientes calculados del interferograma bajo análisis. Como se puede observar existe una similitud entre el interferograma original y el reconstruido. Debido a que no se menciona explícitamente en la literatura la manera de realizar la reconstrucción de un interferograma, el algoritmo propuesto es una aproximación al interferograma original.

RMS: 0.27726

X	Y	W1'	W1	ERROR (W1'-W1)
0.97689	-0.01221	0.6328	0.89296	-0.26016
0.97689	-0.02442	0.6328	0.90592	-0.27312
0.97689	0	0.6328	0.87973	-0.24693
0.97689	0.01221	0.6328	0.86623	-0.23343
0.97689	0.02442	0.6328	0.85247	-0.21967
0.97689	0.03663	0.6328	0.83843	-0.20563
0.97689	0.04884	0.6328	0.82413	-0.19133
0.97689	0.06106	0.6328	0.80956	-0.17676
0.97689	0.07327	0.6328	0.79472	-0.16192
0.96475	0.08548	0.6328	0.83285	-0.20005
0.96475	0.09769	0.6328	0.81756	-0.18476
0.96475	0.1099	0.6328	0.80199	-0.16919
0.96475	0.12211	0.6328	0.78616	-0.15336
0.96475	0.13432	0.6328	0.77006	-0.13726
0.96475	0.14653	0.6328	0.75368	-0.12088
0.96475	0.15874	0.6328	0.73703	-0.10423
0.96475	0.17096	0.6328	0.7201	-0.0873
0.95262	0.18317	0.6328	0.75602	-0.12322
0.95262	0.19538	0.6328	0.73866	-0.10586
0.95262	0.20759	0.6328	0.72102	-0.08822
0.95262	0.2198	0.6328	0.70312	-0.07032
0.94048	0.23201	0.6328	0.73759	-0.10479
0.94048	0.24422	0.6328	0.71926	-0.08646
0.94048	0.25643	0.6328	0.70066	-0.06786
0.94048	0.26864	0.6328	0.68177	-0.04897
0.92835	0.28085	0.6328	0.71488	-0.08208
0.92835	0.29307	0.6328	0.69559	-0.06279
0.91621	0.30528	0.6328	0.72764	-0.09484

Figura 6.8. Tabla de valores para la etapa de Procesamiento de la Figura 6.1 (c).

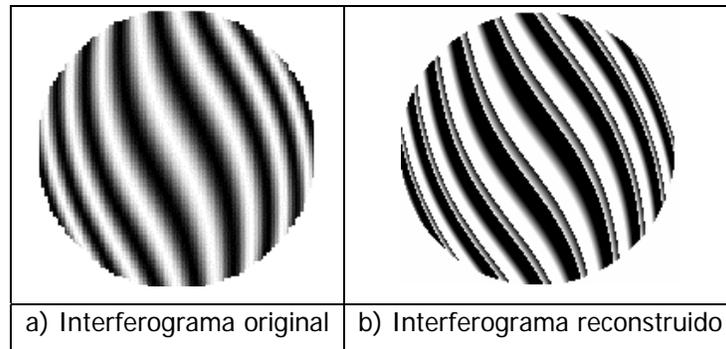


Figura 6.9. Reconstrucción del Interferograma de la Figura 6.1 (c).

La reconstrucción también varía cuando se omite la Aplicación del Filtro de la Media en la fase de Preprocesamiento. En la Figura 6.10 se muestra la reconstrucción del interferograma sin filtro. Como se puede ver el interferograma reconstruido no tiene el mismo número de franjas, esto es debido a que no se midieron los suficientes puntos para el cálculo de los coeficientes de aberración.

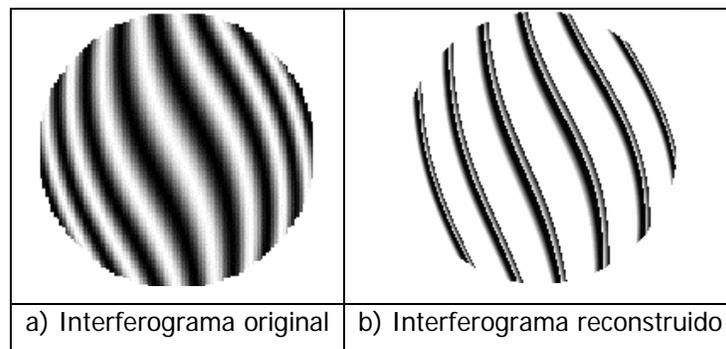


Figura 6.10. Reconstrucción del Interferograma de la Figura 6.1 (c) sin aplicación de filtro.

La última fase de la prueba es graficar el comportamiento de las aberraciones presentes en el conjunto de interferogramas simulados. Dicho comportamiento es representado en gráficas para cada una de las aberraciones de Seidel. En la siguiente sección se describe la forma de presentar dicha información en las gráficas.

### 6.2.3. Fase de Graficación del Comportamiento de las Aberraciones

Con los coeficientes de aberración calculados para cada interferograma se lleva a cabo la graficación de estos coeficientes para visualizar la variación de las aberraciones, esto es, graficando el cambio de cada una de las aberraciones de Seidel con respecto al cambio en los parámetros geométricos. La aplicación muestra la variación de cada aberración. Para llevar a cabo esta tarea, se utilizan los interferogramas de la Figura 6.1. Previamente a cada interferograma se le aplican las tareas de la Fase de Preprocesamiento y la Fase de Procesamiento. En la Tabla 6.1 se muestran los resultados obtenidos de la Fase de Preprocesamiento. En la Tabla 6.2 se muestran los resultados obtenidos en la Fase de Procesamiento.

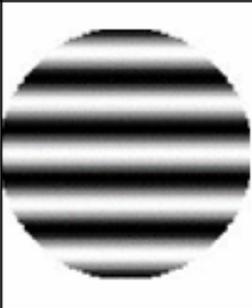
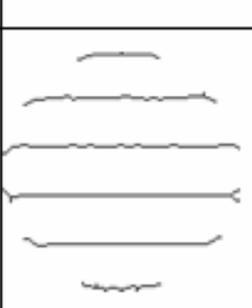
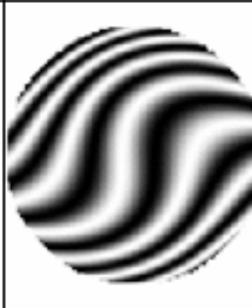
Núm.	Interferograma Original	Interferograma Filtrado	Interferograma Binarizado	Interferograma Adelgazado	Centro del Interferograma
1					Posición del Centro $(x, y)=(72, 72)$
2					Posición del Centro $(x, y)=(90, 90)$
3					Posición del Centro $(x, y)=(80, 84)$

Tabla 6.1. Resultados de la fase de Preprocesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.1.

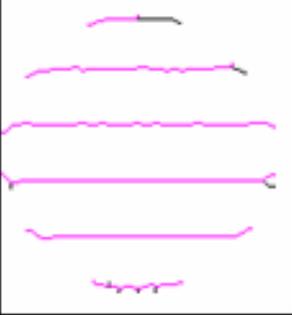
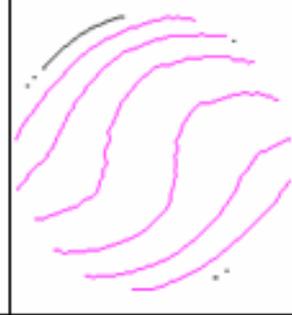
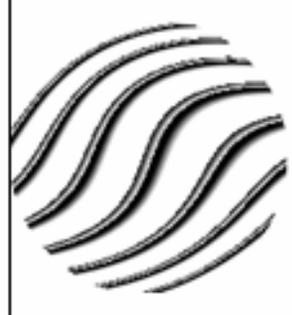
Núm.	Obtención de Parámetros del Interferograma	Interferograma Reconstruido	Coefficientes de las Aberraciones de Seidel												
1			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>0.0058</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>-0.06698</td> </tr> <tr> <td>Astigmatismo</td> <td>-0.01821</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>0.00633</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>-1.89931</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	0.0058	Coma	-0.06698	Astigmatismo	-0.01821	Curvatura de Campo	0.00633	Distorsión	-1.89931
Aberración	Coefficiente														
Esférica	0.0058														
Coma	-0.06698														
Astigmatismo	-0.01821														
Curvatura de Campo	0.00633														
Distorsión	-1.89931														
2			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>-0.09037</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>-0.71219</td> </tr> <tr> <td>Astigmatismo</td> <td>-0.02561</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>-0.09178</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>-4.34024</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	-0.09037	Coma	-0.71219	Astigmatismo	-0.02561	Curvatura de Campo	-0.09178	Distorsión	-4.34024
Aberración	Coefficiente														
Esférica	-0.09037														
Coma	-0.71219														
Astigmatismo	-0.02561														
Curvatura de Campo	-0.09178														
Distorsión	-4.34024														
3			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>-0.0052</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>-0.55388</td> </tr> <tr> <td>Astigmatismo</td> <td>0.02755</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>-0.10244</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>-2.98501</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	-0.0052	Coma	-0.55388	Astigmatismo	0.02755	Curvatura de Campo	-0.10244	Distorsión	-2.98501
Aberración	Coefficiente														
Esférica	-0.0052														
Coma	-0.55388														
Astigmatismo	0.02755														
Curvatura de Campo	-0.10244														
Distorsión	-2.98501														

Tabla 6.2. Resultados de la fase de Procesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.1.

## Capítulo 6. Pruebas y resultados

En la Tabla 6.2, para los interferogramas 2 y 3, se observa que la reconstrucción del interferograma está incompleta, es decir, existe un área donde no se reconstruyó una franja, esto se debe a que no se midieron puntos en esa área. Entre más puntos se midan en un interferograma, mayor será la precisión en el ajuste y en el cálculo de los coeficientes de aberración por lo tanto será más parecido el interferograma reconstruido con el original.

Con los coeficientes de aberración calculados para cada interferograma procesado se determina el comportamiento de las aberraciones de Seidel al graficar el valor de cada una de las aberraciones con respecto a cada interferograma simulado. Los valores obtenidos de los coeficientes de aberración esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión, para el conjunto de interferogramas simulados en la Figura 6.1 se presentan en las Figuras 6.11, 6.12, 6.13, 6.14 y 6.15 respectivamente.

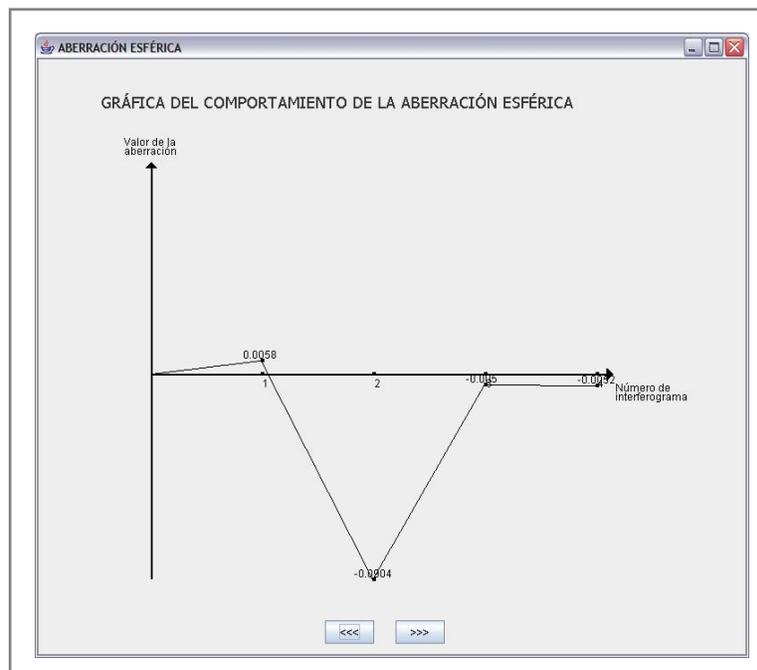


Figura 6.11. Gráfica del comportamiento de la aberración esférica para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1.

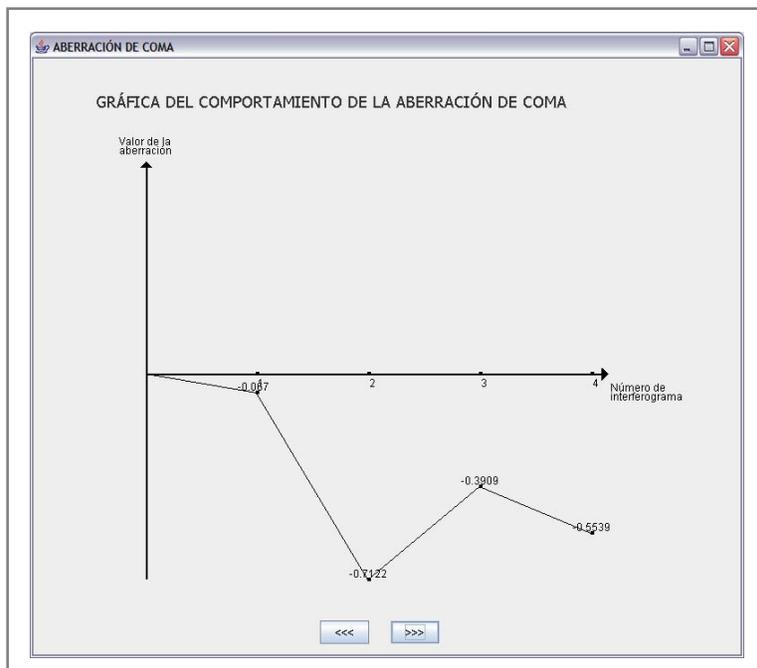


Figura 6.12. Gráfica del comportamiento de la aberración de coma para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1.

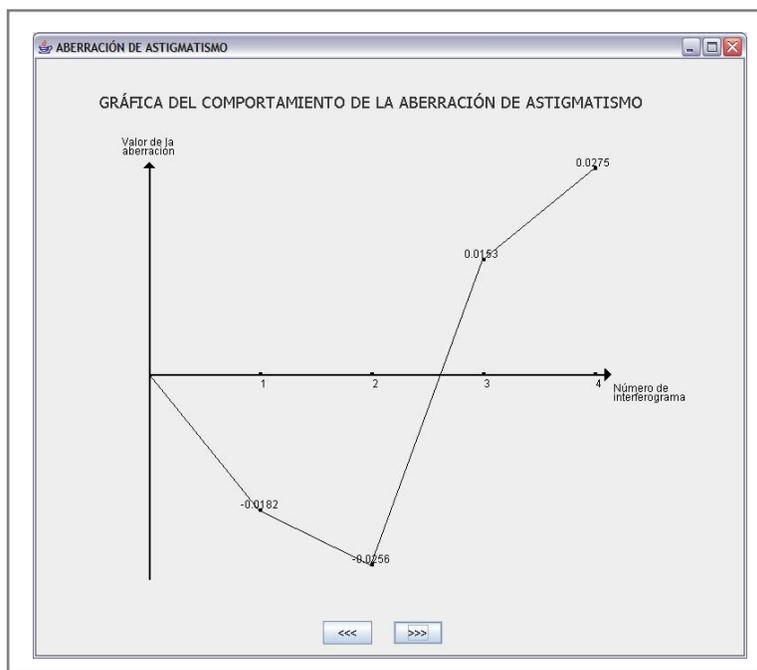


Figura 6.13. Gráfica del comportamiento de la aberración de astigmatismo para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1.

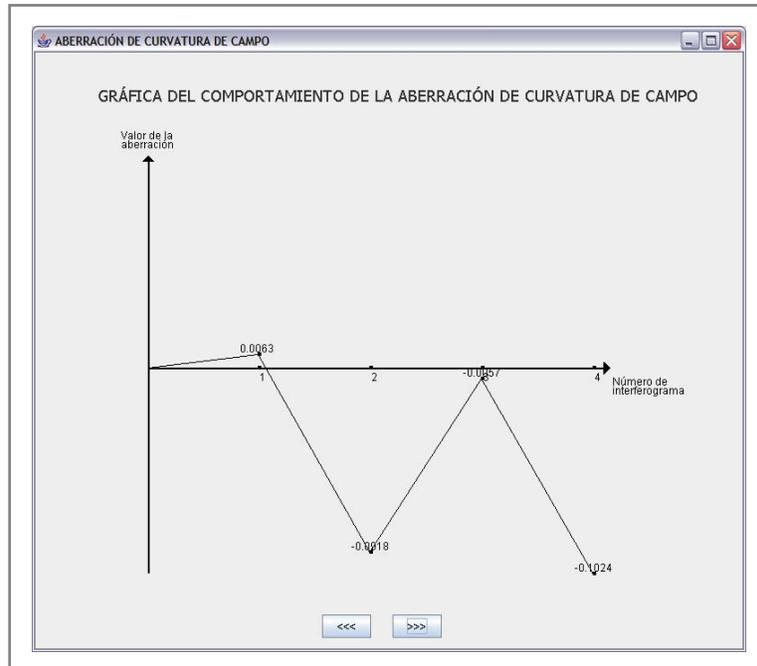


Figura 6.14. Gráfica del comportamiento de la aberración de curvatura de campo para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1.

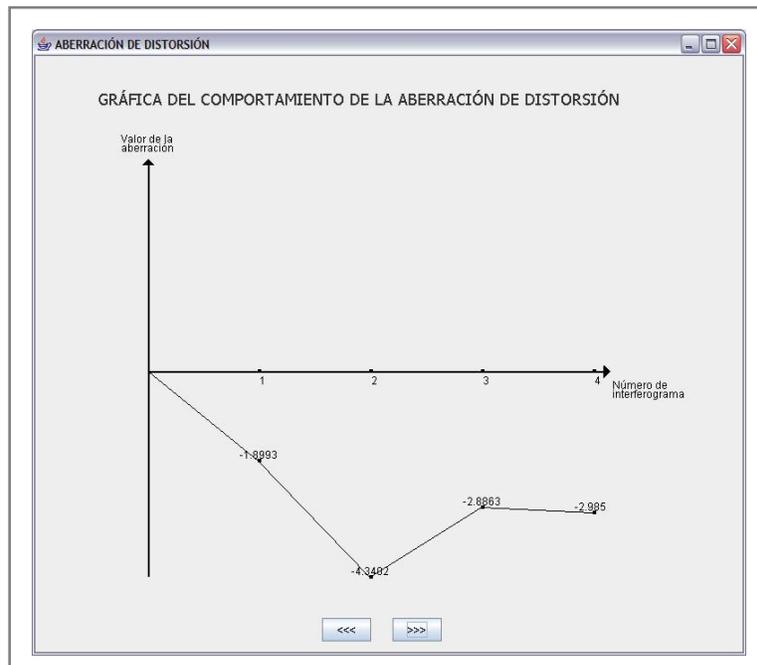


Figura 6.15. Gráfica del comportamiento de la aberración de distorsión para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.1.

## **6.3. Pruebas con Interferogramas Experimentales**

Para determinar el comportamiento de las aberraciones presentes en una lente adaptiva cuando ésta cambia de forma es necesario procesar un conjunto de interferogramas generados por ella de manera experimental. En la Figura 6.16 se muestran algunos de los interferogramas que fueron utilizados para la segunda etapa de las pruebas. A estos interferogramas se les aplicaron las mismas tareas de las Fases de Preprocesamiento y Procesamiento empleadas en los Interferogramas simulados, por lo que, a continuación solo se presentan los resultados obtenidos.

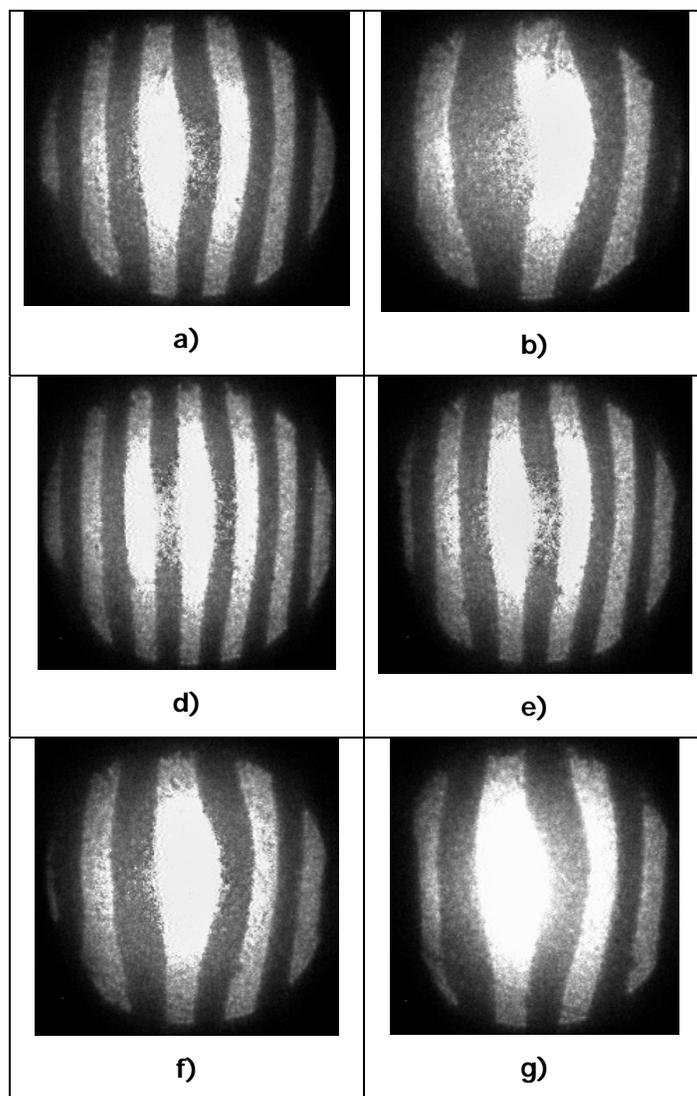


Figura 6.16. Conjunto de interferogramas experimentales, utilizados para la segunda etapa de pruebas.

### 6.3.1. Resultados de la Fase de Preprocesamiento

Los resultados de esta fase para el conjunto de interferogramas experimentales de la Figura 6.16 se presentan en la Tabla 6.3 y 6.4. La tabla muestra los resultados de cada

## Capítulo 6. Pruebas y resultados

unas de las tareas de la fase de Preprocesamiento. Debido a que cada interferograma presentaba diferentes características la aplicación del mismo filtro no generaba buenos resultados, por lo tanto se tuvieron que aplicar diferentes criterios de filtrado a cada uno de ellos. Se hizo uso del programa MVTec HALCON 6.0 y se aplicaron los siguientes filtros de suavizamiento: el filtro de la media, el filtro de la mediana y el filtro de Gauss. De acuerdo a las características de cada interferograma se seleccionó alguno de los filtros anteriores variando los parámetros de filtrado.

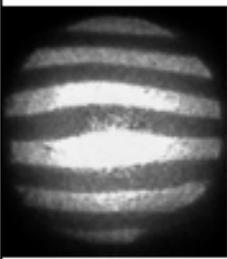
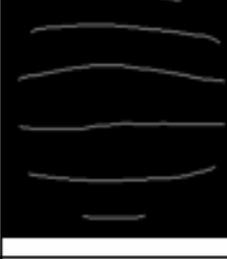
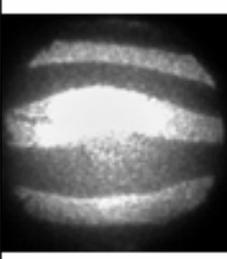
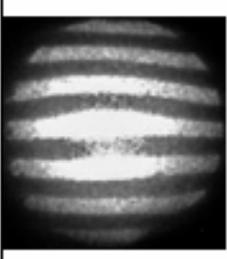
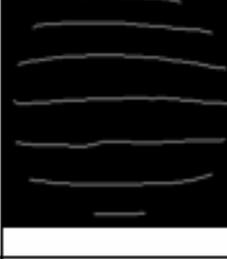
Núm.	Interferograma Original	Interferograma Preprocesado	Interferograma Binarizado	Interferograma Adelgazado	Centro del Interferograma
1					Posición del Centro $(x, y) = (115, 106)$
2					Posición del Centro $(x, y) = (111, 108)$
3					Posición del Centro $(x, y) = (107, 107)$

Tabla 6.3. Resultados de la fase de Preprocesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.16 (a), (b) y (c).

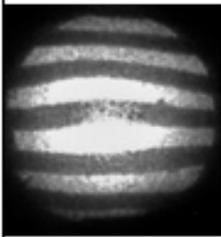
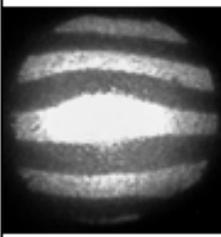
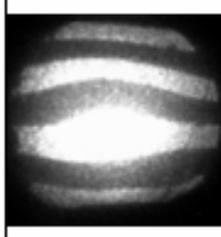
Núm.	Interferograma Original	Interferograma Preprocesado	Interferograma Binarizado	Interferograma Adelgazado	Centro del Interferograma
4					Posición del Centro $(x, y)=(112, 105)$
5					Posición del Centro $(x, y)=(107, 109)$
6					Posición del Centro $(x, y)=(107, 105)$

Tabla 6.4. Resultados de la fase de Preprocesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.16 (d), (e) y (f).

### 6.3.2. Resultados de la Fase de Procesamiento

Para esta fase los resultados de cada una de las tareas de Procesamiento para el conjunto de interferogramas experimentales de la Figura 6.11 son mostrados en la Tabla 6.5 y 6.6. Como se puede observar el algoritmo detecta y mide en todos los puntos de las franjas de cada interferograma, lo que se observa en los resultados obtenidos, es que entre mayor número de puntos a evaluar en el patrón, mayor precisión del cálculo de los coeficientes de aberración y por lo tanto una mejor reconstrucción es obtenida, por ejemplo, los resultados de la reconstrucción son mejores para el interferograma número 1 que para el interferograma número 2 debido a que existen más franjas en el primero, por tanto se midieron más puntos en todo el interferograma.

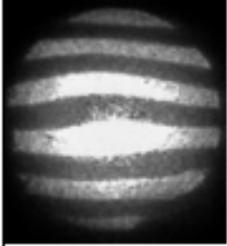
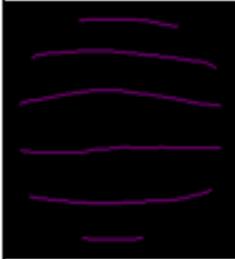
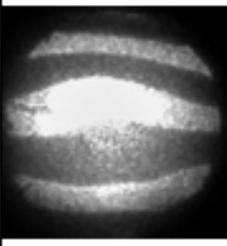
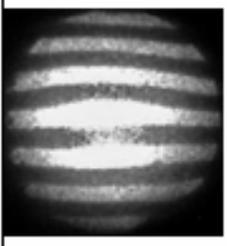
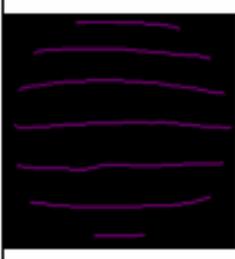
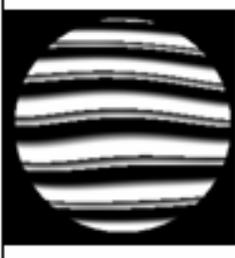
Núm.	Interferograma Original	Obtención de Parámetros del Interferograma	Interferograma Reconstruido	Coefficientes de las Aberraciones de Seidel												
1				<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>0.03259</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>-0.16109</td> </tr> <tr> <td>Astigmatismo</td> <td>0.14242</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>-0.09596</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>-1.75372</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	0.03259	Coma	-0.16109	Astigmatismo	0.14242	Curvatura de Campo	-0.09596	Distorsión	-1.75372
Aberración	Coefficiente															
Esférica	0.03259															
Coma	-0.16109															
Astigmatismo	0.14242															
Curvatura de Campo	-0.09596															
Distorsión	-1.75372															
2				<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>0.07978</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>0.23401</td> </tr> <tr> <td>Astigmatismo</td> <td>0.09778</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>-0.12286</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>-0.8858</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	0.07978	Coma	0.23401	Astigmatismo	0.09778	Curvatura de Campo	-0.12286	Distorsión	-0.8858
Aberración	Coefficiente															
Esférica	0.07978															
Coma	0.23401															
Astigmatismo	0.09778															
Curvatura de Campo	-0.12286															
Distorsión	-0.8858															
3				<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>0.02514</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>-0.12276</td> </tr> <tr> <td>Astigmatismo</td> <td>0.13948</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>-0.10094</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>-1.95172</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	0.02514	Coma	-0.12276	Astigmatismo	0.13948	Curvatura de Campo	-0.10094	Distorsión	-1.95172
Aberración	Coefficiente															
Esférica	0.02514															
Coma	-0.12276															
Astigmatismo	0.13948															
Curvatura de Campo	-0.10094															
Distorsión	-1.95172															

Tabla 6.5. Resultados de la fase de Procesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.16 (a), (b) y (c).

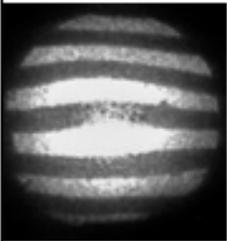
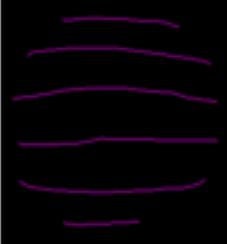
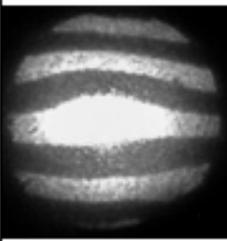
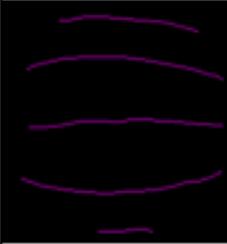
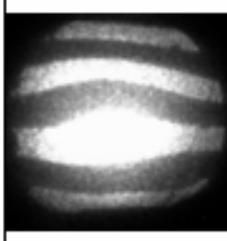
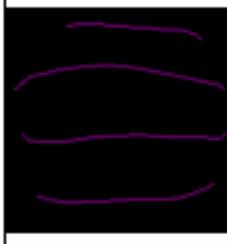
Núm.	Interferograma Original	Obtención de Parámetros del Interferograma	Interferograma Reconstruido	Coefficientes de las Aberraciones de Seidel												
4				<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>0.03719</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>-0.15948</td> </tr> <tr> <td>Asigmatismo</td> <td>0.09675</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>-0.09953</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>-1.654</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	0.03719	Coma	-0.15948	Asigmatismo	0.09675	Curvatura de Campo	-0.09953	Distorsión	-1.654
Aberración	Coefficiente															
Esférica	0.03719															
Coma	-0.15948															
Asigmatismo	0.09675															
Curvatura de Campo	-0.09953															
Distorsión	-1.654															
5				<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>0.0325</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>-0.23223</td> </tr> <tr> <td>Asigmatismo</td> <td>0.15722</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>-0.08004</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>-1.53397</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	0.0325	Coma	-0.23223	Asigmatismo	0.15722	Curvatura de Campo	-0.08004	Distorsión	-1.53397
Aberración	Coefficiente															
Esférica	0.0325															
Coma	-0.23223															
Asigmatismo	0.15722															
Curvatura de Campo	-0.08004															
Distorsión	-1.53397															
6				<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aberración</th> <th>Coefficiente</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Esférica</td> <td>-0.02659</td> </tr> <tr> <td>Coma</td> <td>0.14747</td> </tr> <tr> <td>Asigmatismo</td> <td>-0.15953</td> </tr> <tr> <td>Curvatura de Campo</td> <td>0.13318</td> </tr> <tr> <td>Distorsión</td> <td>1.96855</td> </tr> </tbody> </table>	Aberración	Coefficiente	Esférica	-0.02659	Coma	0.14747	Asigmatismo	-0.15953	Curvatura de Campo	0.13318	Distorsión	1.96855
Aberración	Coefficiente															
Esférica	-0.02659															
Coma	0.14747															
Asigmatismo	-0.15953															
Curvatura de Campo	0.13318															
Distorsión	1.96855															

Tabla 6.6. Resultados de la fase de Procesamiento para los interferogramas simulados de la Figura 6.16. (d), (e) y (f).

### 6.3.3. Resultados de la Fase de Graficación de aberraciones de patrones reales

Una vez que se han procesado los interferogramas experimentales de la Figura 6.16 para obtener los coeficientes de aberración de cada interferograma se grafican los valores de los coeficientes de aberración esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión para el conjunto de interferogramas y se presentan en las Figuras 6.17, 6.18, 6.19, 6.20 y 6.21 respectivamente. En dichas figuras se observa el cambio en las aberraciones de Seidel al graficar el valor de cada una de las aberraciones con respecto a cada interferograma experimental. Se graficó con respecto al número de interferogramas, y no con respecto a los parámetros geométricos debido a que en este trabajo no son relevantes esos datos, y solo se quiere mostrar el comportamiento de las aberraciones.

Con las gráficas proporcionadas, el usuario puede visualizar gráficamente el comportamiento de cada aberración de un conjunto de interferogramas procesados, y si tiene los conocimientos necesarios podrá realizar un análisis de esta información, pudiendo aplicar los criterios adecuados para corregir la calidad de las imágenes, o conocer los parámetros de la lente adaptiva.

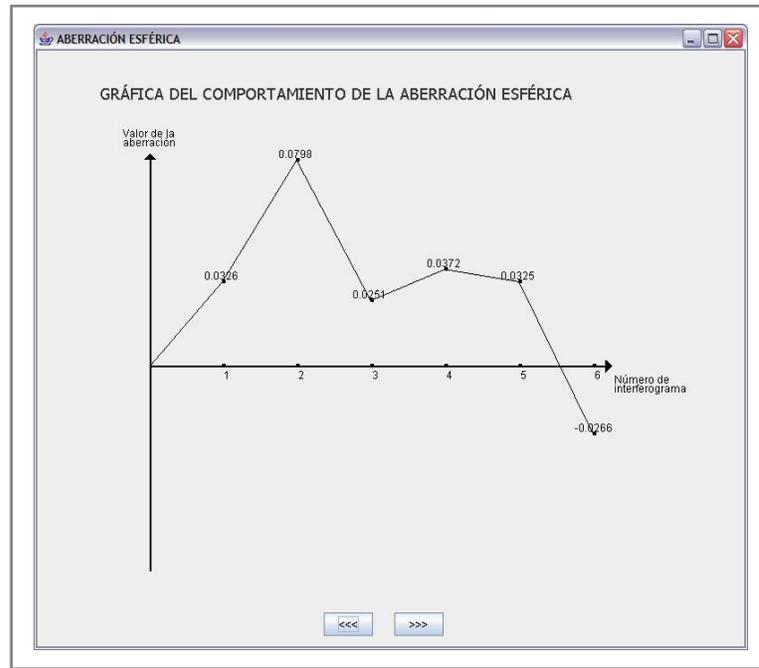


Figura 6.17. Gráfica del comportamiento de la aberración esférica para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16.

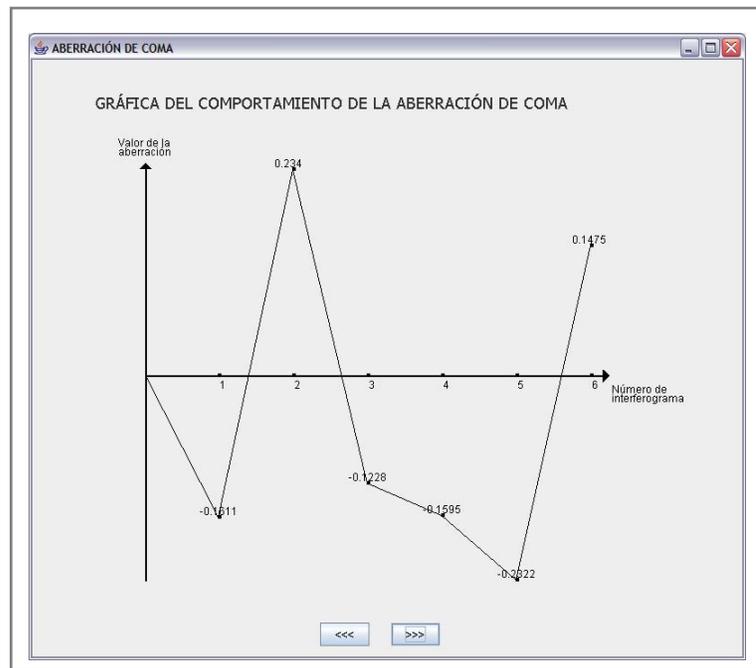


Figura 6.18. Gráfica del comportamiento de la aberración de coma para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16.

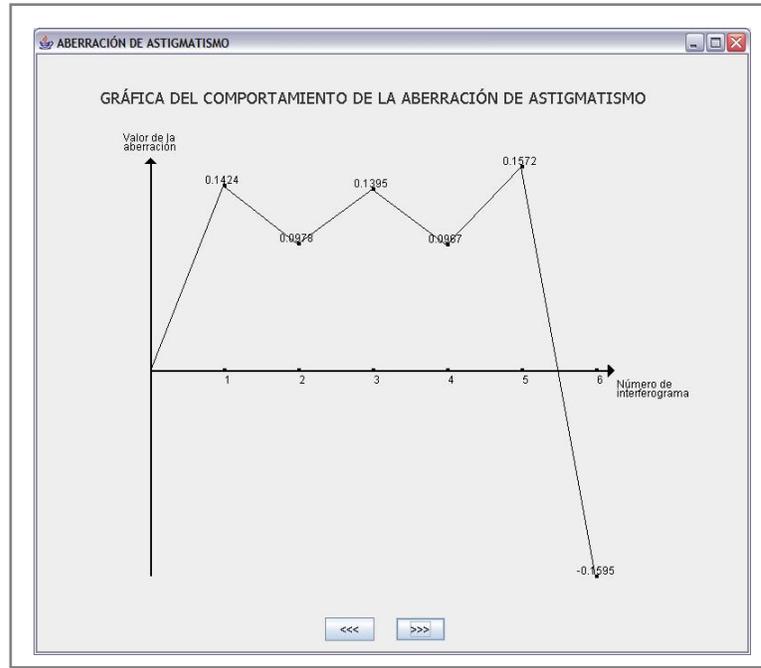


Figura 6.19. Gráfica del comportamiento de la aberración de astigmatismo para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16.

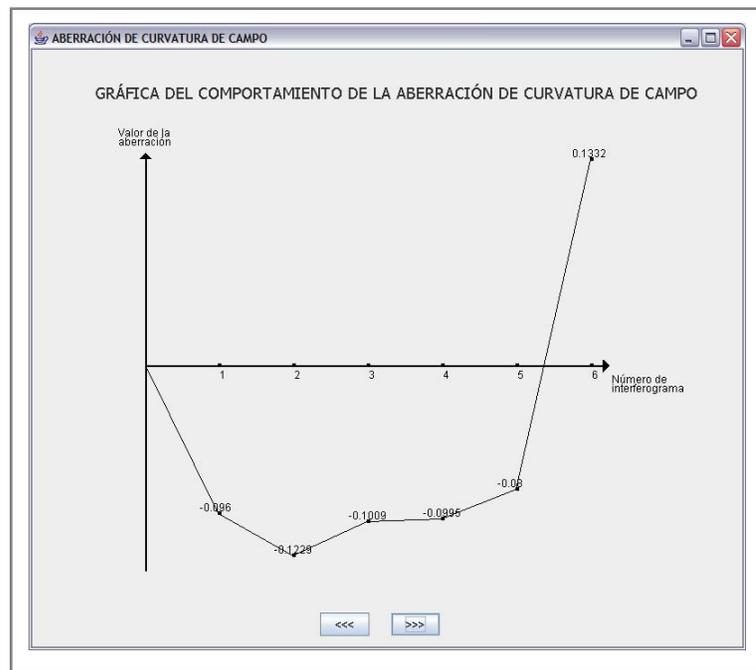


Figura 6.20. Gráfica del comportamiento de la aberración de curvatura de campo para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16.

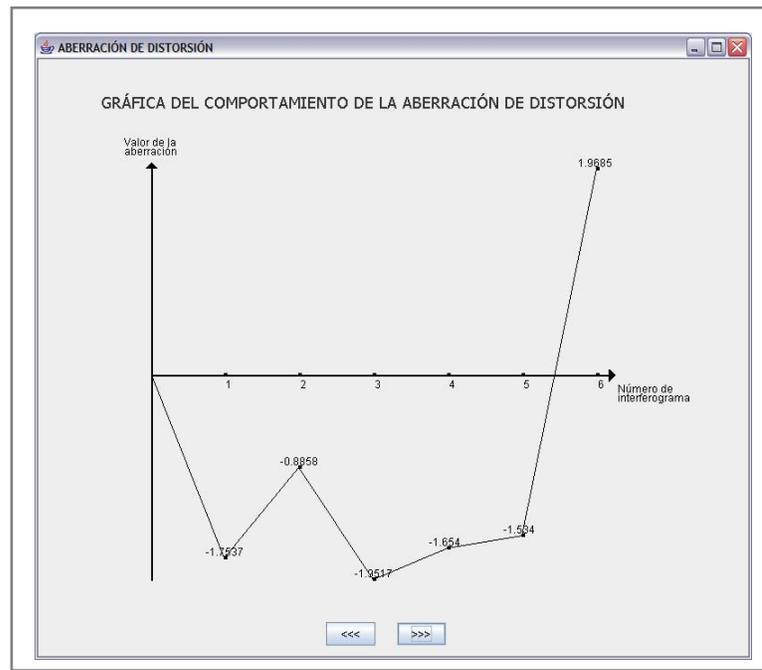


Figura 6.21. Gráfica del comportamiento de la aberración de distorsión para el conjunto de interferogramas simulados de la Figura 6.16.

## Capítulo 7. Conclusiones

Se diseñó una aplicación de software que procesa un conjunto de interferogramas para determinar el comportamiento de las aberraciones de Seidel presentes en una lente adaptativa. Los interferogramas deben representar los cambios del frente de onda de la lente adaptativa. El diseño de la aplicación se realizó utilizando diagramas del Lenguaje de Modelado Unificado (UML) y se desarrolló con el lenguaje de programación Java. Este lenguaje al tener una gran colección de bibliotecas de clases, permitió poder elaborar una aplicación con ambiente gráfico, que provee un conjunto de opciones para poder procesar los interferogramas. Como resultados del procesamiento la aplicación muestra una serie de gráficas que representan el comportamiento de las aberraciones.

Un interferograma está formado por una serie de franjas de interferencia, las cuales son cambios de máxima irradiancia a mínima irradiancia. Debido a que la máxima irradiancia o mínima irradiancia se localiza en el centro de las franjas y es la que determina el valor de la aberración del frente de onda, fue necesario resaltar esos centros. Las imágenes presentaban ruido, exceso de brillo y bajo contraste, por lo tanto, no se distinguían las franjas de interferencia, para solucionarlo, fue necesario aplicar un preprocesamiento al interferograma. Dentro de las tareas de preprocesamiento se encontraban la aplicación del filtro de la media, pero debido a la variación de ruido en las imágenes experimentales, fue necesario aplicar diferentes filtros en cada interferograma.

## Capítulo 7. Conclusiones

Para poder realizar las mediciones en el centro de las franjas, se aplicó una técnica de adelgazamiento, la cual presentó ciertos problemas que dificultaban la tarea de medición en las franjas. Para solucionar estos problemas, se aplicó un preprocesamiento a la imagen y después el algoritmo de adelgazamiento. Después de realizar el adelgazamiento se presentó el problema de que el grosor de la franja no era de un píxel, como se requería. Por lo cual, se aplicaron tareas de Post Adelgazamiento para generar franjas con un grosor de píxel. Con estas franjas se obtuvieron un conjunto de datos para calcular los coeficientes de aberración.

Para que la aplicación determinara los coeficientes de aberración presentes en un interferograma, se implementó la técnica de ajuste del frente de onda utilizando mínimos cuadrados y polinomios de Zernike. Se tuvo el problema que los polinomios de Zernike son una base ortogonal en el espacio continuo, pero no en el espacio discreto. Para solucionar este problema se utilizó el método de ortogonalización de Gram-Schmidt, para generar la base ortogonal. Se observó que esta técnica es susceptible al número de puntos considerados para el cálculo de los coeficientes. Para interferogramas con menor número de franjas, se tenía menos información para llevar a cabo la medición de puntos, por lo tanto el ajuste está subvaluado, requiriéndose más puntos para una mejor evaluación como se puede ver reflejado en la reconstrucción ya que no existía gran similitud entre el interferograma original y el reconstruido.

Al obtener los coeficientes de aberración presentes en un interferograma, se pudo llevar a cabo la reconstrucción del mismo, esto con la finalidad de probar cualitativamente que los datos obtenidos son aproximados, al comparar visualmente la semejanza entre el interferograma original y el interferograma reconstruido. Debido a que en la literatura no se describe explícitamente la manera de llevar a cabo la reconstrucción, se establecieron criterios experimentales para poder realizarla. Estos criterios consistieron en determinar límites para reescalar en niveles de gris los valores de la evaluación de los coeficientes en la expresión de la aberración del frente de onda. Esta es una de las razones de que el interferograma original y el reconstruido no sean exactamente iguales.

## Capítulo 7. Conclusiones

Para finalizar se llevo a cabo la graficación de la variación de las aberraciones en un conjunto de interferogramas. Para cada aberración se generó una gráfica mostrando la variación que tuvo la aberración. Con esto se pudo visualizar el comportamiento de cada una de las aberraciones presentes en la lente.

Por todo lo expuesto anteriormente se puede decir que la aplicación cumplió con los objetivos planteados al inicio de esta investigación. Pero a partir del trabajo realizado se identificaron algunas mejoras para la aplicación desarrollada en cada una de sus etapas. Para el preprocesamiento, realizar una evaluación a los interferogramas para poder seleccionar los filtros adecuados que mejoren las características de la imagen y que permitan distinguir las franjas de interferencia. Implementar otras técnicas para el cálculo de los coeficientes de aberración utilizando más información del interferograma y no únicamente ciertas franjas. Mejorar los criterios o establecer nuevos para la reconstrucción de un interferograma.

Un trabajo a futuro interesante es agregar a la aplicación la opción de permitir la introducción de datos de los parámetros geométricos correspondientes a cada interferograma. Para generar de manera automática gráficas que muestren el cambio de las aberraciones con respecto al cambio de algún parámetro geométrico, que se permita seleccionar.

## Referencias

- [1] Malacara, Daniel. **Óptica Básica**. Segunda edición. Fondo de Cultura Económica. México. pp. 93, 94, 98, 113, 104, 107,111. (2004).
- [2] Mahajan, Virendra N. **Optical Imaging and Aberrations. Part I. Ray Geometrical Optics**. SPIE Optical Engineering Press. Bellingham, Washington USA. pp. 141, 169. (1998).
- [3] Welford, W.T. **Aberrations of Optical Systems**. Adam Hilger. Bristol, Philadelphia and New York. pp. 92, 50, 100, 106, 107, 241-246. (1986).
- [4] Malacara, Daniel. **Optical Shop Testing**. John Wiley and Sons. New York. pp. 489, 490, 455, 459,464-466, 472, 479-483. (1978).
- [5] Malacara, Daniel. **La Metrología Óptica y sus Aplicaciones**. Acta Universitaria. Guanajuato, Gto., México. pp. 6, 9. (2005)
- [6] Hecht, Eugene. **Óptica**. Tercera edición. Addison Wesley Iberoamericana. México. pp. 271, 273, 24, 384, 11, 49, 387. (2000).
- [7] Padilla, A. Martínez, A. Granados, F. **Digital image reconstruction by using Zernike moments**. Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica. Tonantzintla, Puebla. pp. 1, 2. (2003).

## Referencias

[8] Zhu, Lijun. Sun, Pang-Chen. Bartsch, Dirk-Uwe. Freeman, William R. Fainman, Yeshaiahu. **Wave-front generation of Zernike polynomial modes with a micromachined membrane deformable mirror.** Department of Electrical and Computer Engineering University of California San Diego. pp. 6019. (1999).

[9] Born, Max. Wolf, Emil. **Principles of Optics. Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light.** Seventh (Expanded) Edition. Cambridge University Press. United Kingdom. pp. 905,906. (1999).

[10] Wyant, James C. **Basic wavefront aberration theory for optical metrology.** Optical Sciences Center, University of Arizona and Wyko Corporation, Tucson, Arizona. pp. 9, 10, 16, 17, 35-37, 15. (1992).

<http://www.optics.arizona.edu/jcwyant/Zernikes/Zernikes.pdf>

Consulta: febrero de 2007.

[11] Burden, Richard. Faires, Douglas. **Análisis Numérico.** Sexta Edición. International Thomson Editores. México. pp. 474, 487-489, 492, 493. (1998).

[12] González, Rafael. Woods, Richard. **Tratamiento Digital de Imágenes.** Addison Wesley. EUA. pp. 6, 185, 204-211, 447. (1996)

[13] Grupo PAS – Universidad de Deusto. **Introducción al procesado de imagen.** pág. 8.

<http://www.pas.deusto.es/recursos/introduccion.html>

Consulta: junio de 2007.

[14] Grupo PAS – Universidad de Deusto. **Extracción del esqueleto de una imagen binaria (reconocimiento de formas y objetos).** pp. 1-7.

<http://www.pas.deusto.es/recursos/esqueleto.pdf>

Consulta: junio de 2007.

## Referencias

[15] Stentiford, F. W. Mortimer, R.G. **Some New Heuristics for Thinning Binary Handprinted Characters for OCR**. IEEE. pp. 1-3. (1982)

[16] Martin, Alberto. Tosunoglu, Sabri. **Image processing techniques for machine vision** Florida International University. Department of Mechanical Engineering. . pp. 7

[17] López, Oscar M. **Procesado Previo al Seguimiento de Líneas: Post-Thinning y Macropuntos**. Departamento de Tecnologías das Comunicacóns, Universidad de Vigo. pp.1-3.

[http://www.gpi.tsc.uvigo.es/pub/papers/urs97\\_2.pdf](http://www.gpi.tsc.uvigo.es/pub/papers/urs97_2.pdf)

Consulta: junio de 2007.

[18] Booch, Grady. Rumbaugh, James. Jacobson, Ivar. **The Unified Modeling Language User Guide**. First Edition. Addison Wesley. pp. 8. (1998)

[19] Wyant, James C. **Zernike polynomials to Seidel**.

<http://wyant.optics.arizona.edu/zernikeToSeidel/zernikeToSeidel.htm>

Consulta: julio de 2007.

## Glosario

**Aberración:** es una imperfección de las imágenes reales con respecto al objeto real predicho por las condiciones ideales de la óptica gaussiana.

**Camino óptico:** es la distancia en el vacío equivalente a la distancia recorrida en un medio con índice de refracción  $n$ .

**Campo eléctrico:** es el espacio creado alrededor de una región que contiene una carga o por campos magnéticos variables en el tiempo.

**Campo magnético:** es creado por cargas eléctricas en movimiento o por campos eléctricos variables en el tiempo.

**Centro de curvatura:** es el centro de una esfera imaginaria que contiene a la superficie refractora.

**Conectividad:** es una medida de cuantos objetos están conectados con un píxel en particular.

**Desviación estándar:** Es una medida (cuadrática) que informa de la media de distancias que tienen los datos respecto de su media aritmética, expresada en las mismas unidades que la variable.

**Distancia focal:** es la distancia de la lente al foco.

**Diferencia de camino óptico (DCO):** es la diferencia de trayectorias de los rayos multiplicados por el índice de refracción del medio por el que se propagan.

**Eje óptico:** es una línea recta imaginaria que pasa por el vértice y el centro de curvatura de cada uno de los componentes.

**Fase:** es la parte del ciclo donde se considera que empieza la onda o donde se comienza a detectar.

**Foco:** es el punto convergencia de los rayos luminosos cuando estos llegan a la lente en un haz de rayos paralelos entre sí y al eje óptico de la lente.

**Frente de onda:** mientras una perturbación viaja a lo largo de una dirección, se le puede asignar una fase correspondiente en cada punto en el espacio y en el tiempo. Las superficies que unen a todos los puntos de igual fase se conocen como frente de onda.

**Grosor:** es la distancia que existe de vértice a vértice de una lente.

**Índice de refracción:** se define como el cociente de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en un medio.

**Interferograma:** es la imagen de un patrón de franjas de interferencia.

**Interferometro:** es cualquier sistema óptico que produzca interferencias entre ondas luminosas, procedentes de dos o más puntos distintos, tiene la posibilidad de aplicarse como instrumento de medidas.

**Irradiancia:** es la magnitud utilizada para describir la potencia incidente por unidad de superficie de todo tipo de radiación electromagnética. En unidades del sistema internacional se mide en  $W/m^2$ .

**Lente:** es un dispositivo refractor (es decir, una discontinuidad en el medio dominante) que reconfigura la distribución de la energía emitida.

**Lente adaptativa:** es una lente que permite variar sus parámetros geométricos (radio de curvatura, distancia focal, grosor, etc.)

**Lente rígida:** es una lente que no permite variar sus parámetros geométricos (radio de curvatura, distancia focal, grosor, etc.).

**Longitud de onda:** es la distancia entre dos picos consecutivos de una cuerda en vibración o en general entre dos partes idénticas de una onda. Es denotada por  $\lambda$ .

**Onda:** es una perturbación autónoma de un medio, que se mueve en el espacio transportando energía e impulso.

**Óptica Adaptiva:** es llamada a la tecnología para corregir las aberraciones ópticas de un sistema óptico con la finalidad de obtener imágenes con mejor resolución en tiempo real.

**Plano imagen:** es el plano perpendicular al eje que pasa por el foco imagen.

**Plano objeto:** es el plano perpendicular al eje que pasa por el foco objeto.

**Plano de observación:** es el plano perpendicular al eje que pasa por el foco donde se quiere observar.

**Punto final:** un píxel es punto final si únicamente está conectado a un píxel de su mismo color, es decir, si un píxel negro sólo tiene un vecino negro de los ocho posibles vecinos

**Pupila de entrada:** es la imagen del diafragma de apertura como se ve desde un punto axial en el objeto a través de aquellos elementos que pertenecen al diafragma.

**Pupila de salida:** es la imagen del diafragma de apertura como se ve desde un punto axial en el plano imagen a través de las lentes interpuestas, si las hay.

**Radio de curvatura:** es la distancia de la superficie refractora al centro de curvatura

**Rayo:** es una línea imaginaria que descubre la dirección de propagación del flujo de energía radiante.

**Rayo meridional:** es cualquier rayo que junto con el eje óptico define un plano meridional. En este caso la normal a la superficie y el rayo refractado están también en el plano meridional.

**Rayo tangencial:** cualquier rayo que llegue a la pupila de entrada sobre su diámetro vertical.

**Rayo sagital:** cualquier rayo que llegue a la pupila de entrada sobre su diámetro horizontal.

**Sistema óptico:** es el arreglo de superficies reflectoras y refractoras, su función es coleccionar y cambiar la forma de una porción del frente de onda incidente, con la intención de formar una imagen de un objeto. En un sistema óptico ideal cada punto de una región tridimensional tendrá su imagen perfecta (o astigmática) en otra región.

**Teoría de primer orden:** se le llama así a la aproximación en las leyes de refracción para valores de ángulos pequeños, en donde  $\sin \theta \approx \theta$ .

**Teoría de tercer orden:** surge al emplear aproximaciones en las leyes de refracción y desarrollar las funciones seno en series de potencia empleando los primeros dos términos de la expansión.

**Vértice:** es un punto sobre la superficie refractora y que pasa por el eje óptico en el centro de su abertura libre.

## **Anexo A. Manual de Usuario**

Bienvenido a la aplicación **Procesamiento de Interferogramas**. En este manual encontrará una guía de cómo iniciar para trabajar con la aplicación. El manual contiene las siguientes secciones:

- Introducción a procesamiento de interferogramas
- Requerimientos
- Instalación
- Ejecución de la aplicación
- Elementos de la ventana principal de la aplicación
- Iniciando un procesamiento de interferogramas
- Limpiar área de trabajo
- Consultar información del interferograma procesado
- Gráficas del comportamiento de las aberraciones
- Guardar los coeficientes de aberración.
- Guardar el interferograma reconstruido.
- Salir de la aplicación

## **INTRODUCCIÓN**

El objetivo de esta aplicación es proporcionar una herramienta que le permita a los usuarios determinar y graficar el comportamiento de las aberraciones presentes en una lente adaptiva. La aplicación requiere, como datos de entrada, un conjunto de interferogramas que representen la variación de los parámetros geométricos de la lente adaptiva. Cada uno de estos interferogramas debe estar almacenado como una imagen en formato jpeg, gif, o png. La aplicación procesa el conjunto de interferogramas y obtiene la información necesaria para generar las gráficas que muestran el comportamiento de cada una de las aberraciones de Seidel presentes en dichos interferogramas.

## **REQUERIMIENTOS**

Para poder instalar la aplicación Procesamiento de Interferogramas, necesita el siguiente hardware y software:

- Velocidad del procesador: 300 MHz o superior
- Memoria RAM: 128 Mb o superior
- Espacio en disco duro: 1.8 GB o superior
- Resolución del monitor: Super VGA (800 x 600) o superior
- Unidad de CD-ROM o superior
- Teclado y Mouse
- Máquina Virtual de Java 1.5.0\_06
  - Requiere de alguno de los siguientes Sistemas Operativos: Windows 2000 (SP3 o posterior), Windows XP Home, Windows XP Professional (SP1 o posterior) o Ediciones de Windows Server 2003.

## **INSTALACIÓN**

Para iniciar la instalación de la aplicación Procesamiento de Interferogramas:

1. Inserte el CD Procesamiento De Interferogramas en la unidad de CD-ROM.
2. Del Menú Inicio seleccionar Mi PC.
3. Seleccionar la unidad de CD-ROM.
4. De la carpeta **Instalador ProcInterf**, seleccionar el archivo **InstallProcInterf.exe**.

5. A continuación aparece la ventana de Bienvenida a la instalación, como se muestra en la Figura A.1. Dar clic sobre el botón "Siguiente".

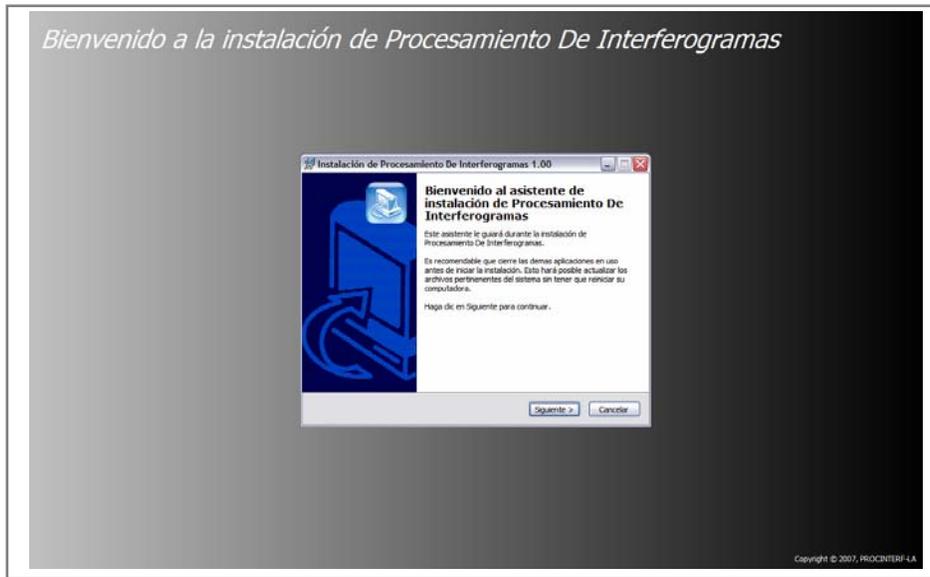


Figura A.1. Ventana de Bienvenida a la instalación.

6. Seleccione la ubicación de la instalación en la opción Carpeta de destino, ver Figura A.2. Dar clic sobre el botón "Siguiente".



Figura A.2. Ventana de selección de ubicación de la instalación.

7. Si desea activar la opción Crear un icono en el Escritorio, seleccione la opción como se muestra en la Figura A.3. Dar clic en botón "Siguiente".



Figura A.3. Ventana de selección de acceso directo de la aplicación.

8. Dar clic en el botón "Instalar".
9. Cuando la instalación haya finalizado, dar clic en el botón "Finalizar".

## EJECUCIÓN DE LA APLICACIÓN

Para iniciar la aplicación:

1. Del menú **Inicio**, seleccionar **Todos los Programas**.
2. Del submenú **Todos los Programas**, seleccionar **Procesamiento Interferogramas**.
3. Al iniciar el programa, presenta la ventana principal, como se muestra en la Figura A.4.

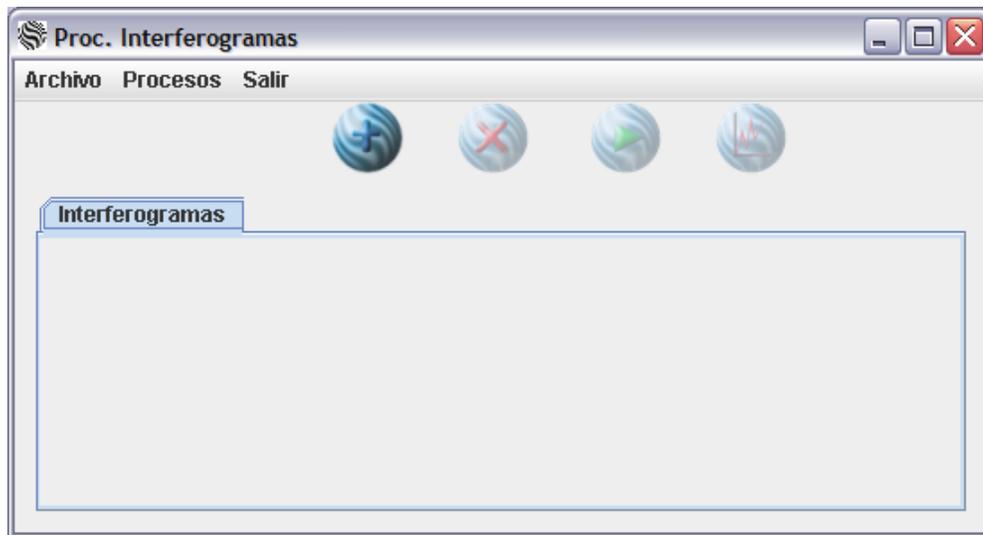


Figura A.4. Ventana principal de la aplicación.

### ELEMENTOS DE LA VENTANA PRINCIPAL DE LA APLICACIÓN

La ventana principal de la aplicación está compuesta por la Barra de Menú, Barra de Herramientas y el Área de Trabajo, como se muestra en la Figura A.5:

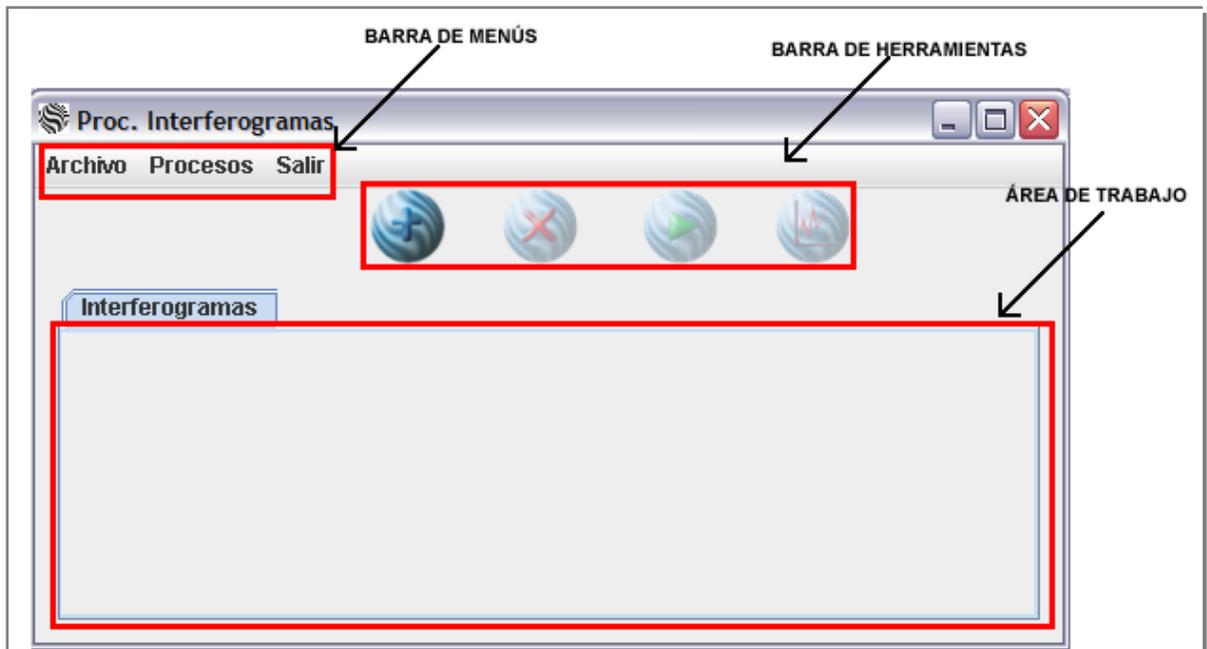


Figura A.5. Elementos de la ventana principal de la aplicación.

En la Barra de Menús se encuentra la opción de **Archivo** que proporciona opciones para agregar o quitar interferogramas para que sean procesados, por medio de las opciones **Agregar Interferogramas** y **Quitar Interferogramas**, como se muestra en la **Figura A.6**. La opción **Agregar Interferogramas** es para agregar al Área de Trabajo los interferogramas que se desean procesar, se pueden agregar de manera conjunta o individual, dependiendo de la ubicación de los mismos. Con la opción **Quitar Interferogramas** se eliminan todos los interferogramas del Área de Trabajo.

La siguiente opción de la Barra de Menús es la de **Procesos**, en ella se encuentran las opciones de **Procesar Interferogramas** y **Gráficas de Aberraciones**, Figura 6. La tarea **Procesar Interferogramas** calcula los coeficientes de aberración de cada uno de los interferogramas que se encuentran en el Área de Trabajo. Con la opción **Gráficas de Aberraciones** se muestran las gráficas del comportamiento de cada una de las aberraciones de Seidel presentes en el conjunto de interferogramas procesados.



Figura A.6. Opciones del menú Archivo y menú Procesos.

En la barra de herramientas se encuentran los accesos directos de las opciones del menú y corresponden de la siguiente manera:

-  Agregar Interferogramas.
-  Quitar Interferogramas.
-  Procesar Interferogramas.
-  Gráficas de Aberraciones.

## INICIANDO UN PROCESAMIENTO DE INTERFEROGRAMAS

Para iniciar con un procesamiento de un conjunto de interferogramas estos se deben agregar al Área de Trabajo. Se pueden agregar los interferogramas de manera conjunta o individual, esto depende de la ubicación de los mismos, es decir:

- ❖ Si los interferogramas se encuentran en un mismo directorio, se selecciona el conjunto de ellos y estos se agregan a la aplicación.
- ❖ Si los interferogramas se encuentran en directorios diferentes, se localiza cada interferograma y se va agregando uno por uno.

Para agregar un interferograma:

1. Dar clic en el icono "Agregar Interferogramas". A continuación aparece la ventana de Abrir que permite abrir uno o varios archivos, como se muestra en la Figura A.7.
2. Seleccionar la ubicación del interferograma o los interferogramas.
3. Seleccionar el interferograma o los interferogramas.
4. Dar clic en el botón "Abrir".

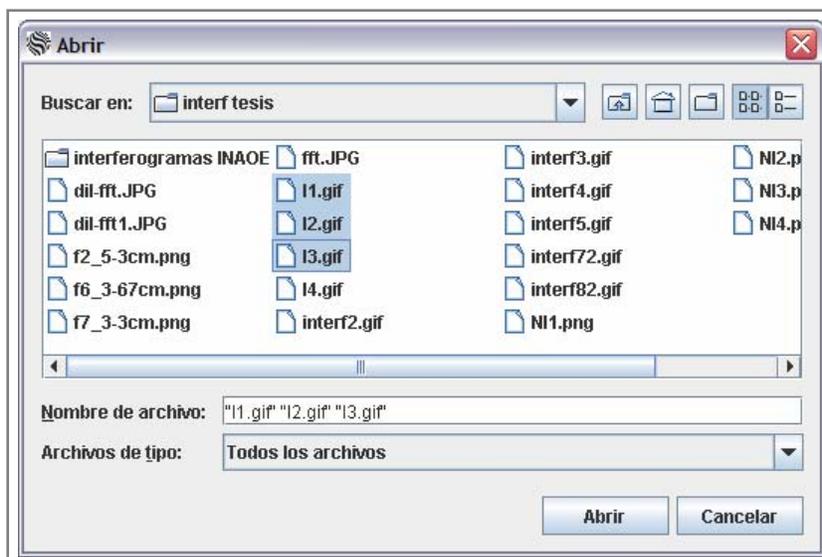


Figura A.7. Ventana de explorador de archivos.

A continuación se agregaran los interferogramas al Área de Trabajo, como se muestra en la Figura A.8. Para agregar más interferogramas para procesar, repetir el proceso anterior, de lo contrario puede iniciar con el procesamiento.

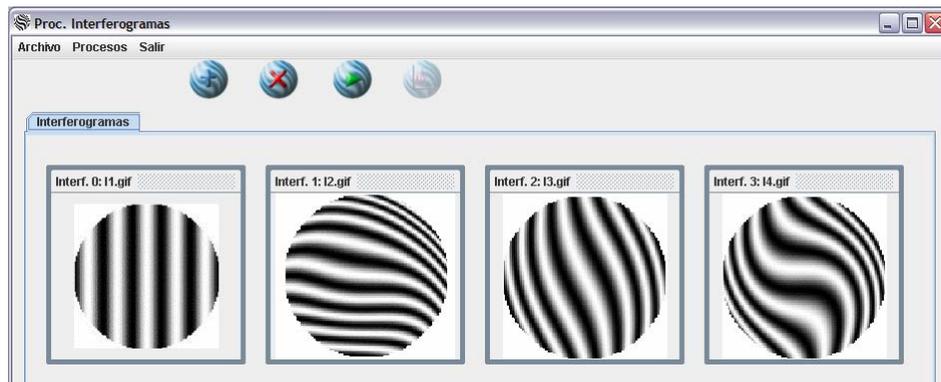


Figura A.8. Ventana de ventana principal cuando se han agregado interferogramas.

Para procesar los interferogramas dar clic en el icono "Procesar Interferogramas". A continuación se llevará a cabo el cálculo de los coeficientes de aberración y la reconstrucción de cada interferograma. Esta operación puede tardar varios segundos dependiendo de las dimensiones y el número de interferogramas a procesar. Una vez que se ha terminado el procesamiento, aparecerá un botón abajo de cada interferograma y se activará el icono de "Graficación de Aberraciones", como se muestra en la Figura A.9. Los botones permitirán consultar información generada por el procesamiento.

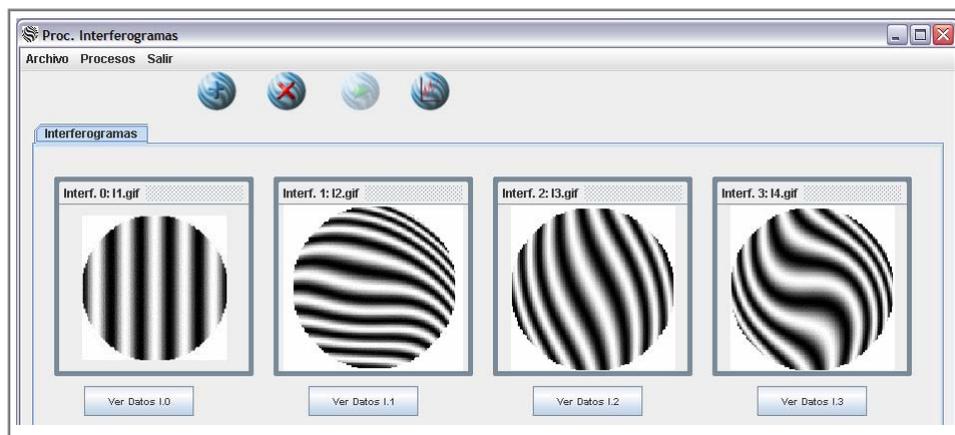


Figura A.9. Ventana de ventana principal cuando se han procesado los interferogramas.

## LIMPIAR ÁREA DE TRABAJO

Para iniciar un nuevo procesamiento de interferogramas, el Área de Trabajo debe estar libre, es decir no deben existir interferogramas en ella. Esto se realiza con el botón Quitar Interferogramas, el cual elimina todo los interferogramas que se encuentran en el Área de Trabajo.

## CONSULTAR INFORMACIÓN DEL INTERFEROGRAMA PROCESADO

Después de haber procesado un conjunto de interferogramas, se puede consultar la información generada por el procesamiento. De acuerdo al interferograma se quiera consultar la información, de clic en el botón **Ver Datos**. A continuación aparecerá una ventana que contiene varias pestañas como se muestra en Figura A.10. La ventana muestra las siguientes pestañas:

- **Inter. Original:** En esta pestaña se muestra todo el interferograma bajo consulta, como se muestra en la Figura 10.

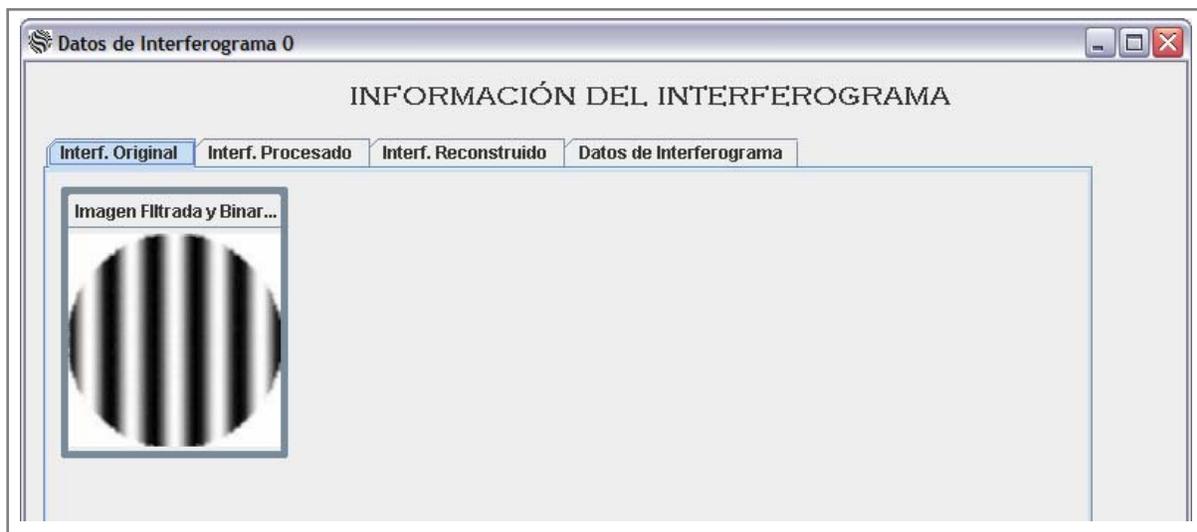


Figura A.10. Ventana que muestra la información de procesamiento de un interferograma.

- **Inter. Procesado:** En esta pestaña se muestra el interferograma adelgazado, marcado en color rosa los puntos que fueron tomados de muestra para calcular los coeficientes de aberración, como se muestra en la Figura A.11.



Figura A.11. Ventana con pestaña activada que muestra el interferograma procesado.

- **Inter. Reconstruido:** En esta pestaña se muestra el interferograma reconstruido a partir de los coeficientes de aberración calculados, como se muestra en la Figura A.12.

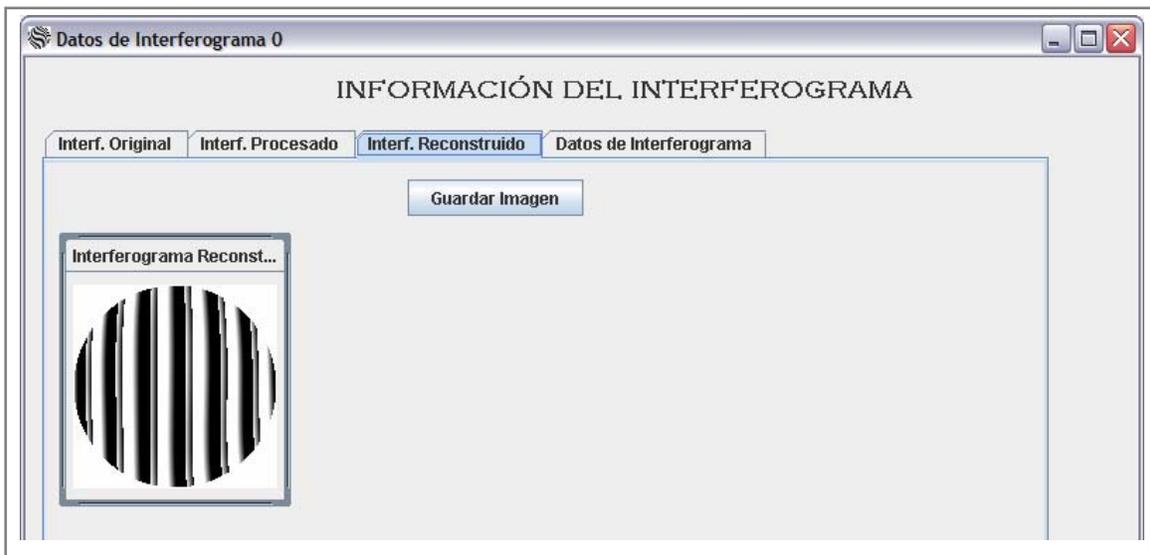


Figura A.12. Ventana con pestaña activada que muestra el interferograma reconstruido.

- **Datos del interferograma:** En esta pestaña se muestran en tablas los coeficientes de aberración calculados y los datos de los puntos tomados de muestra, como se muestra en la Figura A.13. Dentro de los datos de los puntos de muestra se proporcionan: las coordenadas, el valor del frente de onda

calculado ( $W_i'$ ), el valor del frente de onda experimental ( $W_i$ ) y el error entre ambos valores (ERROR), como se muestra en la Figura A.14.

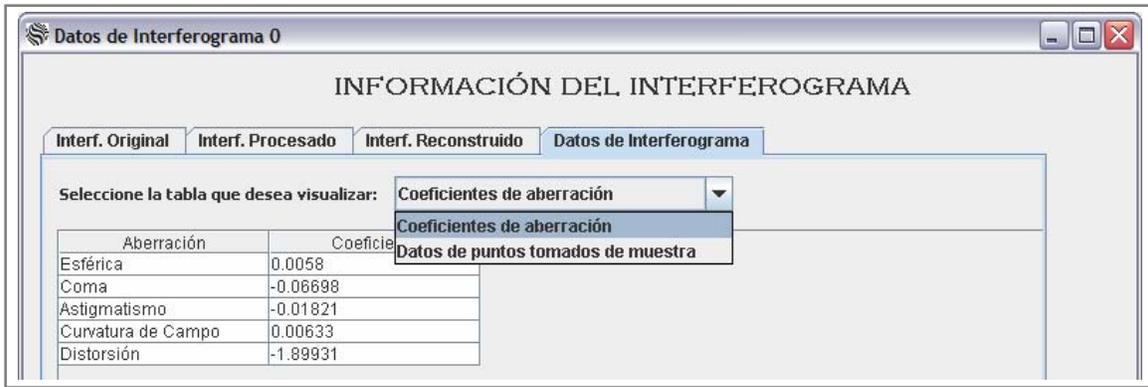


Figura A.13. Ventana con pestaña activada que muestra datos del interferograma procesado.

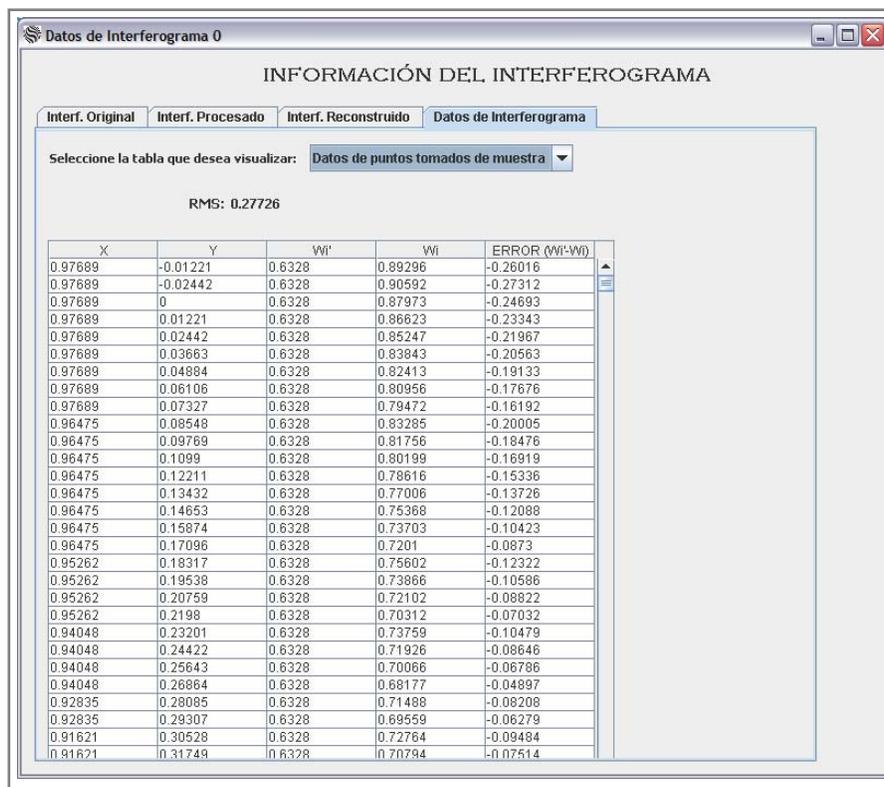
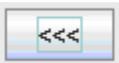
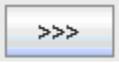


Figura A.14. Ventana que muestra las coordenadas,  $W_i'$ ,  $W_i$ , el error y el RMS para el interferograma procesado.

## GRÁFICAS DEL COMPORTAMIENTO DE LAS ABERRACIONES

Después de haber procesado un conjunto de interferogramas, se pueden visualizar las gráficas generadas para mostrar el comportamiento de las aberraciones en un conjunto de interferogramas. Para ver las gráficas se da clic en el icono **Gráficas de Aberraciones**. A continuación aparecerá una ventana como la que se observa en la Figura A.15, donde se observa la gráfica del comportamiento de la aberración esférica. Para ver las gráficas de las demás aberraciones debe utilizar los botones que se encuentran en la parte inferior de cada gráfica:

-  Muestra la gráfica anterior.
-  Muestra la siguiente gráfica.

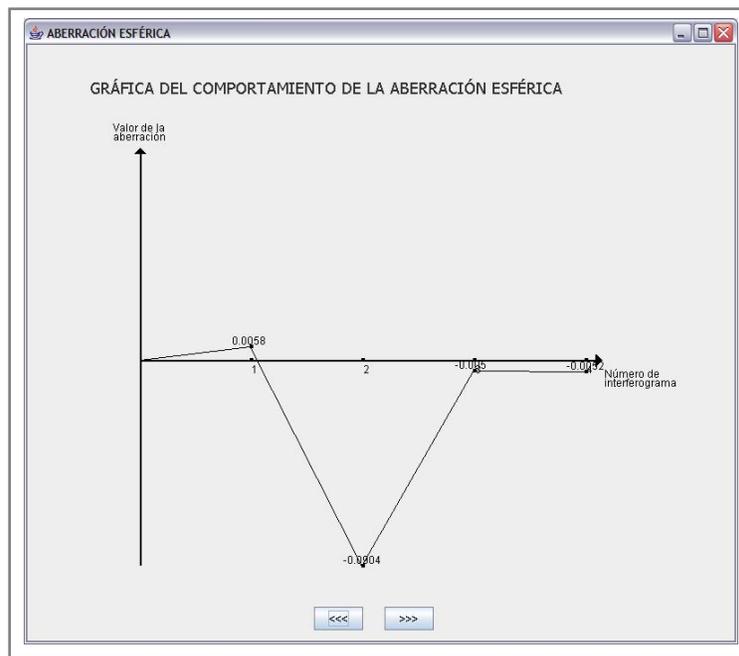


Figura A.15. Gráfica del comportamiento de la aberración esférica para un conjunto de interferogramas.

## GUARDAR LOS COEFICIENTES DE ABERRACIÓN.

Los coeficientes de aberración calculados para cada interferograma se pueden almacenar en un archivo texto. Para realizar este procedimiento debe llevar a cabo los siguientes pasos:

1. Seleccionar la pestaña "Datos del interferograma"
2. Seleccionar la tabla Coeficientes de aberración.
3. Dar clic en el botón Guardar Coeficientes. A continuación aparecerá la ventana de **Guardar Coeficientes...**, como se muestra en la Figura A.16.
4. Seleccionar la ubicación donde se desea guardar el archivo.
5. Escribir en el cuadro de texto **Nombre de archivo**, el nombre que se le quiere asignar al archivo.
6. Dar clic en el botón guardar.

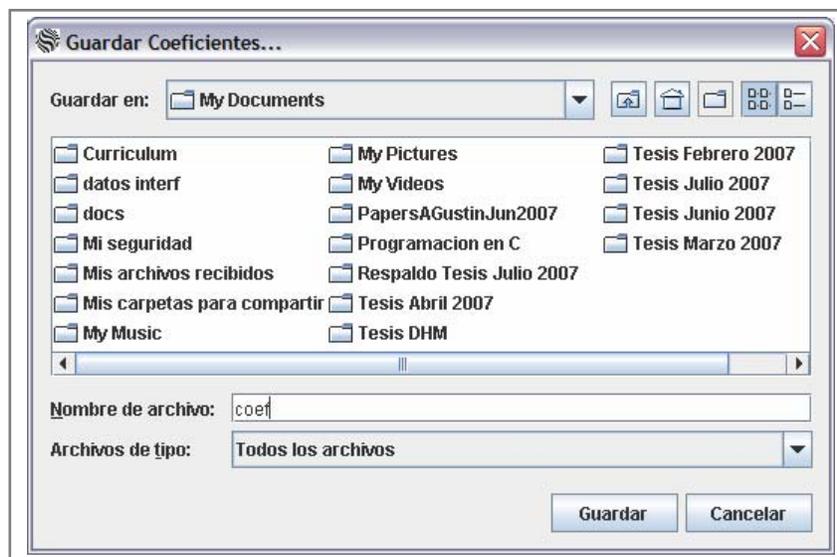


Figura A.16. Ventana de explorador de archivos para almacenar los coeficientes de aberración de un interferograma.

## GUARDAR EL INTERFEROGRAMA RECONSTRUIDO.

El interferograma reconstruido para cada interferograma procesado puede ser almacenado en un archivo. El interferograma será almacenado en formato jpeg, para realizar esta tarea debe hacer los siguientes pasos:

1. Seleccionar la pestaña "Interf. Reconstruido"

2. Dar clic en el botón Guardar Interferograma. A continuación aparecerá la ventana **Guardar Imagen...**, como se muestra en la Figura A.17.
3. Seleccionar la ubicación donde se desea guardar el archivo.
4. Escribir en el cuadro de texto **Nombre de archivo**, el nombre que se le quiere asignar al archivo, con extensión .jpg.
5. Dar clic en el botón guardar.
6. Si se omitió la extensión del archivo, la aplicación se la agregará automáticamente. Si se escribió incorrectamente o es otra la extensión del archivo aparecerá un mensaje de error, como se muestra en la Figura A.18 y automáticamente se corregirá la extensión y se almacenará el archivo.



Figura A.17. Ventana de explorador de archivos para almacenar el interferograma reconstruido.



Figura A.18. Mensaje de error cuando la extensión del archivo para almacenar el interferograma reconstruido es incorrecta.

## **SALIR DE LA APLICACIÓN**

Para salir de la aplicación, dar clic en el icono  de la ventana o seleccionar la opción **Salir** de la **Barra de Menús**.